



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1958A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Artuso Giovanni

MATERIA: Applicazioni avanzate di fisica tecnica (Riassunto + esercitazioni) - prof. Asinari

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

APPLICAZIONI AVANZATE DI FISICA TECNICA

$a (= \| \underline{a} \| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}) \in \mathbb{R} \longrightarrow$ scalare

$\underline{a} \doteq a_i = a_j = a_k = \dots \doteq \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_D \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^D \longrightarrow$ vettore

$\underline{\underline{A}} \doteq A_{ij} = A_{kl} = A_{mn} = \dots \doteq \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1D} \\ A_{21} & \dots & \dots & A_{2D} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ A_{D1} & \dots & \dots & A_{DD} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{D \times D} \longrightarrow$ tensore

Prodotto scalare tra vettori: (2 vettori \rightarrow 1 scalare)

$\underline{a} \cdot \underline{b} \doteq \sum_{i=1}^D a_i b_i = \sum_{j=1}^D a_j b_j = \dots = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_D b_D \in \mathbb{R}$

Prodotto scalare tra tensore e vettore (si ottiene 1 vettore)

$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{\underline{A}} \doteq \sum_{j=1}^D A_{ij} b_j = \dots = \begin{Bmatrix} A_{11} b_1 + A_{12} b_2 + \dots + A_{1D} b_D \\ A_{21} b_1 + \dots + A_{2D} b_D \\ \vdots \\ A_{D1} b_1 + A_{D2} b_2 + \dots + A_{DD} b_D \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^D$

Prodotto di saturazione (2 tensori \rightarrow 1 scalare)

$\underline{\underline{A}} : \underline{\underline{B}} \doteq \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^D A_{ij} B_{ij} = \dots = A_{11} B_{11} + A_{12} B_{12} + \dots + A_{1D} B_{1D} + A_{21} B_{21} + \dots + A_{2D} B_{2D} + \dots + A_{D1} B_{D1} + \dots + A_{DD} B_{DD} \in \mathbb{R}$

Prodotto esterno (disidico) (2 vettori \rightarrow 1 tensore)

$\underline{a} \otimes \underline{b} \doteq a_i b_j = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & \dots & a_1 b_D \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & \dots & a_2 b_D \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_D b_1 & a_D b_2 & \dots & a_D b_D \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{D \times D}$

- Nei prodotti interni (primi 3) ogni puntino corrisponde a una sommatoria
- Nel prodotto scalare si fa il prodotto tra la prima generica quantità ~~...~~ e poi per la seconda generica quantità si ripete l'ultimo indice (ad esempio $\sum a_i b_i$ oppure $\sum A_{ij} b_j$)
- L'indice che compare nella sommatoria è "RIPETUTO" se non vi compare è "LIBERO"
- Nei prodotti, la dimensione del risultato finale, dipende dalla quantità di indici liberi (gli indici liberi indicano i gradi di libertà)
- Un indice libero può assumere valori a scelta, un indice ripetuto è obbligato dalla sommatoria ad assumere tutti i valori da 1 a D (zero libero \rightarrow scalare, uno libero \rightarrow vettore, due libero \rightarrow tensore)

ESEMPLI

$\underline{a} \cdot \underline{b} = a_i b_i \in \mathbb{R}$

$\underline{A} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{A} = A_{ij} b_j \in \mathbb{R}^D$

$\underline{A} : \underline{B} = A_{ij} B_{ij} \in \mathbb{R}$

$\nabla \cdot \underline{a} = \frac{\partial a_i}{\partial x_i} \in \mathbb{R}$

$\nabla \cdot \underline{A} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_j} \in \mathbb{R}^D$

$\nabla^2 a = \frac{\partial^2 a}{\partial x_i \partial x_j} \in \mathbb{R}^D$

$\nabla^2 \underline{a} = \frac{\partial^2 a_i}{\partial x_j \partial x_i} \in \mathbb{R}^D$

$A \in \mathbb{R}^{D \times D} \rightarrow \nabla \cdot \nabla \cdot A = \frac{\partial^2 A_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \in \mathbb{R}$

• la prima divergenza saturo l'ultimo indice j e poi lo ricomincia saturo l'indice i → entrambi saturati → o d.o.f → scalare

$\underline{a} \in \mathbb{R}^D$
 $\underline{A} \in \mathbb{R}^{D \times D}$
 $\nabla \cdot (\underline{A} \cdot \underline{a}) = \frac{\partial (A_{ij} a_j)}{\partial x_i} = A_{ij} \frac{\partial a_j}{\partial x_i} + \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_i} a_j = \dots \in \mathbb{R}$

$\underline{a} \in \mathbb{R}^D$
 $\nabla \cdot (\underline{a} \otimes \underline{a}) = \frac{\partial (a_i a_j)}{\partial x_j} = a_i \frac{\partial a_j}{\partial x_j} + \frac{\partial a_i}{\partial x_j} a_j = \dots \in \mathbb{R}^D$

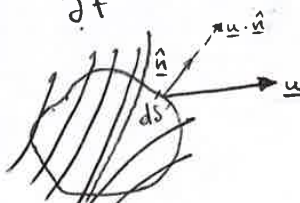
CONSERVAZIONE DELLA MASSA

Ω : dominio arbitrario (volume di controllo)
 $\partial \Omega$: bordo
 \hat{n} : vettore uscente normale alla superficie nel punto

densità $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$; m_{Ω} : massa dentro il dominio Ω
 (si trascura la natura discreta della materia → massa anche in un volume infinitesimo)

Variatione di m_{Ω} nel tempo con Ω fissato

$\frac{\partial m_{\Omega}}{\partial t} = - \int_{\partial \Omega} \rho \underline{u} \cdot \hat{n} \, dS$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \right] = \left[\text{kg/s} \right]$



• \underline{u} in generale avrà una componente \perp alla superficie e una componente \parallel che non dà variazioni di massa
 • C'è il segno - perché $\underline{u} \cdot \hat{n}$ è positivo se \underline{u} è uscente us, in quel caso c'è una riduzione di massa

Utilizzando la definizione di massa: $\frac{\partial m_{\Omega}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, dV = - \int_{\partial \Omega} \rho \underline{u} \cdot \hat{n} \, dS$

Si applica il teorema di Gauss: $\int_{\partial \Omega} \underline{F} \cdot \hat{n} \, dS = \int_{\Omega} \nabla \cdot \underline{F} \, dV \rightarrow - \int_{\partial \Omega} \rho \underline{u} \cdot \hat{n} \, dS = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \underline{u}) \, dV$

(Dimostrazione)?

FLUSSO AVVERTITO

Flusso di massa

Quale tipo di moltiplicazione?

$$\left(\int_{\partial R} \underline{I}_{ADV} \cdot \hat{n} \, dS \right)_i = \int_{\partial R} \underline{F}_{ij}^{ADV} \hat{n}_j \, dS = \int_{\partial R} \rho u_i \underline{u} \cdot \hat{n} \, dS$$

scalare x vettore non crea problema

$$= \int_{\partial R} \rho u_i \sum_j u_j \hat{n}_j \, dS = \int_{\partial R} \underline{F}_{ADV} \, dS$$

Quindi $\underline{F}_{ADV} = \rho \underline{u} \otimes \underline{u}$ (anche perché è l'unico che con 2 vettori dà 1 tensore)

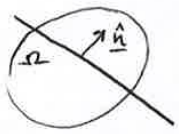
$$\left[\frac{kg}{m^2} \frac{m^2}{s^2} \right] = \left[\frac{N}{m^2} \right] = [P_0] \rightarrow \underline{F}_{ADV} \text{ sono degli sforzi}$$

FLUSSO IDROSTATICO (ISOTROPICO)

$$\underline{F}_{STAT} \cdot \hat{n} \parallel \hat{n}$$

per qualsiasi \hat{n} [normale a qualsiasi superficie]

$$\underline{F}_{STAT} \propto \underline{I} \rightarrow \underline{F}_{STAT} \cdot \hat{n} \propto \underline{I} \cdot \hat{n} = \hat{n}$$



$$\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\underline{I})_{ij} = \delta_{ij}$$

DELTA DI KRONECKER $\begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$

$$\underline{I} \cdot \hat{n} = \sum_j I_{ij} \cdot \hat{n}_j = \sum_j \delta_{ij} \hat{n}_j = \hat{n}_i = \hat{n}$$

~~...~~ $\underline{F}_{STAT} = p \underline{I}$

$$\underline{F}_{STAT} + \underline{F}_{DYN} = \underline{\Pi}$$

$$p = \text{Tr}(\underline{\Pi}) / 3$$

• Traccio: somma delle componenti sulla diagonale

Condizione di consistenza

$$p = \frac{1}{3} (\text{Tr}(\underline{F}_{STAT}) + \text{Tr}(\underline{F}_{DYN})) = \frac{1}{3} (3p + \text{Tr}(\underline{F}_{DYN})) = p + \frac{1}{3} \text{Tr}(\underline{F}_{DYN})$$

Quindi per garantire la consistenza deve essere $\text{Tr}(\underline{F}_{DYN}) = 0$

FLUSSO IDRODINAMICO

$$\nabla \underline{u} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

$$(\nabla \underline{u})_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

• Deve essere uno scelto a traccio nullo e si deve avere un tensore simmetrico

* SIMMETRIA

$$\underline{F}_{DYN} \propto (\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^T)$$

• Sommando il tensore con il trasposto diventa simmetrico

* TRACCIA NULLA

$$\underline{F}_{DYN} \propto (\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^T) + a \underline{I} \quad \text{con } a \text{ incognita}$$

$$0 = \text{Tr}(\underline{F}_{DYN}) = \text{Tr}(\nabla \underline{u}) + \text{Tr}(\nabla \underline{u}^T) + 3a$$

$$0 = \nabla \cdot \underline{u} + \nabla \cdot \underline{u} + 3a \rightarrow a = -\frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{u}$$

Quindi

$$\frac{\partial(\rho e t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e t \underline{u} + \underline{q} + \underline{\Pi} \cdot \underline{u}) = 0$$

$$\underline{\Pi} = p \underline{I} - \underline{\tau} \quad ; \quad p \underline{I} \cdot \underline{u} = p \underline{u} = \rho(p\sigma) \underline{u} \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

• L'energia totale è conservativa (altri tipi di energia non lo sono)

NAVIER-STOKES-FOURIER (NSF): Sistema di equazioni

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \underline{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) + \nabla p = \nabla \cdot \underline{\Pi} + \rho \underline{a} \\ \frac{\partial(\rho e t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e t \underline{u} + \underline{q}) = \nabla \cdot (-\underline{q} + \underline{\Pi} \cdot \underline{u}) \end{cases}$$

con $\underline{\Pi} = \rho \nu [(\nabla \cdot \underline{u} + \nabla \cdot \underline{u}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \underline{u} \underline{I}]$
 $\underline{q} = -\lambda \nabla T = -\rho \alpha \nabla T$ diffusività termica [$\frac{m^2}{s}$]

Euleriano $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\rho(t+\Delta t, \underline{x}) - \rho(t, \underline{x})}{\Delta t}$

Lagrangiano $\frac{D\rho}{Dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\rho(t+\Delta t, \underline{x} + \underline{u}\Delta t) - \rho(t, \underline{x})}{\Delta t}$

Ad esempio

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \underline{u} + \underline{u} \cdot \nabla \rho = 0 \rightarrow \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \underline{u} = 0$$

• Quindi Euleriano e Lagrangiano sono legati

$\frac{D\rho}{Dt} \approx 0 (M \ll 1) \rightarrow M \leq 0,2 \rightarrow \frac{D\rho}{Dt} \approx 0 \iff \nabla \cdot \underline{u} = 0$
 Per bassi numeri di Mach \rightarrow fluido incompressibile e campo di velocità solenoidale

Consideriamo un φ generico (u_x, u_y, u_z, et)

$$\frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \dots = \dots$$

$\approx \nabla \cdot \text{Flusso}$

$$\frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varphi \underline{u}) + \dots = \dots$$

$\uparrow \varphi \nabla \cdot (\rho \underline{u}) + \rho \underline{u} \cdot \nabla \varphi$

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ENERGIA MECCANICA

Considerando che la forza esterna è conservativa: $\underline{a} = -\nabla \varphi$
 e che l'energia potenziale non dipende dal tempo \rightarrow si studia
 l'energia meccanica $e_m = e_k + e_p$

(dipende dal fatto che considero e_p si applica l'ultimo
 formula dell'eq. cinetica)

$$\rho \frac{D e_m}{D t} = -(\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{u}$$

$$= (\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{u} = \text{(slide libro)} = \nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{u}) - \underline{\Pi} : \nabla \underline{u}$$

Quindi

$$\frac{\partial (\rho e_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_m \underline{u}) = -\nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{u}) + \underline{\Pi} : \nabla \underline{u}$$

ENERGIA INTERNA (TERMICA)

$$e_i = e_t - e_m$$



Si ricava sottraendo l'energia "meccanica" da quello "totale"

$$\frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t \underline{u} + \underline{q} + \underline{\Pi} \cdot \underline{u}) = 0 \quad \begin{matrix} \text{conservative} \\ \text{non conservative} \end{matrix}$$

"TOTALE"

$$\frac{\partial (\rho e_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_m \underline{u} + \underline{\Pi} \cdot \underline{u}) = \underline{\Pi} : \nabla \underline{u}$$

"MECCANICA"

$$\frac{\partial (\rho e_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_i \underline{u} + \underline{q}) = -\underline{\Pi} : \nabla \underline{u}$$

$$\rho \frac{D e_i}{D t} = -\rho \nabla \cdot \underline{u} + \underline{\Pi} : \nabla \underline{u} - \nabla \cdot \underline{q} \quad (\text{forma Lagrangiana})$$

L'energia interna è un indicatore dello stato del sistema

- Sorgenti e pozzi di energia meccanica e interna hanno stesso modulo ma segno opposto
- L'energia totale è la loro somma
- Le equazioni determinano ~~case~~ in che percentuale l'energia totale va in quello "termico" o "meccanico"

ENTALPIA

$$h = e_i + p \nu = e_i + P/\rho$$

$$\rho \frac{D h}{D t} = \rho \frac{D e_i}{D t} + \frac{1}{\rho} \frac{D P}{D t} + P \left(-\frac{1}{\rho^2} \right) \frac{D \rho}{D t}$$

$$\underline{\Pi} : \nabla \underline{u} - \nabla \cdot \underline{q}$$

$$\frac{D P}{D t} = -\rho \nabla \cdot \underline{u}$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla P + \rho \nabla \cdot \underline{u} = 0 \right]$$

- I due termini ≥ 0 sono simili entrambi al quadrato e riguardano uno il contributo termico e l'altro il contributo meccanico

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \underline{u}) = - \underbrace{\nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \underline{q} \right)}_{\text{Flusso entropico (reversibile)}} + \underbrace{\frac{1}{T^2} (\nabla T)^2}_{\text{Termico}} + \underbrace{\frac{2\mu}{T} (\nabla \underline{u}^s)^2}_{\text{Meccanico}}$$

(“irreversibilità”)

$$dS = \frac{dq}{T} + \underbrace{ds}_{\geq 0}$$

Quindi un grande gradiente termico produce ~~un~~ irreversibilità anche in assenza totale di attriti.

Contributo meccanico antagonista a quello termico \rightarrow più aumenta l'uno più diminuisce l'altro.
(si può trovare un minimo di compromesso tra i due)

AVVESTITO, DIFFUSIVO, NON LINEARITÀ

- Il flusso avvestito è l'unico presente in tutte le equazioni
- Ogni volta che c'è un fenomeno di trasporto con un campo di velocità è presente un flusso avvestito
- Il flusso avvestito è responsabile della propagazione di perturbazioni ~~avvestito~~ anisotropamente (ordine 1° ordine)
- Il termine diffusivo tende ad opporre le perturbazioni, garantendo la stabilità (2° ordine \rightarrow simmetrici)
- Effetto della non linearità (come $\rho \underline{u} \otimes \underline{u}$) \rightarrow creano soluzioni a cascata che caratterizzano il moto turbolento (soluzioni discontinue e cotiche); si hanno quando l'effetto avvestito prevale sul diffusivo

EQUAZIONI INTEGRALI

$$\int_{\Omega} -\nabla \cdot \underline{q} \, dV = \Phi = \int_{\partial\Omega} -\underline{q} \cdot \underline{\hat{n}} \, dS \quad (\text{Applicando Gauss})$$

• Si suddivide la superficie di scambio in varie parti e si analizzano i singoli flussi differenti

$$\Phi = \int_{\partial\Omega_1} -\underline{q} \cdot \underline{\hat{n}} \, dS + \int_{\partial\Omega_2} -\underline{q} \cdot \underline{\hat{n}} \, dS + \dots = \sum_{j=1}^n \Phi_j$$

$$\int_{\Omega} -\nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{u}) \, dV = \int_{\partial\Omega} -(\underline{\Pi} \cdot \underline{u}) \cdot \underline{\hat{n}} \, dS = \underbrace{W_t^*}_{\text{Potenza meccanica all'albero}} \quad [W_t^* = W_t + \rho \frac{dV}{dt}]$$

W_t^* dipende da viscosità e velocità del fluido

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\rho e_i)}{\partial t} \, dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho e_i \, dV = \frac{\partial U}{\partial t}$$

* facendo lo stesso caso per e_k e e_p si ottiene il 1° termine a secondo membro dell'equazione (155)

RELAZIONE DI GOUY-STODOLA

Le irreversibilità si possono esprimere come:

$$\Sigma_{irr} = \int_{\Omega} \frac{\rho}{T} (\epsilon_T + \epsilon_u) dV$$

$$\epsilon_T = \frac{c_p \alpha}{T} (\nabla T)^2 \quad , \quad \epsilon_u = 2\nu (\nabla \underline{u}^s)^2$$

$$\downarrow$$

$$\sigma_u = \frac{\rho \epsilon_T}{T}$$

$$\downarrow$$

$$\sigma_v = \frac{\rho \epsilon_u}{T}$$

• Se il sistema è isotermico ($T = T_0$)

$$\Sigma_{irr,0} = \frac{1}{T_0} \int_{\Omega} \rho \epsilon_u dV = \frac{W_f}{T_0}$$

con $W_f = \int_{\Omega} \rho \epsilon_u dV \rightarrow$ friction power

EXERGIA (Energia Utile)

• Una trasformazione è legata ad un disequilibrio. La presenza di gradienti è condizione necessaria affinché un sistema possa evolvere

• Si può valutare lo stato di una macchina termica si considera il lavoro massimo che produce (o il lavoro minimo che assorbe)

Si considero un ciclo di Carnot

Avevo il calore Q_1 a temperatura T_1 , quanto lavoro posso ottenere?

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = \frac{L}{Q_1}$$

Il massimo lavoro ottenibile sarà: $L = \eta_c \cdot Q_1$ (la macchina di Carnot che il rendimento massimo possibile è pari al salto termico)

Per aumentare il lavoro si può aumentare la T_1 o diminuire la T_2 (il limite inferiore raggiungibile dalla T_2 è la T_0 cioè quello dell'ambiente)

$$L_{max} = \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) Q_1 = \theta Q_1$$

* Se $\theta < 0$ significa che $T_1 < T_0 \rightarrow$ si deve dare lavoro per avere Q_1

PRIMO PRINCIPIO PER SISTEMI APERTI (PPSA)

$$\phi_0 + \sum_j \phi_j - W_t - W_o = \left[\frac{d}{dt} (u + E_c + E_p) \right]_{vc} + \sum_k \left[(\pm G_k) \cdot (h_k + e_k + e_{pk}) \right]$$

SECONDO PRINCIPIO PER SISTEMI APERTI (SPSA)

$$\frac{\phi_0}{T_0} + \sum_j \frac{\phi_j}{T_j} + \Sigma_{irr} = \left(\frac{ds}{dt} \right)_{vc} + \sum_k (\pm G_k \cdot s_k)$$

EXERGIA PER GAS IDEALI

$$\begin{aligned} du &= c_v dT \\ dh &= c_p dT = (R^* + c_v) dT \\ \int ds &= \frac{c_v dT}{T} + \frac{p}{T} dv = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v} \\ ds &= \frac{c_p dT}{T} - \frac{v}{T} dp = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p} \end{aligned}$$

Exergia interna $da = du + p dv - T_0 ds = c_v dT + p dv - T_0 (c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v})$

$$a = c_v (T - T_0) + p(v - v_0) - T_0 (c_v \ln \frac{T}{T_0} + R^* \ln \frac{v}{v_0})$$

In forma adimensionale

$$\frac{a}{c_v T_0} = \left(\frac{T}{T_0} - 1\right) + \frac{p_0 v}{c_v T_0} - \frac{p_0 v_0}{c_v T_0} - \ln \frac{T}{T_0} - \frac{T_0 R^*}{c_v T_0} \ln \frac{v}{v_0}$$

$$\rightarrow \frac{a}{c_v T_0} = f\left(\frac{v}{v_0}, \frac{T}{T_0}\right)$$

Exergia $db = dh - T_0 ds = c_p dT - T_0 (c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p})$

$$b = c_p (T - T_0) - T_0 (c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{p}{p_0})$$

Adimensionale $\frac{b}{c_p T_0} = \dots = f\left(\frac{p}{p_0}, \frac{T}{T_0}\right)$

TEOREMA DI GOUY-STODOLA

Metodo al primo membro solo la potenza tecnica:

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \Psi q - \left(\frac{dA^+}{dt}\right)_{vc} - G_b^+ - \Psi_{irr} \\ W_{tmax} &= \Psi q - \left(\frac{dA^+}{dt}\right)_{vc} - G_b^+ \end{aligned} \right\} W_{tperda} = \Psi_{irr} = T_0 \Sigma_{irr}$$

↳ attraverso trasformazioni reversibili



EFFICIENZA DI SECONDO PRINCIPIO

$$\Psi_q + \Psi_m + \Psi_{tr} = \Psi_i$$

$\Psi_q \rightarrow$ ~~Energia termica utilizzabile~~ Energia termica utilizzabile

$\Psi_m = -W_t \rightarrow$ Energia meccanica utilizzabile

$\Psi_{tr} = -\left[\left(\frac{dA^+}{dt}\right)_{vc} + G_b^+\right] \rightarrow$ Exergia di trasformazione

$\Psi_{irr} = T_0 \Sigma_{irr} \rightarrow$ Irreversibilità

ANALISI EXERGETICA

Primo principio della termodinamica

• Con si derivano l'equazione di conservazione dell'energia totale:

$$\nabla \cdot (-q_x + \underline{\Pi}_v \cdot \underline{u}) = \frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t \underline{u} + \rho p \underline{v} \underline{u})$$

con $v = \frac{1}{\rho}$

• Integrando sul volume di controllo Ω :

$$\sum_{j=0}^M \phi_j - W_t^* = \frac{d}{dt} (U + E_K + E_P)_{cv} + \sum_{i=0}^N G_i (h + e_k + e_p)_i$$

• dove:

• $\phi_j = - \oint_{\partial\Omega_j} q_x \cdot \hat{n} \, ds$; • $W_t^* = - \oint_{\partial\Omega} (\underline{\Pi}_v \cdot \underline{u}) \cdot \hat{n} \, ds$

• $(h + e_k + e_p)_i = \frac{1}{G_i} \oint_{\partial\Omega_i} \rho (h + e_k + e_p) \underline{u} \cdot \hat{n} \, ds$

• $G_i = \oint_{\partial\Omega_i} \rho \underline{u} \cdot \hat{n} \, ds$

• Inoltre considerando: $W_t = W_t^* - p_0 \frac{dV}{dt}$ (p_0 : pressione ambiente)

$$\rightarrow \sum_{j=0}^M \phi_j - W_t = \frac{d}{dt} (U + E_K + E_P + p_0 V)_{cv} + \sum_{i=0}^N G_i (h + e_k + e_p)_i$$

Secondo principio della termodinamica

• Consideriamo l'equazione dell'entropia

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{T} q_x \right) + \sigma_\alpha + \sigma_\nu = \frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \underline{u})$$

• Integrando sul volume di controllo Ω

$$\rightarrow \sum_{j=0}^M \frac{\phi_j}{T_j} + \Sigma_{irr} = \left(\frac{ds}{dt} \right)_{cv} + \sum_{i=0}^N G_i s_i$$

• dove:

$$\frac{\phi_j}{T_j} = - \frac{1}{T_j} \oint_{\partial\Omega_j} q_x \cdot \hat{n} \, ds = - \oint_{\partial\Omega_j} \frac{1}{T} q_x \cdot \hat{n} \, ds$$

$$\Sigma_{irr} = \int_{\Omega} (\sigma_\alpha + \sigma_\nu) \, dV$$

$$s_i = \frac{1}{G_i} \oint_{\partial\Omega_i} \rho s \underline{u} \cdot \hat{n} \, ds$$

Riscrivendo l'equazione:

$$\sum_{j=0}^M \Psi_j - W_t = \frac{d}{dt} (C^t)_{cv} + \sum_{i=0}^N G_i (\zeta^t)_i + \Psi_{IRR}$$

* W_t è potenza meccanica quindi è exerzia pura \rightarrow sfruttabile totalmente
 dove $C^t = C + E_k + E_p$, $\zeta^t = \zeta + e_k + e_p$, $\Psi_{IRR} = T_0 \Sigma IRR$

• Ψ_{IRR} : exerzia distrutta (> 0; ricordando che $\Sigma IRR = \int_{\Omega} (\sigma_x + \sigma_y) dV > 0$)

Possiamo normalizzare prendendo $A^t = C^t - C_0$, $(b^t)_i = \zeta_i^t - \zeta_0^t$

$$\sum_{j=0}^M \Psi_j - W_t = \frac{d}{dt} (A^t)_{cv} + \sum_{i=0}^N G_i (b^t)_i + \sum_{i=0}^N G_i (\zeta_0)_i + \Psi_{IRR}$$

Se si prende lo stesso riferimento ambientale per tutti i fluidi si ha

$$\sum_i G_i (\zeta_0)_i = \zeta_0 \sum_i G_i \quad (\text{termine nullo se il fluido è incompressibile, } M \ll 1)$$

$$\rightarrow \left[\underbrace{\sum_{j=0}^M \Psi_j}_{(1)} - \underbrace{W_t}_{(2)} = \frac{d}{dt} \underbrace{(A^t)_{cv}}_{(3)} + \sum_{i=0}^N \underbrace{G_i b_i^t}_{(4)} + \underbrace{\Psi_{IRR}}_{(5)} \right]$$

- (1) Flussi termici exergetici
- (2) Potenza meccanica entrante
- (3) Accumulo di exerzia nel volume di controllo
- (4) Exerzia nei condotti verso componenti esterni
- (5) Exerzia distrutta

* Il secondo membro esprime la finalità cui l'exerzia totale entrante viene destinata: ACCUMULO, VERSO L'ESTERNO, DISTRUZIONE

• Altro modo per scrivere l'equazione evidenziando la potenza meccanica

$$W_t = \left(- \frac{d}{dt} (A^t)_{cv} + \sum_j \Psi_j - \sum_i G_i b_i^t \right) - \Psi_{IRR}$$

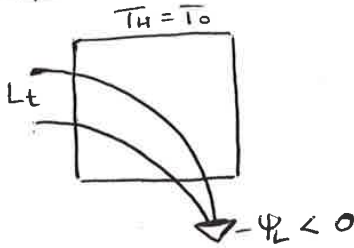
\swarrow Recupero potenza termica immagazzinata (se $A^t < 0$)
 \searrow Potenza termica \rightarrow Exerzia uscente dai condotti

- Possiamo considerare: $W_t = W_t^{\text{reversibile}} - W_{\text{perso}}$

Dove: $W_{\text{perso}} = \Psi_{IRR} = T_0 \int_{\Omega} (\sigma_x + \sigma_y) dV \geq 0$
 (lavoro perso; Exerzia distrutta)

• Approccio energetico → assorbo calore e aggiungo lavoro dall'esterno quindi otteniamo Q_H

• Approccio exergetico → prendendo T_H con energia nulla ($T_H = T_0$ ambiente) si ha comunque un fattore di Carnot < 0 nel comparto refrigerato → solo una parte di L_t va come exergia, il resto si distrugge (Exergia distrutta anche se ci fossero ottimi nulli case) ~~però~~ perché ci sono comunque perdite termiche $0_T \neq 0$)

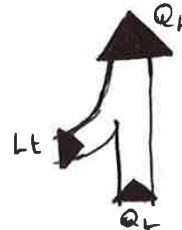
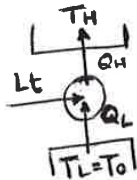
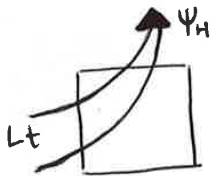


3) Pompa di Calore

• Assorbo calore da esterno → riscaldo ambiente interno

• Si spende lavoro per portare calore da freddo a caldo (?)

• Non si prende exergia da esterno perché preleviamo calore a $T_L = T_0$ (exergia nulla). L'unica exergia prelevata è da L_t (fornito dall'esterno)



1° princ → $Q_L - Q_H = -L_t$

2° princ → $S_{irr} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L}$

$$COP = \frac{Q_H}{L_t} = \frac{L_t^{REV}}{L_t} \frac{Q_H}{L_t^{REV}} = \eta_{II} \cdot \frac{1}{1 - T_L/T_H}$$

$$\eta_{II} = \frac{L_t^{REV}}{L_t} = \frac{\Psi_H}{\Psi_H + T_L S_{irr}}$$

$$L_{lost} = -L_t^{REV} + L_t = -Q_H \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) + L_t$$

EXERGIA NON FLUENTE

• È quella accumulata nel volume di controllo (trascuriamo la parte dovuta all'energia meccanica $A^t \approx A$)

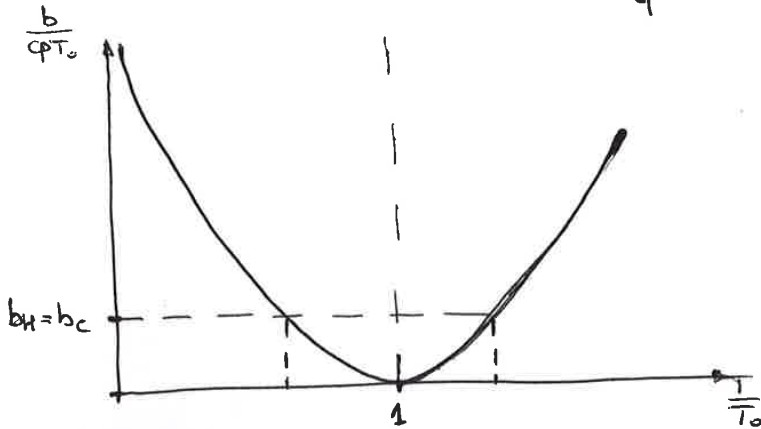
$$A = \int_0^1 dV + p_0 \int_0^1 dV - T_0 \int_0^1 dS \quad \rightsquigarrow \quad A = \int_0^1 mc dT + p_0 \int_0^1 dV - T_0 \int_0^1 \frac{dS}{\frac{c dT}{T}}$$

* Consideriamo un liquido incompressibile → $dV = 0$

Inoltre pensiamo $dH = mc dT$ con m massa, c : capacità termica specifica

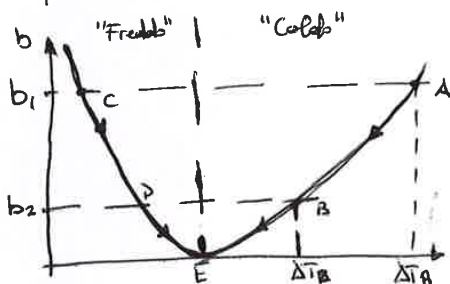
$$\rightarrow \frac{A}{mc T_0} = \frac{T}{T_0} - 1 - \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

- Trocciamo il grafico per $\frac{b(T)}{c p T_0}$ (stessa cosa vale per $\frac{A}{m c T_0}$)



- Se $T = T_0 \rightarrow$ Exergia nulla

* Dato una T_1 fra condotto e ambiente il motore associa una b_1 La differenza di T diminuisce progressivamente e da A si passa in B



- In A il motore lavora meglio che in B (si ha $\Delta T_A > \Delta T_B$ e $b_1 > b_2$)

- Stessa cosa per i punti C e D ($\Delta T_C > \Delta T_B$ e $b_1 > b_2$)

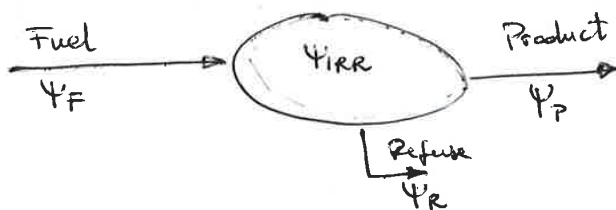
- In A e in C si hanno sia un ΔT che una exergia maggiori

- Vicino al punto E si ha $\Delta T \approx 0$ e quindi exergia circa nulla
- La curva è più pendente nella parte "freddo" quindi l'exergia diminuirà più velocemente.
- È più facile estrarre calore nel tratto caldo

L'equazione dell'exergia si può riscrivere in modo diverso:

$$\underbrace{\sum_{j=0}^M \Psi_j}_{\Psi_q} - \underbrace{W_t}_{\Psi_m} = \underbrace{\frac{d}{dt} (A^t)_{\text{tot}}}_{\Psi_{tr}} - \underbrace{\sum_{i=0}^N G_i}_{\Psi_{irr}}$$

$$\Psi_q + \Psi_m + \Psi_{tr} = \Psi_{irr}$$



$$(\Psi_q + \Psi_m + \Psi_{tr})_F = (\Psi_q + \Psi_m + \Psi_{tr})_P + (\Psi_q + \Psi_m + \Psi_{tr})_R + \Psi_{irr}$$

• Si sfruttano come coordinate termodinamiche p e $s \rightarrow p = p(p, s)$

$$\nabla_p = \left(\frac{Dp}{Dp} \right)_{s=\text{cost}} \nabla_p + \left(\frac{Dp}{Ds} \right)_{p=\text{cost}} \nabla_s$$

$s = \text{cost} \rightarrow \nabla_s = 0$

* Si usano le derivate lagrangiane perché è l'unica invariante

$$\left[\frac{N}{m^3} \right] = \left[\frac{kg \cdot m}{s^2 m^3} \right] = \left[\frac{kg}{m^2 s^2} \right]$$

- Si nota che $\frac{Dp}{Dp}$ ha dimensioni $\left[\frac{m^2}{s^2} \right] \rightarrow$ è un quadrato di velocità

$$c_s = \left(\frac{Dp}{Dp} \right)_{s=\text{cost}} \quad \text{VELOCITÀ DEL SUONO NEL MEZZO (Ad Entropia costante)}$$

■ Applicando la divergenza otteniamo:

$$\nabla_p = c_s^2 \nabla_p \rightarrow \nabla_p^2 = c_s^2 \nabla_p^2$$

■ Sostituendo ∇_p^2 nell'equazione precedentemente trovata si ottiene:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla_p^2 p = c_s^2 \nabla_p^2 p \rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla_p^2 p} \quad \text{EQUAZIONE DELLE ONDE (Alle derivate parziali, iperbolica)}$$

NEI GAS IDEALI

$$p \rho^\gamma = \text{cost} \quad \text{con } \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$p = k \cdot \rho^\gamma \rightarrow \frac{Dp}{Dp} = k \cdot \gamma \cdot \rho^{\gamma-1}$$

$$\text{ma } k = \frac{p}{\rho^\gamma} = p \rho^{-\gamma}$$

$$\text{Quindi: } \frac{Dp}{Dp} = \gamma p \rho^{-\gamma+1} = \gamma \frac{p}{\rho}$$

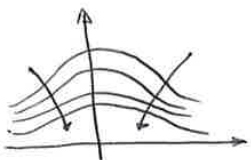
$$\text{Considerando che } c_s^2 = \frac{Dp}{Dp} \rightarrow c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \cdot R_m T}$$

CLASSIFICAZIONE DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

1) Irreversibilità (legate al trasporto) \rightarrow contiene i termini ν, α

• Un esempio è l'equazione del calore $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$ (PDE PARABOLICA)

- A seguito di una perturbazione (in $t=0$) di T , la dinamica dell'equazione tende ad appiattire tale perturbazione (EQUAZIONE STABILIZZANTE)



- È modo diffusivo; (Approssimata con differenze centrate)

SPAZIO

- Lunghezza d'onda $\lambda = \frac{c_s}{f}$
- Numero d'onda (angolare) $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_s}$

TEMPO

- Frequenza $f = \frac{c_s}{\lambda}$
- Frequenza angolare $\omega = 2\pi f = c_s k$

$$\nabla p(\rho, s) = \frac{Dp}{D\rho} \nabla \rho + \frac{Dp}{Ds} \nabla s = c_s^2 \nabla \rho \rightarrow \nabla p = c_s^2 \nabla \rho$$

$$p_R(x, t) = p_0 + c_s^2 \rho_M \cos(kx - \omega t)$$

• ($c_s^2 \rho_M \ll c_s^2 \rho_0 = p_0$) le variazioni di pressione sono minime in confronto al valore medio.

• $p(x, t)$ è in fase con $\rho(x, t) \rightarrow$ dove ci sono i picchi di densità, ci sono i picchi di pressione.

• Nota la pressione si può ricavare la forza, volutando l'area su cui agisce.

• Le particelle non si muovono alla velocità del suono ma più lentamente, mentre l'onda si muove alla velocità del suono (quindi anche le informazioni si muovono a c_s)

Quindi per calcolare la potenza dell'onda si usa la velocità delle ~~particelle~~ particelle u

• La velocità u si può ottenere dall'equazione della quantità di moto (senza termini non lineari, senza viscosità, con densità costante)

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u) + \nabla p = \nabla \cdot \Pi_p + \rho a \approx 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad \text{Nel caso mono dimensionale } u \text{ è scalare} \rightarrow \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

Cerchiamo una generica soluzione del tipo $u_R(t, x) = u_0 + u_M \cos(kx - \omega t)$
($\rho_M \ll \rho_0$)

Quindi derivando e sostituendo:

$$\rho_0 u_M (-\sin()) (-\omega) = -c_s^2 \rho_M (-\sin()) (k) \rightarrow u_M = \frac{c_s \rho_M}{\rho_0}$$

$$\text{Quindi } u_R(x, t) = \frac{c_s \rho_M}{\rho_0} \cos(kx - \omega t)$$

Si può notare che $\Delta p(x, t) = p(x, t) - p_0 = c_s^2 \rho_M \cos(kx - \omega t)$

$$\text{Dunque } u_R(x, t) = \frac{\Delta p_R(x, t)}{\beta c_s}$$

↓
velocità della particella
(Displacement speed)

• È la differenza di pressione a generare un campo di velocità

LIVELLO DELLA GRANDEZZA X

• $L_x = 10 \log_{10} \left(\frac{X}{X_0} \right)$ con $X_0 = \text{costante}$

• [dB]: DECIBEL

Il decibel è una unità di misura logaritmica che indica il rapporto di una certa quantità rispetto a una di riferimento

• Ad esempio: $L'_x = 10 \log_{10} \left(\frac{10x}{X_0} \right) = 10 \log_{10}(10) + L_x = 10 + L_x$

Quindi se la grandezza aumenta di 1 ordine di grandezza ($\times 10$), il livello aumenta di 10 dB

• Un livello può essere negativo se $x < 0$

- LIVELLO DI PRESSIONE $L_p = 10 \cdot \log \left(\frac{\Delta p_{\text{eff}}^2}{\Delta p_0^2} \right)$; $\Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$

- LIVELLO INTENSITÀ ACUSTICA $L_I = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

- POTENZA ACUSTICA $L_w = 10 \log \frac{W}{W_0}$, $W_0 = 10^{-12} \text{ W}$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\Delta p_{\text{eff}}^2}{\rho c s} \frac{\Delta p_0^2}{\Delta p_0^2} \frac{1}{I_0}$$

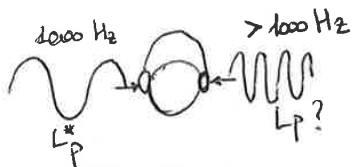
$$L_I = 10 \log_{10} \left(\frac{\Delta p_{\text{eff}}^2}{\Delta p_0^2} \frac{\Delta p_0^2}{\rho c s I_0} \right) = \underbrace{10 \log_{10} \left(\frac{\Delta p_{\text{eff}}^2}{\Delta p_0^2} \right)}_{L_p} + \underbrace{10 \log_{10} \left(\frac{\Delta p_0^2}{\rho c s I_0} \right)}_{-0,2 \text{ dB}} =$$

$$= L_p - 0,2 \text{ dB} \rightarrow L_I \approx L_p$$

* $S - L \approx K L_p$ K costante dipendente dalla frequenza
(MAPPA $S \sim L_p$ AL VARIARE DELLA f [Hz])

- SCALA DI SENSAZIONE ACUSTICA

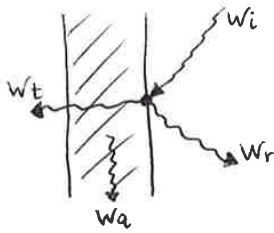
- Solo ed esclusivamente a 1000 Hz, L_p [dB] misurato, corrisponde a S e lo si indica in [Phon] per indicare che quello è il livello di pressione misurato a 1000 Hz
(Cio' significa che se ho X [phon], se fossimo a 1000 Hz quelli sarebbero X [decibel])



• Si aumenta L_p finché non si raggiunge la stessa sensazione sonora, e quindi a quel punto si ottengono gli stessi phon

Exp ②

RIVERBERAZIONE (r)



$$W_i = W_r + W_t + W_a$$

$$1 = \frac{W_r}{W_i} + \frac{W_t}{W_i} + \frac{W_a}{W_i}$$

$$1 = r + t + a = r + a' \rightarrow r = 1 - a'$$

- I costante nello spazio (modello zero dimensionale)
- DENSITA' DI ENERGIA $J [J/m^3]$

$$\rightarrow I = \frac{c_s}{4} J \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] = \left[\frac{m}{s} \right] \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

CAPICA

$$W dt - IA a' dt = V dJ$$

\uparrow Intradotto dal generatore
 \uparrow Assorbito dalla parete

$$W - IA a' = V \frac{dJ}{dt} \rightarrow \frac{dJ}{dt} = \frac{W}{V} - \frac{c_s A a'}{4V} J = \left(\frac{W}{V\beta} - J \right) \beta$$

Quoziente associato (Int. gen. / Transitorio)

$$\frac{dJ}{dt} = -J\beta \quad ; \quad \frac{dJ}{J} = -\beta dt \quad ; \quad \ln\left(\frac{J}{J_0}\right) = -\beta t \rightarrow J = J_0 \cdot \exp(-\beta t)$$

Integrale particolare (A regime)

$$J = \frac{W}{V\beta}$$

~~Il valore di J è costante nel tempo~~

~~Il valore di J è costante nel tempo~~

Dunque $J(t) = \frac{W}{V\beta} + J_0 \cdot \exp(-\beta t)$

Per $t=0$ $J(0)=0 \rightarrow J_0 = -\frac{W}{V\beta}$

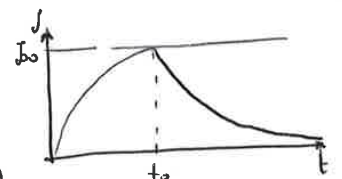
$$\rightarrow J(t) = \frac{W}{V\beta} (1 - e^{-\beta t})$$



SCAPICA

A $t=t_0$ si spegne la sorgente $W(t_0)=0$

$$\frac{dJ}{dt} = -J\beta \rightarrow \ln\left(\frac{J}{J_0}\right) = -\beta t \rightarrow J = J_0 e^{-\beta(t-t_0)}$$



Per $t=t_0$ $J(t_0) = \frac{W}{V\beta} \rightarrow J(t-t_0) = \frac{W}{V\beta} e^{-\beta(t-t_0)}$

ILLUMINOTECNICA

Fotone: è un quanto di energia, privo di massa e neutro, presente in tutti i tipi di onde elettromagnetiche (anche la luce o la radiazione termica)

• L'energia di un fotone è $E = h \nu$

$h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ [J s] : Costante di Planck

ν : frequenza del fotone [Hz]

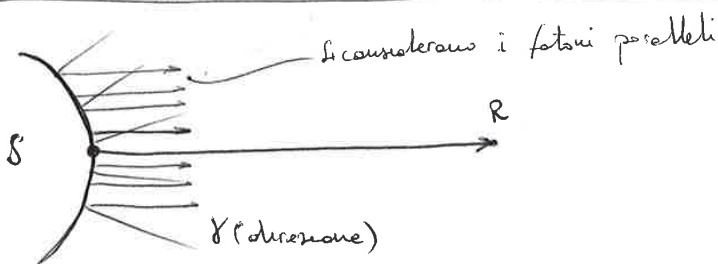
• Lunghezza d'onda $\lambda = c/\nu$ • dove c è la velocità della luce nel vuoto

(- ALTE FREQUENZE \rightarrow ALTE ENERGIE \rightarrow BASSA LUNGHEZZA D'ONDA (1)
 (- BASSE FREQUENZE \rightarrow ~~ALTE~~ BASSE ENERGIE \rightarrow ALTA LUNGHEZZA D'ONDA (2)

(1) più pericoloso della (2)

• L'infrarosso è collegato allo scambio termico per irraggiamento. Questo perché la frequenza propria dell'infrarosso è simile alla frequenza di vibrazione propria degli elementi discreti (atomi/molecole) che compongono il materiale che scambia per irraggiamento. È risaputo che si riesce a scambiare o ricevere più energia per oggetti che vibrano a frequenze prossime a quelle proprie

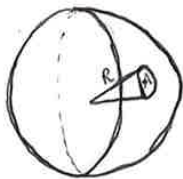
• Visibile $\sim 440 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$ \sim IR
 UV \textcircled{B} \textcircled{B}



$$I = \frac{d\phi}{d\omega}$$

ANGOLO SOLIDO

$$d\omega = \frac{dA}{R^2} \text{ [stereso-radiante]} \equiv \text{[sterad]}$$



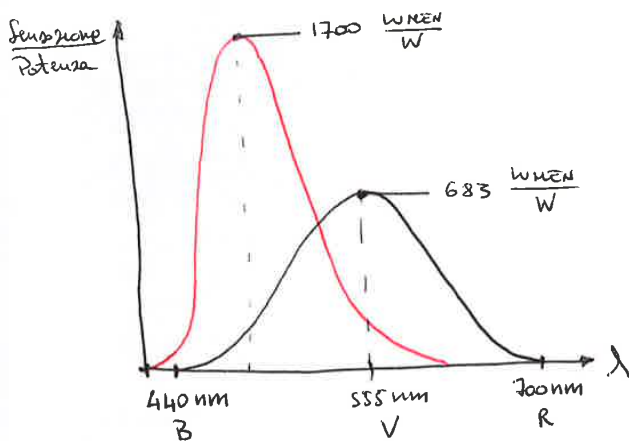
• A parità di potenza, in condizioni notturne si ha una sensazione di luminosità maggiore

LUMEN: 1 W di potenza a 555 nm, in visione diurna, corrisponde a 683 lumen

• $\frac{1}{683} \text{ W a } 555 \text{ nm} \rightarrow 1 \text{ lumen}$

• $683 \frac{\text{lumen}}{\text{W}} = K_{\text{max}}$ (usate per ottenere il grafico successivo)

* In visione notturna, lo stesso potenza alla stessa frequenza corrisponde a 1700 lumen



- Visione diurna $K_{\text{max}} = 683 \frac{\text{LUMEN}}{\text{W}}$
 $V(\lambda)_{\text{max}} \text{ a } \lambda_{\text{max}} \cong 555 \text{ nm}$

- Visione notturna $K_{\text{max}} = 1700 \frac{\text{LUMEN}}{\text{W}}$
 $V(\lambda)_{\text{max}} \text{ a } \lambda_{\text{max}} \cong 507 \text{ nm}$

* $V(\lambda)$ è l'efficienza luminosa normalizzata

$\frac{\text{Sensazione}}{\text{Potenza}} \left[\frac{\text{LUMEN}}{\text{WATT}} \right] = K_{\text{max}} \cdot V(\lambda)$

$0 \leq V(\lambda) \leq 1$

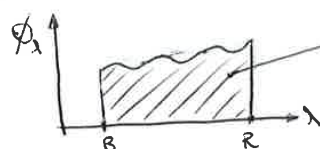
$\frac{\text{Sensazione}}{\text{Potenza}} \Big|_{\lambda_{\text{max}}} = K_{\text{max}}$

$V(\lambda_{\text{max}}) = 1$

- Si analizza lo sorgente in modo spettrale (scorporazione in base a λ)



$\Phi [W]$
 ↑
 -Flusso luminoso



$\rightarrow \phi_{\lambda} = \frac{d\phi}{d\lambda}$

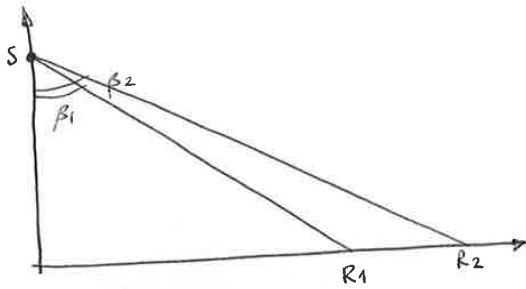
↑
 -Flusso per una precisa lunghezza d'onda

$\Phi_{\text{LUM}} = \int_B^R \phi_{\text{LUM},\lambda} d\lambda = \int_B^R K_{\text{max}} V(\lambda) \phi_{e,\lambda} d\lambda$

↑
 -Flusso di energia elettromagnetica

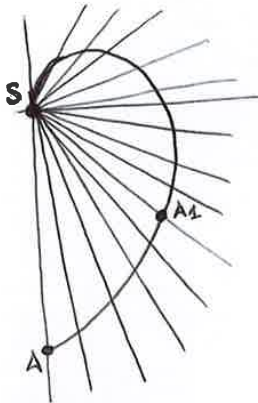
* Per passare dalla potenza alla sensazione si deve scomporre la potenza nei singoli colori che la compongono e poi si valuta la sensazione che producono: $\frac{\Phi_{\text{LUM}}}{\phi_e} \left[\frac{\text{LUMEN}}{\text{W}} \right] \rightarrow$ dipende dallo sorgente

DISTRIBUZIONE DI INTENSITÀ



$$I_1 = \frac{d\phi_1}{d\omega_1} \quad ; \quad I_2 = \frac{d\phi_2}{d\omega_2}$$

Quindi l'intensità è funzione dell'angolo β (angolo tra il filo e perpendicolo e la congiungente tra sorgente ricevente)



$$\overline{SA_1} \propto I(\beta)$$

$$\overline{SA} \propto I_{\text{filo o punto}}$$

- Indicatrice di emissione

• INDICATRICI $I(\beta)$

(Simmetrico in rivoluzione)

$$I(\beta) = \underbrace{I_0}_{\text{famiglia di lampade}} \cdot \underbrace{f(\beta)}_{\text{specifica per ogni lampada}}$$

↳ famiglia di lampade
↳ specifica per ogni lampada

$$\begin{cases} I_0 [\text{CD}] : \text{Massima} \\ 0 \leq f(\beta) \leq 1 \end{cases}$$

$$\frac{d\phi_{\text{LUM}}}{d\omega} = I \quad \longrightarrow \quad d\phi_{\text{LUM}} = I d\omega$$

$$\phi_{\text{LUM}} = \oint I d\omega = I_{\text{MEDIA}} \oint d\omega = 4\pi I_{\text{MEDIA}}$$

$$I_{\text{MEDIA}} [\text{CD}] = \frac{1}{4\pi} \oint I d\omega < I_0$$

* Se consideriamo: $r \sin \beta d\theta r d\beta$

$$d\omega = \frac{r \sin \beta d\theta r d\beta}{r^2} = \sin \beta d\beta d\theta$$

$$\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I(\beta) \sin \beta d\beta = 2\pi \int_0^{\pi} I(\beta) \sin \beta d\beta$$

ARTIFICIAL LIGHT SOURCE

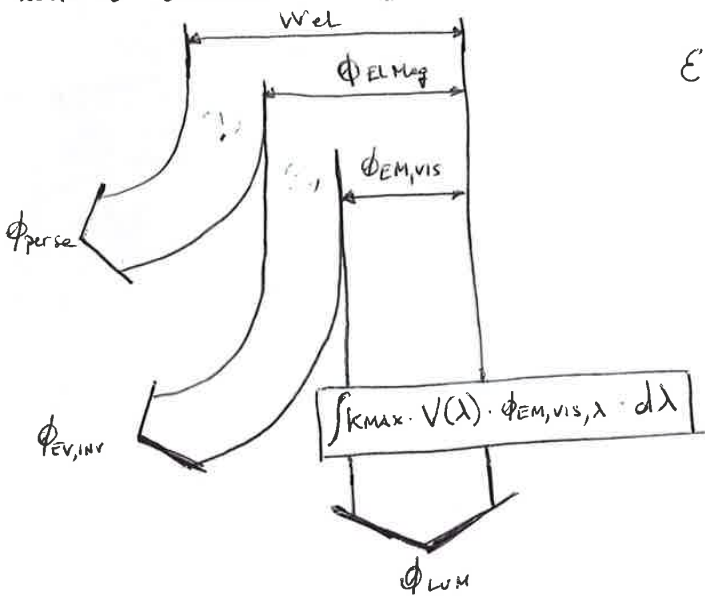
- Incandescenza
- Luminescenti (eccitazione di un singolo elettrone di un atomo)
 - ↳ Photoluminescence
 - ↳ Electroluminescence
 - ↳ Miscellaneous

EFFICIENZA DI UNA LAMPADA (EFFICACIA)

$$\epsilon = \frac{\Phi_{LUM}}{W_{EL}} \quad \left[\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}} \right]$$

↑ Watt elettrici spesi per alimentare la lampada

• ϵ non è adimensionale, non è limitata a 1



$$\epsilon = \frac{\Phi_{EM}}{W_{EL}} \cdot \frac{\Phi_{EM,vis}}{\Phi_{EM}} \cdot \frac{\Phi_{LUM}}{\Phi_{EM,vis}}$$

(1) (2) (3)

< 1 < 1

- Limiti teorici

(1) = 1

(2) = 1

(3) = 683 $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

↳ $\lambda = 555 \text{ nm}$ (VERDE)

$$|W_{EL}| = |\Phi_{perse}| + |\Phi_{EM,v}| + |\Phi_{EM,inv}|$$

Determinazione UMIDITÀ RELATIVA ARIA

- Tipicamente in inverno umidità relativa $\approx 50\%$ all'interno (da progetto)
- Bisogna garantire ~~ricambi~~ ricambi d'aria (in impianti residenziali si considerano le scorse tenute dei serramenti)

METODOLOGIA CALCOLO FABBISOGNO DI POTENZA E ENERGIA (TWERUOL)

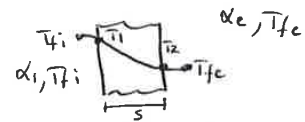
- Definizione zona termica (Torino zona E)

- Definizione gradi/giorno: $GG = \sum_{i=1}^{PASCAL} (T_i - T_e)$

$T_i > T_e$

- Potenza trasmessa attraverso l'involucro

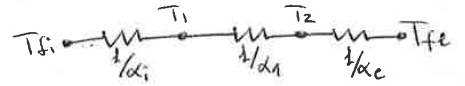
$\Phi_T = \sum_{i=1}^n U_i A_i (T_i - T_e)$



* Somatoria estesa a tutte le superfici disperdenti con Area A_i e coefficienti globali di scambio termico U_i differenti

- Trasmissione Parete

$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + \sum \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_i}}$



- Potenza trasmessa attraverso superfici vetrate:

$U_w = \frac{A_g U_g + A_f U_f + L_g u_g}{A_g + A_f}$

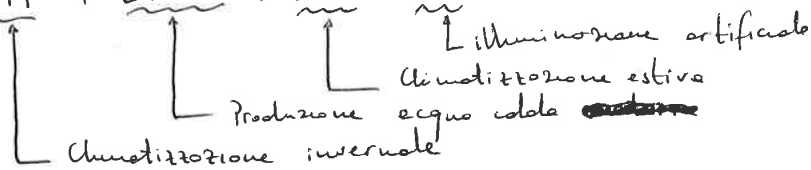
* A_g : Area vetro ; U_g : Trasmissione vetro

* A_f : Area telaio ; U_f : Trasmissione telaio

* Ponte termico: L_g : perimetro vetro ; u_g : trasmissione lineare distorsionale

- Indicatore prestazione energetica edificio:

$EP_{gl} = \underbrace{E_{Pi}} + \underbrace{E_{Pacs}} + \underbrace{E_{Pe}} + \underbrace{E_{ill}}$



- Fabbisogno energie termica Q_h

$Q_h = 0,024 \cdot GG \cdot (H_T + H_v) - f_x (Q_s + Q_i)$

* GG : gradi giorno

* H_T, H_v : coefficienti di scambio termico per trasmissione e ventilazione [W/K]

* f_x : coefficiente utilizzazione apporti gratuiti (0,95)

* Q_s, Q_i : apporti solari e gratuiti interni [MJ]

ESEMPIO 3 : IMPIANTO SOLARE TERMICO

• Parametri di influenza la progettazione

- INCLINAZIONE E ORIENTAMENTO COLLETTORI
- PORTATE DI FLUIDO
- ULTERIORI CONSIDERAZIONI

• Metodo f-chart : permette di calcolare un valore f che è la frazione del carico termico mensile fornita da X (perdite del collettore / corichi termici) e Y (radiazione solare assorbita / corichi termici)

$$X = \frac{\Delta_c F_r' U_L (T_{rif} - T_a) \Delta z}{L}$$

$$Y = \frac{\Delta_c F_r' (\tau \alpha) H_T N}{L}$$

• Il coefficiente f si può calcolare per 3 configurazioni standard

- (1) liquido per condizionamento e acqua calda
- (2) aria per condizionamento e acqua calda
- (3) liquido per acqua calda (X_c è equivalente al termine X corretto)

• Frazione annuale del carico termico soddisfatto dall'energia solare è:

$$\bar{F} = \frac{\sum f_i \cdot L_i}{\sum L_i}$$

* Con queste formule si può valutare il contributo del sistema solare sui corichi mensili e annuali e come varia questo contributo modificandone alcuni parametri progettuali

• Analisi Economica

ESEMPIO 4 : COGENERAZIONE DISTRIBUITA E TELE RISCALDAMENTO

- Fonti energetiche si possono sfruttare per il teleriscaldamento
- Virtuose le soluzioni di cogenerazione elettrica e termica

ESEMPIO 5 : SISTEMA μ -CHP A CELLE A COMBUSTIBILE

- Generatore μ FC $0,7 \div 1 \text{ kW}$ per carico elettrico e termico
- $\eta_{el} = 55 \div 60\%$ $\eta_{gbb} = 80 \div 85\%$

TEOREMA DI BUCKINGHAM: Se una relazione è dimensionalmente omogenea, ad essa può sostituirsi una relazione tra una serie completa di prodotti adimensionali in numero ridotto rispetto alle grandezze fisiche originarie.

- Quindi nel nostro caso si ha che gli esponenti del numero dimensionale sono soluzione del sistema che ha come matrice la matrice ~~di~~ dimensionale delle variabili

$$L: h_2 + 2h_3 + h_4 - 3h_5 - h_6 + h_7 = 0$$

$$M: h_1 + h_5 + h_6 + h_7 = 0$$

$$T: -3h_1 - 2h_2 - 2h_3 - h_6 - 3h_7 = 0$$

$$\theta: -h_1 - h_3 - h_7 = 0$$

- Possiamo scrivere $h_4 \dots h_7$ in funzione dei primi 3

$$h_4 = h_1 + h_2$$

$$h_5 = h_2$$

$$h_6 = -h_2 + h_3$$

$$h_7 = -h_1 - h_3$$

$$\begin{array}{c} \text{ANS} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 \\ \hline \pi_1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ \pi_2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ \pi_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \end{array}$$

Prendendo in modo alternato (1 0 0) i tre coefficienti indipendenti si ha la matrice

$$\text{Quindi } \pi_1 = \frac{\alpha d}{\lambda} \quad \pi_2 = \frac{\bar{w} d \rho}{\mu} \quad \pi_3 = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

* Danno sempre l'indicazione di prevalenza di un fenomeno rispetto a un altro

π_1 : Adimensionalizzato scambio termico convettivo (Nusselt)

π_2 : Regime del moto (Reynolds)

π_3 : Energia di tipo diffusivo (Prandtl)

- La relazione tra i tre numeri trovati è del tipo:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3) = C \cdot \pi_2^m \cdot \pi_3^n$$

NUMERO DI GRA SHOF

• Rapporto tra le forze di galleggiamento e le forze viscosi (usato per i problemi di convezione naturale)

$$Gr = \frac{g \beta L^3 (T_p - T_{\infty})}{\nu^2}$$

g : ACC. DI GRAVITÀ

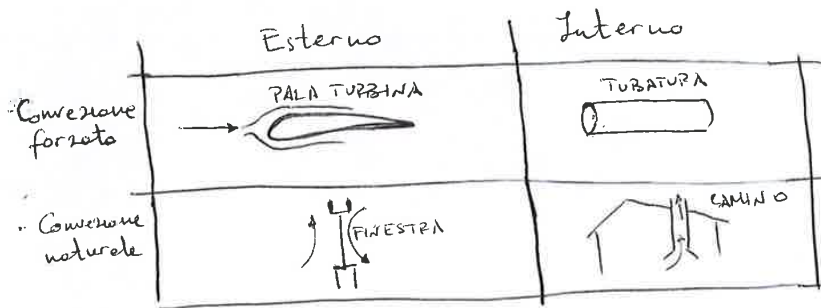
β : coefficiente di comprimibilità isobarica

ν : viscosità cinematica

NUMERO DI PÉCLET (?)

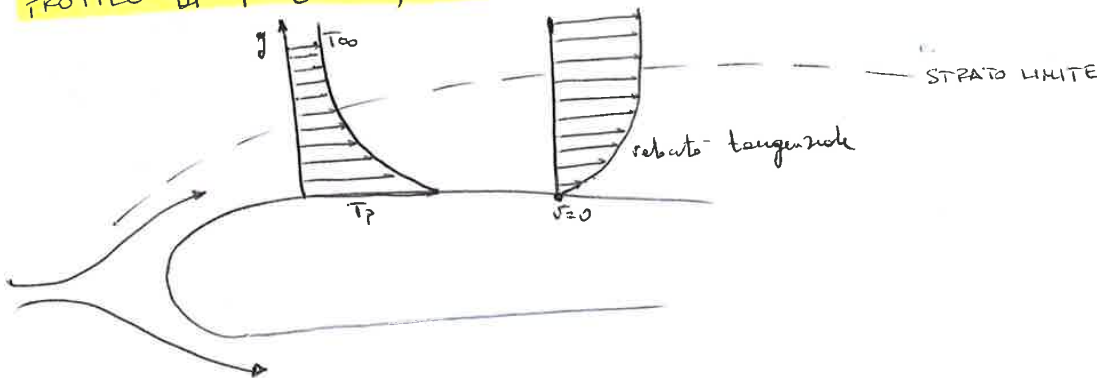
$$\frac{\text{Calore per convezione}}{\text{Calore per conduzione}} = Pe = \frac{\rho c_p L v}{\lambda} = Re \cdot Pr$$

STRATO LIMITE



- Scambio termico convettivo: tipologie di deflesso

PROFILO DI T e V, CONVEZIONE ESTERNA



$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} ; u \gg v ; \frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\text{STRATO LIMITE} \quad \delta \propto \frac{1}{\sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}}} = \frac{x}{\sqrt{Re}}$$

* Nota in campo aerodinamico, si considerava flusso esterno su lamina piana, non consideriamo anche un flusso interno.

Si studiano i fenomeni termodinamici e fluidodinamici in una zona ristretta.

SCAMBIO TERMICO NELLA CONVEZIONE FORZATA

• Flusso turbolento: convezione forzata per avere il massimo da Prandtl e Nusselt (questi dipendono da Reynolds che se aumenta lo aumenta le perdite per attrito) *DIAGRAMMA DI MOODY.

• Attrito in flussi laminari: ($Re_{Dh} \leq 2000$)

$$f = \begin{cases} \frac{24}{Re_{Dh}} \\ \frac{16}{Re_{Dh}} \end{cases}$$

$$D_h = 2D$$

piani paralleli (distanti D)

$$D_h = D$$

tubi cilindrici (diametro D)

→ Perdite di carico per unità di lunghezza:

$$\frac{\Delta p}{L} = f \frac{4}{D_h} \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \right)$$

* ESEMPI DI SCAMBIATORI DI CALORE

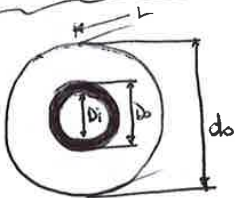
SCAMBIA TORE A DOPPIO TUBO NON ALLETTATO

- Determinare il coefficiente globale di scambio termico

$$q = h \cdot (T_p - T_{\infty})$$

$$\phi = \bar{h} \cdot A (T_p - T_{\infty})$$

gas convezione naturale → liquidi convezione forzata / alte pressioni
→ h



$$R_{tot} = R_i + R_w + R_o = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\pi K L} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$$\phi = U A_s \Delta T_w = U A \Delta T = U_i A_i \Delta T = U_o A_o \Delta T$$

$$\rightarrow \frac{1}{U A_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o}$$

* CORRELAZIONE DI PETUKHOV-KARLOV (scambio termico in regime turbolento all'interno di un condotto)

$$0,5 < Pr < 2000 \quad ; \quad 10^4 < Re_D < 5 \times 10^6$$

* ANALISI DIMENSIONALE, TEOREMA DI BUCKINGHAM

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} \quad (\text{Number of Transfer units})$$

$\left\{ \begin{array}{l} U: \text{Coefficiente di scambio termico} \\ A: \text{Area di scambio} \end{array} \right.$

$$* C_{min} = \min(m_c c_p, m_h c_{ph})$$

~~ESEMPIO SCAMBIORE A DOPPIO TUBO NON DETTATO~~

ESEMPIO: Scambiatore a doppio tubo

- Caso non dettato: determinare il coefficiente di scambio termico U

• Colore trasferito $\phi = G_{cold} \cdot c_{p,c} (T_{c,out} - T_{c,in}) = G_{hot} \cdot c_{p,h} (T_{h,in} - T_{h,out})$
 \downarrow Portata \downarrow In condizioni stazionarie

• Numero di Reynolds $Re_{hot} = \frac{\rho_h u_h d_i}{\mu_h}$ ~~(Per caso per il fluido freddo)~~

$$Re_{cold} = \frac{\rho_c u_c \cdot Deq}{\mu_c} =$$

$$(Deq = \frac{4A}{P} = \frac{4\pi (\frac{D_i^2}{4} - \frac{d_o^2}{4})}{\pi D_i - \pi d_o} = D_i - d_o \text{ è il diametro equivalente dell'uscita})$$

• Friction factor: si sceglie da tabella in base al valore di Re_h e di Re_c e si calcola separatamente per entrambi (quantifica le perdite di carico)

• Numero di Nusselt: quantifica lo scambio termico convettivo

$$Nu_{de} = \frac{h de}{\lambda}, \quad de = \frac{4A}{P} = \frac{4\pi (\frac{D_i^2}{4} - \frac{d_o^2}{4})}{\pi d_o} = \frac{D_i^2 - d_o^2}{d_o}$$

\downarrow solo la superficie coinvolta nello scambio termico

~~coefficiente di scambio termico~~

• Coefficiente di scambio termico

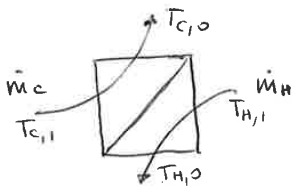
$$\frac{1}{UA} = R_{tot} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\pi KL} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\ln(d_o/d_i) d_i}{2\pi KL} + \frac{A_i}{h_o A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\ln(d_o/d_i) d_i}{2\pi KL} + \frac{d_i}{h_o d_o}}$$

• Area di scambio termico: una volta calcolato U_i e U_o si può calcolare l'area di scambio e quindi la lunghezza necessaria

PROGETTAZIONE BASILARE SCAMBIATORE

$$\phi = (\dot{m} c_p)_{\text{cold}} (T_{c, \text{out}} - T_{c, \text{in}}) = (\dot{m} c_p)_{\text{hot}} (T_{h, \text{in}} - T_{h, \text{out}})$$



Coefficiente di scambio termico globale

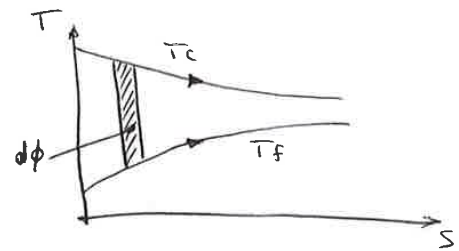
$$\frac{1}{U_0} = \frac{A_0}{A_i} \left(\frac{1}{\eta_i h_i} + \frac{R_{fi}}{\gamma_i} \right) + A_0 R_w + \frac{R_{fo}}{\gamma_o} + \frac{1}{\gamma_o h_o}$$

R_{fi}, R_{fo} fenomeni di sporco (fouling)

• TEMPERATURA MEDIA LOGARITMICA

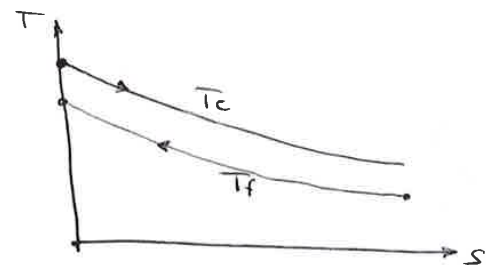
- Flussi concorrenti (equicorrente)

$$\Delta T_{\text{em, conc.}} = \frac{(T_{ci} - T_{fi}) - (T_{co} - T_{fo})}{\ln \left(\frac{T_{ci} - T_{fi}}{T_{co} - T_{fo}} \right)}$$



- Flussi discordi (controcorrente)

$$\Delta T_{\text{em, disc.}} = \frac{(T_{ci} - T_{fo}) - (T_{co} - T_{fi})}{\ln \left(\frac{T_{ci} - T_{fo}}{T_{co} - T_{fi}} \right)}$$



• AREA DI SCAMBIO : $A_0 = \frac{\phi}{U_0 F \Delta T_{\text{em}}}$

F : dipende dalla configurazione

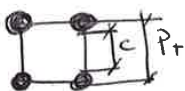
$$A_0 = \pi d_o N_t L$$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{\text{Numero di tubi}} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{\text{lunghezza}}$

$$N_t = (CTP) \frac{\pi D_{\text{mont}}^2}{4 A_i}$$

$$A_i = (CL) P_T^2$$

CL, CTP dipende dalla configurazione



$$PR = \frac{P_T}{d_o}$$

$$\rightarrow N_t = \frac{3,14}{4} \left(\frac{CTP}{c} \right) \frac{D_{\text{mont}}^2}{(PR)^2 d_o^2} \rightarrow D_{\text{mont}}^2$$



CONDIZIONE INIZIALE: $T(x, 0) = T_0(x)$, $x \in \Omega$

- la condizione iniziale assegna ~~un~~ ~~un~~ un valore di T a qualsiasi punto del dominio al tempo $t=0 \rightarrow T(x, y, z, t=0) = T_0(x, y, z)$ $(x, y, z) \in \Omega$
- quella ottenuta è una equazione scalare che si può scrivere come

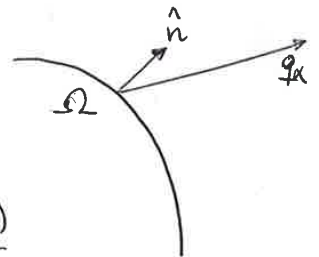
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

CONDIZIONI AL CONTORNO:

- Vanno assegnate per ogni $t > 0$
- Sono possibili diverse condizioni da assegnare:
 - TEMPERATURA (Dirichlet)
 - FLUSSO DI CALORE (Neumann)
 - MISTO (Robin)
- Fisicamente ~~queste~~ queste condizioni indicano:
 - TEMPERATURA FISSATA SUL BORDO
 - FLUSSO TERMICO FISSATO QUINDI COSTANTE SUL BORDO
 - SI DEVE CONOSCERE IL COEFF. CONVETTIVO ~~di~~ SCAMBIO TERMICO

a) DIRICHLET (T)

$$T \in \partial\Omega_D, \quad T = T_D(t, x)$$



b) NEUMANN (∇T)

$$T \in \partial\Omega_N, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \hat{n} \cdot \nabla T = - \frac{q_n \cdot \hat{n}}{\lambda} = - \frac{q_n(t, x)}{\lambda}$$

c) ROBIN (si ha sia T sia ∇T)

$$T \in \partial\Omega_R, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \hat{n} \cdot \nabla T = - \frac{q_n \cdot \hat{n}}{\lambda} = \frac{h_c [T_{\infty} - T(t, x)]}{\lambda}$$

dove h_c (noto) è il coefficiente convettivo di scambio termico $[\frac{W}{m^2 K}]$

SOLUZIONE EQUAZIONE DEL CALORE

- Soluzione generale con variabili separabili $T(t, x) = f(t) g(x)$

$$\frac{1}{\alpha f} \frac{df}{dt} = \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dx^2} = -k_n^2$$

(Considerate in 1 dimensione)

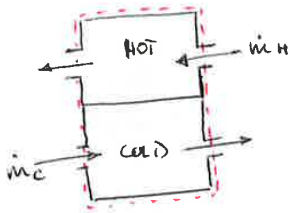
$$f_n(t) = f_0 e^{-\alpha k_n^2 t}$$

$$g_n(x) = A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

ANALISI EXERGETICA

- L'analisi exergetica implica la definizione di specifici contorni del sistema o del componente da studiare (Bisogna indicare un volume di controllo)
- Questa analisi è utile per individuare i componenti con le irreversibilità più alte, in modo da poterli ottimizzare o riprogettare

ESEMPIO 1: EXERGIA E EFFICIENZA SCAMBIATORE DI CALORE



Equazione exergia

$$\frac{d(E - T_0 S)}{dt} = \sum_i \dot{\phi}_i \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) - \dot{W}_E + \sum_j^{in} \dot{G}_j b_j - \sum_k^{out} \dot{G}_k b_k - T_0 \sum_{irr} \quad (2) \quad (3)$$

- (1) Variazione di exergia nel tempo (in regime stazionario è nulla)
 - (2) Tasso di exergia trasferita
 - (3) Exergia distrutta a causa delle irreversibilità (Guy-Stodola)
- * Coefficiente di Carnot perché non tutto il calore è trasformato in lavoro (exergie)

~~EXERGIA FUENTE SPECIFICA $b_j = b_j^* - T_0 \sum_{irr}$~~

- Per l'analisi exergetica è necessario definire uno stato "morto", di come riferimento (condizioni dell'ambiente esterno)

$$\cancel{G_{H,1} \cdot b_{H,1}} = G_{H,0} \cdot b_{H,0} + G_{C,1} \cdot b_{C,1} - G_{C,0} \cdot b_{C,0} \quad \bullet \quad T_0 \sum_{irr} = 0$$

Per valutare la qualità dello scambiatore calcoliamo l'efficienza:

$$\eta_{ex} = \epsilon = \frac{\text{Exergia UTILE}}{\text{Exergia IN}} = \frac{|G_C (b_{C,0} - b_{C,i})|}{|G_H (b_{H,1} - b_{H,0})|}$$

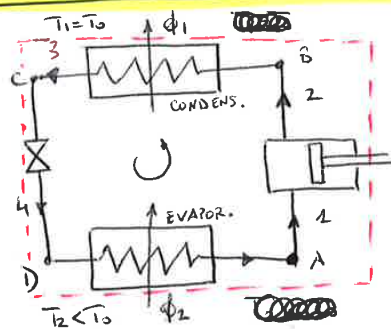
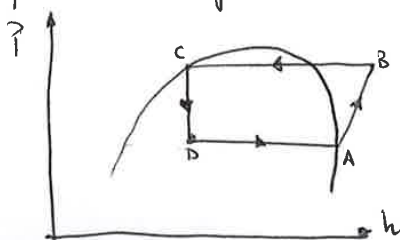
oppure in modo alternativo

$$\eta_{ex} = \epsilon = \frac{\text{EXERGIA OUT}}{\text{EXERGIA IN}} = \frac{\text{EXERGIA IN} - \text{EXERGIA DISTRUTTA}}{\text{EXERGIA IN}} = 1 - \frac{\text{EXERGIA DISTRUTTA}}{\text{EXERGIA IN}}$$

* L'efficienza è un valore positivo (valore assoluto)

ESEMPIO 2: EXERGIA DI UN CICLO REFRIGERATIVO

fluidi refrigerante R134a



ANALISI ENERGETICA (mettendo insieme 1° e 2° principio)

$$\frac{d(E_{int} - T_0 S)_{cv}}{dt} = \sum_i \phi_i \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) - W_t + \sum_{j=1}^{IN} G_j b_j - \sum_{k=1}^{OUT} G_k b_k - T_0 \sum_{irr} \frac{dS}{dt}$$

• In forma compatta $\Psi_q - W_t = \frac{d}{dt} (A^t)_{cv} + G_b^t + \Psi_i$

Ψ_q : energia termica

A^t : variazione di energie interne totale

G_b^t : exergia (di masse) trasferite

Ψ_i : exergie distrutte

* Dobbiamo applicarlo ad ogni componente per valutare il lavoro perso da ciascuno (trovando il termine di Guy-Stodola)

• COMPRESSORE T_{12} (irreversibile, adiabatico)

$$-W_c = G_R (b_2 - b_1) + T_0 \sum_{irr}$$

$$\epsilon = \frac{G_{b_2}^t - G_{b_1}^t}{|-W_c|}$$

$$-W_c = (G_{b_2}^t - G_{b_1}^t) + \Psi_i$$

• CONDENSATORE T_{23} (isoboro)

$$\phi_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) = G_R (b_3 - b_2) + T_0 \sum_{irr}$$

$$\epsilon = \frac{\phi_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)}{G_{b_3}^t - G_{b_2}^t} = 0$$

• LAMINAZIONE T_{34} (isentalpico)

$$G_R (b_u - b_3) + T_0 \sum_{irr} = 0$$

$$\epsilon = \frac{G_{b_u}^t}{G_{b_3}^t} = \frac{\text{Exergia a valle}}{\text{Exergia a monte}}$$

• EVAPORATORE T_{41} (isoboro)

$$\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) = G_R (b_1 - b_u) + T_0 \sum_{irr}$$

$$\epsilon = \frac{\phi_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right)}{G_{b_1}^t - G_{b_u}^t} \quad T_2 = T_c$$

$$\Psi_{i,tot} = \underbrace{-W_t}_{\text{compres.}} + \underbrace{G_f (b_a - b_b)}_{\text{valv.}} + \underbrace{G_f (b_c - b_o)}_{\text{evap}} + \underbrace{G_f (b_o - b_A)}_{\text{evap}} + \underbrace{\phi_{EVAP} \left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right) + G_f (b_B - b_c) + \phi_{COND} \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)}_{\text{condens.}}$$

$$\Psi_{i,tot} = -W_t + \phi_{EVAP} \left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right) + \phi_{COND} \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)$$

considerando che $W_t = \phi_{EVAP} + \phi_{COND}$

$$\rightarrow \Psi_{i,tot} = -\phi_{EVAP} \frac{T_0}{T_c} - \phi_{COND} \frac{T_0}{T_H} \quad \text{Exergie distrutte in tutto il ciclo}$$

Partiamo da: $dU = Tds - p dV \rightarrow dU + p dV = Tds$

$H = U + pV \rightarrow dH = dU + V dp + p dV$

$dU + p dV = dH - V dp$

$\frac{dH}{T} - \frac{V}{T} dp = ds$

$ds = c_p(T) \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dp$ ma $\frac{V}{T} = \frac{\bar{R}}{P}$

$ds = c_p(T) \frac{dT}{T} - \bar{R} \frac{dp}{P}$

• Nel nostro caso trasformazione isoterma $\rightarrow dT = 0$, quindi

$\bar{e}_{ch} = \frac{W_t^{max, rev}}{n_{N_2}} = T_0 (\bar{s}_{out} - \bar{s}_{in}) = T_0 \bar{R} \ln \frac{y_{N_2}^e p_0}{p}$
compositione gas out
compositione gas in

$\bar{s}_{out}(T_0, y_{N_2}^e, p_0) = \bar{s}_{in}(T_0, p) - \bar{R} \ln \frac{y_{N_2}^e p_0}{p}$

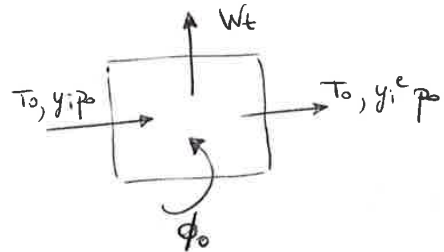
MISCELA DI GAS

• Se c'è una miscela di gas occorre fare una media pesata in base al numero di moli di ciascun gas.

$\bar{e}_{ch} = \bar{R} T_0 \sum_i y_i \ln \left(\frac{y_i}{y_i^e} \right) = \sum_i \left(\frac{n_i}{n_{tot}} \cdot e_{ch,i} \right) = \sum_i y_i e_{ch,i}$

Il contributo del singolo componente:

$e_{ch,i} = \bar{R} T_0 \ln \left(\frac{y_i}{y_i^e} \right)$



SISTEMI CHIMICI REAGENTI

• Dunque per i sistemi non reagenti, lo combinazione del primo e del secondo principio indica che l'exergia chimica dipende dalle variazioni di entropia

• Nei sistemi reali, all'interno dei quali avvengono reazioni, bisogna tenere conto delle formazioni di entalpia e entropia dei vari gas che ~~si~~ si distruggono e che si creano e corso delle reazioni chimiche.

Primo principio: $\frac{\phi_0}{\dot{n}_F} - \frac{W_t}{\dot{n}_F} = a \bar{h}_{CO_2} + \frac{b}{2} \bar{h}_{H_2O} - \bar{h}_F - \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{h}_{O_2}$

Secondo principio: $\frac{\phi_0}{T_0 \dot{n}_F} + \frac{\sum i}{\dot{n}_F} + \bar{s}_F + \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{s}_{O_2} - a \bar{s}_{CO_2} - \frac{b}{2} \bar{s}_{H_2O} = 0$

• Combinando i due principi, con $\sum i = 0$, otteniamo W_t^{max}

$$\frac{W_t^{max}}{\dot{n}_F} = \bar{h}_F + \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{h}_{O_2} - a \bar{h}_{CO_2} - \frac{b}{2} \bar{h}_{H_2O} - T_0 \left[\bar{s}_F + \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{s}_{O_2} - a \bar{s}_{CO_2} - \frac{b}{2} \bar{s}_{H_2O} \right]$$

• Considerando $\bar{s}_i(T_0, y_i^e, p) = \bar{s}_i(T_0, p) - \bar{R} \ln y_i^e$
↳ da tabella ↳ dato di input

Obteniamo

$$\bar{e}_{ch} = \left[\bar{h}_F + \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{h}_{O_2} - a \bar{h}_{CO_2} - \frac{b}{2} \bar{h}_{H_2O} \right] (T_0, p) +$$

$$- T_0 \left[\bar{s}_F + \left(a + \frac{b}{4}\right) \bar{s}_{O_2} - a \bar{s}_{CO_2} - \frac{b}{2} \bar{s}_{H_2O} \right] (T_0, p) + \bar{R} T_0 \ln \left[\frac{(y_{O_2}^e)^{a+b/4}}{(y_{CO_2}^e)^a (y_{H_2O}^e)^{b/2}} \right]$$

• In modo compatto:

$$\bar{e}_{ch} = - \Delta \bar{g}^r(T_0, p) + \bar{R} T_0 \ln(K)$$