



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1989A -

ANNO: 2016

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Donati Francesca

MATERIA: Fondamenti di meccanica del volo - Prof. Gili

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

2/03/15

Atmosfera reale in quiete (no turbolenze, no vento, no componenti che modificano le prestazioni)

Composizione reale:  $N_2, O_2, A...$  con  $M$  (peso molecolare) =  $29 \frac{kg}{mole}$

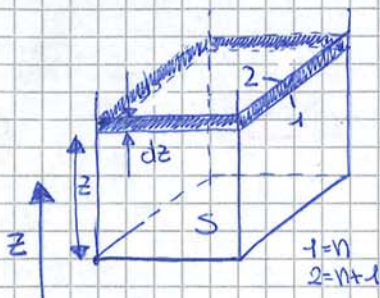
Airio è in buona sostanza una miscela di  $O$  e  $N$  che possono essere considerati gas perfetti  $\rightarrow$  allora considero l'aria come gas perfetto

Per studiarla utilizzo quindi le leggi dei gas perfetti:

- Legge di Avogadro (volumi di gas uguali allo stesso  $T$  e  $p$  fanno lo stesso numero di moli)
- Legge di Boyle-Mariotte ( $p_1 V^{\gamma} = p_2 V^{\gamma} \rightarrow$  isoterma)
- eq. di stato dei gas perfetti
- Legge di Volta - Gay Lussac

Definisco il volume molare  $V_0 = 22.415 \frac{m^3}{mole}$

Luogo dell'analisi delle quote vere:



quota vera: quota riferita al suolo

quote standard: quota riferite a livelli diversi pre definiti

quota barometrica: quota riferite ad una pressione in mbar o mmHg

Poiché oltre ad essere un gas perfetto è anche un fluido pesante e quindi avrà un peso elementare definito come  $\gamma dz$ , dove  $\gamma$  è il peso specifico misurato in  $\frac{kg}{m^3}$

Da Stevino si ha  $dp = -\gamma dz$  e applico le eq. dei gas perfetti:

$$pV = \frac{R}{M} T \quad \text{con } V = \frac{1}{\rho} \quad \text{e quindi sostituendo in Stevino ed eguagliando}$$

da app. eq. dei gas perfetti alla eq.

$$dz = - \frac{dp}{\rho} = - \frac{R}{M} T \frac{dp}{p} \quad \rightarrow \text{Formula di Laplace}$$

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\int_1^2 dz = - \frac{R}{M} T_m \int_1^2 \frac{dp}{p} = z_2 - z_1 = \Delta z$$

$$\Delta z = - \frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

con pressione e  $T$  preso costante la quota e facendo la sommatoria tra le quote vere.

Congiungo sterno con l'equazione gas perfetti:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\gamma}{R} \frac{dz}{T} \quad \text{e definisco } T = T_0 - Rz \quad \text{cio sostituisco ottenendo:}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\gamma}{R} \frac{dz}{T_0 - Rz} = -\frac{\gamma}{R} \frac{d(T_0 - Rz)}{T_0 - Rz} = \frac{\gamma}{R} \frac{d(T_0 - Rz)}{T_0 - Rz} \quad \text{e integrando}$$

$$\int_0^z \frac{dp}{p} = \mu \int_0^z \frac{d(T_0 - Rz)}{T_0 - Rz} \quad \text{con } \mu = \frac{\gamma}{R} = \frac{29}{0.0065 \cdot 848}$$

$$\text{quindi } p \frac{p}{p_0} = \mu \mu \frac{(T_0 - Rz)}{T_0} \rightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \left( \frac{T_0 - Rz}{T_0} \right)^\mu}$$

con  $\mu = 5.2561 \rightarrow$  costante

Attraverso le trasformazioni politropiche:  $p v^\mu = p_0 v_0^\mu$

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\mu}{\mu-1}} \quad \text{dove } \mu = \frac{\gamma}{\gamma-1} \rightarrow \mu = \frac{1.4}{1.4-1} = 1.335$$

e definisco  $k = \frac{C_p}{C_v}$  esponente dell'adiabatica

Paradossico una trasformazione a mole tra isoterma ( $n=1$ ) e adiabatica ( $n=1.4$ )

Legge di variazione di  $\gamma$ :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \cdot \frac{T}{T_0} \quad p = \gamma \frac{R}{\mu} T$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} = \frac{p}{p_0} = \delta = \sigma$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^\mu \cdot \frac{T_0}{T} = \left( \frac{T_0 - Rz}{T_0} \right)^{\mu-1} \quad \mu-1 = 4.2561$$

Nel caso di trappasso:

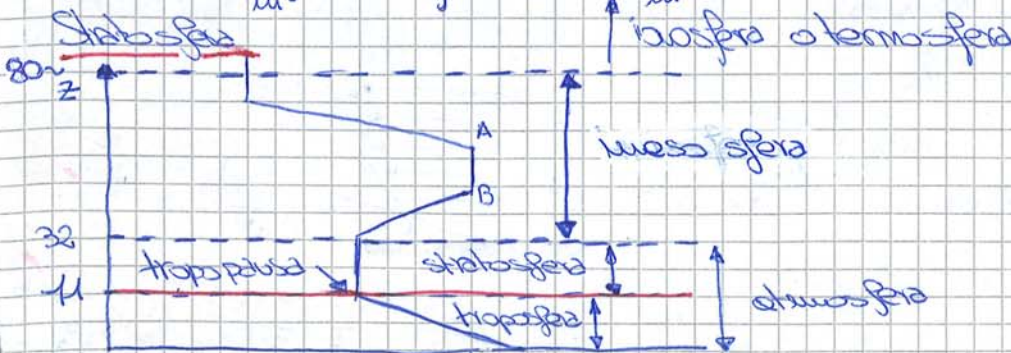
$$\frac{T^*}{T_0} = 0.4514 \quad \frac{p^*}{p_0} = 0.2232 \quad \frac{1}{5} \text{ di quota zero}$$

$$\frac{\gamma^*}{\gamma_0} = \frac{p^*}{p_0} = \sigma^* = 0.2809 \quad \frac{1}{3} \text{ di quota zero}$$

$$p^* = 169.6 \text{ mmHg} = 22.632 \text{ Pa}$$

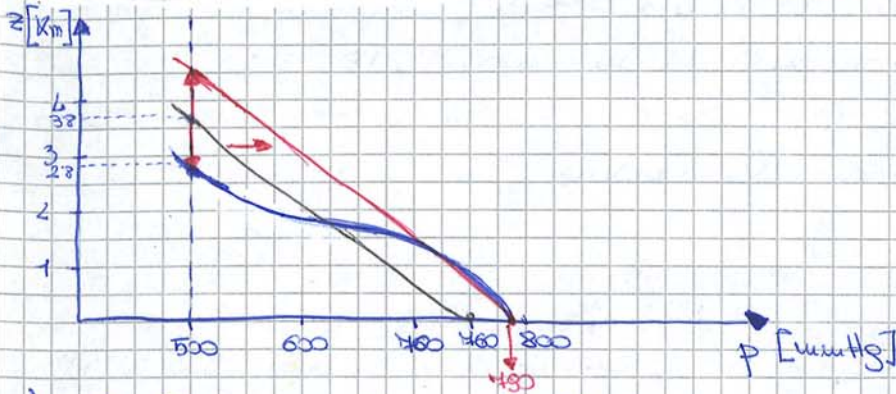
$$\gamma^* = 3.54 \frac{\text{N}_0}{\text{m}^3}$$

$$p^* = 0.3634 \frac{\text{N}_0}{\text{m}^2}$$



mi calcolo una quota z in funzione della sua pressione

Ricordo che  $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - \beta z}{T_0}\right)^{1/\mu}$  con  $\mu = \frac{\beta}{\beta R} = 5.256^{-1}$  → variazione p in funzione della quota  
 esplicito  $z = \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/\mu}\right] \frac{T_0}{\beta}$  → quota barometrica (dell'altometro)  
 con  $\beta = -0.0065 \frac{^\circ C}{m}$



- ISA
- ISA fastata
- Reale

traccia la ISA così che a sea level la pressione coincide con la pressione reale, perché nell'altometro  $T_0$  è costante ( $288K$ ) mentre  $p_0$  varia in funzione dell'altometro.

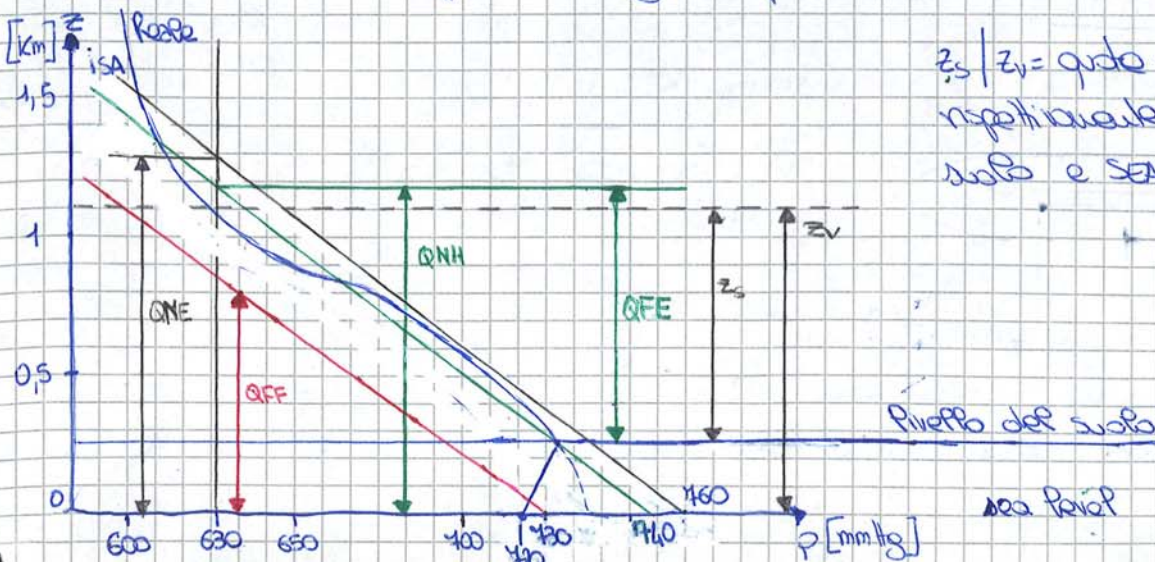
Altometro di bordo = barometro



1. pressione di riferimento
2. captata
3. pressione statica
4. regolazione pressione di riferimento

Capisco che ha una camera p all'interno e quindi se variano dalla esterna questa camera si deforma e trasforma una variazione di pressione esterna in una variazione di quota. La manopola a sinistra permette di regolare la pressione (scalo di misura) in base alla pressione al suolo.

Introduco dai dati in pù nel diagramma precedente



$z_s / z_v =$  quota riferita rispettivamente al ~~sea level~~ suolo e SEA LEVEL

ESERCIZIO D'ESAME

$q = P_t - P_a =$  pressione dinamica con  $P_a =$  pressione ambiente  
 Deb distinguere il caso di flusso incompressibile e compressibile.

Flusso incompressibile

Mi permette di accettare errori ma a quote contenute

$V = 250 \text{ kts} = 463 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 123 \text{ m/s}$   
 nodi

Ne il caso di flusso compressibile utilizzo Eulero:  $dp + \rho dV = 0$

A causa delle semplificazioni posso usare Eulero anche nel flusso incompressibile  
 Le ipotesi  $\rho = \text{cost}$ , ottendo l'eq di Bernoulli

$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{cost} = P_t$        $P_a + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_t$

statico + dinamico = totale

Posso scrivere  $\frac{\rho V^2}{2} = P_t - P_a = q \rightarrow V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}} =$  velocità vera TAS

Questa formula della velocità è valida con alcune ipotesi:

- ① Moto isentropico adiabatico ( $T //$  al tubo)
- ②  $P_{tot}$ ,  $P$  e  $\rho$  invariate
- ③  $\rho = \text{costante}$

$P$  potrebbe variare da luogo a luogo e a seconda dell'angolo di posizione del tubo di Pitot.

$V_t = \text{TAS} = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$        $q = P_t - P_a$

$V_t = \sqrt{\frac{2q \rho_0}{\rho \rho_0}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} \frac{1}{\sqrt{\delta}}$       dove  $\delta = \sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$

$V_t = V_e \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$       dove velocità equivalente EAS =  $\sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = V_t \sqrt{\delta} = V_e$

Flusso compressibile

$\frac{P}{\rho^k} = \text{costante}$       con  $k = \frac{\gamma}{\gamma - 1} = 1,4$

Bernoulli nel caso compressibile diventa:

$\frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{cost}$



schema velata

Posso definire velocità diverse a seconda dell'errore

- strumentale
- posizione
- compressibilità

IAS Velocità indicata = forma dell'anemometro e corretta per errori strument.

$$V_i = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}}$$

Rappresenta la velocità necessaria al velivolo (che vola in condizione standard) per avere la stessa  $q$  della condizione di volo effettiva

CAS Velocità calibrata: è l'IAS corretta da errori di posizione

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{\rho_0}{\rho} \left[ \left( \frac{q_c}{\rho_0} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

EAS Velocità equivalente: è la CAS corretta da errori di compressibilità.

$$V_E = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{\rho_0}{\rho} \left[ \left( \frac{q_c}{\rho_0} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} = V_c \sqrt{\delta}$$

TAS Velocità vera (reale): è l'EAS corretto dagli errori di densità. Velocità con la quale un aeromobile viene investito dall'aria atmosferica.

$$V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{\rho_0}{\rho} \left[ \left( \frac{q_c}{\rho_0} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

Ricordo che aumentando la quota aumenta sensibilmente l'influenza di  $\delta$  e che aumentando l'Alt aumenta l'influenza della compressibilità.

## Richiami di Aerodinamica

Definisco la resistenza totale del veicolo tramite sovrapposizione degli effetti,  $D_{tot}$ :

$$D_{tot} = D_{ALA} + D_{RISZL} + D_{CORRENTE MOT} + D_{CARRELO} + \dots + D_{INTERFERENZA}$$

$D_{INT}$  è funzione delle velocità effettive dei vari ostacoli

Definisco il fattore di interferenza:

$$F = \frac{V_{eff}^2}{V_{\infty}^2}$$

è variabile ed è funzione del posizionamento.

Grazie a questo fattore posso definire il  $C_{DS}$ , il coefficiente di resistenza relativo ad una superficie di riferimento.

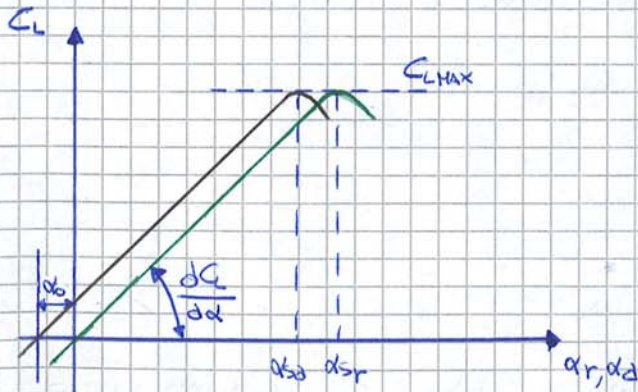
$$C_{DS} = \sum_i C_{Di} \frac{S_i}{S} F_i$$

con  $S_i$  = superficie di riferimento  $i$ -esima  
 $S$  = superficie alare

Il  $C_{DS}$  è il coefficiente di resistenza minimo di un veicolo moderno e vale circa 0,020.

## CURVE $C_L(\alpha)$

Curve che mettono in risalto l'evoluzione di portanza al variare di  $\alpha$ .



$L$  = causata da una diminuzione di pressione sul dorso dell'ala ed una sovrapposizione sul ventre causata al loro volta da variazioni di velocità indotte dal campo.

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = C_{L\alpha} = C_L' = a$$

Esiste un valore di  $\alpha$  per cui  $C_L = 0$  ed al crescere di  $\alpha$  cresce  $C_L$  (aumento  $P$  di stiro creato dal profilo aerodinamico)

lucido con  $\alpha_f$  ed  $\alpha_s$  rispettivamente l'angolo relativo o aerodinamico



$c$  = corda di riferimento

$\alpha_0$  = angolo di attacco zero dinamico (assolto / attaco)  $\alpha_s = \alpha_0 + \alpha_f$  (incidenza + RINIPA)

La direzione della portanza  $L=0$  è orizzontale solo per profili simmetrici. (11)



• 5 →  $5 = \frac{x_{pmin}}{c}$

$x_{pmin}$  = punto in cui viene registrato il massimo di prest.  $\rightarrow$

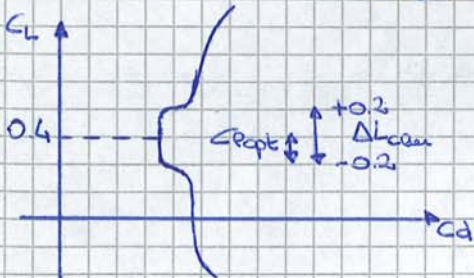
=  $5 \cdot 0,5c = x_{tmax}$

• Pedice 2 →  $2 = 10 \Delta C_{opt}$  → distanza da  $C_{opt}$

• 4 →  $4 = 10 C_{opt}$

• 13 →  $100 \frac{t_{max}}{c}$

$C_{opt}$  = design lift coefficient



Effetto inarcamento

l'inarcamento è il massimo punto di elevazione rispetto all'asse x



aumentando  $f/c$   $R_{0,0}$   $R_{0,1}$

- aumentare  $C_{Lmax}$  e  $\alpha_s$
  - aumentare  $\alpha_0 \rightarrow$  ovvero  $C_L = 0$  non è // all'asse corde
  - aumentare  $C_{D0}$  (coefficiente resistenza minimo) e  $C_{M0}$  (coefficiente momento flettente) →  $M_0$ , momento flettente
- le aumentate con l'inarcamento

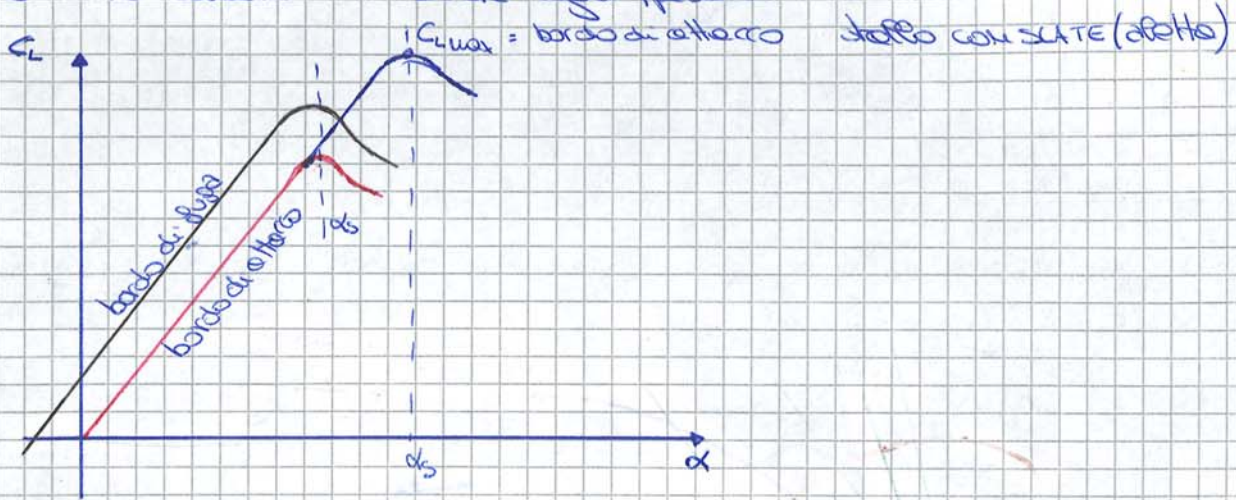
Effetto dello spessore (simmetria di un profilo)

- se aumenta  $t_{max}$  (ratio fixed on certo valore  $s_{max}$  = spessore massimo) aumenta anche  $C_{D0}$
- se aumenta  $\frac{t}{c}$  aumenta  $C_{M0}$
- se profilo simmetrico, aperte di curvatura di volo,  $C_{Lmax}$  e  $\alpha_{st}$  diminuiscono

quadratica ( $C_d$  con  $x > 2$ ) o proiettore inasprimenti per convenzioni.

ipersustentazione

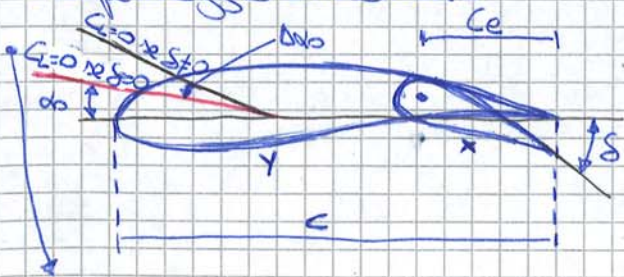
Aumento della portanza dell'ala dovuto all'aumento della circolazione e suo effetto causato dall'azione degli ipersustentatori.



Al bordo di fuga i flap modificano la direzione di portanza unita ( $C_{L\alpha}$ ); lo possono di stallo per  $\alpha$  bassi ma per  $C_{Lmax}$  alti.

Al bordo d'attacco gli slot cambiano angolo e fanno così che stiano allo stato più a lungo, questi inoltre ritardano lo stallo aumentando  $\alpha_{max}$  e  $C_{Lmax}$ .

• lupenaggio orizzontale



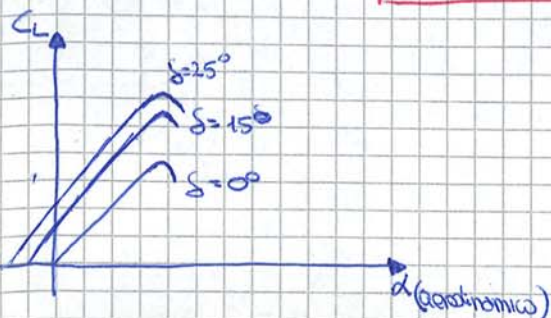
non coincide con la corda anche se  $\delta = 0$

(equilibratore)  
 $x$ : ipersustentatori al bordo di fuga spostano la direzione di portanza unita aumentando la superficie (questo porta ad un conseguente aumento di  $C_L$  e di resistenza)  
 $y$ : stabilizzatore

Nel caso in cui  $\delta$  abbia valori piccoli definisco un  $\Delta c_{L\alpha}$  che indica la rotazione rapporto corda riferimento - corda sup. mobile

$$\Delta c_{L\alpha} = k_{\alpha} \delta \cong k \delta$$

con  $k = 0.4 \left( 1 + e^{-\frac{3c_f}{c}} \right)$  con 0.4 perché  $c_f$  è circa il 30%-50% di  $c$



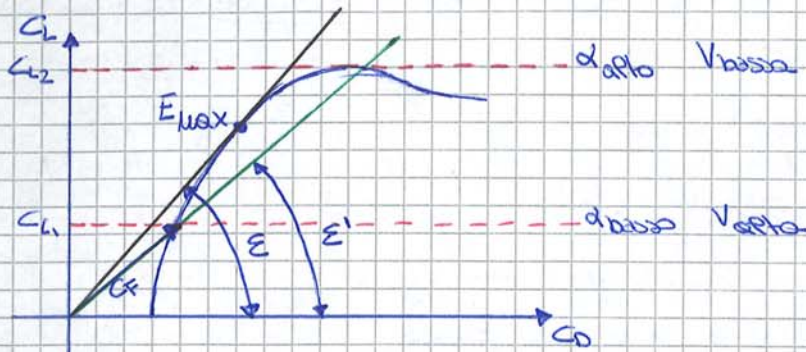
Le curve sono equidistanti di un delta quanto  $\delta$ . non posso aumentare troppo  $\delta$  perché nessuno perché linearità.



MOTO A REGIME

calcolo  $\gamma_{min}$  per cui  $E_{max}$  (è massimo) in moto a regime (massima autonomia chilometrica).

Nei casi di moto a regime non esistono né forze centrifughe né forze d'inerzia ed essendo un moto rettilineo uniforme non si producono di accelerazioni né di varco.



$$E = \frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \rightarrow E = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = \frac{1}{\tan \gamma} \quad \text{quindi } \gamma_{min} = \tan^{-1} \left( \frac{1}{E_{max}} \right)$$

Esiste un solo valore di velocità per cui  $\gamma$  è minimo  $\rightarrow E_{max}$  ed  $E_{min}$  quando il vettore è tangente alla curva  $C_L(\alpha)$

Il  $C_L$  diviso è calcolabile come  $C_{L_{max}} = C_{L_{max}}$  e

esempi di  $\gamma_{min}$

BOEING 747

$\lambda = 4$

$C_{D0} = 0.06$

$c = 0.85$

$$E_{max} = \frac{C_{L_{max}}}{C_{D_{max}}} = \sqrt{\frac{e \pi \lambda}{4 C_{D0}}} = \frac{0.55}{0.032} = 17.16$$

$$\gamma_{min} = \tan^{-1} \left( \frac{1}{E_{max}} \right) \cong 3.33^\circ$$

ALIANTE

$\lambda = 30$

$C_{D0} = 0.012$

$e = 0.92$

$C_{L_{max}} = 1.02$

$C_{D_{max}} = 0.024$



$E_{max} = 42.5$

$$\gamma_{min} = \tan^{-1} \left( \frac{1}{E_{max}} \right) \cong 1.35^\circ$$

La portanza  $L$  e resistenza  $D$  possono essere riscritte come

$$L = W \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_L$$

$$D = W \sin \gamma = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_D$$

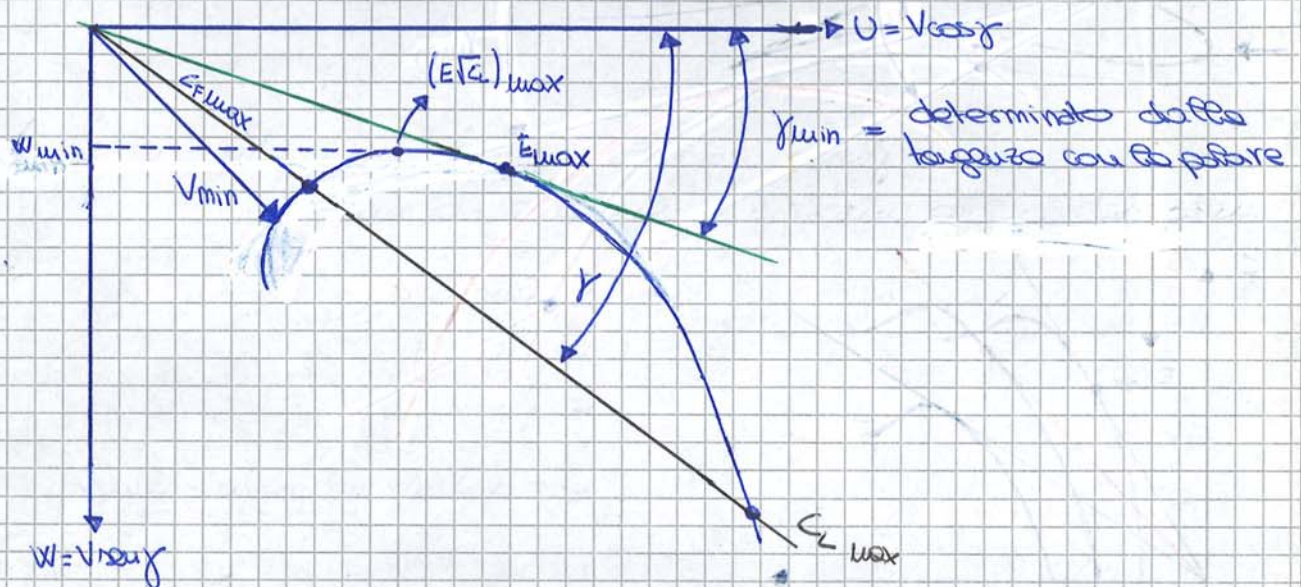
$$W = \sqrt{L^2 + D^2} = \sqrt{W^2 \cos^2 \gamma + W^2 \sin^2 \gamma} = \frac{1}{2} \rho S V^2 \sqrt{C_L^2 + C_D^2} = \frac{1}{2} \rho S V^2 S C_F$$

$$\text{ricavo } V = \sqrt{\frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_F}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}$$

↓  
quota

↓  
 $C_F$

se modifico  $W$  allora  $V$  cambia seguendo  $\sqrt{W}$ .



$E_{max}$  è il punto di tangenza tra la parabola e la tg tracciata mentre  $(E/C_d)_{max}$  viene individuato ponendo  $\frac{d(E/C_d)}{d\alpha} = 0$  individuando anche  $W_{min}$ .  
 $E_{max}$  ed  $(E/C_d)_{max}$  sono vicini ma si differenziano per un fattore  $\sqrt{3}$  ( $(E/C_d)_{max}$  è un  $C_L$   $\sqrt{3}$  volte maggiore rispetto a  $E_{max}$ ).

Per ogni punto oltre  $C_{Fmax}$  danno valore due condizioni indipendenti, unite dal valore di  $\gamma$ :

- ad un  $C_L$  basso corrisponde una  $V_{alta}$
- ad un  $C_L$  alto corrisponde una  $V_{bassa}$

Mantenendo costanti incidenza e  $\rho$  posso vedere che perché

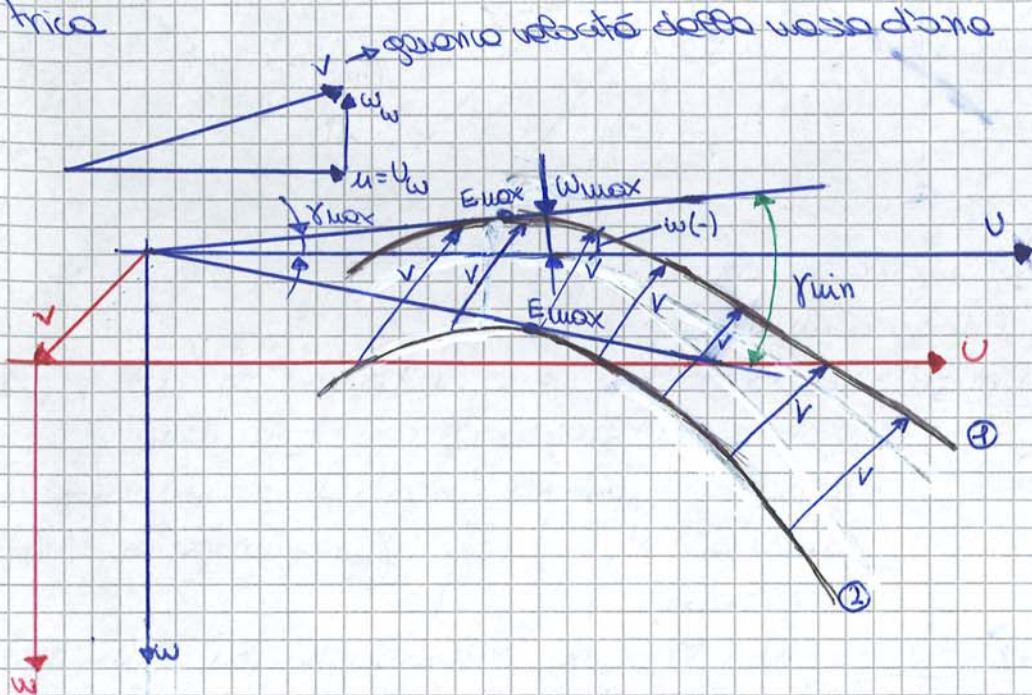
$$V = \sqrt{\frac{W/S}{0.5 \rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_F}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \text{ se aumento } W \text{ allora aumento } V$$

aumento di conseguenza ma anche la componenti orizzontali e verticali e la curva si sposta in basso e a destra deformandosi.  
 Il peso  $W$  però non influenza  $\gamma_{min}$

$$W=D = \frac{\rho}{2} S V_{\text{rim}}^2 C_D \rightarrow V_{\text{rim}} = \sqrt{\frac{W/S}{0.5 \rho C_D}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}$$

Presenza di vento

definito  $v = V_w$  come la velocità di spostamento della massa d'aria in cui il veicolo opera (velocità del vento). Viene colata tramite uno strumento detto variometro che misura la differenza di pressione barometrica.



$w_{\text{max}}$  è sempre ed esiste in un'ala normale anziché  $E_{\text{max}}$  non cambia niente con l'angolo di tempo con un valore  $\chi_{\text{max}}$  più piccolo di prima perché  $C'_1 < C_1$ . Inoltre da sto studiando aerodinamica, esistente rispetto alla  $\alpha$  e non al vento (più  $C_1$  è piccolo più  $\alpha$  è maggiore).

La 1 e 2 sono i punti rispetto al sistema di riferimento al vento e 2 un sovranente di stato spostando sta l'origine di un quadrante opposto a  $V$ ; e quel punto 1 è il punto base del vettore vento  $v = V_w$  punto per punto ( $C_1, C_D, \alpha$ ).

Non cambia la condizione aerodinamica.

caso discendente:

- per rimanere in quota devo creare più  $L$  con aumento di  $\gamma_{min}$  ( $C_L \downarrow$  con  $E_{max}$ )
- aumentando  $W$  (peso) diminuisce  $\gamma_{min}$

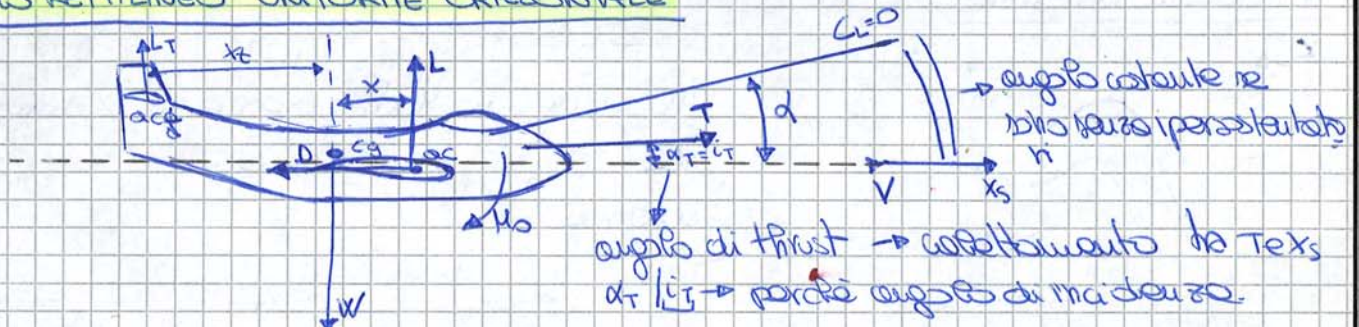
caso ascendente:

- in questo caso  $C_L \uparrow$  con  $E_{max}$  e  $\gamma_{min}$  diminuisce
- aumentando  $W$  (peso) aumento  $\gamma_{min}$

Rimanendo nel caso ascendente aumentando  $W$  ho un  $\gamma_{max}$  ( $w_{w^+} > w_{w^-}$ ).  
 Nel caso di ascendenza semplice ( $w_{w^-}$ ) se  $W$  aumenta  $\gamma_{min}$  è invariabile mentre se  $W$  diminuisce noto un incremento di  $\gamma_{max}$  (piccolo).

N.B.  $\gamma_{max}$  è presente se la componente verticale ascendente del vento è maggiore della resistenza di discesa in condizioni di disturbo.  
 Se mi trovo in questo caso allora  $\gamma_{max} < 0$  e bisogna essere chiamati angolo di rampa

Volò RETTILINEO UNIFORME ORIZZONTALE



$T = Thrust \rightarrow$  risultato delle spinte dei motori che non passano per il baricentro ma è fissi al body  $z_0$  e  $x_0$  sono assi di stabilità (body).  
 sono gli eq di equilibrio ricordandoci che devo lavorare sugli assi body:

$$\uparrow L + T \cos \alpha_T + L_t = W$$

$$\rightarrow T \cos \alpha_T = D \quad \text{con } \cos \alpha_T \approx 1 \rightarrow T = D$$

$$\curvearrowright M_0 = L \cdot x - L_t \cdot x_t \quad \text{e se } x \text{ è piccolo } M_0 = 0$$

Analizzo la resistenza dovuta al vento:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} \quad \text{con } C_L = \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

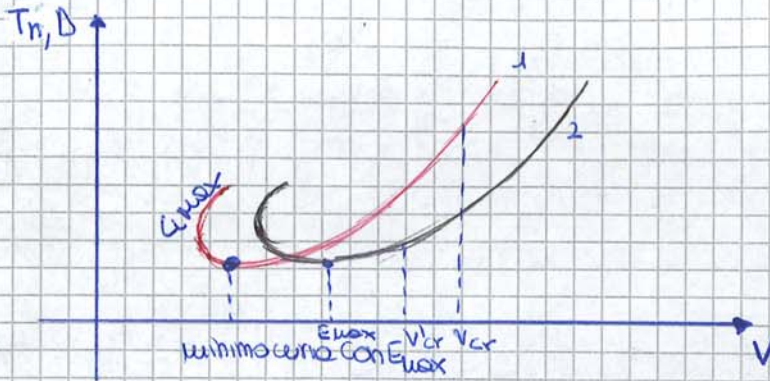
$$\text{quindi } D = \frac{1}{2} \rho V^2 \left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} \right) S = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left( C_{D0} + \frac{(W/S)^2}{\left( \frac{1}{2} \rho V^2 \right)^2 \pi \lambda} \right) =$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{D0} S + \frac{W^2 S}{2 \rho V^2 \pi \lambda} \quad \text{②}$$

① parabola

② iperbole equilatera

## Variatione di D con la quota z (condizione di minimo a getto)



$$W(\text{posto}) = \text{cost}$$

$$z(\text{quota}) = \text{cost}$$

$$2 = 1 \text{ ha fatto di } \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$V_{cr} = \text{costante} = V_T \sqrt{S} = V \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \pi D \sqrt{S}$$

PS decrease all'aumentare di z,  $V_{cr}$  diminuisce all'aumentare della quota z;  
a partire da  $V_{cr}$  ho  $C_{cr} = \text{cost}$  e impiego  $C_0 = \text{cost}$  e  $D = \text{cost}$

$$\text{Quindi } D = \frac{L}{E} = \frac{W}{E} = \frac{1}{2} \rho V_{cr}^2 C_0 S \quad A_{min} = \frac{W}{E_{max}}$$

- A partire da  $U_{cr}$  ( $M_{cr}$  minimo) avviene la quota  $z \rightarrow C = C_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$
- Aumentando la quota z  $C$  diminuisce e di conseguenza diminuisce anche  $V_{cr}$  la curva  $\rightarrow$  tende destra di un fattore moltiplicato  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .
- (Diminuiscono anche  $T, C_0$  ed il rapporto  $\frac{V_{cr}}{M_{cr}}$  con  $U_{cr} = \text{cost} \rightarrow V'_{cr} < V_{cr}$ )

## VARIAZIONE DELLA SPINTA

Posso definire diversi tipi di spinta (potenza perolica)

$T_u$  = spinta necessaria

$T_d$  = spinta disponibile  $g(V, z, u) \rightarrow T_d = T_{s0} \varphi_1(u) \chi_1(V, z) \varphi_2(z)$

$T_{s0}$  = spinta statica per  $z_{in} = 0$  o in massima

Definisco:

$u$  = numero di giri e progetto

$u_0 = u_{max}$  = numero giri massimo

$k$  = consumo specifico  $\left[ \frac{N_{combust}}{N_{spinta-R}} \right]$

$$\left. \begin{array}{l} u = u_0 \rightarrow u_{avvieto} = 1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow k = k_{s0} \varphi_2(u) \chi_2(\cdot) \varphi_2(z)$$

$\hookrightarrow k_{s0}$  consumo specifico a  $u = u_0$  e  $z_{in} = 0$

## Dipendenza dal numero di giri

$\frac{T}{T_{s0}} = \left( \frac{u}{u_0} \right)^{3.5}$  Proporzionale crescente spaga l'aumento del numero di giri per i reattori

$$\varphi_1(u) = \left( \frac{u}{u_0} \right)^{3.5} = u_{avvieto}$$

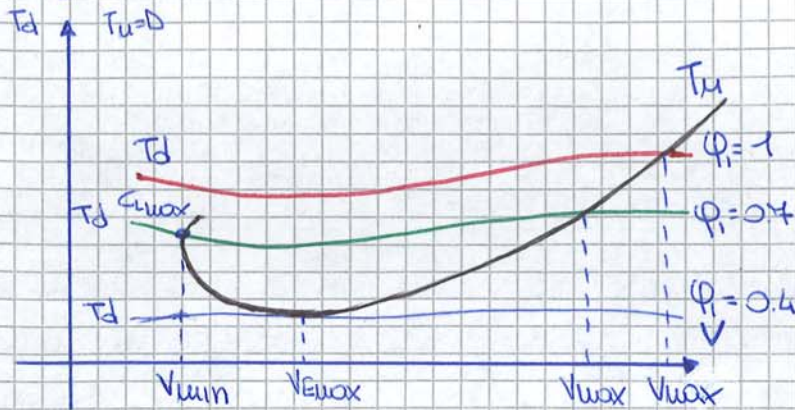
se avvieto = 0.45%,  $u = u_0 \cdot 0.45 \sim 0.45 u_{max}$  (24)

$$\varphi_2(u) = 1 + \text{coeff} \left( \frac{u_0}{u} - 1 \right)^2$$

con coeff = 0.5 indica il consumo inferiore di  $u$



Nel grafico spinta-velocità:



$\phi_1 = 1$  implica  $T_d \text{ max}$

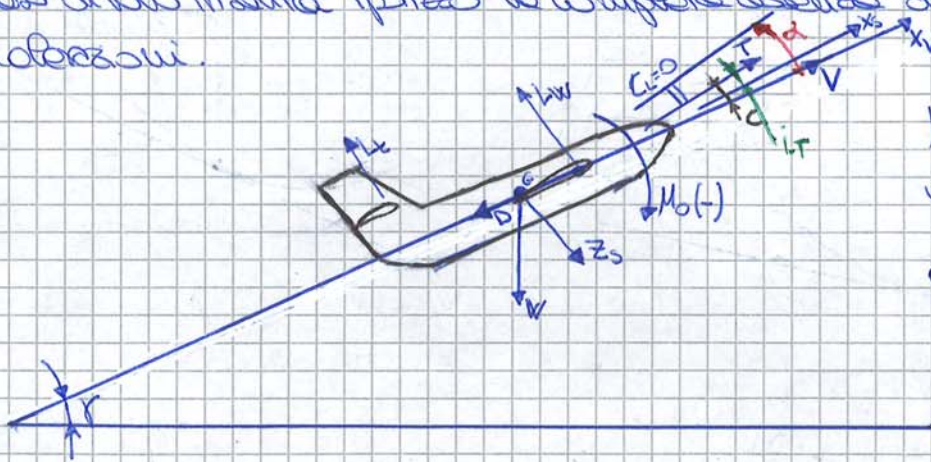
$V_{max}$  = velocità massima a cui vola il velivolo a  $z_{cost}$  e con quel determinato numero di giri

considero il velivolo con un certo peso ed una certa quota ( $z$ )

Nel caso di  $\phi_1 = 1$   $T_d$  (spinta disponibile) è maggiore della  $T_u$  (spinta necessaria) quindi riduco  $T_d$  (abbassando conseguente walk to air) agendo sulla velocità. Finché non si ha  $T_d = T_u (=D)$  il velivolo può poi intervenire esattamente non facendo  $V = \text{cost}$ .

**Volo IN SALITA**

Nel caso di volo in salita ipotizzo la completa assenza di forze centrifughe ed accelerazioni.



$M_b$  è negativo quindi ho un momento picchiante angolo d'assetto  $\theta \neq 0$

Definisco:

- $\gamma > 0$  = angolo di rampa
- $x_v$  = asse vento  $\neq x_s$  = asse body  $\rightarrow x_s$  quindi simolare rispetto al velivolo
- $i_T$  = angolo riferito alle travi
- $II$  = angolo costante tra portanza nulla e T
- $C \sim \alpha$   $\rightarrow$  se  $x_v \sim x_s$   
 $\downarrow$   
 non vale in questo caso però.

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{1}{2} C_L^{-\frac{3}{2}} C_{D0} + \frac{3}{2} \frac{C_L^{-1/2}}{\rho \lambda} = 0$$

$$\frac{3}{2} \frac{\sqrt{C_L}}{\rho \lambda} = \frac{C_{D0}}{2 C_L^{3/2}} \rightarrow C_L^2 = \frac{C_{D0} \rho \lambda}{3} \text{ ed infine passo diretto}$$

$$(C_L)_E = \sqrt{\frac{C_{D0} \rho \lambda}{3}}$$

$$\text{Infine } C_D = C_{D0} + \frac{\rho \lambda C_{D0}}{3 \rho \lambda} = \frac{4}{3} C_{D0} \rightarrow (C_D)_E = \frac{4}{3} C_{D0}$$

sostituendo l'espressione di  $C_L$  appena trovata

grafico di riferimento dei  $C_L/C_D$

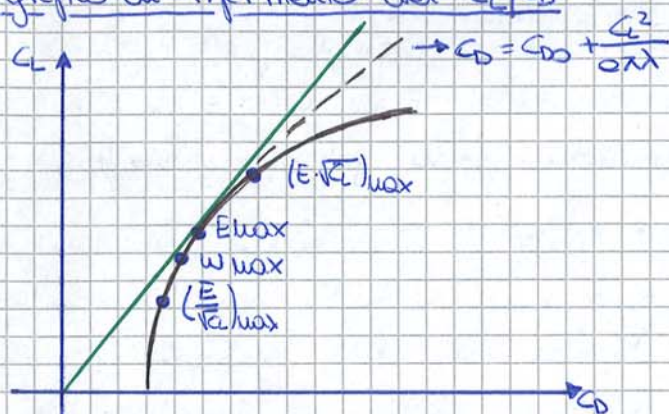
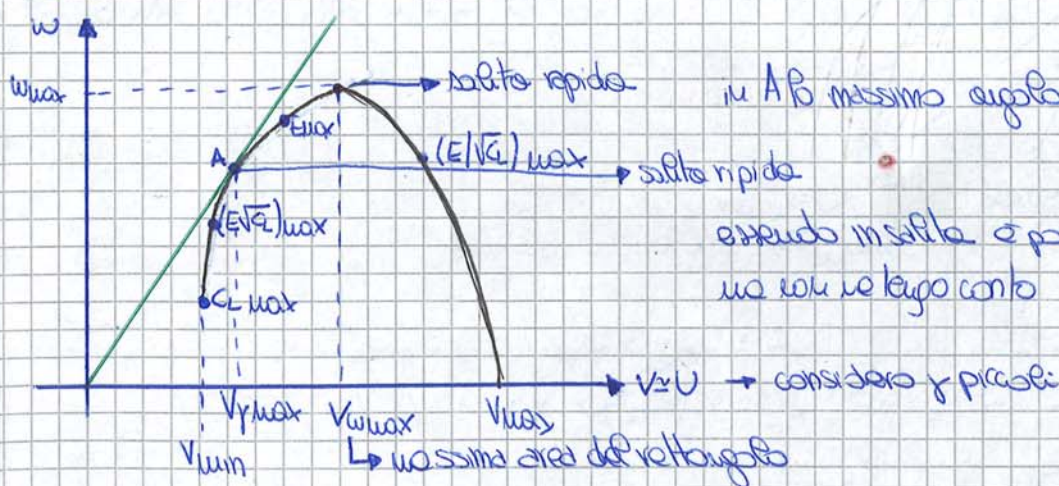


grafico prestazioni in salita



Passare alla rappresentazione delle performance del volo in salita.



però ricavare il tempo necessario per salire a quota  $z$ ,  $t_R$  come:

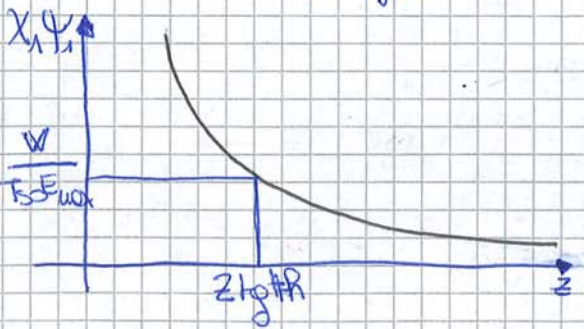
$$dz = w dt \rightarrow t_z = \int_0^z \frac{dz}{w} \Rightarrow t_z = \sum_{i=1}^M \frac{\Delta z_i}{w_{mi}}$$

questo tempo viene valutato per  $w = T = T_u = D$  o  $w = E_{max}$  ed  $L = W$

$$\frac{T}{W} = \frac{D}{W} = \frac{D}{L} = \frac{1}{E} \rightarrow T = \frac{W}{E} \sim \frac{W}{E_{max}}$$

ricorda che  $\varphi_1 = 1 \rightarrow$  velocità massima = spinta massima e  $T = T_{50} K_1 \psi_1 \varphi_1 = \frac{W}{E_{max}}$

$$\text{e definisco } \begin{cases} X_1 = f(z, v) = f(z, v_{max}) \\ \psi_1 = f(z) \end{cases}$$



algebra analitica diretto al pt:

$$\Delta R = \frac{f}{2} \frac{v^2}{g}$$

Dofinisco  $C_L = \frac{W/S}{0.5 \rho v_i^2}$  con  $V_t = V_i \frac{1}{\sqrt{8}}$

Salvo inquadra Po un aumento di  $V_t$  ( $A \rightarrow A'$ ) ( $\delta \uparrow$ )  
 $C_L = \text{cost} \rightarrow C_D = \text{cost} \rightarrow D = \frac{1}{2} \rho V_i^2 C_D S = \text{cost} \rightarrow$  resistenza costante  
 Po potenza necessaria però aumenta di  $\sqrt{8}$  ( $A \rightarrow A'$ )  
 $T_H = D \cdot V = D \cdot V_t \sqrt{8}$

Ragionamento: in A è definito un  $C_L$  (correlato direttamente con Po potere) con una certa  $V_i$ . A regime non compressibile  $\rightarrow V_i = V_e$ ; considero gli errori strumentali  $V_i = V_c$  e  $V_e = V_i$  perché considerato probato di base.

Cambiando  $z$  i punti si spostano e si modifica in funzione di  $\frac{1}{\sqrt{8}}$   $\rightarrow$  A RISORRE  $V_i = V_e$  perché trascuro (A COMPRESSIBILE) PO CONSIDERO NUCI GLI ERRORI STRUMENTALI (QUINDI  $V_i = V_c$ ) e POI  $V_i = V_e$  PERCHÉ (ALTRA) BASE

Potenza disponibile

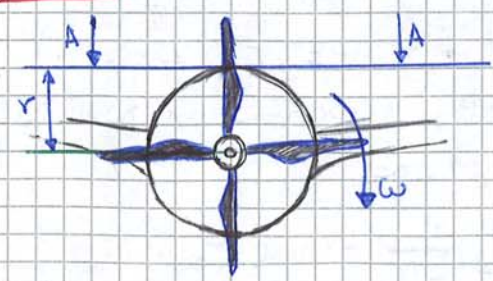
$T_{mu} = C_w \rightarrow$  funzione del numero di giri n  
 ↓  
 coppia  
 e la potenza disponibile è  $T_d = T_{mu} \psi(z) \cdot \delta(\mu) \eta_e \rightarrow$  rendimento elica  
 FUNZIONE DI COPPIA  $\uparrow$   $\rightarrow$  manetta in termini percentuali  $0 < z < 1$

dove  $T_{mu}$  è la potenza del motore a o.m.  
 possiamo studiare la dipendenza dalla quota  $z$ :

$$\frac{T_{mu}}{T_{mu0}} = \psi(z) = \frac{C}{C_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{T_0}{T} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\rho}{\rho_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

POTENZA VARIA CON LA COPPIA CHE DIVERGE DALLA  $C_L$  (RESISTENZA RELATIVA DELL'ARIA)

ELICA



La rotazione  $\omega$  in prez. è esattamente  $\omega_{aria}$

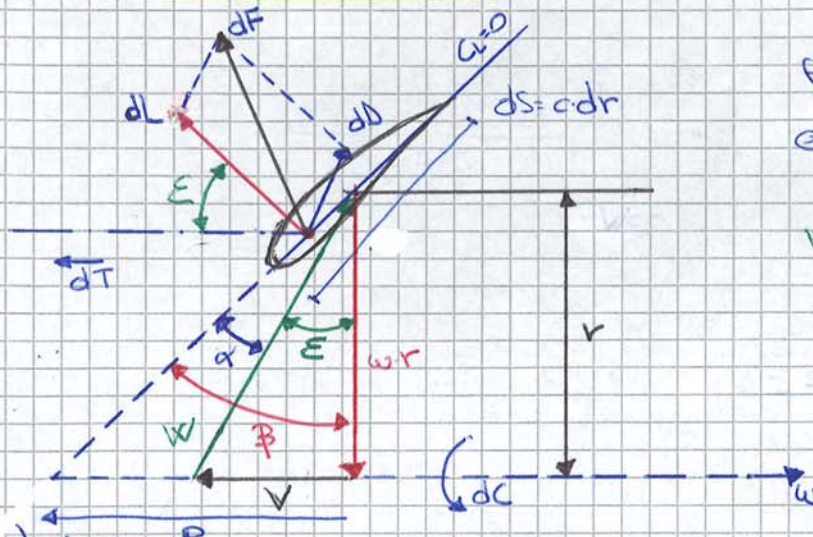
Elica: organo di propulsione od eliozazione in un mezzo fluido costituito da un mozzo (parte centrale accoppiata ad un albero) da cui si irradiano una serie di pale opportunamente orientate e sagomate

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{2\pi}\right) - \arctg\left(\frac{10}{100}\right) \approx 3.3^\circ \quad \text{se } \Gamma = 1$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{2\pi \cdot 0.5}\right) - \arctg\left(\frac{10}{50}\right) \approx 6.35^\circ \quad \text{se } \Gamma = 0.5$$

→ passo costante a variabile

**TEORIA NELL'ELEMENTO DI PALA**



Elemento considerato deve essere sottile

$w$  = velocità di avanzamento relativo

Ipotesi:

- trascurare i fenomeni di induzione aerodinamica
- effetti bidimensionali (allungamento  $\infty$ )
- effetti vortici di estremità (della pala)

flusso bidimensionale trascuro di quanto la velocità indotta la varia l'incidenza effettiva sull'elemento di pala.

quanto  $c$  (coppia) può fornire per avere una certa  $T$ ?

lavoro considerando una sezione di pala:

quante forze contribuiscono a  $dT$  rispetto al suo  $dc$ :  $dT = dL \cos \epsilon - dD \sin \epsilon$   
 in  $dT$ ,  $dL$  e  $dD$  forniscono un contributo discorde.

Nel caso di  $dc = r(dL \sin \epsilon + dD \cos \epsilon)$  dove  $dL$  e  $dD$  forniscono un contributo concorde.  $ds = c \cdot dr$  → superficie considerata

Definendo  $z = u$  pale ricordo che:

$$dL = \frac{1}{2} \rho S w^2 C_L \cdot c \cdot dr$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho S w^2 C_D \cdot c \cdot dr$$

sostituisco queste due espressioni di  $dL$  ed  $dD$  nelle espressioni di  $dT$  e  $dc$ :

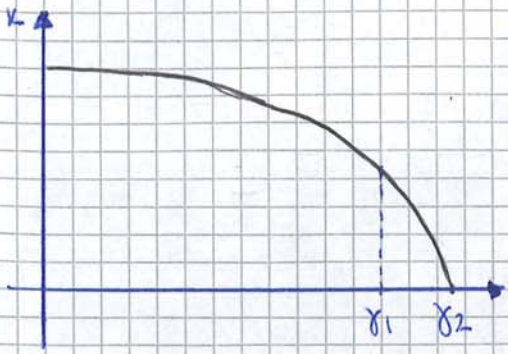
$$dT = \frac{1}{2} \rho S w^2 (\cos \epsilon \cdot C_L - C_D \sin \epsilon) c \cdot dr$$

$$dc = r(dL \sin \epsilon + dD \cos \epsilon) = \frac{1}{2} \rho S w^2 (C_L \sin \epsilon + C_D \cos \epsilon) r \cdot c \cdot dr = \text{componente di coppia fornita dall'induttore per mantenere la pala a quella velocità}$$

Nota che  $w \cdot \cos \epsilon = \omega r$  ed impiego  $z = \text{coeff di spinta}$ :

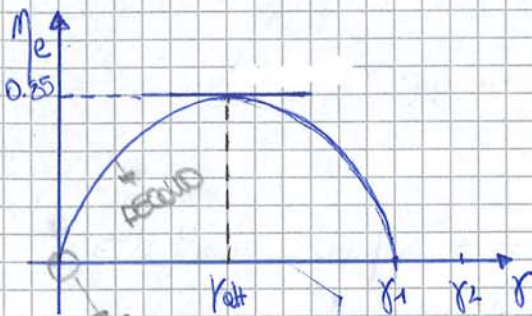
$$T = z \rho w^2 r^2 \quad \omega = \frac{\omega r}{\cos \epsilon}$$

COEFF. SPINTA



- $\alpha$  negativo e piccolo :  $dL_{rel} E = dD \cos E \rightarrow k=0 (\gamma_2)$   
 la componente di lift si inverte
- $\alpha$  ancora più negativo :  $k < 0 \rightarrow$  la coppia resistiva = coppia induttrice e meccanica fa un funzionamento a motore (si comporta da aeromotore o vero assorbito potenza dal motore relativo)

l'elica con funzione motore a motore  $\neq$  da una parte elica e la parte propulsiva ha  $\Theta$  negativo (coefficiente negativo); se  $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$  l'elica frena rispetto al flusso.

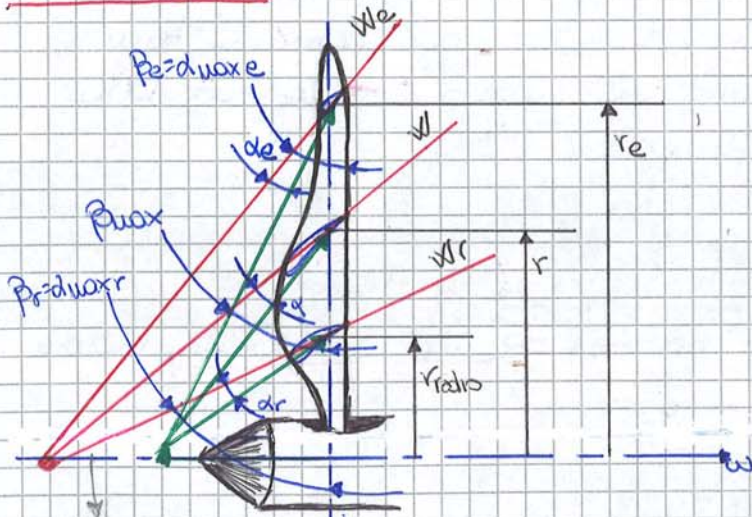


$\eta_e = 0.85$  per  $\beta = 0.25^\circ \rightarrow 25^\circ$

coefficiente delle pale : passo geometrico relativo a  $r = 0.75 r_e$

$\eta_e = 0 \rightarrow$  POTENZA UTILI A RIMBORSO FISSO  $\rightarrow$  NULLA

Passo Variabile



applico passo variabile per non avere  $\eta_{max} = \eta_e$ .

$r \approx \frac{3}{4} r_e$  pala

LETTORI INCLINATI CON DIREZIONE DI RESISTENZA NULLA, PER AUMENTO LA SUA INCLINAZIONE A CAUSA DELL'AUMENTO DI V

Nota che  $\alpha_e < \alpha < \alpha_r$ ;  $\beta_e = \alpha_{axe} = \beta = \beta_r = \alpha_{axr}$

A SEGUITA DEL  $\frac{W}{V}$  (RAPPORTO DI FUNZIONAMENTO) CHE SI SPECIFIC, ABBIAMO MIGLIORI CON FAMIGLIE DI RENDIMENTI SIMILI E PASSI UNIFORMI

Se dalla spinta  $T$  e dalla coppia  $C$  posso ricavare due nuovi coefficienti:

$$C_z = \frac{2C}{\pi r_e^2}$$

coefficiente di spinta adimensionato e continuo rispetto di fatto normale.

$$T = \frac{1}{2} \rho v^3 C_z \pi r_e^2 = \frac{1}{2} \rho v^3 C_z \cdot S \quad \text{con } S = \text{superficie del disco d'elica.}$$

Da notare come la spinta  $T$  sia ora espressa con la forma di una forza aerodinamica.

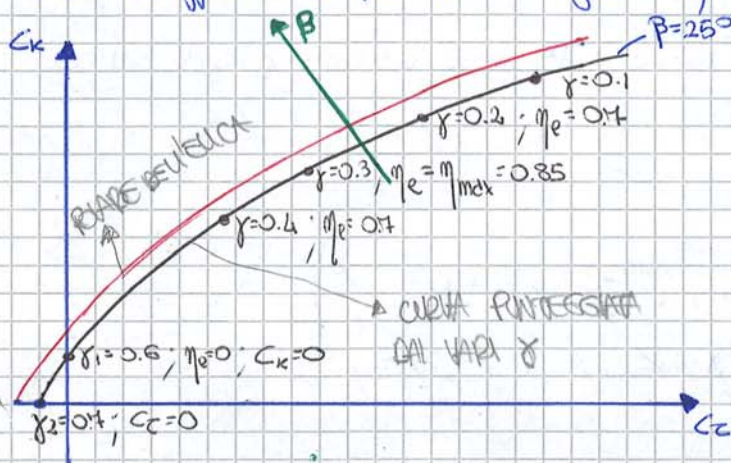
$$C_k = \frac{2K}{\pi r_e^2}$$

coefficiente di coppia adimensionato

$$C = \frac{1}{2} \rho v^3 C_k \pi r_e^2 = \frac{1}{2} \rho v^3 C_k \cdot S$$

N.B. stesse conclusioni dalla spinta  $T$ .

Questi coefficienti dipendono da geometria, rapporto di frangimento, aerodinamico...



### Teoria di R-F

$$T = A (V_{disco}) \rho [(V+i) - V]$$

$i = \text{rapporto decelerazione} \leftarrow \frac{a}{v}$

$A = \text{superficie}$

$V_{disco} = \text{velocità del flusso al disco d'elica}$

$V+i = \text{incremento di velocità all'uscita}$

$V = \text{velocità a monte (velocità di volo)}$

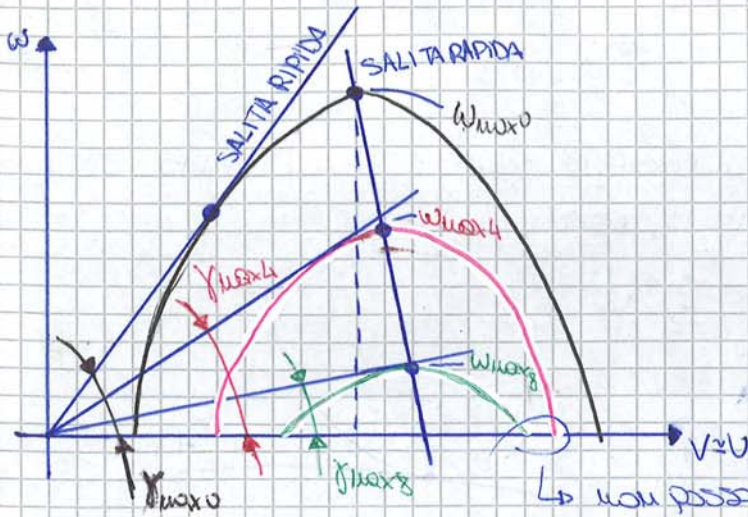
posso definire  $A \rho (V_{disco})$  come la portata di aria in massa attraverso il disco d'elica.

### Iptesi

- Simmetria assiale fra le due pale.
- Presenza di discontinuità  $A \rho$  all'ingresso disco, distribuite uniformemente







$Z_{ISA} = 0 \text{ m}$   
 $Z_{ISA} = 8000 \text{ m}$

VELOCITÀ RAPIDA DI SALITA È LA TANGENTE ALLE CURVE DI  $Z(\text{QUOTA})$

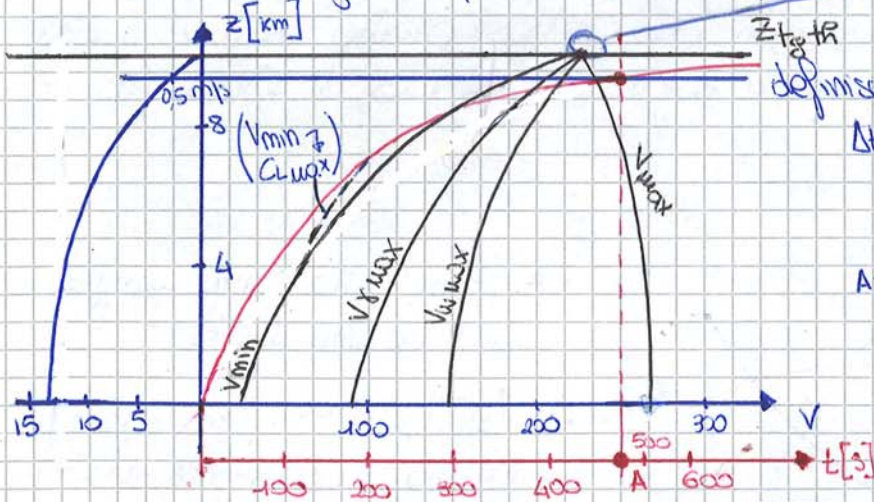
↳ non posso più salire,  $\omega=0$  quota di tg  $\approx 800/9500\text{m}$

Definisco due condizioni di ottimo:

- Salita rapida (steepest climb) quella per cui ottengo  $\gamma_{max}$  corrispondente alla velocità di volo per cui è massimo l'esubero di spinta che avviene alla velocità per cui  $T(v)$  e  $D(v)$  hanno stessa tangente.
- Salita lenta (best climb) quella per cui ottengo  $V_{max}$  corrispondente alla velocità di volo per cui è massimo l'esubero di potenza che avviene alla velocità per cui  $P_a(v)$  e  $P_r(v)$  hanno la stessa tangente (ottengo il massimo rateo di salita)

Alta quota di tangenza pratica (con  $\omega_{max}$ )

Quota tg teorica



definisco l'intervallo di tempo  $\Delta t$ :

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{\omega_{max}} \quad \text{con } t = \sum \Delta t$$

↳  $\omega$  media

A = tempo di salita alla quota di tangenza pratica

Per la tangenza:  $L=W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \rightarrow V = \sqrt{\frac{W/S}{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}}$

$DV = TV \rightarrow \pi_n = \pi_d$

se  $\omega=0$   $\frac{\pi_n}{W} = \frac{\pi_d}{W} = \frac{\eta_e \gamma \pi_{mo}}{W} = \frac{DV}{W} = \frac{V}{E} \quad \Sigma = 1$

Autonomia chilometrica

Siamo in volo rettilineo quindi:

- $T = D = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_D S$  spinta
- $L = W = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_L S$  portanza
- $E = \frac{W}{T} = \frac{L}{D}$  efficienza

Definisco il consumo specifico k, ovvero il peso di combustibile per unità di spinta nell'unità di tempo:

$$k = k_{50} X_2(v) \varphi_2(z) \varphi_2(\mu) \left[ \frac{N_{comb}}{N_{spinta} \cdot R} \right]$$

Vado a calcolare lo spazio ds percorso nel tempo dt:

Ⓐ  $ds = V dt$

Ⓑ  $T \cdot k \cdot dt = -dW$  (diminuzione del peso nell'unità di tempo per consumo di combustibile)

quindi ricordando che  $E = \frac{W}{T}$  e  $\frac{T}{W} = \frac{1}{E}$

divido la I per W  $\frac{T \cdot k \cdot dt}{W} = -\frac{dW}{W}$  e moltiplico per V

$\frac{T \cdot V \cdot k \cdot dt}{W} = -\frac{V \cdot dW}{W}$  e ricordando l'espressione di E dt ago

$\frac{V \cdot k \cdot dt}{E} = -\frac{V \cdot dW}{W}$  ma  $V dt = ds$  quindi

$\frac{k}{E} \cdot ds = -\frac{V \cdot dW}{W} \rightarrow ds = -\frac{E \cdot V}{k} \frac{dW}{W}$

Definisco G la quantità di combustibile consumabile  $\rightarrow W_{p,n} = W_{in} - G$   
 con  $W_{p,n}$  e  $W_i$  rispettivamente peso finale ed iniziale

Durante la crociera devo tenere conto di alcuni parametri variabili

- $C_L (\rightarrow E, G)$
- $V$
- $\varphi_2(\mu)$
- $z$

4 parametri  $\rightarrow$  2 equazioni (eq 1 ed 2)  $\rightarrow$  2 flussi  $\rightarrow$  2 variabili  
 $\rightarrow$  6 possibilità

Ho 2 strategie di risoluzione ① e ②

$$s = \frac{3600}{1000} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \frac{E}{\sqrt{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{1}{K} \sqrt{\frac{W}{S}} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W_i}} \right]$$

cost. trasformato in Km  $\leftarrow \sim \sqrt{1/2}$   
 $\downarrow$   $\downarrow$   
 $= \text{cost}$   $\text{viost}$   
 $\rightarrow S_{\text{max}} \rightarrow \left(\frac{E}{\sqrt{L}}\right)_{\text{max}} \rightarrow \text{autonomia max de } \frac{E}{\sqrt{L}}_{\text{max}}$

$\rightarrow$  approssimazione che mi permette di trovare la relazione tra  $S_{\text{max}}$  e  $\frac{E}{\sqrt{L}}_{\text{max}}$

Definisco  $\sigma = \frac{E}{\sqrt{L} \cdot \sqrt{S}}$  il fattore di economia di percorso

In realtà quindi  $S_{\text{max}} \rightarrow \sigma_{\text{max}}$  perché considero  $\frac{1}{\sqrt{8}}$  costante ergo  $\sigma$  dipende solo da  $\frac{E}{\sqrt{L}}$ .

Partendo dall' $C_L$  posso calcolare vari fattori che mi portano ad ottenere  $\sigma$

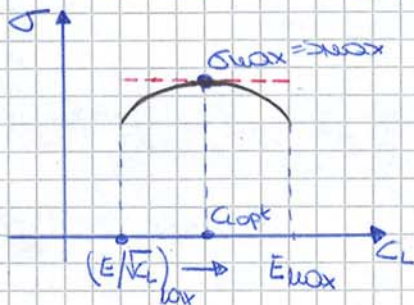
$$C_L \rightarrow C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{2\pi\lambda} \rightarrow E \rightarrow \frac{E}{\sqrt{L}}$$

da qui posso calcolare la  $V_i$  (velocità indicata)  $\sim V_e$  (velocità equivalente) tramite  $W_i \rightarrow V_i = \sqrt{\frac{W/S}{\frac{1}{2}\rho C_D}} \sim V$

da cui ricavando  $M_a \rightarrow X_1 \rightarrow \psi_1 \rightarrow \psi_1 = \frac{D}{T_{50} X_1 \psi_1}$  "momento in ziole"

$\rightarrow \psi_2 = \psi_1 \cdot z \cdot \eta \rightarrow \psi_2 \rightarrow X_2 = \psi_2 \cdot V \rightarrow K \rightarrow \sigma$

Ricordo che sono nel caso di quota costante con valori di  $C_L$  che ottimizzano il fattore di economia di percorso.



$C_{Lopt}$  =  $C_L$  ottimo ovvero il  $C_L$  per cui mantengo massimo il fattore di economia di percorso

Consumo in salita ( $z \neq \text{cost}$ )

Definisco un aumento di energia potenziale dovuto al cambiamento di quota, come:

$$\Delta E_p = W_{m} \cdot \Delta z = G_S H_i \eta_{\text{volo}}$$

dove  $G_S$  = carburante consumato in più per la salita  
 $H_i$  = potere calorifico inferiore  
 $W_m$  = peso medio

• Autonomia oraria

Per il calcolo dell'autonomia oraria ricordando che  $ds = V dt$  e  $ds = -\frac{EV}{K} \cdot \frac{dW}{W}$

$$k dt \frac{T}{W} = \frac{1}{E} k dt \quad -\frac{dW}{W} = \frac{k}{E} dt$$

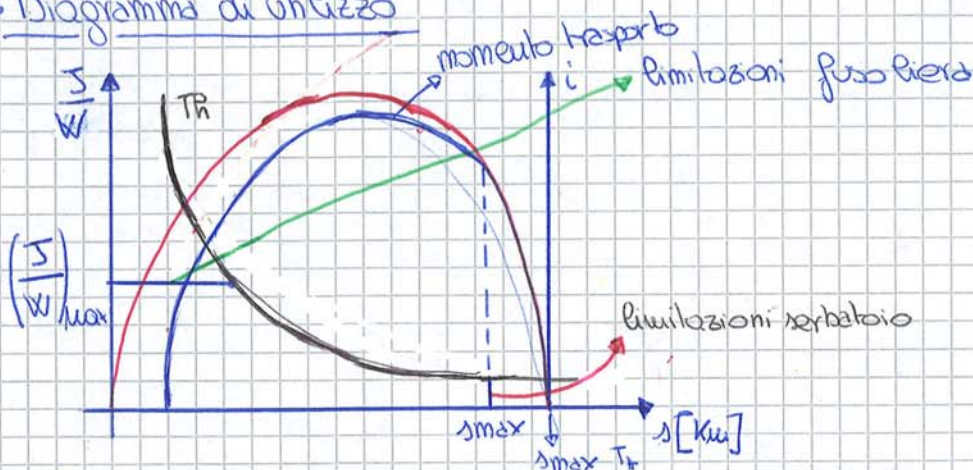
ricorda  $dt = -\frac{E}{K} \frac{dW}{W}$  ed integrando ho che:

$$t = -\frac{E}{K} \int_{W_i}^{W_f} \frac{dW}{W} = -\frac{E}{K} \ln \frac{W_f}{W_i} = \frac{E}{K} \ln \frac{W_i}{W_f} = \left(\frac{E}{K}\right)_{\max} \ln \frac{W_i}{W_i - G} = \left(\frac{E}{K}\right)_{\max} \ln \frac{1}{1 - \frac{G}{W_i}}$$

↓  
fattore da massimizzare

Arrotondo un  $t_{\max}$  utilizzando un  $K_m$  (medio) ed  $E \sim E_{\max}$

• Diagramma di utilizzo



definisco  $W_{ew}$  → peso empty weight  
 $W_{vo}$  → peso vuoto operativo

$W = W_{ew} + S + G = W_{\max}$  → ipotesi

divido per  $W_{\max}$  e ottengo  $\frac{S}{W_{\max}} = 1 - \frac{W_{ew}}{W_{\max}} - \frac{G}{W_{\max}}$

con  $\frac{W_{ew}}{W_{\max}} = 0.5$

Definisco il momento di trasporto  $i = \frac{S}{W_{\max}} \cdot s \left[ \frac{T_u \cdot Km}{T_u} \right]$

A causa di questi parametri variabili, anche nel caso di velocità ad elica, ho due costanti:

①  $E = \text{cost}$   
 $C_L = \text{cost}$   
 $\eta_e = f(\gamma)$  dove  $\gamma = \frac{V}{\omega R}$ ;

Integrando la pressione di idro ottengo  $S = \frac{\eta_e E}{c} R_e \left( \frac{W_i}{W_i - G} \right)$

Per avere  $S = S_{\text{max}}$  devo avere  $E = E_{\text{max}}$  e di conseguenza

$$C_L|_{E_{\text{max}}} = \sqrt{e\pi} \lambda C_{0S}$$

$$C_D|_{E_{\text{max}}} = 2C_{0S}$$

②  $E = \text{cost}$  con  $z \neq \text{cost}$   
 $C_L = \text{cost}$   $V \neq \text{cost}$   
 $S = \text{cost}$

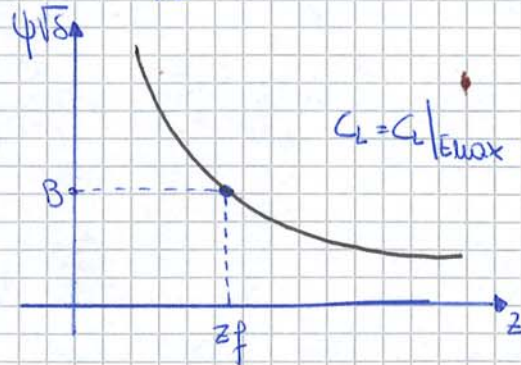
Voglio calcolare la quota finale  $z_f$ .

$$\text{Pungo } \pi_d = \pi_u = \eta_e \pi_{\text{max}} \psi S(z) = \frac{1}{2} \rho V_{\text{ins}}^2 C_D S \cdot \frac{V_{\text{ins}}}{\sqrt{S}}$$

Ricordo che:

$$\psi \sqrt{S} = \frac{\frac{1}{2} \rho V_{\text{ins}}^3 C_D S}{\eta_e \pi_{\text{max}} S} = B$$

ed inoltre  $V_{\text{ins}} = \sqrt{\frac{W f / S}{0.5 \rho C_L}}$



Autonomia oraria

Però dall'espressione di  $ds = \frac{-\eta_e E}{c} \cdot \frac{dW}{W}$  e ci saltiamo  $B$   
 $ds = V dt$  dove  $V$  è definita come:

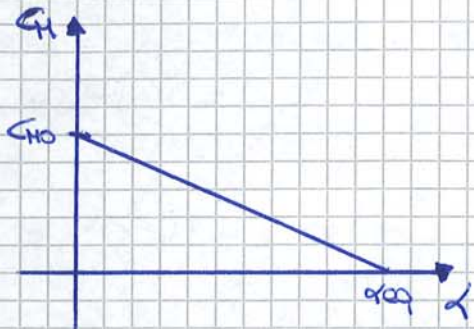
$$V = \sqrt{\frac{W / S}{0.5 \rho C_L}}$$

e quindi ricavo  $dt = \frac{-\eta_e E}{c V} \frac{dW}{W} = \frac{-\eta_e E}{c} \frac{\sqrt{C_L} \sqrt{S} \sqrt{S}}{\sqrt{2/B}} \cdot \frac{dW}{W^{3/2}} = dt$

Ricordo la condizione stabile (condizione fondamentale di stabilità):

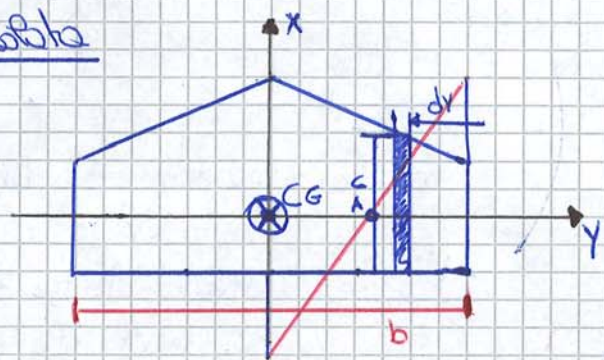
$$\frac{\partial C_u}{\partial \alpha} = C_{u\alpha} < 0 \quad \text{cioè con pendenza negativa}$$

variazione del momento di beccheggio porta il velivolo tende, per ogni  
 un aerodinamico, ad un momento che si oppone al disturbo.  
 (con  $C_{H0} > 0$ )



Espressione del  $C_u(\alpha)$

Ala isobata



A = baricentro geometrico

Definisco due corde:

• corda media geometrica  $C_{mg} = \frac{S}{b} = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} c dy$

• corda media aerodinamica  $C_{ma} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c^2 dy$

$C_{mg}$  e  $C_{ma}$  sono uguali nell'ala simmetrica rettangolare

Plano viene schematizzato come la corda di riferimento (linea) e viene posto in un sistema  $(x, y, z)$  con  $x$  posta nella direzione del bordo di fuga e  $z$  tangente al bordo di attacco.

$i_w$  è l'angolo di incidenza e  $\alpha_w$  è l'angolo di attacco

Scompongo  $F_w$  rispetto al sistema  $x, y, z$  (nelle componenti  $N_w$  e  $C_w$ )

$$N_w = L_w \cos(\alpha_w - i_w) + D_w \sin(\alpha_w - i_w) \rightarrow N_w = L_w + D_w (\alpha_w - i_w)$$

$\alpha_w \sim i_w$

$$C_w = D_w \cos(\alpha_w - i_w) - L_w \sin(\alpha_w - i_w) \rightarrow C_w = D_w - L_w (\alpha_w - i_w)$$

con  $D_w \ll L_w$  e  $D_w \sim L_w (\alpha_w - i_w)$  posso riscrivere  $N_w$  e  $C_w$  come

$$\begin{cases} N_w = L_w \\ C_w = D_w - L_w (\alpha_w - i_w) \end{cases}$$

\*  $M_b \rightarrow$  momento di profilo e portanza unitaria, non ho bisogno di  $L$  perché ho anteriormente una distribuzione di pressione (che sarebbe simmetrica se avessi un profilo simmetrico)

• Calcolo del momento equilibrante  $M_{GW}$

$$M_{GW} = N_w (x_G - x_A) + C_w (z_G - z_A) + M_{ow} = L_w (x_G - x_A) + D_w (z_G - z_A) - L_w (\alpha_w - i_w) (z_G - z_A) + M_{ow}$$

definisco  $C_{MGW} = \frac{M_{GW}}{0.5 \rho V^2 S c}$  e sostituisco l'espressione di  $M_{GW}$  in quest'

Pa di  $C_{MGW}$  ottenendo:

$$C_{MGW} = C_{LW} \frac{(x_G - x_A)}{c} + C_{DW} \frac{z_G - z_A}{c} - C_{LW} (\alpha_w - i_w) \frac{z_G - z_A}{c} + C_{Mow}$$

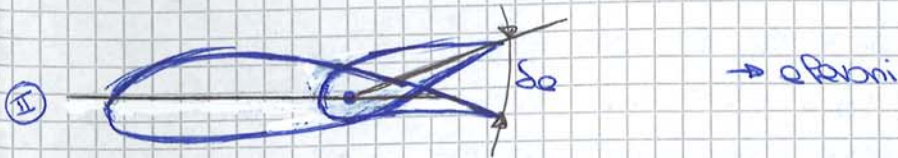
$$C_{MGW} = C_{LW} \frac{x_G - x_A}{c} + \underbrace{[C_{DW} - C_{LW} (\alpha_w - i_w)] \frac{(z_G - z_A)}{c}}_{\text{wing drag term} \sim 0} + C_{Mow}$$

$C_{DW} \rightarrow$  piccolo  
 $C_{LW} \rightarrow$  non piccolo  
 ma  $(\alpha_w - i_w) \sim 0$

Il WDT è trascurabile se:

- $C_{DW} \sim 0$
- $(\alpha_w - i_w) \sim 0$
- $(z_G - z_A) \sim 0$

$\rightarrow$  caso "ala alta" ovvero con un braccio forte rispetto al banchetto



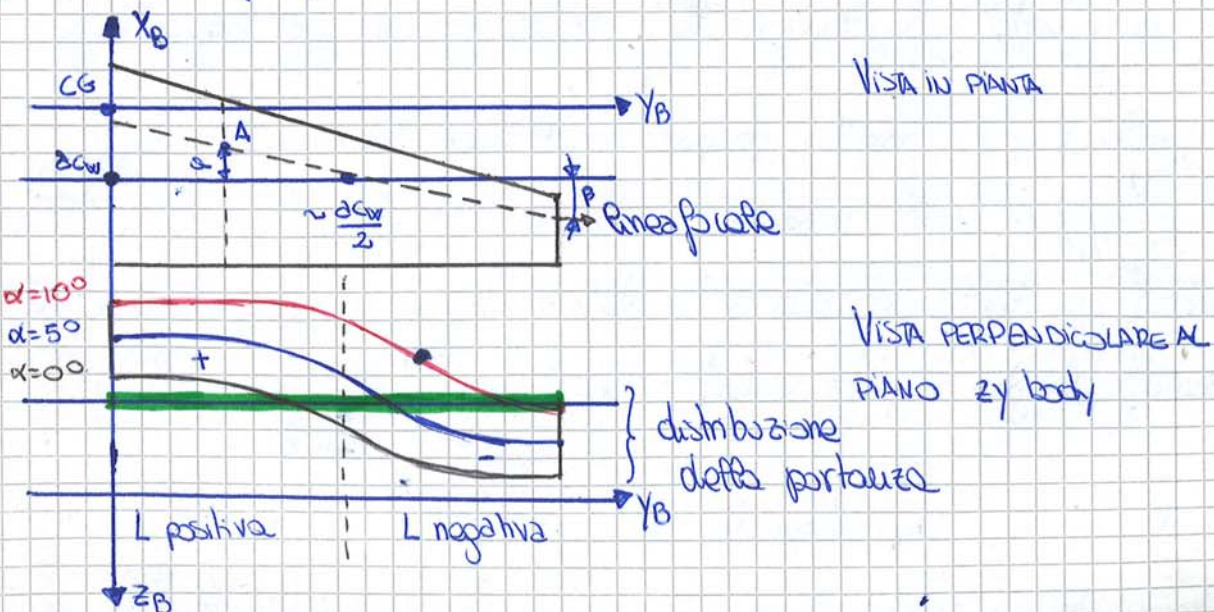
IP \$d\_0\$ deve essere negativo per riprodurre una linea d'asse a S ed ottenere  $C_{M0} > 0$



Una variante del profilo classico è il cosiddetto "profilo classico a freccia / rastremazione e svergolamento"



Lo svergolamento è negativo così, partendo da un profilo convenzionale ( $C_{M0} < 0$ ) riesce ad avere un  $C_{M0} > 0$  → momento debole, inoltre due precursori il profilo di mozzetta concorrentemente.





- ③ Coefficiente angolare di  $L$ :  $\alpha_{wb} > \alpha_w$   
 (il fus contribuisce poco alla portanza) } PICCOLE  
 VARIANZI
- ④ Incidenza:  $\alpha_{wb} < \alpha_w$

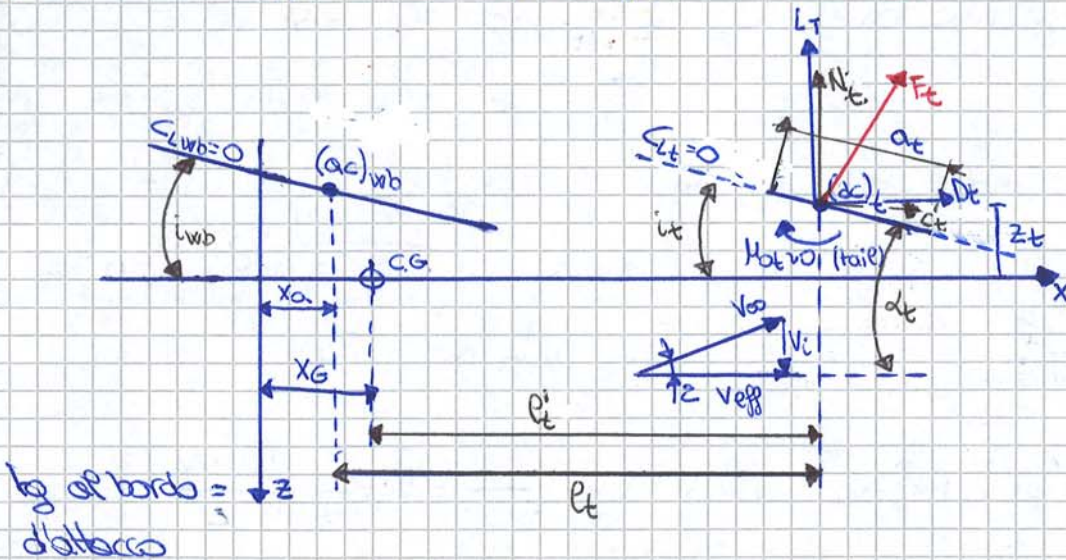
Metodo dei data-sheets (interferenza ala-fusiera)

Interferenti sperimentati permettono di capire se l'interferenza ala-fusiera sia favorevole o meno.

$$C_{MGwb} = C_{M0wb} + C_{Lwb} \frac{(x_G - x'_a)}{c} \quad \text{dove } C_{Lwb} = \alpha_{wb} \cdot \alpha_{wb}$$

$$C_{MGwb} = C_{M0wb} + \alpha_{wb} \alpha_{wb} \frac{(x_G - x'_a)}{c}$$

Velocità ala-fusiera + impennaggio orizzontale



La velocità  $V_i$  è la velocità indotta da  $L$  (dall'ala sotto cda) → downwash  
 Se sono nel caso di profilo simmetrico allora  $M_{ot} = 0$ ; nel caso di profilo non simmetrico  $M_{ot} \neq 0$  non può essere trascurato.

Debbono scomparire  $F_t$  lungo  $x$  e  $z$  (trao  $N_t$  e  $C_t$ ) per trovare  $M_{ot}$  (picchante):

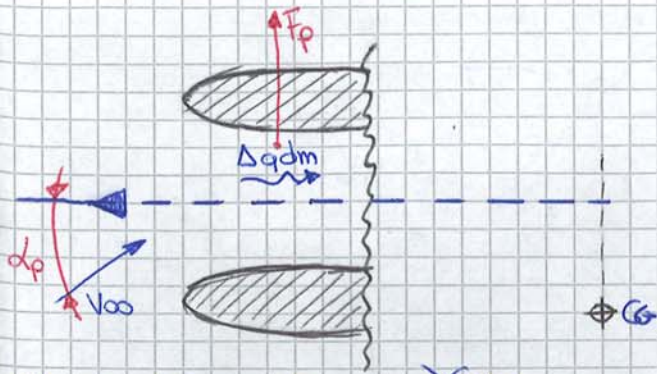
•  $M_{ot} = -N_t \cdot l'_t + C_t \cdot z_t$   
 ↳  $v_0$  perché  $C_t \ll N_t$

$N_t \approx L_t$  quindi  $M_{ot} = L_t \cdot l'_t$

• Definisco  $\eta_t = \frac{V_{eff}^2}{V_0^2} \approx 1$

- $> 1$  → flusso elica che muove il tail (benefico)
- $< 1$  → tail nella scia dell'ala





Propulsore

Un propulsore produce una spinta  $S$  ( $S = \dot{m} \Delta v$ ).  
 $F_p$  è dovuta al raddrizzamento del flusso e per piccoli  $\alpha_p$ ,  $F_p$  è lineare

Quindi  $C_{MGp} = C_{MP} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \cdot \alpha$

$\alpha > 0$  peripetesi

Velivolo completo

Il  $C_{MG}$  può essere scritto come:

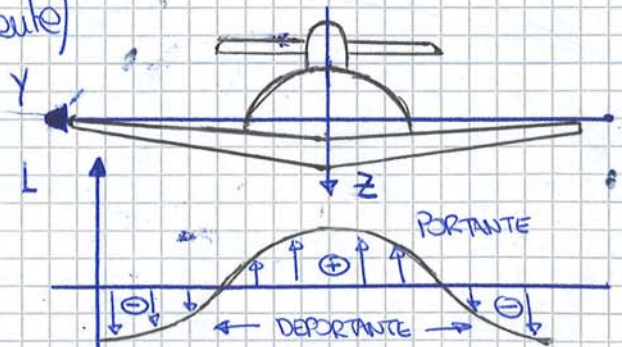
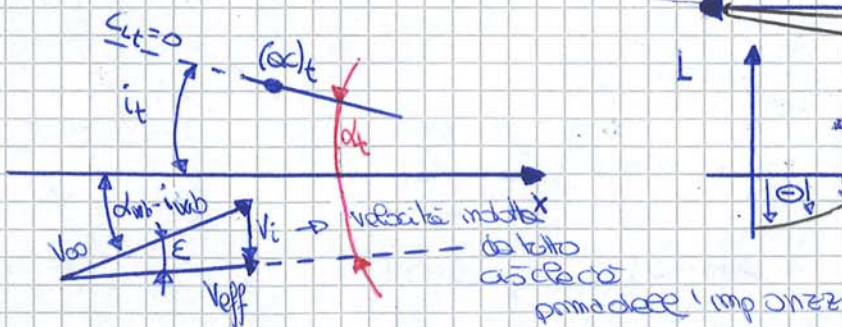
$$C_{MG} = C_{M0wb} + C_{Lwb} \frac{(x_G - x_{G0})}{c} - C_{Lt} \bar{V} + C_{Lt} \frac{St}{S} \frac{(x_G - x_{G0})}{c} + C_{MP} =$$

$$= C_{M0wb} + \frac{(x_G - x_{G0})}{c} (C_{Lwb} + C_{Lt} \frac{St}{S}) - C_{Lt} \bar{V} + C_{MP} = C_{MG}$$

Ricordo che  $L = L_{wb} + L_t \rightarrow$  Lift complessivo del velivolo  
↓ al+pass      ↓ tail

ovvero  $C_L = C_{Lwb} + C_{Lt} \frac{St}{S}$  ricavo  $C_{Lwb}$  e lo sostituisco nell'espressione del  $C_{MG}$  ottenuto  $\rightarrow C_{MG} = C_{M0wb} + C_L \frac{(x_G - x_{G0})}{c} - C_{Lt} \bar{V} + C_{MP}$

Downwash (definizione pagina precedente)



Definisco  $\alpha_t = \alpha_{wb} - i_{wb} - \epsilon + i_{it}$  con  $\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_{wb}} \alpha_{wb}$

dove  $\epsilon_0 =$  downwash angle (avete anche se  $\alpha_{wb} = 0 \rightarrow L_{wb} = 0 \rightarrow$  distribuzione di portanza disuniforme)

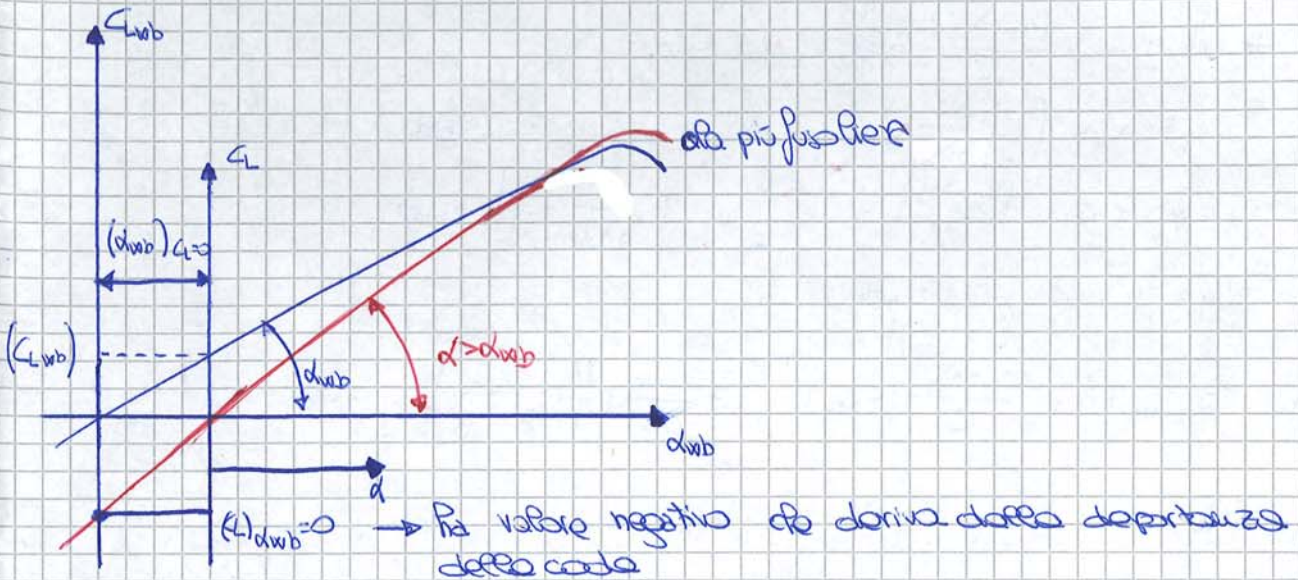
$\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_{wb}} \cdot \alpha_{wb}$  termine in funzione di  $\alpha_0$  che succede al complesso  $\alpha_{wb}$ .

Il lift sta dopo il wing ed ha pendenza negativa perché  $\alpha_t < \alpha_w$ .

Se  $\alpha_{wb} = 0 \rightarrow \alpha_t < 0$  ( $\alpha_{wb}$  "prevede"  $\alpha_t$ )  
 Se  $\alpha_{wb} > 0 \rightarrow \alpha_t = 0$  ( $\alpha_t$  "soffoca"  $\alpha_{wb}$ )

Inoltre se  $\alpha_{wb} > 0 \rightarrow L = L_t$  perché  $L_{wb} = 0$  e  $C_L$  velocità completa  $\rightarrow C_{Lwb}$

**EQUILIBRIO STATICO AL VARIARE DI  $\alpha$**



Il coeff angolare di L è maggiore  $\alpha_{wb}$ , ~~prevedendo~~  $\alpha_t$  e derivando rispetto ad  $\alpha$  ottergo:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = a = \alpha_{wb}(1+F) \rightarrow \text{coeff angolare di L}$$

Voglio ricavare  $C_{L0} = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha \rightarrow$  parto sempre dalla (1):

$$C_L = a \alpha = \alpha_{wb} \alpha_{wb} (1+F) - \alpha_t \frac{S_t}{S} i \quad \text{e posso ricavare } \alpha_{wb}:$$

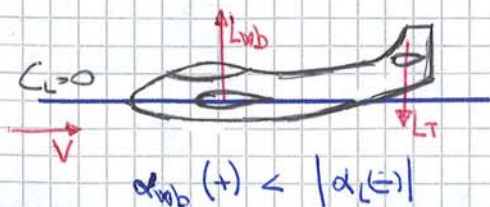
$$\alpha_{wb} = \frac{a \alpha + \alpha_t \frac{S_t}{S} i}{\alpha_{wb} (1+F)} \rightarrow a$$

Posso inoltre calcolare  $(\alpha_{wb})_{C_L=0} = \frac{\alpha_t}{\alpha_{wb}} \frac{S_t}{S} \frac{i}{1+F} \rightarrow$  piccolo ma positivo

$$(C_L)_{\alpha_{wb}=0} = -\alpha_t \frac{S_t}{S} i \rightarrow \text{negativo}$$

$$L_{\alpha_{wb}=0} \rightarrow L_{wb} = 0 \rightarrow L = L_t$$

suffice per incidere nulla  $\rightarrow L=0$



Vincede nelle stesse direzioni di  $C_L \rightarrow$   
 $\rightarrow$  quindi  $\alpha = 0 \rightarrow C_L = 0 \rightarrow L = 0$

Il lift è controllabile ma deve essere negativo

Metodi per avere equilibrio al variare di  $\alpha$

① Cambio  $x_G$  (nel caso di velivolo battuto)

Da cercare e definire il punto neutro  $N \rightarrow$  aerodynamic centre = foco del velivolo

$$\left(\frac{x_G}{c}\right)_{C_{M\alpha}=0} = \frac{x_N}{c} = \frac{x_G'}{c} + \frac{\alpha_t}{\alpha} \bar{V} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha}$$

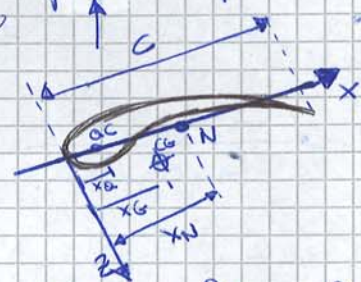
Il baricentro non attraversa nel punto in cui  $C_{M\alpha} = 0$

Definisco il origine statica (che determina il segno del termine  $\alpha$ ):

$$C_{M\alpha} = \alpha \frac{x_G - x_N}{c} < 0 \text{ con } C_{M\alpha} < 0 \text{ (} M_0 < 0 \rightarrow C_{M\alpha} < 0 \text{)}$$

ovvero  $N > x_G = ac \rightarrow \frac{x_G}{c} < \frac{x_N}{c}$

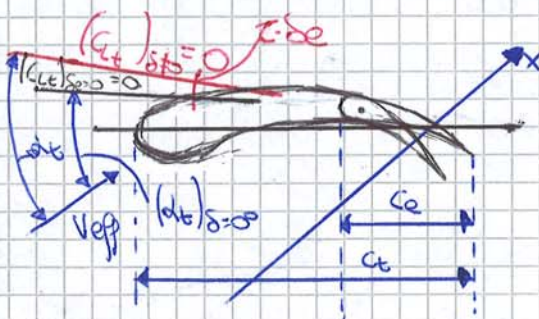
Riferito al primo metodo



② Vario  $i_t$  (coltellamento del tail)

Ho due possibilità:   
 - off wing tail   
 - equilibratore (de)

Nel primo caso tutto l'impannaggio orizzontale può cambiare il suo coltellamento mentre nella seconda utilizzo un elevator.



Nel caso di elevator definito  $z = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} \approx 0,6$  per  $\frac{c_e}{c_t} = 0,4$  ed anche

$$\Delta \alpha_t = z \cdot \delta = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} \cdot \delta$$

Per l'ala wing tail  $\alpha_t = \alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i$

Per l'equilibratore  $\alpha_t = \alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i + z \delta$

Nel secondo caso (equilibratore) allora posso definire il  $C_{L_t}$ :

$$C_{L_t} = \alpha_t \alpha_t = \alpha_t \left[ \alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i + z \delta \right]$$

quindi  $C_{L_t} = (C_{L_t})_{\delta=0} + \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} \delta = C_{L_t} \alpha + C_{L_t} \delta$

dove  $C_{L_t} \delta > 0 \rightarrow$  derivata aerodinamica con direzione positiva di rotazione (67)

## Relazioni di $\Delta$ e scelta del baricentro

l'equilibratore ruota in senso positivo  $+\delta$  con  $\delta > 0$  e provoca una variazione (maggiore) minore) della direzione di  $L=0$  ovvero:

$$\alpha_t|_{s \neq 0} = \alpha_t|_{s=0} + z \cdot \delta \quad \text{dove } z \text{ è proporzionale a } \frac{C_e}{G}$$

App' equazione  $\alpha_t = \alpha_{wb} \left(1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i + z \delta$  aggiungo l'angolo dell'equilibratore e di conseguenza:

$$C_{L_t} = \alpha_t \alpha_t = \alpha_t \left[ \alpha_{wb} \left(1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i + z \delta \right]$$

Per avere equilibrio è necessario che  $C_L = C_{Leq}$  e  $C_{MG} = 0$  dove:

$$\bullet C_L = \alpha \alpha = (C_L)_{s=0} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \cdot \delta = C_{L_0} + C_{L_s} \cdot \delta$$

$$\bullet C_{MG} = (C_{MG})_{s=0} + \frac{\partial C_{MG}}{\partial \delta} \cdot \delta = (C_{MG})_{s=\alpha=0} + C_{M_\alpha} \cdot \alpha + C_{MG} \cdot \delta$$

Metto a sistema:

$$\begin{cases} C_{Leq} = C_{L_\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{L_s} \cdot \delta_{eq} \\ C_{MG} = C_{M_\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{MG_s} \cdot \delta_{eq} \end{cases}$$

e dividendo membro a membro ottengo

$$\bullet \delta_{eq} = - \frac{C_{L_s} C_{MG_0} + C_{M_\alpha} C_{Leq}}{C_{L_\alpha} C_{MG_s} - C_{M_\alpha} C_{L_s}}$$

dove  $\Delta = C_{L_\alpha} C_{MG_s} - C_{M_\alpha} C_{L_s}$

$$\bullet \alpha_{eq} = \frac{C_{M_\alpha} C_{MG_0} + C_{MG_s} C_{Leq}}{C_{L_\alpha} C_{MG_s} - C_{M_\alpha} C_{L_s}}$$

In poche parole  $\delta_{eq}$  è l'angolo di barra da dare se voglio ottenere  $\alpha_{eq}$ .

Or meglio capire come variano  $C_L$  e  $C_{MG}$  in funzione di  $\delta$  nel caso di un velivolo convenzionale e di uno turbato.

In generale vale che:

$$\bullet C_L = C_{Lwb} + C_{L_t} \frac{S_t}{S} \rightarrow \frac{\partial C_L}{\partial \delta} = C_{L_s} = \frac{\partial C_{Lwb}}{\partial \delta} + \frac{S_t}{S} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta}$$

$$\bullet C_{MG} = C_{MGwb} + C_L \frac{(x_G - x_{G_t})}{c} - C_{L_t} \bar{V} + C_{MP} \rightarrow \frac{\partial C_{MG}}{\partial \delta} = C_{MG_s} = \frac{\partial C_{MGwb}}{\partial \delta} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \frac{(x_G - x_{G_t})}{c} +$$

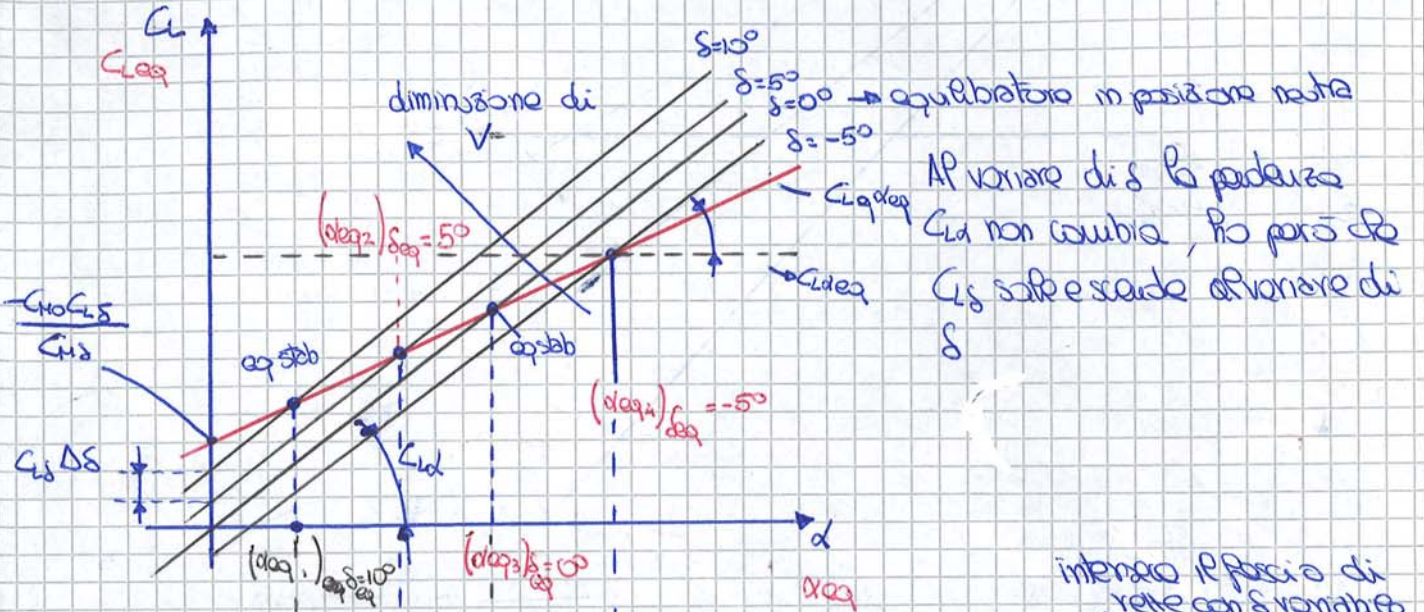
$$- \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} \bar{V} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \delta}$$

$\rightarrow 0$

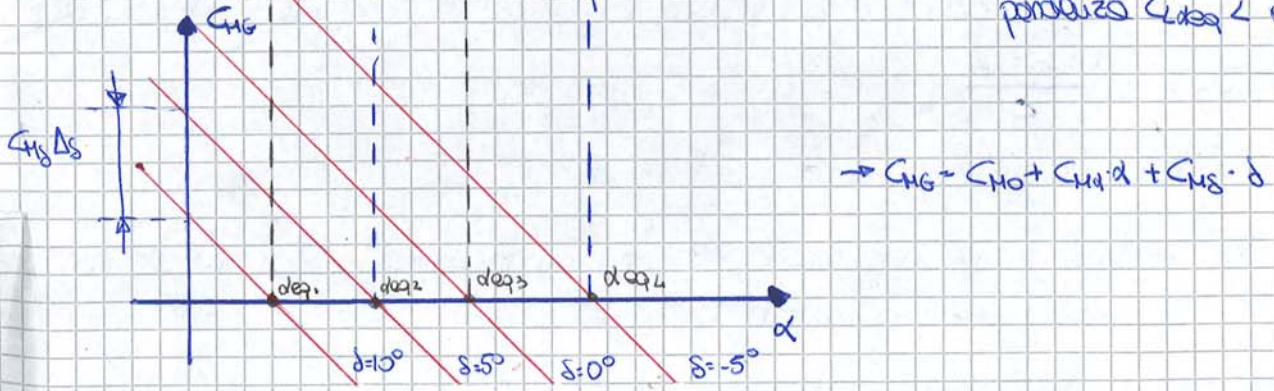
contributo del propulsore trascurabile perché esprime la variazione del coeff di momento di baricentro quando mettiamo barra per equilibrare

Quindi  $C_{eq} = \underbrace{-C_{M0} \frac{C_L \delta}{C_{Ld}}}_{\text{termine noto}} + C_{Ld} \alpha_{eq}$

Dato il termine noto cui da la intersezione con l'asse delle ordinate ( $\alpha_{eq}=0$ ) e porta ad avere un valore di  $C_{eq}$  positivo, poiché  $C_{M0} < 0$



Poss trovare  $C_{Ld} \alpha_{eq}$  come  $\frac{\Delta C_{eq}}{\Delta \alpha_{eq}} = C_{Ld} - C_{M0} \frac{C_L \delta}{C_{Ld}} \rightarrow C_{Ld} \alpha_{eq} < C_{Ld}$   
 pendenza  $C_{eq} < \text{pend } C_{Ld}$



Dato ora identificare quale sia la posizione migliore per il bilanciamento

una  $V_{max}$  con  $\Delta$

A  $C_{Lmax}$  ( $V_{lim}$ ) ho un equilibrio a picchiare con il piano di coda deformato:

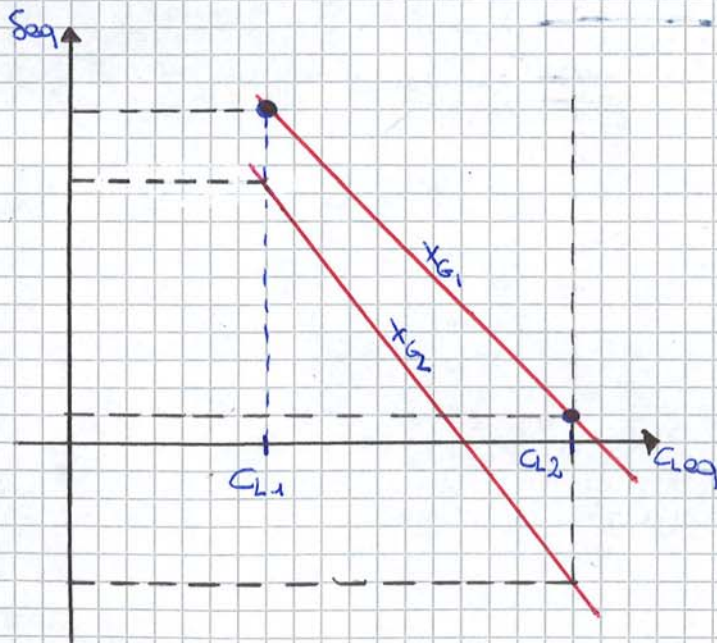
$\Delta < 0$  (picchia) e  $C_{L1} > 0$  (alza)  $\rightarrow$  da qui con lo stesso  $x_G$  diminuisci  $\Rightarrow C_L$  aumentando  $V$  e manovra la barra viene spostata in avanti quindi  $\Delta > 0$  e  $C_{L1}$  varia negativamente.  
Per traslare  $x_G$  aumento il collettamento.

Identificazione punto neutro e speed-stability.

Partendo dal grafico + voglio ricavarne la posizione del punto neutro:

derivo l'espressione di  $S_{eq} = -\frac{C_{L\alpha} C_{L\alpha}}{\Delta} - \frac{C_{L\alpha}}{\Delta} C_{L\alpha}$  rispetto a  $C_{L\alpha}$  ottenendo:

$$\frac{dS_{eq}}{dC_{L\alpha}} = -\frac{C_{L\alpha}}{\Delta} \frac{(x_G - x_N)}{c} = -\frac{C_{L\alpha}}{\Delta} < 0$$



Applico un metodo iterativo sperimentale trovando:

- Valori di  $C_{L\alpha}$  e  $S_{eq}$  variando  $x_G$ .
- ripeto l'operazione variando la velocità di volo ( $C_{L1}-V_1, C_{L2}-V_2, ecc$ )

trovo  $x_N$  quando  $\left(\frac{\partial S}{\partial C_{L\alpha}}\right)_{eq} = 0$

## Speed stability:

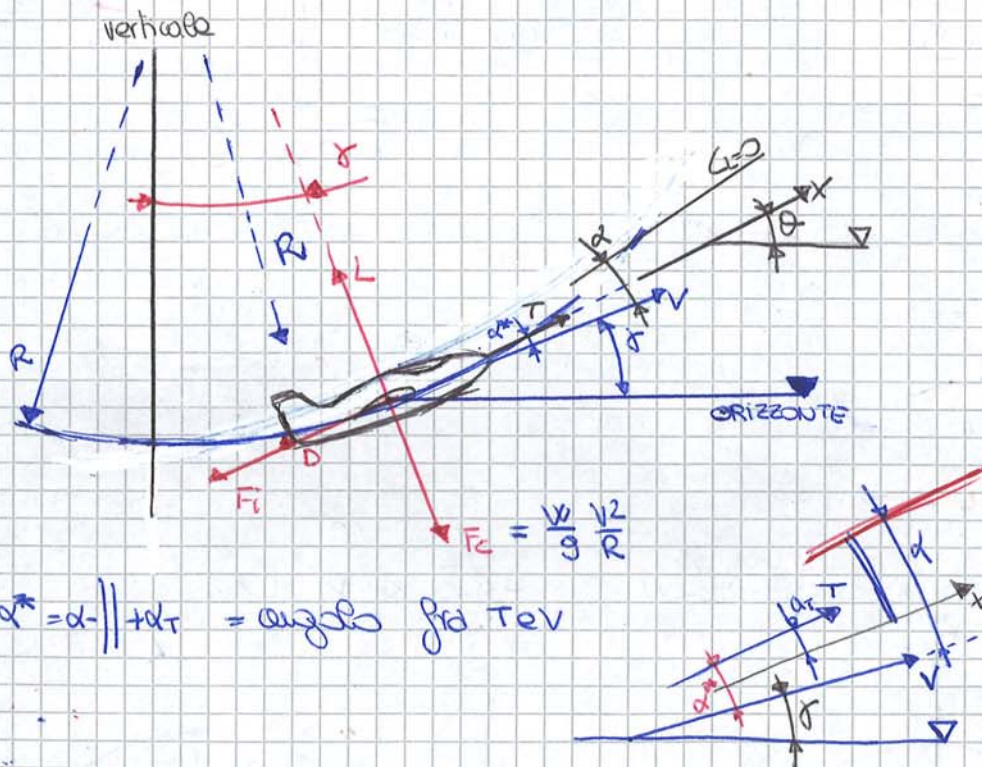
$$\begin{cases} \cdot \frac{\partial S}{\partial V} > 0 \\ \cdot C_{L\alpha} > 0 \text{ velivolo staticamente stabile} \end{cases}$$

Con  $S_{eqA}$  ho un aumento / diminuzione della velocità: se non faccio più i comandi, arrivo in ① proseguo verso ②. Per poi tornare in ① utilizzo l'equilibratore cabente/picchiante per avere  $V_{cost}$ .

Toccando i comandi (trimmando) labbro nel punto ③ con un nuovo  $S_{eq} = S_{eqB}$

## RICHIAMATA

Evoluzione consistente nel portare il velivolo dall'angolo indiacato al volo orizzontale



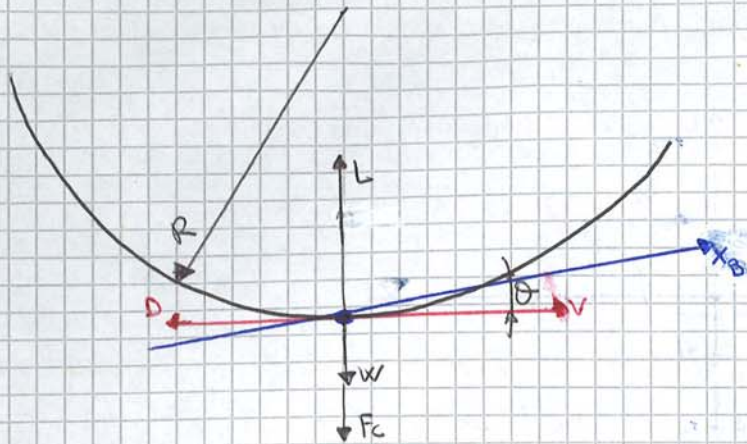
Definisco  $\alpha^* = \alpha + \alpha_T = \text{angolo fra } T \text{ e } V$

## Iptesi fondamentali:

- Esistenza di forze centrifughe  $F_c$  ed accelerazioni
- la velocità  $V$  è contenuta nel piano di simmetria.
- da prima cosa da fare è scrivere gli equilibri.



Richiamate nel piano orizzontale ( $\gamma = \infty$ )



Solitamente  $\theta$  è favorevole e quindi  $v \parallel \alpha X_B$

Calcolo  $n = 1 + \frac{v^2}{gR}$   $\rightarrow$   $R = \frac{v^2}{g(n-1)}$   $\rightarrow$  raggio di curvatura.

Nel caso in cui  $n = n_{MAX}$  e  $v = v_{MIN}$  allora otengo  $R_{min}$

R può anche essere definito come:

$L = W + F_c = W + \frac{W \cdot v^2}{g \cdot R}$   $\rightarrow$   $R = \frac{(W/g)v^2}{L - W}$  espresso in funzione della portanza  $L$

Dalla definizione di  $n = \frac{L}{W}$  capisco che per avere  $n = n_{MAX}$  allora anche  $L = L_{MAX}$  definita come:

$L = L_{MAX} = \frac{1}{2} \rho v_{MAX}^2 S C_{LMAX}$  e quindi

$n_{MAX} = \frac{L_{MAX}}{W} = \frac{\rho C_{LMAX} \cdot v_{MAX}^2}{2(W/S)}$

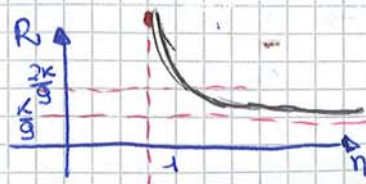
Da questa definizione posso ricavarmi l'espressione di  $v_{nMAX}^2$ :

$v_{nMAX}^2 = \frac{n_{MAX} \left( \frac{W}{S} \right)}{C_{LMAX} \rho} = k \cdot n$   
 $\rightarrow k = (v_{min}^2)_{R=\infty} \rightarrow$  nel caso di rotelle in volo uniforme orizzontale con quel peso

Notte specifico:

$v^2 = \frac{n \cdot 2 \left( \frac{W}{S} \right)}{C_{LMAX} \rho} = kn$  dove posso definire  $R = \frac{v^2}{g(n-1)}$  e quindi

$R = \frac{2Wn}{\rho S C_{LMAX}} \cdot \frac{1}{g(n-1)} = \frac{kn}{g(n-1)} = \frac{k}{g \left( 1 - \frac{1}{n} \right)}$   
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k}{g \left( 1 - \frac{1}{n} \right)} = \frac{k}{g} \rightarrow R_{min}$



Nel caso queste due condizioni non valgono allora ho bisogno della sensibilità artificiale (bob weight)

$$\Delta C_L = C_{L\alpha} \Delta \alpha + C_{L\beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_L}{\partial q} \cdot q$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} \cdot \hat{q} = C_{Lq} \cdot \hat{q} \rightarrow \text{non adimensionato}}$

Definisco  $\hat{q} = 2q \frac{V}{c} = \frac{qC}{2V}$  quindi ottengo

$$\Delta C_L = C_{L\alpha} \Delta \alpha + C_{L\beta} \Delta \beta + C_{Lq} \hat{q}$$

$$\Delta C_{MG} = C_{M\alpha} \Delta \alpha + C_{M\beta} \Delta \beta + \frac{\partial C_{MG}}{\partial q} \cdot q = C_{M\alpha} \Delta \alpha + C_{M\beta} \Delta \beta + C_{Mq} \hat{q}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\frac{\partial C_{MG}}{\partial \hat{q}} \cdot \hat{q} = C_{Mq} \hat{q}}$

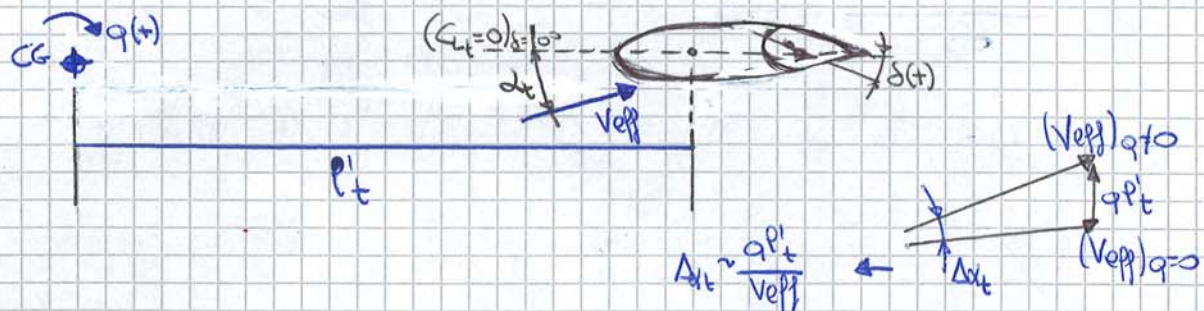
Prendo ora in considerazione un tempo di riferimento adimensionato

$$\hat{t} = \frac{t}{t^*} \quad \text{con } t^* = \frac{c/2}{V} \rightarrow \text{tempo aerodinamico}$$

$$\text{Quindi } C_{Lq} = \frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} = \frac{\partial C_L}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial \hat{q}} = \frac{\partial C_L}{\partial q} \cdot \frac{2V}{c} = \frac{\partial C_L}{\partial q} \cdot \frac{1}{t^*}$$

$$C_{Mq} = \frac{\partial C_{MG}}{\partial q} \cdot \frac{1}{t^*} = \frac{\partial C_{MG}}{\partial \hat{q}} \quad \boxed{\hat{q} = q \cdot t^*}$$

Conclusioni su  $C_{Mq}$  e  $C_{Lq}$



$C_{Mq}$  e  $C_{Lq}$  forniscono informazioni riguardo la variazione di  $C_L$  e  $C_M$  allo aumentare/diminuire di  $q \neq 0$ .

Ricordo che:

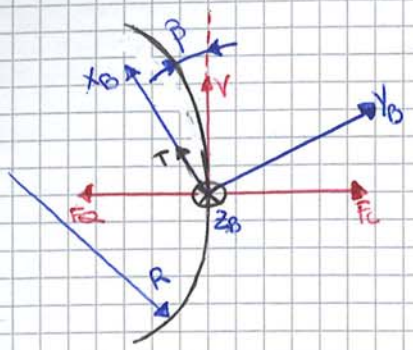
$$\hat{q} = \frac{q}{V/c} = \frac{qC}{2V} = q \cdot t^*$$

$$\hat{t} = \frac{t}{t^*}$$

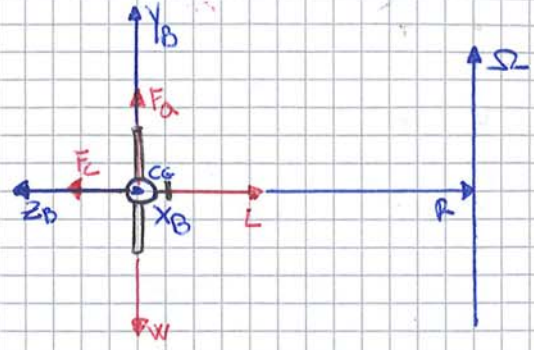
$$C_{L_t} = a_t \Delta \alpha_t \rightarrow \Delta C_{L_t} = \Delta \alpha_t \Delta a_t \sim a_t \cdot \frac{q p'_t}{V_{eff}} = a_t \cdot \frac{p'_t}{V} \cdot \frac{qC}{2V} \cdot \frac{2V}{c} \rightarrow \boxed{\Delta C_{L_t} = 2\alpha_t \frac{p'_t \hat{q}}{c}}$$

# VIRATA

Movimento curvilineo per cui un aereo cambia direzione



Vista in pianta (virata piana)



Vista frontale (virata a carote)

Punto a cui prende una  $V$  non allineata all'asse longitudinale  $x_B$  e deve esistere una forza  $F_a$  che si opponga alla forza centrifuga  $F_c$ :

- Nel caso di virata piana (imbardata massima)  $F_c$  è equilibrato da  $F_a$  (forza aerodinamica)  $\rightarrow$  sono nel caso di traiettoria orizzontale con piano di simmetria verticale
- Nel caso di virata stretta (virata a carote)  $F_c$  è equilibrato da  $L$  (portanza)  $\rightarrow$  sono nel caso ideale senza sbandamento.

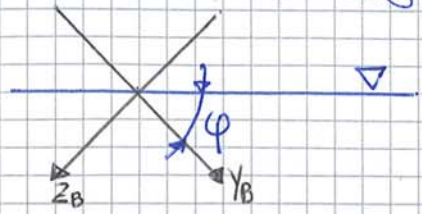
Definisco  $\beta =$  angolo di derapata (sideslip angle) l'angolo tra  $V$  e l'asse  $x_B$  ovvero l'equivalente di  $\alpha$  nel piano trasversale cioè da origine ad una forza trasversale.

Nel caso di virata corretta (senza derapata) la risultante delle forze di massa

$$\vec{R} = \vec{F}_c + \vec{W} \text{ è contenuta nel piano di simmetria.}$$

Inoltre percepire se la virata è corretta non basta osservare se la pipina del visorsbandometro è centrata ovvero se  $\beta=0$ ; nel caso  $\beta \neq 0$  allora la virata non è corretta e  $F_a \neq 0$ .

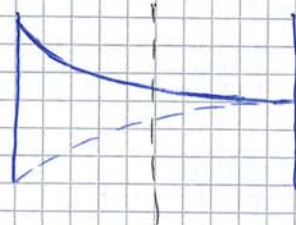
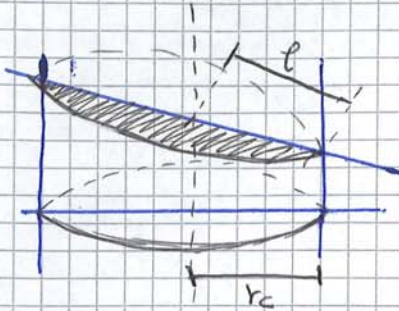
Il caso più generale della virata corretta è quello che include lo sbandamento ovvero la virata generica con sbandamento.



Definisco  $\phi$  angolo di sbandamento in virata.

Quindi  $\frac{v^2}{\rho} = \frac{U^2}{\rho \cos^2 \gamma} = \frac{U^2}{r_c} = \frac{v^2 \cos^2 \gamma}{r_c} \leftrightarrow r_c = \rho \cos^2 \gamma$   
 $\hookrightarrow p = \frac{r_c}{\cos^2 \gamma}$

Il fattore di contingenza  $n = \frac{L}{W} \cdot \frac{\cos \rho}{\cos \gamma}$  poiché  $L \cos \gamma = W \cos \rho$  nel caso di vite  
 rateo corretta assume il valore  $n = \frac{1}{\cos \rho}$



Relazioni di  $\Omega$

$\Omega$  è definita come la velocità rotazionale.

La forza centrifuga  $F_c = m \cdot a_c = \frac{W}{g} \cdot \Omega^2 r_c = \frac{W}{g} \cdot \Omega \cdot \Omega r_c = \frac{W}{g} \cdot \Omega U \Rightarrow$

$\Omega = \frac{F_c \cdot g}{W U}$

Posso anche ragionare in questo modo:

$F_c = \sqrt{L^2} = \sqrt{(nW)^2 - (W \cos \gamma)^2} = \sqrt{n^2 W^2 - W^2 \cos^2 \gamma} = W \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma}$  (I)

Adesso essendo  $\Omega = \frac{F_c \cdot g}{W U}$  sostituendo l'espressione (I) di  $F_c$  ottengo

$\Omega = \frac{W \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma} \cdot g}{W \cdot U} = \frac{g}{U} \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma}$  ed essendo  $U = W \cos \gamma$

ottengo  $\Omega = \frac{g}{W \cos \gamma} \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma} = \frac{g}{v} \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2 \gamma} - 1}$  o nel caso di

vite a correte  $\rightarrow \Omega = \frac{g}{v} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \rho} - 1}$

Relazione di  $V$

Ricordo che  $L = nW = n \cdot \frac{1}{2} \rho \delta S_c v^2$  da cui ricavando  $V$ :

$V = \sqrt{\frac{nW}{\frac{1}{2} \rho \delta S_c}} = \sqrt{\frac{2}{\rho \delta} \frac{nW \delta}{S_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

Dai calcoli della richiesta sappiamo:

$$T \cos \alpha^* = D \pm W \sin \gamma \quad \begin{array}{l} \nearrow + \rightarrow \text{traiettoria salente} \\ \searrow - \rightarrow \text{traiettoria discendente} \end{array}$$

supponendo  $\frac{da}{dt} = 0$ .

Posso riscrivere l'espressione come:

$$T \cos \alpha^* = D \pm W \sin \gamma = \frac{L}{E} \pm W \sin \gamma = \frac{nW}{E} \pm W \sin \gamma = T_{so} \chi_1 \varphi_1 \psi_1$$

Pongo  $\frac{W}{T_{so}} = \bar{R} \rightarrow$  parametro caratteristico del veicolo e distinguo due

caso:

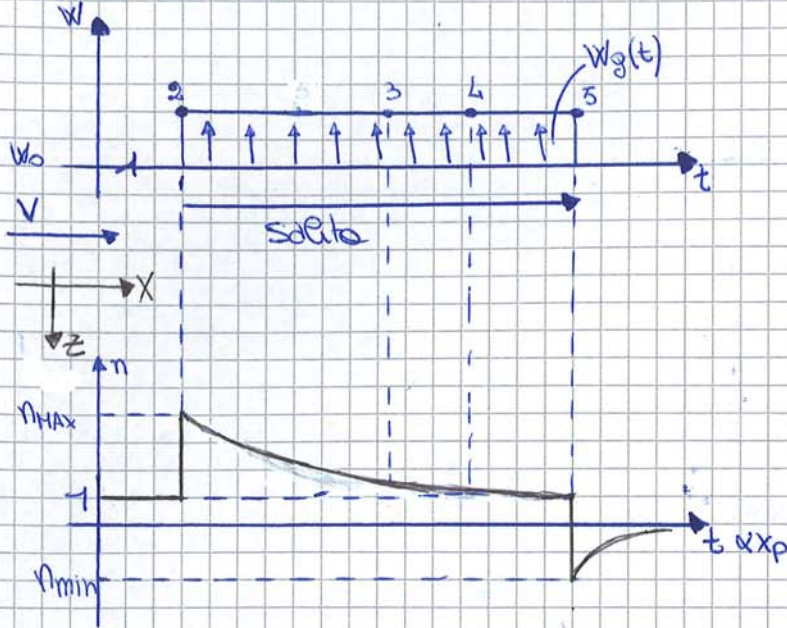
$$\text{caso salente: } \sin \gamma = \frac{\chi_1 \varphi_1 \psi_1 \cos \alpha^*}{\bar{R}} - \frac{n}{E}$$

$$\text{caso discendente: } \sin \gamma = \frac{n}{E} - \frac{\chi_1 \varphi_1 \psi_1 \cos \alpha^*}{\bar{R}}$$

Concludo che:

- definito n con  $\varphi = -1$  (manetta) ottengo  $\gamma_{max}$  per  $E_{max} \rightarrow C_{max}$ ;
- ottengo  $n_{max}$  se  $T \equiv D$  altrimenti il motore cadrebbe;
- $r_c(n_{max}) = \frac{W/S}{0.5 \beta \delta C_{L_{max}} \sqrt{1 - \frac{1}{n_{max}^2}}}$

# Diagramma di raffica (gust)

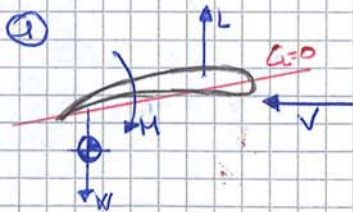


$W_g$  = velocità con componente vert.   
 ↓   
 gust   
 cafo (negativa) se considerassi la direzione degli assibody.   
 se considero però positiva parte la raffica omologata   
 mi darò  $n > 0$

Ipotesi:

- raffica istantanea verticale senza curvatura del profilo
- raffica schematizzata come discontinuità nel campo della velocità

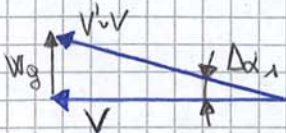
Analizzar la situazione del velivolo investito dalla raffica:



SITUAZIONE DEL VELIVOLO PRIMA DI ENTRARE IN RAFFICA (volo orizzontale)

$$\left. \begin{array}{l} \uparrow L = W \\ \downarrow H = 0 \end{array} \right\}$$

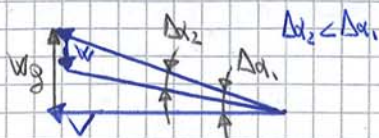
②



IL VELIVOLO INCONTRA LA RAFFICA

l'ala non risente ancora di nulla ma la velocità cambia (sia modulo che direzione)

③



TRANSITORIO (l'aeromobile prende a salire)

Si riduce leggermente la componente locale di  $W_g$

③ / ④ casi in cui  $0 < \Delta\alpha_2 \leq \Delta\alpha_1$

Ho che  $F = m \cdot a = \Delta L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha} (\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2) = \frac{W}{g} \cdot \ddot{w}$

dove  $w$  è l'accelerazione  $\frac{W_0}{\rho V^2 S C_{L\alpha}}$   $\frac{W_0 V}{\rho V^2 S C_{L\alpha}}$

Nel transitorio ho  $\begin{cases} w(0) = 0 \\ \ddot{w} + \frac{Vw}{R} - \frac{W_0 V}{R} = 0 \end{cases}$

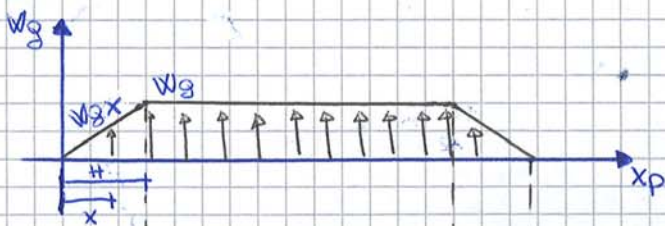
dove la soluzione del sistema è  $w = W_0 \left(1 - e^{-\frac{x_p}{R}}\right)$  con  $x_p = Vt$  definito come lo spazio percorso.

Derivando rispetto al tempo ottengo:

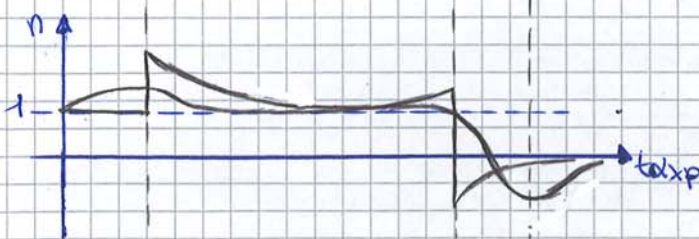
$\frac{dw}{dt} = \dot{w} = \frac{W_0 V}{R} \left(e^{-\frac{Vt}{R}}\right)$  dove  $n_{MAX} = \pm \frac{W_0 V}{g \cdot R} e^{-\frac{Vt}{R}}$  perché ora  $a_w = \dot{w}$

(vedi grafico  $n-t$   $x_p$  iniziale)

Raffica graduata lineare



H = lunghezza che identifica il fronte della raffica graduata lineare



Definisco  $W_{gx} = \frac{W_g \cdot x_p}{H}$  dove  $x_p = V \cdot t$  e l'accelerazione di  $w$  rispetto al tempo diventa:

$\frac{dw}{dt} = \dot{w} + \frac{Vw}{R} - \frac{W_0 \cdot V}{R} = 0$  che può scrivere come

$\ddot{w} + \frac{Vw}{R} - \frac{W_0 \cdot V^2 t}{RH} = 0$

Nel transitorio:

$w = -\frac{RW_0}{H} \left(\frac{V}{R}t + e^{-\frac{Vt}{R}} - 1\right) \rightarrow a_w = \dot{w} = \frac{W_0 V}{H} \left(1 - e^{-\frac{Vt}{R}}\right)$

## TEMI D'ESAME

Il numero di es e domande teoriche varia a secondo di come gli gira

25/05/31

### Esercizi

- 1) Determinare quota ISA con  $Z_{ANE} = 6500$  e  $t_e = -12^\circ\text{C}$  dati.
- 2) Calcolare velocità minima di discesa  $W_{min}$  con corrente ascensionale  $W_w = 0,32$  m/s;  $C_{D0}$ ,  $\lambda$ ,  $e$ ,  $W/S$ ,  $Z_{ISA}$  dati.
- 3) Calcolare la velocità max di discesa  $W_{MAX}$  con  $E_v = 30$ . Dati di prima
- 4) Autonomia max  $s_{MAX}$  di un velivolo ad elica con caratteristiche date
- 5) Determinare il fattore di coniugazione  $n$  di un velivolo in un arco con raggio  $r$

### Teoria

- 1) Effetto dell'ipersustentazione al bordo d'attacco e di fuga nelle curve  $G_x$  (pag 15)
- 2) Effetto quota sotto curva della spinta necessaria per il velivolo a gallo (pag 27-28)
- 3) Diagramma utilizzo momento di trasporto (pag 51)
- 4) Diagramma  $S_0(C)$   $\rightarrow$  diagramma baricentro (pag 72)
- 5) Ricaricare la relazione del fattore di coniugazione max (pag 76) (inchiavolato)



## Primo appello 2014

### Esercizi

- ① Calcolare la densità relativa  $\delta(\sigma)$  conoscendo zone etc
- ② Intensità componente orizzontale  $U_w$  del vento
- ③ Quantità di carburante  $G$  per ottenere un'autonomia  $S$  a quota costante
- ④ Velocità di volo  $V$  di un velivolo in moto curvo con raggio  $r$

### Tema

- ① Diagramma di utilizzo con momento di trasporto (pag. 51)
- ② Andamento qualitativo curve spinta necessaria e disponibile (poter scegliere tra elico o getto) (pag. 29/32)
- ③ Brandeggio di coltello → slide
- ④ Dimostrazione raggio minimo di curvatura invertita (pag. 84)
- ⑤ Diagramma  $S_e(C_L)$  con posizione limite anteriore del banco d'ala (pag. 72)

## Esame scritto da Gili

### Esercizi:

- ① calcolo  $V_{as}$  con  $V_i$  e  $z_{ave}$
- ② Angolo di rampa  $f_s$  e  $w_{min}$  dell'elicante
- ③ Autonomia max del velivolo a getto con  $\sigma_{max}$  e  $K_c$  costante
- ④ Angolo rampa  $\gamma$  e sbancamento  $\varphi$  del velivolo in virata

### Teoria

- ① Determinare la situazione aerodinamica sul piano di coda del velivolo convenzionale in volo rettilineo uniforme con  $\delta$  positivo → [pag. (63 - odobunwash)]
- ② Effetto quota sulla curva delle portanze necessarie per velivolo ad elica. (pag. 28)
- ③ Ricavare la relazione dell'angolo dell'equilibratore  $\delta_{eq}$  in funzione del  $C_{eq}$  e trovare posizione del limite anteriore del baricentro (pag. 69).
- ④ Descrivere gli effetti aerodinamici sul piano di coda nel caso di velivolo convenzionale in volo curvo sul piano di simmetria (inclinato) (pag. 79-80)