



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2001A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Santuccio Erika

MATERIA: Termodinamica e trasmissione del calore - Prof.
Santarelli Torchio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

LEZIONE 03/03

Termodinamica ¹

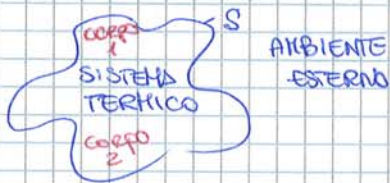
In generale si considera un sistema OTOGENEO (stessa temperatura, pressione...), la trasmissione del calore tattoria necessita di DISOTOGENETA.
 Una seconda ipotesi semplificativa è la STAZIONARITA, quindi si suppone che un oggetto lavori con caratteristiche termodinamiche del fluido "costanti".
 Ovviamente se le condizioni cambiano, la STAZIONARITA va a decadere e le variabili cambiano con il tempo.
 Si considerano FLUIDI SEMPLICI, descrivibili da solo 2 variabili.

Le grandezze termodinamiche privilegiate sono PRESSIONE, VOLUME e TEMPERATURA (PVT)

- Quindi in sintesi:
- ① OTOGENITA
 - ② STAZIONARITA
 - ③ FLUIDI SEMPLICI (derivabili da PVT)

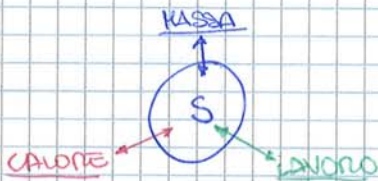
Sistema termodinamico:

Un sistema che è isolato tramite una superficie definita di contorno.



Tutto quello che è all'esterno rappresenta proprio l'esterno del mio sistema.
 L'unione di sistema termico e ambiente esterno mi genera l'universo.
 Con corpo si intende una porzione di materia la cui massa è associabile all'ipotesi di omogeneità.
 Vi possono essere diversi tipi di scambi (sempre bidirezionali)

- ① MASSA (con contenuto energetico)
- ② CALORE
- ③ LAVORO



- se lo scambio di massa è impedito si definisce: SISTEMA CHIUSO (più semplice)
- se lo scambio di calore è impedito si definisce: SISTEMA ADIABATICO
- se non avviene scambio di massa, calore e lavoro: SISTEMA ISOLTO

Ovviamente le due di sistema chiuso e sistema aperto.

GRANDEZZE TERMODINAMICHE

T, P, V, U, H, S, C ...

Il sottosistema delle grandezze termodinamiche indipendenti strettamente necessarie e sufficienti per descrivere lo stato termodinamico del sistema in maniera completa ed esauritiva.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

lo stato termodinamico è la definizione e l'attribuzione che queste variabili indipendenti assumono nell'istante generico t di tempo.

Quindi lo stato termodinamico del sistema nel tempo t è noto nel momento in cui è noto il valore di tutte le variabili indipendenti.

$$\vec{X}(t) = \begin{cases} x_1(t) = \text{valore} \\ x_2(t) = \text{valore} \\ \vdots \\ x_n(t) = \text{valore} \end{cases}$$

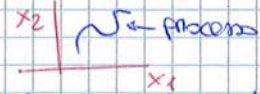
LEZIONE 24/03

PROCESSO P

Evento di variazione delle grandezze di stato del sistema in un intervallo di tempo definito $\tau [t_1, t_2]$.
 le grandezze termodinamiche indipendenti

$$X(t) = \begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{cases} \quad \text{processo descritto dall'andamento nel tempo del vettore } X(t).$$

→ COORDINATE DELLO SPAZIO DEGLI STATI.



Se x_1 ha un andamento nel tempo e x_2 ha un altro tipo di andamento nel tempo tracciando i due grafici ho il processo nello spazio degli stati; questo prende il nome di TRASFORMAZIONE.

PROCESSO COMPOSTO

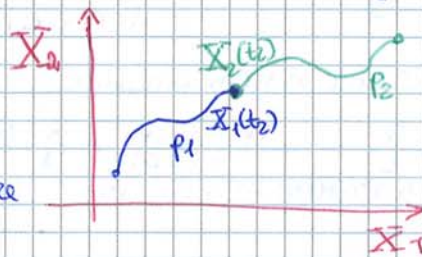
Il processo P può essere definito come composto tra due processi P_1 e P_2 .
 P_1 ad esempio si sviluppa in intervalli di tempi $[t_1 \rightarrow t_2]$ e analogamente il processo P_2 si sviluppa in $\tau_2 [t_2 \rightarrow t_3]$.

$$X_1(t_2) \equiv X_2(t_2)$$

$$P = P_1 \rightarrow P_2$$

Quindi generalizzando un processo P può essere composto da P_n processi:

$$P = P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3 \rightarrow \dots \rightarrow P_n$$

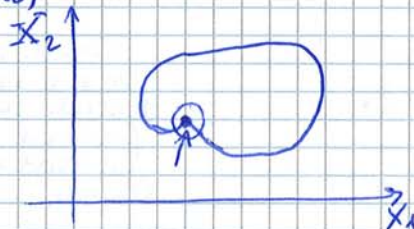


PROCESSO CICLICO

È un processo che si richiude su se stesso, quindi il punto iniziale del primo processo coincide con il punto finale dell'ultimo processo.
 Si sviluppa nell'intervallo di tempo t_1 (iniziale) e t_2 (finale) e nel quale si verificano che le grandezze termodinamiche indipendenti si richiude su stesso.

$$X(t_1) \equiv X(t_2)$$

Nello spazio degli stati:

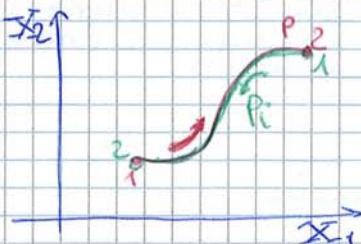


PROCESSO INVERSO

Il processo inverso è quel processo che riproduce lo stesso processo dato, all'inverso, quindi il processo P_i è definito e inverso del processo P se:

- 1) P e P_i si sviluppano nello stesso intervallo di tempo τ .
- 2) $X_p(t_1, \text{iniziale}) \equiv X_{p_i}(t_2, \text{finale})$.
 $X_p(t_2, \text{finale}) \equiv X_{p_i}(t_1, \text{iniziale})$

3) La rappresentazione del processo P nello spazio degli stati è esattamente uguale e complementare alla rappresentazione del processo P_i nello spazio degli stati. Quindi le due non sono sovrapposte punto per punto.



(Questa situazione è impossibile).

$$Q(P) = \int_{\tau} \phi(t) dt$$

presso P in un intervallo di tempo τ .

In termini di dimensione: $Q(P)$ misurato in [J] joule
 $\phi(t)$ misurato in [W] watt (Joule/s)

Convenzione di segno: $Q(P) > 0$ quando è ricevuto dal sistema proveniente dall'esterno.
 $Q(P) < 0$ quando è ceduto dal sistema verso l'esterno.



LAVORO L(P)

Forma di scambio energetico tra corpi, o all'interno dello stesso corpo, che avviene attraverso l'utilizzo di forze. L'effetto è duplice:
 1 Determina una variazione di moto del sistema
 2 Determina una variazione dello stato termodinamico interno al sistema.

$L = L(P)$ non è funzione del tempo.

Il lavoro scambiato nell'unità di tempo è definito come **POTENZA (W)**.
 Definisco un processo P, un sotto-processo P' tra t e $t + \Delta t$ e un associato lavoro $L'(P')$:

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L'(P')}{\Delta t} \quad W = W(t)$$

$$L(P) = \int_{\tau} W(t) dt \quad \text{considerando P in un intervallo di tempo } \tau.$$

In termini di dimensione: $L(P)$ misurato in [J] joule
 $W(t)$ misurato in [W] watt

Convenzione di segno: $L(P) > 0$ quando è dato dal sistema verso l'esterno.
 $L(P) < 0$ quando è dato dall'esterno al sistema.



Lavoro:

- ① Davuto a fonte di superficie
- ② Davuto a fonte di campo
- ③ Davuto allo stato tensionale interno del corpo.

① Fonte di superficie.



× IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE
 $F_{12} + F_{21} = 0$

Generalizzando a scambio di forze tra sistema ed esterno

$$F_{ES}^S + F_{SE}^S = 0$$

$f^S = \text{superficie}$
 $ES = \text{SISTEMA}$
 $ESTERNO$

$N_{ES}^S + N_{SE}^S = 0$: componenti normali compatibili al lavoro utile.

$T_{ES}^S + T_{SE}^S = 0$: componenti tangenziali compatibili al lavoro dissipato.

$$L_{ES}^S(P) + L_{SE}^S(P) = 0 \quad \text{in forma di lavoro}$$

$$W_{ES}^S(t) + W_{SE}^S(t) = 0 \quad \text{in forma di potenza}$$

FLUIDI OMOGENEI LINEARI:

Omoogeneo' → grandezze termodinamiche assumono valore omogeneo nella massa del fluido.

Lineari' → Componenti tangenziali delle forze interne sono trascurabili.

$$L_i(P) = L_i^{lin}(P)$$

In questo tipo di fluidi quindi la componente prevalente della fonte interne è la componente normale definita come pressione interna, (p_i)

FORZA INTERNA: $F_i = \int_A p_i \vec{n} dA$

p_i = pressione interna
 \vec{n} = vettore normale alla superficie dA
 dA = areaola infinitesima su superficie di contorno del corpo.

POTENZA INTERNA (svilupata nel sistema di forze interne) LINEARI:

① $W_i^{lin}(t) = \int_A p_i \vec{w} \cdot \vec{n} dA$ \vec{w} : velocità di spostamento di areaola dA

La variazione del volume del corpo nell'unità del tempo (velocità di variazione del volume):

② $\frac{dV}{dt} = \int_A \vec{w} \cdot \vec{n} dA$



Da ①: fluido omogeneo p_i costante nel volume del corpo.

③ $W_i^{lin}(t) = p_i \int_A \vec{w} \cdot \vec{n} dA$

Da ② e ③

$W_i^{lin}(t) = p_i \frac{dV}{dt}$ ① in forma di potenza

In forma di lavoro:

$L_i^{lin}(P) = \int_C p_i \frac{dV}{dt} dt = \int_C p_i dV$ ②

in forma di lavoro

\int_C : trasformazione che avviene nell'intervallo di tempo C .

- ① la funzione volume $V = V(t)$ non ha singolarità
- ② se si conosce l'equazione di stato che unisce singolarmente pressione e volume

N.B. le forze tangenziali fanno solo un ruolo dissipativo.

$$L_i(P) = L_i^{lin}(P) - L_a(P)$$

• questa trattazione ha dei limiti di tipo teorici, che è utile nella pratica.

$$L_i(P) = \int p_i dV - L_a(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{lin}(t) - W_a(t) = p_i \frac{dV}{dt} - W_a(t)$$

$$\left. \begin{array}{l} L_a \geq 0 \\ W_a \geq 0 \end{array} \right\}$$

IPOTESI SEMPLIFICATIVE

- ① $W_0(t) = 0$
- ② $W_a(t) = 0$
- ③ $\frac{dE_c(t)}{dt} = 0$ se il sistema è fermo nello spazio, $V=0$
- ④ $\frac{dE_p(t)}{dt} = 0$ se il sistema è fermo nello spazio, non varia la sua quota.

$W_t(t) = p_i \frac{dV}{dt}$ Un sistema chiuso per completezza potenziale tecnica deve avere una variazione di volume.

$W_t(t) > 0$ sistema compie lavoro sull'esterno $\rightarrow \frac{dV}{dt} > 0$

$W_t(t) < 0$ sistema riceve lavoro dall'esterno $\rightarrow \frac{dV}{dt} < 0$

In effetti una trasformazione isocora è priva di lavoro. Ora considero la presenza degli altri lavori.

$$W_t(t) = p_i \frac{dV}{dt} - W_0(t) - W_a(t) - \frac{dE_c(t)}{dt} - \frac{dE_p(t)}{dt}$$

le componenti di attrito sottraggono una parte della potenza
 se $\frac{dE_c(t)}{dt} > 0$ questo contributo è sottrattivo
 se $\frac{dE_c(t)}{dt} < 0$ questo contributo è additivo
 se $\frac{dE_p(t)}{dt} > 0$ questo contributo è sottrattivo
 se $\frac{dE_p(t)}{dt} < 0$ questo contributo è additivo

IN FORMA DI LAVORO:

$$L_t(p) = \int p_i dV - L_0(p) - L_a(p) - \Delta E_c - \Delta E_p$$

quindi in sostanza il lavoro tecnico viene generato dalla variazione di volume che viene poi modificata dagli altri lavori.

$$L_t(p) = \int p_i dV$$

funzione di processo funzione di stato

quindi una funzione di processo è calcolabile tramite la conoscenza della variazione dello stato del sistema.

LAVORO

considerando il sistema che evolve in processo p nel tempo τ , in cui $\frac{dE_c}{dt} = 0$:

$$L_{se}(p) \equiv L_i(p) - \cancel{\frac{dE_c}{dt}}$$

$$L_{se} \equiv L_i \equiv L$$

e ovviamente:

$$p_i \equiv p$$

$$L = \int p dV$$

τ : lavoro associato ad una trasformazione infinitesima nel tempo.

$$L = \int_{\tau} \hat{L}$$

$$\hat{L} = p dV$$

lavoro è quindi esprimibile come una forma differenziale delle grandezze di stato del sistema.

$$L(p) = \int W(t) dt$$

$$\hat{L} = p dV = W(t) dt$$

COPPIA V,T

$$\tilde{z} = pdV$$

$$\tilde{Q} = \lambda_v dV + C_v dT$$

$$w(t) = \frac{pdV}{dt}$$

$$\phi(t) = \lambda_v \frac{dV}{dt} + C_v \frac{dT}{dt}$$

Si può scegliere di considerarle come grandezze indipendenti: la coppia: p, T da cui:

$$\textcircled{1} w(t) = A_p \frac{dp}{dt} + A_T \frac{dT}{dt}$$

$$\phi(t) = \lambda_p \frac{dp}{dt} + C_p \frac{dT}{dt}$$

Avendo scelto la coppia p-T, l'equazione di stato avrà la terza variabile V (volume).

$$V = V(p, T)$$

differentiabile:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT$$

$$w(t) = p \frac{dV}{dt}$$

$$w(t) = p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dt} + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \frac{dT}{dt}$$

confrontabile con la $\textcircled{1}$

$$A_p = p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$A_T = p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$L(p) = \int_C \left\langle p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dt} + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \frac{dT}{dt} \right\rangle dt = \int_{\Gamma} \left\langle p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \right\rangle$$

$$\tilde{z} = p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT$$

forma \tilde{z} avere coordinate p-T omologa alla forma

$$\tilde{z} = pdV$$

CALORE

Non c'è dimostrazione!

(isobata)

$$\phi(t) = \lambda_p \frac{dp}{dt} + C_p \frac{dT}{dt}$$

$$\lambda_p = \frac{\lambda_v}{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T} \quad C_p = C_v - \lambda_v \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T}$$

capacità termica a p costante ↑
calore latente rispetto a p

$$Q(p) = \int_C \left\langle \lambda_p \frac{dp}{dt} + C_p \frac{dT}{dt} \right\rangle dt = \int_{\Gamma} \left\langle \lambda_p dp + C_p dT \right\rangle$$

$$\tilde{Q} = \lambda_p dp + C_p dT$$

in funzione di p-T

omologo a

$$\tilde{Q} = \lambda_v dV + C_v dT$$

in funzione di V-T

λ_p : calore latente rispetto alla pressione

Calore scambiato in una trasformazione a temperatura costante (isoterma $dT=0$) riferito alla variazione di pressione del sistema.

$$\lambda_p = \frac{\tilde{Q}}{dp} \quad \text{con } dT=0$$

UNA GRANDEZZA ESTENSIVA

$$\left[\frac{J}{Pa}\right] = \left[\frac{N \cdot m}{N/m^2}\right] = [m^3] \text{ volume (estensiva)}$$

la sua grandezza specifica

$$\lambda_p = \frac{\lambda_p}{M} \left[\frac{m^3}{kg}\right]$$

CALORE LATENTE RISPETTO ALLA PRESSIONE PER UNITÀ DI MASSA.

C_p : capacità termica a pressione costante

calore scambiato in una trasformazione a pressione costante (isobara $dp=0$) riferito alla variazione di temperatura del sistema.

$$C_p = \frac{\tilde{Q}}{dT} \quad \text{con } dp=0$$

GRANDEZZA ESTENSIVA

$$\left[\frac{J}{K}\right] \rightarrow \text{grandezza estensiva}$$

la sua grandezza specifica

$$c_p = \frac{C_p}{M} \left[\frac{J}{K \cdot kg}\right]$$

calore specifico a pressione costante

GAS IDEALI

Equazione di stato dei gas ideali :

$$p = \frac{nRT}{V}$$

n : numero di moli nella massa di gas
 R : costante universale dei gas
 $R = 8314 \frac{J}{kmol \cdot K} = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$

$p = \frac{nRT}{M \cdot v}$ dove $v = \frac{V}{M}$ volume molare del gas $[\frac{m^3}{kg}]$

$p = \frac{RT}{M \cdot v} = \left(\frac{R}{M}\right) \cdot \frac{T}{v}$ M = massa molare del gas $[\frac{g}{mol}]$ o $[\frac{kg}{mol}]$

$R^* = \frac{R}{M}$ costante di elasticità del gas $[\frac{J}{kg \cdot K}]$

① $p \cdot v = R^* \cdot T$

② $\lambda_v = p$

③ $c_v = c_v(t)$ calore specifico a volume costante nel caso dei gas ideali e' funzione della sola temperatura.

④ $\lambda_p = \frac{dv}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} = \frac{p}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} = \frac{R^* T}{v} \cdot \left(-\frac{v^2}{R^* T}\right) = -v$

utilizzato l'eq. trovata prima applicandola ai gas ideali

$\frac{1}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} \rightarrow \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{R^* T}{v}\right)\right]_T = -\frac{R^* T}{v^2}$

$\lambda_p = -v$

⑤ $c_p = c_v - dv \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = c_v - \left[\frac{R^* T}{v} \cdot \frac{-R^* T}{v^2}\right] = c_v + R^*$

$c_p = c_v + R^*$

$c_p - c_v = R^*$ equazione di Mayer : essendo $R^* > 0$: $c_p > c_v$

DAVA TEORIA CINETICA DEI GAS:

n° atomi molecola	c_p	c_v	$f = \frac{c_p}{c_v}$
1	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{3}{2} R^*$	$\frac{5}{3}$
2	$\frac{7}{2} R^*$	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{7}{5}$
3	$4 R^*$	$3 R^*$	$\frac{4}{3}$
$n > 3$	$f(T)$	$c_v(t)$	

coefficiente crescente al diminuire degli atomi

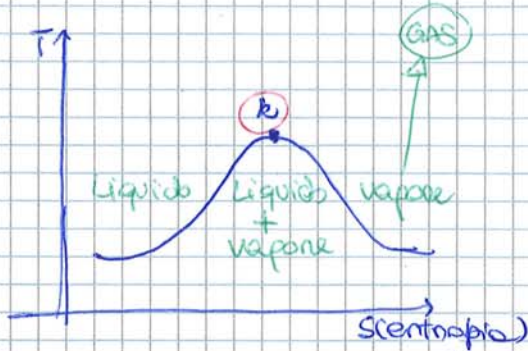
EQUAZIONE DI STATO PER GAS NON IDEALI

① Equazione di Van der Waals.

$$p = \frac{R^*T}{(V-b)} - \frac{a}{V^2}$$

a e b sono funzioni delle condizioni critiche del gas, cioè della temperatura critica T_k e della pressione critica p_k .

Diagramma di Gibbs



k rappresenta il punto massimo in cui si fa la trasformazione del liquido in vapore, o viceversa.

Il punto triplo dell'idrogeno è a 33 K.

$$a = \frac{27(R^*T_k)^2}{64 p_k} \rightarrow \text{Forze di attrazione intermolecolari nel gas: riduzione valore di pressione}$$

$$b = \frac{R^*T_k}{8 p_k} \rightarrow \text{connessione del volume minimo considerando un volume finito (covolume) del volume della molecola}$$

② Equazione del viriale:

coeff. di comprimibilità $Z = \frac{pV}{R^*T} = 1 + \frac{A(T)}{V} + \frac{B(T)}{V^2} + \frac{C(T)}{V^3} + \dots$

$A(T)$, $B(T)$, $C(T)$ sono costitutive cioè funzioni della specie chimica.

Calore

$$q(P) = \int_p \langle -v dp + c_p dT \rangle = \int_p c_p dT$$

HYP: $c_p = c_p(T) \hat{=}$ costante

$$q(P) = c_p (T_{fin} - T_{in})$$

A parità di ΔT essendo $c_p > c_v$ calore scambiato è maggiore lungo e' isobare.

ISOTERMA

$$T_1 = T_2 = T_i \quad t_i$$

$$dT = 0$$

$T =$ costante $\forall T$ della trasformazione

$$pV = R^* T = \text{costante}$$



Lavoro

$$L(P) = \int_p p dv = \int_p R^* T \frac{dv}{v} = R^* T \int_{v_{in}}^{v_{fin}} \frac{dv}{v} = R^* T \ln \left(\frac{v_{fin}}{v_{in}} \right) \quad T = \text{cost}$$

$$pV = \text{cost}$$

$$p_{in} v_{in} = p_{fin} v_{fin}$$

$$\frac{v_{fin}}{v_{in}} = \frac{p_{in}}{p_{fin}}$$

$$L(P) = R^* T \ln \left(\frac{p_{in}}{p_{fin}} \right)$$

Se $p_{in} > p_{fin}$: $L > 0$ SISTEMA \rightarrow ESTERNO (ESPANSIONE)

$$L(P) = \int_p \langle -v dp + c_p dT \rangle = \int_p -v dp = - \int_p \frac{R^* T}{p} dp = -R^* T \ln \left(\frac{p_{fin}}{p_{in}} \right) = R^* T \ln \left(\frac{p_{in}}{p_{fin}} \right)$$

Calore

$$q(P) = \int_p \langle p dv + c_v dT \rangle = \int_p \langle -v dp + c_p dT \rangle = \int_p p dv = \int_p -v dp = R^* T \ln \left(\frac{v_{fin}}{v_{in}} \right) = R^* T \ln \left(\frac{p_{in}}{p_{fin}} \right)$$

Il calore scambiato in questa trasformazione è uguale al lavoro scambiato.

Quindi:

$$L(P) = q(P)$$

mantiene la temperatura proprio per questo motivo: gli scambi di calore e di lavoro sono mutuamente scambiati.

$$P(P) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

se $V_1 > V_2$ $P(P) < 0$ compressione EST \rightarrow SIST
 se $V_1 < V_2$ $P(P) > 0$ espansione SIST \rightarrow EST

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\gamma}$$

$$P(P) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]$$

se $P_2 > P_1$ $P(P) < 0$ compressione
 se $P_2 < P_1$ $P(P) > 0$ espansione

⑤ POLITROPICI

$$\dot{Q} = \lambda_v dV + C_v dT$$

mentre in forma massica $\tilde{q} = \frac{\dot{Q}}{M}$ calore per unità di massa una trasformazione infinitesimale

$$\tilde{q} = \lambda_v dv + c_v dT$$

calore specifico
volume massico

Il concetto di calore specifico $c = \frac{q}{\Delta T}$

è un rapporto tra il calore scambiato e la differenza di temperatura di seguito di questo scambio di calore.

$$\tilde{q} = c \Delta T \quad c \text{ calore specifico generico}$$

$$\lambda_v dv + c_v dT = c dT$$

$$\lambda_v dv + (c_v - c) dT = 0$$

$$dT = \frac{pdv + vdp}{R^*} \quad \lambda_v = p$$

$$R^* pdv + (c_v - c)[pdv + vdp] = 0$$

$$R^* = c_p - c_v$$

$$(c_p - c_v)pdv + (c_v - c)[pdv + vdp] = 0$$

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} pdv + vdp = 0$$

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

$$npdv + vdp = 0$$

$$n \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0$$

$$\textcircled{1} p v^n = p_0 v_0^n = \text{costante}$$

$$\textcircled{2} T v^{n-1} = T_0 v_0^{n-1} = \text{costante}$$

$$\textcircled{3} T p^{\frac{n-1}{n}} = T_0 p_0^{\frac{n-1}{n}} = \text{costante}$$

Trasformazioni caratterizzate dall'esponente "n"

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v} \rightarrow c = c_v \frac{n - c_p}{n - 1} = c_v \frac{n - \gamma}{n - 1}$$

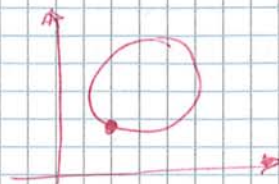
Primo principio della termodinamica.

- per fluidi qualsiasi
- per sistemi chiusi

La forma generale IPTSC (Primo principio della termodinamica per sistemi chiusi) applicata al ciclo termodinamico C.

$$L_{SE}(C) = Q_{SE}(C)$$

↓ generalizzare a processo P qualunque, non ciclico.



- Q e L sono azioni
- $Q'(P) \pm Q''(P) = Q(P)$ somma o sottrazione di 2 azioni e' a sua volta un'azione.
- se $Q(C) = 0$ azione calcolata su ciclo C e' uguale a 0

L'azione $Q(P)$ calcolata su un ciclo non chiuso può essere definita come:

$$Q(P) = E(x_2) - E(x_1)$$

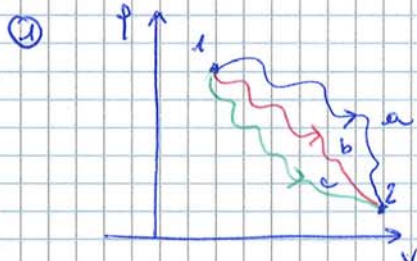
azione su trasformazione p generica non chiusa (non ciclica) e' esprimibile come variazione di un'azione potenziale dello stato.

Dalla ② $Q(P) - L_{SE}(P) = Q(P)$

Dalla ③ $Q(C) - L_{SE}(C) = 0 \rightarrow Q(P) - L_{SE}(P) = E(x_2) - E(x_1)$

$Q(P) - L_{SE}(P) = E(x_2) - E(x_1)$ con $E(x)$ energia totale del sistema.

conseguenze:



a, b, c - tre trasformazioni diverse

$$Q(a) \neq Q(b) + Q(c)$$

$$L_{SE}(a) + L_{SE}(b) \neq L_{SE}(c)$$

$$Q(a) - L_{SE}(a) = Q(b) - L_{SE}(b) = Q(c) - L_{SE}(c)$$

Diff. tra azione e lavoro non e' piu' funzione del processo ma dipende solo da stati termodinamici iniziali e finali.

② $Q(P) - L_{SE}(P) = E(x_2) - E(x_1)$

↓
introdotta non in forma assoluta $E(x)$, ma come differenziale $E(x_2) - E(x_1)$

l'equazione introduce un nuovo concetto, grandezza termodinamica che e' funzione dello stato, detta entropia totale del sistema.

$E(x)$ e' una grandezza definita a meno di una costante.

Bisogna quindi indicare uno stato di riferimento ϕ in cui imporre per convenzione

$E(x_0) = 0 \rightarrow$ ora si può calcolare la $E(x)$ di stato X generico attraverso l'equazione IPTSC.

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

La serietà per:

- flussi qualsiasi
- sistemi chiusi

Bisogna prima introdurre le **MACCHINE TERMICHE**. Il principio è stato postulato da Carnot ufficiale dell'esercito napoleonico, tramite l'osservazione di macchine a vapore. Le macchine termiche sfruttano scambi di calore per generare lavoro, tramite un **processo ciclico**.

lavoro \leftrightarrow gradiente di forza
calore \leftrightarrow gradiente termico

Una macchina deve sempre ripristinare il gradiente iniziale, altrimenti si fermerebbe \rightarrow il ciclo è indispensabile per far tornare il sistema allo stato iniziale.

DUE TIPI DI MACCHINE TERMICHE:

① macchina motrice (motore):

forma termica \rightarrow forma meccanica

② macchina operatrice (frigorifero)

forma meccanica \rightarrow processo termico inverso.

Il "palometro di metro" (figure spirit) per le macchine termiche è l'**EFFICIENZA**:

$$\text{EFFICIENZA} = \frac{\text{effetto utile}}{\text{energia spesa}}$$

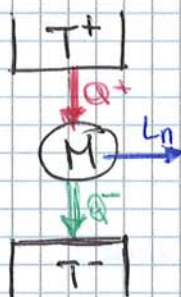
Macchina \approx trasformatore di energia

ES: Calore \rightarrow albero rotante

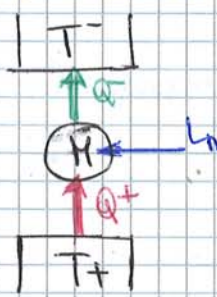
Tuttavia ci sono sempre delle perdite. L'energia spesa non si trasformerà mai al 100% in effetto utile. Pertanto:

EFFICIENZA 21

Iniziamo dalla macchina **BI-TERMICA**, che ha solo due scambi termici. È un modello cui si può ricondurre la maggior parte delle macchine termiche reali. (In lavoro netto, n)



MOTORE



M. OPERATRICE

NB: $Q^+, T^+ \rightarrow$ e + indica ENTRANTE non maggiore!
 $Q^-, T^- \rightarrow$ e - indica USCENTE non minore!

LA MACCHINA MOTORE LAVORA TRA $T^+ \rightarrow T^-$
LA MACCHINA OPERATRICE: $T^- \rightarrow T^+$

POSTULATO DEL II PRINCIPIO PER I SISTEMI CHIUSI

Sistema che evolve secondo un processo P in un intervallo di tempo $\tau [t_1, t_2]$

In un istante t , il calore che il sistema può scambiare con l'esterno è limitato ad un valore massimo $\phi(t)$:

$$\phi(t) = \phi_H(t)$$

dove

$$\phi_H(t) = T \frac{dS}{dt}$$

da cui

$$\phi(t) \leq T \frac{dS}{dt}$$

S'è una grandezza di stato chiamata ENTROPIA.

Due casi:

- "<" vale per transf. irreversibili
- "=" vale per transf. reversibili (modello)

In forma integrata rispetto al tempo.

$$Q(P) = \int_{\tau} \phi(t) dt$$

$$Q(P) \leq \int_{\tau} T \frac{dS}{dt} dt = \int_{\tau} T dS$$

$$Q(P) \leq \int_{\tau} T dS$$

pone un limite tra il calore scambiato tra sistema ed esterno

Dalla ①

$$\textcircled{2} \left[\frac{dS}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T} \right]$$

eq. del secondo principio della Termodinamica

DISUGUAGLIANZA DI KEVIN-PLANCK

Varia la sua entropia per una serie di motivi. Gli scambi termici giustificano una parte delle variazioni di entropia. L'entropia, per le trasformazioni irreversibili, non trova quindi giustificazione negli scambi termici.

IN FORMA INTEGRATA:

$$\Delta S = S(x_2) - S(x_1) \geq \int_{\tau} \frac{\phi(t)}{T} dt$$

è legata a scambi termici
fenomeni di irreversibilità
(attr. viscoso, reazione chimica)
...

IN FORMA DIFFERENZATA:

$$dS \geq \frac{\phi(t)}{T} dt = \frac{\tilde{Q}}{T} \quad \boxed{dS \geq \frac{\tilde{Q}}{T}}$$

Dalla ② in forma di disuguaglianza si passa ad una forma di equazione (uguaglianza stretta) introducendo un termine correttivo che ne coluisce in sé il contributo alla generazione di entropia legato a fenomeni di irreversibilità.

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{\phi(t)}{T} \longrightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \sum_{irr} \text{flusso di entropia per irreversibilità.}$$

$$\sum_{irr} > 0 \quad \text{PER TRASFORMAZIONI IRREVERSIBILI}$$

$$\sum_{irr} = 0 \quad \text{PER TRASFORMAZIONI REVERSIBILI}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{irr} > 0 \\ \sum_{irr} = 0 \end{array} \right\} \left[\frac{W}{K} \right]$$

L'entropia di un sistema potrebbe diminuire nel ~~tempo~~ per effetti termici.

IN FORMA INTEGRATA

$$\Delta S = S(x_2) - S(x_1) = \int_{\tau} \frac{\phi(t)}{T} dt + \sum_{irr} \text{entropia per irreversibilità} \left[\frac{J}{K} \right]$$

TERMOSTATO A: $T_A \Delta S_A = -Q$ ①

TERMOSTATO B: $T_B \Delta S_B = Q$ ②

Da ① e ②

$$-\frac{Q}{T_A} + \frac{Q}{T_B} \geq 0$$

$$\left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A}\right) Q \geq 0$$

sono uguali se $Q=0$ o $T_A=T_B$, che è la stessa cosa.

Quindi il trasferimento di calore è intrinsecamente irreversibile perché è reversibile solo quando non avviene.

VALE > 0:

Se $T_A > T_B \Rightarrow Q > 0$ cioè si muove da T_A a T_B

Se $T_B > T_A \Rightarrow Q < 0$ cioè si muove da T_B a T_A

Q è trasferito solo da ambiente a T maggiore del ambiente a T minore.

$$L_n = \left[1 - \frac{1}{\Gamma} \right] Q^+$$

equivalente termico del calore

fattore di Carnot

Lezione 22/03

- ① GRANDEZZE DI STATO DIRETTAMENTE MISURABILI T, p, V
- ② GRANDEZZE DI STATO NON DIRETTAMENTE MISURABILI U, H, S
- ③ ABBIAMO INTRODOTTO FORME DIFFERENZIALI UTILIZZABILI

$$\tilde{Q} = \lambda_v dV + C_v dT = \lambda_p dp + C_p dT$$

$$\tilde{L} = p dV$$

I° PRINCIPIO $\tilde{Q} - p dV = dU$

II° PRINCIPIO $dS \geq \frac{\tilde{Q}}{T}$

IPOTESI DELLA TRATTAZIONE

Q' interessano i fenomeni che avvengono all'interno e non, se il sistema si muove, o meno

① $\Delta E_c = 0 \rightarrow L_{se} = L_i$

② fluidi reversibili: ipotesi forte \rightarrow I° PRINCIPIO $dS = \frac{\tilde{Q}}{T}$
 (nessuna irreversibilità)

ENERGIA INTERNA U

$U = U(V, T)$ eq. di stato.

① $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$ forma differenziale

② Da IPTSC: $\tilde{Q} - \tilde{L} = dU$

$\tilde{Q} = \lambda_v dV + C_v dT$ $\tilde{L} = p dV$

③ $dU = \lambda_v dV + C_v dT - p dV = (\lambda_v - p) dV + C_v dT$

$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = (\lambda_v - p)$

$\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = C_v$

IN FORMA SPECIFICA RISPETTO ALLA MASSA

$\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = (\lambda_v - p)$

$\left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v$ calore specifico a vol. costante.

in forma massica

I PRINCIPIO TERMODINAMICA SISTEMI CHIUSI

$$\tilde{q} - \tilde{L} = dU$$

① $\tilde{q} - p dV = dU$

in forma massica:
 $\tilde{q} - p dV = dU$

② $dH = dU + p dV$

$$\tilde{q} - p dV = dH - d(pV) = dH - dpV - p dV$$

in forma massica:
 $\tilde{q} + v dp = dH$

$$\tilde{q} + v dp = dH$$

II PRINCIPIO TERMODINAMICA PER SISTEMI CHIUSI:

$$\tilde{q} = T ds$$

① $T ds - p dV = dU$

in forma massica

$$T ds - p dV = dU$$

② $T ds + v dp = dH$

$$T ds + v dp = dH$$

ENERGIA LIBERA DI GIBBS G

DEFINIZIONE:

$$G = H - T \cdot S$$

$$dG = dH - T ds - S dT$$

$$dG = v dp - S dT$$

Equilibrio di una reazione chimica \rightarrow minimizzazione G della miscela reagente

GAS IDEALE

Eq. di stato $pv = R^*T$

① $dv = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v$ nel caso dei gas ideali $= \frac{TR^*}{v} = p$ $dv = p$

② $du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dp$ per i gas ideali $T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p = 0$

③ $du = c_v dT$ $u = u(T)$

④ $dp = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$ per un gas ideale $= -\frac{TR^*}{p} = -v$ $dp = -v$

⑤ $dh = c_p dT + \left[v + T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp = c_p dT + \left[v + \frac{R^*T}{p} \right] dp$

⑥ $dh = c_p dT$ $h = h(T)$

ENTROPIA

$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv$

$ds = \frac{c_v}{T} dT + \frac{dv}{T}$ da Maxwell $\left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v$

$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv$ nel caso dei gas ideali $pv = R^*T$

$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$

$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v} \rightarrow \Delta s = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R^* \ln \frac{v}{v_0}$ ①

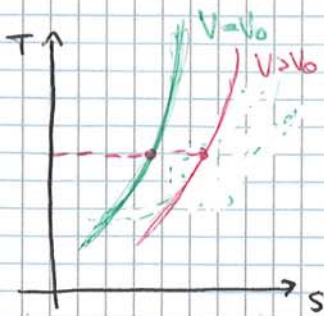
$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T dp = c_p \frac{dT}{T} + \frac{dp}{p}$
da Maxwell $\left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$

$ds = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp$

$ds = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp$ nel caso dei gas ideali $pv = R^*T$

$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p}$

$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p} \rightarrow \Delta s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{p}{p_0}$ ②



isocora: $ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$ $R^* = c_v (f-1)$

$ds = c_v \frac{dT}{T} + c_v (f-1) \frac{dv}{v}$

fissato ϕ e punto generico S:

$s - s_0 = c_v \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - c_v \ln \left(\frac{v_0}{v} \right)$

Scego che punto ϕ sia il punto di riferimento del calcolo dell'entropia.

$s_0 = \phi$

$s = c_v \ln \left[\frac{T}{T_0} \left(\frac{v}{v_0} \right)^{f-1} \right] = c_v \ln \left[\frac{T}{T_0} \right] + c_v \ln \left(\frac{v}{v_0} \right)^{f-1}$

isocora $v = \text{cost}$: $v = v_0$

$s = c_v \ln \left[\frac{T}{T_0} \right]$

ANDAMENTO LOGARITMICO
RISpetto ALLA TEMPERATURA

isocora per $v > v_0$

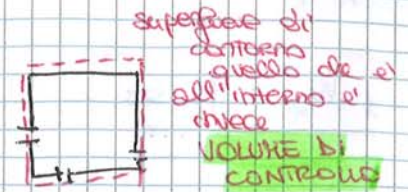
DIFFERENZIALE DI GRANDINEA ESTENSIVA IN SISTEMA APERTO

Z grandezza estensiva generica

↳ a cui è associata grandezza specifica massica $z = \frac{Z}{M}$

$\frac{dZ}{dt}$ in caso di descrizione euleriana di sistema aperto:

$$\frac{dZ}{dt} = \left[\frac{dZ}{dt} \right]_{vc} + \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R z_R$$



NC = Numero controlli
 ± → positivo in uscita, negativo in ingresso.

$$\frac{dH}{dt} = \left[\frac{dH}{dt} \right]_{vc} + \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R h_R$$

$$\frac{dS}{dt} = \left[\frac{dS}{dt} \right]_{vc} + \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R s_R$$

Bilancio di grandezza estensiva: massa M

$$\frac{dM}{dt} = \left[\frac{dM}{dt} \right]_{vc} + \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R \quad z = \frac{M}{M} = 1$$

in condizioni non relativistiche $\frac{dM}{dt} = 0$

$$\left[\frac{dM}{dt} \right]_{vc} + \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R = 0 \rightarrow \left[\frac{dM}{dt} \right]_{vc} = - \sum_{R=1}^{NC} \pm G_R$$

$$\left[\frac{dM}{dt} \right]_{vc} = \sum_{R=1}^{NC} G_R - \sum_{R=1}^{NC} G_R$$

in ingresso in uscita

se $\left[\frac{dM}{dt} \right]_{vc} = 0 \rightarrow \sum_{R=1}^{NC} G_R = \sum_{R=1}^{NC} G_R$

↑ ↑
 ingresso uscita

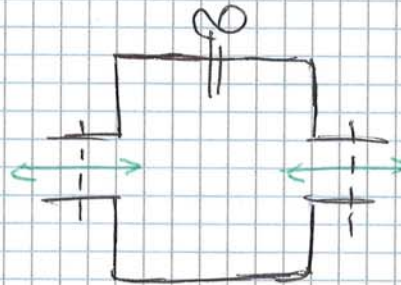
FLUSSI INGRESSO ≡ FLUSSI USCITA

ipotesi di stazionarietà!

Lavoro per fonte di superficie

$$L_{SE}^s = L_t + L_o + L_{sp}$$

Lavoro tecnico (controllabile) Lavoro di spostamento (della superficie di controllo)

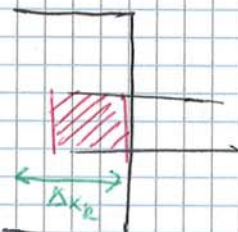


Lavoro di fonte di superficie è anche associato agli scambi di massa tra sistema ed esterno.

In forma di potenza:

$$W_{SE}^s = W_t + W_o + W_{sp}$$

Considerato sezione di uscita:



Massa M_k
 Lunghezza di spostamento Δx_k
 Lavoro di spostamento
 $L_{sp}^k = \frac{p_k A_k}{\rho_k} \cdot \frac{\Delta x_k}{\Delta t}$
 forza spostamento

Portata:

$$G_R = \rho_k A_k w_k$$

p_k pressione applicata alla sezione di passaggio A_k

POTENZA DI SPOSTAMENTO

$$W_{sp}^k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L_{sp}^k}{\Delta t} = p_k A_k \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = p_k A_k w_k$$

SISTEMI TERMODINAMICI APERTI

① Eq. ENERGIA cinetica

$$W_{SE}^S + W_a + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt} - W_i \cdot W = 0$$

$$W_{SE}^S + W_a + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

$$W_{SE}^W = W_t + W_o + W_{sp}$$

$$W_a + W_t + W_o + W_{sp} + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt} = p \frac{dV}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot V$$

$$W_a + W_t + W_o + \frac{dp}{dt} \cdot V + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt} = 0$$

$$\frac{dEc}{dt} = \left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k \cdot e_{ck}$$

$$W_a + W_t + W_o + \frac{dp}{dt} \cdot V + \left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{ck} + \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{pk} = 0$$

$e_c = \frac{E_c}{M}$ energia cinetica massiva

$$\frac{dEp}{dt} = \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{pk}$$

$e_p = \frac{E_p}{M}$

$$W_a + W_t + W_o + V \frac{dp}{dt} + \left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} + \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (e_{ck} + e_{pk}) = 0$$

forma completa equazione energia cinetica sistema aperto

Ipotesi semplificative

① $W_a = 0$

② $W_t = 0$

trascurabili gli effetti di attrito

③ $\left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} = 0$

$\left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} = 0$

④ $e_c = 0$

velocità dei fluidi che attraversano il sistema si mantengono costanti.

$e_p = 0$

dimensioni dei sistemi fanno ordini di grandezza tanto piccoli da essere trascurabili.

$$W_t = - V \frac{dp}{dt}$$

lavoro del sistema verso l'esterno.

$$L_t = - \int_{\Gamma} V \frac{dp}{dt} dt = - \int_{\Gamma} V dp$$

in forma massica

$$L_t = - \int v dp$$

se $dp > 0 \rightarrow$ compressione
se $dp < 0 \rightarrow$ espansione

$L_t < 0$ ESTERNO \rightarrow SISTEMA
 $L_t > 0$ SISTEMA \rightarrow ESTERNO

ABBANDONANDO IPOTESI SEMPLIFICATIVE

$$W_t = -V \frac{dp}{dt} - W_o - W_a - \left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} - \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} - \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (e_c + e_p)_k$$

$\left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} > 0$ STRAIVIVO

$\left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} < 0$ AGGIUNTIVO

INGRESSO $+ \sum G_k (e_c + e_p)_k$ USCITA $- \sum G_k (e_c + e_p)_k$

se: $\sum_{IN} G_k e_{ck} > \sum_{OUT} G_k e_{ck} > 0$

da cui $W_t > 0$

PRIMO PRINCIPIO TERMODINAMICA PER SISTEMI APERTI

$$\phi - W_{se} = \frac{dV}{dt} + \frac{dEc}{dt}$$

$$\phi - (W_{se}^s + W_{se}^d) = \frac{dV}{dt} + \frac{dEc}{dt}$$

$$\phi - W_{se}^s = \frac{dV}{dt} + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt}$$

$$W_{se}^s = W_e + W_o + W_{sp}$$

$$\phi - (W_e + W_o + W_{sp}) = \frac{dV}{dt} + \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt}$$

$$\textcircled{1} W_{sp} = \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k (p_v)_k$$

$$\textcircled{2} \frac{dV}{dt} = \left[\frac{dV}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k v_k$$

$$\textcircled{3} \frac{dEc}{dt} = \left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k e_{ck}$$

$$\textcircled{4} \frac{dEp}{dt} = \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k e_{pk}$$

$$\phi - (W_e + W_o) = \frac{d}{dt} [V + Ec + Ep]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k (h + p v + e_c + e_p)_k$$

$$\phi - (W_e + W_o) = \frac{d}{dt} [V + Ec + Ep]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k (h + e_c + e_p)_k$$

FORMA COMPLETA I° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER SISTEMI APERTI

HYP

$W_o = 0$ STATIONARIETA' $\left[\frac{dV}{dt} \right]_{vc} = 0$ $\left[\frac{dEc}{dt} \right]_{vc} = 0$ $\left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} = 0$
 e_c, e_p non variano tra IN e OUT

$$\phi - W_e = \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k h_k$$

HYP. 1 in e 1 out $G_{in} = G_{out} = G$

$$\phi - W_e = G (h_{out} - h_{in})$$

HYP. sistema adiabatico: $\phi = 0$

$$-W_e = G (h_{out} - h_{in})$$

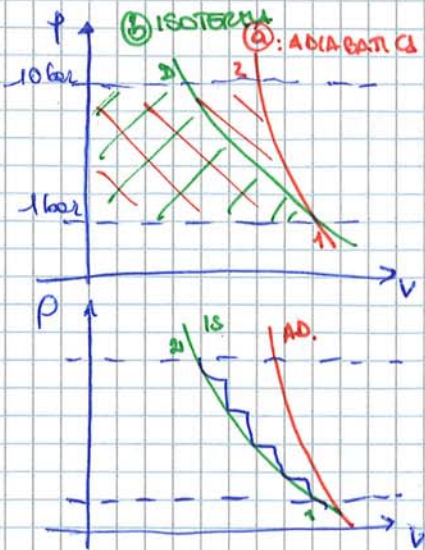
$$W_e = G (h_{in} - h_{out})$$

se $h_{in} > h_{out}$ $W_e > 0$
 se $h_{in} < h_{out}$ $W_e < 0$

HYP. scambiatore di calore; $W_e = 0$

$$\phi = G (h_{out} - h_{in})$$

se $h_{in} > h_{out}$ $\phi > 0$
 se $h_{in} < h_{out}$ $\phi < 0$

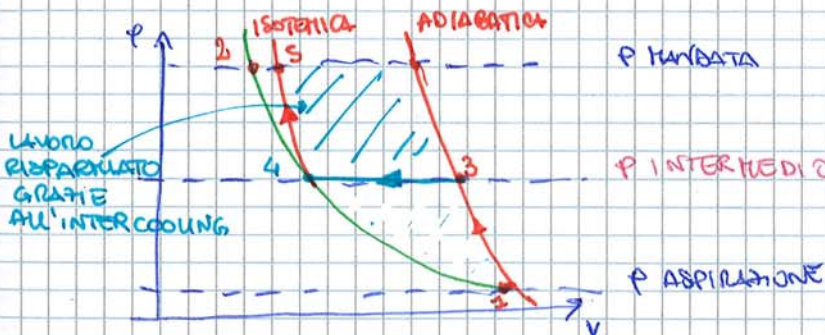
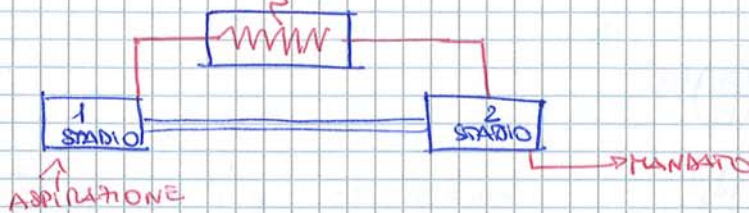


Compressione $f > 1$
 (A) ADIABATICA $pv^\gamma = \text{cost}$
 (B) ISOTERMA $pv = \text{cost}$

$l_f \text{ ADIABATICA} > l_f \text{ ISOTERMA}$

compressioni adiabatiche con 20 stadi di interrefrigerazione
 ↓
 compressione isoterma

INTERCOOLING: 2 STADI DI COMPRESIONE INTERREFRIGERATI INTERREFRIGERATIONE



- (1) 1 → 2 compressione adiabatica
- (2) 2 → 3 interrefr. isobara ($p_2 = p_3$) pino a $T_{\text{aspirazione}}$ ($T_2 = T_3$)
- (3) 3 → 4 compressione adiabatica

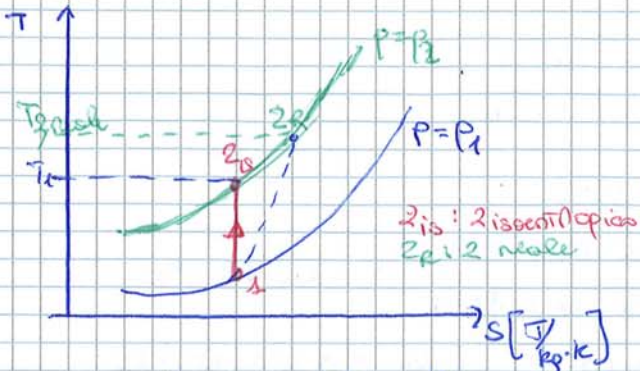
lavoro termico per sistemi aperti lungo adiabatica

$$\begin{aligned}
 l_t &= - \int_1^2 v dp = \int_2^1 v dp & pv^\gamma &= p_1 v_1^\gamma \\
 &= p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1 \int_2^1 \frac{1}{p^{\frac{1}{\gamma}}} dp = p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1 \int_2^1 p^{-\frac{1}{\gamma}} dp = \frac{p_1^{\frac{1}{\gamma}} v_1}{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot [p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}] = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1^{\frac{\gamma}{\gamma}} v_1 [p_1^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p_2^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}] = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]
 \end{aligned}$$

$$l_t = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

se $p_2 > p_1 \rightarrow l_t < 0$ COMPRESIONE
 se $p_2 < p_1 \rightarrow l_t > 0$ ESPANSIONE

ESEMPIO: COMPRESIONE



$P_2 > P_1$ compressione $P_2 \rightarrow P_1$
 $\Delta S = \frac{Q}{T} + S_{irr}$ APPLICATO A COMPRESIONE

- ① TRASFORMAZIONE ADIABATICA $Q=0$
 & si aggiunge l'ipotesi di:
- ② TRASFORMAZIONE REVERSIBILE $S_{irr}=0$

quindi: trasformazione di compressione adiabatica reversibile e' trasformazione **ISENTROPICA** da cui $\Delta S=0$

PUNTO 2 REALE \rightarrow TROVA AD UNA ENTROPIA $S_{irr} > S_r$ punto di inizio della compressione
 la trasformazione di compressione reale e':

- ① ADIABATICA $Q=0$
- ② MA NON E' REVERSIBILE $\Delta S > 0$ $S_{irr} > S_r$ perché $S_{irr} > 0$

PT sa per compressione (1 \rightarrow 2)

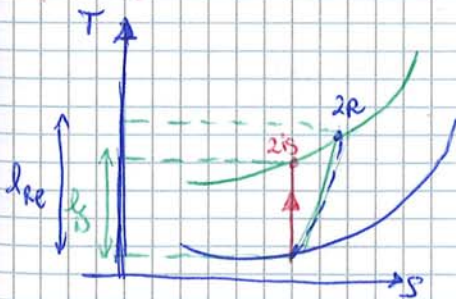
$$\phi - W = \frac{d}{dt} [U + E_p + E_c]_{vc} + \sum_{k=1}^N \dot{Q}_k = G_k [h + e_c + e_p]_k$$

condizione di lavoro stazionario

$$-W = G_2 h_2 - G_1 h_1 \quad \rightarrow \text{Tra ing ed usa. } G_1 = G_2 = G$$

$$-W = G(h_2 - h_1)$$

$$e_c = (h_2 - h_1) < 0 \rightarrow |e_c| = |h_2 - h_1|$$



se re fluido e' un gas ideale
 $dh = c_p dT$

da cui $|e_c| = c_p (T_2 - T_1)$
 $|e_{c1s}| < |e_{c1r}|$

Viene quindi introdotto un "parametro di merito" che esprime la qualità termodinamica del compressore tramite un valore di efficienza.

$$\eta_{is,r} = \frac{|e_{c1s}|}{|e_{c1r}|} \quad 0 \leq \eta_{is,r} \leq 1 \text{ rendimento isentropico di compressione}$$

OVVIAMENTE: $\eta = 1$ se compressione isentropica (ideale)

ALTRIMENTI $\eta < 1$

LA COMPRESIONE
 DI QUESTO PARAMETRO
 HA PERMETTE DI CALCOLARE
 IL PUNTO DI PARTENZA
 REALE NEL PUNTO DI
 PARTENZA ISENTROPICO

$$\eta_{is,r} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow h_{2r} = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{is,r}}$$

volume di inizio compressione noto

risolvibile applicando equazione dell'adiabatica reversibile (isentropica)

CICLI MOTORI

↳ CICLI MOTORI A. GAS

A prescindere dal fluido che permea il ciclo:

$L(c) > 0$

DA IPT

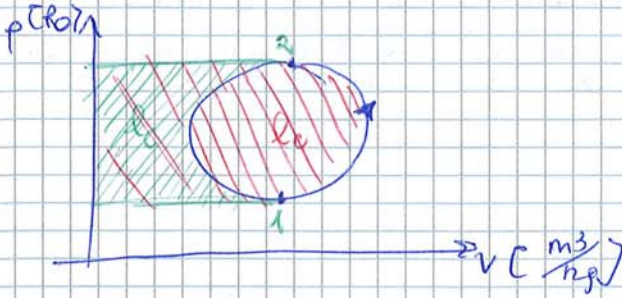
$L(c) = Q(c)$

$Q(c) > 0$

$Q(c) > 0$

SISTEMA APERTO: $L_T = - \int v dp$

su un ciclo completo: $L_T(c) = - \int_c v dp > 0$ in ciclomotore



fase di ciclo di compressione necessaria dal sistema

fase di ciclo con lavoro di espansione fatto dal sistema esterno

$L_c > L_c$

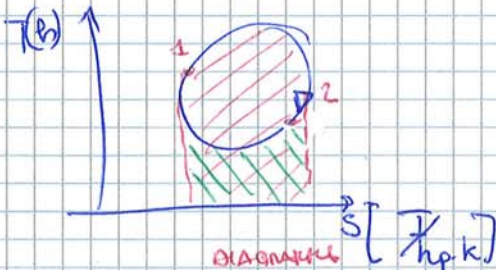
quindi: $L_c = L_c - L_c > 0$

rappresenta l'area interna del ciclo.

Area interna rappresentata:

- ① $L(c)$
- ② $Q(c)$ calore netto scambiato tra sistema e ambiente

Ciclo di Gibbs



DIAGONALI ANCHE NEL CASO DI GAS IL CICLO ROTONDO È PERCORSO IN SENSO ORARIO.

fase con $Q > 0$ cioè inserito nel sistema.

Fase di ciclo con $Q < 0$ cioè calore ceduto dal sistema verso l'esterno

$Q_R > Q_C$

$Q_C = Q_{ceduto} - Q_{ricevuto} > 0$

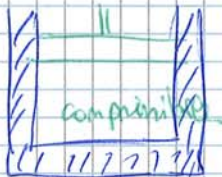
$Q(c) > 0 \rightarrow L(c) > 0$

Area interna: ① $Q(c)$

② $L(c)$

MACCHINE CHE REALIZZANO IL CICLO

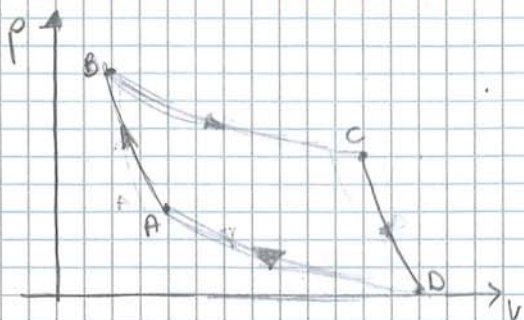
motore volumetrico



- ① Compressione
- ② inserimento di calore nel fluido (cibatura, riscaldatura)
- ③ Espansione
- ④ cessione di calore del fluido all'esterno (cibatura, riscaldatura)

PROPRIETÀ DI CICLI A 4 POLITROPICHE A 2 A 2 OPPOSTE

Lezione 2/24



BC politropica dello stesso tipo della DA
 AB politropica dello stesso tipo di CD

AB: $P_A V_A^n = P_B V_B^n$
 BC: $P_B V_B^m = P_C V_C^m$
 CD: $P_C V_C^n = P_D V_D^n$
 DA: $P_D V_D^m = P_A V_A^m$

~~$P_A P_C P_D P_B V_A^n V_B^m V_C^n V_D^m = P_A P_B P_C P_D V_A^m V_B^n V_C^m V_D^n$~~

$V_A^n V_B^m V_C^n V_D^m = V_A^m V_B^n V_C^m V_D^n$

$V_A^{(n-m)} V_C^{(n-m)} = V_B^{(n-m)} V_D^{(n-m)}$

$V_A V_C = V_B V_D$

conservazione prodotto inverso dei volumi massici!

~~$P_A P_C = P_B P_D \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^n \cdot \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^n$~~

però $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$

$\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^n / \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^n = 1$ unite!

$P_A P_C = P_B P_D$

conservazione prodotto incrociato delle pressioni!

$\frac{T_A}{V_A} \cdot \frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B} \cdot \frac{T_D}{V_D}$ eq. di stato dei gas.

$T_A T_C = T_B T_D$ perché $V_A V_C = V_B V_D$

quindi:

$T_A T_C = T_B T_D$ conservazione prodotto incrociato delle temperature

CICLI MOTORI A GAS

- IP. ① cicli ad area standard
- ② cicli reversibili

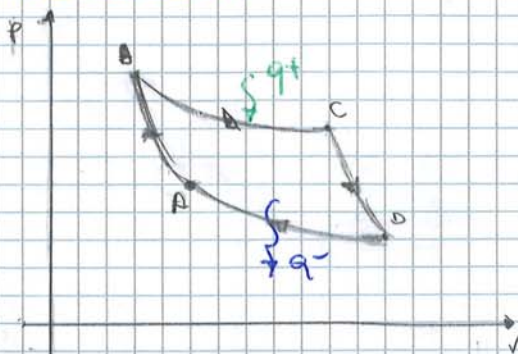
Cicli:

- 1 CARNOT
- 2 OTTO
- 3 DIESEL
- 4 JOLIE

↳ RIGENERATIVO
 ↳ EFFETTO BOYLE
 ↳ REVERSIBILI

CICLI DI CARNOT A GAS

Intendere non realizzabile, ma ragioniamo in riferimento per gli altri cicli. Restano penalmente a dati calori di temp. Estreme di ciclo.



AB compressione (adiabatica reversibile) = isentropica

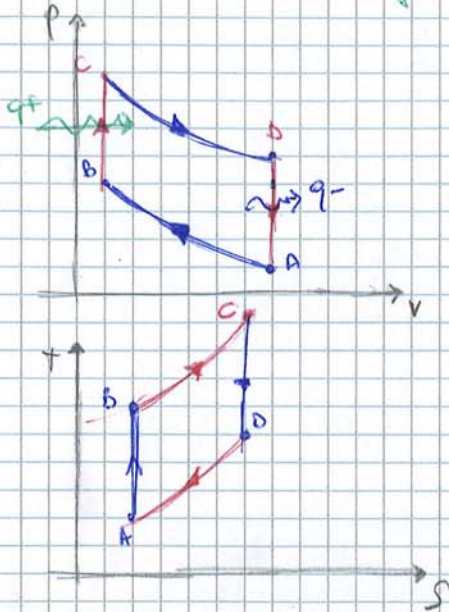
BC isoterma con inserimento di calore q_+

CD espansione (adiabatica reversibile) = isentropica

DA isoterma con cessione di calore q_-

2 ciclo Otto

Ciclo termodinamico di riferimento per motori ad accensione comandata



- AB compressione adiabatica reversibile
- BC isocora di assorbimento di calore q^+ nel ciclo
- CD espansione adiabatica reversibile
- DA isocora di cessione di calore q^- verso esterno

calcolo rendimento del ciclo.

$$M_o = \frac{q^+}{q^-} = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{C_v(T_D - T_A)}{C_v(T_B - T_C)}$$

q isocora: $\hat{q} = C_v dt$

$$M_o = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1}$$

$$M_o = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

$$p = \frac{V_A}{V_B} \quad \beta = \frac{p_B}{p_A}$$

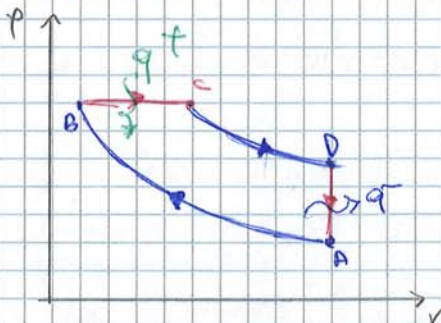
$$M_o = 1 - \frac{1}{\beta^{1/\gamma}}$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$T_A V_A^{1/\gamma} = T_B V_B^{-1/\gamma}$$

$$M_o = 1 - \frac{1}{\beta^{1/\gamma}}$$

2 ciclo Diesel



- AB compressione adiabatica reversibile
- BC espansione isocora di assorbimento di calore q^+ del ciclo
- CD espansione adiabatica reversibile
- DA isocora di cessione di calore q^- verso l'esterno

rendimento ciclo diesel.

$$M_o = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{C_v(T_D - T_A)}{C_p(T_C - T_B)} \quad \frac{C_v}{C_p} = \frac{1}{\gamma}$$

$$M_o = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_A}{T_B} \frac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1}$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_D}{T_C} \cdot \frac{T_C}{T_B} \cdot \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C}{T_B} \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D} \frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C}{T_B}$$

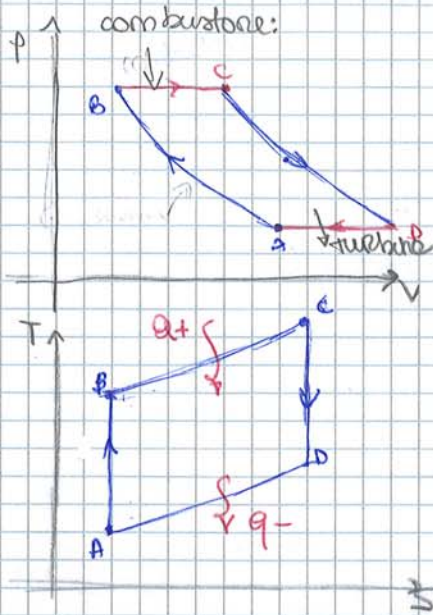
$$\delta = \frac{V_C}{V_B} \quad \text{rapporto di compressione}$$

$$\frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} = \delta^{\gamma}$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{V_C}{V_B} = \delta$$

$$M_o = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{1}{\gamma} \frac{\delta^{\gamma} - 1}{\delta - 1}$$

CICLO JOULE ciclo di riferimento per Turbogas e Turbojet



- AB compressione adiabatica reversibile.
- BC isobara di immissione calore q^+ nel ciclo
- CD espansione adiabatica reversibile.
- DA isobara di espulsione di calore q^- dal ciclo.

CICLO JOULE: Motore a flamma, ciclo rappresentativo di macchine a combustione interna a flamma continua: ex turbina a gas. Flamma a lancia standard.

Rendimento ciclo joule

$$\eta_J = 1 - \frac{q^-}{q^+} \quad \begin{matrix} q^- = c_p dT \\ q^+ = c_p dT \end{matrix}$$

$$\eta_J = 1 - \frac{c_p(T_D - T_A)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

$$\eta_J = 1 - \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1} \quad \text{perché } T_A T_C = T_B T_D$$

poligrafiche a 2 a 2 opposte!

$$\eta_C = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

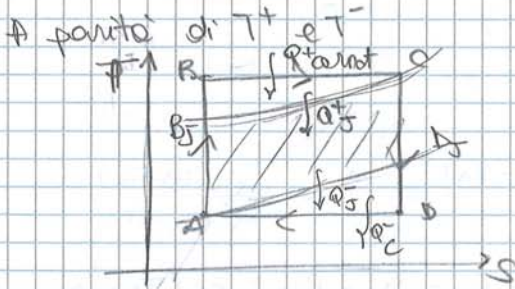
$$\eta_C = 1 - \frac{1}{p^{\gamma-1}}$$

$$\eta_C = 1 - \frac{1}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$p = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\beta = \frac{p_B}{p_A}$$

β rapporto manometrico grandezza di fanga dei turbogas, insieme $T_{IT} = T_C \approx 1800^\circ C$



$$\eta_{TC} = 1 - \frac{T_A}{T_C}$$

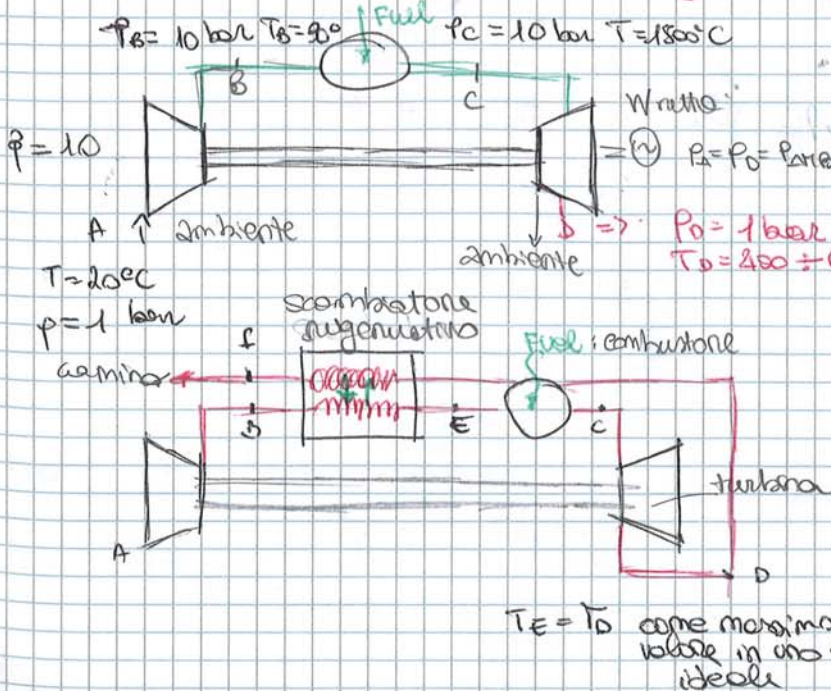
$$\eta_J = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

$\therefore T_C = T_{IT}$ Turbine max temperature

$$\begin{matrix} Q_c^+ > Q_j^+ \\ Q_c^- < Q_j^- \end{matrix}$$

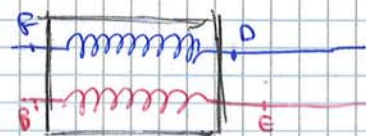
Macchine Joule usate per produrre elettricità.

Modifica al ciclo Joule semplice: ciclo joule regenerativo

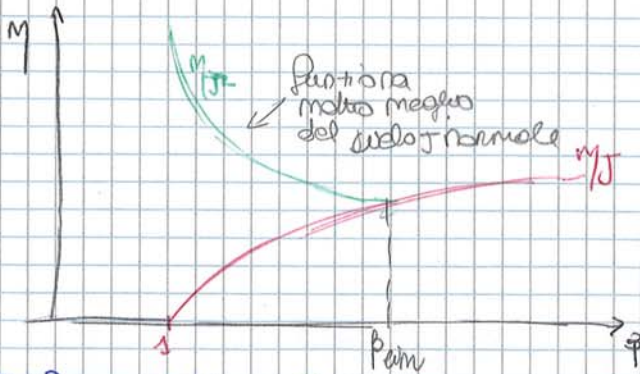


Ma perché buttare via una T_D così alta? Allora cosa usare questi flussi per riuscirci? Ottimizzare uno scambiatore tra l'aria e la flamma in B. Solo a quel punto si potrà far usare il resto del combustibile. In questo modo consumo meno combustibile: ciclo JOULE REGENERATIVO.

T_E può essere al massimo uguale a T_D .



$T_E = T_D$ come massimo valore in uno scambiatore ideale



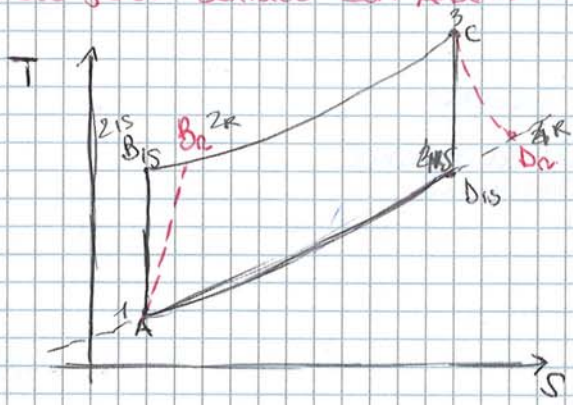
data $\frac{T_{max}}{T_{min}}$

$\eta_{JR} > \eta_J$
 ma $\eta_{JR} \downarrow$ con $\beta \uparrow$

Se T_2 e' in asse con $T_1 \rightarrow$ non posso più riprendere nulla! Quindi punto 2' e' in questa condizione dove non posso più riprendere la rigenerazione.

Se $\beta = \beta_{min}$ definito dalla situazione in cui $T_2 = T_1$ la rigenerazione non e' piu possibile.
 $\beta > \beta_{min}$ $\eta_{JR} = \eta_J$ ~~perche~~ η_{JR} va verso zero fino all'intersezione con η_J poi diventa un ciclo normale.

CICLO JOULE SETTRICE CON A DIABATICHE NON REVERSIBILI.



- AB compressione adiabatica
 AB_{is} reversibile $S_{Bis} = S_A$ (isentrope)
 AB_{re} non reversibile $S_{B2} > S_A$
- CD espansione adiabatica
 CD_{is} reversibile $S_{Dis} = S_C$
 CD_{re} non reversibile $S_{D2} > S_C$

CICLO JOULE REALE
 AB_{re}CD_{re}

compressione $l_{c2} + \Delta h = c_p \Delta T$

IDEALE: $l_{c_{is}} = c_p (T_{Bis} - T_A)$
 $l_{c2} > l_{c_{is}}$

REALE: $l_{c2} = c_p (T_{B2} - T_A)$

espansione $l_e = -\Delta h = -c_p \Delta T$

IDEALE: $l_{e_{is}} = -\Delta h = c_p (T_C - T_{Dis})$ reale: $l_{e2} = -\Delta h = c_p (T_C - T_{D2})$

$l_{e2} < l_{e_{is}}$

$q_{2}^+ = c_p (T_C - T_{B2})$
 $q_{is}^+ = c_p (T_C - T_{Bis})$
 $q_{2}^+ < q_{is}^+$

$l_n = l_e - l_{cal}$

Ma \downarrow l_n per Δ minimamente compensato da $\downarrow q^+$ ceduto al ciclo.

$\eta_{2} = \frac{l_{n2}}{q_{2}^+} < \eta_{is} = \frac{l_{n_{is}}}{q_{is}^+}$

$\eta_{JR} = \frac{l_{e2} - l_{cal}}{q_{2}^+} =$ ricordando che

$\eta_{is,c} = \frac{l_{c_{is}}}{l_{e_{is}}} = \frac{h_{2is} - h_1}{h_{2A} - h_1} = \frac{T_{2is} - T_1}{T_{2A} - T_1}$

$\eta_{is,re} = \frac{l_{e2}}{l_{e_{is}}} = \frac{h_3 - h_{42}}{h_3 - h_{4is}}$

$\eta_{JR} = \frac{\eta_{is,c} l_{e_{is}} - l_{cal}}{q_{2}^+} = \frac{\eta_{is,c} c_p (T_{Bis} - T_A) - c_p (T_{B2} - T_A)}{c_p (T_C - T_A) - \frac{T_{Bis} - T_A}{\eta_{is,c}}}$

$q_{2}^+ = c_p (T_C - T_{B2})$
 $q_{is}^+ = c_p (T_C - T_{Bis})$

$\eta_{is,c} = \left| \frac{l_{c_{is}}}{l_{c2}} \right| = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h_2} = \frac{c_p \Delta T_{is}}{c_p \Delta T_2}$

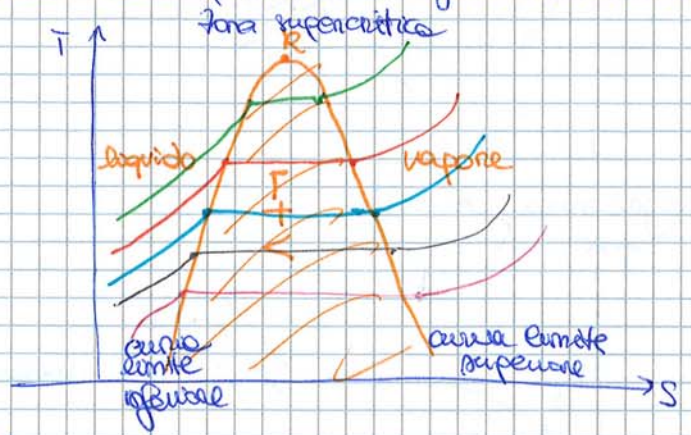
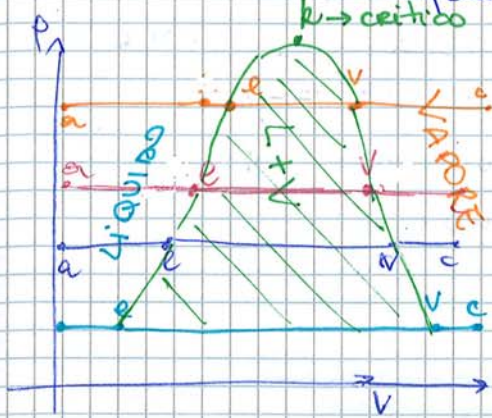
$\eta_{is,c} = \frac{T_{Bis} - T_A}{T_{B2} - T_A}$

$T = 100^\circ$ è la temperatura in cui H_2O a $p = \text{cost}$ evapora. La temperatura a cui avviene il passaggio di stato alla data pressione è definita: **temperatura di saturazione a quella pressione** $T_{sat} = T_{sat}(p)$.

esempio H_2O a $p = 1 \text{ bar}$ $\rightarrow T_{sat}(1 \text{ bar}) = 100^\circ C$

Tutti i liquidi al di sotto della temperatura di saturazione si definiscono **LIQUIDI SOTTORAFFREDDATI**

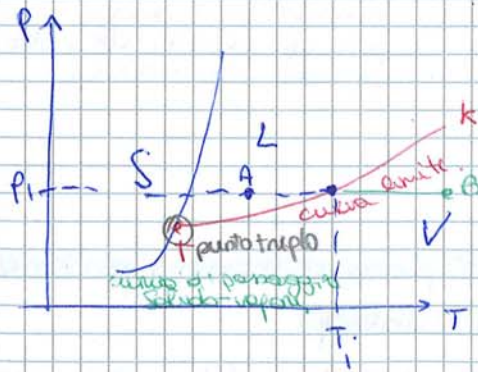
VAPORE SOTTORAFFREDDATO: Vapore che si trova ad una temperatura maggiore rispetto alla temperatura di saturazione alla pressione del gas considerato.



Il punto critico (k) è un punto notevole che dipende dal fluido. Il luogo dei punti k si chiama **CURVA LIMITE INFERIORE** mentre il luogo dei punti v si chiama invece **curva limite superiore**. In k ved. le coincidenze. Tra e e v è la zona di passaggio graduale da l a v. **Sopra k il liquido si trova in condizioni SUPERCRITICHE.**

$T_c = 647 \text{ K}$ (per H_2O)

PIANO P-T

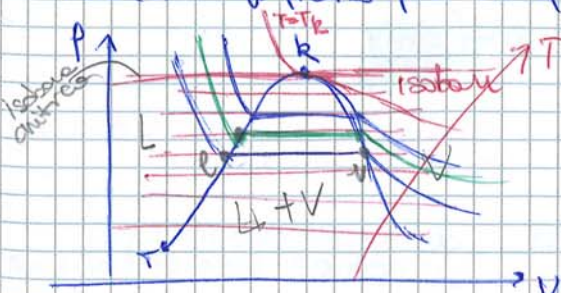


esempio H_2O : punto triplo
 $T = 273,16 \text{ K}$
 $p = 0,006112 \text{ bar}$

Sotto: $p = 6 \text{ mbar}$ può avvenire sublimazione.
 e aumenta $p \uparrow$ aumenta anche $T_{sat} \uparrow$.

A è liquido SOTTORAFFREDDATO
 B è vapore SOTTORAFFREDDATO
 C è linea di passaggio di stato $Liq_{sat}, vap_{sat}, vap_{sup}$

PROIEZIONE del piano p-v (COPLEYTON)

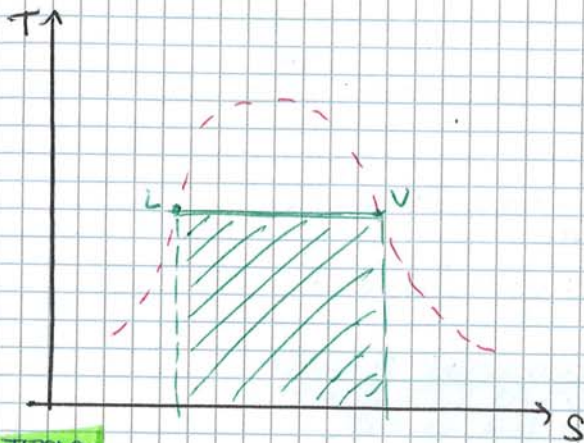


Tracciamento di sistemi.

Le isobare e le isoterme coincidono in L+V

Dato p o dato T si definisce univocamente

v_e e v_v
 volume massico di inizio evap. e volume massico di fine evap.



$\int T ds = \text{calore di evaporazione - condensazione}$

$T ds = dh + v dp$

perché il passaggio di stato a $p = \text{const}$

$T ds = dh$

quindi $q_{\text{evap}} = [h_v - h_l] = h_{lv}$

↑
entalpia di evaporazione - condensazione

Titolo:

$x = \frac{M_v}{M_l + M_v} \quad 0 \leq x \leq 1$

$x = 0$ completamente liquido $M_l = 0$

$x = 1$ completamente vapore $M_l = 0$

Consideriamo ~~una~~ una grandezza estensiva es. volume:

$V = V_l + V_v = M_l v_l + M_v v_v$

Volume molare miscela $l-v$: $v = \frac{V}{M} = \frac{M_l v_l + M_v v_v}{M} = (1-x)v_l + x v_v$

$x = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}$

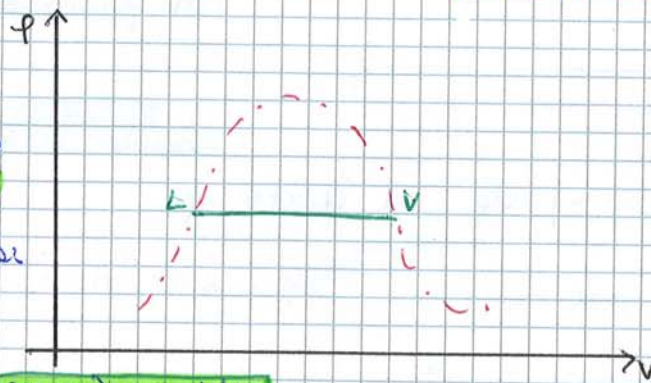
$x = \frac{p - p_l}{p_v - p_l}$

$x = \frac{s - s_l}{s_v - s_l}$

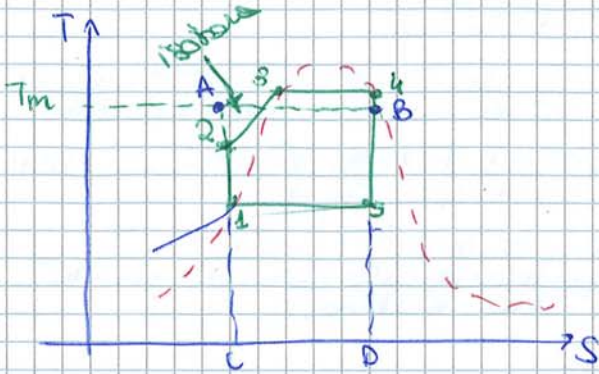
$V = v_l + x(v_v - v_l)$

$M = M_l + x(M_v - M_l)$

$x = \frac{v - v_l}{v_v - v_l} = \frac{p - p_l}{p_v - p_l} = \frac{s - s_l}{s_v - s_l} = \frac{u - u_l}{u_v - u_l}$



sposto il punto 1 sulla curva limite inferiore.

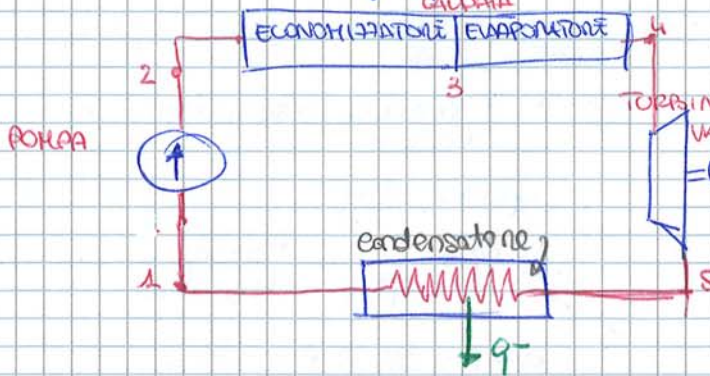


A causa della modifica:
 $x_1 = 0$ completamente liquido
 12 compressione in fase completamente liquida (pompaggio)

La fase di fornitura di calore è diventata 234 che non è più isoterma. (È isoterma che è il sistema solo tra 3 e 4)
 Quindi NON È PIÙ CICLO DI CARNOT.

Prima rappresentazione del ciclo Rankine.

① Abbiamo una pompa che porta il fluido da 1 a 2.



② Caldaia a vapore cambia lo stato del nostro liquido (Fornisce per combustibile esterno) 2 → 3 → 4

In 4 si fa alta pressione e alta temperatura e vapore.

③ Turbina di espansione tra 4 → 5

④ condensazione 5 → 1

Vengono positionate vicino corsi d'acqua o vicino al mare che sono condensatori naturali.

$T_{\text{condensazione}} = T_1 = T_5 = 25^\circ\text{C}$ ($p_{\text{condensazione}} = p_1 = p_5 = 0,0317 \text{ bar}$)

$T_{\text{evaporazione}} = T_3 = T_4 = 250^\circ\text{C}$ ($p_{\text{evaporazione}} = p_3 = p_4 = p_2 = 38,74 \text{ bar}$)

$\beta = \frac{38,75}{0,0317} = 1200$

COMPRESSIONE

$l_c = - \int_1^2 v dp = - v (p_2 - p_1)$

$|l_c| = v (p_2 - p_1) = 10^{-3} \cdot (38,75 - 0,0317) \cdot 10^5 \approx 4 \left[\frac{\text{KJ}}{\text{kg}} \right]$

ESPANSIONE

$l_e = h_u - h_s = 2800,7 - 1805,6 = 995 \left[\frac{\text{KJ}}{\text{kg}} \right]$

$\frac{|l_c|}{l_e} \approx 0,4\%$

Da cui considerando le calcoli del rendimento del ciclo:

$\eta = \frac{l_n}{q^+} = \frac{l_e - |l_c|}{q^+} \approx \frac{l_e}{q^+}$ p_c trascurabile.

$q^+ = \int_2^4 T ds = \text{Area sotto della trasformazione } 2-3-4$

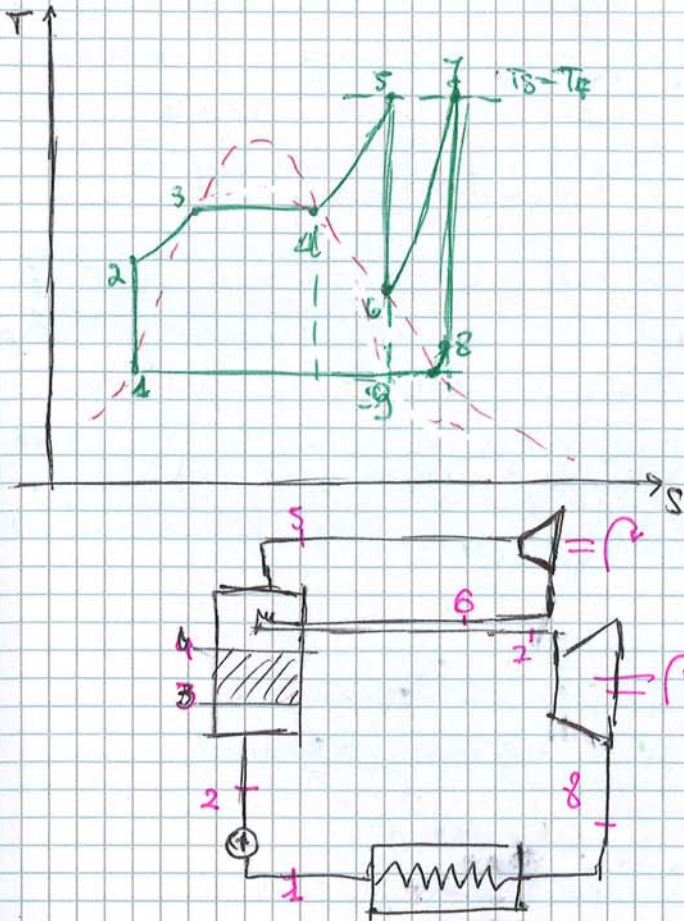
Introduca T_m tale che l'area sottesa ABED sia proprio coincidente con l'area 2-3-4CD, avvenuta q^+ .

Quindi: $A_{CABD} = q^+ = T_m (S_B - S_A) = T_m (S_3 - S_2)$

$\eta = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T_1 (S_5 - S_1)}{T_m (S_3 - S_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_m}$

CICLO RANKINE

lezione 26/01



3 livelli di pressione:

- ① $p_1 = p_8 = p_9 =$ pressione di condensazione
- ② $p_2 = p_3 = p_4 = p_5 =$ pressione all'evaporatore nel press. superiore di ciclo.
- ③ $p_6 = p_7 =$ pressione intermedia per superscaldamento.

Se la temperatura massima consentita

$$T_5 \leq 650 \div 700^\circ\text{C} \text{ e } p_5 \sim 150 \div 170 \text{ bar}$$

si ha un titolo finale che risulta essere maggiore di $x = 0,8$

Quindi si introducono delle trasformazioni che permettono di aumentare la temperatura media di ciclo e quindi il titolo.

$$\eta = \frac{e}{q^+}$$

calcoliamo il rendimento: **senza riscaldamento**

$$e_A = h_5 - h_9$$

$$\eta_A = \frac{h_5 - h_9}{h_5 - h_2}$$

② con il riscaldamento

$$e_B = (h_5 - h_6) + (h_7 - h_8) \quad \eta_B = \frac{(h_5 - h_6) + (h_7 - h_8)}{(h_5 - h_2) + (h_7 - h_6)}$$

L'aggiunta di calore e' da confrontare con il caso A perché nella ombra di dubbio $e_B > e_A$ con come $q^+_B > q^+_A$ per cui bisogna sempre calcolare caso per caso perché nelle ombre che il η_B sia maggiore del η_A .

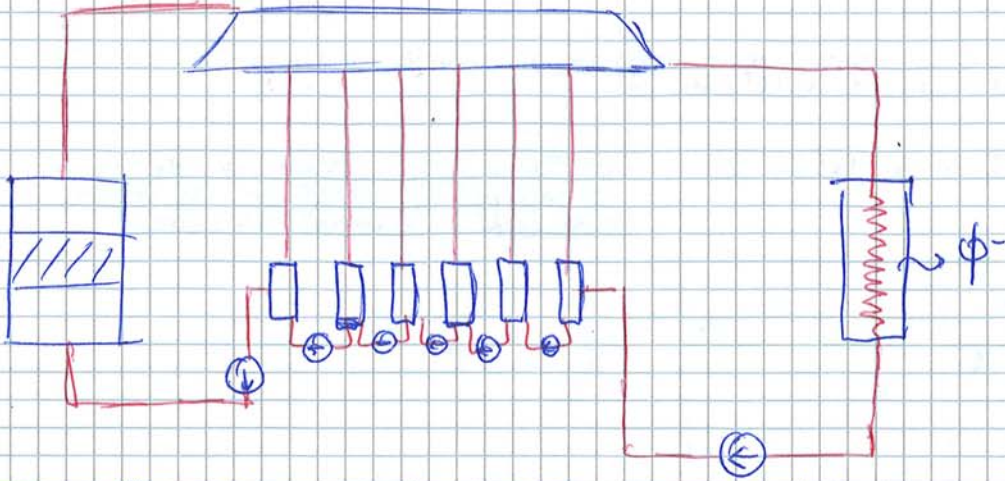
Perché $e_B > e_A$ e la potenza $W = q \cdot e$

- $W_B > W_A$ a parità di portata.
- A parità di potenza posso considerare una portata inferiore.

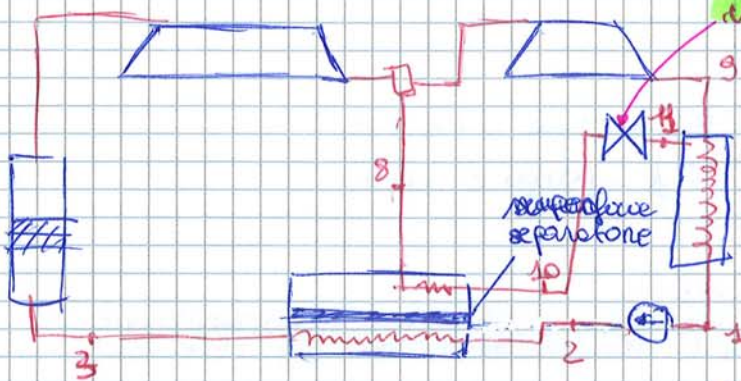
Ovviamente si può estendere questo processo (di riscaldamento ad n celle) Per migliorare il rendimento bisogna aumentare la temperatura media.

Se invece di mandare il fluido direttamente in caldaia, lo mandiamo in turbina, riusciamo a bruciare meno combustibile per riscaldare il fluido. Per questo e' una cosa tecnologicamente poco fattibile.

Tuttavia si può vedere il processo inverso: ovvero si potrebbe scaldare del vapore delle turbine e mandarlo utilizzato per scaldare l'acqua da 2 a 3. Questa viene chiamata **REGENERAZIONE**.



per n spilletamenti ci vogliono n+1 pompe: limite tecnologico ed economico.
 caso Alternativo: **SOLUZIONI A SUPERFICIE**



valvola: laminazione per abbassare la pressione da p_{10} a p_8

Equazione di conservazione nella valvola.

DPSA $\phi - W = \frac{d}{dt} \int_{CV} \rho h \, dV + \sum \dot{m} h_k$

$$\dot{m}_{10} (h_{10} - h_g) = 0$$

$h_{10} = h_g \rightarrow$ isentropico.

② EQ. E.C.M.

$$\frac{d}{dt} \int_{CV} \rho e \, dV + \dot{Q}_e + \dot{Q}_a + \int_{CV} \rho v \, dp + \sum \dot{m}_k (e_k + p_k) = 0$$

$$\dot{Q}_a + \int v \, dp = 0 \quad l_a = - \int_{10}^1 v \, dp$$

$l_a = -v (p_1 - p_0) > 0$

per definizione perché vi sono forze al attrito.

$p_{10} - p_{11} > 0 \rightarrow p_{10} > p_{11} \quad \underline{\text{CUD}}$

la laminazione è una trasformazione isentropica che porta all'abbassamento di pressione.

[NB] La potenza viene data dallo scambiatore a fluido da

$G_{10} (h_7 - h_8) \rightarrow$ per W_{78}
 e $(G_{rot} - G_{spiv}) (h_8 - h_9) \rightarrow$ per W_{89}

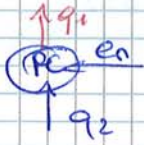
FINALITÀ CICLO FRIGORIFERO

↳ sottrarre calore mantenendo un ambiente a bassa T.

l'efficienza

$$\epsilon = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1 - Q_2|}$$

Pompa di calore



FINALITÀ: cedere calore Q_1 ad un ambiente ad elevata T.

Efficienza

$$COP = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{|Q_1|}{|Q_1 - Q_2|}$$

Non conviene fare cicli inversi a gas tipo Jule perché l'efficienza è molto limitata.

IPI al compressore

$$0 - e = \sum \dot{m} h_k$$

$$-e = \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1 \rightarrow e = \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 < 0$$

$$|e| = \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2$$

Se \dot{m}_1 è più a sinistra maggiore è l'efficienza della macchina

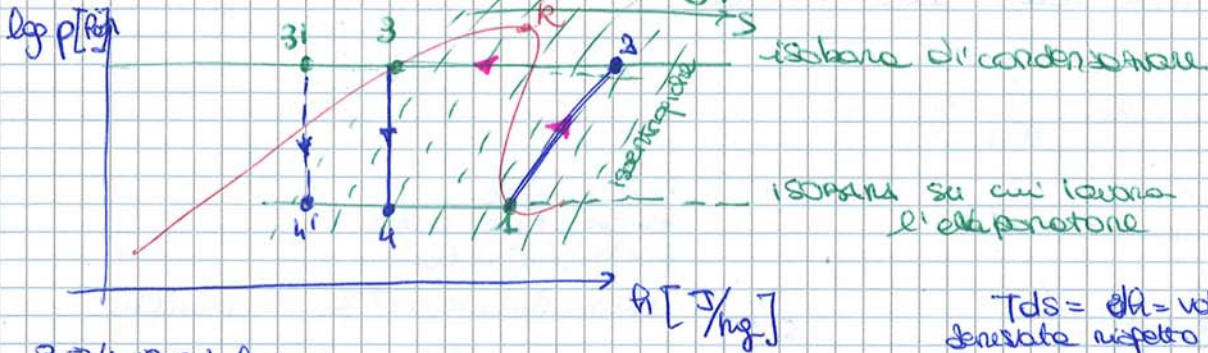
$$E = \frac{\dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2}{\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1}$$

quindi:

è aumentata se:

- aumenta l'efficienza $\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1$
- diminuisce la spesa del compressore $\dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2$

PIANI PIÙ UTILIZZATI PER CICLI INVERSI (log p-h)



- 3 → 4 isentropica
- 4 → 1 isobara e isoterma
- 1 → 2 isentropica
- 2 → 3 isobara e isoterma

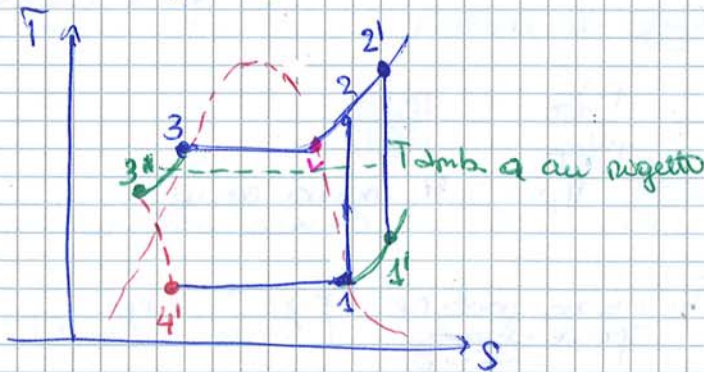
$$T ds = dh = v dp$$

derivata rispetto a s a p costante

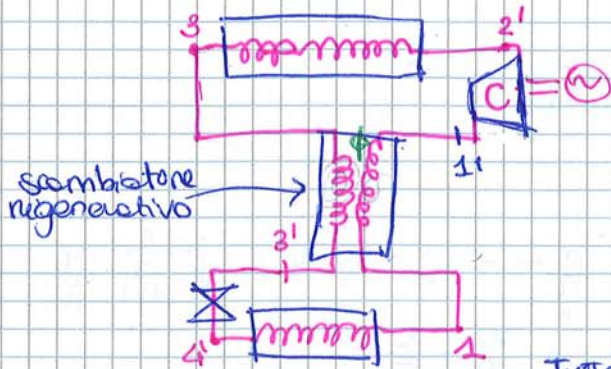
$$\left(\frac{dp}{dh}\right)_s = \frac{1}{v}$$

pendenza di linea isentropica sul diagramma p-h

$$h_{4'} - h_{2'} > h_4 - h_1$$



Il fatto che si debba abbassare la temperatura ad una inferiore rispetto a quella dell'esterno è una limitazione perché si può inserire un'ulteriore macchina. Quindi per fare abbassare la temperatura netto a contatto il fluido con una fonte di fluido a T nettamente inferiore così da poterlo abbassare a $T_{3'}$.



$$E = \frac{\dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2}{\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1}$$

spesa energetica

$$h_1 - h_{4'} > h_1 - h_4$$

$$l_c = -v dp \quad v_{1'} > v_1$$

$$|l_{c'}| > |l_c|$$

Tuttavia nel complesso si ha un'efficienza positiva con-

ENTALPIA DI MISCELA DI GAS

$$H = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i h_i = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i h_i R_i$$

ENTALPIA SPECIFICA MASSICA DELLA MISCELA DI GAS

$$h = \frac{H}{\dot{M}} = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{N}_i h_i}{\sum_{i=1}^n \dot{N}_i} \quad h_i = \sum_{i=1}^n x_i R_i \quad \text{ENTALPIA MASSICA } \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

ENTALPIA MISCELA GAS

$$S = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i s_i = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i R_i s_i$$

$$\rightarrow s = \frac{S}{\dot{M}} = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{N}_i s_i}{\sum_{i=1}^n \dot{N}_i} = \sum_{i=1}^n x_i s_i \quad \text{ENTALPIA MASSICA } \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

CALORI SPECIFICI

$$c_p = \sum_{i=1}^n x_i c_{p,i} \quad c_v = \sum_{i=1}^n x_i c_{v,i}$$

di cui:

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n x_i c_{p,i}}{\sum_{i=1}^n x_i c_{v,i}}$$

In modo del tutto analogo, riferendoci alle moli (rispetto che alla massa)

$$s = \sum_{i=1}^n y_i s_i \quad \text{entalpia specifica molare } \left[\frac{\text{J}}{\text{molK}} \right]$$

$$s = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i s_i = \sum_{i=1}^n \dot{N}_i s_i$$

$$s = \frac{S}{\sum \dot{N}_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{N}_i}{\sum \dot{N}_i} s_i = \sum_{i=1}^n y_i s_i$$

$$\bar{h} = \sum_{i=1}^n y_i \bar{h}_i$$

$$\bar{c}_p = \sum_{i=1}^n y_i \bar{c}_{p,i}$$

$$\bar{c}_v = \sum_{i=1}^n y_i \bar{c}_{v,i}$$

TERMODINAMICA "ARIA UMIDA"

Miscela di:

- miscela di gas permanenti (N, O, Ar, CO₂) = Aria
- componente condensabile: Vapore H₂O

① UMIDITA' ASSOLUTA (titolo):

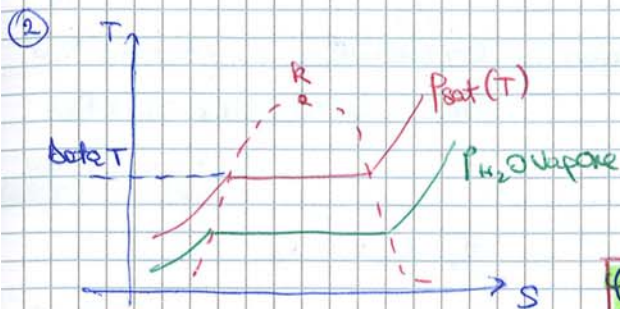
$$x = \frac{m_v}{m_a} \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right]$$

v: vapore H₂O
a: aria secca

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_v(T)}{p - p_v(T)}$$

$p_s(T)$ pressione saturabile H₂O alla temperatura di miscela T.

p pressione miscela compressa nella maggior parte dei casi $p = p_{amb} = 101325 \text{ (Pa)}$



$$\varphi = \frac{p_v}{p_{v,sat}}$$

la massima massa di vapore contenibile e' quella per cui il vapore comincia a condensare.

$\varphi = \frac{\text{la massa effettiva}}{\text{la massa di H}_2\text{O in saturazione}}$

(max vapore H₂O contenibile in fase vapore)

poiche' φ e' definito a data temperatura e dato volume.

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{v,sat}(T)}$$

considerazioni:

- Aria secca $\rightarrow \varphi = 0$ quando $p_v = 0$
- Aria satura $\rightarrow \varphi = 1$ quando $p_v = p_{v,sat}(T)$

φ in genere si esprime in percentuale.

Il vapore ovviamente varia tra 0 e 1. L'aria contenuta in un ambiente in cui v' e' un temporale e' completamente satura: umidita' $\varphi = 100\% = 1$
Nel deserto $\varphi = 35\%$.

Dalla φ :

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi p_s(T)}{p - \varphi p_s(T)}$$

ENTALPIA MISCELA "ARIA UMIDA"

$$H = m_a h_a + m_v h_v = M_a h_a + M_v h_v$$

L'entalpia specifica massica della miscela:

$$h = \frac{H}{M_{tot}}$$

poiche' la massa non si conserva poiche' il vapore cambia di massa se si condensa o se si sprutta acqua dentro, una si conserva (M_a) e una varia (M_v) quindi riferiamo h a M_a (che si conserva).

$$h = \frac{M_a h_a + M_v h_v}{M_a} = h_a + \frac{M_v}{M_a} h_v = h_a + x h_v$$

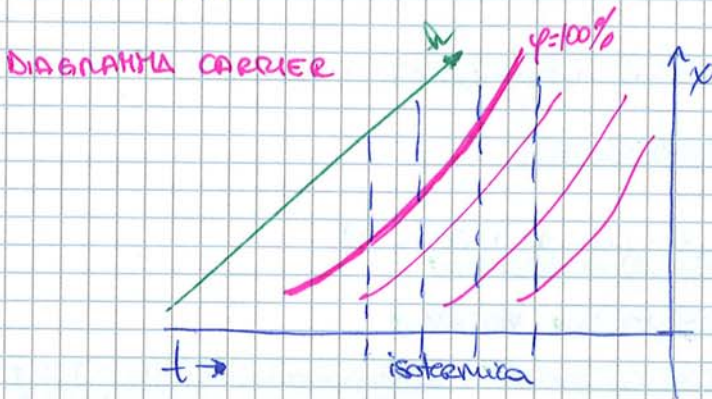
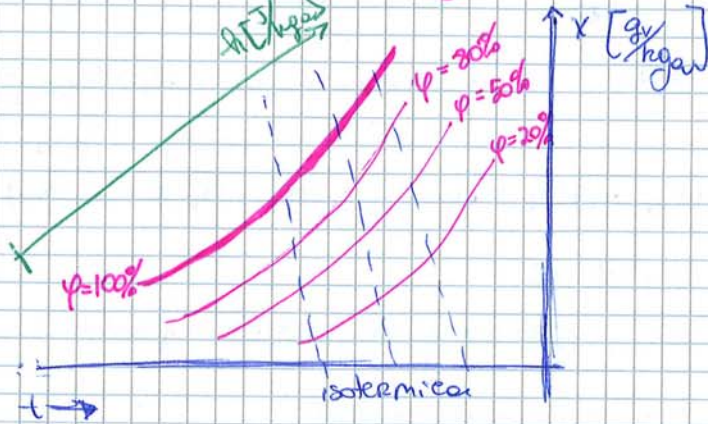
$$h = h_a + x h_v \quad \left[\frac{J}{kg_a} \right]$$

Calcoliamo l'entalpia considerando uno stato di riferimento: $T = 0^\circ\text{C}$ Acqua in fase liquida.

Il diagramma di Mollier per l'aria umida viene tracciato per le diverse pressioni della miscela. Per un'aria secca $p = p_{amb} = 101325 \text{ (Pa)}$

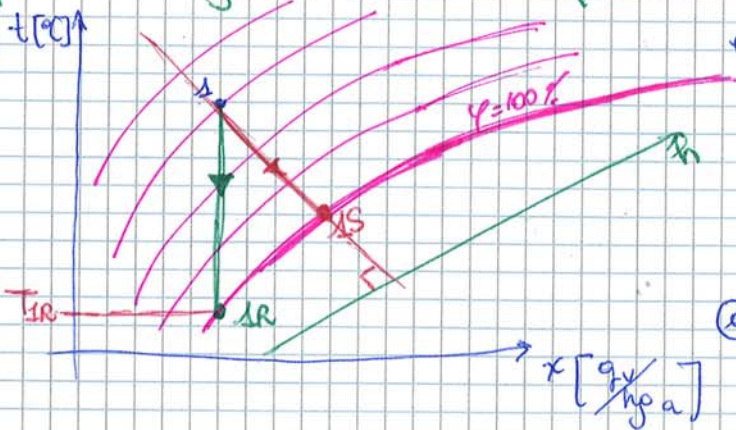
In ambito americano si utilizza un altro diagramma.

DIAGRAMMA ASHRAE (American Society of Heating Refrigeration and Air-conditioning Engineering).



Carrier: impianti di condizionamento che hanno elaborato il loro diagramma Ashrae considerando però le isoterme verticali.

Esempio del diagramma di Mollier per l'aria umida



punto 1: stato termodinamico aria umida.

- t
- x
- h
- phi

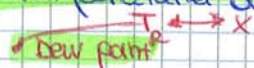
punti notevoli collegati al punto 1

(a) $x = \text{costante} \rightarrow \phi = 100\%$ (1R)

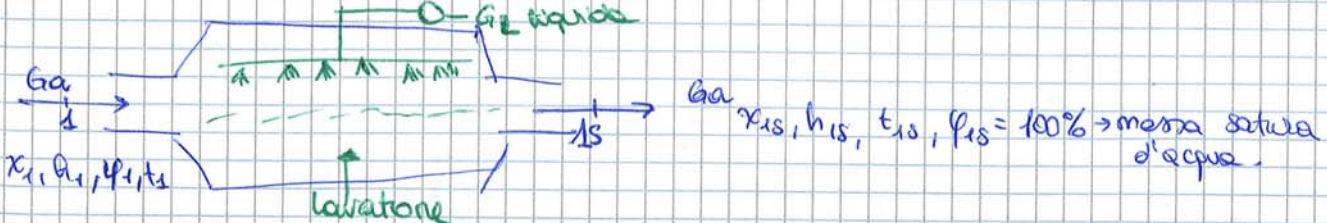
Quando si scende dal 1R e si continua a raffreddare si condensa l'acqua.

1R: punto di rugiada relativa al punto 1.

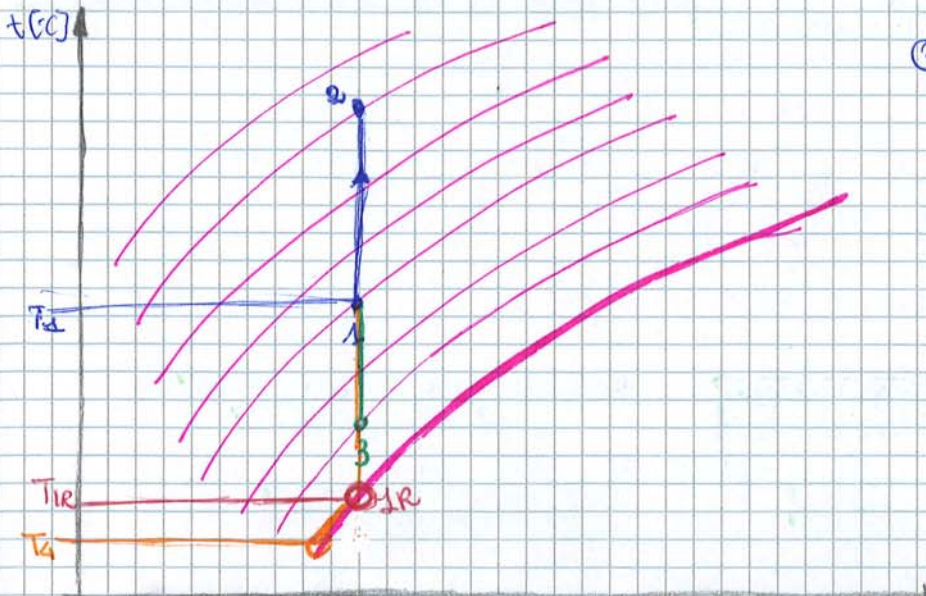
Di qualunque punto si può definire una temperatura di rugiada.



(b) Si fa massa di aria umida in condizioni 1:



TRASFORMAZIONI ARIA UMIDA



Ⓐ **raffreddamento sensibile**
 $t_2 > t_1$ con $x_2 = x_1$
 Non modifica la q.to' di umidità assoluta.

$\varphi_2 < \varphi_1$ $h_2 > h_1$

FLUSSO TERMICO

$\Phi - \frac{W}{\rightarrow 0} = \sum \pm G_k h_k = G_a h_2 - G_a h_1$

$\Phi_{12} = G_a (h_2 - h_1) > 0$

$\Phi_{12} = G_a [c_{pa}(T_2 - T_1) + x_1 c_{pv}(T_2 - T_1)]$

$\Phi_{12} = G_a (T_2 - T_1) [c_{pa} + x_1 c_{pv}]$

Ro si elude

Ⓑ **IE raffreddamento sensibile** : $t_3 < t_1$ con $x_3 = x_1$

$\varphi_3 > \varphi_1$ $h_3 < h_1$

$x [g/kg a.s.]$
 ovviamente $t_3 > t_{R3}$

FLUSSO TERMICO:

$\Phi - \frac{W}{\rightarrow 0} = \sum \pm G_k h_k = G_a h_3 - G_a h_1$

$\Phi_{13} = G_a (h_3 - h_1) < 0$

$\Phi_{13} = G_a (T_3 - T_1) [c_{pa} + x_1 c_{pv}] < 0$

Ⓒ **Raffreddamento con $T_{finale} < T_{IR}$ (sotto la linea di $\varphi = 100\%$)**

È composto da 2 tratti: $T_1 \rightarrow T_{IR}$ si muove sulla retta $x = \text{costante}$
 $T_{IR} \rightarrow T_4$ si muove sulla linea $\varphi = 100\%$

processo di deumidificazione → $x_4 < x_1$

$\varphi_4 = 100\%$ relativa $t_4 < t_1$ $h_4 < h_1$

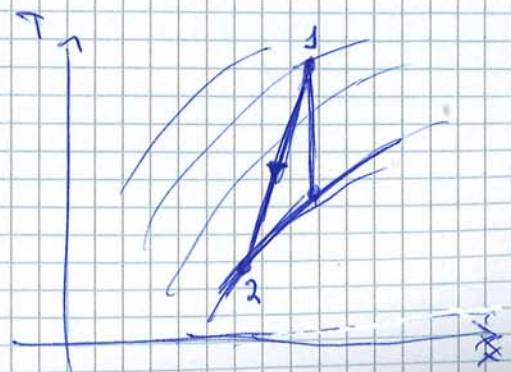
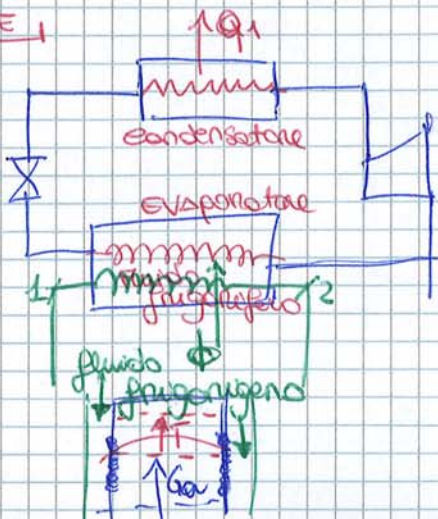
CALORE SOTTRATTO: $\Phi_{14} = G_a (h_4 - h_1) < 0$

QUANTITA' DI H_2O CHE HA CONDENSATO: $(G_{H_2O1} - G_{H_2O2}) = G_{condensato}$

$G_a x_1 - G_a x_2 = G_{cond}$

$G_{cond} = G_a (x_1 - x_2)$ → acqua condensata durante il processo $T_{IR} \rightarrow T_4$

MODO REALE 1



Esercitazione

EX1

liquido
 volume si riduce dello 0,1% a seguito di un aumento di pressione di $15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T = \text{cost}$
 determinare la compressibilità isoterma k_T del liquido considerando che il suo volume sia costante.

DATI:
 $\Delta V, \Delta p \rightarrow k_T$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT$$

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad \text{coeff. di dilatazione cubica}$$

$$k_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \quad \text{compressibilità isoterma}$$

$$dV = \beta V dT - k_T V dp$$

$$dV = -k_T V dp$$

$$\frac{dV}{V} = -k_T dp$$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-k_T (p_2 - p_1)}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = -0,04 \cdot 10^{-2} = e^{-k_T (p_2 - p_1)} - 1$$

$$1 - 0,04 \cdot 10^{-2} = e^{-k_T (p_2 - p_1)}$$

$$-k_T (p_2 - p_1) = \ln(1 - 0,04 \cdot 10^{-2})$$

$$k_T = -\frac{\ln(1 - 0,04 \cdot 10^{-2})}{p_2 - p_1} = 2,667 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

EX2

filama di mercurio Hg $T_1 = 0^\circ\text{C}$ riscaldata a $T_2 = 20^\circ\text{C}$ in trasformazione $p = \text{cost}$.

Calcolare $\Delta V\%$

Conoscendo $\beta = 0,182 \cdot 10^{-3} [\text{K}^{-1}]$
 $k_T = 4 \cdot 10^{-6} [\text{bar}^{-1}]$

$$dV = \beta V dT - k_T V dp$$

$$\frac{dV}{V} = \beta dT$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \beta (T_2 - T_1)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{\beta (T_2 - T_1)}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = e^{\beta (T_2 - T_1)} - 1$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = e^{[0,182 \cdot 10^{-3} \cdot 20]} - 1 = 0,00374 = 0,374\%$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{n R^*} = 345,81 \text{ K}$$

$$Q_{23}(P) = 0$$

$$L_{23}(P) = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma - 1} \right] = -2738 \text{ (J)} = -2,738 \text{ (kJ)}$$

TRASFORMAZIONE 3 → 4

$$\textcircled{3} \quad p_3 = 10,286 \cdot 10^5 \text{ (Pa)} \quad V_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} \quad T_3 = 345,81 \text{ K}$$

$$\textcircled{4} \quad T_4 = T_1 = -50^\circ \text{C} = 223,15 \text{ K} \quad V_4 = V_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} \quad p_4 = p_1 = 6,622 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$L_{34}(P) = \int_3^4 p dV = 0 \quad \text{perché } V_4 = V_3$$

$$Q_{34}(P) = \int_3^4 \left(\cancel{p dV} + C_v dT \right) = \int_3^4 C_v dT = C_v (T_4 - T_3) = -2738 \text{ J}$$

$$C_v = n C_v$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ noto} \quad R^* = C_p - C_v \text{ noto} \quad R^* = \gamma C_v$$

$$\gamma = C_v (\gamma - 1) \rightarrow C_v = \frac{R^*}{\gamma - 1}$$

$$C_v = n \frac{R^*}{\gamma - 1} = 22,31 \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

Dall'equilibrio a $t = t_f$

$$\downarrow) p_f S + m_s g + Xg - p_{atm} \cdot S = 0$$

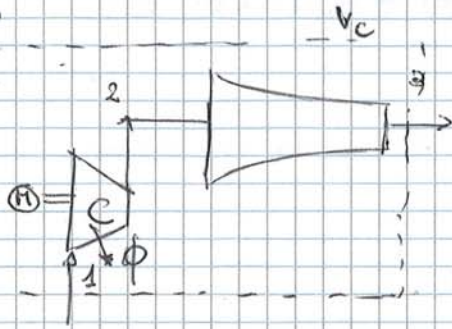
$$p_i \frac{V_i}{V_f} S + m_s g + Xg - p_{atm} S = 0$$

$$\left[\frac{p_i S - m_s g}{S} \right] \cdot \frac{V_i}{V_f} S + m_s g + Xg = p_{atm} \cdot S$$

$$X = -m_s + \frac{p_{atm} \cdot S}{g} + \frac{m_s g - p_i S}{g} \cdot \frac{V_i}{V_i + \Delta V}$$

$$X = 50 \text{ kg}$$

ES. 2.



$G = 2,5 \text{ [kg/s]}$ vapore saturo

① $p_1 = 1 \text{ [bar]}$

$w_1 = p_1 v_1$ (non compressibile)

② $p_2 = 3 \text{ [bar]}$

③ $p_3 = p_1 = 1 \text{ [bar]}$ $w_3 = 600 \text{ [m/s]}$

$w_c?$ Il compressore cede calore $\phi = 150 \text{ kW}$

IPTSA sul volume di controllo come evidenziato.

$$\phi - W_t = \frac{d}{dt} (U + E_p + E_c) + \sum_{k=1}^N G_k (h + e_c + e_p)$$

$$\phi - W_t = G_3 (h + e_c + e_p)_3 - G_1 (h + e_c + e_p)_1$$

② e ③

$p_1 = p_3$

vapore saturo p_{sat} valore di temperatura (parametro di stato) che dipende solo dalla pressione

se $p_1 = p_3 \rightarrow T_1 = T_3$

$(p_1, T_1) \equiv (p_3, T_3) \rightarrow h_1 = h_3$

$$\phi - W_t = G_3 e_{c3} - G_1 e_{c1}$$

↳ condizioni di stazionarietà $\left[\frac{dP}{dt} \right]_{VC} = 0 \rightarrow G_1 = G_3 = G$

$$\phi - W_t = G (e_{c3} - e_{c1})$$

$$W_t = \phi - G (e_{c3} - e_{c1})$$

$$W_t = -150 \cdot 10^3 - 2,5 \left(\frac{600^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) =$$

Per ridurre i calcoli in un sistema composto e' opportuno isolare il sistema nella sua totalità e tutti i componenti di semplificarlo.

Es. 3

$G_1 = 2 \text{ kg/s}$

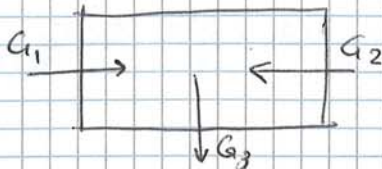
$G_2 = 1 \text{ kg/s}$

Si mischiano in un contenitore a pressione costante e in cond. stazionarie senza scambiare calore con l'esterno.

$T_1 = 20^\circ\text{C}$

$T_2 = 50^\circ\text{C}$

$T_{amb} = 20^\circ\text{C}$



con hyp: $\Delta E_c = \Delta E_p = 0$
cond. stazionarie

$c_p = 4,2 \text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$ per fluidi.

① ϕ scambiato se $T = 25^\circ\text{C}$

② valore di T_3 se miscelamento adiabatico

③ Entropia generata per irreversibilità.

SAREI SU CICLI MOTORI A GAS

fluido: aria standard

$$\begin{aligned}
 M &= 28,97 \text{ [g/me]} \\
 R^* &= 287 \text{ [J/k}\cdot\text{kg]} \\
 c_p &= 1004,5 \text{ [J/kg}\cdot\text{K]} \\
 c_v &= 717,5 \text{ [J/kg}\cdot\text{K]} \\
 \gamma &= 1,4
 \end{aligned}$$

f : rapporto di compressione volumetrico

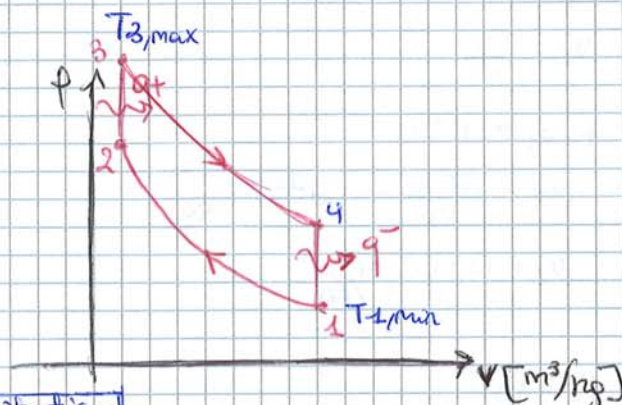
① ciclo Otto

$T_{min} = 15^\circ\text{C} = 288,15\text{K}$

$T_{max} = 1330^\circ\text{C} = 1663,15\text{K}$

$q^+ = 795 \text{ [kJ/kg]}$

calcolabile: p ? m ? p_{max} ? p_{min} ?



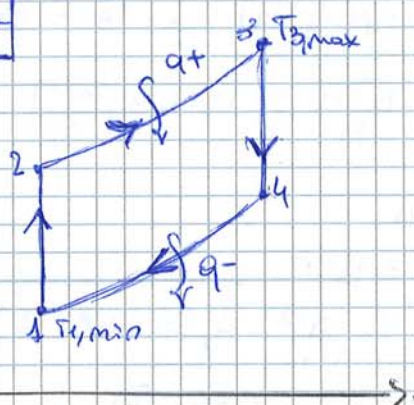
1→2: adiabatico
2→3: isocoro
3→4: adiabatico
4→1: isocoro

$T_3 = T_{max}$

$T_1 = T_{min}$

$q^+ = (u_3 - u_2) = c_v(T_3 - T_2)$

$T_2 = T_3 - \frac{q^+}{c_p} = \frac{565,15}{1} \text{K}$



Sei l'adiabatica 1→2: $T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1}$

$\frac{v_1}{v_2} = f = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5,15$

$\frac{p_3}{p_1}?$ $v_3 = v_2$ $\frac{p_3}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} \rightarrow p_3 = \frac{p_2}{p_1} \cdot p_2$

Sei 1→2 $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma = p_1 f^\gamma$

$\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{p_3}{p_2}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{p_3}{p_2}\right) = f^\gamma \cdot \frac{p_3}{p_2} = 29,44$

$m?$ $m = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 0,83$

$$\dot{Q}^+ = G c_p (T_3 - T_2)$$

$$\frac{L_n}{m} = H c_p (T_3 - T_2)$$

$$m = \frac{L_n}{\dot{Q}^+} \Rightarrow \dot{Q}^+ = \frac{L_n}{m}$$

$$H = \frac{L_n}{m} \cdot \frac{1}{c_p (T_3 - T_2)} = 3,4 [\text{kg}]$$

Altro modo

$$L_n = L_e - L_c = H c_p (T_3 - T_4) - H c_p (T_2 - T_1)$$

$$L_n = H c_p [T_3 - T_4 + T_1 - T_2]$$

2) Ciclo Joule

$$T_{\min} = 20^\circ\text{C}$$

$$T_{\max} = 700^\circ\text{C}$$

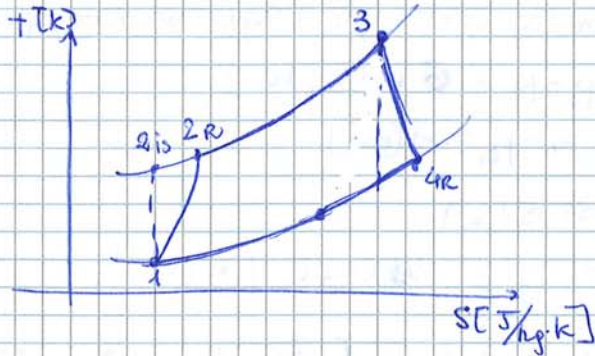
$$\beta = 5$$

$$\Delta S_u = +0,084 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right]$$

$$W_n = 10,000 [\text{kW}]$$

$$m_j ?$$

$$\varepsilon = 0,75 = \frac{P_u}{P_i}$$



$$\Delta S = S_{2R} - S_1 = 0,084 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right]$$

$$\Delta S = S_3 - S_{4R} = -0,084 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right]$$

$$\Delta S = S_{2R} - S_1 = c_p \ln \frac{T_{2R}}{T_1} - R^* \ln \beta \rightarrow T_{2R}$$

$$c_p \ln \frac{T_{2R}}{T_1} = \Delta S + R^* \ln \beta$$

$$\ln \frac{T_{2R}}{T_1} = \frac{\Delta S + R^* \ln \beta}{c_p}$$

$$T_{2R} = T_1 e^{\frac{\Delta S + R^* \ln \beta}{c_p}} = 504,5 [\text{K}]$$

Stessa procedura per $T_{4R} = 608 [\text{K}]$

$$m_j = \frac{W_n}{\dot{Q}^+}$$

$$\dot{Q}^+ = G c_p (T_3 - T_2)$$

$$W_n = W_p - W_c = G c_p (T_3 - T_4) - G c_p (T_2 - T_1)$$

$$W_n = G c_p [T_3 - T_{4R} - T_{2R} + T_1]$$

$$G = \frac{W_n}{c_p [T_3 - T_{4R} - T_{2R} + T_1]} = 106,5 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

$$\dot{Q}^+ = G c_p (T_3 - T_2) = 50,107 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$m_j = \frac{W_n}{\dot{Q}^+} = 0,2$$

$$\varepsilon = \frac{T_3 - T_{2R}}{T_{4R} - T_{2R}}$$

$$T_3 = T_{2R} + \varepsilon (T_{4R} - T_{2R}) = 677,1 [\text{K}]$$

$$m_{LR} = \frac{W_n}{\dot{Q}^+_{\text{ris}}} = \frac{W_n}{G \cdot c_p (T_3 - T_5)} = 0,27$$

② $p_2 = p_{max} = 6 \text{ [bar]} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

1 → 2

$p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$

$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,811 \cdot \left(\frac{1}{6} \right)^{\frac{1}{1,37}}$

$v_2 = 0,227 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$

$c_p = c_v + R^*$

$\gamma = 1 + \frac{R^*}{c_v} = 1,37$

$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R^*} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 0,227}{287} = 475 \text{ [K]}$

oppure $T_2 v_2^{\gamma-1} = T_1 v_1^{\gamma-1}$: dimostrare che T_2 è uguale.

$h_2 = h_0 + c_p (T_2 - T_0) =$

$= 0 + 1063 (475 - 273,15) = 214,7 \text{ kJ/kg}$

$\Delta S = S_1 = 0,075 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$

③ $T_3 = T_{max} = 1100 \text{ [K]}$

$p_3 = p_{max} = 6 \text{ [bar]} = 6 \cdot 10^5 \text{ [bar]}$

$v_3 = \frac{R^* T_3}{p_3} = \frac{287 \cdot 1100}{6 \cdot 10^5} = 0,524 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$

$h_3 = h_0 + c_p (T_3 - T_0) = 0 + 1063 (1100 - 273,15) = 878,1 \cdot \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$

$dh = c_p dt \rightarrow h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2)$: stesso caso!

$s_3 = s_0 + c_p \ln \frac{T_3}{T_0} - R^* \ln \frac{p_3}{p_0} = 0 + 1063 \ln \frac{1100}{273,15} - 287 \cdot \ln 6 = 0,868 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

④ $p_4 = p_1$

3 → 4 $p_3 v_3^\gamma = p_4 v_4^\gamma \rightarrow v_4 = v_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 1,845 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$

$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R^*} = 678 \text{ [K]}$

$h_4 = h_0 + c_p (T_4 - T_0)$

$s_4 = s_0 + c_p \ln \frac{T_4}{T_0} - R^* \ln \frac{p_4}{p_0}$

Tracce grafico Clapeyron

NOTA COMPRESSIONE: $p_1 \quad v_1$
 $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$
 $p = p_1 \left(\frac{v_1}{v} \right)^\gamma$

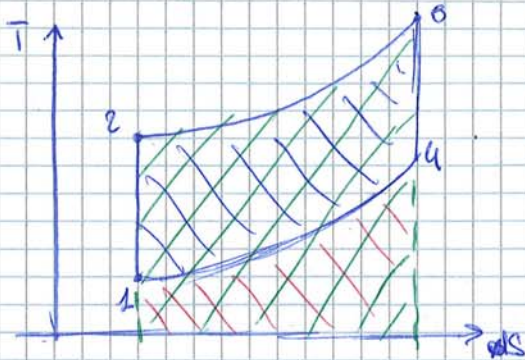
Tracciata per punti

	v	p
v_1	—	
~	~	
~	~	
v_2	—	

Tracce grafico Gibbs

isobare: $\Delta S = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$

$S = S_2 + c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \rightarrow T = T_2 \exp \left(\frac{S - S_2}{c_p} \right)$ *tabella*

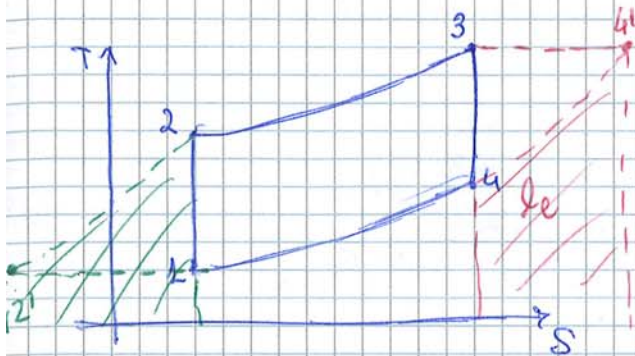


$$q = \int T ds$$

$$q^+ = \int_2^3 T ds > 0 \text{ Area } // //$$

$$q^- = \int_4^3 T ds < 0 \text{ Area } // //$$

$$q_n = q^+ - |q^-| > 0 \text{ Area } // //$$



prolungamento di:
 22: isobara 23
 2' e' intercettato su isobara $T_2' = T_2$

$$\int_{2'}^2 T ds = \int_{2'}^2 T \left(c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p} \right) = c_p (T_2 - T_4)$$

\uparrow
 l_c

44': prolungamento isobara 44'
 4' e' intercettato su isobara T_3

$$\int_4^{4'} T ds = \int_4^{4'} T \left(c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p} \right) = c_p (T_4 - T_3) < 0$$

\uparrow
 l_c

Rendimento ciclo

Portata di aria $\rightarrow W \quad \phi$

rendimento $\eta = \frac{W_n}{\phi^+} = \frac{l_n}{q^+} = \frac{255,2 \cdot 10^3}{664,4 \cdot 10^3} = 0,38$

Portata

$W_n = 10 \text{ [kW]} = 10 \cdot 10^3 \text{ [W]}$

$l_n = 255,2 \cdot 10^3 \text{ [Nm/kg]}$

$W_n = G \cdot l_n \rightarrow G = \frac{W_n}{l_n} = 39,2 \text{ kg/s}$

Potenze e flussi termici

$l_c \quad l_e \quad q^+ \quad q^- \quad G$

$|W_{cl}| = G \cdot l_{cl} = 39,2 \cdot 183,4 \cdot 10^3 = 7,181 \cdot 10^6 \text{ W}$

$|W_e| = G \cdot l_e = 17,58 \cdot 10^6 \text{ [W]}$

$W_n = W_e - |W_{cl}|$

$\phi^+ = G \cdot q^+ = 26,044 \cdot 10^6 \text{ [W]}$

$\phi^- = G \cdot q^- = 16,041 \cdot 10^6 \text{ [W]}$

quindi $\Delta p = (2,5 - 0,025) \text{ bar}$
 $\rightarrow \Delta T = 0,06^\circ\text{C}$ molto ridotto

② su curva limite inferiore a $p = 2,5 \text{ [bar]}$ → da tabella

$T_c = 128 \text{ [}^\circ\text{C]}$ $v_c = 0,0010023 \text{ [m}^3/\text{kg]} = v_a = v_b$
 $p_c \approx 1000 \text{ [kg/m}^3]$
 $h_c = 537,66 \text{ [kJ/kg]}$ $s_c = 1,613 \text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$

③ su curva limite superiore a $p_0 = p_c = 2,5 \text{ [bar]}$
 da tabella

$T_0 = 128 \text{ [}^\circ\text{C]}$ $v_0 = 0,407 \text{ [m}^3/\text{kg]}$ $p_0 = 1,41 \text{ [kg/m}^3]$
 $h_0 = 2717,2 \text{ [kJ/kg]}$ $s_0 = 7,046 \text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$

④ $p_E = 2,5 \text{ [bar]}$ $T_E = 550 \text{ [}^\circ\text{C]}$ → da Mollier
 $h_E = 3600 \text{ [kJ/kg]}$
 $s_E = 8,54 \text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$
 $v_E = 1,52 \text{ [m}^3/\text{kg]}$ $p_E = 0,46 \text{ [kg/m}^3]$

⑤ $p_F = 0,025 \text{ [bar]}$
 $s_F = s_E = 8,54 \text{ [kJ/kg}\cdot\text{K]}$ → da Mollier

oppure: $X_F = \frac{s_F - s_a}{s_{vap} - s_a} \rightarrow \frac{8,54 - 0,307}{8,614 - 0,307} = 0,98$

$h_F = h_a + X_F (h_{vap} - h_a) = 2510 \text{ kJ/kg}$
 $v_F = v_a + X_F (v_{vap} - v_a) = 50 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow p_F = 0,02 \text{ kg/m}^3$

⑥ $p_G = 0,025 \text{ [bar]}$
 $M_{vis} = 0,85$ $M_{vis} = \frac{h_E - h_g}{h_E - h_F} \rightarrow h_G = h_E - M_{vis} (h_E - h_F) = 2674 \text{ kJ/kg}$

non p_a, p_b → da mollier T_a, v_a, s_a

POTENTE e CALORI

POTENZA compressori:

$|W_c| = G (h_B - h_A) = 7,5 \cdot \frac{1000}{3600} (2718 - 66,93) = 0,5 \cdot 10^3 \text{ [W]}$

$W_e = G (h_E - h_G) = 7,5 \cdot \frac{1000}{3600} (3600 - 2674) = 1852 \text{ [kW]}$

$\Phi^+ = G (h_E - h_B) = 7 \cdot 0,26 \text{ [kW]}$

$\Phi^- = G (h_G - h_A) =$

$\eta = \frac{W_u}{\Phi^+} = \frac{W_e - |W_c|}{\Phi^+} \approx 0,28$