NUMERO: 1928A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Vergine Daniele

MATERIA: Sistemi elettrici industriali (appunti + esercizi) - Prof. Russo

SISTEMI ELETTRICI INDUSTRIALI

Formulario riassuntivo

Legge di Ohm: $V = RI$

Resistori in serie: $R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$ — in serie = stessa corrente

Resistori in parallelo: $R_{eq} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$, caso N=2 resistori in parallelo: $R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — in parallelo = stessa tensione

Caso N resistori uguali in parallelo: $R_{eq} = \dfrac{R}{N}$

Potenza: $P = VI = \begin{cases} RI^2 \\ \dfrac{V^2}{R} \end{cases}$

Da ricordare:

- Non è possibile collegare in serie due o più generatori di corrente
- Non è possibile collegare in parallelo due o più generatori ideali di tensione.

Partitore di tensione: $V_i = \dfrac{R_i}{\sum R_k} V$

(V_i tensione sul resistore R_i appartenente alla serie di resistori R_k sulla quale è applicata la tensione V)

Partitore di corrente: $I_i = \dfrac{\frac{1}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_k}} \cdot I$

(I_i è la corrente nel resistore R_i appartenente al parallelo di resistori R_k nel quale entra la corrente I)

caso particolare N=2 resistori: $I_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} I$

Prima di applicare partitore di corrente verificare sempre che i resistori siano in parallelo.

Teorema di Thévenin

- E_{eq} = tensione presente "a vuoto" ai morsetti A e B della rete originaria, cioè con i morsetti aperti.
- R_{eq} = resistenza calcolata tra i morsetti A e B della rete originaria dopo aver annullato tutti i generatori presenti. Annullare i generatori significa cortocircuitare i generatori di tensione ($E=0$) e aprire i generatori di corrente ($I_A = 0$)

RICORDA: nel calcolo di R_{eq} i morsetti A e B sono da considerare nodi, in questo in essi transita corrente, mentre nel calcolo di E_{eq} NO.

Teorema di Millman:

$$V_{AB} = \frac{\sum_k \frac{E_k}{R_k} + \sum_j I_{Aj}}{\sum_i \frac{1}{R_i}}$$

somma delle tensioni dei generatori di tensione fratto le resistenze in serie ad essi

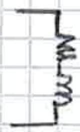
somma delle correnti dei generatori di corrente

$\sum_i \frac{1}{R_i}$ → somma di tutte le resistenze escluse quelle in serie ad un generatore di corrente

NOTA: il contributo E_k/R_k va conteggiato come positivo se il morsetto "+" del generatore è diretto verso il nodo.

Regime sinusoidale

Bipolo generico ohmico-induttivo: $\bar{Z} = R + jX_L$



$\bar{Z} = Z e^{j\varphi_Z}$, $\varphi_Z = \operatorname{arctg}\left(\frac{X}{R}\right)$ = argomento dell'impedenza

Z = modulo dell'impedenza $= \sqrt{R^2 + X^2}$

$X_L = \omega L$ = reattanza dell'induttore

Bipolo generico ohmico-capacitivo: $\bar{Z} = R - jX_C$

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ = reattanza del condensatore i carichi sono formati da terne di impedenze disposte a stella o a triangolo

Carico equilibrato ⇒ le tre impedenze sono uguali

Ricorda: un carico equilibrato, alimentato da una terna di generatori simmetrica, assorbe una terna di correnti anch'essa simmetrica.

$tg\left(\frac{X}{R}\right)$ Relazioni valide nell'ipotesi di sistema simmetrico ed equilibrato:

$$\underline{I}_1 = \underline{E}_1 / \underline{Z}$$
$$\underline{I}_2 = \underline{E}_2 / \underline{Z}$$
$$\underline{I}_3 = \underline{E}_3 / \underline{Z}$$

Ricorda: un sistema trifase simmetrico ed equilibrato è descrivibile mediante il comportamento di una sola delle fasi, che verrà rappresentata separatamente come circuito monofase indipendente, detto monofase equivalente.

NOTA: per lavorare con il monofase equivalente è necessario che tutti i tripoli della rete (carichi o generatori) siano connessi a stella. Il problema si pone dunque quando alcuni carichi trifase sono connessi a triangolo. Si ricorre allora alla trasformazione triangolo stella.

$$Z_\lambda = Z_\Delta / 3$$

Potenze in un sistema simmetrico ed equilibrato

$P = 3EI\cos\varphi = \sqrt{3}\,VI\cos\varphi$ (I = corrente di linea)

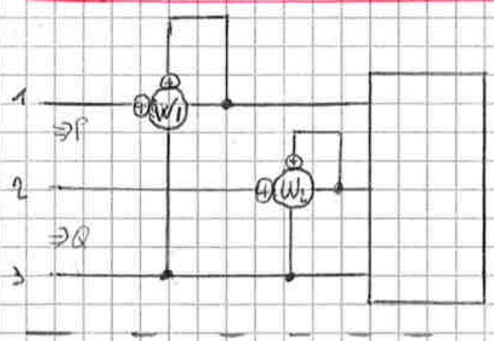
$Q = 3EI\sin\varphi = \sqrt{3}\,VI\sin\varphi$

$S = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{3}\,VI = 3EI$ ⇒ $P = S\cos\varphi$, $Q = S\sin\varphi$

$P_L = 3R_L I^2$, $Q_L = 3R_L I^2$

$P_C = 3R_C I_2$, $Q_C = 3X_C I^2$

Inserzione Aron in un sistema simmetrico ed equilibrato



$P = P_{W_1} + P_{W_2}$

$Q = \sqrt{3}\,(P_{W_1} - P_{W_2})$

(dove P e Q sono rispettivamente la potenza attiva e la potenza reattiva entranti nel sistema)

Caratteristiche d'intervento magnetico:

B: $\frac{I_m}{I_n} = 3 \div 5$

C: $\frac{I_m}{I_n} = 5 \div 10$

D: $\frac{I_m}{I_n} = 10 \div 20$

Rifasamento dei carichi trifase

P, Q ⇒ carico

Q_R ⇒ rifasamento

$Q_d = P \cdot tg\varphi_d$

$Q_d = Q_R + Q$

$Q_R = P(tg\varphi_d - tg\varphi)$

$Q_R < 0$

$|Q_R| = \frac{3V^2}{X_{C\Delta}} = 3\omega C_\Delta V^2$

$|Q_R| = \frac{3E^2}{X_{C\lambda}} = 3\omega C_\lambda E^2$

$C_\lambda = 3C_\Delta$

Potenza apparente assorbita da un carico equilibrato a stella:

$S = \frac{V^2}{Z_Y}$ ← ragionando col monofase equivalente (S = potenza totale, ...)

Esempio: rifasare a $tg\varphi = 0,5$ ⇒ $tg\varphi_d = 0,5$

Dimensionamento di condutture e protezioni

Fattore di contemporaneità $f_c = \frac{P_T}{\sum_i P_{ni}} \le 1$

P_T = potenza contemporaneamente assorbita
P_{ni} = potenza nominali della singola utenza.

Fattore di utilizzazione $f_u = \frac{P_m}{P_n} \le 1$

P_m = potenza mediamente assorbita
P_n = potenza nominale

Fabbisogno totale di potenza $P = \sum_i \frac{f_{ci} f_{ui} P_{ni}}{\eta_i}$

Calcolo della corrente d'impiego: $I_b = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{\sqrt{3}\, V_n}$ (P e Q totali senza contare P_L e Q_L)

V_n – tensione nominale dell'impianto

Dimensionamento di condutture e protezioni contro il sovraccarico

(1) $I_b \le I_n \le I_z$

- Determinare corrente d'impiego con la formula $I_b = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{\sqrt{3}\, V_n}$
- Determinare I_n scegliendo il primo valore utile dalle tabelle
- Determinare I_z scegliendo il primo valore utile dalle tabelle e conseguentemente la sezione. Se la temperatura ambiente è ≠ da 30° o c'è più di un conduttore attivo, utilizzare i fattori correttivi attraverso la formula $I_z = I_0 \cdot K_1 \cdot K_2$, dove I_0 viene scelto dalla tabella secondo il solito criterio. (Una volta trovata S si può trovare la resistenza di linea)
- Verificare che ΔV% e ΔP% siano contenuti entro valori ammissibili:

$$\Delta V\% = \frac{P R_\ell + Q X_\ell}{V^2} \cdot 100$$

(di solito contenute entro il 4%)
V = tensione nominale dell'impianto

$$\Delta P\% = \frac{3 R_\ell I_b^2}{P} \cdot 100$$

Dimensionamento di condutture e protezioni contro il cortocircuito

Caso linea trifase con neutro

$I_{cc\,MAX}$ = guasto trifase ad inizio linea

$$= \frac{V}{\sqrt{3}\,|\underbrace{Z_T + Z_L}_{Z_{cc}}|} = \frac{V}{\sqrt{3}\, Z_{cc}}$$

$I_{cc\,MIN}$ = guasto fase-neutro a fondo linea $= \frac{V}{\sqrt{3}\,|Z_L + Z_N|}$ ... $= Z_L + Z_N$, vale solo se $Z_L = Z_N$

Caso linea trifase senza neutro

$I_{cc\,MAX}$ = guasto trifase a inizio linea

$$= \frac{V}{\sqrt{3}\, Z_{cc}}$$

$I_{cc\,MIN}$ = guasto fase-fase a fondo linea

$= \frac{V}{\ldots}$

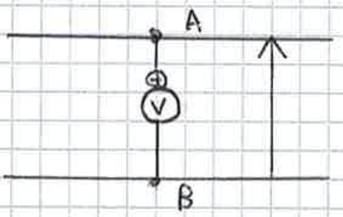
PRIMA PARTE DEL CORSO

Circuito elettrico elementare

Tensione elettrica

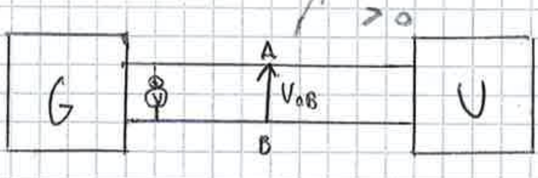
- Si misura con il voltmetro
- Grandezza algebrica
- volt [V]

La tensione tra due punti è indicata con una freccia avente la punta sul morsetto assunto come positivo.



Circuiti elettrici in regime stazionario: tensioni e correnti costanti nel tempo

in questo caso valore misurato > 0



Corrente elettrica

- Amperometro
- ampere [A]

il valore è positivo se la corrente è entrante nel morsetto, negativo se uscente.

- $V_{mis} < 0$, $I_{mis} > 0$

  $\Rightarrow P_{mis} < 0$

- $V_{mis} > 0$, $I_{mis} < 0$

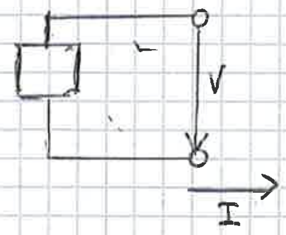
  $\Rightarrow P_{mis} < 0$

In questi due casi l'utilizzatore sta assorbendo potenza dal circuito a cui è collegato

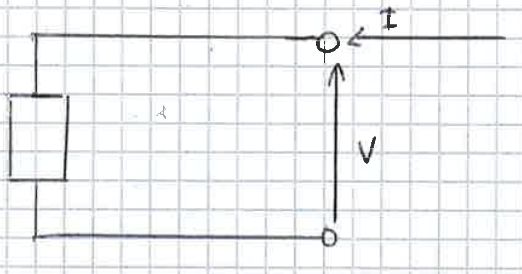
- $V_{mis} < 0$ $I_{mis} < 0$

  $\Downarrow$

  $P_{mis} > 0$

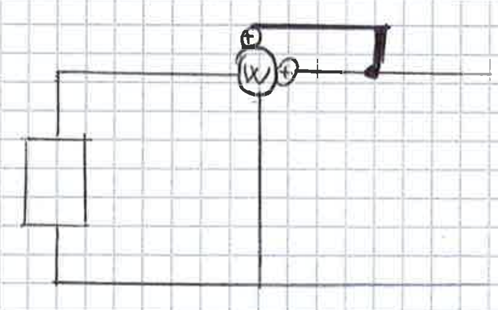


Convenzione degli utilizzatori



Rientra lo stesso morsetto!

Il verso assunto come positivo nella misura della corrente è quello entrante nel morsetto del bipolo assunto come positivo nella misura della tensione



POTENZA MISURATA $\Rightarrow$ POTENZA ASSORBITA

- $V_{mis} > 0$, $I_{mis} > 0$ $\Rightarrow$ $P_{mis} > 0$

  "utilizzatore"

- $P_{mis} < 0$ $\Rightarrow$ assorbe una potenza negativa $\Rightarrow$ fornisce potenza $\Rightarrow$ si comporta da generatore

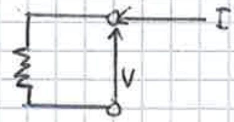
Bipoli elettrici

- CARATTERISTICA $\boxed{V = f(I)}$

- CONVENZIONE DI SEGNO

RESISTORE IDEALE

⇒ convenzione di segno degli utilizzatori



⇒ Ricorda: V e I devono puntare sullo stesso morsetto.

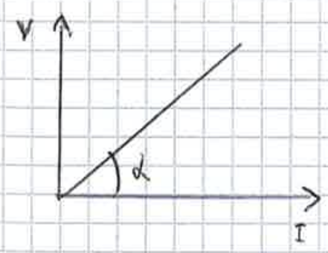
Legge di Ohm

$$V = R \cdot I$$

Resistenza del resistore ideale

R resistenza elettrica

ohm $[\Omega]$



$tg\alpha = R$

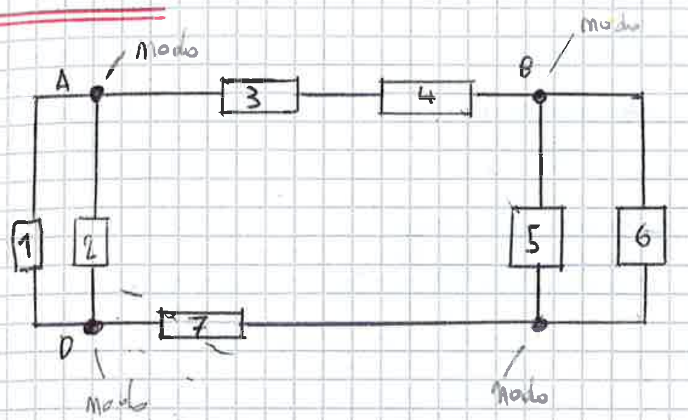
POTENZA ELETTRICA ASSORBITA DAL RESISTORE

$$P = V \cdot I = \begin{cases} RI^2 \\ V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

LEGGE DI JOULE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 148

Rete di bipoli



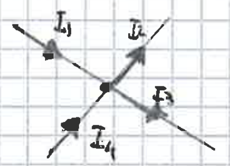
- Si dicono nodi del circuito i punti in cui si congiungono tra loro tre o più fili.
- Un lato unisce due nodi
- Una maglia è un insieme di lati che formano un anello chiuso.

- caratteristiche dei bipoli: note
- corrente nei lati } → calcolare
- tensione ai nodi }

Principi di Kirchhoff

I principio: legge dei nodi

In tutti i nodi di una rete di bipoli la somma algebrica delle correnti che confluiscono nel nodo deve essere nulla.

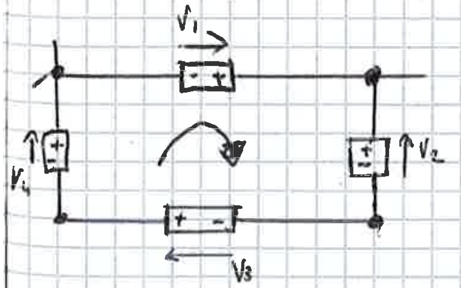


$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

CONVENZIONE DI SEGNO { + ENTRANTE; − USCENTE

II principio: legge delle maglie

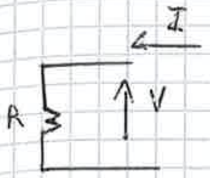
La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia deve essere uguale a zero.



↗ freccia rivolta verso il punto che ha polarità positiva

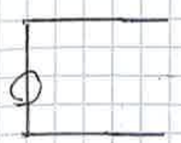
- VERSO DI PERCORRENZA DELLA MAGLIA: scegliamo senso orario
- CONVENZIONE DI SEGNO
  - \+ se percorrendo la maglia nel verso di percorrenza scelto incontro prima la polarità positiva
  - − se incontro prima la polarità negativa

$$-V_1 + V_2 - V_3 - V_4 = 0$$



$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$ "ASSORBITA"

← utilizzatore



$$P = VI$$

← generatore

POTENZE ASSORBITE DAI RESISTORI

$$P_{R_1} = R_1 (I_1)^2 = 10 \cdot 1^2 = 10\ W$$

$$P_{R_2} = R_2 (I_2)^2 = 20 \cdot 2^2 = 80\ W$$

$$P_{R_3} = 30 \cdot 3^2 = 270\ W$$

$$P_R = 360\ W$$

POTENZE GENERATE DAI BIPOLI ATTIVI

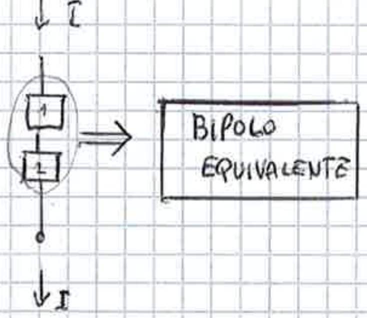
$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = 100 \cdot 1 = 100\ W$$

$$P_{I_g} = V_g \cdot I_g = 130 \cdot 2 = 260\ W$$

$$P_g = 360\ W$$

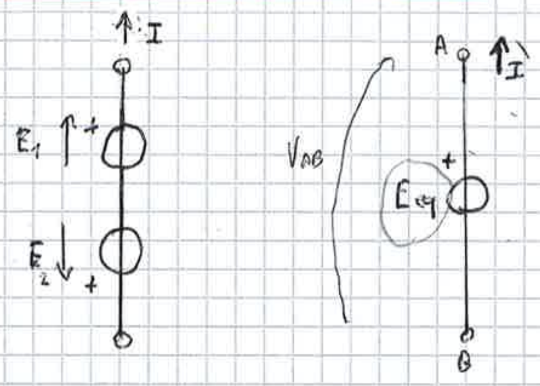
Collegamento in serie dei bipoli

BIPOLI



Sono elettricamente in serie se sono percorsi dalla stessa corrente

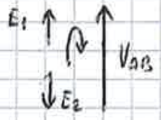
Generatori ideali di tensione collegati in serie

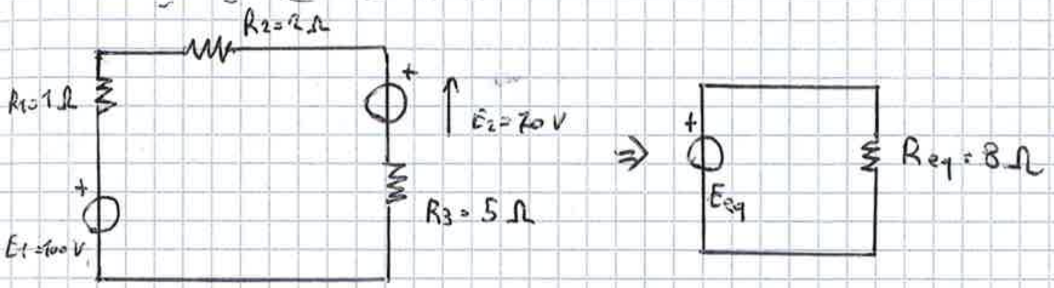


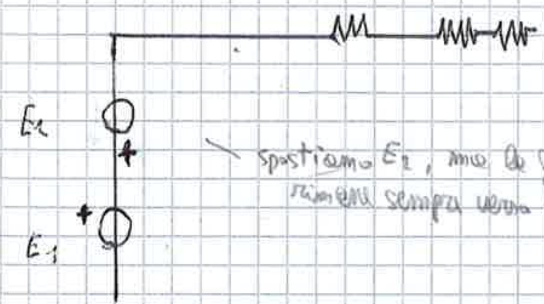
GENERATORE IDEALE DI TENSIONE EQUIVALENTE

$$V_{AB} + E_2 - E_1 = 0$$

$$V_{AB} = E_1 - E_2 = E_{eq}$$

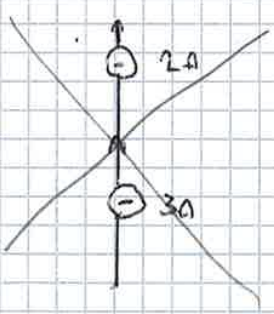






spostiamo E_2, ma la faccia rimane sempre verso il +

$$E_{eq} = E_1 - E_2 = 100 - 70 = 30\,V$$



Il valore della corrente deve essere lo stesso

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 148

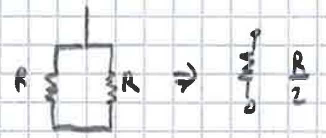
2 resistori in parallelo

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \boxed{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

N resistori uguali in //

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{N}{R}} = \frac{R}{N}$$

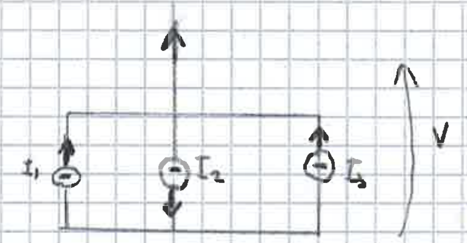
$N = 2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$



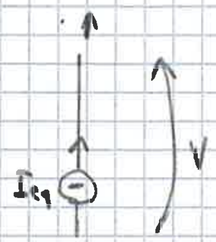
sempre!!

$$R^* = \min(R_1, \dots, R_N) \Rightarrow \boxed{R_{eq} < R^*}$$

Generatori ideali di corrente

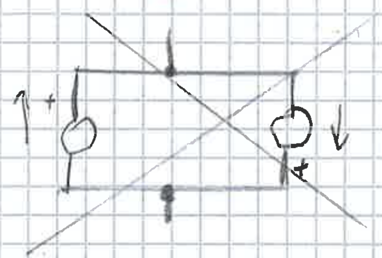


⇒

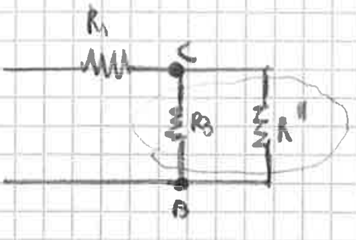


$$I_{eq} = I_1 - I_2 + I_3$$

Generatori ideali di tensione

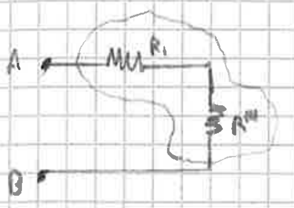


NON è possibile collegarli in parallelo



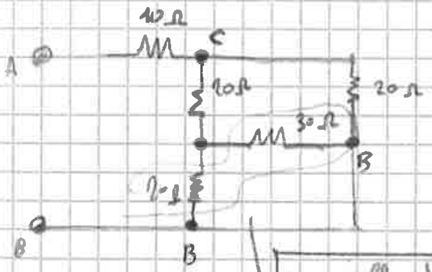
5) R_3 e R'' in parallelo:

$$\Rightarrow R''' = \frac{20 \cdot 19,75}{20 + 19,75} = 9,94$$

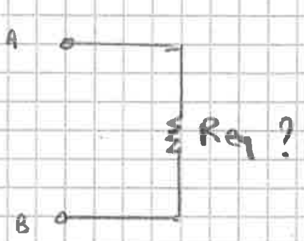


$R_{eq} = 19,94 \simeq 20\ \Omega$

1.1

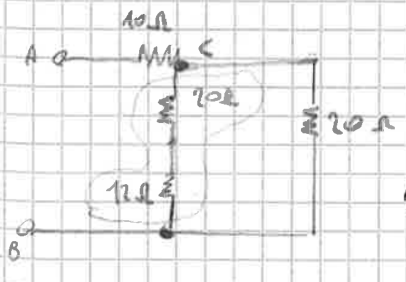


$\Rightarrow$

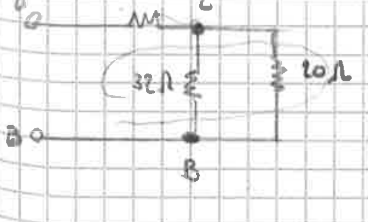


Sono collegati fra gli stessi nodi quindi sono in parallelo

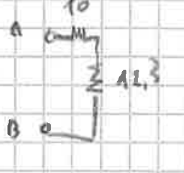
$$\frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12\ \Omega$$



$20 + 12 = 32\ \Omega$

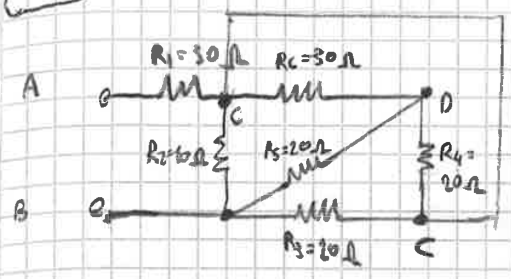


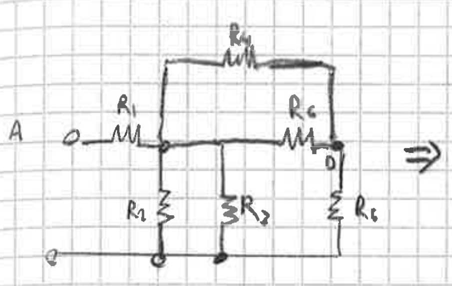
$$\frac{32 \cdot 20}{32 + 20} = 12,3\ \Omega$$



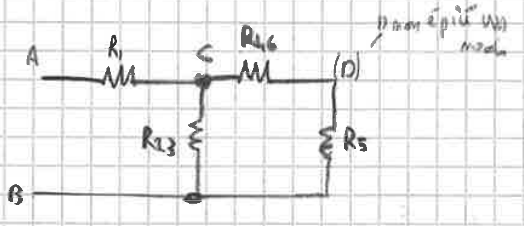
in serie $\Rightarrow R_{eq} \simeq 22\ \Omega$

1.2



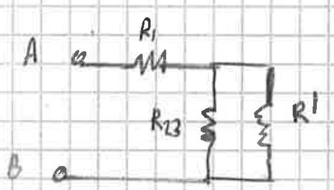


$\Rightarrow$



$$R_{46} = \frac{30 \cdot 20}{30+20} = \frac{600}{50} = 12\,\Omega \qquad R_{23} = \frac{10 \cdot 20}{10+20} = \frac{200}{30} = 6{,}67\,\Omega$$

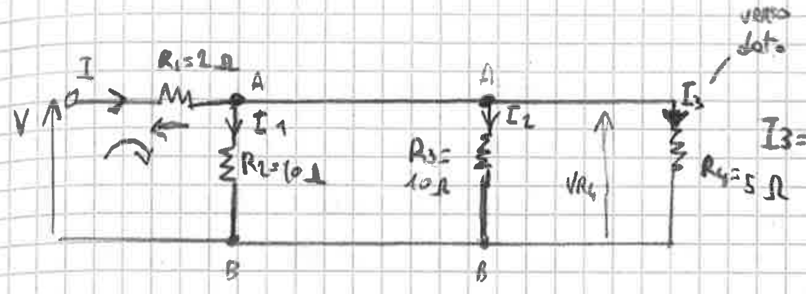
$$R' = 12 + 20 = 32\,\Omega$$



$$R'' = \frac{R_{23} \cdot R'}{R_{23} + R'} = \frac{6{,}67 \cdot 32}{6{,}67 + 32} = 5{,}52\,\Omega$$

$$R_{eq} = 35{,}5\,\Omega$$

2.1



$I_3 = 14A \quad V = ?$

$V_{R_4} = R_4 \cdot I_3 = 5 \cdot 14 = 70\,V$

$V_{R_2} = V_{R_3} = V_{R_4} = 70\,V$

$I_1 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{70}{10} = 7\,A = I_2$.

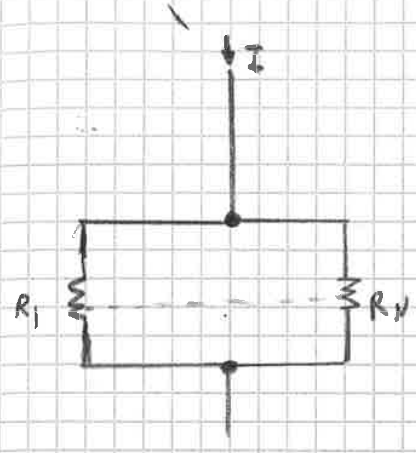
1° principio di Kirchoff : $I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$I = 28\,A$

2° principio di Kirchoff : $-V + V_{R_1} + V_{R_4} = 0$

$V = R_1 I + V_{R_4}$

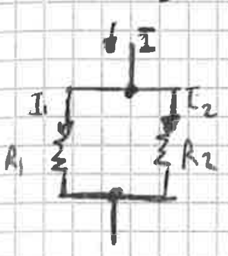
$= 126\,V$



$$\boxed{I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}} \cdot I} \quad \forall i = 1, \dots, N$$

I_i è la corrente nel resistore R_i appartenente al parallelo di resistori R_k nel quale entra la corrente I.

Caso $N = 2$



$$I_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \cdot I = \frac{\frac{1}{\cancel{R_1}}}{\frac{R_1+R_2}{\cancel{R_1} R_2}} \cdot I \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} I}$$

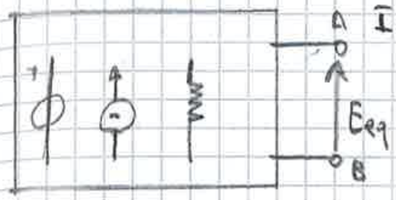
$$\boxed{I_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot I}$$

ES. 2.1 risolto con la regola del partitore di corrente

$$I_3 = \frac{\frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \cdot I$$

$$I = R_4 I_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) = 5 \cdot 14 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5}\right) = \cancel{5} \cdot 14 \cdot \frac{2}{\cancel{5}} = 28\,A$$

1) Regola per il calcolo di E_{eq}

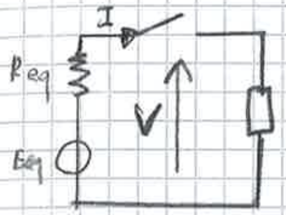


I deve essere nulla!

⇒ bisogna tagliare A e B

⇒ La tensione E_{eq} è la tensione presente "a vuoto" ai morsetti A e B della rete originaria, cioè con i morsetti aperti.

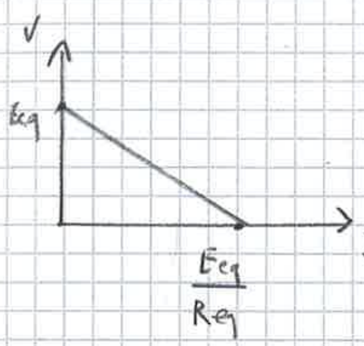
CARATTERISTICA ESTERNA del generatore equivalente di Thévenin



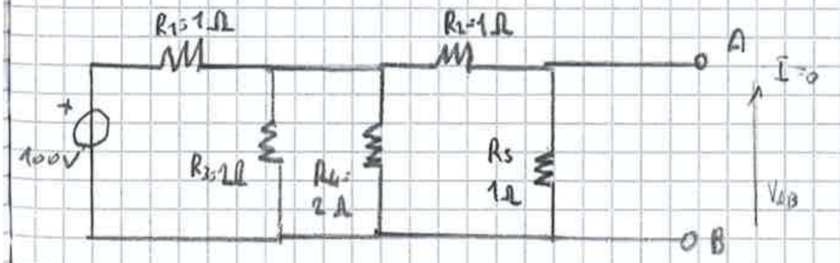
$$V = E_{eq} - R_{eq} \cdot I$$

$$\begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = E_{eq} \\ V = 0 \Rightarrow I = \dfrac{E_{eq}}{R_{eq}} \end{cases}$$

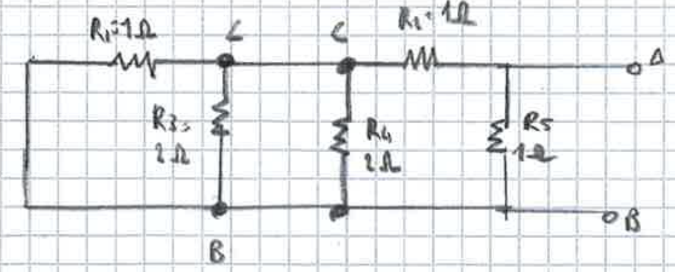
$\Leftarrow$ "in corto circuito"



DC. 2.6



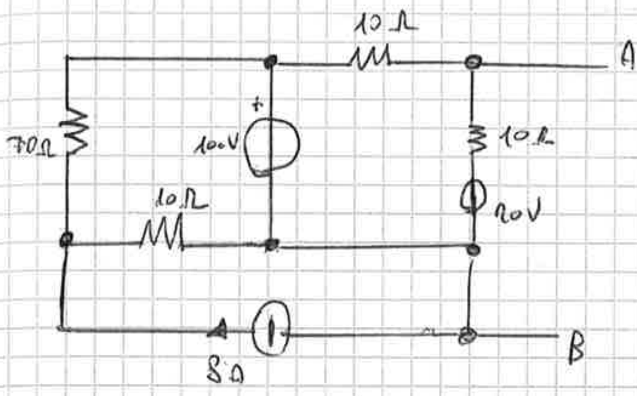
⇓



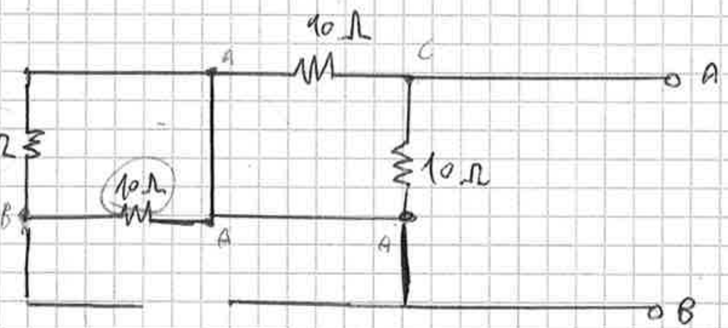
$$R'_s = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \ldots = 0{,}5\ \Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 148

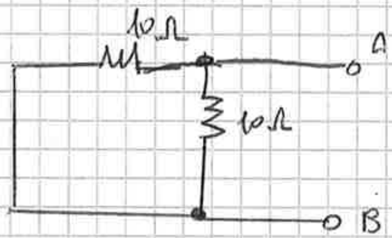
DC 2.7



Req

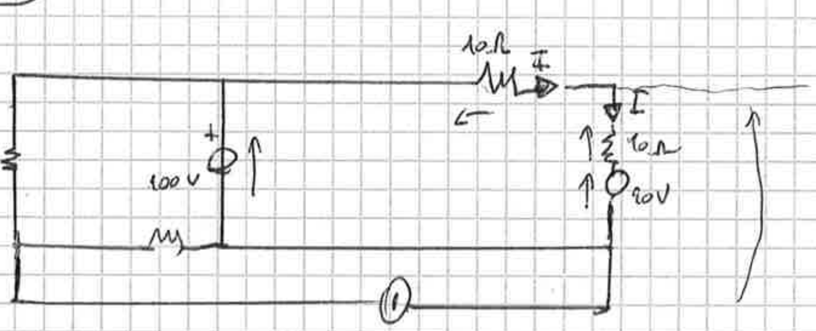


sono cortocircuitati, è come se non ci fossero



$R_{eq} = 5\,\Omega$

Eeq

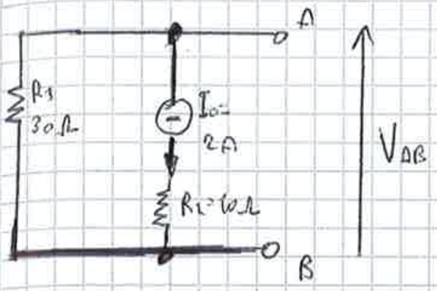


$-100 + 10 \cdot I + 10 \cdot I + 20 = 0$

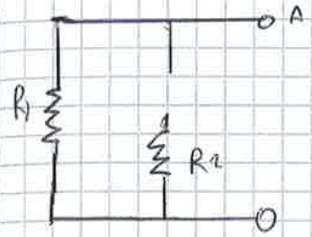
$I = \dfrac{100-20}{20} = \dfrac{80}{20} = 4\,A$

$V_{AB} = 20 + 10 \cdot 4 = 20 + 40 = 60\,V = E_{eq}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 148



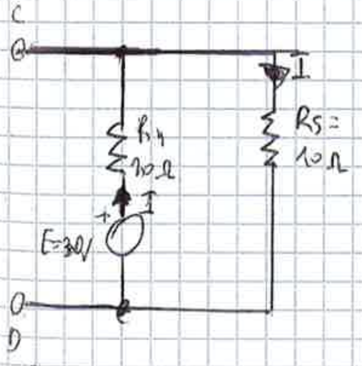
R_{eq}



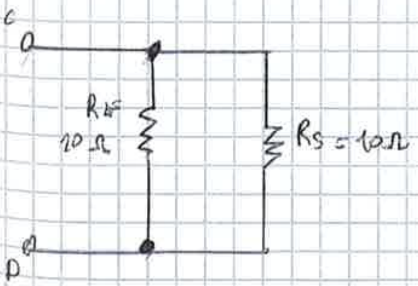
$R^1_{eq} = R_1 = 30\,\Omega$

$E^1_{eq} = V_{AB} = -R_1 I_0 = -V_{R_1}$

$E^1_{eq} = -30 \cdot 2 = -60\,V$



R^2_{eq}



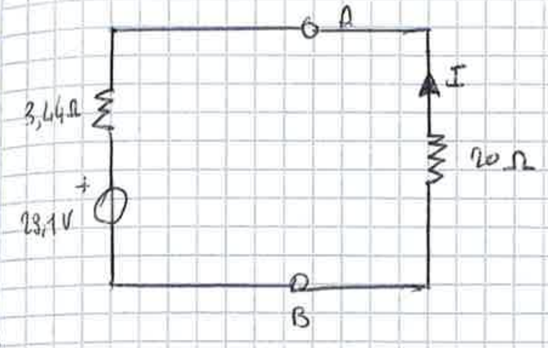
$$R^2_{eq} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{200}{30} = 6,7\,\Omega$$

$$E^2_{eq} = V_{CD} = \frac{10}{10+20} \cdot 30 = 10\,V$$

$$-E^2_{eq} + R^1_{eq} I + R_3 I + R^2_{eq} I + \bar{E}^2_{eq} = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{E^1_{eq} - E^2_{eq}}{R^1_{eq} + R_3 + R^2_{eq}} = \frac{-60 - 10}{30 + 10 + 6,7} = -1,5\,A$$

$$V_{AB} = 50 - 5 \cdot \frac{70}{16} = \frac{450}{16} V = 28,1 V$$



$$I = \frac{-28,1}{3,44+20} = -1,2 A$$

CALCOLO DI $P_{10\Omega}$

$P = RI^2$

$V_{AB} = -20 \cdot I = 20 \cdot 1,2 = 24 V$

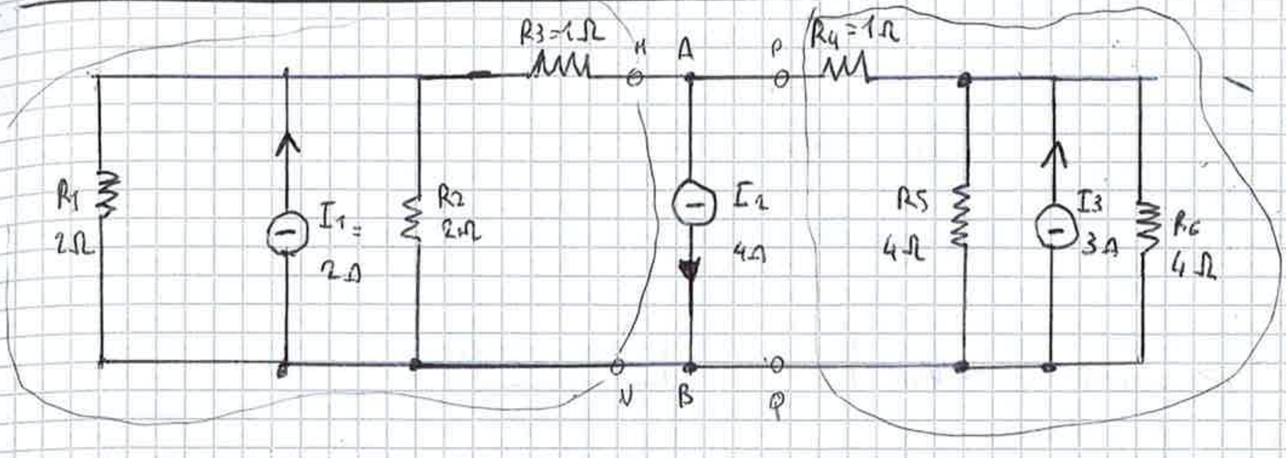
$I_1 = \frac{26}{5} A$

$I_3 = I_1 + I = 4 A$

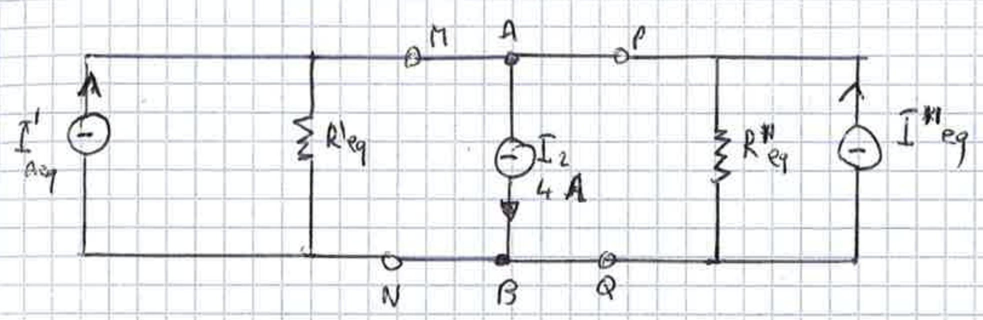
$I_2 = 2 A$

$P = 10 \cdot 2^2 = 40 W$

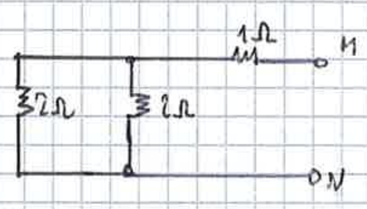
ESEMPIO DI APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI NORTON



$V_{AB} = ?$



$\Rightarrow R'_{eq} = 2\,\Omega$



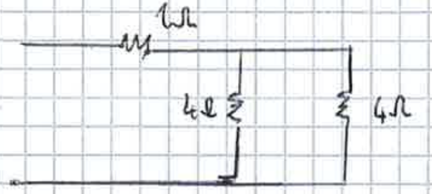
$R'_{eq} = 2\,\Omega$

$\Rightarrow I'_{A\text{-}eq}$

Regola del Partitore di corrente

$$I_i = \frac{1/R_i}{\sum_k \frac{1}{R_k}} I$$

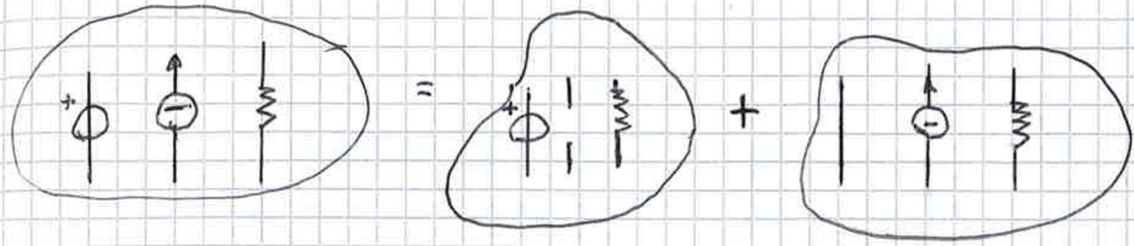
$$I'_{Aeq} = \frac{1/1}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1A$$

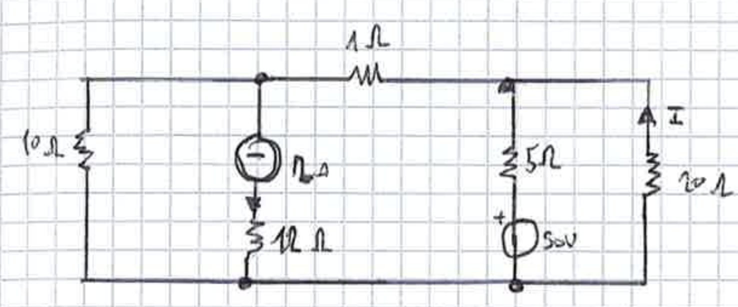


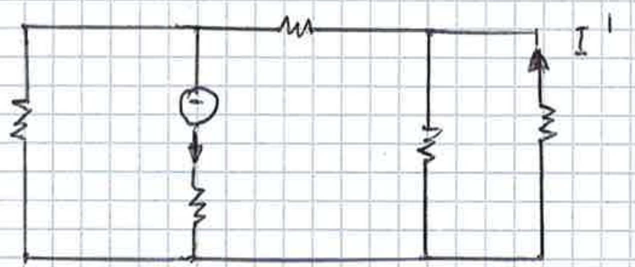
$R^{*}_{eq} = 3\,\Omega$

$$I^{*}_{eq} = \frac{1/1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} \cdot 3 = 2A$$

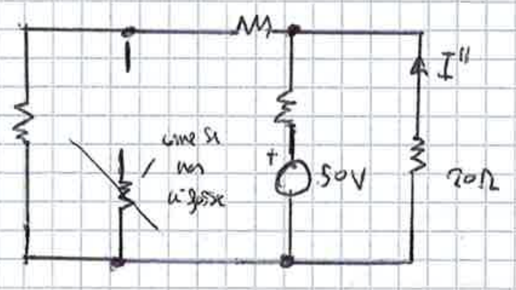
Metodo della sovrapposizione degli effetti





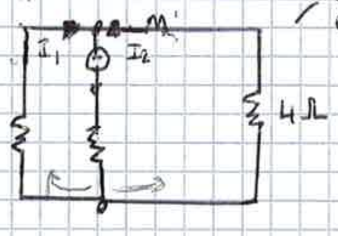


+



CALCOLO DI I'

Ricorda! Quando la corrente arriva al nodo si divide tra i due percorsi

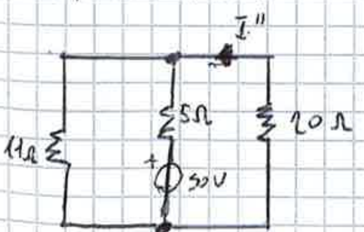


$$I_2 = \frac{10}{10+(1+4)} \cdot 2 = \frac{4}{3} A$$

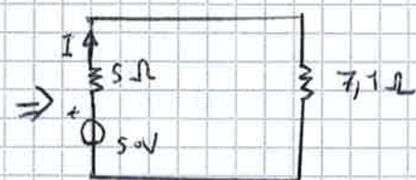
$$R_p = \frac{5 \cdot 20}{5+20} = \frac{100}{25} = 4\,\Omega$$

$$I' = \frac{5}{5+20} \cdot \frac{4}{3} = 0{,}3\ A$$

CALCOLO DI I''



$\Rightarrow$



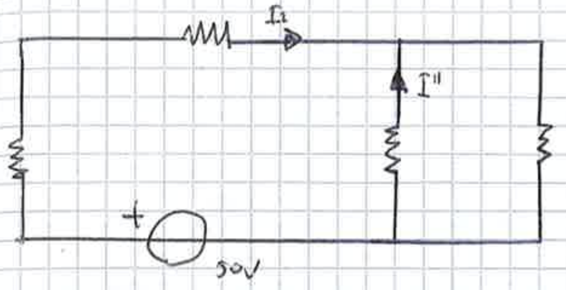
$$R = \frac{11 \cdot 20}{11+20} = 7{,}1\,\Omega$$

$$I_1 = \frac{50}{5+7{,}1} = 4{,}1\ A$$

$$I'' = \frac{-11}{11+20} \cdot 4{,}1 = -1{,}5\ A$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 148

Generatore di tensione



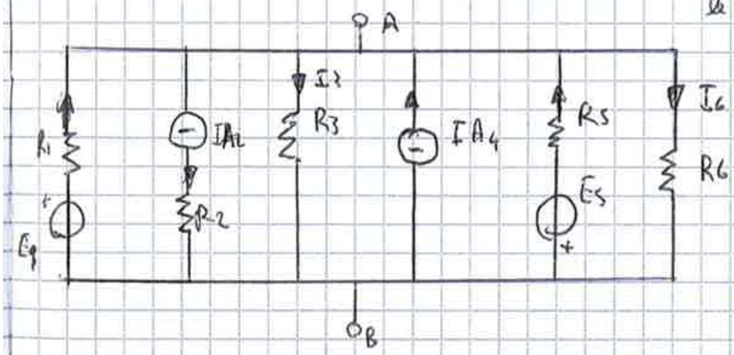
$$I_2 = \frac{50}{15+5+5} = \frac{50}{25} = 2A$$

$$I'' = -\frac{13,3}{13,848} \cdot 2 = -1,25\ A$$

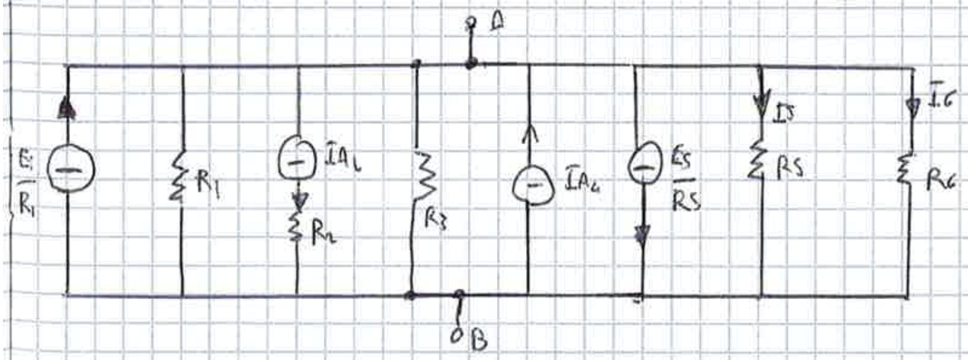
$$I = I' + I'' = -1,875 - 1,25 = -3,125\ A$$

Teorema di Millman

stabiliamo dei versi arbitrari per le correnti



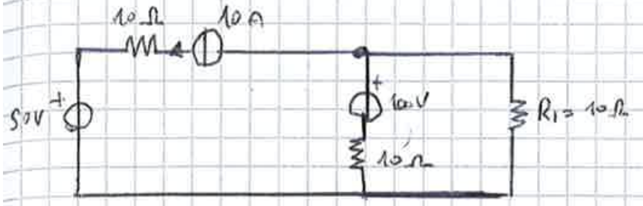
V_{AB} ?



$$\frac{E_1}{R_1} - I_1 - I_{A_2} - I_3 + I_{A_4} - \frac{E_5}{R_5} - I_5 - I_6 = 0$$

$$\frac{E_1}{R_1} - I_{A_2} + I_{A_4} - \frac{E_5}{R_5} = \underbrace{I_1 + I_3 + I_5 + I_6}$$

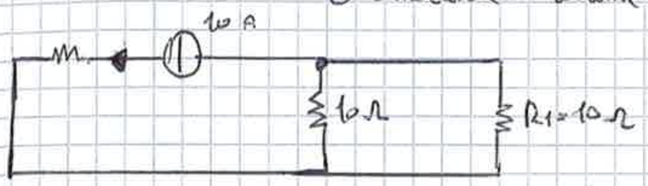
Tema d'esame 4/09/07, n° 1



$P_{R_1} = ?$

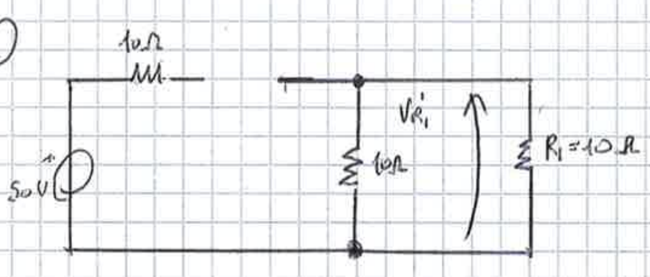
SOVRAPP.

① Generatore di corrente



$$V'_{R_1} = \frac{-10}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = -50\,V$$

②



$V''_{R_1} = 0$

③

$$V_{R_1} = -50 + 0 + 50 = 0$$

$$P_{diss} = \frac{V_{R_1}^2}{R_1} = 0$$

$$
\begin{cases}
I_1 - I_2 - I_4 = 0 \\
I_2 - I_3 = -10 \\
-I_1 + I_3 - I_5 = 0 \\
50I_1 + 10I_2 + 40I_3 = 200 \\
-10I_2 + 20I_4 - V_G = 0 \\
-40I_3 - 30I_5 + V_G = 0
\end{cases}
$$

$$
\begin{bmatrix}
1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
50 & 10 & 40 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -10 & 0 & 20 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -40 & 0 & -30 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ V_G
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\ -10 \\ 0 \\ 200 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

$I_1 = 2A$

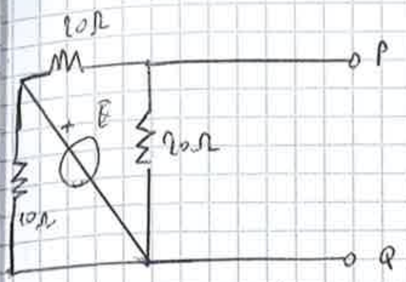
$I_2 = -6A$

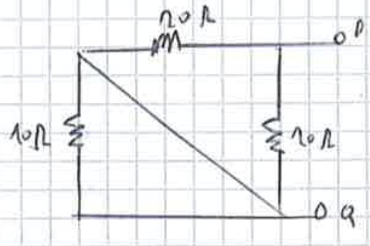
$I_3 = 4A$

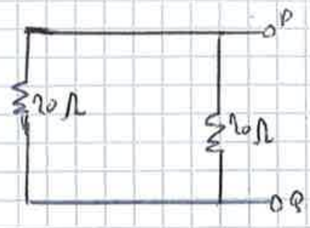
$I_4 = 8A$

$I_5 = 2A$

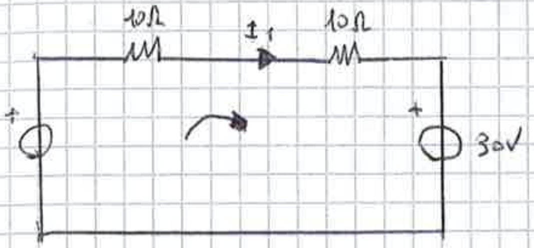
$V_G = 220V$







$$E''_{eq} = V_{PQ} = \frac{E}{2}$$



$$-\frac{E}{2} + 10 I_1 + 10 I_1 + 30 = 0$$

$$20 I_1 = \frac{E}{2} - 30$$

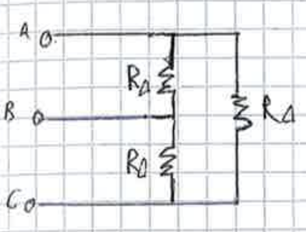
$$I_1 = 0 \Rightarrow \frac{E}{2} - 30 = 0$$

$$E = 60V$$

$\Delta \rightarrow \curlywedge$

$R_{AB}\ R_{AC}\ R_{BC} \qquad R_{AO}\ R_{BO}\ R_{CO}$

$$\begin{cases} R_{AO} = \dfrac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}} \\[2ex] R_{BO} = \dfrac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}} \\[2ex] R_{CO} = \dfrac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}} \end{cases}$$



Caso Resistenze tutte uguali:

$R_{AO} = \dfrac{R_\Delta^2}{3R_\Delta} = \dfrac{R_\Delta}{3}$

$R_{BO} = \dfrac{R_\Delta}{3}$

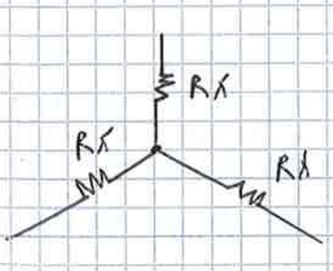
$R_{CO} = \dfrac{R_\Delta}{3}$

$\curlywedge \rightarrow \Delta$

$R_{AO}\ R_{BO}\ R_{CO} \qquad R_{AB}\ R_{AC}\ R_{BC}$

$$\begin{cases} R_{AB} = R_{AO} + R_{BO} + \dfrac{R_{AO} R_{BO}}{R_{CO}} \\[2ex] R_{AC} = R_{AO} + R_{CO} + \dfrac{R_{AO} R_{CO}}{R_{BO}} \\[2ex] R_{BC} = R_{BO} + R_{CO} + \dfrac{R_{BO} R_{CO}}{R_{AO}} \end{cases}$$

Caso resistori tutti uguali

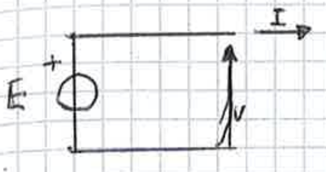


$R_{AB} = R_\lambda + R_\lambda + \dfrac{R_\lambda^2}{R_\lambda} = 3R_\lambda$

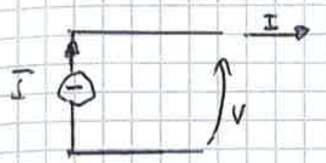
$R_{AC} = 3R_\lambda$

$R_{BC} = 3R_\lambda$

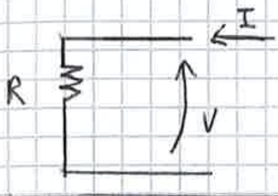
Potenze in regime stazionario



$P = E\,I$ generata

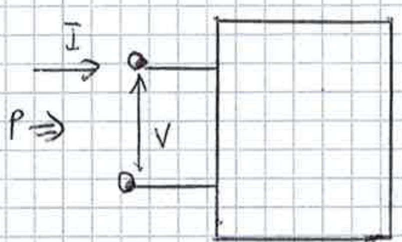


$P = VI$ generata



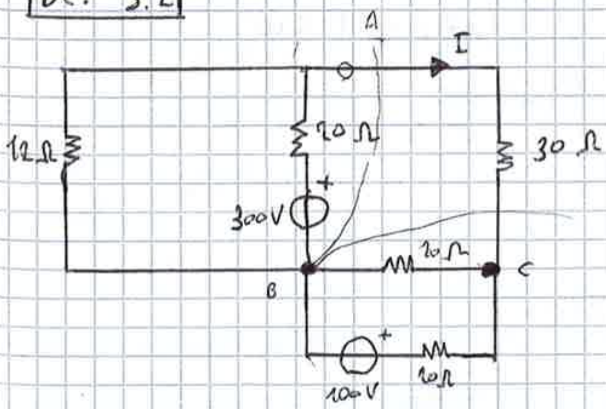
$P = VI = \frac{V^2}{R} = RI^2$ assorbita (dissipata)

$\sum P_g - \sum P_e = 0$ CIRCUITO ELETTRICO



$P = \sum P_e - \sum P_g$

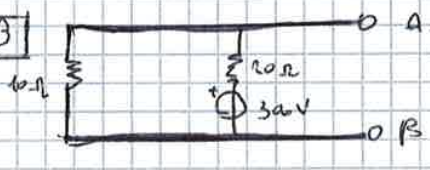
DC. 3.2



$P_{R30\Omega} = ?$

$P_{30\Omega} = 30 \cdot I^2 = \frac{V^2}{30}$

A-B



$R'_{eq} = \frac{20 \cdot 10}{20+10} = \frac{200}{30} = 6{,}67\ \Omega$

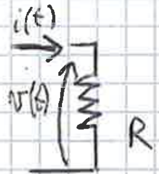
$E'_{eq} = \frac{10}{10+20} \cdot 300 = 100\ V$

Studio dei circuiti elettrici in regime "variabile"

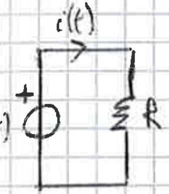
BIPOLI IDEALI

Generatore di tensione  $e(t)$

Generatore di corrente  $i_A(t)$

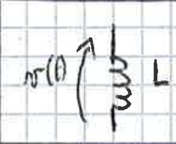
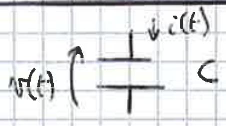
Resistore 

$v(t) = R \cdot i(t)$

$\Rightarrow$ 

$p(t) = e(t) \cdot i(t)$

$\Rightarrow p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = R\, i^2(t)$

	INDUTTORE	CONDENSATORE
		
RELAZIONE DIFFERENZIALE	$v(t) = L \frac{d\, i(t)}{dt}$ L: induttanza henry [H]	$i(t) = C \frac{d v(t)}{d(t)}$ C: capacità farad [F]
RELAZIONE INTEGRALE	$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(t)\,dt + I_0$ $I_0 = I(0)$	$v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt + V_0$ $V_0 = v(0)$
ENERGIA ACCUMULATA	$W = \frac{1}{2} L i^2$	$W = \frac{1}{2} C v^2$

REGIME VARIABILE $\Rightarrow$ REGIME PERIODICO $\Rightarrow$ REGIME ALTERNATO $\Rightarrow$ REGIME SINUSOIDALE

$a(t) = \underbrace{A_M}_{\text{ampiezza}} \sin(\overset{\text{pulsazione}}{\omega t} + \underbrace{\varphi}_{\text{sfasamento}})$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

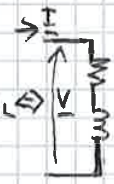
f: FREQUENZA [Hz] $\qquad f = 50\ Hz$

T: PERIODO [s] $\qquad T = 20\ ms$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 148

Bipolo generico ohmico - induttivo

$\underline{Z} = R + JX_L \Leftrightarrow$

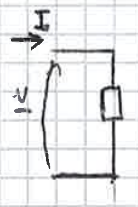


$X_L = \omega L$ = reattanza dell'induttore

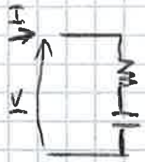
$X_C = 1/\omega C$ = reattanza del condensatore

$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = (R + JX_L)\,\underline{I} = R\underline{I} + JX_L\underline{I}$

Ohmico - capacitivo



$\underline{Z} = R - JX_C$



Ricorda: il condensatore ha il segno meno.

Ohmico - capacitivo - induttivo

$$\underline{Z} = R + (X_L - X_C)J$$

$\underline{Z} = Z e^{J\varphi_z}$

modulo Z dell'impedenza: $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

$\varphi_z = \operatorname{arctg}(X/R)$

Esercizi

AC 1.1

Calcolare modulo e angolo caratteristico

$\underline{Z_A} = 10 + J5 \qquad Z_A = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \qquad \varphi_A = \operatorname{arctg}\frac{5}{10} \cong 26{,}8°$

$Z_A \cong \sqrt{125}\, e^{26.8 J}$

$\underline{Z_C} = 4 - J3 \qquad Z_C = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \qquad \varphi_C = \operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right) \cong -36{,}9°$

$Z_C \cong 5 e^{-36{,}9 J}\ \Omega$

$Z_A = 10 \qquad \cos\varphi_A = 0{,}85$

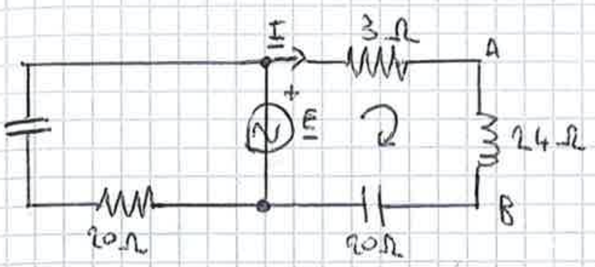
$Z_A = a + jb = Ae^{J\varphi} = A(\cos\varphi + J\operatorname{sen}\varphi) = A\cos\varphi + AJ\operatorname{sen}\varphi$

$R = 10 \cdot 0{,}85 = 8{,}5\ \Omega \qquad Z_A \operatorname{sen}\varphi = 10 \operatorname{sen}(\arccos 0{,}85) = 5{,}3\ \Omega$

$Z_A = 8{,}5 + 5{,}3J$ induttivo

$Z_B = 4\ \Omega \qquad \varphi_B = -20°$

$Z_B = 4[\cos(-20°) + J\operatorname{sen}(-20°)] = (3{,}76 - 1{,}37J)\ \Omega$



sull'asse reale

$\underline{E} = 100V$

$V_{AB} = ?$

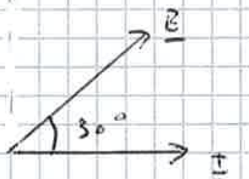
$$\underline{E} - 3\underline{I} - 24J\,\underline{I} + 20J\,\underline{I} = 0 \Rightarrow \underline{I} = \frac{100\,V}{(3+4J)\,\Omega}$$

$$\underline{I} = \frac{100}{3+4J}\cdot\frac{3-4J}{3-4J} = \frac{100(3-4J)}{9+16} = \frac{\overset{4}{\cancel{100}}}{\cancel{25}}(3-4J) = (12-16J)\,A$$

$$\underline{V_{AB}} = (12-16J)\,24J = (384+288J)\,V$$

Si poteva fare con il partitore di tensione in una serie:

$$V_{AB} = \frac{24J}{3+24J-20J}\cdot 100 = (384+288J)\,V$$

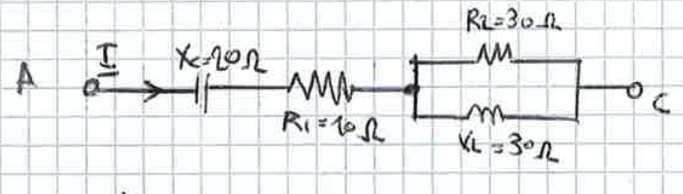


$\underline{I} = 4A$

$\underline{E} = E\,e^{J\varphi_E} \quad E = 20V \quad \varphi_E = 30°$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}} = \frac{E}{I}\,e^{J(\varphi_E - \varphi_I)} = \frac{20V}{4A}\,e^{J(30°-0°)} = 5e^{30J}$$

La tensione è in anticipo rispetto alla corrente; pertanto si tratta di un'impedenza ω-induttiva.



$I = 5A$ (valore efficace)

$\underline{V_{AC}} = ?$

$\underline{V_{BC}} = ?$

$$\underline{V_{AC}} = \underline{V_{AB}} + \underline{V_{BC}}$$

$$V_{AB} = \underline{Z}\cdot\underline{I} = (R_1 - JX_C)\,\underline{I} = (10-20J)5 = (50-100J)\,V$$

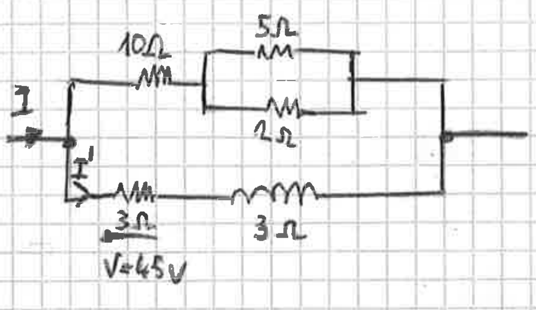
$$V_{BC} = \underline{Z_p}\cdot\underline{I} \qquad Z_p = \frac{R_2(JX_L)}{R_2+JX_L} = \frac{30\cdot J30}{30+J30} = \frac{30J}{1+J}\cdot\frac{1-J}{1-J} = \frac{30J+30}{1+1}$$

$$= 15+15J \Rightarrow V_{BC} = (15+15J)\cdot 5 = (75+75J)\,V$$

$$R_2 = \frac{80\,V}{11{,}36\,A}$$

$$\Rightarrow R_2 = 7{,}04\,\Omega$$

AC 2.7



I ?

$V = RI$

$I' = \frac{45}{3} = 15A$

Regola del partitore di corrente (caso particolare N = 2 resistori)

$$\boxed{\underline{I'} = \underline{I} \frac{10 + 5 \parallel 2}{(10 + 5 \parallel 2)(3 + J3)}} = \underline{I} \frac{11{,}43}{14{,}43 + J3}$$

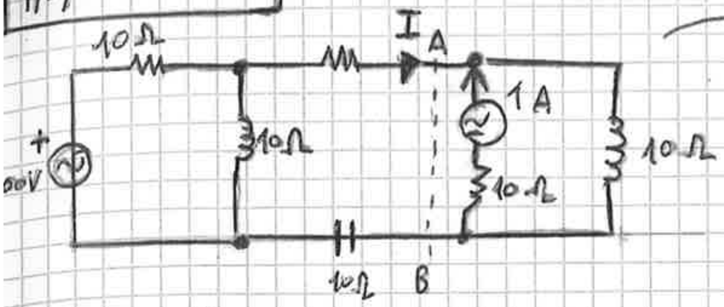
$$5 \parallel 2 = \frac{5 \cdot 2}{7} = 1{,}43\ \Omega$$

$$\underline{I} = \underline{I'} \frac{14{,}43 + J3}{11{,}43}$$

$$I = I' \frac{|14{,}43 + J3|}{11{,}43} = 15 \cdot \frac{\overset{\sqrt{14{,}43^2 + 3^2}}{\overset{\parallel}{14{,}74}}}{11{,}43} = \boxed{19{,}4\ A}$$

9/7/2012 n. 2

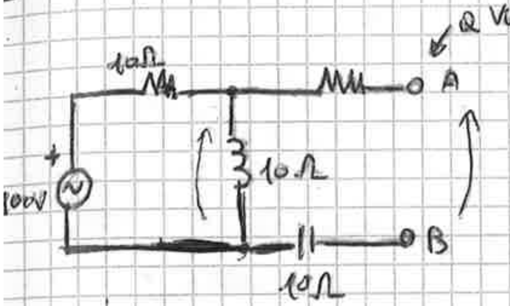
Tema d'esame



Quando abbiamo solo un generatore non conviene risolvere tutto il circuito ma applico Thévenin

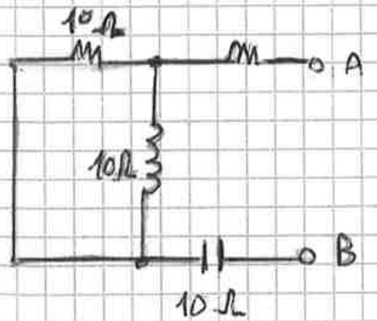
$\underline{E} = 100\,V$ $\quad \underline{I}_s = 1\,A$

a) CIRCUITO EQUIVALENTE A SINISTRA di A-B



$$\rightarrow \underline{E}'_{eq} = \frac{J \cdot 10}{10 + J \cdot 10} \cdot 100 = 100 \frac{J}{1+J} = 100 \frac{J(1-J)}{1+1} =$$

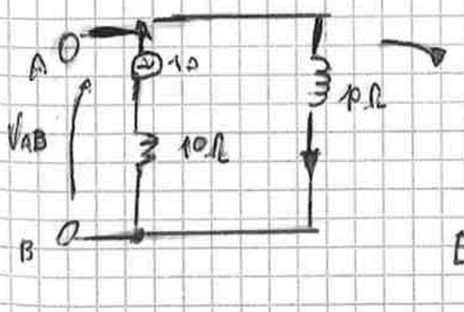
$$= 50\,(1+J) = 50 + J \cdot 50\ V$$



$$\underline{Z}_{eq} = \left[10 \,//\, (J\,10)\right] + 10 - J\,10 =$$

$$= 15 - J\,5\ \Omega$$

b) CIRCUITO EQUIVALENTE A DESTRA DI A-B



TENS. EQ

$$V_{AB} = J \cdot 10 \cdot 1 = J \cdot 10\ V$$

$$\underline{E}'_{eq} = J \cdot 10\ V$$

aperto = resistenza ∞

IMP. EQ

$$\underline{Z}_{eq} = J \cdot 10\ \Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 148

Ammettenza di un bipolo

resistenza ↑ reattanza

$$\underline{Z} = R + jX \qquad \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2}$$

$\frac{R}{R^2+X^2} \rightarrow G \rightarrow$ conduttanza

$\frac{X}{R^2+X^2} \rightarrow B \rightarrow$ suscettanza

OHMICO - INDUTTIVO	$X > 0$	$B < 0$
OHMICO - CAPACITIVO	$X < 0$	$B > 0$

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}$$

$$Y = \frac{1}{Z} \qquad \varphi_Y = -\varphi$$

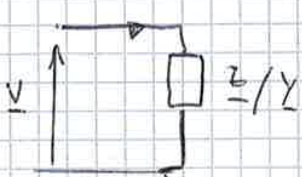
$Z \Rightarrow$ ohm Ω

$Y \Rightarrow$ siemens S

LEGGE DI OHM GENERALIZZATA

$$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

fasori



$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{V}$$

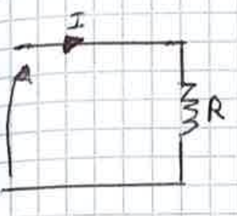
$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{Y} = G - jB$$

$\boxed{\text{POTENZA REATTIVA} = VI \sin\varphi}$

VAR VOLT AMPERE REATTIVO

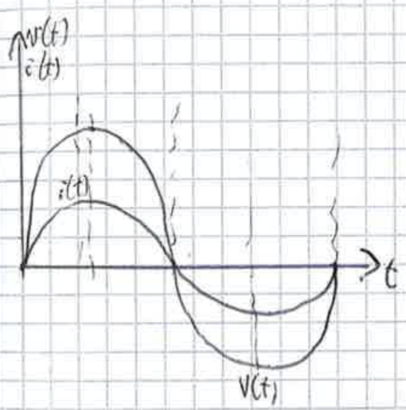
BIPOLO PURAMENTE RESISTIVO

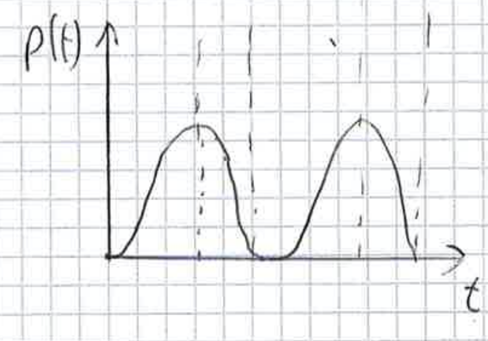


$\underline{V} = R\underline{I}$

$i(t) = \sqrt{2}\, I \sin \omega t$ $\boxed{\varphi = 0}$

$v(t) = \sqrt{2}\, V \sin \omega t$





$p(t) = v(t) \cdot i(t)$

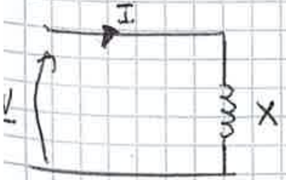
la potenza istantanea è sempre ≥ 0

$\Rightarrow p(t) \geq 0$

$\Rightarrow$ valor medio di $p(t) = VI$ = potenza attiva

$\Rightarrow$ potenza reattiva $Q = \phi$

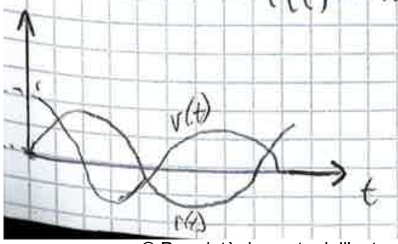
BIPOLO PURAMENTE INDUTTIVO



$\underline{V} = jX\underline{I}$

$v(t) = \sqrt{2}\, V \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$i(t) = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t)$



valor medio nullo

$\cos\varphi = \cos(\varphi_V - \varphi_I) =$ fattore di potenza

$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$

$\underline{S} = VI e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$

$= (V e^{j\varphi_V})(I e^{-j\varphi_I})$

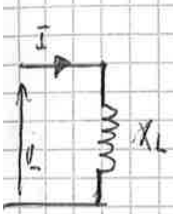
$= \underline{V} \cdot \underline{I}^*$

POTENZE → BIPOLI ELEMENTARI

RESISTORE

$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$ $\quad \varphi = 0 \quad \boxed{V = RI}$

$Q = \emptyset$



INDUTTORE

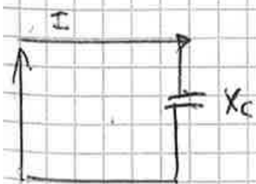
$P = 0 \quad \varphi = \pi/2$

$Q = VI \quad \underline{V} = jX_L \underline{I}$

$= X_L I^2 \quad V = X_L I$

$= \frac{V^2}{X_L}$

CONDENSATORE



$\underline{V} = -jX_C \underline{I}$

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

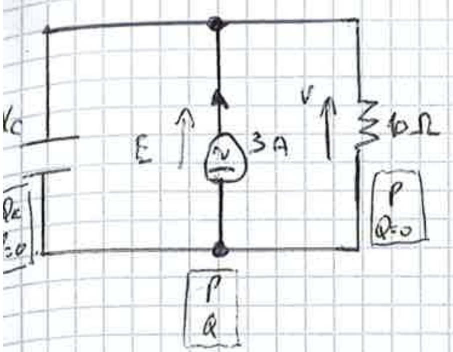
$P = VI\cos\varphi = \emptyset$

$Q = VI\sin\varphi = -VI$

$= -X_C I^2 = -\frac{V^2}{X_C}$

$\Downarrow$

POTENZA REATTIVA NEGATIVO



$P_{gen.} = 50W$

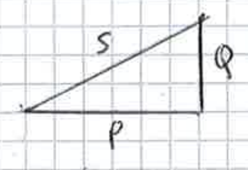
$Q_{gen} = ?$

$X_C = ?$

$P_{gen} = P_R$ $\qquad P_R = VI = \frac{V^2}{R} = RI^2$

$P_R = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = P_R R \Rightarrow V = \sqrt{P_R \cdot R} = \sqrt{50 \cdot 10} = \sqrt{500} = 22,4\ V$

$V = E$



$S = EI = 22,4 \cdot 3 = 67\ VA$

$S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{67^2 - 50^2} = 44,6\ VAR$

$Q_C = 44,6\ VAR$

$E = 22,4V \Rightarrow Q_C = \left| \frac{V^2}{X_C} \right|$

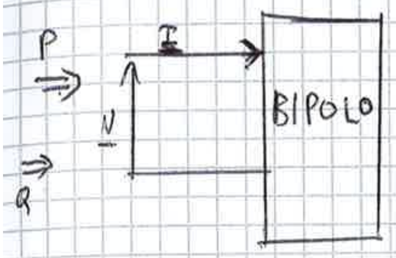
$$\boxed{X_C = \frac{V^2}{|Q_C|} = \frac{22,4^2}{44,6} = 11,25\ \Omega}$$

Teorema di Boucherot

Qualunque sia il circuito elettrico

$\Downarrow$

$$\boxed{\sum_i P_i = 0 \quad , \quad \sum_i Q_i = 0}$$



P : potenza attiva "entrante"

Q : potenza reattiva "entrante"

$$\boxed{P = \sum_i P_i}$$

$P_i > 0$, se assorbita

$P_i < 0$, se generata

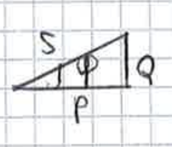
$$Q = \sum_i Q_i$$

$Q_i > 0 \Rightarrow$ induttiva

$Q_i < 0 \Rightarrow$ capacitiva

Metodo delle potenze

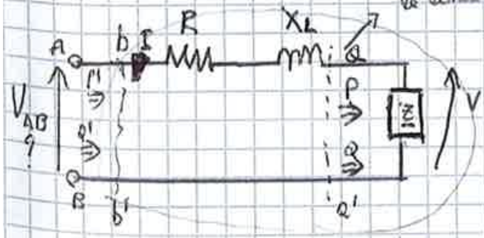
$P \; Q \Rightarrow$ bilanci



$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\nearrow V \Rightarrow I = \frac{S}{V}$

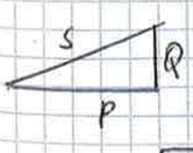
$\searrow I \Rightarrow V = \frac{S}{I}$

la linea tratteggiata indica una sezione del circuito



NOTI
V
P
Q

① $a\,a'$



corrente assorbita dall'impedenza Z

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Rightarrow I = \frac{S}{V}$

$S = VI$

circuito in serie $\Rightarrow$ I è la stessa che percorre R e X_L

$$-\underline{E}_g + 10\,\underline{I}_z - j\,20\,\underline{I}_z + \underline{V}_z = 0$$

$$\underline{V}_z = \underline{E}_g - 10\,\underline{I}_z + j\,20\,\underline{I}_z = 113 + j\,105\ V$$

complesso coniugato

$$\underline{S}_z = \underline{V}_z \cdot \underline{I}_z^* = (113 + j\,105)\cdot(2{,}44 - j\,0{,}624)^*$$

$$= (113 + j\,105)(2{,}44 + j\,0{,}624) =$$

$$= \underset{P_z}{210} + j\,\underset{Q_z}{327}$$

Stesso esercizio con il metodo delle potenze:

potenza apparente

$$S_g = \sqrt{P_g^2 + Q_g^2} = \sqrt{500^2 + 200^2} =$$

$$E_g = \frac{S_g}{I_g} = 134{,}6\ V$$

$\boxed{P_{generata} = P_{assorbita}}$

$P_{generata} = P_{assorbita}$ perché per il teorema di Boucherot $\Sigma P_i = 0$ e $\Sigma Q_i = 0$ per ogni circuito

$Q_{gen} = Q_{assorbita}$

$$P_g = P_{80\Omega} + P'$$

$$Q_g = \cancel{Q_{80\Omega}} + Q'$$

$V_{80\Omega} = E_g$ perché in parallelo

$$P_{80\Omega} = \frac{|E_g|^2}{R} = \frac{134{,}6^2}{80} =$$

$$\begin{cases} P' = 500 - \dfrac{134{,}6^2}{80} = 273{,}5\ W \\ Q' = 200\ VAR \end{cases}$$

$$I_z = \frac{\sqrt{(P')^2 + (Q')^2}}{E_g} = \frac{\sqrt{(273{,}5)^2 + (200)^2}}{134{,}6} = 2{,}52\ A$$

$$P' = P_{10\Omega} + P_z \qquad P_{10\Omega} = 10 \cdot 2{,}52^2$$

$$Q' = Q_{20\Omega} + Q_z \qquad Q_{20\Omega} = -20 \cdot 2{,}52^2$$

ricordo segno meno

$$P_z = P' - P_{10\Omega} = 273{,}5 - 10 \cdot 2{,}52^2$$

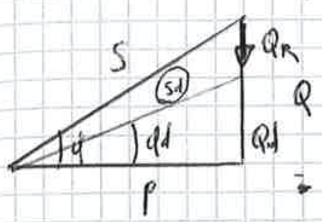
$$Q_z = Q' - Q_{20\Omega} = 200 - (-20 \cdot 2{,}52^2) = 200 + 20 \cdot 2{,}52^2 = 327\ VAR$$

DATI P, Q

$Q_d = Q_R + Q$

$\frac{Q}{P} = tg\varphi \qquad \frac{Q_d}{P} = tg\varphi_d$

$Q_R = Q_d - Q = P\,tg\varphi_d - P\,tg\varphi = P(tg\varphi_d - tg\varphi)$



$Q_R = \frac{V^2}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{V^2}{Q_R}$

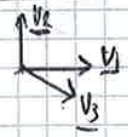
$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \boxed{\frac{Q_R}{\omega V^2}}$

SISTEMI TRIFASE

Sistema costituito da tre circuiti elettrici, alimentati con 3 f.e.m. SINUSOIDALI ISOFREQUENZIALI tra cui esiste una DIFFERENZA DI FASE PRECISA E VOLUTA

TERNA DI FASORI $\underline{V}_1 \; \underline{V}_2 \; \underline{V}_3$

- SPURIA



$\Rightarrow$ la loro somma è diversa da zero

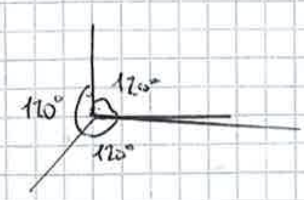
- PURA

$\Rightarrow$ la loro somma è pari a zero.

SIMMETRICA

1) stesso valore efficace

2) sfasamento di 120°



$\underline{V}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 = \ldots\ldots = \sqrt{3}\, E\, e^{j150°}$

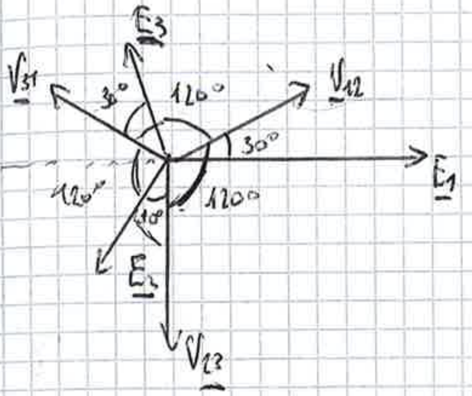
$\underline{E}_1 = E$

$\underline{E}_2 = E e^{-j120°}$

$\underline{E}_3 = E e^{-j120°}$

$$\begin{cases} \underline{V}_{12} = \sqrt{3}\, E\, e^{j30°} \\ \underline{V}_{23} = \sqrt{3}\, E\, e^{-j90°} \\ \underline{V}_{31} = \sqrt{3}\, E\, e^{j150°} \end{cases}$$

$$\boxed{V = \sqrt{3}\, E}$$



$\underline{V}_{12}$ $\underline{V}_{23}$ $\underline{V}_{31}$ ⇒ FASORI DELLE TENSIONI CONCATENATE

⇓

SIMMETRICA DIRETTA

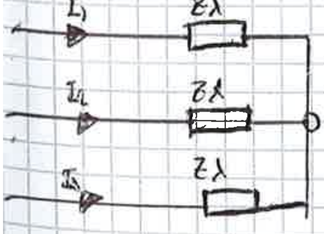
$\sqrt{3}\, E$

sfasata in anticipo di 30° rispetto alla terna delle tensioni di fase

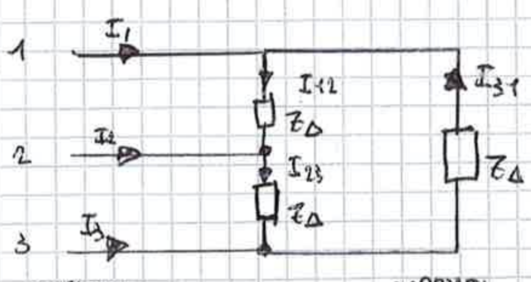
---

IMPEDENZE UGUALI

CARICO "A STELLA"



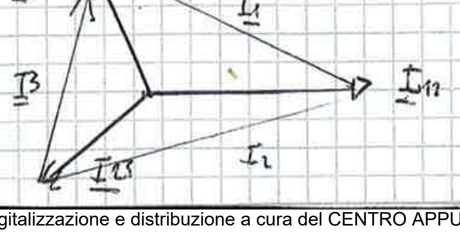
CARICO "A TRIANGOLO"



CORRENTI DI LINEA

CORRENTI DI LATO

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} \end{cases}$$



$\underline{I}_{12}$ $\underline{I}_{23}$ $\underline{I}_{31}$ (correnti di lato)

T.S.D. (terna simmetrica diretta)

⇒ $\underline{I}_1$ $\underline{I}_2$ $\underline{I}_3$ (correnti di linea)

T.S.D.

$$\underset{\downarrow \atop 80{,}75}{V} = Z \cdot \overset{\nearrow 3{,}72\,A}{I} = \sqrt{20^2 + X_1^2}\; I \Rightarrow X_1 = 21{,}9\ \Omega$$

$P_2 = 0$

$109{,}5 = Q_1 + Q_2$ / $109{,}5 - Q_1 - Q_2 = 0$

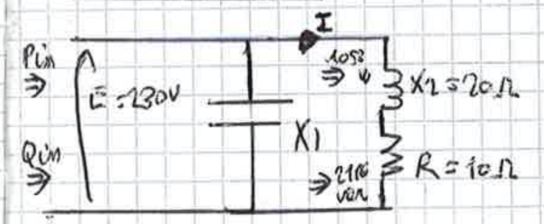
$\underset{X_1}{\downarrow}\ \underset{X_2}{\downarrow}$

$$Q_1 = -X_1 I^2 = -21{,}9 \cdot 3{,}72^2 = -162 \text{ var}$$

$$Q_2 = 109{,}5 - Q_1 = 109{,}5 - (-162) = (109{,}5 + 162)$$

$$Q_2 = \frac{V^2}{X_2} \Rightarrow X_2 = \frac{V^2}{Q_2} = \frac{80{,}75^2}{(109{,}5 + 162)} = 24\ \Omega$$

AC 3.6



$\boxed{f = 50\,Hz}$

$Q_{in} = \frac{P_{in}}{2}$ (leggi traccia) induttive

$\boxed{Q_{tot} = Q_R + Q}$

$Q_{in} = Q_{X_1} + Q_{X_2}$

P_R Q_{X_2}

$$I = \frac{230}{\sqrt{10^2 + 20^2}} = 10{,}3\ A$$

$P_R = P_{in}$ perché tutta la potenza viene assorbita dalla R essendo l'unico resistore

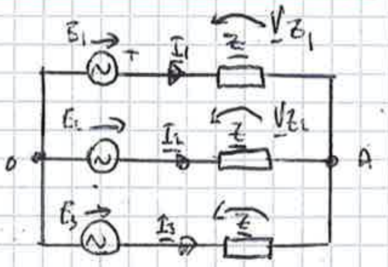
$P_R = 10 \cdot 10{,}3^2 = 1058\ W$ $\qquad P_{in} = 1058\ W$

$Q_{X_2} = 20 \cdot 10{,}3^2 = 2116$ var $\qquad Q_{in} = \frac{1058}{2} = 529$ var

$$Q_{X_1} = Q_{in} - Q_{X_2} = 529 - 2116 = -1587 \text{ var}$$

$$C = \frac{Q_{X_1}}{\omega V_E^2} = \frac{1587}{2\pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 95{,}5\ \mu F$$

Sistema trifase simmetrico



carico collegato a stella

$\boxed{\text{SIMMETRICO}}$ ↓

$\underline{E}_1 \quad \underline{E}_2 \quad \underline{E}_3$

terna simmetrica diretta

$\boxed{\text{EQUILIBRATO}}$ ↓

carichi equilibrati

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$

TEOREMA DI MILLMAN

$$\underline{V}_{AO} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}} + \frac{1}{\underline{Z}} + \frac{1}{\underline{Z}}} = \frac{\frac{1}{\underline{Z}}\left(\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3\right)}{\frac{3}{\underline{Z}}} = \phi$$

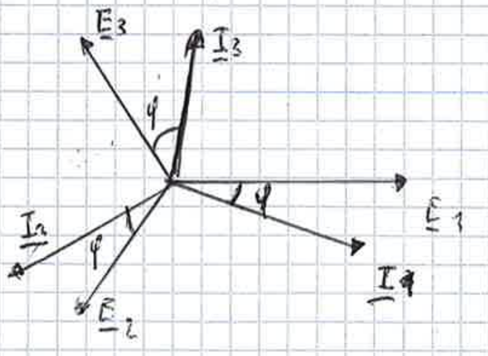
ϕ

$$\underline{V}_{Z_1} = \underline{E}_1 - \cancel{\underline{V}_{AO}} = \underline{E}_1$$
$$\underline{V}_{Z_2} = \underline{E}_2 - \cancel{\underline{V}_{AO}} = \underline{E}_2$$
$$\underline{V}_{Z_3} = \underline{E}_3 - \cancel{\underline{V}_{AO}} = \underline{E}_3$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}} \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}} \\ \underline{I}_3 &= \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}} \end{aligned}}$$

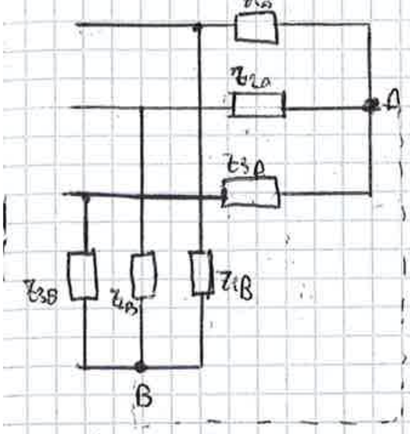
valido nell'ipotesi sistema simmetrico ed equilibrato



$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

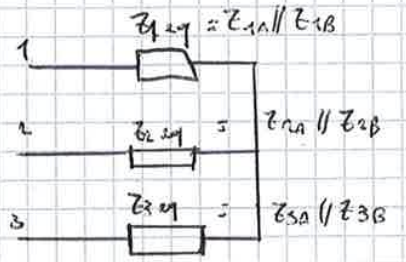
CARICHI IN PARALLELO ⇒ CALCOLO DELL'EQUIV.

- CARICHI A STELLA

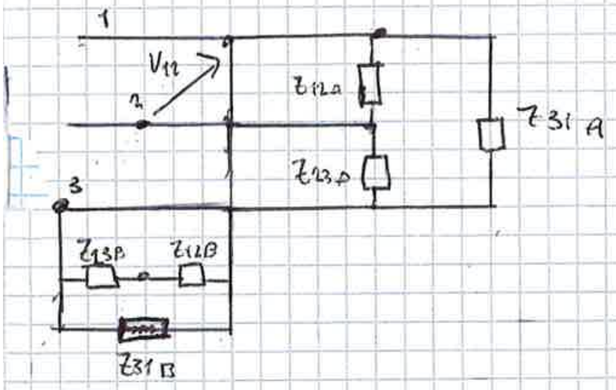


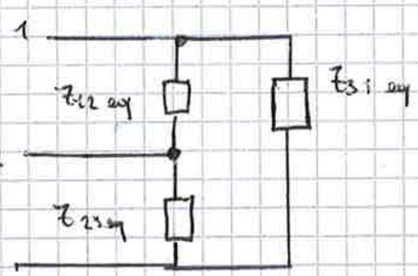
$\boxed{V_A = V_B}$ ← condizione per verificare il parallelo fra i due carichi

⇒



- CARICHI A TRIANGOLO

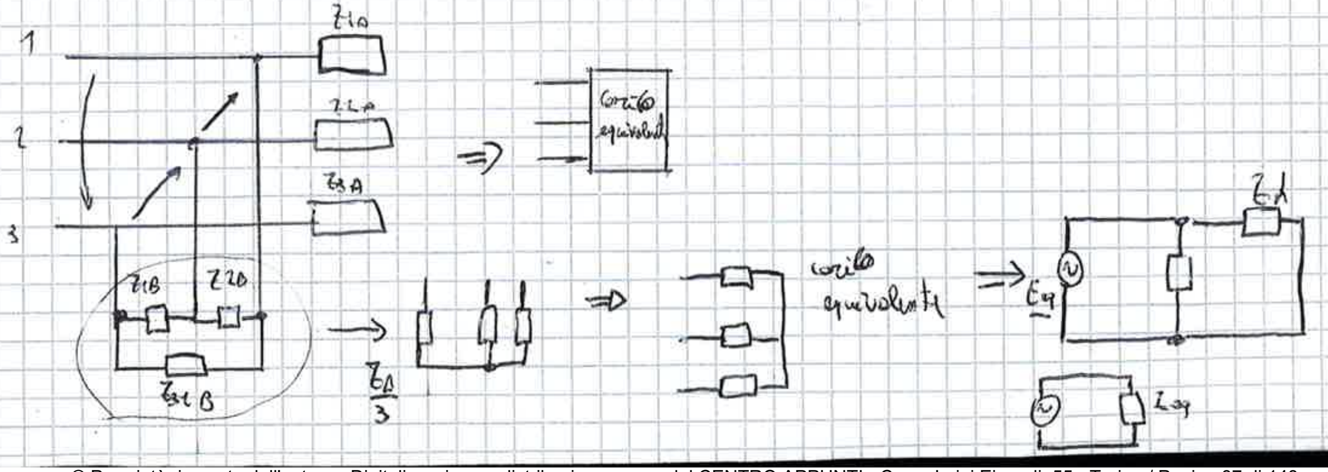


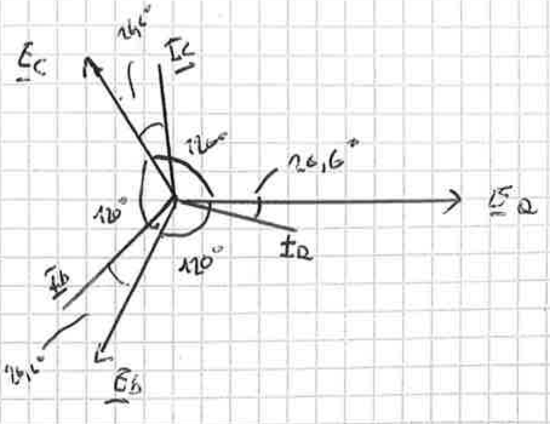


$$Z_{12eq} = Z_{12A} // Z_{12B}$$

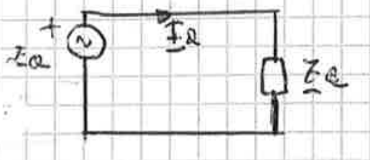
$$Z_{23eq} = Z_{23A} // Z_{23B}$$

$$Z_{31eq} = Z_{31A} // Z_{31B}$$





CIRCUITO MONOFASE
EQUIVALENTE



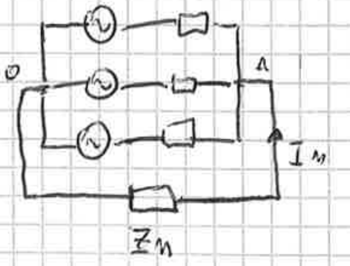
$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_a} = 8{,}94\, e^{-j26{,}6°}\ A$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_a\, e^{-j(26{,}6° + 120°)} = 8{,}94\, e^{-j146{,}6°}\ A$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_a\, e^{j(120 - 26{,}6°)} = 8{,}94\, e^{j93{,}4°}\ A$$

② T chiuso

Anche con il tasto chiuso $V_{A0} = 0$, perché è verificata la condizione di simmetria



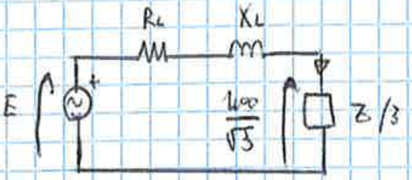
$$V_{A0} = 0 \Rightarrow I_N = 0$$

b) I_c ?

$I_c = \frac{V_c}{Z} = \frac{347,1}{|2+j5|} = 64,6\ A$

oppure : $\frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{111,9}{\sqrt{3}} = 64,6\ A$ ($I_{linea} = \sqrt{3}\ I_{lato}$)

c) $V_C = 400\ V$



$E_C = \frac{400}{\sqrt{3}}\ V$

$E = ?$

$I = \frac{400/\sqrt{3}}{|2+j5|/3} = 128,6\ A$

$\underline{E} = \left(R_L + jX_L + \frac{\underline{Z}}{3}\right) \cdot \underline{I}$ → ricordati ci serve sapere il modulo!

$E = \left|R_L + jX_L + \frac{\underline{Z}}{3}\right| \cdot I$

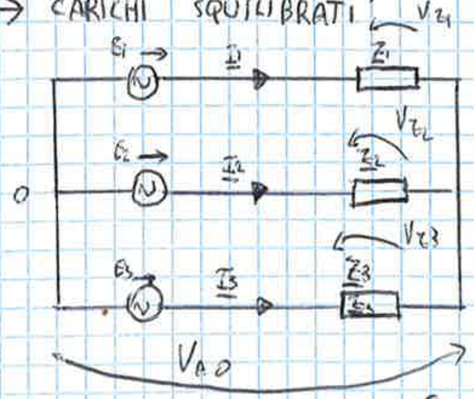
$= \left|0,4 + j\,0,1 + \frac{2+j5}{3}\right| \cdot 128,6 = 265,5\ V$

$V = \sqrt{3}\ E = \sqrt{3}\ 265,5 = 459,9\ V = 460\ V$

Sistema trifase "squilibrato"

→ ALIMENTAZIONE SIMMETRICA

→ CARICHI "SQUILIBRATI"



$\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$

$$\underline{V}_{AO} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} \neq 0$$

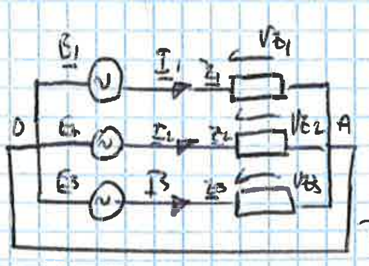
$V_{Z_1}, V_{Z_2}, V_{Z_3}$

⇓

dipendono da Z_1, Z_2, Z_3

$$\begin{cases} \underline{V}_{Z_1} = \underline{E}_1 - \underline{V}_{AO} \\ \underline{V}_{Z_2} = \underline{E}_2 - \underline{V}_{AO} \\ \underline{V}_{Z_3} = \underline{E}_3 - \underline{V}_{AO} \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_{Z_1}}{\underline{Z}_1} \\ \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_{Z_2}}{\underline{Z}_2} \end{cases} \qquad I_3 = \frac{\underline{V}_{Z_3}}{\underline{Z}_3}$$

SISTEMA TRIFASE A 4 FILI



$\underline{V}_{AO} \neq 0$, $\underline{V}_{Z_1} \neq \underline{V}_{E_1}$ senza conduttore

conduttore di neutro

$\boxed{\underline{V}_{AO} = 0}$ 4° conduttore neutro

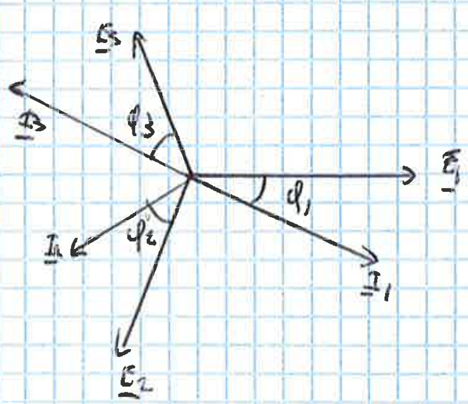
$$\begin{cases} \underline{V}_{Z_1} = \underline{E}_1 \\ \underline{V}_{Z_2} = \underline{E}_2 \\ \underline{V}_{Z_3} = \underline{E}_3 \end{cases}$$

$\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{V}_{Z_1}}{\underline{Z}_1}$ $\quad \underline{I}_3 = \dfrac{\underline{V}_{Z_3}}{\underline{Z}_3}$

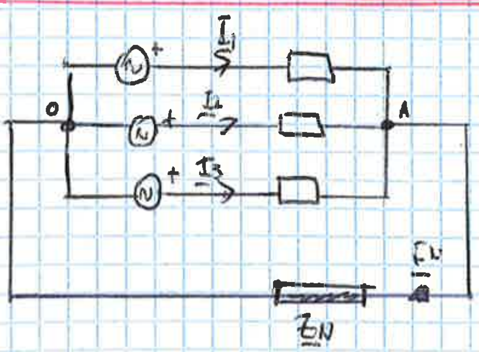
$\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{V}_{Z_2}}{\underline{Z}_2}$

$$\boxed{\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3}$$

CORRENTE DI NEUTRO



sistema trifase a 4 fili con conduttore di neutro "reale"



$\underline{I}_N \neq 0$

Teorema di Millman

$$\underline{V}_{AO} = \frac{\dfrac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \dfrac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{1}{\underline{Z}_2} + \dfrac{1}{\underline{Z}_3} + \dfrac{1}{\underline{Z}_N}} \neq 0$$

⇒ tensioni sul carico "dissimmetriche"

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 148

Potenze

$\begin{cases} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{cases}$ valori efficaci delle tensioni di fase

$\begin{cases} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{cases}$ valori efficaci delle correnti

$\begin{cases} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{cases}$ angoli di sfasamento tra tensioni di fase e correnti

potenza attiva [W]

$$P = E_1 I_1 \cos\varphi_1 + E_2 I_2 \cos\varphi_2 + E_3 I_3 \cos\varphi_3$$

potenza reattiva [var]

$$Q = E_1 I_1 \sin\varphi_1 + E_2 I_2 \sin\varphi_2 + E_3 I_3 \sin\varphi_3$$

potenza complessa

$$\underline{S} = \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{E}_3 \cdot \underline{I}_3^*$$

Sistema simmetrico ed equilibrato

$E_1 = E_2 = E_3 = E$

$I_1 = I_2 = I_3 = I$

$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

POTENZA ATTIVA $P = 3EI\cos\varphi$

POTENZA REATTIVA $Q = 3EI\sin\varphi$

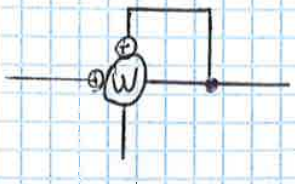
POTENZA COMPLESSA $\underline{S} = P + jQ = 3EI\cos\varphi + j\,3EI\sin\varphi$

$$E = \frac{V}{\sqrt{3}} \Rightarrow P = 3\frac{V}{\sqrt{3}} I\cos\varphi = \sqrt{3}\,VI\cos\varphi$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \sqrt{3}\,VI\cos\varphi} \qquad \boxed{Q = \sqrt{3}\,VI\sin\varphi}$$

TENSIONE CONCATENATA

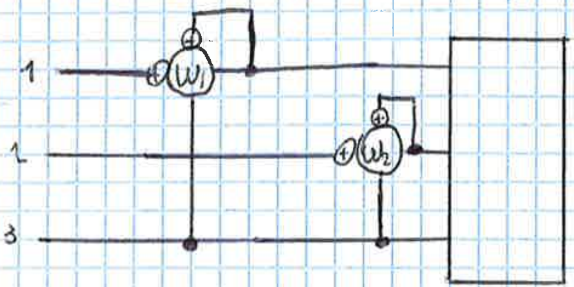
MISURA della POTENZA



$$\underline{S} = \underline{V}_{13}\,\underline{I}_1^* + \underline{V}_{23}\,\underline{I}_2^* \Rightarrow P = Re\{\underline{S}\} =$$

$$= Re\{\underline{V}_{13}\,\underline{I}_1^* + \underline{V}_{23}\,\underline{I}_2^*\} =$$

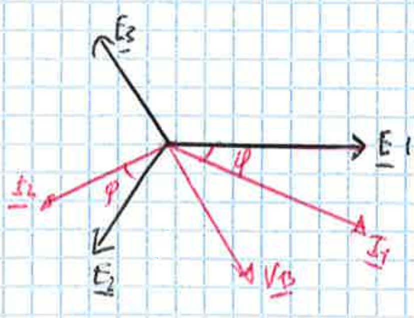
$$= \underbrace{V_{13}\,I_1 \cos(\varphi_{V_{13}} - \varphi_{I_1})}_{P_{W_1}} + \underbrace{V_{23}\,I_2 \cos(\varphi_{V_{23}} - \varphi_{I_2})}_{P_{W_2}}$$

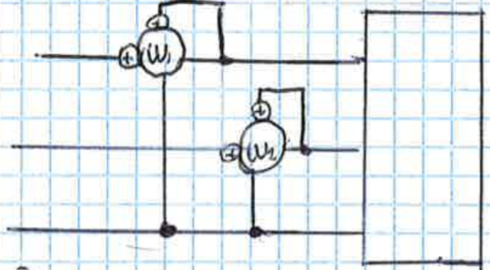


INSERZIONE ARON

$$P = P_{W_1} + P_{W_2}$$

Inserzione aron in un sistema simmetrico ed equilibrato





$$P = P_{W_1} + P_{W_2} = \overset{\bar{E}_1 - \bar{E}_3}{V_{13}}\,I_1 \cos(\varphi_{V_{13}} - \varphi_{I_1}) + V_{23}\,I_2 \cos(\varphi_{V_{23}} - \varphi_{I_2})$$

$$= VI\cos(30° - \varphi) + VI\cos(30° + \varphi) =$$

$$= VI\left[\cos 30° \cos\varphi + \sin 30° \sin\varphi + \cos 30° \cos\varphi - \sin 30° \sin\varphi\right]$$

$$= 2VI \underset{}{\overset{\sqrt{3}/2}{\cos 30°}} \cos\varphi = \sqrt{3}\,VI\cos\varphi = P$$

$$P_{W_1} - P_{W_2} = 2VI\sin 30° \sin\varphi = VI\sin\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}\,(P_{W_1} - P_{W_2})}$$