



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1952A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Lasso Delgado Diego

MATERIA: Fisica II - prof. Iotti

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

1/10/15

INTRODUZIONE

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

LO OPERATORE
NABLA

• Lo penso come un vettore (nabla) per uno scalare U

• i suoi componenti non sono scalari ma sono delle derivate parziali

(dico: NABLA AGISCE SU U) • è un operatore vettoriale (ha senso solo se applicato a qualcosa)

$$\vec{\nabla} U = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{u}_x; \frac{\partial U}{\partial y} \hat{u}_y; \frac{\partial U}{\partial z} \hat{u}_z \right)$$

↳ significa che applico

$\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}$ a U (non è una applicazione algebrica)

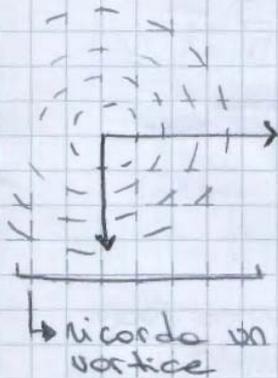
Prendi il vettore $\vec{A} = A_x \hat{u}_x + A_y \hat{u}_y + A_z \hat{u}_z$

DIVERGENZA DI $\vec{A} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} A_x + \frac{\partial}{\partial y} A_y + \frac{\partial}{\partial z} A_z \right)$

ROTORE DI $\vec{A} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{u}_x & \hat{u}_y & \hat{u}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$

↳ ottengo un VEETTORE

ROTORE



↳ Suppongo che ad ogni punto del campo vettoriale A ho per esempio

$$\vec{A} = (-y, x, 0)$$

i vettori formano un modello che aumenta dell'ammontare della distanza dall'origine

ROTORE $\rightarrow \nabla \times \vec{A} =$

$$= \hat{u}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) =$$

$$= \hat{u}_z (1 - (-1)) = \underline{2 \hat{u}_z}$$

↓
VETTORE USCENTE DAL CAMPO

TEOREMA DEL GRADIENTE

↳ (dal teorema fondamentale del calcolo integrale)

\vec{F} (funzione che descrive un campo vettoriale)

Calcoliamo: \int_P^Q lungo il percorso l

$$\Rightarrow \int_P^Q \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \rightarrow \text{richiamare il concetto di lavoro}$$

Supponiamo di conoscere la primitiva di \vec{F}

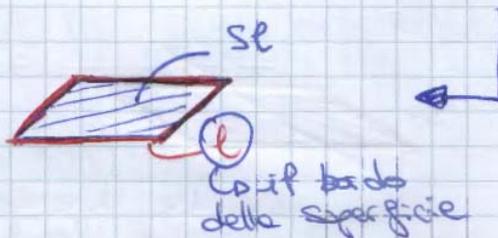
$$\Rightarrow \int_P^Q (-) \nabla U \cdot d\vec{l} = [U(Q) - U(P)] \quad \rightarrow \text{energia potenziale (FISICA I)}$$

↳ il gradiente di U mi dà delle derivate componenti di \vec{F} .

TEOREMA DEL ROTORE

Se dato calcolare un flusso attraverso una superficie aperta (S_e)

Suppongo che questo campo sia a sua volta il rotore di un altro campo



$$\int_{S_e} \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot \hat{u}_n \, dS = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

ALTRO SUL TEOREMA DI GAUSS

- preso A come campo vettoriale, se A ha la caratteristica tale che il suo flusso NON dipende dalla superficie S
 $\Rightarrow \oint_S \vec{A} \cdot \hat{u}_n \, dS = 0$

IL CAMPO \vec{A} È DEFINITO SOLENOIDALE

- ↳ le linee del campo sono chiuse
- ↳ A è conservativo per il flusso
- ↳ $\nabla \cdot A = 0 \Rightarrow$ INDIVERGENZA

↳ CAMPO SOLENOIDALE \Rightarrow DIVERGENZA NULLA



Operatori differenziali del II° ordine.

↳ (NABIA È DEL PRIMO ORDINE)

- ① DIVERGENZA DEL CAMPO VETTORIALE DEL ROTORE DI A.

$$\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$$

↳ Sono ortogonali tra loro. ↳ Materiale al piano individuato da $\vec{\nabla}$ e \vec{A}
 ⇒ il loro scalare è nullo.

- ② ROTORE DEL GRADIENTE DI U

$$\nabla \times (\nabla U) = 0$$

- ③ LAPLACIANO

$$\nabla \cdot \vec{\nabla} = \nabla^2$$

• Applicato ad un campo scalare U:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

• Applicato ad un campo vettoriale A

$$\nabla^2 A = \nabla^2 A_x \hat{u}_x + \nabla^2 A_y \hat{u}_y + \nabla^2 A_z \hat{u}_z$$

oppure ...

$$\nabla^2 A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla \times (\nabla \times A)$$

ELETTROMAGNETISMO CLASSICO

Elettrostatica

Gli elettroni possono passare da vetro a lana tramite strofinio
(il vetro si carica positivamente e la lana negativamente)

Carica Elettrica

- ↳ l'origine delle forze elettriche
 - ↳ è una proprietà della materia/particelle, può essere \oplus o \ominus
 - ↳ [Coulomb]
 - ↳ MULTIPLO DEL QUANTO ELEMENTARE
- $$e^- = 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Principio di conservazione della carica elettrica.

↳ in un sistema isolato la carica elettrica totale si conserva in qualunque processo micro/macro scopico; fisico o chimico

legge di Coulomb. → descrive le forze cui cui interagiscono le CARICHE PUNTFORMI

6/10/15

DA LA LEGGE DI COLOMB

$$F_{12}(\vec{r}) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \right) q_2 = q_2 E_1(\vec{r})$$

↳ indica che la sorgente del campo è la carica 1

Campo Coulombiano generato da q_1

$$\Rightarrow E_1 = \left(\lim_{q_2 \rightarrow 0} \right) \frac{F_{12}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r} \left[\frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}} \right]$$

si usa: $\left[\frac{\text{VOLT}}{\text{Metro}} \right]$

• Se conosco il campo e devo calcolare la forza agente su una carica q_2

$$\Rightarrow F_{12} = q_2 \cdot E_1$$

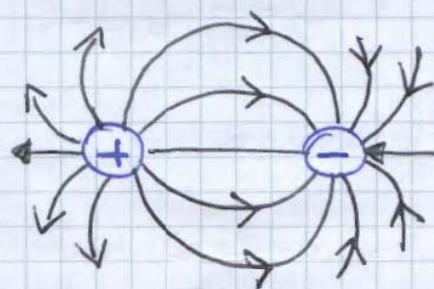
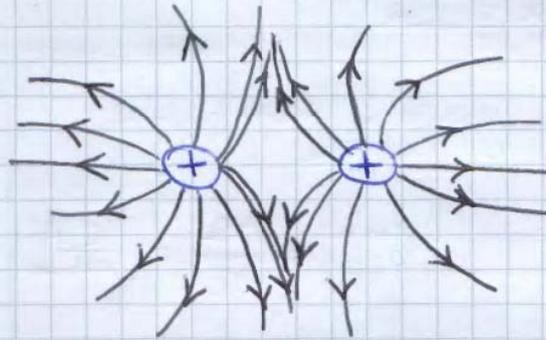
↳ agente su q_2

Quando ho una carica sorgente q_1 che nella regione circostante a q_1 mi definisce un CAMPO ELETTROSTATICO A RILEVARE

DA LA CARICA DI PROVA q_2

↳ carica ferma nello spazio

→ q_1 modifica i punti circostanti, quando metto q_2 (carica di prova) in uno dei punti verifico se esiste un campo vedendo se ho forze che agiscono con q_2



DI POLO

CAMPO PRODOTTO DA UNA DISTRIBUZIONE CONTINUA

Non posso applicare Coulomb (punti cariche)

- Devo soddisfare il volume in dV e calcolo $dQ \rightarrow dV$

Caratterizzo una funzione del punto:

DENSITA' DI CARICA

$$\rho(r)$$

punto intorno al cui dV costruisco dV



$$\rho(r) = \frac{dQ}{dV}$$

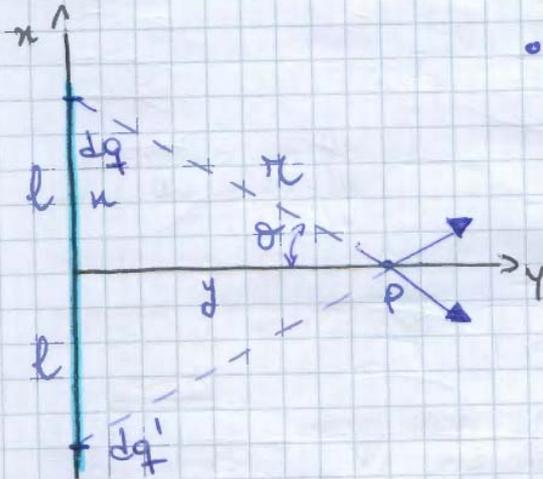
$$\hookrightarrow \left[\frac{C}{m^3} \right]$$

|| se prendo $dV < 1 \text{ micron}$
 • ho una ρ ottimamente distribuita
 perché vedo elettroni (ρ altissima)
 e spazi vuoti (ρ nulla)

CARICA TOTALE DEL CORPO

$$\Rightarrow Q = \int dQ = \int_V \rho dV$$

APPLICAZIONE



• CALCOLARE IL CAMPO IN P!

$$\lambda = \frac{Q}{2l}$$

$$dq = \lambda dx$$

$$\int_0^{2\pi} d\theta = \cos\theta = \pi$$

$$r = \frac{y}{\cos\theta}$$

$$x = y \tan\theta \Rightarrow dx = y \frac{1}{\cos^2\theta} d\theta$$

$$d\vec{E}(\vec{r}) = dE_y(\rho) \cdot \hat{u}_y$$

componente lungo y per ragioni di simmetria
per simmetria

$$\frac{2 \lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\cos\theta \hat{u}_y$$

CAMPO RISULTANTE

$$\Rightarrow E_y(\rho) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{\cos\theta}{r^2} dx =$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\theta_{max}} \cos\theta \frac{\cos\theta}{y^2} \frac{y}{\cos^2\theta} d\theta =$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \int_0^{\theta_{max}} \cos\theta d\theta =$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \sin\theta_{max} = \frac{2\lambda l}{4\pi\epsilon_0 y \sqrt{l^2 + y^2}} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 y} \frac{1}{\sqrt{l^2 + y^2}}$$

NON È IL CAMPO COULOMB. PERCHÈ NON È PUNTIFORME

8/10/15

Come deve essere la carica di prova in P?

- puntiforme
- positiva
- non deve disturbare la distribuzione delle sorgenti che generano il campo.

↳ non avviene per il principio di azione-reazione

Ecco perché

$$E(r) = \frac{Qm}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow \text{forza misurata su } q_0$$

↳ carica q_0 deve essere il più piccola possibile

↳ la quantità fisica più piccola possibile non è \emptyset ma è e (quanto) 10^{-19} Coulomb.

LAVORO e POTENZIALE ELETTROSTATICO

Le forze elettrostatiche sono conservative perché:

- il campo Coulombiano è un campo centrale (tutti i campi centrali sono conservativi)

- Per il principio di sovrapposizione il campo elettrostatico è la somma di campi Coulombiani
 → è conservativo.

$$\Rightarrow \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = V(A) - V(B)$$

SIGNIFICATO FISICO DI POTENZIALE ELETTROSTATICO

immagino di portare la carica dalla posizione A alla posizione B (∞)

↳ fatto delle forze del campo

$$\frac{W_{A\infty}}{q_0} = \int_A^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(A) - V(\infty)$$

↳ il potenziale si annulla a distanza infinite

↳ lavoro fatto dalle forze del campo per portare una carica q₀ dalla posizione A a ∞.

⇒ Le superfici equipotenziali sono superfici sferiche il campo elettrostatico è SEMPLICE normale alle superfici equipotenziali

Posso ricavare il campo dal potenziale (V)
 Lo vede il principio di sovrapposizione.

$$V(P)_{TOT} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i} + c$$

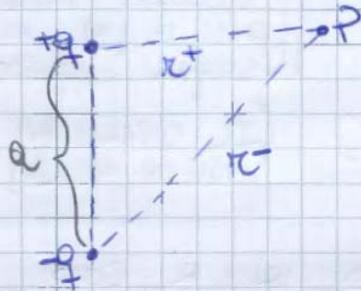
Nel caso di distribuzione continua

$$V(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|} dV' + c$$

$$V(z) = -E \cdot z$$

DIPOLO ELETTRICO

Lo prendiamo due cariche opposte mantenute rigidamente a distanza "a"
 ⇒ Quanto vale il campo / potenziale elettrostatico nello spazio circostante le due cariche??



uso il principio di sovrapposizione per i potenziali

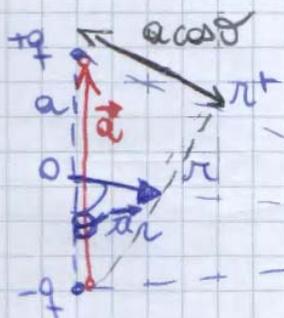
$$LDV(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^+} - \frac{1}{r^-} \right)$$

Lo in ogni punto dello spazio circostante posso calcolare il potenziale conoscendo q e r+, r-.

Per calcolare il campo elettrico posso fare il gradiente e cambiare di segno

$$\Rightarrow E = -\nabla V$$

APPROSSIMAZIONE



• Supponiamo di essere molto lontani dal dipolo (individuo un centro del dipolo e da lì ne calcolo la distanza)

$$\text{suppongo } r \gg a$$

posso dare interpretazione approssimata:

$$r - r_+ \approx a \cos \theta$$

$$r_+ \cdot r_- \approx r^2$$

$$V(P) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{ur}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

CAMPO ELETTROSTATICO IN P^{UNTO} GENERATO DAL DIPOLO:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \hat{ur} + \sin\theta \hat{u}\theta)$$

$$= E_r \hat{ur} + E_\theta \hat{u}\theta =$$

$$= -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{ur} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{u}\theta =$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{2}{r^3} \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{p \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

IN APPROSSIMAZIONE DI DIPOLO:

$$= (2\cos\theta \hat{ur} + \sin\theta \hat{u}\theta) \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

↳ molto lontano dal dipolo

MATEMATICAMENTE

↳ il dipolo è un punto ed ha una CARICA INFINITA

Molti sistemi complessi possono descriversi come più dipolo.

ES: molecole

↳ ha cariche positive e negative

se le cariche non è nulla \Rightarrow a ∞ es vede come una carica q

$$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E} = -pE \sin\vartheta \hat{u}_z$$

\uparrow \downarrow
 entrano al piano (considero \hat{u}_z uscente)

LAVORO DELLA ROTAZIONE

$$W = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} M d\vartheta = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} (-pE) \sin\vartheta d\vartheta =$$

$$= pE (\cos\vartheta - \cos\vartheta_0)$$

$$U_e = -pE \cos\vartheta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

② immerso in un campo elettrico NON UNIFORME:

La dipende da come il dipolo è orientato nel campo

RICORDA:

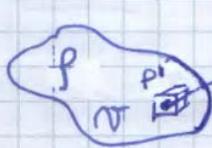
Campo conservativo:

$$\rightarrow \oint_e \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \text{circolazione nulla}$$

$$\rightarrow \nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \text{rotore nullo}$$

13/10/15

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(P')}{r_{PP'}^2} \hat{u}_{P'P} dV'$$



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(P')}{r_{PP'}} dV'$$

$$\vec{E}(P) = -\vec{\nabla} V(P)$$

GUSCIO SFERICO UNIFORMEMENTE CARICO (fig. 3.18)

La superficie $q > 0$ carica distribuita su una superficie

Modello reale [Quando su una carica distribuita su un conduttore, la carica si distribuisce a livello superficiale]

→ possiamo dire che se deve essere sferica e simmetria sferica

↳ il campo elettrico è diretto radialmente alla sfera.

Scegliamo 2 superfici gaussiane (sfere concentriche)



$$\oint_{S_{sferica}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n dS =$$

Per la simmetria sferica E è costante.

$$= \oint_{S_{sferica}} E(r) dS$$

$\cos(\text{angolo compreso}) = 1$

SFERA UNIFORMEMENTE

CARICA

(anche all'interno)

• Ho una densità di carica $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

MODELLO
REALE

→ Nei materiali isolanti si ha una distribuzione di carica di questo tipo.

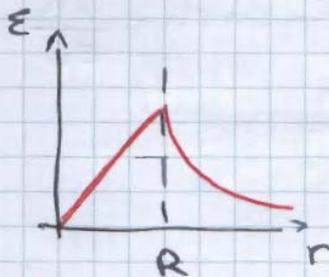
Prendo 2 superfici Gaussiane: una esterna e una interna della sfera

→ La simmetria obbliga la direzione del campo.

il flusso $\Phi \Rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \begin{cases} \frac{Q}{\epsilon_0} & r > R \\ \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0} & r < R \end{cases}$

→ $\frac{Q}{\epsilon_0 R^3} \cdot r^3$ $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ \leftarrow a campo come carica puntiforme.

$\Rightarrow E_r = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} & r > R \\ \frac{\rho r}{4\pi\epsilon_0 R^3} & r < R \end{cases}$



↳ il campo aumenta con la distanza della sfera Gaussiana (più lontano da zero e vicino a R aumenta il campo).

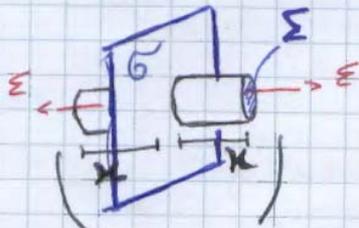
PIANO INDEFINITO UNIFORMEMENTE CARICO

(fig. 3.25)

↳ lo spazio da vicinissimo così che le dimensioni risultano infinitesime e infinite.

Modello reale

↳ Carica su piastra conduttrice o lamina carica.



il campo punta di direzioni opposte tra loro (o USCENTE o ENTRANTE)

il campo è diretto perpendicolarmente alla superficie

Prendo una superficie Gaussiana Cilindrica tagliata e usata del piano indefinito carico.

Le due facce piane del cilindro sono entrambe a distanza x dal piano.

$$\Phi_S(E) = \Phi_{S_1}(E) + \Phi_{S_2}(E) + \Phi_{S_3}(E)$$

$$= E(x)\Sigma + E(-x)\Sigma =$$

$$L_0 = E(x)\Sigma$$

↳ il flusso attraverso la superficie laterale è nullo

↳ perché parallelo alla superficie

$$\Rightarrow \underline{\Phi_S(E) = 2E(x)\Sigma} = \frac{\sigma\Sigma}{\epsilon_0}$$

↳ il flusso attraverso la superficie del campo E.

$$\Rightarrow E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ (in modulo)}$$

il verso e la direzione sono perpendicolare al piano e sempre uscente o sempre entrante.

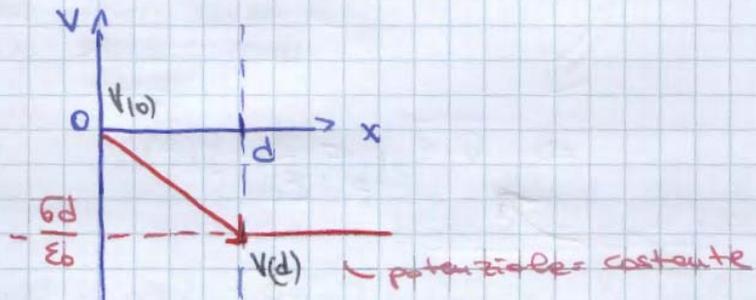
il potenziale prodotto da questa distribuzione è:

$$V(0) - V(x) = \int_0^x E dx' = \int_0^x \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx' = \frac{\sigma}{\epsilon_0} x$$

↑
0 ≤ x ≤ d

$$V(x) = V(0) - \frac{\sigma}{\epsilon_0} x$$

il potenziale in x è diverso dal potenziale in ϕ

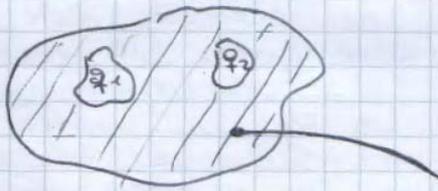


Posso risolvere l'equazione di Poisson solo nei punti in cui $\rho \neq 0$

↳ $\nabla^2 V = 0$ Equazione di Laplace

↳ bisogna ricordare:

- non integrato in tutto il volume V ma solo nel volume V in cui non ci sono le cariche (conduttore)



! LA SOLUZIONE DELL'EQ. DI LAPLACE O POISSON È UNICA

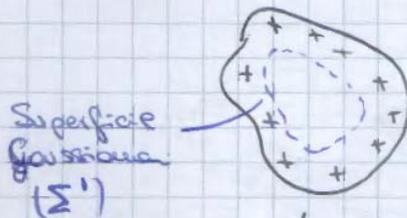
CONDUTTORI E ISOLANTI

i conduttori → ci sono cariche libere che hanno grande mobilità e possono percorrere macroscopiche distanze

CORRENTE → moto ordinato di cariche elettriche.

Equilibrio Elettrostatico

→ le cariche all'interno del conduttore Non si muovono.



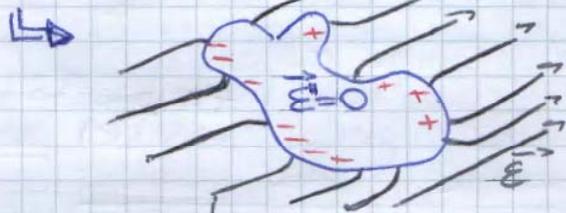
↳ conduttore unico positivamente (ha perso e^-)

↳ significa campo elettrico nullo (altrimenti le cariche sentirebbero una forza $F = qE$ quindi si muoverebbero e non si avrebbe equilibrio)

questa distribuzione di carica (positiva da una parte, negativa dall'altra) genera un campo elettrico \vec{E}' determinato dalla reazione del corpo al campo esterno \vec{E} .

↳ la migrazione di elettroni si fa finché non si trova l'equilibrio tra il campo esterno \vec{E} e il campo interno \vec{E}' .

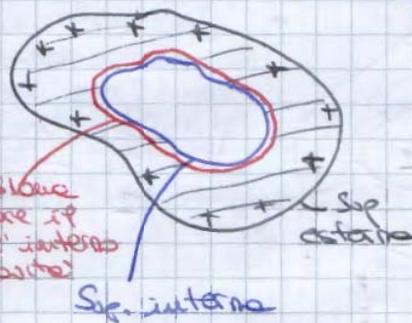
ottengo una situazione in cui il campo esterno e interno si compensano



↳ il campo esterno viene deformato in quanto il conduttore è equipotenziale in ogni punto, perciò si deforma per diventare NORMALE al corpo in ogni punto.

NB → avviene lo stesso fenomeno se R_0 un conduttore cavo internamente

↳ Per Gauss → la carica in eccesso si "deposita" sulla superficie esterna del corpo.



Sup. interna
 per verificare il campo dell'interno della cavità
 (Σ)

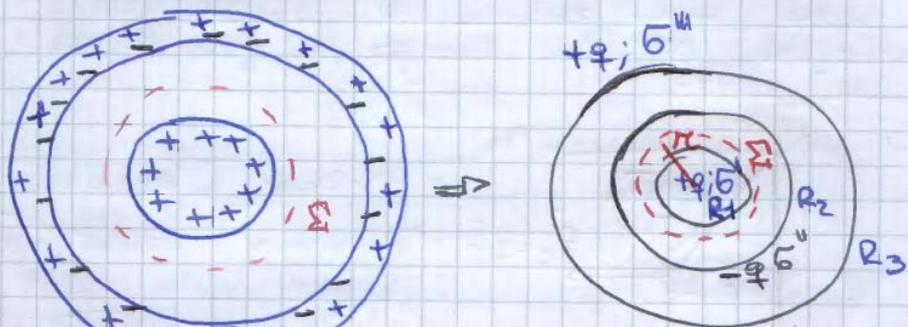
dell'interno di Σ non ho eccesso di carica
 $\Rightarrow q_{int}(\Sigma) = 0$

↳ posso però avere $q^+ = q^-$? **NO** 
 Altrimenti avrei un CAMPO!!

Se considero C_2 con carica q , tramite la superficie Gaussiana Σ so che per la legge di Gauss, dato che ho un campo molto significativo che la carica che si distribuisce sulla superficie interna vale $-q$.

Dato la neutralità del conduttore C_2 esterno con la carica in eccesso (solo localmente a causa della distribuzione di elettroni in C_2) distribuita sulla superficie esterna di C_2 . Questa distribuzione superficiale di cariche positive su C_2 genera un campo all'esterno (come non ci fosse il corpo dell'interno).

Conduttore cavo sferico con conduttore coaco



Schematizzo come fossero 3 gusci con cariche diverse.

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R_1 \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + 0 + 0 & \text{se } R_1 < r < R_2 \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + 0 & \text{se } R_2 < r < R_3 \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & \text{se } r > R_3 \end{cases}$$

fasci dal conduttore si ha solo il campo del fascio esterno

$$\begin{aligned} x) \quad T \sin \theta_0 &= qE \\ y) \quad T \cos \theta_0 &= mg \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x) \quad T \sin \theta_0 &= qE \\ y) \quad T \cos \theta_0 &= mg \end{aligned}} \right\} \rightarrow \tan \theta_0 = \frac{qE}{mg}$$

Equilibrio stabile:

Lo il corpo sta fermo se mosso si generano forze che lo riportano al punto di equilibrio

$$T^2 (\sin^2 \theta_0 + \cos^2 \theta_0) = (qE)^2 + (mg)^2$$

$$\rightarrow T = \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}$$

• Studio il periodo delle piccole oscillazioni

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{R} = \vec{T} + q \cdot \vec{E} + m\vec{g}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R} \vec{u}_N$$

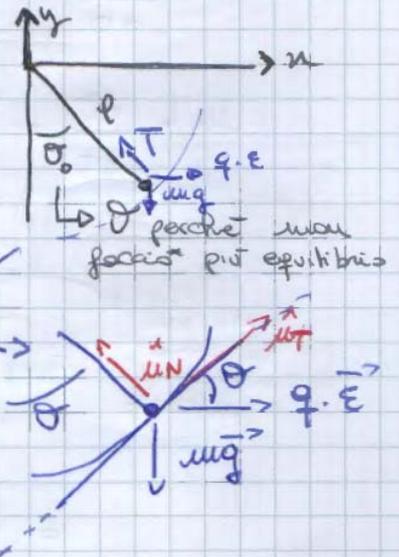
$$\begin{aligned} m \cdot \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + m \frac{v^2}{R} \vec{u}_N &= \\ = \vec{T} + q \vec{E} + m\vec{g} \end{aligned}$$

Scorrendo lungo \vec{u}_T

$$m \frac{dv}{dt} = 0 + qE \cos \theta - mg \sin \theta$$

Scorrendo lungo \vec{u}_N (non mi serve)

$$m \frac{v^2}{R} = T - qE \sin \theta - mg \cos \theta$$



dalle trigonometriche trova $\sin \theta_0$

$$\sin \theta_0 = \frac{\tan \theta_0}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_0}} = \frac{\frac{qE}{mg}}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \frac{qE}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$$

$$\cos \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \frac{mg}{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}$$

⇒ il moto armonico diventa:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}{mL} x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}{mL}}$$

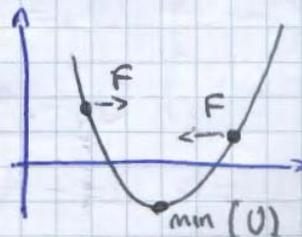
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

è stabile?

$$\vec{F} = -\nabla U$$

$$\hookrightarrow \text{in 1D} \rightarrow \vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

○ i punti di minimo di energia potenziale sono punti di equilibrio stabile.



$$U = -q \epsilon L \sin \theta + mgL \cos \theta + k$$

\downarrow \downarrow
 x y

$$U(\theta) = -L (q \epsilon \sin \theta + mg \cos \theta) + k$$

$$\frac{dU(\theta)}{d\theta} = 0 \rightarrow \text{trovo le punti di equilibrio}$$

\Downarrow

$$q \epsilon \cos \theta - mg \sin \theta = 0$$

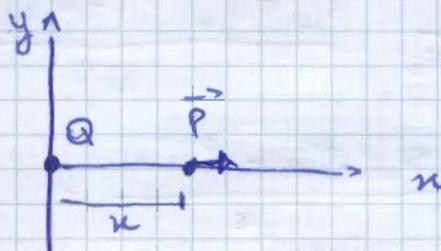
$$q \epsilon \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{q \epsilon}{mg}$$

Se la derivata seconda è positiva allora ho un minimo se è negativa allora ho un massimo

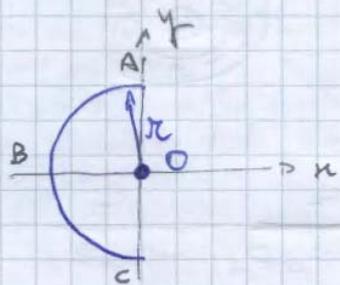
$$\frac{d^2U}{d\theta^2} = L (q \epsilon \sin \theta + mg \cos \theta) = \dots = \underline{\underline{> 0}}$$

② Data una carica Q nell'origine di un sistema di riferimento. ad una certa distanza x è messo un dipolo di dimensione trascurabile.



- Con che forza interagiscono Q e P
- con che forza interagisce il dipolo con la carica Q .

(3)



$\lambda; \pi$

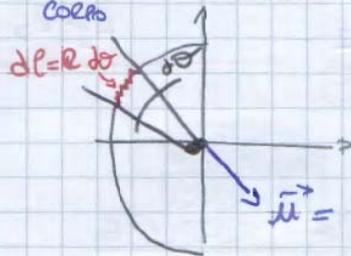
Calcolare il campo
elettrostatico in O.

il campo creato da Q in P è $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{u}$

↳ uso il principio di sovrapposizione

$$\vec{E}(r) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(r) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{u}_i$$

$$= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{u}$$



$dQ = \lambda dP$
 $dQ = \lambda R d\theta$

$\hat{u} = \hat{u}_x \sin\theta + \hat{u}_y \cos\theta$

$$\vec{E}(0) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\theta}{r^2} \hat{u}(\theta) =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_0^\pi (\hat{u}_x \sin\theta - \hat{u}_y \cos\theta) d\theta =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \left[-\hat{u}_x \cos\theta \Big|_0^\pi - \hat{u}_y (\sin\theta) \Big|_0^\pi \right] =$$

$$\boxed{\vec{E}(0)} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{u}_x = \boxed{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{u}_x}$$



il potenziale di un conduttore
 carico è diverso a seconda se ci
 sono o meno conduttori (CARICHI o
 SCARICHI) nelle vicinanze.

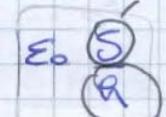
CAPACITÀ → facoltà di capitare
 cariche.

$$R_1 = R_2 = R \quad (R_1 - R_2 = R)$$

R_1 e R_2
 molto più
 grandi della loro
 distanza

$$C \approx 4\pi\epsilon_0 \frac{R^2}{R} = 4\pi\epsilon_0 R$$

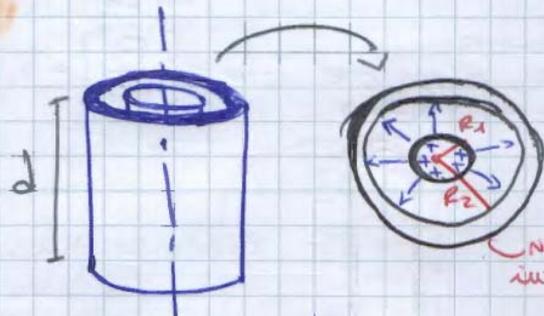
Area armature



distanza
 tra le armature

CONDENSATORE
 CILINDRICO

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$



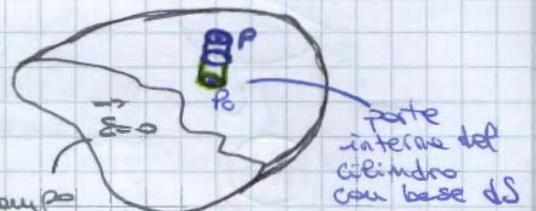
$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{u}_r$$

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

CONDUTTORE ALL'EQUILIBRIO ELETTRICITÀ

la carica si distribuisce in modo uniforme solo se ha simmetria sferica e non ha altri campi esterni

Applico Gauss su una superficie gaussiana infinitesima (cilindro con basi dS infinitesime)



il cilindro è a cavallo della superficie

il campo è nullo all'interno del conduttore

$$\Phi(\vec{E}) = 0 + 0 + \vec{E}(p) dS$$

per la legge di Gauss:

$$\vec{E}(p) dS = \frac{\sigma(p) dS}{\epsilon_0}$$

flusso dentro al conduttore dove il campo è NULLO

$$\lim_{p \rightarrow p_0} \vec{E}(p) = \frac{\sigma(p_0)}{\epsilon_0}$$

sto lavorando con dS quindi ho una superficie dS infinitesima a p_0 approssimabile con il punto p_0 stesso.

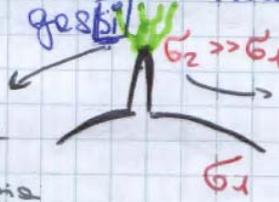
σ è minore sulle sfere più grande e più grande nella sfera più piccola

$$\frac{|\vec{E}_1|}{|\vec{E}_2|} = \frac{r_2}{r_1}$$

⇒ il campo sarà più intenso in prossimità della sfera più piccola.

In un corpo con geometria qualsiasi ci possiamo aspettare una maggiore densità di carica nelle zone dove ci può approssimare ad un raggio di curvatura più piccolo.

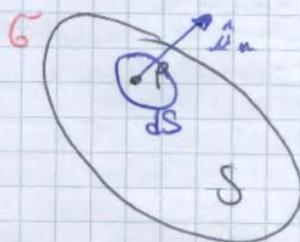
□ Nel vuoto non si hanno effetti, nell'aria o in altri gas



Si vedono dei "lampi" di luce a causa del cambiamento di livello di energia delle molecole di aria che non si sono ionizzate

si genera un campo elettrico molto grande che genera tanti portatori da cambiare il comportamento di conduzione dell'ARIA. i portatori positivi dell'aria vengono respinti mentre quelle negative si depositano in grande quantità sul conduttore a causa dell'effetto - sito del campo.

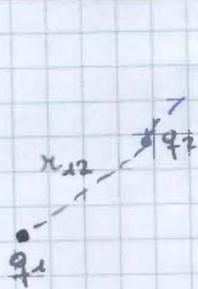
RIGIDITA' DIELETTRICA: Massimo valore di campo elettrico prima che un isolante si scarichi (diventi conduttore)



dS contiene una carica $dq = \sigma(r) dS$

Il campo elettrico prodotto dal conduttore elettrostatico

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & \text{all'interno} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n} & \text{all'esterno} \end{cases}$$



Possiamo attribuire una Energia Potenziale elettrostatica

$$U_{es} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} = W_{12}$$

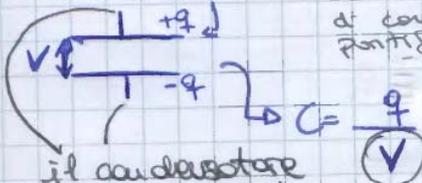
$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \left[\sum_{j=1}^n \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \right]$$

↳ lavoro di un sistema con distribuzione di cariche puntiformi

$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$

↳ potenziale in cui si trova la carica q_i dovuto a tutte le altre cariche

CONDENSATORE



il condensatore viene collegato ad un GENERATORE di TENSIONE

↳ differenza di potenziale

COME SI CARICA UN CONDENSATORE?

↳ prende una carica dall'armatura più in basso e la porta nell'armatura più in alto



• Il generatore prende dq' e lo porta sull'armatura superiore facendo del lavoro:

$$dW = V' dq' \rightarrow \frac{W}{q} = \frac{V}{2}$$

$$dW = \frac{q'}{C} dq' \rightarrow W_{tot} = \frac{q^2}{2C}$$

• Il lavoro complessivo della carica del condensatore.

$$W = \int dW = \int_{0}^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

↳ carica massima del condensatore

↳ carica iniziale nulla (a condensatore scarico)

$$dU_e = u_e(\rho) \cdot dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon(\rho)^2 dV$$

$$L_0 U_e = \int dU_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_V \epsilon^2 dV$$

↳ ϵ in funzione
del punto o di
intorno del volume
(NON ϵ_0 posto fuori)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 E_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta E_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi}$$

$$\vec{E} = dr^2 \vec{r} = dr^2 r \hat{r} = \frac{dr^3}{dr} \hat{r}$$

↳ ho solo componenti radiali

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 dr^3)}{\partial r} = \frac{5 dr^4}{r^2} = 5 dr^2$$

$$\Rightarrow 5 dr^2 = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} \Rightarrow \rho(r) = 5 dr^2 \epsilon_0$$

Dimensionamento di ρ :

$$\rho = \frac{\rho(r)}{5 r^2 \epsilon_0} = \left[\frac{Q L^{-3}}{F^{-1} L^2 Q L^2} \right]$$

$$= \left[\frac{M L T^{-2} L^{-3}}{Q} \right] =$$

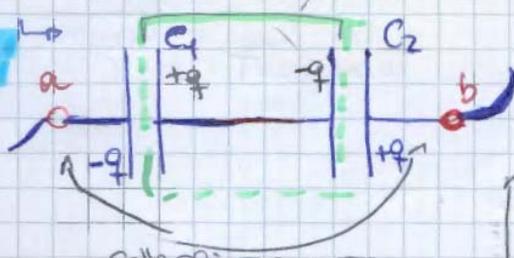
$$= \left[\frac{K g}{C m^2 s^2} \right]$$

$$Q = \int_V \rho(r) dV = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= 4\pi \int_0^R 5 dr \epsilon_0 r^4 dr = 4\pi \epsilon_0 \alpha R^5$$

OSSERVAZIONI

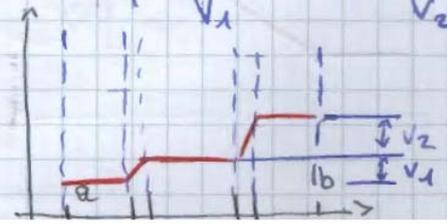
SERIE



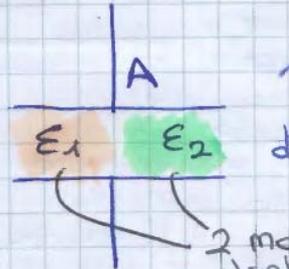
La indagine elettrostatica: un campo elettrico ridistribuisce le cariche

$$C_1 = \frac{q}{V_1} \quad C_2 = \frac{q}{V_2}$$

collegiamo a e b ai morsetti di un generatore



ES 10



2 materiali dielettrici differenti

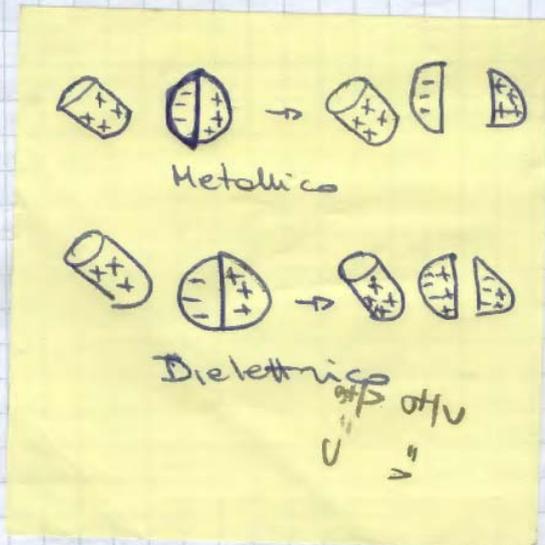
Questo sistema è equivalente a due condensatori in parallelo.

$$\Rightarrow C = C_1 + C_2$$

$$C_1 = \epsilon_1 \frac{A}{2d} \epsilon_0$$

$$C_2 = \epsilon_2 \frac{A}{2d} \epsilon_0$$

$$C = \epsilon_0 (\epsilon_1 + \epsilon_2) \frac{A}{2d}$$



Quando un dielettrico viene sottoposto ad un campo che supera la rigidità dielettrica si possono avere modifiche permanenti nella conduttività del dielettrico

↳ si può cortocircuitare il condensatore se si supera la rigidità dielettrica



anche il campo cambia in presenza di un dielettrico.

$$E = \frac{G_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{G}{\epsilon_0} - \frac{G_p}{\epsilon_0}$$

Cambio di densità di carica a causa dell'introduzione del dielettrico. ($G_0 \rightarrow G$)

il dielettrico si polarizza e ridistribuisce la sua carica q in modo che per ogni doppio strato di cariche a distanza delle due armature

⇒ ottengo un campo nella stessa direzione ma con **INTENSITÀ MINORE** (campo risultante)

ATOMI

↳ sistemi con distribuzioni di cariche positive (nuclei) e negative (nuvole / distrib. su orbite di elettroni)

ATOMO POLARIZZATO

↳ acquisisce un momento di dipolo

POLARIZZAZIONE PER DEFORMAZIONE

↳ si verifica in atomi / molecole che non hanno momenti di dipolo (ATOMI SFERICI)

nuvola di carica elettronica

nucleo



1) il sistema ha il baricentro della nuvola e del nucleo coincidenti



2) il sistema sottoposto a campo elettrico

baricentro carica negativa

momento di dipolo $\vec{p} = \alpha_{\parallel} \epsilon_0 \vec{E}_{\parallel}$
 $\alpha_{\perp} = 2 \cdot 10^{-40}$ $\vec{p} = \alpha_{\perp} \epsilon_0 \vec{E}_{\perp}$
 $\alpha_{\parallel} = 2 \cdot 10^{-40}$

Significa che sono più facile modificare lungo l'asse (direzione dei legami)

Se applico un campo (NO PARALLELO/NO PERPEND) Allora lo occupengo nelle direzioni parallelo e perpendicolare

$\Rightarrow \vec{p} = \alpha_{\parallel} \epsilon_0 \vec{E}_{\parallel} + \alpha_{\perp} \epsilon_0 \vec{E}_{\perp}$

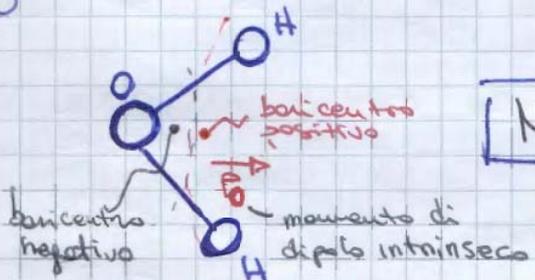
\vec{p} non è più parallelo ad \vec{E}

Tensore di $n_g = 1$ perché descritto da 3 componenti
POLARIZZAZIONE PER ALLINEAMENTO

MOLECOLE POLARI

Anche in assenza di un campo esterno ha un momento di dipolo intrinseco

H₂O



$M = p_0 \times E$

Se aggiungo un campo esterno e tutte molecole si crea un momento meccanico che tende ad allineare tutti i momenti di dipolo lungo la direzione del campo.

• Se $\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \langle \vec{p} \rangle = \vec{0}$
 momento di dipolo medio nullo

• Se $\vec{E} \neq \vec{0} \Rightarrow \langle \vec{p} \rangle \neq \vec{0} \neq \vec{p}_0$
 si tende ad allineare tutti i \vec{p} lungo la direzione del campo

momento di dipolo massimo possibile

JP campo Allinea e Una Agitazione Termica tende a Disordinare.

$$\Rightarrow P = \chi_e \epsilon_0 E$$

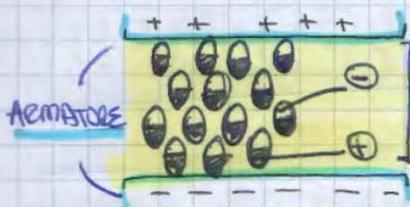
RAZIONAZIONE

[Cavità Superficie]

Suscettività dielettrica = $n \alpha$

$$D = \epsilon_0 (1 + \chi) E = \epsilon_0 E + \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 E + \epsilon_0 n \alpha E = \epsilon_0 E + \epsilon_0 n \alpha E = \epsilon_0 E + \epsilon_0 n \alpha E$$

atomi/molecole per unità di volume

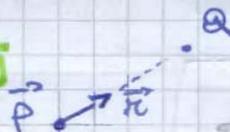


29/10/15

nella parte centrale
 la stessa probabilità
 di trovare un polo + o
 un polo -
 nella frontiera con le
 armature avrà solo + o
 solo -

ad ogni elemento del dielettrico
 associare un dipolo ognuno con
 un momento di dipolo.

DIPOLLO SINGOLO



$$V(q) = V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

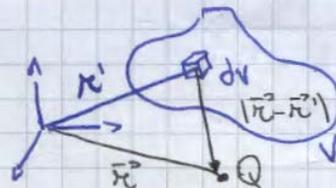
potenziale generato dal dipolo nel punto Q

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cdot \hat{r}}{r^2}$$

potenziale di un dipolo puro

TANTI DIPOLI

di è centrato attorno a un punto r'



$$d\vec{p} = \vec{P}(r') \cdot dv$$

dipolo in dv

quanto vale il potenziale dovuto al dipolo dp? (sul punto Q)

$$dV(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{P}(r') dv}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

Cavità in dv

potenziale di un dipolo

Il potenziale dovuto all'intera distribuzione V

$$\Rightarrow V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{P}(r') dv}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

definiamo un nuovo campo:

$$\vec{G}_P(\vec{r}) = \int_{\text{St}} \vec{P}(\vec{r}') d\vec{a}'$$

=> ottengo, sostituendo nel primo integrale:

$$V_G(r) = \oint_{\text{St}} \frac{G_P(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS$$

↳ potenziale dato dalla distribuzione superficiale di cariche

si ha la formula del dielettrico ϵ_0 dei libri
questo contributo non c'è sempre (dielettrico omogeneo non ha questo componente)

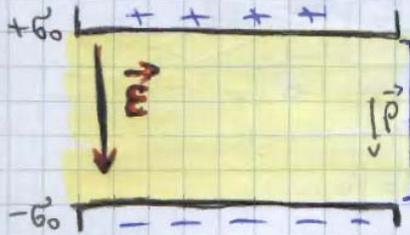
$$V_P = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \nabla' \cdot \vec{P}(\vec{r}') dV$$

↳ contributo dovuto alla distribuzione di carica spaziale.

↳ $\int_P = -\nabla \cdot \vec{P}(\vec{r})$
densità di volume di carica di polarizzazione
↳ deriva da \vec{P} e l'integrale



Per un dielettrico omogeneo la divergenza è nulla perché la polarizzazione è costante (\vec{P})



Campo finale col dielettrico $\vec{E} = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}$

Campo delle Armature (infinite) $\vec{E}_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$

Il campo macroscopico all'interno del dielettrico \vec{E} (può coincidere col campo locale)

possa scriverlo come: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ (campo di polarizzazione)

campo senza dielettrico $= \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} = \vec{E}_0 - \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ (possa scrivere $\vec{E}(loc) = \vec{E}$)

$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{1 + \chi_e}$ (campo di polarizzazione del dielettrico)

$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_0$ → Legge di Gauss in forma locale.

$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{u}_n \, dS = q_0$ → Legge di Gauss in forma integrale

CORRENTI ELETTRICHE STAZIONARIE

(MAGNETOSTATICA)

Le cariche si muovono ma il moto non varia nel tempo ≠ da elettrostatica.

Le cariche che noi definiamo statiche lo erano in modo statico in realtà hanno un moto di vibrazione.

Le cariche sono in realtà libere di esplorare tutto il volume (TIPO GAS PERFETTI)

$\overline{E_k} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$

↳ intensità della velocità media in funzione della temperatura ambiente
 $v = 10^5 \frac{m}{s}$

Velocità che tiene conto della statistica di Fermi (Spin) e del principio di esclusione di Pauli

$v_F \approx 10^6 \frac{m}{s}$ a temperatura ambiente



• collego il condensatore ad un generatore, dopo che lo scollego ho +60 su una armatura e -60 nell'altra
• Collegando tra loro le due armature ottengo un conduttore unico



Due grandi in moto di cariche che tende a riequilibrare il potenziale in tutto il conduttore

Se sono cariche negative (tipo e) si muovono da potenziale minore a potenziale maggiore

Il moto delle cariche dovuto ad un campo esterno è sempre ostacolato dal mezzo.

Intensità di corrente elettrica istantanea \Rightarrow $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = [A]$ **È SCARPE!**

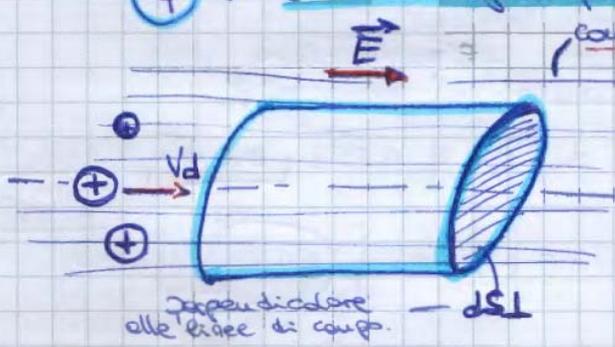
Quantità carica q che attraversa una certa sezione del conduttore in un certo Δt

Il moto caotico delle cariche nel conduttore si aggiunge un moto ordinato nella direzione del campo

1 Ampere = 1 Coulomb / 1 second
 È una unità del S.I. (non è derivata)

n \rightarrow portatori di carica liberi (numero di portatori / unità di volume)

q \rightarrow carica di ogni portatore



Corrente (linee di flusso)
 • C'è una diff. di potenziale che induce un campo elettrico e quindi le cariche si muovono in quella direzione con una velocità di deriva.

$\langle v_d \rangle$ \rightarrow valore medio della velocità di deriva

$[\bar{v}_d = 10^{-k} \text{ m/s}]$

v_d è un campo di velocità che dipende dalla posizione in cui ci troviamo all'interno del conduttore.

$\bar{v}_d(p)$ varia da punto a punto

Se

$\vec{j} \parallel \vec{n}$ e \vec{j} è uniforme

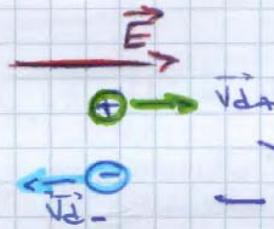
$$\Rightarrow j = jS$$

Solo in queste particolari condizioni

$$\vec{j}_1 = n_+ \cdot q_+ \cdot \vec{v}_{d+} \quad \text{--- con portatori positivi}$$

$$\vec{j}_2 = n_- \cdot q_- \cdot \vec{v}_{d-} \quad \text{--- con portatori carichi negativi}$$

In generale $\Rightarrow \vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$



\vec{j}_1 e \vec{j}_2 sono PARALLELI E CONCORDI

il prodotto $q_+ \cdot \vec{v}_{d+} = q_- \cdot \vec{v}_{d-}$

in regime di corrente stazionaria:

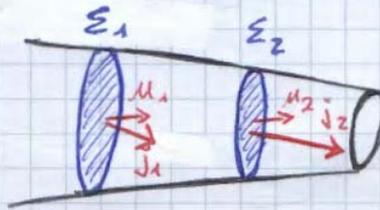
$$\oint_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0$$

Conservazione

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

locale

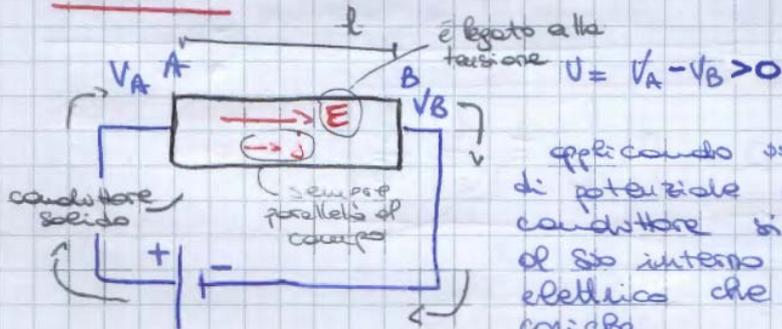
un campo conservativo per il flusso si chiama campo solenoide il che implica indivergente



Se la sezione del conduttore varia si aspetta che j aumenti in quella minore

$$i_1 = \int_{S_1} \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \, dS = \int_{S_2} \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 \, dS = i_2$$

RESISTENZE



applicando una differenza di potenziale ai capi del conduttore si crea al suo interno un campo elettrico che induce la corrente.

$$\left[\frac{V_A - V_B}{i} = \frac{U}{i} = R \right] \text{ resistenza } \left[\frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} \right] = [\Omega]$$

Non è la prima legge di OMM.

• quando R non dipende da "l" o da "i"

⇒ non un conduttore ohmico / Resistore ideale

Prima legge di OMM.

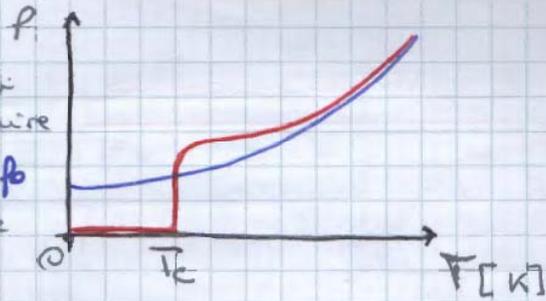
$$(V_A - V_B) = R i$$

$$E = \int \frac{i}{S} = \rho i l$$

OHM IN FORMA LOCALE

resistività del materiale

Ci sono materiali
 in cui a diminuire
 della temperatura
 ad un certo punto
 avviene improvvisamente
 al valore nullo
 la Resistenza
 critica
 (SUPERCONDUTTORI)



Si ha una transizione
 di fase da conduttiva
 $\rho \neq 0$ a superconduttiva $\rho = 0$!

$$\vec{E} = \rho \vec{j}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\rho} = \sigma \Rightarrow$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Legge di
 Ohm puntuale

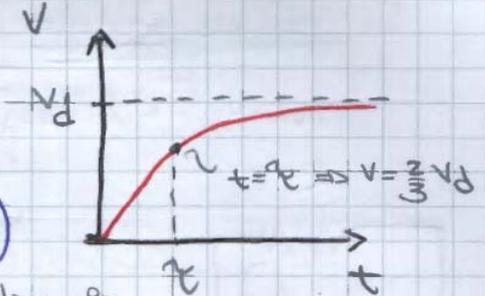
Legge di Ohm
 in forma locale.

rigoroso solo
 a matematica che
 rispetta la legge
 di Ohm.

$$m \vec{a} = \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_{av}$$

$$m \frac{dV}{dt} = q \cdot E - K V$$

$$\Rightarrow v(t) = V_d \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$



$$V_d = \frac{q \cdot E}{K}$$

Velocità di deriva

(ci dice la scala con cui la velocità tende alla velocità di deriva (velocità limite))

$$\tau = \frac{m}{K}$$

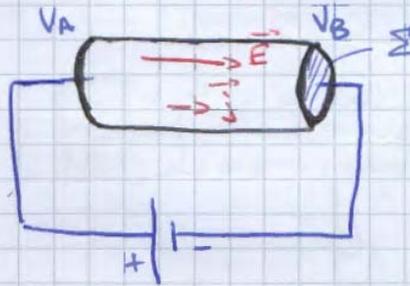
$$\Rightarrow K = \frac{m}{\tau}$$

$$\frac{q \cdot E}{K} = V_d = \frac{q \cdot E \tau}{m}$$

di legge di Ohm in forma scalare.

$$\vec{j} = n e V_d = \frac{n e^2 \tau}{m} \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$



considerando dq negativa che parte dal polo positivo del generatore. Quanto il lavoro fatto dal campo per muovere la carica dq?

Il lavoro compiuto complessivamente dal campo:

$$dW = dq (V_A - V_B) = i dt (V_A - V_B)$$

$$W = \int dW = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} (V_A - V_B) i dt = (V_A - V_B) i \Delta t$$

Potenza

$$P = \frac{dW}{dt} = (V_A - V_B) i$$

potenza dissipata dal generatore e conduttore.

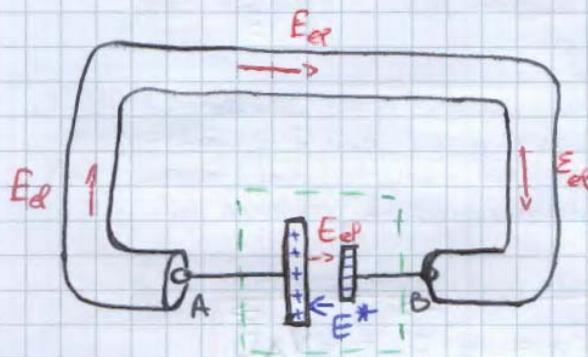
↳ lavoro fatto dal generatore per portare la carica da A a B attraverso il conduttore

$$\oint \vec{E} = \pi i \, dq + R i \, dq$$

$$\int C i \, dt = \underbrace{\pi i^2 dt}_{\text{termine di potenza distribuito su } \pi \text{ (interna)}} + \underbrace{R i^2 dt}_{\text{e } R \text{ (esterna)}}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

EFFETTO JOULE



il campo elettrico va dal potenziale maggiore a quello minore quindi da A a B (sia fuori dal generatore sia dentro).

Ho bisogno di un campo che mi chiuda il ciclo delle cariche in quanto \vec{E}_{el} non è chiuso.

⇒ Ho un campo ELETTROSTATICO (E^*)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{P} = \oint (\vec{E}_{el} + \vec{E}^*) \cdot d\vec{P} = \oint \vec{E}^* \cdot d\vec{P}$$

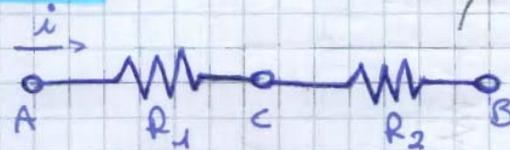
$$= \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{P}$$

A circuito aperto → $\vec{E}^* = -\vec{E}_{el}$

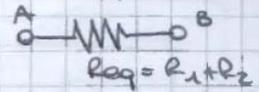
(con il solo generatore senza resistori.)

$$\oint \vec{E} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{P}$$

SERIE

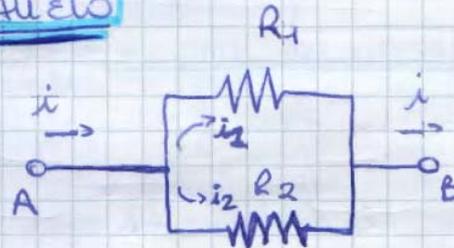


possiamo sostituire il sistema con il sistema equivalente:



$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i = (R_1 + R_2) \cdot i$$

PARALLELO



$$V_A - V_B =$$

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 = \\ &= \frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} = \\ &= (V_A - V_B) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \\ &= \frac{V_A - V_B}{R_{eq}} \end{aligned}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_{eq}}$$

Seconda legge di OHM:

$$L \rightarrow R = \rho \frac{l}{S}$$

se R_1 , R_2 e R_3 con stesse l ; S ; ρ



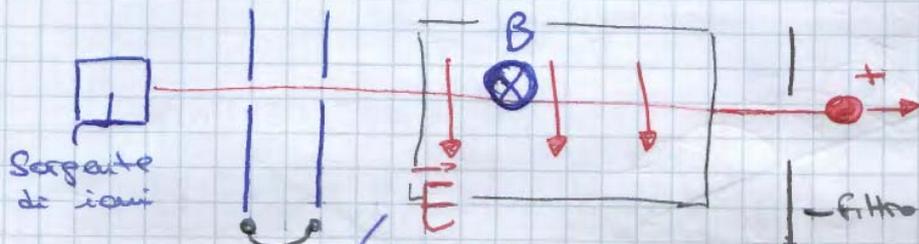
otengo un nuovo resistore

$$\text{con } R = \rho \frac{l_1}{S_1} + \rho \frac{l_2}{S_1} = 2R = l \rho R$$

SELETORE DI VELOCITA

(configurazione a campi incrociati)

Il campo elettrico e magnetico agiscono nella stessa regione e sono perpendicolari tra loro



La particella attraversando il campo tenderà verso il basso se \oplus e potrebbe non riuscire a superare il filtro.

il campo magnetico (Accesso dopo il campo elettrico)

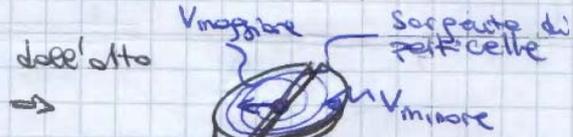
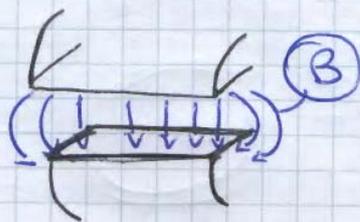
ha una componente della forza di Lorentz verso l'alto

Si "aggiusta" il campo magnetico in modo che la forza di Lorentz sia nulla

$$\Leftrightarrow F = -qE + qvB = 0$$

$v = \frac{E}{B}$ } Selezione se particelle che passano il filtro modificando il campo magnetico

CICLOTRONE



Quando la particella entra nell'elettrodo è soggetta solo al campo magnetico.

Se ho campo magnetico e elettrico uniformi
 $\Rightarrow \vec{j}$ è uniforme lungo tutto il filo

$$\vec{j} = \frac{i}{S} \hat{u}_l = \frac{i dP}{S dP} = \hat{u}_l$$

$$\vec{j} S dP = i dP \hat{u}_l$$

Il vettore di lunghezza dP nella direzione in cui fluisce la corrente

$$\Rightarrow \vec{j} \wedge \vec{B} \cdot S dP = i dP \wedge \vec{B} = d\vec{F}$$

Seconda Legge Elementare di Laplace.

- Prendiamo un tratto finito di circuito (supponiamo sia INDEFORMABILE)



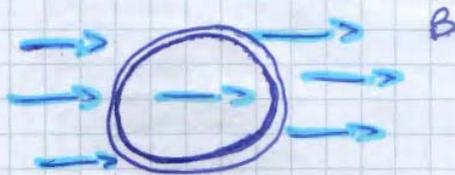
Se B è uniforme lungo il circuito

$$\vec{F} = i \vec{PQ} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = i \int_P^Q d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Il vettore \vec{PQ} integrale
 la forza che opera su un tratto finito di filo non dipende dalla forma del filo

- Se il circuito è chiuso



Se B è uniforme
 $\vec{F} = 0$

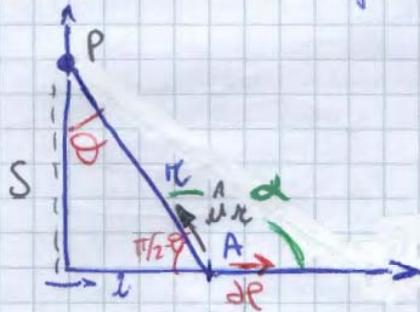
$$\vec{F} = i \oint d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Se B è uniforme la forza fuori dall'integrale

- La legge fondamentale della magnetostatica è soggetta al principio di sovrapposizione degli effetti (se ho N circuiti con $B = B_1 + B_2 + \dots + B_n$)

ESEMPIO

immaginiamo di voler calcolare il campo \vec{B} prodotto da un filo in un certo punto P.



Per la 1° legge elementare di Laplace

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

Campo magnetico prodotto da dl

divido il filo in tanti dl che vedo sotto

il tratto dl genera un campo uscente nel foglio (perpendicolare al piano generato da dl e r)

(se P fosse stato sotto l'asse del filo conduttore cioè il campo magnetico uscente -> entrante)

$$dl \sin \alpha = r \sin(\pi - \alpha) = r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = r \cos \theta$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \cos \theta}{r^2}$$

posso scrivere r in funzione di S e theta e anche dl

$$\begin{cases} r = \frac{S}{\cos \theta} \\ l = S \tan \theta = S \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ dl = \frac{S}{\cos^2 \theta} d\theta \end{cases}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{S}{\cos^2 \theta} \cos \theta \frac{\cos^2 \theta}{S^2}$$

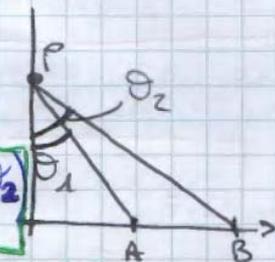
$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{S} \cos \theta d\theta$$

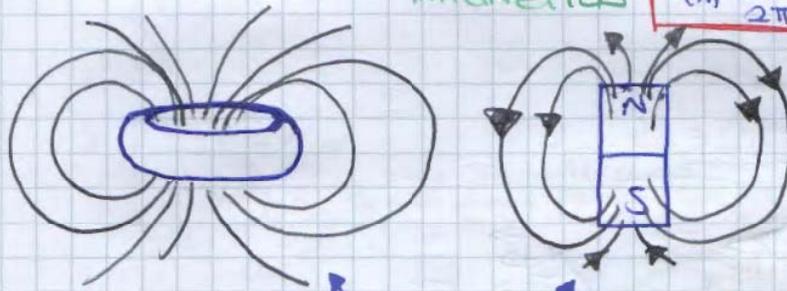
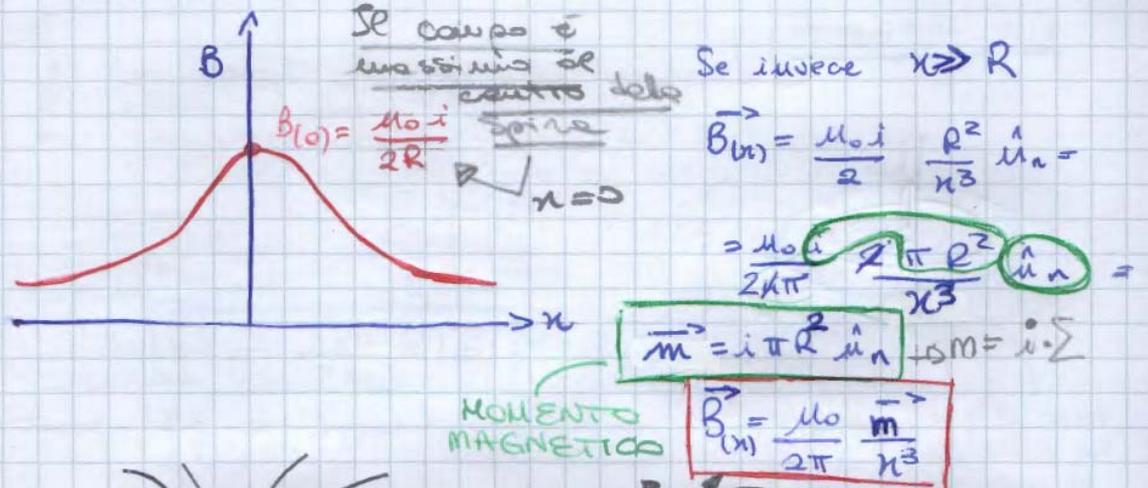
$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{S} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta$$

integro in un tratto in cui ho corrente (integro sull'angolo non S e l)

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{S} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

lo campo dovuto al tratto AB percorso da corrente





- entrambi producono lo stesso campo
- subiscono la stessa forza meccanica

Esperimento di Ampere

- Dato che un filo immerso in un campo magnetico subisce un forza (di Lorentz)
- Dato che un filo percorso da corrente genera un campo magnetico