



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1956A -

ANNO: 2016

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Navaretti Silvio

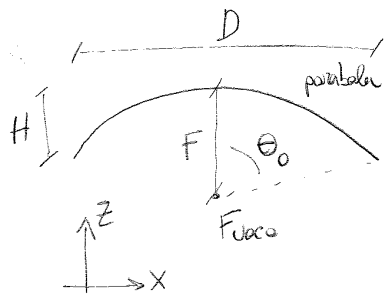
MATERIA: Radiating Electromagnetic System - prof. Matekovits

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# RIFLETTORI PARABOLICI



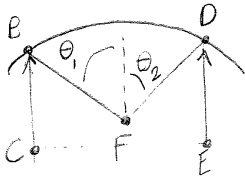
$$\frac{F}{D} = \frac{1}{4 \tan^2(\theta_0/2)}$$

$$F = \frac{D^2}{16H}$$

Applichiamo approssimazioni ottiche, supponendo che il riflettore sia molto più largo della lunghezza d'onda ( $D \gg \lambda$ )

Assumiamo che il materiale del riflettore sia un conduttore perfetto.

I raggi sono collimati nel fuoco, siccome la parabola è un riflettore perfetto essendo un perfetto conduttore



$$\overline{CBF} = \overline{EDF}$$

Aumentare di D : il guadagno CRESCe

F parametro libero,  $\frac{F}{D} \approx 0,3 \div 1$ ,  $\frac{F}{D} = \frac{1}{4 \tan^2(\theta_0/2)}$

$$G_{max} = \epsilon \frac{4\pi}{\lambda^2} A = \epsilon \frac{(\pi D)^2}{\lambda^2}$$

$$\epsilon = \epsilon_2 \epsilon_{AT} \epsilon_s \epsilon_0$$

$\epsilon_2$  perdite ohmiche, trascurabile (generalmente)  
 $\epsilon_2 \rightarrow 1$

Surface error (scattered di segnali ad alta freq, sulle imperfezioni meccaniche)  
Cross polarization, Aperture blockage (struttura del feed)  
Non-ideal feed phase center  
Spillover, quanta parte dell'energia totale del feed va effettivamente sulla parabola, e non al di fuori ( $\theta > \theta_0$ )  
 $\epsilon_{AT}$  misura quanto è uniforme il campo E lungo l'apertura dell'antenna; in generale il guadagno sarà massimo con un campo E uniforme in ampiezza e fase.  
Converrebbe aumentare  $\frac{F}{D}$ , tuttavia ciò dà problemi di Spillover ( $\epsilon_s$ )

"E se guarderai a lungo la linea, sarà la linea a guardarte" I

9/5/15

Regime stazionario una sola frequenza, sorgenti e segnali armonici

VELOCITÀ DELLA LUCE  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  / LUNGHEZZA D'ONDA  $\lambda = \frac{c}{f}$  / PULSAZIONE  $\omega = 2\pi f$  / FREQUENZA

COSTANTE DI PROPAGAZIONE  $K = 2\pi f \sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$  / VELOCITÀ DI FASE  $v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi f}{K} = \lambda f$

IMPEDENZA CARATTERISTICA  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  / AMMETTENZA CARATTERISTICA  $Y_0 = \sqrt{\frac{C}{L}}$

TENSIONI E CORRENTI IN UN DATO PUNTO (SENZA PERDITE) (SU CARTA)

$$\begin{cases} V(z) = V_0 \cos(Kz) - j Z_0 I_0 \sin(Kz) \\ I(z) = I_0 \cos(Kz) - j Y_0 V_0 \sin(Kz) \end{cases}$$

QUI I VALORI SONO NOTI (pedice 0)

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{Z_0 - j Z_0 \tan(Kz)}{1 - j Y_0 \tan(Kz)}$$

PEDICE 0: nel dato punto, "0"

$$V(z) = V^+(z) [1 + \Gamma(z)]$$

COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE (tensione)

$$\Gamma_0 = \frac{Z_0 - Z_\infty}{Z_0 + Z_\infty} = \frac{V_0^-}{V_0^+}$$

COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE (corrente)

$$\Gamma_0 = \frac{Y_0 - Y_\infty}{Y_0 + Y_\infty} = \frac{I_0^-}{I_0^+}, \Gamma_0 = -\Gamma_0'$$

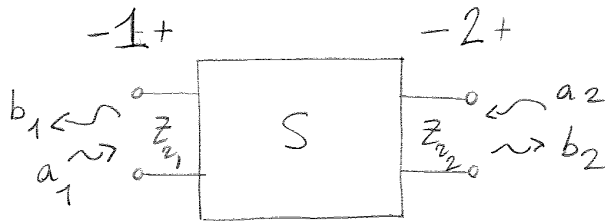
Circuito adattato:  $Z_L = Z_0$ , non c'è riflessione!

Circuito cortocircuito:  $V_0^+ + V_0^- = 0, V_0^+ = -V_0^- \rightarrow \Gamma_{\text{corto}} = -1$

Circuito aperto:  $V_0^+ - V_0^- = 0, V_0^+ = V_0^-, \Gamma_{\text{aperto}} = 1$

IMPEDENZA NORMALIZZATA  $Z_0 = \frac{Z_0}{Z_\infty}, \Gamma_0 = \frac{Z_0 - 1}{Z_0 + 1}$

$$Z(z) = \frac{Z_0 - j \tan(Kz)}{1 - j Z_0 \tan(Kz)}$$



a : quello che ENTRA (o viene riflesso dentro) 11  
 b : quello che ESCE 9/5/15

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$S_{xy}$  :  
 x = pedice della b a numeratore  
 y = pedice della a a denominatore  
 Condizione = 0 : l'altra a

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

Soddisf. la condizione  $a = 0$  mettendo  
 a quella porta una  $Z$  che annulli la  
 riflessione (verso l'interno)  $P_i = \frac{1}{2} (|a_i|^2 - |b_i|^2)$

$$a_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}}, \quad b_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}}, \quad \Gamma_i = \frac{b_i}{a_i}$$

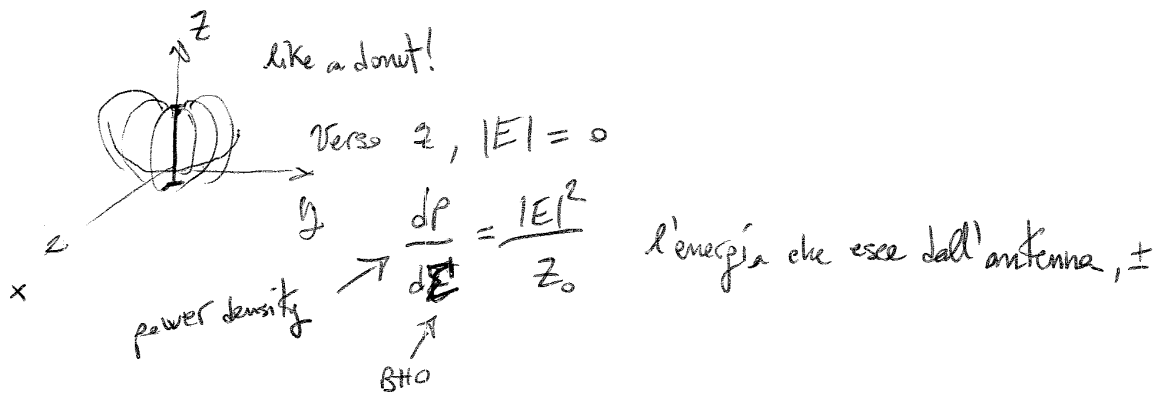
DISPOSITIVO SENZA PERDITE :  $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad S^{-1} = S^{*T}$

DISPOSITIVO CON MEZZI RECIPROCI :  $S$  simmetrica,  $S^T = S$

$S^T$  = trasposta di  $S$ , mette le colonne come righe

DISPOSITIVO SIMMETRICO :  $S_{11} = S_{22}$

DISPOSITIVO ATTIVO :



potenza distribuita nella sfera unitaria, power density

~~potenza~~  $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{P}{4\pi R^2}$  con  $P = 222 \text{ W}$

Campi magnetici ed elettrici: hanno solo una direzione, sono campi identificati da vettori.

Sono da relazionare alla distribuzione delle cariche

usa questo per i vettori  $\vec{E}$

area effettiva

E4)  $G = 30 \text{ dB}$   $f = 2,67 \text{ GHz}$

$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{eff}}$

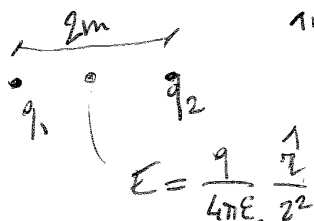
$G = \frac{4\pi}{\lambda^2}$  guadagno d'antenna, ~~potenza~~

$G = \frac{dP/d\Omega|_a}{dP/d\Omega|_i}$

E5)  $[D]_{SI} = 8 \text{ Am}^{-2}$

$\underline{D} = \underline{\epsilon} \underline{E}$   
 $\uparrow \quad \uparrow$   
 $[C/m]$   $[V/m]$

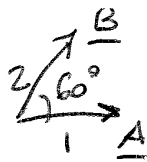
E6)



$1 \text{ nC} = q_1 = -q_2$

$E_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$

E11)



1)  $\underline{A} \cdot \underline{B}$   $|\underline{A} \cdot \underline{B}| = |\underline{A}| |\underline{B}| \cdot \cos(\theta) = 1 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

## RIPASSARE

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>- Linee di trasm, Smith</li><li>- Cose fisiche, E, H</li><li>- Coordinate sferiche</li><li>- Rileggere le antenne</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Suo PDF</li><li>MI EI RIASSUNTI</li></ul> |
|---|---|

LAOISLAU

6/3/15

1

$\nabla|\underline{r}| = ? \frac{1}{r}$

Cartesian coordinate system  $\underline{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

$|\underline{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$   $\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$   $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$\frac{\partial}{\partial x}|\underline{r}| = \frac{\partial}{\partial x}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$\nabla|\underline{r}| = \frac{x\hat{x}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{y\hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{z\hat{z}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z})$

$\nabla|\underline{r}| = \frac{x\hat{x}}{|\underline{r}|} + \frac{y\hat{y}}{|\underline{r}|} + \frac{z\hat{z}}{|\underline{r}|}$

lavora col determinante

$\nabla \cdot (\nabla \times \underline{A}) \equiv 0 \quad \forall \underline{A}$   
 Curl:  $\nabla \times \underline{A} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \hat{x} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) - \hat{y} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right)$

$-\hat{y} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right)$

$\nabla \cdot (\nabla \times \underline{A}) = \left( \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z} \right) \cdot \left[ \hat{x} \left( \frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) - \hat{y} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right) \right] =$

$\nabla \cdot (\nabla \times \underline{A}) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} A_z - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} A_y - \left( \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} A_z - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} A_x \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} A_y - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} A_x = 0$

Dyadic: prodotto tra scalari:  $\propto a$  commutabile  $\underline{D} = D_{ij} \hat{e}_i \hat{e}_j$

con vettori:  $\underline{u} \cdot \underline{v} = \text{scalare}$ ,  $\underline{u} \times \underline{v} = \text{vettore}$ ,  $\underline{u} \times \underline{v} = -\underline{v} \times \underline{u}$   
 scalar factor  $\propto \underline{u}$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{v} = \text{scalare}$ ,  $\underline{u} \times \underline{v} = \text{vettore}$ ,  $\underline{u} \times \underline{v} = -\underline{v} \times \underline{u}$   
 non commutabile  $\underline{u} \times \underline{v} = \text{vettore}$ ,  $\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$  calcolo del determinante

Vettore come funzione di un altro vettore, ed è una MATRICE (la funzione)

$\underline{v} = \phi(\underline{u}) \rightarrow \text{vector}$

$v_1 = d_{11}u_1 + d_{12}u_2 + d_{13}u_3$   
 $v_2 = d_{21}u_1 + d_{22}u_2 + d_{23}u_3$   
 $v_3 = d_{31}u_1 + d_{32}u_2 + d_{33}u_3$

non commutativa  $\underline{v} = \underline{D} \cdot \underline{u}$   $D = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j$   
 moltiplicheremo gli elementi così:  $\underline{u} \cdot \underline{D} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_{ij} (\underline{u} \cdot \hat{x}_i) \hat{x}_j$



$$\begin{aligned} \underline{B}(\rho, t) &= f_B(\underline{E}(\rho, t), \underline{H}(\rho, t)) \\ \underline{D}(\rho, t) &= f_D(\underline{E}(\rho, t), \underline{H}(\rho, t)) \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{LADISLAV} \\ \text{constitutive relations,} \\ \text{forma generale delle} \\ \text{"boundary conditions"} \end{array} \right\} \text{6/3/15} \quad (2)$$

$$\hookrightarrow \underline{B} = \overset{\text{permeabilità elettrica}}{\underline{\mu}} \cdot \underline{H}(\rho, t)$$

$$\underline{D} = \underline{\epsilon} \cdot \underline{E}(\rho, t)$$

↑ permeabilità magnetica

Generally speaking  $\underline{\mu}$  e  $\underline{\epsilon}$  sono TENSORI

In aria non sono tensori,

free space:  $\underline{\epsilon} = \epsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \text{ nF/m}, \quad \underline{\mu} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\underline{\epsilon} = \epsilon_0 \underline{I}, \quad \underline{\mu} = \mu_0 \underline{I} \quad \underline{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Quando  $\epsilon, \mu$  sono indipendenti dalla posizione, il materiale è omogeneo, se sono anche indipendenti da  $\underline{E}, \underline{H}$  allora il materiale è lineare (superposition of effect) se sono indipendenti dal tempo e dalla direzione: materiale isotropo

$\hookrightarrow \mu, \epsilon$  scalari (free space) altrimenti il materiale è anisotropo ( $\epsilon, \mu$  tensori)  
ad esempio

Applicando alle eq. (1) e (2)  $\nabla \cdot (\cdot)$ , si trova

$$\nabla \cdot (\nabla \times \underline{E}(\rho, t)) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \underline{B}(\rho, t) - \nabla \cdot \left( \frac{\partial}{\partial t} \underline{B}(\rho, t) \right)$$

$$(1) \quad \nabla \times \underline{E}(\rho, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \underline{B}(\rho, t)$$

Abbiamo appena dimostrato  $\nabla \cdot (\nabla \times \underline{A}) \equiv 0$ , allora

$$\boxed{\nabla \underline{B}(\rho, t) = \text{costante, è } 0} \quad \boxed{\nabla \underline{B}(\rho, t) = 0} \quad (3)$$

Facendolo sulla (2),  $\nabla \times \underline{H}(\rho, t) = \frac{\partial}{\partial t} \underline{D}(\rho, t) + \underline{J}(\rho, t)$ ,

otteniamo  $\nabla \cdot (2) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \underline{D}(\rho, t)) + \nabla \cdot \underline{J}(\rho, t) = 0$

$$\nabla \cdot \underline{J}(\rho, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho_V(\rho, t) = 0$$

$$\nabla \cdot \underline{D}(\rho, t) = -\rho_V(\rho, t)$$

$$\nabla \underline{E}(\rho, t) = -\frac{\rho_V(\rho, t)}{\epsilon} \quad (4)$$

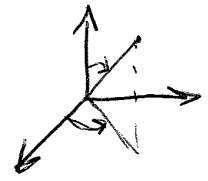
11/3/15  
LADISLAV ①

$$\underline{\underline{G}} = \left( \underline{\underline{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \right) \phi \quad \phi = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$$

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hat{\varphi}}{r^2 \sin(\theta)} \quad \text{Spherical}$$

$$\nabla \phi = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} \phi + \frac{1}{r} \hat{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \phi + \frac{\hat{\varphi}}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \varphi} \phi$$

$\underset{L=0}{\quad} \quad \quad \quad \underset{L=0}{\quad}$



$$\phi = \phi(r)$$

$$\nabla \phi = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \right) = \frac{\hat{r}}{4\pi} \frac{-jk_0 e^{-jk_0 r} r - e^{-jk_0 r}}{r^2}$$

$$\nabla \phi = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \left( -jk_0 - \frac{1}{r} \right) \hat{r}$$

$$\boxed{\nabla \phi = -\left( jk_0 + \frac{1}{r} \right) \phi \hat{r}}$$

$\hat{r}$  la direzione dipende dalla posizione

$$\frac{\partial \hat{r}}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial \hat{r}}{\partial \theta} = \hat{\theta} \quad \frac{\partial \hat{r}}{\partial \varphi} = \sin(\theta) \hat{\varphi}$$

$$\underline{\underline{G}} = \left( \underline{\underline{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \right) \phi = \hat{r} \hat{r} \left( \frac{2j}{k_0 r} + \frac{r}{(k_0 r)^2} \right) + \hat{\theta} \hat{\theta} \left( 1 - \frac{j}{k_0 r} - \frac{1}{(k_0 r)^2} \right) + \hat{\varphi} \hat{\varphi} \left( 1 - \frac{j}{k_0 r} - \frac{1}{(k_0 r)^2} \right)$$

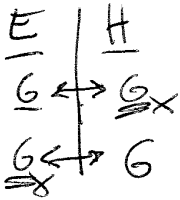
$$\nabla \times \underline{\underline{G}} \rightarrow \nabla \times \underline{\underline{I}} \phi = \nabla \phi \times \underline{\underline{I}} \quad \text{Abbiamo già } \nabla \phi$$

$$\downarrow$$

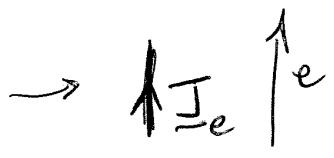
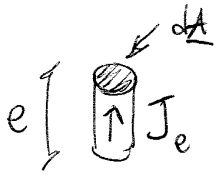
$$-\left( jk_0 + \frac{1}{r} \right) \phi \hat{r}$$

$\underline{\underline{r}} \times \underline{\underline{I}}$  l'abbiamo già fatto per  $\underline{\underline{k}} \times \underline{\underline{I}}$

11/3/15  
LAOISLAV (2)



ELEMENTARY ELECTRIC SOURCE



3D Dirac  
↓  
$$\underline{J}_{ev} = \int (\underline{r} - \underline{r}') \underline{J}_{ev}$$

momento del dipolo elettrico  
$$\underline{J}_e = \int \underline{J}_{ev} dV = M \cdot \hat{e}$$
  
↑  $e dA$      ↑  $\underline{J}_{ev} \cdot \underline{e}$

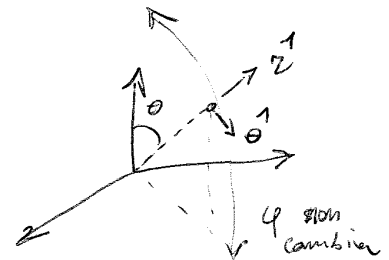
$\underline{E}(\underline{r}) = ?$

$$\underline{E}(\underline{r}) = -j\omega\mu_0 \int \underline{G}(\underline{r} - \underline{r}') \underline{J}(\underline{r}') d\underline{r}' + \dots$$

$\int (\underline{r} - \underline{r}')$  → l'integrale scompare, è il valore in quel punto

$$\underline{E}(\underline{r}) = -j\omega\mu_0 \underline{G}(\theta) \underline{J}_e(\theta)$$

Let's choose  $\hat{e} \equiv \hat{z}$   
$$\hat{z}' = \hat{z} \cos(\theta) - \hat{\theta} \sin(\theta)$$



$$\alpha = -\frac{2j}{k_0 r} - \frac{r}{(k_0 r)^2} \quad \beta = 1 - \frac{j}{k_0 r} - \frac{1}{(k_0 r)^2}$$

$$\underline{G} = \alpha \hat{z} \hat{z} + \beta \hat{\theta} \hat{\theta} + \beta \hat{\phi} \hat{\phi}$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = -j\omega\mu_0 \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} M$$

$$\underline{E}_r(\underline{r}) = -j\omega\mu_0 M \cos(\theta) \left( -\frac{2j}{k_0 r} - \frac{r}{(k_0 r)^2} \right)$$

$$\underline{E}_\theta(\underline{r}) = +j\omega\mu_0 M \sin(\theta) \left( 1 - \frac{j}{k_0 r} - \frac{1}{(k_0 r)^2} \right)$$

$$\underline{E}_\phi(\underline{r}) = 0$$

POTENZA

11/3/15

LADISLAV

(3)

Poynting vector:  $\underline{S} \equiv \underline{E} \times \underline{H}$  (POWER DENSITY)

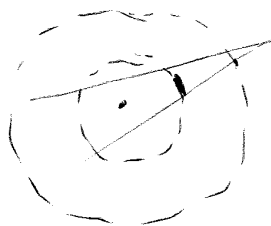
per  $\vec{z}$   
 $\underline{E} = E_\theta \hat{\theta} + E_z \hat{z}$

$$\underline{H} = H_\phi \hat{\phi} \rightarrow \underline{S} = S_z \hat{z} + S_\theta \hat{\theta}$$

$$S_z = E_\theta H_\phi = j \frac{Z_0 M}{2r\lambda} \left( 1 - \frac{j}{k_0 r} - \frac{1}{(k_0 r)^2} \right) \sin(\theta) e^{-jk_0 r} - j \frac{M}{2r\lambda} \left( 1 + \frac{j}{k_0 r} \right) \sin(\theta) e^{+jk_0 r}$$

$$S_z = \frac{Z_0 M^2}{4r^2 \lambda^2} \sin^2 \left( 1 - \left( \frac{1}{k_0 r} \right)^3 \right)$$

$S_\theta =$  paramante immaginario, energia in potenza reattiva, decade rapidamente con la distanza  
 EMC



la stessa potenza ma allontanandosi su superfici più ampie

Power =  $\int \frac{dP}{dA}$   
 superficie  $\Sigma$  ↑ densità di potenza

$$P = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi r^2 \sin(\theta) d\theta$$

$$P = \frac{Z_0 M^2}{4r^2 \lambda^2} \left( 1 - \left( \frac{1}{k_0 r} \right)^3 \right) \cdot \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi r^2 \sin^3(\theta) d\theta$$

$$P = \frac{Z_0 M^2}{4\lambda^2} 2\pi \frac{4}{3} = \frac{2}{3} Z_0 M^2 \frac{\pi}{\lambda^2}$$

dipende dal quadrato di M che è una corrente

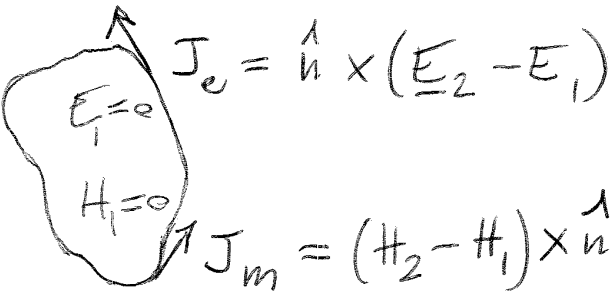
$$\underline{A} = \underline{A}' + j \underline{A}''$$

• linear :  $-A' \parallel A''$   
 $-A' \equiv 0 ; A'' \equiv 0$

• circular :  $|A'| = |A''|$   
 $A' \perp A''$

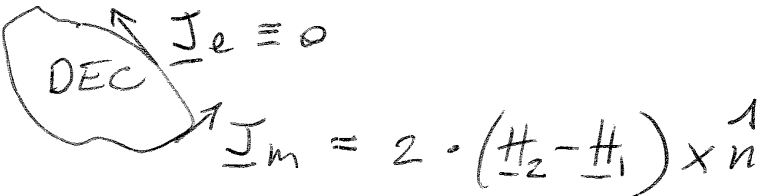
• ellittica  $\frac{Re(z)}{|Re(z)|} = \rho$

$$\underline{E} = \underbrace{(1+j)X}_{\text{linear}} \quad \underline{E}_z = \underbrace{X + jY}_{\text{circular}}$$

1) 

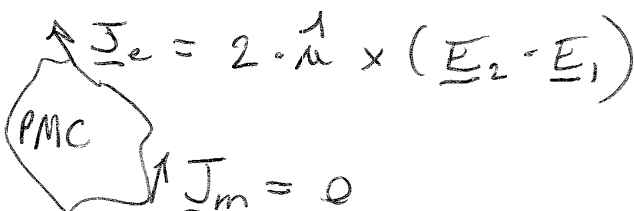
$$\underline{J}_e = \hat{n} \times (\underline{E}_2 - \underline{E}_1)$$

$$\underline{J}_m = (\underline{H}_2 - \underline{H}_1) \times \hat{n}$$

2) 

$$\underline{J}_e \equiv 0$$

$$\underline{J}_m = 2 \cdot (\underline{H}_2 - \underline{H}_1) \times \hat{n}$$

3) 

$$\underline{J}_e = 2 \cdot \hat{n} \times (\underline{E}_2 - \underline{E}_1)$$

$$\underline{J}_m = 0$$

$\vec{K} = K' + jK''$  Se l'ampiezza e la fase sono su piani paralleli allora è un'onda omogenea

Qual è la relazione per le sorgenti?

Se abbiamo un campo, esso obbedisce alle equazioni se siamo in far field (plane waves)

ONDE SFERICHE!

QUAL È IL CAMPO GENERATO DALLA SORGENTE?

$$\begin{cases} \nabla \times \underline{E} = -j\omega \underline{\mu} \underline{H} \\ \nabla \times \underline{H} = j\omega \underline{\epsilon} \underline{E} + \underline{J}_0 \end{cases}$$

Facciamo fuori le derivate con la trasformata di Fourier

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \tilde{F}(\omega)$$

Dallo spazio allo spettro. Lo spazio ha 3 dimensioni, sono 3 integrali,

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} f(\underline{z}) e^{-j\omega \underline{k} \cdot \underline{z}} d\underline{z} = \tilde{F}(\underline{k})$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{F}(\underline{k})\} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(\underline{k}) e^{j\omega \underline{k} \cdot \underline{z}} d\underline{k}$$

Ma che vuol dire?

La  $\omega$  indica che siamo nel dominio spettrale

$$\begin{cases} -j\omega\epsilon \underline{E} - j\underline{k} \times \underline{H} = \underline{J}_e \\ -j\underline{k} \times \underline{E} + j\omega\mu \underline{H} = \underline{J}_m \end{cases} \xrightarrow{\text{matrix}} \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{matrix}} \begin{bmatrix} -j\omega\epsilon \underline{I} & -j\underline{k} \times \underline{I} \\ -j\underline{k} \times \underline{I} & j\omega\mu \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_e \\ \underline{J}_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega\epsilon \underline{I} & -j\underline{k} \times \underline{I} \\ -j\underline{k} \times \underline{I} & j\omega\mu \underline{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{J}_e \\ \underline{J}_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$\underline{G}^{-1} \stackrel{\text{def.}}{=} ad - bc$  è quello che ci serve, calcoliamolo

$$ad - bc = (-j\omega\epsilon \underline{I})(j\omega\mu \underline{I}) - (-j\underline{k} \times \underline{I})(-j\underline{k} \times \underline{I}) =$$

$\epsilon, \mu$  scalar quantities

Assumiamo il free space,  $\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = k_0^2 \leftarrow$  è costante

$$= k_0^2 \underline{I}$$

$$\underline{k} \times \underline{I} \quad \begin{matrix} \text{cartesian} \\ \uparrow \\ (k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}) \end{matrix} \quad \text{oppure} \quad \begin{matrix} \text{sferico} \\ \uparrow \\ (k \hat{r} + \beta \hat{\theta} + \alpha \hat{\phi}) \end{matrix}$$

Ora possiamo risolvere il sistema

$$\underline{\underline{I}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{G}}^{-1} = K_0 \underline{\underline{I}} - (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{K}} \underline{\underline{K}}^1) K^2$$

$$\underline{\underline{D}} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 d_{ij} \overset{1}{x_i} \overset{1}{x_j}$$

$$\underline{\underline{I}} = \overset{1}{x_1} \overset{1}{x_1} + \overset{1}{x_2} \overset{1}{x_2} + \overset{1}{x_3} \overset{1}{x_3}$$

$$\underline{\underline{G}}^{-1} = \begin{pmatrix} -K_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & K^2 - K_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & K^2 - K_0^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{~~...~~}$$

sceltiamo  
che sia  
diagonale

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{K_0^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K^2 - K_0^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{K^2 - K_0^2} \end{pmatrix} =$$

$$\underline{\underline{G}} = -\frac{\overset{1}{K} \overset{1}{K}}{K_0^2} + \frac{\overset{1}{\beta} \overset{1}{\beta}}{K^2 - K_0^2} + \frac{\overset{1}{\alpha} \overset{1}{\alpha}}{K^2 - K_0^2} +$$

$$+ \frac{\overset{1}{K} \overset{1}{K}}{K^2 - K_0^2} - \frac{\overset{1}{K} \overset{1}{K}}{K^2 - K_0^2}$$

$$\underline{\underline{G}}(\underline{\underline{K}}) = \frac{1}{K^2 - K_0^2} \underline{\underline{I}} - \frac{K^2}{K^2 - K_0^2} \overset{1}{K} \overset{1}{K} =$$

$$\underline{\underline{G}}(\underline{\underline{K}}) = \frac{1}{K^2 - K_0^2} \left( \underline{\underline{I}} - \frac{K^2 \overset{1}{K} \overset{1}{K}}{K_0^2} \right)$$

$$K^2 \overset{1}{K} \overset{1}{K} = \underbrace{K \cdot K}_{\underline{\underline{K}}} \underbrace{\overset{1}{K} \overset{1}{K}}_{\underline{\underline{K}}}$$



$$I = \frac{1}{8\pi^3} \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{k^2 - k_0^2} \left( \underline{I} + \frac{VV}{k_0^2} \right) e^{+jk_0z} \sin\beta \, d\alpha \, d\beta \, dk$$

Possiamo scegliere l'origine dove vogliamo.

Scegliamo  $\underline{k_0z}$  in modo da avere  $\beta$  come angolo  $\beta$  tra di loro

$$\underline{k_0z} = k_0z \cos(\beta)$$

$$\int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi$$

$$I_\beta = \int_0^\pi e^{+jk_0z \cos(\beta)} \sin\beta \, d\beta = \frac{-jk_0z}{-jk_0z} =$$

$$I_\beta = \frac{j}{k_0z} e^{jk_0z \cos\beta} \Big|_0^\pi = \frac{j}{k_0z} (e^{-jk_0z} - e^{+jk_0z})$$

$$I_\beta = \frac{j}{k_0z} (e^{-jk_0z} - e^{+jk_0z})$$

$$I_k = \int_0^\infty \frac{k^2}{k^2 - k_0^2} \frac{1}{k} (e^{-jk_0z} - e^{+jk_0z}) \, dk =$$

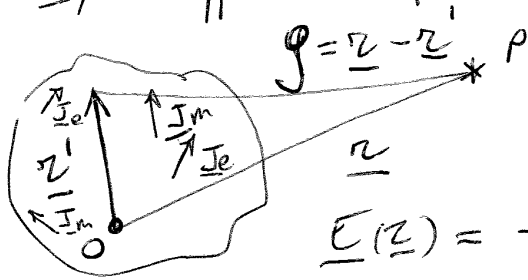
$$I_k = \int_0^\infty \frac{k}{k^2 - k_0^2} e^{-jk_0z} \, dk - \int_0^\infty \frac{k}{k^2 - k_0^2} e^{+jk_0z} \, dk =$$

$$I_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k}{k^2 - k_0^2} e^{-jk_0z} \, dk = \frac{-\pi 2j \text{ Residui}}{\text{poli all'interno}} \Big| \frac{\pi 2j \text{ Residui}}{\text{poli all'interno}}$$

$\underline{E}, \underline{H}$  applicati a. fonti finite elementari

13/3/15

LADISLAV (1)



$$\underline{E}(\underline{z}) = -j\omega\mu_0 \int_{\underline{z}'} \underline{G}(\underline{z}, \underline{z}') \cdot \underline{J}_e(\underline{z}') d\underline{z}' + j \int_{\underline{z}'} \nabla \times \underline{G}(\underline{z}, \underline{z}') \cdot \underline{J}_m(\underline{z}') d\underline{z}'$$

ASSUNZIONE:  $k_0 z \gg 1$ , far from the antenna

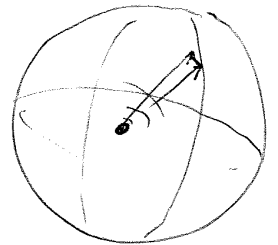
QUANTIFICHIAMO il "far"

$$\underline{G}(\underline{r}) \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \phi & \phi \end{pmatrix} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} = \underline{I} \frac{e^{-jk_0 r}}{r}$$

$$\nabla \times \underline{G}(\underline{r}) \approx -jk_0 \begin{pmatrix} \phi & 1 \\ 0 & \phi \end{pmatrix} \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} = -jk_0 \hat{z} \times \underline{I} \frac{e^{-jk_0 r}}{r}$$

$\phi = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$  invece qui è ad esponente

più o meno costante se siamo vicini in posizioni



$\underline{I} \approx \underline{I}_{t,p}$  costante

CAMBIA LA FASE PER IL  $r$  AD ESPONENTE

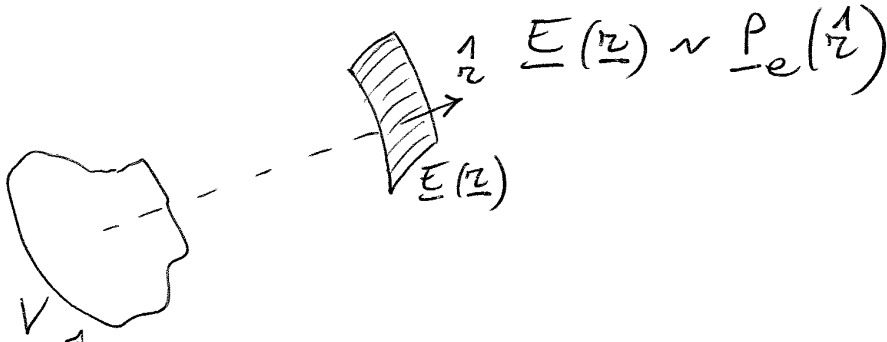
$$r \approx z$$

$$\underline{E}(\underline{z}) = -j\omega\mu \frac{\underline{I}_{t,p}}{4\pi z} \int_{\underline{z}'} \underline{J}_e(\underline{z}') \cdot e^{-jk_0 z} d\underline{z}' + j(-jk_0) \hat{z} \times \underline{I}_{t,p} \int_{\underline{z}'} \underline{J}_m(\underline{z}') e^{-jk_0 z} d\underline{z}'$$

È la  $\nabla$  della  $\underline{J}_e$

$$\begin{matrix} \underline{J_e} \\ \underline{J_m} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{matrix}$$

In far field: field  $\rightarrow$  plane wave, potenza in direzione radiale



"Singola antenna": quali caratteristiche ha il campo nel far field, dato un certo volume dell'antenna?

- Antenna - 1D wave antenna
- 2D aperture antenna
- Array

Oggi: come caratterizzare un'antenna, parametri dell'antenna e irradiazione, parametri generali.

Antenna: trasforma guided wave nello spazio o viceversa

current  $\rightarrow$  electric field TRASMISSIONE  
 incident electric field  $\rightarrow$  power/current/signal RICEZIONE

C'è reciprocità tra le due funzioni

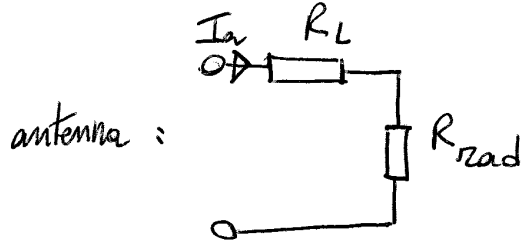
Le relazioni di potenza sono descritte dal matching, che dev'essere su tutte le  $f$  della banda.

LADISLAV

16/3/15

(2)

Supponiamo che vi sia risonanza,  $X_a \approx 0$



Termine per l'efficienza :  $\eta_L =$  Ohmic efficiency  
adimensionale

$$\eta_L = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_L} = \frac{P_{rad}}{P_d}$$

$$P_d = |I_a|^2 Z_a = |I_a|^2 (R_L + R_{rad})$$

$$P_{rad} = |I_a|^2 R_{rad}$$

$$\eta_L = \frac{R_{rad}}{R_L + R_{rad}}$$

questo sempre  
in risonanza

per  $f \sim \text{MHz}$ ,  $\eta_L$  low, perchè l'impedenza d'ingresso dell'antenna è reattiva (antenne corte, per forza) per cui verrà irradiata poca potenza. Non posso avere antenne lunghe Km

per lunghezza antenna  $\approx \lambda$ ,  $\eta_L \approx 1$

per frequenze molto alte, perdite nei metalli e nei dielettrici,  $\eta_L$  cala



$|T|$  : -10dB accettabile  
 -20 dB meglio

16/3/15  
 LADISLAU (3)

Il matching è importante.

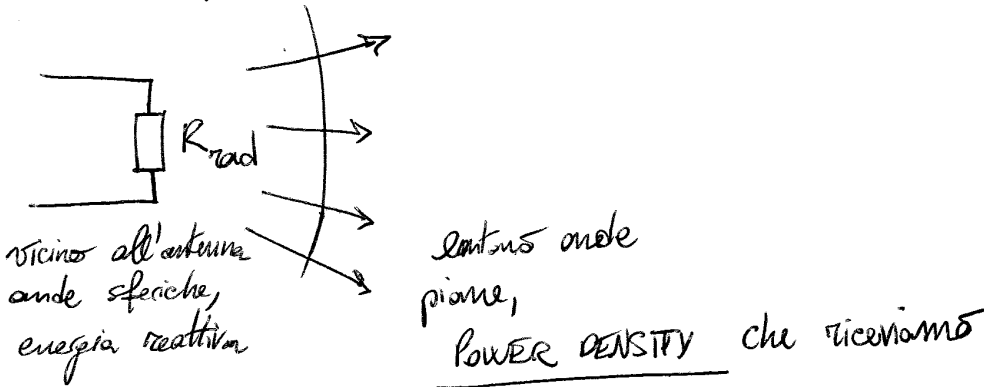
RICEZIONE

In genere siamo "far".  $P_{ricezione} \approx nW$

Se l'antenna riflette troppa potenza, perdiamo il contatto.

"Link budget", quale antenna, quale matching ...

Circuito equivalente, in risonanza



Ci ACCOPPIAMO con un'antenna in ricezione al POWER DENSITY

Sorgente ISOTROPICA,

GAIN: rapporto tra due POWER DENSITY  
 coordinate sferiche,

$G(\theta, \varphi)$  NON DEFINITO NEL NEAR FIELD,  
 SOLO NEL FAR FIELD

$$G(\theta, \varphi) = \frac{\text{Power density}}{\text{Power density generata da una sorgente isotropica}} = \frac{dP/d\Omega}{dP/d\Omega|_{isotr.}}$$

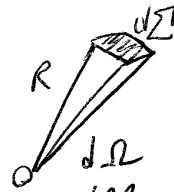
DEFINIZIONE IN TRASMISSIONE

$$G(\theta, \varphi) = \frac{dP/d\Omega}{\left(\frac{P}{4\pi R^2}\right)} = \frac{dP/d\Omega}{\left(\frac{P}{4\pi}\right)}$$

LADISLAV

16/3/15

(4)



Integriamo il Guadagno su tutta la superficie della sfera.

$$\left. \begin{aligned} \int G \frac{P}{4\pi R^2} d\Sigma &= \int \frac{dP}{d\Omega} d\Omega \\ \frac{P}{4\pi R^2} \int G d\Sigma &= P \\ \frac{P}{4\pi} \cdot \int G d\Omega &= P \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int G d\Omega = 4\pi$$

L'integrale della distribuzione di potenza su una superficie è costante

$$G(\theta, \varphi) = \text{maximum gain} \cdot G_0 \cdot \underbrace{f(\theta, \varphi)}_{\text{Radiation pattern}}$$

Maximum gain,  $G_0 = \max_{\theta, \varphi} (f(\theta, \varphi))$

È un numero... con cui mi rendono l'antenna

$$G_0 = \frac{4\pi}{\int_{-2} f(\theta, \varphi) d\Omega}$$

$f(\theta, \varphi)$  : Radiation ~~quantity~~ pattern, ha valore massimo 1

Rappresenta la distribuzione nello spazio.

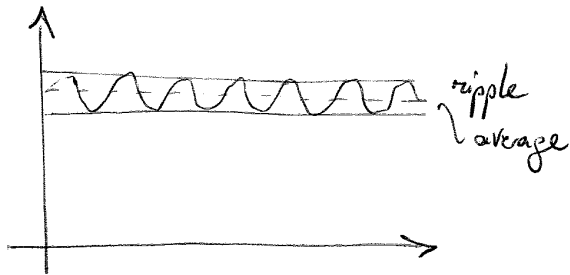
Vogliamo allineare le antenne RX-TX per avere  $f(\theta, \varphi) = 1$  e quindi  $G_0$

Wide beam antenna

molto sottile in una dimensione  
e molto larga in un'altra  
(come emissioni)

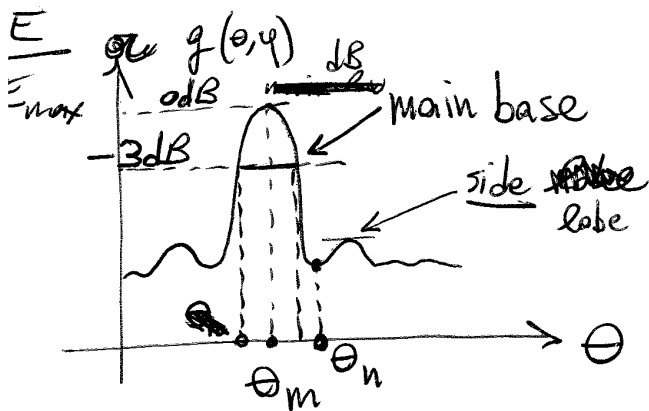
LADISLAV  
16/3/15

(5)



Siccome sulla superficie sferica la potenza è COSTANTE, con del ripple un tizio avrà meno energia dell'altro, se sono su direzioni diverse.

Directive antenna

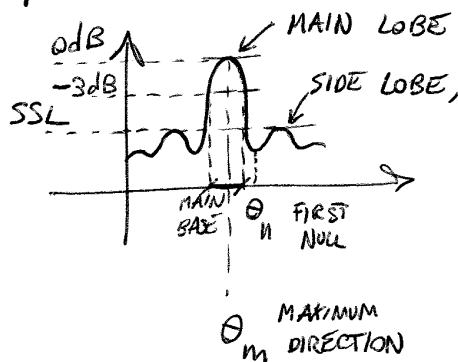


$\theta_m$ : maximum direction of radiation, importante parametro, valore a 0dB, al quale  $g(\theta, \varphi)$  fa 1 e quindi  $G = G_0 \cdot 1$

$\theta_{3dB}$  → HPBW: Half power beam width

$\theta_n$ : first null

SLL: side lobe level

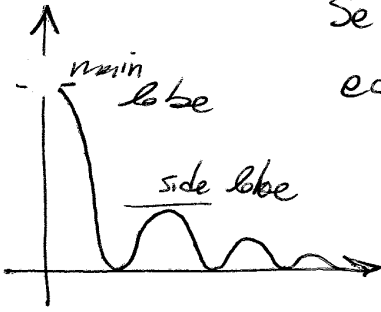


DIRECTIVE ANTENNA

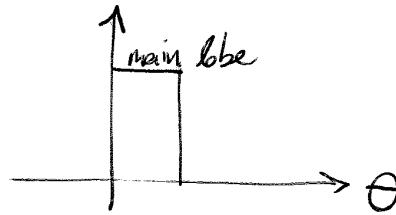
LADISLAV

18/3/15 (6)

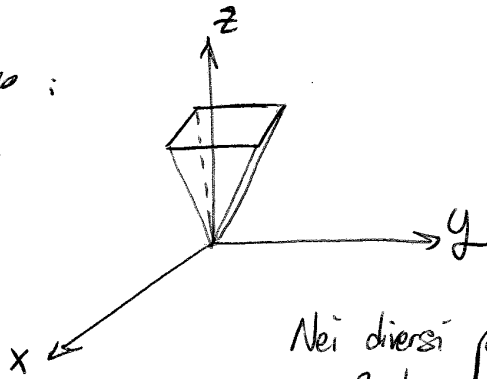
Se il main lobe è molto alto ed il side lobe è molto basso...



Approssimo:

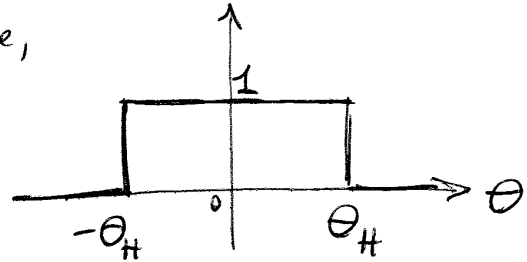
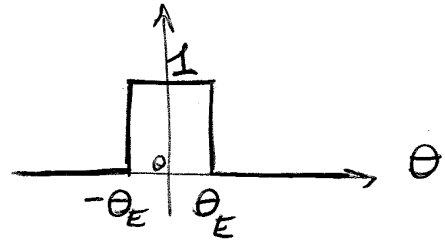


Approssimo:  
Come funzione lineare



Nei diversi piani  
magari larghezze diverse,  
ma stessa ampiezza, per di più  
l'ho normalizzata.

ENERGIA CONCENTRATA TRA  $(-\theta_E, \theta_E)$  e  $(-\theta_H, \theta_H)$



$$G = \frac{dP/d\Omega}{\left(\frac{P}{4\pi R^2}\right)} = \frac{4\pi}{\theta_E \cdot \theta_H} \leftarrow \text{Area totale linearizzata, approssimata e (normalizzata?)}$$

$$= G = \left(\frac{360}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\theta_E^\circ \theta_H^\circ} \approx \frac{4100}{\theta_E^\circ \theta_H^\circ} \quad 1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \text{ gradi}$$

Generalmente si considera come equazione di design

$$G = \frac{K}{\theta_E^\circ \theta_H^\circ}, \quad K = 3 \cdot 10^4$$

Per cui misuro  $\theta_E^\circ$  e  $\theta_H^\circ$

Non si può avere un guadagno altissimo ed una banda altissima nel dominio spaziale (angolo enorme ecc)



Tabella per differenti valori di  $\alpha$ ,  $\eta_L = 1$

LAOSLAU

16/3/15 (7)

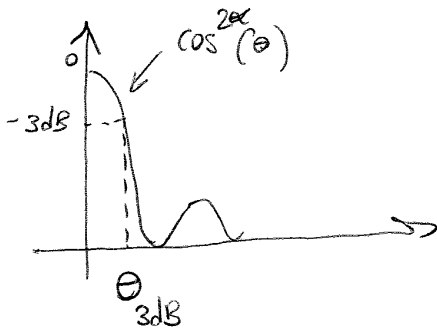
$\alpha$	G	$G_{dB}$	$G(\theta_{-3dB})^2$
1	6		$4,8 \cdot 10^4$
2	10		$4,2 \cdot 10^4$
4	18	12,6	$4 \cdot 10^4$
10	42	16,2	$3,7 \cdot 10^4$
20	82	19,1	$3,7 \cdot 10^4$

)  $\approx$  constant

$\underbrace{10 \log(G)}$

$$G = \frac{3 \cdot 10^4}{\theta_{\epsilon}^2 \theta_H^2}$$

Qual è  $\theta_{3dB}$  ?



$$10 \cos^{2\alpha}(\theta_{3dB}) = -3$$

$$\theta_{3dB} = \arccos\left(10^{-\frac{3}{2\alpha}}\right)$$

[?] → ?

Se consideriamo anche dei side lobes

Effective area  $A_{eff}$  [ $m^2$ ]

Connessione  $E_{inc}$  alla sfera circolare, ma parla di potenza

$$P = A_{eff} \cdot \frac{dP}{d\Omega}$$

scalare  
 scalare  
 scalare, sarà  
 $\frac{W}{m^2}$

Rx antenna:  $R_a$ , scriviamo  $P_{available}$  in due modi

$$P_{available} = \frac{|V|^2}{4R_a}$$

$$P_{available} = A_{eff} \frac{dP}{d\Omega}$$

$$\frac{|V|^2}{4R_a} = A_{eff} \frac{dP}{d\Omega}$$

Supponiamo che vi sia match di polarizzazione, quindi  $\rho_{inc} \cdot \rho_a = 1$ ,

$$V = |E^{inc}| \cdot |h_{eff}| \cdot 1$$

allora

$$\frac{||E^{inc}| \cdot |h_{eff}||^2}{4R_a} = A_{eff} \frac{dP}{d\Omega}$$

Essendo nel far field,

$$\frac{|E^{inc}|^2 \cdot |h_{eff}|^2}{4R_a} = A_{eff} \frac{|E^{inc}|^2}{Z_0}$$

free space impedance,

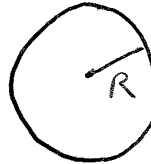
$$Z_0 = 120\pi \Omega \approx 377 \Omega$$

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} \quad , \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

$$A_{eff} = \frac{Z_0}{4R_a} |h_{eff}|^2 \quad , \quad Z_0 = 120\pi \Omega$$

Example

CIRCULAR APERTURE



$$A_{geometrica} = \pi R^2$$

Vi sono relazioni tra

$A_{geom.}$  e  $A_{eff}$

Mettiamoci un fattore che le leghi; APERTURE EFFICIENCY  $\triangleright$

$$\boxed{A_{geom} = \triangleright A_{eff}}$$

$0 \leq \triangleright \leq 1$  ovviamente.

$\triangleright$  dipende dal campo superficiale dell'antenna...  
dimensioni e geometria del campo

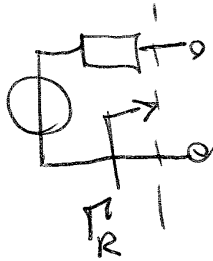
$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \triangleright A_{geom}$$

NORMALIZED CIRCUMFERENCE : usando  $A_{geom} = \pi R^2$ ,  
ottengo  $G = \left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2 \triangleright$

$$P_{\text{delivered dal trasmett.}} = (1 - |\Gamma_T|^2) P_{\text{available da trasn.}}$$

~~$P_{\text{available dal riciv.}}$~~

$$P_{\text{delivered dal ricevitore}} = P_{\text{available}} (1 - |\Gamma_R|^2)$$

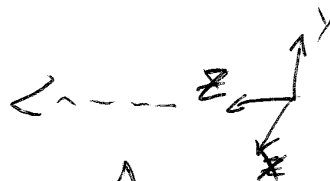
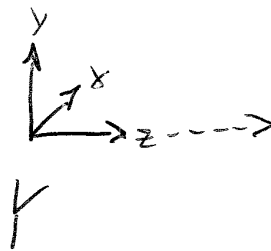
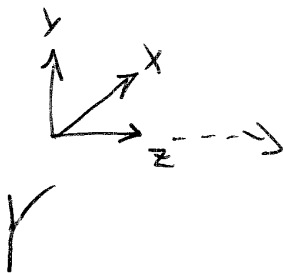


Coefficiente di riflessione  $\Gamma$ : ~~ti~~ tiene in conto gli SCATTERING

Se non c'è match di polarizzazione perdiamo potenza ( $\underline{h}_{\text{eff}}$ )

$$P_R = P_T \underbrace{\frac{G_R G_T}{(4\pi \frac{R}{\lambda})^2}}_{\text{perdite per la freq. e la distanza}} \underbrace{(1 - |\Gamma_R|^2)}_{\text{perdite al ricevitore}} \underbrace{(1 - |\Gamma_T|^2)}_{\text{perdite al trasmettitore}} \cdot \underbrace{\left| \frac{1}{P_R} \cdot P_T^* \right|^2}_{\text{perdite per come sono orientati}}$$

$$0 < |\Gamma_R|^2 < 1, \quad 0 < |\Gamma_T|^2 < 1$$



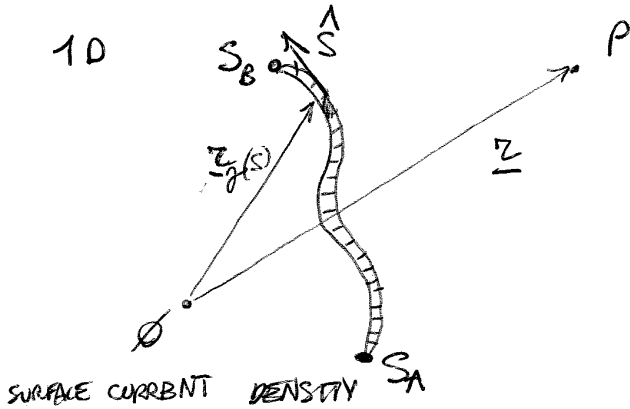
Cambiando il sistema di riferimento, bisogna mettere il complesso coniugato  $\frac{1}{P_R} \cdot P_T^*$  sia  $z$  sia nella parte opposta

LADISLAV  
20/3/15 (1)

$$\underline{P}(\underline{z}) = \underline{\underline{I}}_{t,z} \int_{\underline{z}'} \underline{J}_s(\underline{z}') e^{jk_0(\underline{z} \cdot \underline{z}')} d\underline{z}'$$

Elementary electric dipole

Struttura monodimensionale,  
integrale tridimensionale



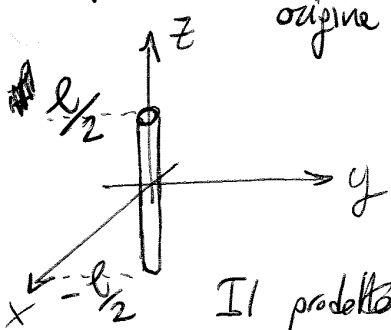
$$\underline{J}_s(\underline{z}') = I(s) \int (\underline{z}_g(s) - \underline{z}) \cdot \underline{s}$$

la delta si identifica

$$\underline{P}(\underline{z}) = \underline{\underline{I}}_{t,z} \int_{S_A}^{S_B} I(s) \underline{s} e^{jk_0(\underline{z}_g(s) - \underline{z})} ds$$

General - shape - wired - antenna

Supponiamo che il filo sia una linea rigida  
origine nel mezzo



$$S_A = -\frac{l}{2}, S_B = \frac{l}{2}$$

$$\underline{s} \equiv \underline{z}$$

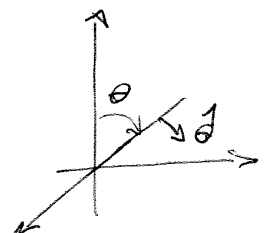
Il prodotto  $\underline{z}_g(s) \cdot \underline{z}' = \underline{z} \cdot \underline{z}' = -\sin(\theta)$

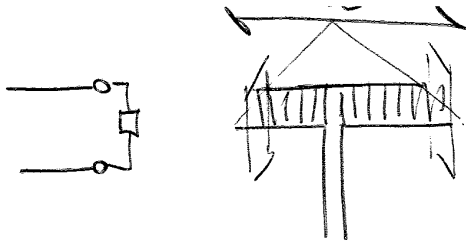
$$\underline{P}(\underline{z}) = \underline{\underline{I}}_{t,z} \underline{z} \int_{S_A}^{S_B} I(s) \cdot e^{jk_0 z \cos(\theta)}$$

$$(\hat{\varphi} + \hat{\theta}) \cdot \underline{z} =$$

↳ in the (x,y) plane,  $\hat{\varphi} \cdot \underline{z} = 0$

mentre  $\hat{\theta} \cdot \underline{z} = -\sin(\theta)$



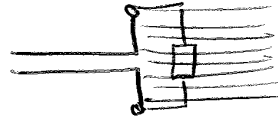


Con un carico si distribuisce uniformemente,

LADISLAU

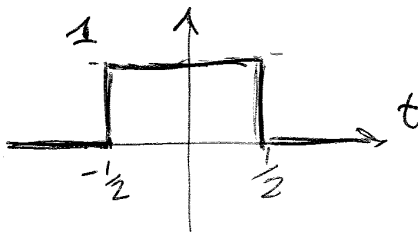
20/3/15

(2)



Questo sempre se  $l$  è molto minore di  $\lambda$

$$\underline{P}(z^1) = -\sin(\theta) \hat{\theta} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I_a e^{jk_0 z \cos(\theta)} dz$$



$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 0 & ; |t| > \frac{l}{2} \\ \frac{1}{l} & ; |t| = \frac{l}{2} \\ 1 & ; |t| < \frac{l}{2} \end{cases}$$

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} e^{jk_0 z \cos(\theta)} dz = \frac{1}{jk_0 \cos(\theta)} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} jk_0 \cos(\theta) e^{jk_0 z \cos(\theta)} dz =$$

$$= + \frac{1}{jk_0 \cos(\theta)} e^{jk_0 \cos(\theta) z} \Big|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = \frac{1}{jk_0 \cos(\theta)} \left[ e^{-jk_0 \frac{l}{2} \cos(\theta)} - e^{jk_0 \frac{l}{2} \cos(\theta)} \right] \left( \frac{z}{l} \right)$$

affine

$$-2j \sin\left(k_0 \frac{l}{2} \cos(\theta)\right)$$

$$\varphi = k_0 l \cos(\theta)$$

Allora  $\int_{-\frac{\varphi}{2}}^{\frac{\varphi}{2}} \dots = -\frac{l}{\frac{\varphi}{2}} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

$$\underline{P}(z^1) = -\sin(\theta) \hat{\theta} I_a l \left( -\frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\frac{\varphi}{2}} \right)$$

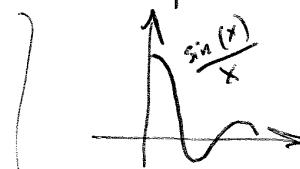
$$\underline{P}(z^1) = I_a l \sin(\theta) \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\frac{\varphi}{2}} \cdot \hat{\theta}$$

$M = \text{moment}$

In precedenza,  $E_{\theta} = \dots$

$$M \cdot \sin(\theta)$$

Per  $l \rightarrow 0 \dots$  questa è la sinc



la nostra

$$x = k_0 \frac{l}{2} \cos(\theta)$$

per  $l \rightarrow 0, \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\frac{\varphi}{2}} \rightarrow 1$

Es 3

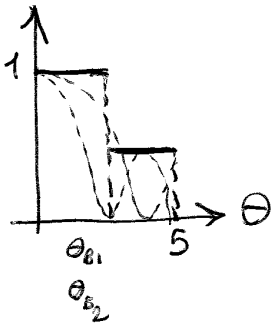
20/3/15

2

$D = 0,99 \text{ m}$      $f = 28,56 \text{ GHz}$

$$g(\theta, \varphi) = G \left( \alpha_1(\theta) \cos^2(\varphi) + \alpha_2(\theta) \sin^2(\varphi) \right)$$

Approssimazione del diagramma di radiazione



$$G = \frac{4\pi}{\int_{\Sigma} g(\theta, \varphi) d\Sigma}$$

$I = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta g(\theta, \varphi) \sin(\theta)$  da risolvere

$$I = \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ \alpha_1(\theta) \cos^2(\varphi) + \alpha_2(\theta) \sin^2(\varphi) \right] d\theta \sin(\theta) =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \left( \cos^2(\varphi) \left[ 1 \int_{\sin(\theta)}^{\theta_{B1}} d\theta + \alpha \int_{\theta_{B1}}^{5^\circ} d\theta \right] + \right.$$

$$\left. + \int_0^{2\pi} d\varphi \left( \sin^2(\varphi) \left[ 1 \int_0^{\theta_{B2}} d\theta + \alpha_2 \int_{\theta_{B2}}^{5^\circ} d\theta \right] \right) \right] =$$

... RISULTATO =

$$G = \frac{4}{9,85 \cdot 10^{-5}}$$

$G = 4,06 \cdot 10^4$ $G = 46,08 \text{ dB}$
---

Politecnico di Torino  
MS-level of the Bologna process in Electronic Engineering – Torino (01NVEOQ)  
MS-level of the Bologna process in Telecommunication Engineering – Torino (01NVEOT)

**Radiating electromagnetic systems**  
a.y. 2014-2015

**Problem Set No. 2**

**Issued: March 23, 2015**

**Due: March 30, 2015**

The assignment should be handled in BEFORE the class on the due date.

**Problem 2.1**

Let's consider an antenna that radiates a field described as follows:

$$\underline{E}(r, \theta, \phi) = \begin{cases} \frac{V_0}{r} e^{-jkr} \cos^4 \theta \left[ (\hat{p} + j\hat{q}) \cos \frac{\theta}{2} + (\hat{p} - j\hat{q}) \sin \frac{\theta}{2} \right] & \text{for } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{for } \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

with  $\hat{p} = \cos \phi \cdot \hat{\phi} + \sin \phi \cdot \hat{\theta}$  and  $\hat{q} = \sin \phi \cdot \hat{\phi} - \cos \phi \cdot \hat{\theta}$  respectively.

1. Study the polarization of the antenna, i.e., specify if there exists any direction  $(\theta, \phi)$  for which the polarization is circular or linear. In case, indicate them;
2. assuming an ohmic efficiency  $\eta_L=1$ , determine the maximum gain of the antenna.

**Problem 2.2**

A satellite TV system working at a frequency of  $f=11.7$  GHz is characterized by an EIRP=3.5 dBW. Determine the available power at the clamps of a circular antenna of diameter  $D=3.66$  m and efficiency  $\nu=0.5$ , matched in polarization. The distance between the satellite and the receiving unit is  $R=40000$  km.

**Problem 2.3**

Let's consider a circular antenna with an aperture of diameter  $D=0.99$  m working at a frequency of  $f=28.56$  GHz. The radiation pattern can be approximated by:

$$g(\theta, \phi) = G(Q_1(\theta) \cdot \cos^2 \phi + Q_2(\theta) \sin^2 \phi)$$

where

$$Q_i(\theta) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \theta < \theta_{B_i} \\ \alpha_i, & \theta_{B_i} \leq \theta < 5^\circ \\ 0, & \theta > 5^\circ \end{cases}$$

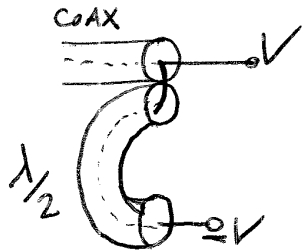
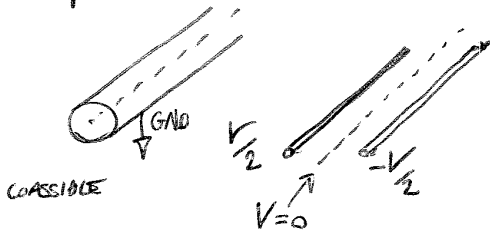
with  $\theta_{B_1} = 0.302^\circ$ ,  $\alpha_1 = -28.5$  dB and  $\theta_{B_2} = 0.278^\circ$ ,  $\alpha_2 = -17.5$  dB.

Determine the antenna efficiency  $\nu$ .

**Note:** Substitute numerical values at the end of the calculation, and use 6 significant digits (in linear units).

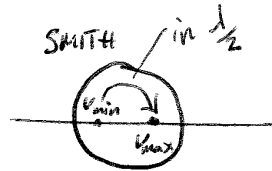


Il dipolo è una STRUTTURA BILANCIATA, il monopolo No

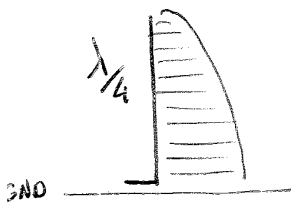


Con l'aggiunta  
linea a  $\frac{1}{2}$  abbiamo

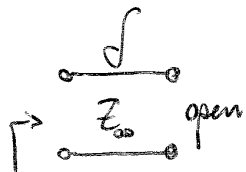
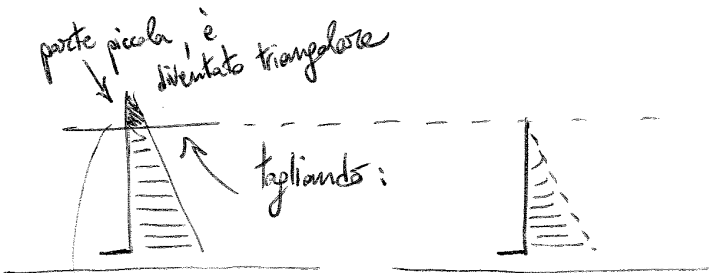
"l'attacco per il dipolo" usando coassiale



Anziché 50 Km usiamo 25 Km col monopolo



Se invece  $\ll \frac{1}{4}$ ,



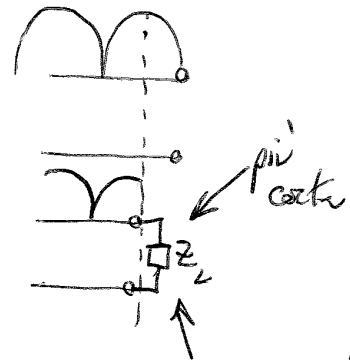
$$Z_{in} = Z_L = -jZ_0 \cot(\beta l)$$

Cioè tagliamo un pezzo di antenna ma col carico reattivo manteniamo la forma originale

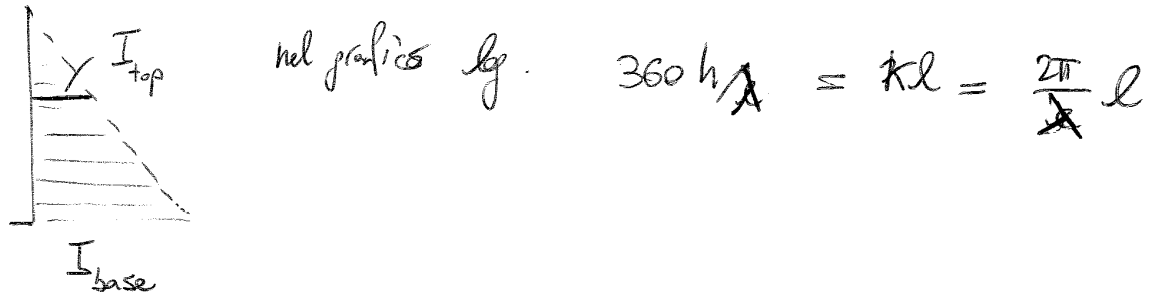
No reattivo:



reattivo:



Mettiamo un carico reattivo che simuli la lunghezza della linea



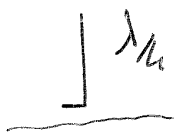
Quindi generalmente si usa la polarizzazione verticale, si diminuisce il raggio e si riduce la lunghezza usando carichi spartani

$$Z_t = R(Kl) - j \left[ 120 \left( \ln \frac{2l}{a} - 1 \right) \cotg(Kl) - X(Kl) \right]$$

↓ input impedance di  
in cilindro (dipolo)

$$Z_{in} \Big|_{\lambda/2} = (73 + j40) \Omega$$

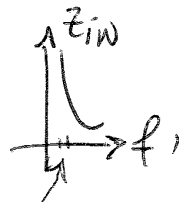
Per la risonanza va usato un dipolo più corto, in genere  $\sim 0,47\lambda$  anziché  $0,5\lambda$



$$Kl \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \approx 90^\circ$$

Piccole variazioni

di frequenza, per curve come



causando forti

Variazioni della  $Z_{in} \rightarrow$  piccola banda

30/3/15

$$E(z, \theta, \varphi) = \dots$$

$$\hat{p} = \cos(\varphi) \hat{\varphi} + \sin(\varphi) \hat{\theta}$$

$$\hat{q} = \sin(\varphi) \hat{\varphi} - \cos(\varphi) \hat{\theta}$$

Radiating

(1)

POLARIZZAZIONE CIRCOLARE:

$$|E_p| = |E_q| \text{ e } \underline{\text{devono essere in quadratura}}$$

Nell'es 1  $\cos^4(\theta)$  non andava considerato per la polarizzazione

$$G_0 = \frac{4\pi}{\int_{\Sigma} g(\theta, \varphi) d\Sigma}$$

$$G(\theta, \varphi) \approx \frac{dP}{d\Sigma} = \frac{|E|^2}{Z_0}$$

$$\underline{E} = \frac{V_0 e^{-jkz}}{z} F(\theta, \varphi) \hat{p}(\theta, \varphi)$$

$$\hat{p}(\theta, \varphi) = \frac{h_{\text{effective}}(\hat{z})}{|h_{\text{effective}}(\hat{z})|}$$

$$|E| = \left| \frac{V_0}{z} F(\theta, \varphi) \right| \quad \text{abbiamo} \quad |\hat{p}(\theta, \varphi)| = 1$$

$$G = 2(2\alpha + 1)$$

our case:

$$\boxed{|E| = \cos^2(\theta)} \\ \alpha = 1$$

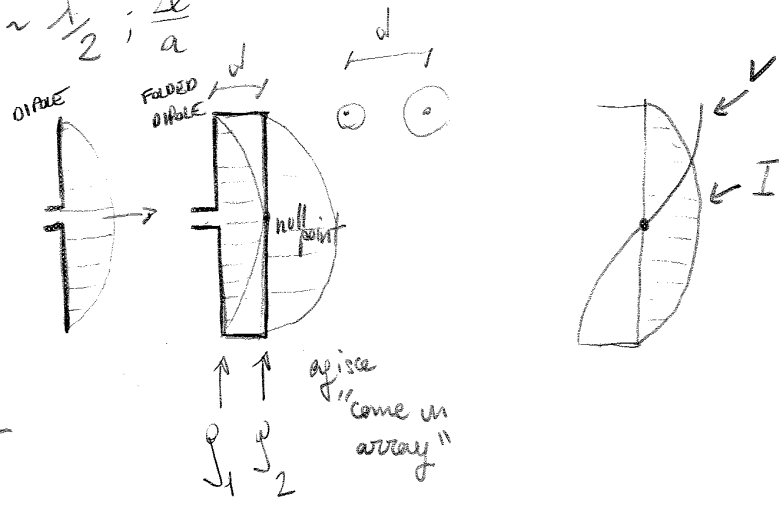
Quindi  $G = 2(\beta + 1) = 1\beta$

27/3/15

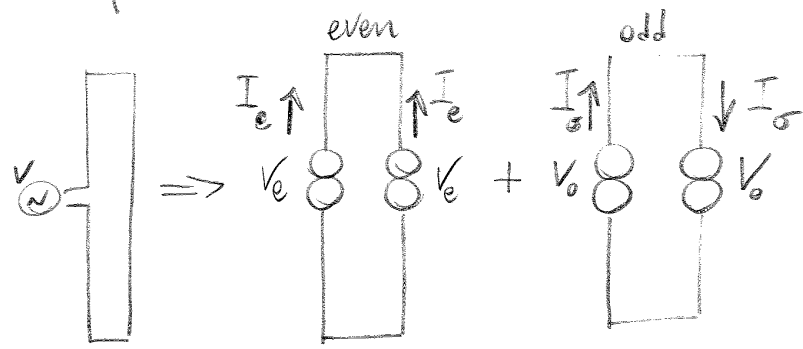
Radiating ①

Resonance:  $l \sim \frac{\lambda}{2}; \frac{4\lambda}{a}$

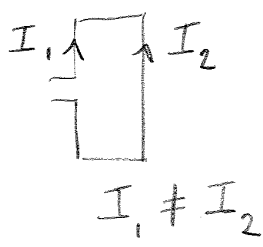
Folded dipole:  
- together



Voltage and current are shifted



HERE  
 $J_1 = J_2$



$$I^{even} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$I^{odd} = \frac{I_1 - I_2}{2}$$

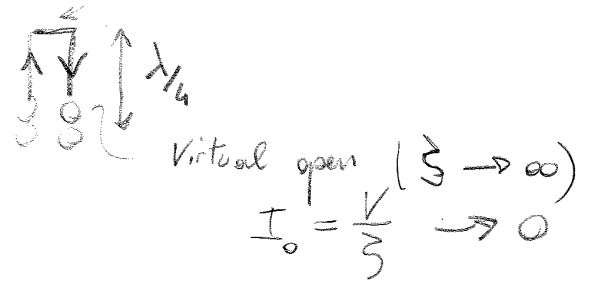
$$\begin{cases} V = V_e + V_o \\ \phi = V_e - V_o \end{cases}$$

$V_e = V_o$ ,  $V_d = 2V$  (NOTATION)

even case:



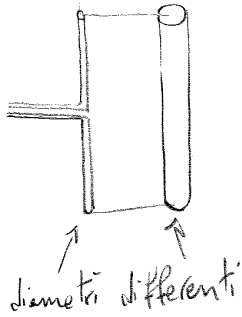
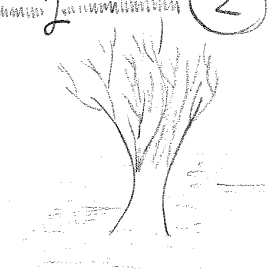
odd case: short circuit ( $J = 0$ )



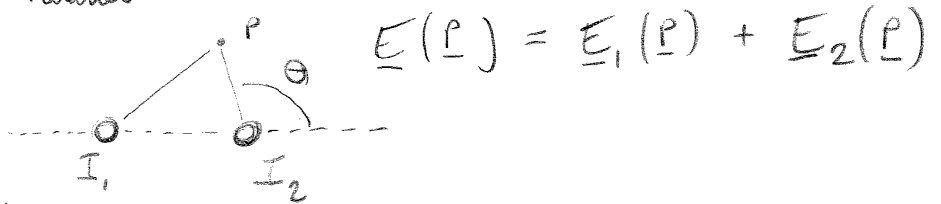
# YAGI - UDA

Radiatività 24/3/15 (2)

Le caratteristiche geometriche del focolo dipole impattano grandemente sulla sua  $Z_m$



Parallel wire line



2 element array! yeeeah

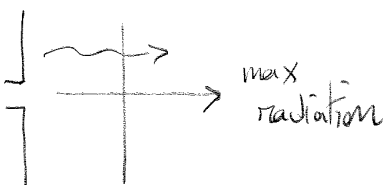
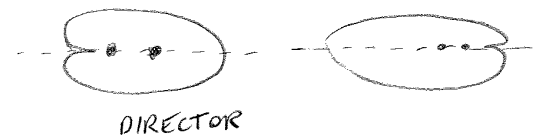
$$E = -j \frac{Z_0}{2\pi R} \rho(\vec{r}) \frac{e^{-jkR}}{R}$$

$$AF = \frac{\sin(\# \frac{\psi}{2})}{\# \frac{\psi}{2}}$$

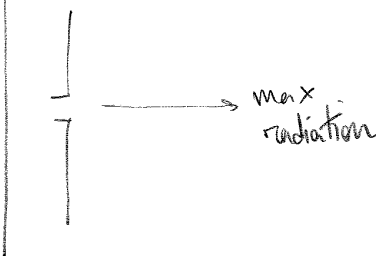
$$\psi = k_0 d \cos(\theta) + \phi$$

$$\left( 1 - \frac{Z_m}{Z_{22}} e^{-jk_0 d \cos(\theta)} \right) \text{ array factor...}$$

Cambiando la posizione cambiamo la  $Z_m$  ("mutual")



REFLECTOR

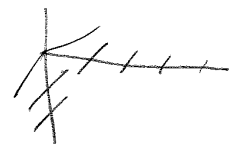


Per  $\sim d = 0.15 \lambda \rightarrow Z_m$  reale

IL GUADAGNO AUMENTA AGGIUNGENDE



## YAGI - UDA



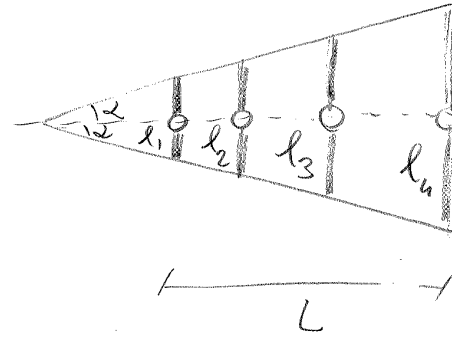
Ponendo gli elementi a distanze non costanti tra loro cerchiamo di recuperare la fase.

Dovremmo avere una porta per ogni elemento (risolante a differenti frequenze).

Banda: relativa alle dimensioni dell'elemento più corto e di quello più lungo.

$$l_H = \frac{\lambda_{\max}}{4} = \frac{c}{4f_{\min}}$$

$$l_L = \frac{\lambda_{\max}}{4} = \frac{c}{4f_{\max}}$$



Termine di correzione per il primo elemento, che davanti a sé non ha nulla: vede un'impedenza diversa dagli altri

$$\beta_a > 1, \quad l_1 = \frac{1}{\beta_a} \frac{\lambda_{\min}}{4} = \frac{1}{\beta_a} \frac{c}{4f_{\max}}$$

$$\beta \approx 1,3 \div 1,5$$

Due problemi costitutivi:

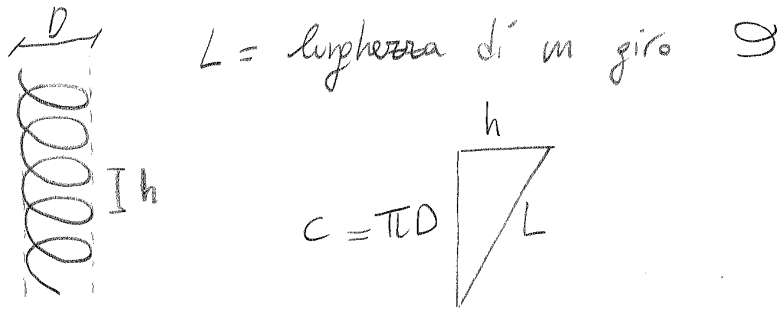
Impedenze e "feeding"

L'impedenza del dipolo dipende dalla lunghezza e dal diametro.

$$Z_{\text{in dipole}} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}}$$

$\left(\frac{2l}{a}\right) \approx \text{constant}$ , facciamo variare  $l$  e  $a$

# HELIX ANTENNA



Può irradiare in due modi:

1 corto: "normal"



$\pi D \ll \sqrt{2h\lambda}$  vertical polarization

$\pi D = \sqrt{2h\lambda}$  circular

2 assiale:



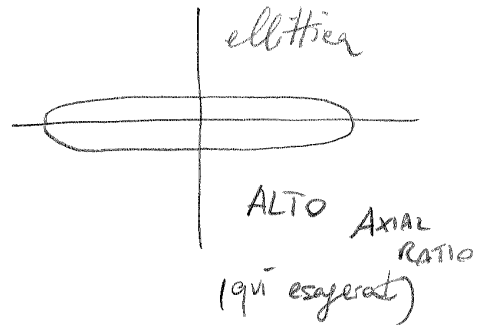
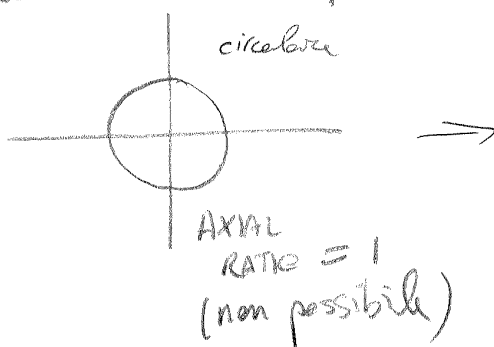
$\pi D \approx \lambda$  circular polarization

$Z_m \approx \text{costante}, 140 \div 150 \Omega$

Axial ratio  $\approx AR \approx \frac{2n+1}{2h}$

frazione dei campi nelle due direzioni principali

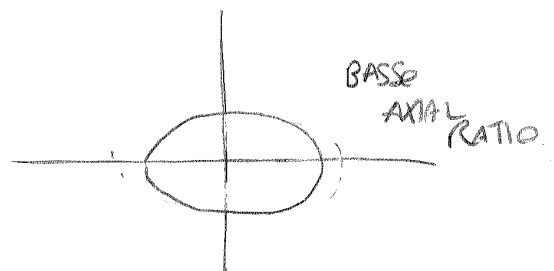
$n = \text{numero giri}$

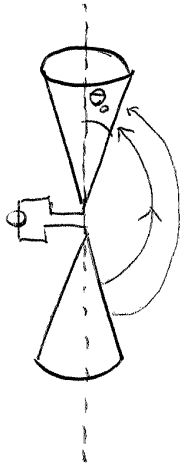


Aumentando le spire la polarizzazione diventa sempre più circolare

Guadagno:

Dipende da  $\frac{L}{\lambda}$

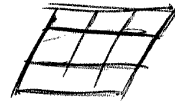
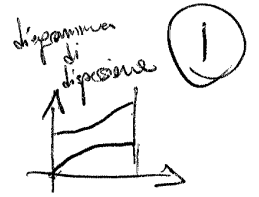
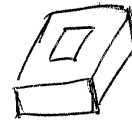




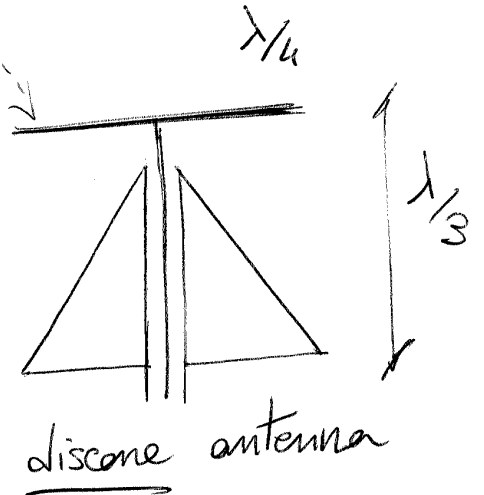
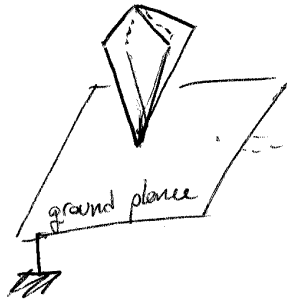
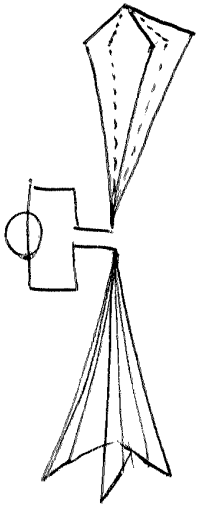
$$Z = \text{constant} = \frac{Z_0}{\pi} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \frac{\theta_0}{2}$$

$$f_{\min} = 0 \rightarrow \text{TEM}$$

Radiating 10/4/15



Vogliamo solo metà antenna per le dimensioni



Quando tagliamo il ground plane  
o tagliamo il cono:  
LIMITIAMO LA BANDE

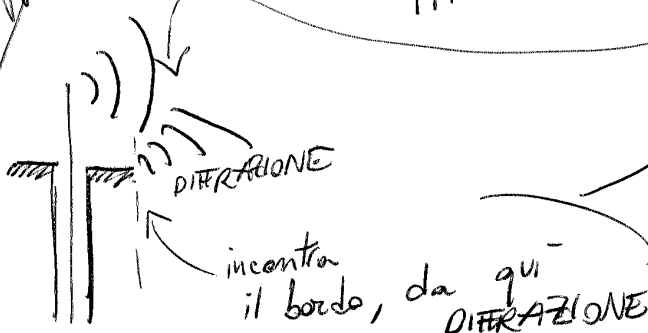
discone antenna



max radiation,  $\infty$  GROUND PLANE

ma "tagliando" il piano di massa,

1. the ground plane



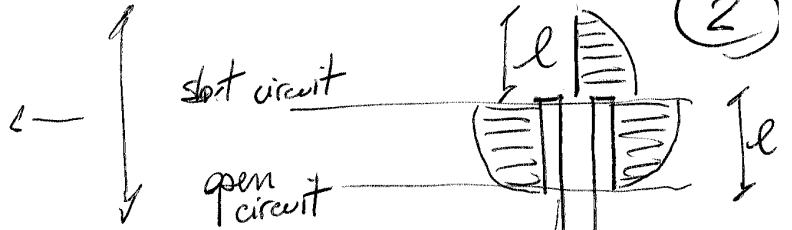
Cambia il diagramma di irradiazione



$$l = \lambda/4$$

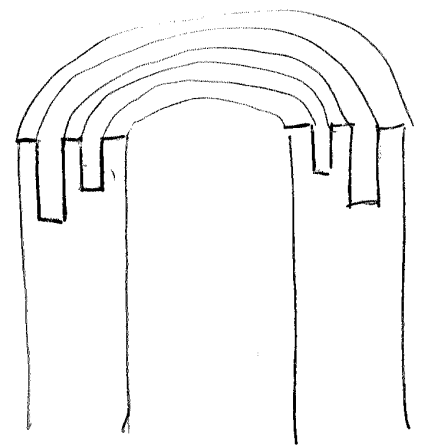
10/4/15

Antenna  
mica



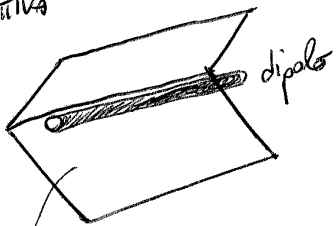
Si può fare  
anche con tubi concentrici

flow of power  
fermata dall'alta  
impedenza (open circuit)  
RF CHOKE



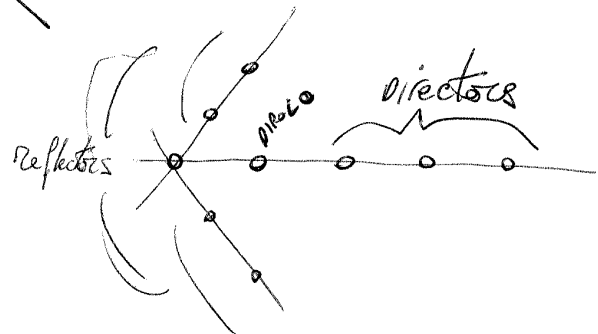
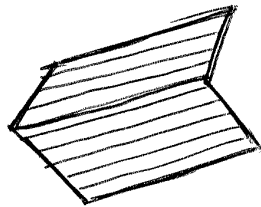
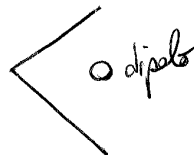
### CORNER REFLECTOR

PROSPETTIVA



potrebbe essere  
una griglia

LATO

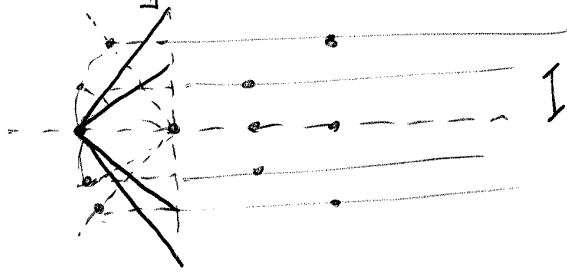


Mantenedolo costante,

10/4/15

allargando o avvicinando le proiezioni

Radiating (3)

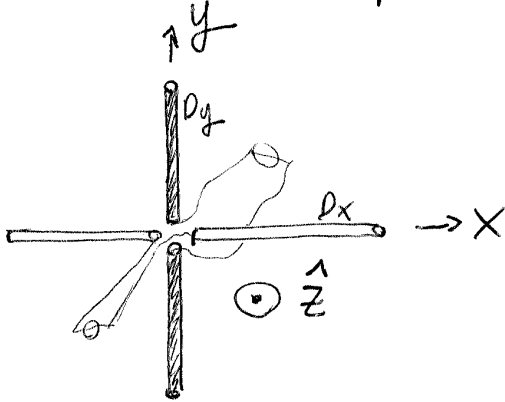


distanza delle proiezioni:  
influenza il guadagno  
e il diagramma di irradiazione

TURNSTYLE dipole,

4 dipoli a croce

Bracci non necessariamente lunghi uguali



$$D_x : \underline{E} = \hat{\varphi} E_{\varphi}$$

$$E_{\varphi} = -\frac{(jMz_0)}{2r\lambda} e^{-jkr} \cos(\varphi)$$

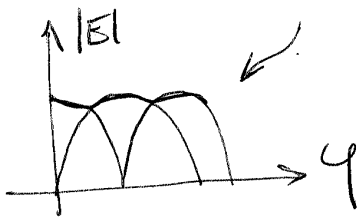
$$D_y : \underline{E} = \hat{\varphi} E_{\varphi}$$

$$E_{\varphi} = -j \frac{z_0 M_y}{2r\lambda} e^{-jkr} \cos(\varphi)$$

Se  $M_x = M_y$

$$\underline{E}_{TOTAL} = \underline{E}^{Dx} + \underline{E}^{Dy} = -j \frac{z_0}{2r\lambda} e^{-jkr} M (\cos(\varphi) + \sin(\varphi))$$

$|E| \approx \text{constant}$  "more or less"



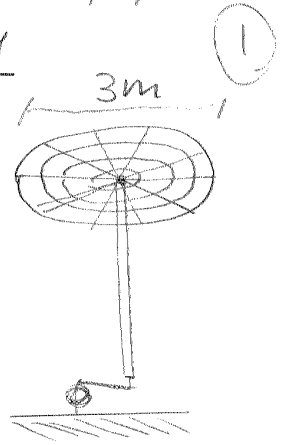
Ma questa non è la configurazione tipica

E1  $E_{3,1}$

$f = 2 \text{ MHz}$ ,  $\lambda = 150 \text{ m}$

$\frac{l}{\lambda} = \frac{4 \text{ m}}{150 \text{ m}} \ll 1$

13/4/15



Funziona come un condensatore statico

$C_1 = \frac{\epsilon A}{l} = 8,85 \text{ pF/m} \frac{\pi (1,5 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$

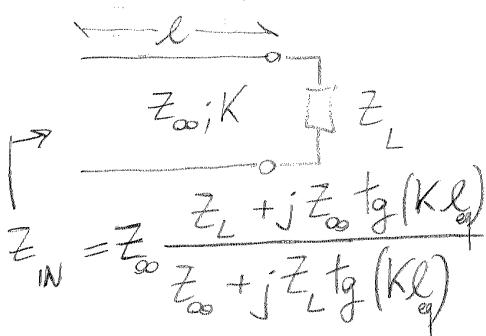
$l = 4 \text{ m}$

antenna nell'aria Otteniamo  $C = 15,6 \text{ pF}$

"Self capacitance of the wires", qui approssimativamente

abbiamo  $C_2 = 8 \epsilon R = 106 \text{ pF}$   
 $\uparrow$   
 $R = 1,5 \text{ m}$

$C_{TOT} = C_1 + C_2 = 121,6 \text{ pF}$  caso che termino al termine della "bore" (rispetto alla  $\lambda$ ) linea di trasmissione.



Se  $Z_L$  è open,  $Z_L \rightarrow \infty$

Abbiamo  $Z_L \gg j Z_0 \tan(Kl)$

e  $j Z_L \tan(Kl) \gg Z_0$

$Z_{IN} \approx Z_0 \frac{Z_L}{j Z_L \tan(Kl)}$   
 $Z_L = \text{open}$

$Z_{IN} \approx Z_0 \frac{j Z_0 \tan(Kl)}{Z_0} \approx -j Z_0 \cot(Kl)$   
 $Z_L = \text{short}$

Corrisponde a una capacità, il nostro caso

(Facciamo un induttore cambiando  $Kl$ , rendendo il tutto negativo)

Il trasferimento di potenza:

13/4/15

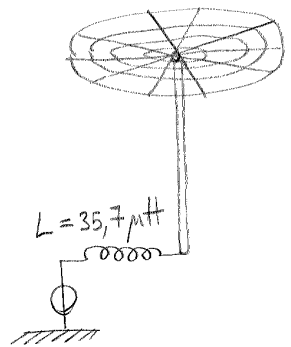
Massimo in risonanza, dobbiamo compensare la parte immaginaria, inserendo  $Z^L$

(2)

$Z^L = +j449,25 \Omega$  INDOITTORE (positiva e reattiva)

$Z_{\text{induttore}} = j\omega L, \quad L = \frac{+j449,25 \Omega}{j\omega} = 35,7 \mu H$

Così vi sarà risonanza



$E_{3,2}$

$f_{\min} = 150 \text{ MHz}, \quad f_{\max} = 300 \text{ MHz}, \quad \text{Gain} = 10 \text{ dB}$

LOG PERIODIC

Non possiamo usare il singolo elemento,  $\frac{f_{\max}}{f_{\min}} > 1$  decade

Usiamo i grafici delle curve di guadagno in funzione di  $\alpha$  e  $\tau$ .

Scepiamo  $\tau = 0,95$

dall'altro grafico

$\rightarrow 2\alpha = 23^\circ$  dai grafici

Al che  $\alpha = 11,5^\circ$

Cambiando  $\alpha$  di poco la variazione

del guadagno è alta.

$\sigma = \frac{1}{4} (1 - \tau) \cot^2(\alpha), \quad \sigma = 0,0614$

$\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}} = 2 \text{ m}, \quad \lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = 1 \text{ m}$

Correction factor B per il primo elemento ( $f_{\max}$ ), B preso da un grafico  $\alpha - \tau - B$ .

Otteniamo (leggiamo)  $B \approx 1,2$

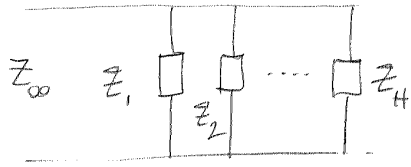
Vorremmo una ~~ip~~ impedenza COSTANTE.

13/4/1

$l_i$  aumenta con  $i = 1, \dots, n$ , cambia anche  $r_i$

3

Pensiamo al diametro dei fili



Pensiamo a  $Z_i \approx$  costante,  
 impendendo il raggio dei fili cambia

Si suggerisce di usare

$$\frac{2l}{\text{raggio fili}} = \text{COSTANTE} = 67$$

$R_{\text{min}} = 6 \text{ mm}$   
 $R_{\text{max}} = 15 \text{ mm}$   
 raggi

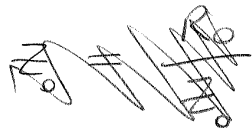
$$Z_{od} = Z_{in} = 120 \left[ \ln \left( \frac{2l}{D} \right) - 2,25 \right] \Omega$$

$\uparrow$   
 diametro

Scepiendo  $\frac{2l}{\text{raggio fili}} = 67 \rightarrow Z_{in} \approx 234,56 \Omega$

c'è un grafico che correla  $\sigma$  alla  $Z_{in}|_{\text{TOTALE}}$

$$\frac{Z_{od}}{Z_{in \text{ valida}}} = \frac{234,56 \Omega}{50 \Omega} = 4,7 \xrightarrow{\text{grafico con } \sigma' = 0,063} \frac{R_0}{Z_0} = 0,65$$



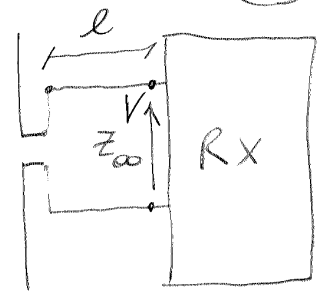
$$Z_0 = \frac{R_0}{0,65} \approx 77 \Omega$$

34]  $E_0 = 1 \text{ V/m}$ ,  $f = 400 \text{ MHz}$ ,  $Z_L = 75 + j30 \Omega$ , 13/4/15

$G_d = 2 \text{ dB} = G$   $Z_{RX} = 50 \Omega$ ,  $l = 5\lambda$

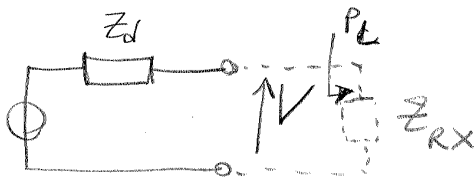
(4)

$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{|E|^2}{Z_0}$  SOTTO  $Z_0$  area di vista



$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff}$   $P_{Available} = \frac{dP}{d\Omega} A_{eff} = 1,87 \cdot 10^{-10} \text{ W}$

Sostituendo,  $A_{eff} = \frac{P}{\frac{dP}{d\Omega}} = \frac{1,87 \cdot 10^{-10} \text{ W}}{\frac{dP}{d\Omega}}$



$P_L = (1 - |\Gamma|^2) P_{Available}$

$P_L = |V_L|^2 \text{Re} \left\{ \frac{1}{Z_{RX}} \right\}$

Abbiamo bisogno di  $\Gamma$ .

$\Gamma = \frac{Z_{RX} - Z_L^*}{Z_{RX} + Z_L} = \Gamma$

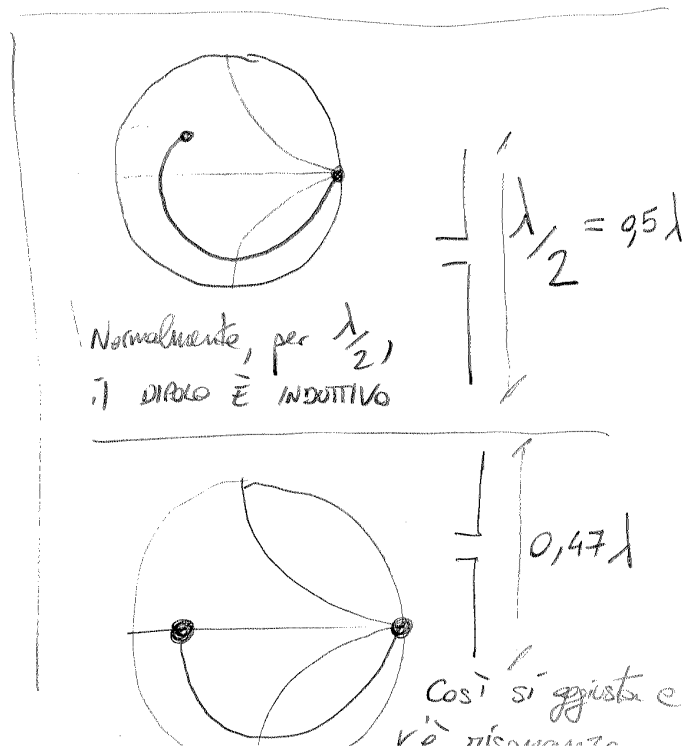
Per impedenze complesse

$\Gamma = \frac{Z_L - Z_{\infty}}{Z_L + Z_{\infty}}$

Per impedenze reali

$\Gamma = 0,3 e^{j117^\circ}$

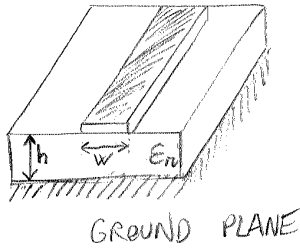
$|V_L|^2 = 925 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2$



15/4/15

$f_c = 0$  TEM (due conduttori)  
GROUND PLANE  
E MICROSTRISIA

①

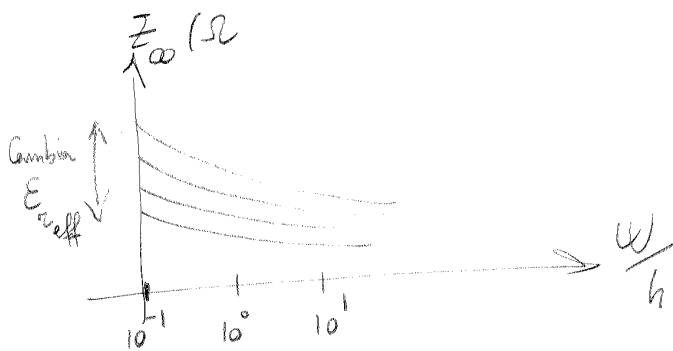


Potremmo avere lunghezze comparabili alle

$$\lambda = \frac{c}{f_{clock}}$$

La  $Z_{\infty}$  cambia a seconda di  $\frac{w}{h}$

Per il design con una particolare  $Z_{\infty}$  si lavora su  $\frac{w}{h}$   
Piani  $\frac{w}{h}$  e  $E_{z,eff}$ ,  $Z_{\infty} (\Omega)$  e  $\frac{w}{h}$  (grafici)

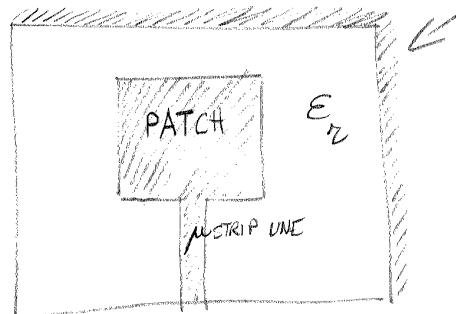


Bassa  $\frac{w}{h}$  : "induttori"

Alta  $\frac{w}{h}$  : "condensatori"

STRUTTURA  
BILANCIATA, le microstrisce sono sbilanciate.

Guardando  
dall'alto:

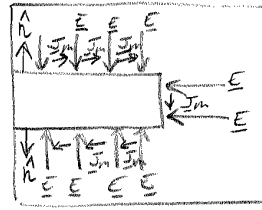


Sotto ground plane

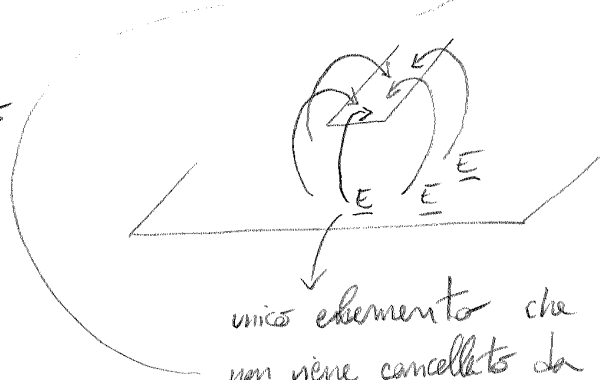
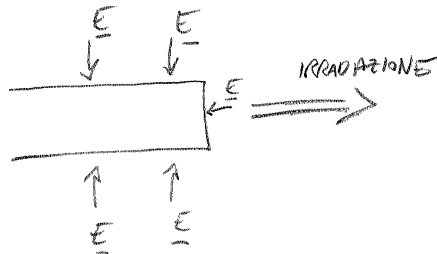
# Equivalence theorem

15/4/15 (2)

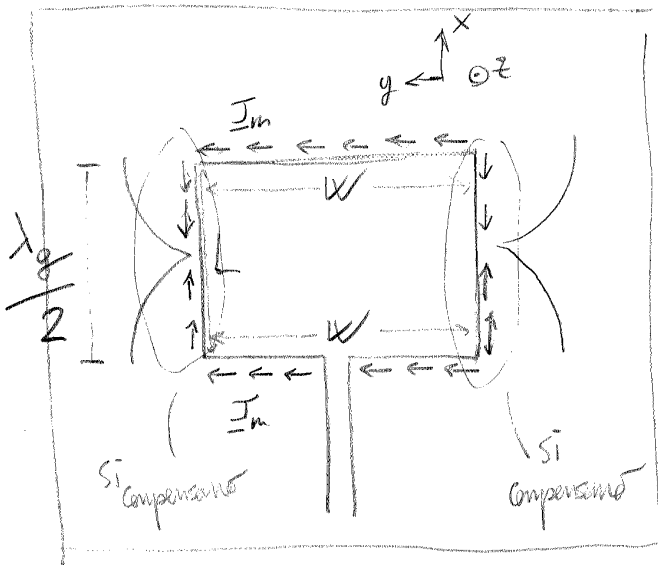
$$\underline{J}_m = \underline{E} \times \underline{n}$$



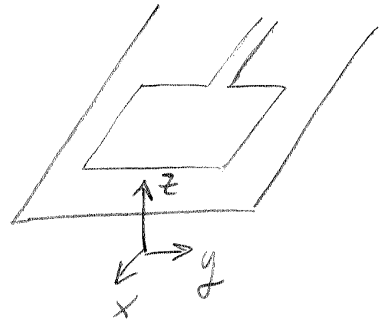
Solo una rappresentazione



unico elemento che non viene cancellato da un elemento opposto, irradia in quella direzione



MAGNETIC DIPOLE



Radiation for magnetic dipole

GEM - electric dipole

- Dualità  $\underline{E} \leftrightarrow \underline{H}$  da Maxwell

$\underline{E} \leftrightarrow \underline{\mu}$

$\underline{z} \leftrightarrow \underline{y}$

$$\text{Qui } \underline{J}_m = \hat{y} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} V(s) e^{jk_y s} ds$$

$V(s)$  è costante, nessuna variazione nella direzione  $y$  mettiamo  $V(s) = 1$  ("non ha importanza")



$$\underline{P}_m(\underline{z}) = \left( \underline{I}_{t,z} \cdot \underline{J}_m \right) = \underline{J}_m - (\underline{z} \cdot \underline{J}_m) \cdot \underline{z} \quad 15/4/15 \quad (3)$$

$\uparrow$   
 $\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\varphi}\hat{\varphi}$

$$\underline{I}_{t,z} = \hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\varphi}\hat{\varphi} = \underline{I} - \underline{z}\underline{z}$$

Ora

$$\underline{I}_{t,z} \cdot \underline{J}_m = \underline{I} \cdot \underline{J}_m - \underline{z}(\underline{z} \cdot \underline{J}_m)$$

$$\hat{\theta} \cdot \hat{\varphi} = \cos(\theta) \sin(\varphi) \quad \hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} = \cos(\varphi)$$

$$\underline{P}_m = j\omega \operatorname{sinc} \left( K_0 \frac{\omega}{2} \sin(\theta) \cos(\varphi) \right) \left( \hat{\theta} \cos(\theta) \sin(\varphi) + \hat{\varphi} \cos(\varphi) \right)$$

Ora ci serve il campo elettrico

Nel free field:  $\underline{H} = \frac{1}{z_0} \underline{z} \times \underline{E}$

Allora  $\underline{E} = z_0 \underline{z} \times \underline{H}$

$$\underline{H} = \text{costante } \underline{P}_m$$

$$\underline{E} = -\frac{j}{2\pi\lambda} e^{-jk_0 z} \omega \operatorname{sinc} \left( K_0 \frac{\omega}{2} \sin(\theta) \sin(\varphi) \right) \cdot \left( \hat{\varphi} \cos(\theta) \sin(\varphi) - \hat{\theta} \cos(\varphi) \right)$$

Radiation pattern

$$\underline{(x, z)} : \varphi = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin(\varphi) = 0 \\ \cos(\varphi) = 1 \end{cases}$$

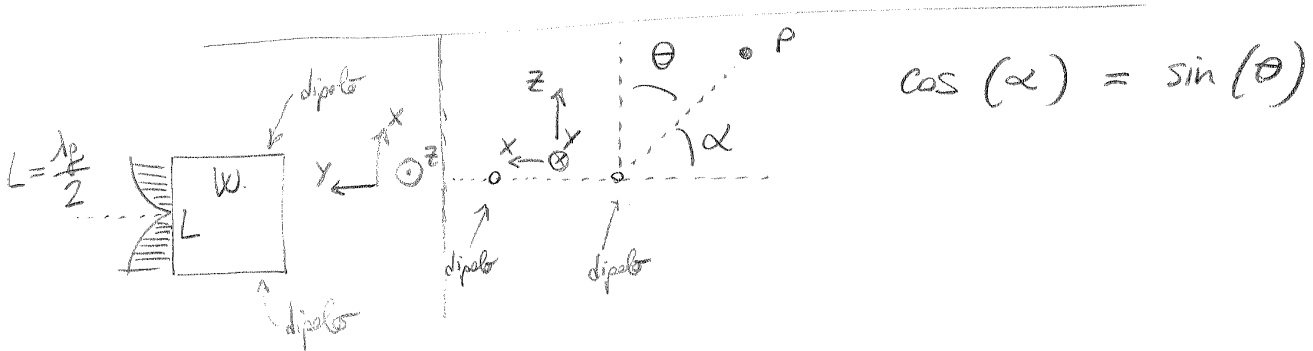
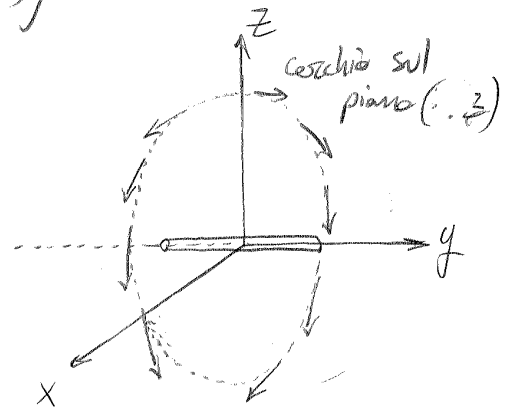
$$\underline{E} \Big|_{\varphi=0} = -\frac{j}{2l} W \cdot 1 \cdot \left(-\hat{\theta}\right) = \text{constant} \cdot \hat{\theta}$$

Ampiezza costante, cambia solo la direzione.

Risultava

$$\underline{E} = \underline{E}_0 e^{-jk_0 R} 2 \cos\left(k_0 \frac{L}{2} \cos(\alpha)\right)$$

$\underline{E}$  è cerchio sul piano (x, z)



Allora con  $\cos(\alpha) = \sin(\theta)$  abbiamo

$$\underline{E} = \underline{E}_0 e^{-jk_0 R} 2 \cos\left(k_0 \frac{\lambda/2}{2} \sin(\theta)\right)$$

Quindi nel piano (x, y) con  $\theta = 0$

$$\sin(\theta) = 0, \cos(\theta) = 1$$

Allora per  $\theta = 0$ ,  $\underline{E} \Big|_{\theta=0} = \underline{E}_0 e^{-jk_0 R} \cos\left(k_0 \frac{\lambda/2}{2} \cdot 0\right) =$

$$\underline{E} \Big|_{\theta=0} = \underline{E}_0 e^{-jk_0 R} \cos(0) = \underline{E}_0 e^{-jk_0 R}$$