



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1927A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Tosto Francesco

MATERIA: Introduzione alla meccanica del volo - Prof. Guglieri,
Gili

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Introduzione alla Meccanica del Volo

Appunti delle lezioni



Docenti
Piero Gili - Giorgio Guglieri

Studente
Francesco Tosto

a.a. 2014-2015

vale la legge dei gas perfetti.

Se aggiungiamo all'aria secca il vapore d'acqua si ha un abbassamento del peso molecolare dell'aria in quanto

$$M_{\text{acqua vapore}} = 18 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

Quindi:

$$M_{\text{aria}} = M_{\text{aria secca}} \cdot \% \text{ peso} + M_{\text{acqua vapore}} \cdot \% \text{ peso}$$

Generalmente la % in peso dell'acqua è bassa, motivo per cui si può porre

$$M_{\text{aria}} \approx M_{\text{aria secca}} = 29 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

• ATMOSFERA IN QUIETE: nel caso reale sono presenti anche raffi che e turbolenze; questi fattori vanno tenuti in conto quando calcoliamo le prestazioni di un velivolo.

Consideriamo l'aria come un GAS PERFETTO per il quale valgono le seguenti leggi:

- LEGGE DI BOYLE-MARIOTTE:

$$T = \text{cost} \Leftrightarrow p \cdot V = \text{cost}$$

- EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI:

$$pV = nRT$$

- LEGGE DI VOLTA-GAY LUSSAC che regola la dilatazione termica

$$V(T) = V_0 (1 + \alpha (T - T_0))$$

$V = \text{volume} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{mol}} \right)$
 per $T_0 = \text{condizioni di riferimento}$

- LEGGE DI AVOGADRO: volumi uguali di gas nelle stesse condizioni di p e T contengono lo stesso numero di molecole.

In pratica in condizioni di riferimento STANDARD ($p_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 0^\circ = 273,15 \text{ K}$) una mole di gas occupa

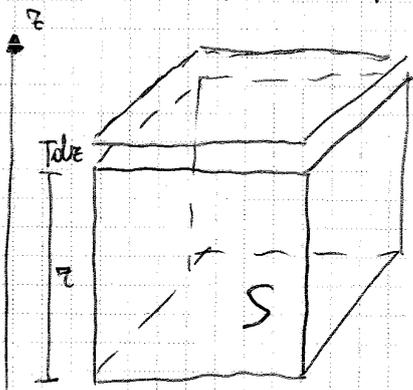
$$V_{\text{mol}} = 22,415 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

Quindi (ricordiamo $V_{\text{mol}} = \frac{V}{n} = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$)

QUOTE VERE: esse indicano l'altezza del nostro velivolo in base ad un dato riferimento. tali quote sono quelle misurate con un altimetro ideale (tipo laser). questo dispositivo è presente edamente in velivoli prestanti per calcolare l'effettiva altezza dal suolo durante le fasi di decollo e atterraggio.

Per identificare le quote vere è necessario rilevare durante l'ascensione (con una frequenza di rilevamento ridotta) pressione e temperatura; in tal modo possiamo ricavare la quota vera mediante la RELAZIONE DI LAPLACE.

Il punto di partenza per la nostra analisi è la LEGGE DI STEVINO: consideriamo un ~~un~~ volume elementare dV ad una data quota z



Il peso dell'elementino è:
 $\gamma dz S$

La legge di Stevino ci dice che si ha una riduzione di pressione con la quota pari a:

$$\boxed{dp = -\gamma dz}$$

Effettuando varie rilevazioni di T e p ed introducendo l'equazione di stato dei gas perfetti si ha:

$$dz = -\frac{dp}{\gamma} = -\frac{R}{\sigma_0} T \frac{dp}{p}$$

Mediando la T tra due rilevazioni contigue:

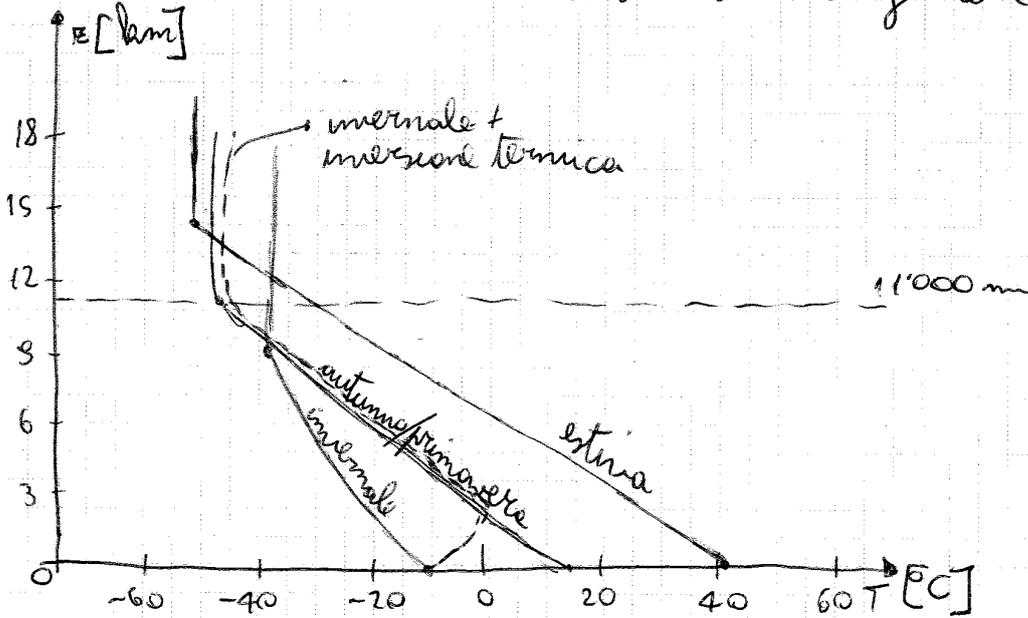
$$T_m = \frac{T_n + T_{n+1}}{2}, \text{ con } n = 0, 1, \dots, n$$

si ottiene:

$$\int_1^2 dz = -\frac{R}{\sigma_0} T_m \int_1^2 \frac{dp}{p} \quad \text{ovvero}$$

$$z_2 - z_1 = \Delta z = -\frac{R}{\sigma_0} T_m \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \Leftrightarrow$$

Se invece di mediare nell'anno medesimo nelle stagioni si vuole un andamento del genere:



Il fenomeno dell'inversione termica può essere dovuta alla riflessione della luce tra terreno e nubi. Andando a mediare nell'anno alla latitudine di $45^\circ N$ otteniamo un andamento simile a quello della curva autunno/primavera; tale situazione viene presa come ATMOSFERA STANDARD DI RIFERIMENTO (ISA: International Standard Atmosphere) in base alla Convenzione di Parigi del 13/10/1919.

Tale atmosfera presenta le seguenti caratteristiche:

$z=0 \Rightarrow T_0 = 288 \text{ K } (15^\circ\text{C})$ [notare la differenza con la convenzione dei chimici]

Il gradiente è dato da:

$\frac{dT}{dz} = -h = -0,0065 \text{ }^\circ\text{C}/\text{m}$, ovvero 1°C ogni 154 m

La tropopausa è fissata a

$z^* = 11'000 \text{ m}$

Al suolo ($z=0$) si ha

$p_0 = 760 \text{ mmHg} = 10330 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 101325 \text{ Pa}$
 $= 1031 \text{ mbar} = 14,696 \text{ psi (libbre} \times \text{pollice}^2)$

In tropopausa

$T^* = 216,5 \text{ K} = -56,5^\circ$

da cui otteniamo

$$\ln \frac{p}{p_0} = m \ln \left[\frac{T_0 - h \cdot \gamma}{T_0} \right] \Leftrightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - h \cdot \gamma}{T_0} \right)^m} \quad (\Delta)$$

Tale relazione non rappresenta niente altro che l'espressione di una politropica di esponente m :

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

Uguagliando gli esponenti si ottiene

$$m = \frac{n}{n-1} \Rightarrow n = \frac{m}{m-1} = 1,235$$

Abbiamo quindi ottenuto che l'evoluzione dell'aria nell'atmosfera in funzione della quota segue una variazione politropica il cui esponente vale:

$$\boxed{n = 1,235} \quad \left(\begin{array}{l} \text{adiabatica } n=1,4 \\ \text{isoterma } n=1 \end{array} \right)$$

Dalla relazione

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$$

si ricava agevolmente:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{m-1} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4,2561}$$

Si ha inoltre

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma} = 1,226 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,226 \frac{\text{N s}^2}{\text{m}^4}$$

nel sistema tecnico invece:

$$\rho_0 = 0,125 \frac{\text{kg s}^2}{\text{m}^4}$$

- Boniamoci nella stratosfera, essendo $T = \text{cost} = T^*$ possiamo riferirci unicamente alla tropopausa; otteniamo i seguenti rapporti:

$$\frac{T^*}{T_0} = 0,7517$$

$$\frac{p^*}{p_0} = 0,2232$$

Dividendo (a) per (b) e integrando a partire dalla tro-
popause otteniamo:

$$\int_{p^*}^p \frac{dp}{p} = - \frac{\sqrt{g}}{RT^*} \int_{z^*}^z dz \Leftrightarrow \int_{p^*}^p \frac{dp}{p} = - \frac{1}{H^*} \int_{z^*}^z dz \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{p}{p^*} = - \frac{z-z^*}{H^*} \Leftrightarrow \boxed{\frac{p}{p^*} = e^{-\frac{z-z^*}{H^*}}} \quad \text{LEGGE DI HALLEY (quella della cometa)}$$

dove

$$z^* = 11'000 \text{ m} \quad p^* = 22.632 \text{ Pa}$$

Sfruttando la (c) otteniamo

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p^*}{\gamma^*} \Leftrightarrow \frac{\gamma}{\gamma^*} = \frac{p}{p^*} = e^{-\frac{z-z^*}{H^*}}$$

dove

$$\gamma^* = 3,57 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

- Tutte le formule viste in aerodinamica dipendono dalla densità ρ ; tendenzialmente si usa la ρ alla quota indicata nell'atmosfera ISA standard; per esempio si ha che la portanza vale:

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S, \quad \text{con } \rho = \rho(z_{ISA}) = \rho \text{ che corrisponde alle } \rho \text{ a quella quota in aria standard}$$

Riferendosi alla quota ISA è indotto pericoloso confrontare le prestazioni dei vari velivoli: è necessario quindi -
consistere p.e.t.

Torniamo in troposfera; abbiamo ricavato, ponendo p e T come variabili, le seguenti relazioni:

$$\rho = \sigma = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (*)$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0} \right)^m$$

dove

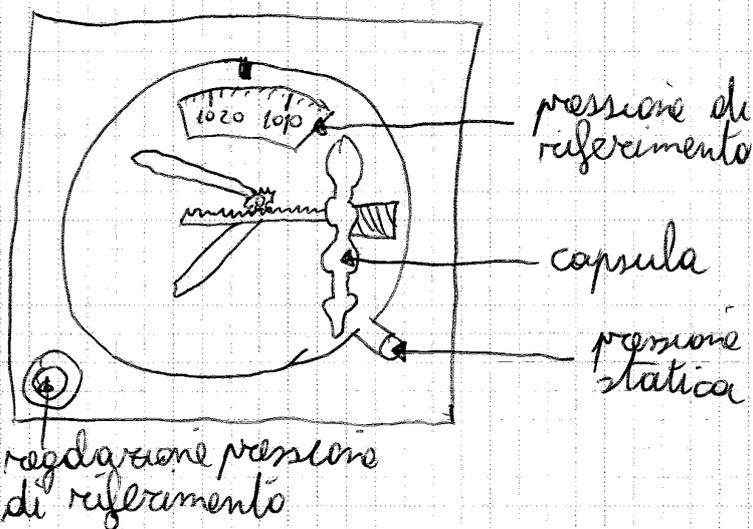
$$T_0 = 288 \text{ K} \quad p_0 = 101325 \text{ Pa} \quad h = -0,0065 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

Basando però questa semplice regolazione si ottengono valori di quota barometrica più sballati di prima; ciò, nonostante tutto, permette a tutti i velivoli di avere un riferimento unico con conseguente facile identificazione delle quote di ogni aereo e agevolazione del controllo del traffico aereo.

Analizziamo più nel dettaglio il funzionamento dell'ALTIMETRO.

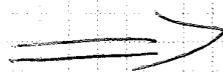
Questo strumento misura la pressione esterna grazie alla dilatazione di una capsula la quale mette in moto due lancette; queste ultime permettono l'indicazione della quota su due scale diverse (generalmente 1000 piedi e 30 piedi).

Lo strumento raffigurato sotto è di tipo analogico; su base analogica si sviluppa anche l'altimetro digitale.



La formula di riferimento implementata nell'altimetro per il calcolo della quota è la (Δ)

La manopola della regolazione permette al pilota di regolare la pressione di riferimento; ciò equivale a traslare la curva della quota barometrica come sopra illustrato.



Barando secondo la QNE otteniamo una quota non vera, nonostante se tutti i velivoli utilizzano una taratura del genere è più semplice suddividere il traffico aereo su varie quote di volo: se un aereo vola a 10'000 QNE, allora un altro aereo volerà ad una quota diversa per evitare la collisione.

In fase di atterraggio è invece comune la taratura QFE. Le quote barometriche si ottengono quindi trasladando la curva ISA a seconda del riferimento che poniamo. Ciò che cambia tra le quote ISA e le quote barometriche è l'andamento della T: essa ha un andamento decrescente secondo il fattore h nel riferimento ISA, mentre ciò non è vero se cambiamo il riferimento trasladando le curve.

Per ricavare quindi le quote ISA a partire dalle quote QNE bisogna conoscere, oltre alla p , anche la $T \Rightarrow$ cambia la densità dell'aria (la densità dà le prestazioni del velivolo).

ESEMPIO Determinare z_{ISA} con i seguenti dati:

$$z_{QNE} = 6500 \text{ m}$$

$$T_e = -12^\circ \text{C}$$

Si può procedere in due modi:

1) Si calcola p dalla (A) e si calcola

$$\sigma = \frac{p}{p_0} = \frac{T_0}{T}$$

e si trova la z da

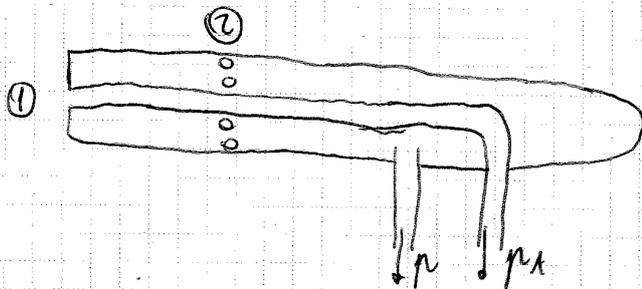
$$\sigma = \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - h \gamma}{T_0} \right)^{m-1}$$

2) Si ricomincia tutto da tabella (vedi esercitazioni)

In atmosfera standard abbiamo $T_e = -27^\circ \text{C}$ a $z = 6500 \text{ m}$, nel caso reale invece si ha

$$T_e = -12^\circ \text{C} = 261 \text{ K}$$

- La misura della velocità avviene mediante il TUBO DI PITOT: esso è un dispositivo che viene piazzato in zone particolari del velivolo.
 Il principio di funzionamento è molto semplice e viene illustrato di seguito



① presa di **PRESSIONE TOTALE**
 $p + \frac{1}{2} \rho V^2$

② presa di **PRESSIONE AMBIENTE**
 $p \approx p_{amb}$

Le pressioni p_t e p vengono mandate ad un anemometro il quale calcola la velocità secondo quanto segue, a seconda che il flusso sia compressibile o meno; poniamo
 $q = p_t - p$ **pressione dinamica**

1) FLUSSO INCOMPRESSIBILE: se $\rho = \text{cost}$

$$V \approx 250 \text{ km/h} = 463 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 129 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e a queste basse gli errori dovuti alla compressibilità sono trascurabili.

Applicando l'ipotesi di incompressibilità ($\rho = \text{cost}$) alle equazioni di Eulero si ottiene

$$dp + \rho V dV = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{cost} = p_t$$

dove l'ultima espressione è la ben nota **EQUAZIONE DI BERNOLLI**. Nel nostro caso abbiamo, se trascuriamo gli errori dovuti al Pitot e al disturbo nel flusso:

$$p_a + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_t \quad \text{da cui}$$

$$q = p_t - p_a = \frac{\rho V^2}{2} \quad \Leftrightarrow \quad V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$$

Tale misura di V_t è accurata se valgono le seguenti condizioni:

1) la trasformazione è adiabatica e isentropica

da cui:

$$\frac{h}{h-1} \frac{p_0}{p_1} + \frac{V^2}{2} = \frac{h}{h-1} \frac{p_t}{p_t}$$

ovvero

$$\frac{h}{h-1} \left(\frac{p_0}{p_1} \right) + \frac{V^2}{2} = \frac{h}{h-1} \frac{p_t}{p_1} \frac{1}{\left(\frac{p_t}{p_0} \right)^{\frac{1}{h}}}$$

da cui, con facili passaggi:

$$V^2 = \frac{2h p_0}{(h-1) p_1} \left[\frac{p_t}{p_1^{\frac{1}{h}} \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{h}}} - 1 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_t = \sqrt{\frac{2h}{h-1} \frac{p_0}{p_1} \left[\left(\frac{q_c}{p_1} + 1 \right)^{\frac{h-1}{h}} - 1 \right]}$$

, con
 $q_c = p_t - p_0$
 nel caso comprim.

André nel caso compressibile compare q_c ; ovviamente l'espressione è diversa da quella del caso incompressibile. André in questo caso indichiamo

$$\underline{V_t = TAS = \text{velocità vera}}$$

- Analizziamo un po' più nel dettaglio la misura della velocità; si ha che:

$$q_c = f(V)$$

Data la q_c all'anemometro, questo ricava (mediante operazioni preimpostate) una V_i detta

$$\underline{V_i = \text{velocità indicata IAS (Indicated Air Speed)}}$$

Questa V_i tiene conto di errori dovuti a:

- 1) difetti strumentali
- 2) misura della p_a (generalmente l'errore sulla p_t è trascurabile)

Se non ci fossero questi due errori l'anemometro calcolerebbe una velocità detta:

Il partire dalla CAS

$$V_c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[\left(\frac{q_c}{p_0} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

$p_0, \rho_0 =$ condiz. di riferimento

obbiettivo arrivare a ricavare la TAS. Le forze aerodinamiche sono nella forma:

$$F_q = C_q \frac{1}{2} \rho V_k^2 S$$

Con passaggi analoghi a quelli fatti precedentemente si ha

$$V_e = V_k \sqrt{\delta} = EAS$$

da cui

$$\delta = \sigma = \frac{p}{p_0} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \rho V_k^2 = \frac{1}{2} p_0 V_e^2$$

Moltiplicando l'espressione di V_k per $\sqrt{\delta}$ otteniamo:

$$V_e = EAS = V_k \sqrt{\delta} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p}{\rho_0} \left[\left(\frac{q_c}{p} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

Non si ha più p_0 ma p , tale indicazione non la può più dare l'anemometro in quanto in esso viene preimpostata la p_0 . Grazie alla EAS riusciamo inoltre a ricavare dalla penna ρ_m perché avere V_e contiene le correzioni dovute alla compressibilità.

In definitiva se siamo nel caso di flusso incompressibile e gli errori dovuti allo strumento e alla misura di p sono trascurabili si ha:

$$V_e = V_i \quad V_i = V_k \sqrt{\delta}$$

COMPRESSIBILITÀ e MACH

Il Mach è definito come

$$M \equiv \frac{V_k}{c}$$

con

$$c = \sqrt{k R T} \quad - \quad \text{velocità del suono}$$

$$287 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \text{K}} = R = g \frac{R}{g_0}, \quad k = 1,4$$

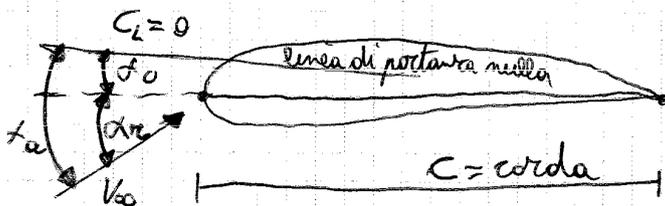
S_1 = superficie di riferimento del componente

S = superficie di riferimento del velivolo (generalmente la superficie in pianta dell'ala)

F_i = fattore d'interferenza

Andiamo ora a ricavare le relazioni utili tra il coefficiente di portanza C_L e i vari parametri fondamentali; tali relazioni ci serviranno per trovare le equazioni di equilibrio del velivolo.

Prendiamo un generico profilo non simmetrico ma dotato di INARCAMENTO f : in tal caso, a parità di ascissa percentuale lungo la corda, la distanza del dorso dalla corda è sarà maggiore della distanza del ventre dalla corda.



Chiamiamo:

α_a = incidenza AERODINAMICA
= angolo tra V_∞ e linea a $C_L = 0$

α_0 = incidenza di PORTANZA NULLA
= angolo tra corda e linea a $C_L = 0$

Le due incidenze sono relazionate secondo

$$\alpha_r + \alpha_0 = \alpha_a, \text{ con } \alpha_r = \text{incidenza RELATIVA GEOMETRICA}$$

Per un profilo non simmetrico vale l'importante proprietà per cui il momento focale M_0 rimane costante con l'incidenza se ruotiamo il profilo in un range limitato di α .

Nel caso particolare di profilo simmetrico si ha $M_0 = 0$ e $\alpha_0 = 0$.

Andiamo ora a graficare l'andamento di C_L con α_a ed α_r , dove ricordiamo:

α_r = incidenza geometrica riferita alla corda

α_0 = incidenza di portanza nulla $\neq 0$ nel caso di profili non simmetrici



$$\tan \delta = \frac{dC_L}{d\alpha} \approx 2\pi \quad \text{quando } \lambda = \infty$$

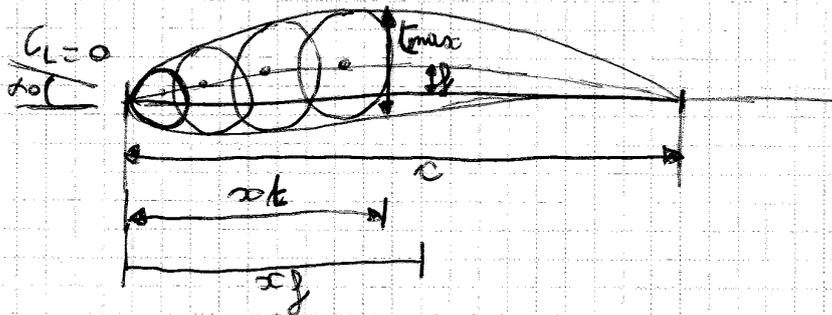
In realtà il valore reale viene corretto rispetto a quello appena riportato; si pone dunque

$$C'_{L\infty} = 5,7 \approx \tan \delta \quad \text{quando } \lambda = \infty$$

Dall'aerodinamica teorica, invece, si ricava, sempre per ala ellittica

$$C'_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = C_{L\alpha} = \frac{C'_{L\infty}}{1 + \frac{C_{L\infty}}{\pi \lambda}} = a \quad \text{con } C'_{L\infty} = 5,7$$

- Analizziamo ora le CARATTERISTICHE GEOMETRICHE del profilo alare definita una corda, si traccia una linea d'asse che segue una particolare legge di marciamento f ; ovviamente se il profilo è simmetrico la linea d'asse andrò a coincidere con la corda. Gli spessori, invece, vanno distribuiti simmetricamente alla linea d'asse (vedi figura); possiamo procedere in questa maniera: si tracciano dei cerchi centrati sulla linea d'asse la cui "grandezza" segue la legge dello spessore; la linea osculatrice individuata da tutti i cerchi definirà il contorno del nostro profilo.



Chiamiamo:

t = spessore

f = marciamento

$\frac{f}{c}$ = marciamento relativo

$\frac{t}{c}$ = spessore massimo relativo

$\frac{x_f}{c}$ = ascissa percentuale del massimo marciamento

$\frac{x_t}{c}$ = ascissa percentuale dello spessore massimo relativo

Il metodo sopra descritto per l'analisi della geometria del profilo è simile alla sovrapposizione degli effetti utilizzata nella teoria delle piccole perturbazioni utile a ricavare le caratteristiche aerodinamiche del profilo

- 2) NACA 5 cifre (prendiamo come esempio il NACA 23015)
 Questi profili presentano una linea d'asse composta da una:
- parabola cubica +
 - retta
 - altra parabola cubica

Per il nostro NACA 23015 si ha inoltre che:

- a) 15 si riferisce allo spessore percentuale massimo:

$$\frac{t}{c} = 0,15$$

- b) 30 si riferisce, in maniera proporzionale, alla curvatura percentuale di massimo marciamento:

$$200 \frac{x_f}{c} = 30 \Rightarrow x_f = 0,15c$$

- c) 2 si riferisce all'incrocamento (freccia) massimo:

$$f_{max} = 0,02c$$

- 3) NACA 6 cifre (prendiamo come esempio il NACA 65₂-413):
 a questa famiglia appartengono i PROFILI LAMINARI, ovvero quei profili sui quali il flusso si mantiene laminare per buona parte del dorso (50 ÷ 60% della corda). Questa caratteristica permette a tali profili di sviluppare una resistenza di attrito più bassa

Per il nostro NACA 65₂-413 si ha che:

- a) 13 indica lo spessore percentuale massimo:

$$100 \frac{t_{max}}{c} = 13$$

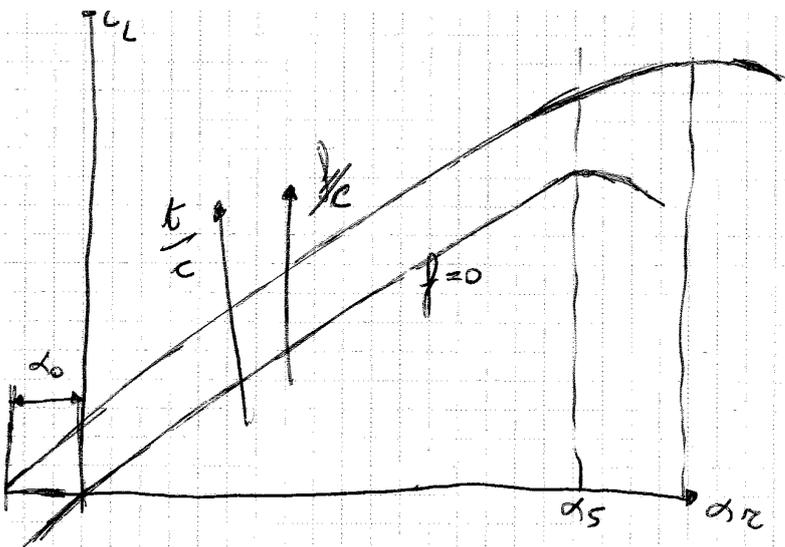
- b) 4 si riferisce al $C_{e_{opt}} = C_e$ ottimale (vedi dopo)

$$10 \cdot C_{e_{opt}} = 4$$

- c) 5 si riferisce a:

- curvatura percentuale dello spessore massimo

$$\frac{x_x}{c} \cdot 10 = 5$$



Notiamo che se $f = 0$ la linea di portanza nulla coincide con la corda; di conseguenza α_R coincide con α_a e quindi la curva $f = 0$ passa per l'origine del riferimento $C_L(\alpha_2)$.
 All'aumentare di f/c si incrementa l'incidenza di portanza nulla α_0 , ovvero l'incidenza tra la corda e la linea di portanza nulla.

Dal grafico osserviamo inoltre che C_L ed α_{STALLO} aumentano con l'incrocamento, incrementando quindi f riusciremo a ritardare lo stallo.

L'effetto dello spessore è analogo a quello di f ; aumentano C_L e di conseguenza C_D ; stessa sorte per α_S e C_{M0} .
 focalizziamoci su C_{M0} : esso si modifica in tal modo al variare dello spessore:

- cresce se il profilo non è simmetrico
- rimane $= 0$ se il profilo è simmetrico

Vi ricordate che:

- C_{M0} è < 0 per profili il cui incrocamento presenta una concavità verso il basso;
- la costante di C_{M0} vale solo per un intervallo ristretto di α .
- vale la PROPRIETÀ FOCALE all'aumentare dell'incidenza il C_L aumenta in valore e il punto di applicazione della portanza (centro di pressione) si muove lungo la corda; se fissiamo la portanza nel fuoco ($\frac{1}{4}$ corda) ed inseriamo il momento di trasporto focale, questo si mantiene costante

dare il parametro λ , tiene conto del fattore di forma. Possiamo riscrivere l'equazione precedente come

POLARE QUADRATICA
$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} (i + \pi \lambda k) = C_{D0} + \frac{C_L^2}{2\pi \lambda} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A_e} \quad (2)$$

dove

$$e = \frac{l}{i + \pi \lambda k} \approx 0,75 \div 0,95$$

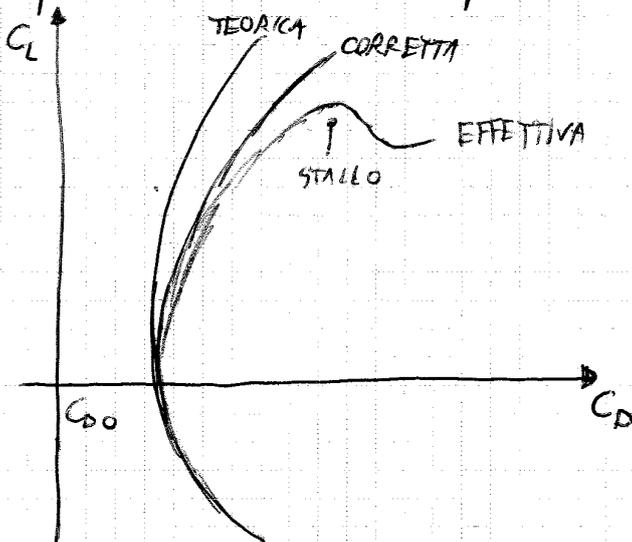
viene detto FATTORE DI OSTWALD: esso viene definito per ogni ala e varia molto con λ e con il discostamento dalle condizioni di ala ellittica.

Si ha anche

$$A_e = \lambda \cdot e = \text{allungamento corretto.}$$

È possibile ora fare un confronto tra:

- polare TEORICA descritta da (1)
- polare CORRETTA descritta da (2)
- polare EFFETTIVA sperimentale



Notiamo subito che la polare effettiva "vede" lo stallo il quale determina, di conseguenza, un C_L max di stallo.

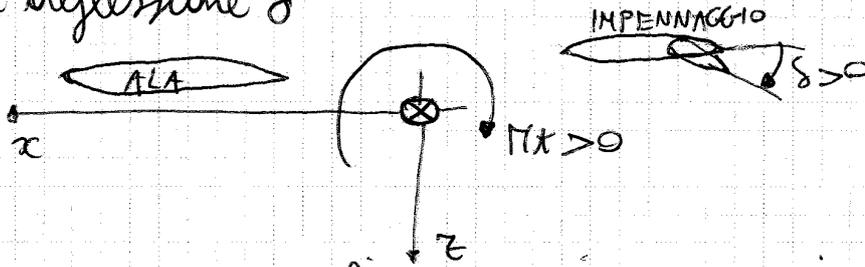
La correzione presente nella polare quadratica (come in figura) comporta un aumento di C_D con C_L fissa rispetto alla polare teorica.

La polare quadratica, inoltre, approssima bene la polare effettiva solo per limitati valori di incidenza; per α lontani da α_{STALLO} la nostra approssimazione può andar bene.

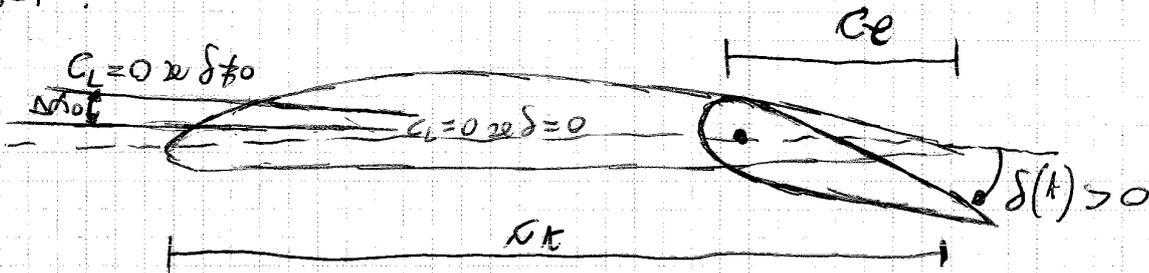
• L'IPERSOSTENTAZIONE può essere:

- 1) di BORDO D'ATTACCO: questo tipo di ipersostentazione permette di energizzare lo strato limite sul dorso dell'ala e di aumentare la superficie in pianta della stessa in seguito

• Estendiamo quanto visto all'IMPELLAGGIO ORIZZONTALE; nel piano xz si ha la seguente convenzione per il momento e per l'angolo di deflessione δ



Prendiamo ora il profilo di un impennaggio orizzontale; la parte fissa è detta STABILIZZATORE, quella mobile EQUILIBRATORE:



Quando l'equilibratore viene deflesso di un angolo δ la linea di portanza nulla ^{ruota} di un $\Delta\alpha_0$ diverso da δ esprimibile come:

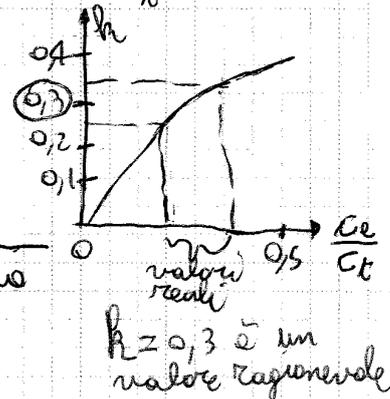
$$\Delta\alpha_0 = k \sin \delta \approx k\delta \quad \text{se } \delta \text{ piccolo}$$

con k = parametro esprimibile in funzione di $\frac{c_e}{c}$ secondo la seguente legge sperimentale:

$$k = 0,40 \left(1 - e^{-8 \frac{c_e}{c}} \right)$$

dove:

$$\frac{c_e}{c} = \frac{\text{corda equilibratore}}{\text{corda totale impennaggio}}$$



Notiamo che:

- se $c_e = 0 \Rightarrow k = 0$

- se $\frac{c_e}{c} = 1 \Rightarrow$ linea di portanza nulla ruota di $\Delta\alpha_0 = \delta$

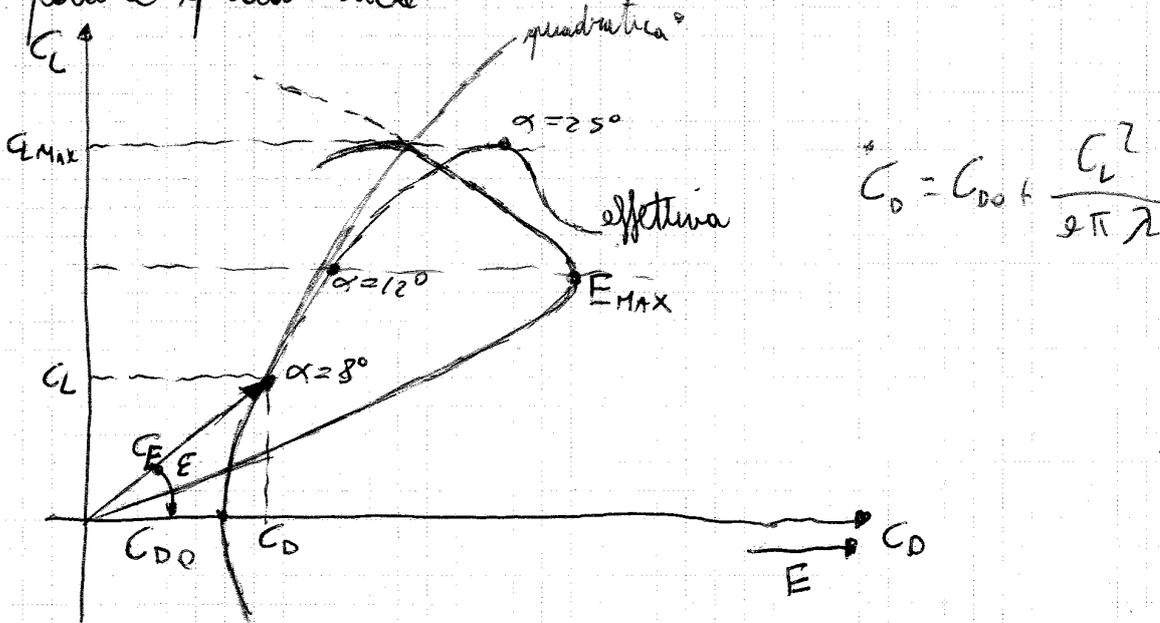
È possibile scrivere:

$$C_L \delta \neq 0 = C_L \delta = 0 + \Delta C_L$$

dove

$$\Delta C_L = C_L \alpha k \delta = C_L \alpha \Delta\alpha_0 = C_L' \Delta\alpha_0 \quad (3)$$

Prendiamo in analisi il grafico della polare effettiva e della polare quadratica:



L'approssimazione della polare reale con quella quadratica vale fino a dei limiti fissati a seconda della tipologia di veli vdi in considerazione; e, per esempio, non è in presenza di un aeroplano la cui polare presenta importanti cambiamenti di C_D e C_L prima dello stallò, il range di validità della nostra approssimazione si riduceva ($\alpha^* \ll \alpha_{stallo}$)

Quali C_L e C_{D0} si prendono in considerazione? Per quanto riguarda il C_L si potrebbe prendere come riferimento la somma dei C_L generati da tutte le superfici portanti presenti sul veli vdi; in realtà si ricorre spesso alla seguente semplificazione:

- $C_L = C_L$ generato dalla sola ala
- $C_{D0} = C_{D0}$ paramita di tutte le parti dell' aereo

Basiamo ora riferimento alla polare quadratica; possiamo individuare per ogni punto della polare i valori di C_L e C_D e ricavare:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

EFFICIENZA

$$C_F = \sqrt{C_L^2 + C_{D0}^2}$$

COEFFICIENTE DI FORZA

Dal grafico si ricava che

$$\text{con } E = \frac{C_L}{C_D} = E$$

da cui

$$C_{D0} = \frac{C_L^2}{2\pi\lambda} \Leftrightarrow \boxed{C_{LEmax} = \sqrt{2\pi\lambda C_{D0}}}$$

Prima quindi conoscere λ , λ e C_{D0} per calcolarsi C_{LEmax} ; sfruttando i risultati ottenuti possiamo anche ricavare:

dalla polare, sostituendo $C_L = C_{LEmax}$

$$\Rightarrow C_{DEmax} = C_{D0} + \frac{C_{D0} 2\pi\lambda}{2\pi\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{C_{DEmax} = 2C_{D0}}$$

dalla definizione di E , sostituendo $C_L = C_{LEmax}$
 $C_D = 2C_{D0}$

$$\Rightarrow E_{max} = \frac{\sqrt{2\pi\lambda C_{D0}}}{2C_{D0}} \Leftrightarrow \boxed{E_{max} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{4C_{D0}}}}$$

Per calcolare E_{max} possiamo quindi sfruttare due metodi:

- 1) tracciare, partendo dall'origine, la tangente alla polare (asse x e ordinate devono però presentare la stessa scala), individuare il punto di tangenza da cui ricavare i valori di C_{LEmax} e C_{DEmax} con cui trovare E_{max} ;
- 2) Utilizzare le formule approximate di sopra.

VOLO LIBRATO

Per moto librato si intende il VOLO SENZA MOTORE in ARIA CALMA: imponendo quest'ultima condizione il velivolo in considerazione può essere sottoposto solo ad un moto di DISCESA.

Si parla invece di ARIA NON CALMA se sono presenti fenomeni di ascendenza/discendenza o vento a favore/contrario; ci occuperemo in seguito di tale condizione.

Per una piena comprensione del volo librato partiamo dal seguente disegno di riferimento:

- ta del velivolo: generalmente viene scelto come riferimento il
 pavimento del velivolo oppure un asse principale d'inertzia
 (più raro). In parole povere la scelta di X è arbitraria;
- b) la terna XYZ è solidale al velivolo e differisce dalla
 terna degli assi vento;
 - c) gli assi X e Z individuano il piano di simmetria longitudinale
 del velivolo.

Portanza L e resistenza D sono riferite agli assi vento e
 sono applicate nell'AERODINAMIC CENTER dell'ala. Il momen-
 to focale M_0 per un profilo convenzionale (concurto verso
 il basso) è picchiante: nel disegno M è calibrante per tener
 conto del verso positivo dei momenti rispetto a Y (nel disegno
 Y è uscente dal foglio per cui M è antiorario e calibrante)

La velocità V presenta un angolo di incidenza α rispetto alla
 linea $C_L = 0$ di portanza nulla; quest'ultima linea può
 essere assunta come asse corpo se la geometria e l'aerodinamica
 del velivolo non vengono alterate in seguito ad l'uso
 dell'iperorientazione: l'attivazione di flap e slat com-
 porta infatti una rotazione dell'asse di portanza
 nulla, alterando così la CONFIGURAZIONE del velivolo.

Se ci poniamo in condizione stazionaria possiamo applicare
 le equazioni cardinali della statica:

$$\sum F = 0 \quad ; \quad \sum M_Y = 0$$

da cui, riferendoci agli assi vento (più comodi):

$$\begin{cases} L = W \cos \alpha \\ D = W \sin \alpha \end{cases}$$

$$CG) L \alpha x_a - D \alpha a - T \alpha r - M_0 + L_k x_k = 0$$

Trascurcando i termini piccoli si ha:

$$L \alpha x_a - M_0 + L_k x_k = 0$$

Non è detto che L_k sia deportante: dipende tutto dalle condizioni di volo.

• Torniamo alla p.d.a. quadratica del velivolo e applichiamo quanto trovato per il volo librato; è facile ricavare la seguente relazione:

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = E = \frac{W \cos \gamma}{W \sin \gamma} = \frac{1}{\tan \gamma}$$

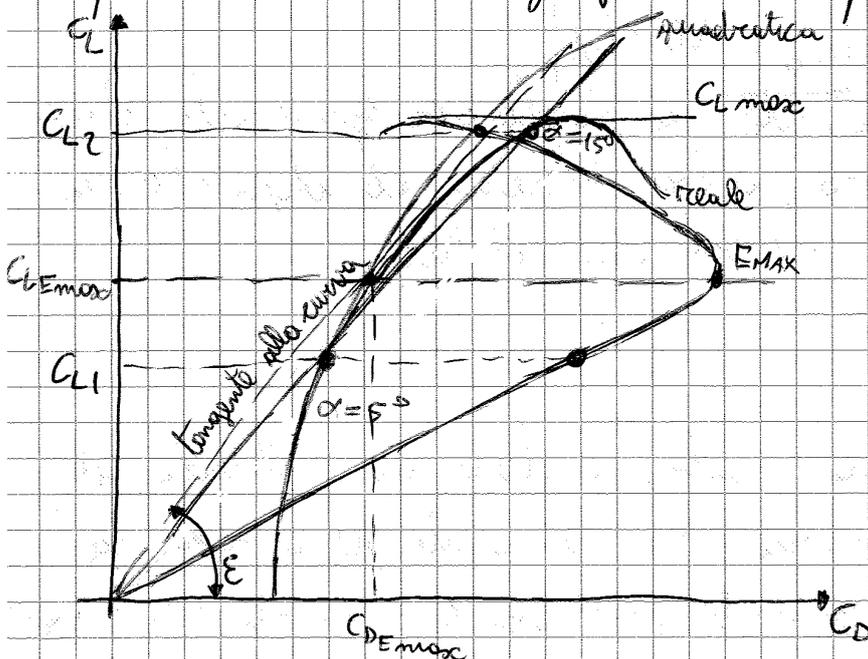
da cui:

$$\gamma_{min} = \arctan \frac{1}{E_{max}}$$

SOLO nella condizione di volo librato l'angolo minimo di discesa si ha in condizioni di massima efficienza.

Nota quindi γ_{min} non si vuole un certo α ricavare E_{max} ; basta applicare la formula di sopra

Prendiamo ora il grafico della polare:



Quando siamo in condizioni di E_{max} abbiamo anche γ_{min}

Guardando quanto ottenuto si ottiene

	BOEING 747	ALIANTE
E_{max}	17,0	42,04
$C_{LE_{max}}$	0,94	1,0
γ_{min}	3,33°	1,36°

Il $C_{LE_{max}}$ del B-747 è più basso in quanto i valori di e , ρ e α sono molto più bassi rispetto a quelli dell'Aliante; questo ultimo riesce quindi a planare con angoli di discesa minimi più bassi.

ODOGRAFA DEL MOTO (polare delle velocità): l'odografo del moto riporta le componenti orizzontale V e verticale w della velocità V riferita alla traiettoria rispetto ad un sistema in cui, generalmente quello terrestre (ruolo).

Prendiamo le equazioni di equilibrio del moto librato senza spinta in traiettoria discendente; abbiamo:

$$L = W \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho_0 \delta V_k^2 C_L S = \frac{1}{2} \rho_0 V_k^2 C_L S$$

dove

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} \quad e$$

$V_k =$ velocità indicata se trascurabili gli errori di strumento
 $V_e =$ velocità equivalente se nessun errore è trascurabile; } strumento
non viene
compensato
 $V_c =$ velocità calibrata se trascurabili gli errori di compressibilità

da cui ricaviamo

$$V = \sqrt{\frac{W/S \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho_0 C_L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$$

Introducendo la funzione $y(C_L)$ e sostituendo l'espressione dellaolare quadratica approssimata (ce ne sbarriamo le palle del carattere) abbiamo:

$$y(C_L) = \frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}} = \frac{C_{D0}}{C_L^{\frac{3}{2}}} + C_L^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda}$$

Proviamo il minimo di y (corrispondente al massimo di EVC_L) ricorrendo alla derivata:

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{3}{2} C_L^{-\frac{5}{2}} \cdot C_{D0} + \frac{1}{2} \frac{C_L^{-\frac{1}{2}}}{2\pi\lambda} = 0$$

da cui, con qualche passaggio, si ricava

$$-\frac{3}{2} \frac{C_{D0}}{C_L^{\frac{5}{2}}} + \frac{1}{2 \cdot 2\pi\lambda \sqrt{C_L}} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cdot 2\pi\lambda} = \frac{3}{2} \frac{C_{D0}}{(C_L^2)_{(EVC_L)_{max}}}$$

$$\Leftrightarrow C_{L(EVC_L)_{max}} = \sqrt{3 \cdot 2\pi\lambda C_{D0}} = \sqrt{3} C_{LE_{max}} \approx 1,7$$

Notiamo immediatamente che $C_{L(EVC_L)_{max}}$ è maggiore di $C_{LE_{max}}$ di un fattore $\sqrt{3} \approx 1,7$

Analogamente è possibile ricavare il $C_{D(EVC_L)_{max}}$

$$C_{D(EVC_L)_{max}} = C_{D0} + \frac{3 \cdot 2\pi\lambda C_{D0}}{2\pi\lambda} \Leftrightarrow C_{D(EVC_L)_{max}} = 4 C_{D0} = 2 C_{DE_{max}}$$

È immediato osservare che anche in questo caso il $C_{D(EVC_L)_{max}}$ è maggiore del $C_{DE_{max}}$ di un fattore però 2

Infine si ricava agevolmente

$$(EVC_L)_{max} = \frac{C_{L(EVC_L)_{max}}^{\frac{3}{2}}}{C_{D(EVC_L)_{max}}} \Leftrightarrow (EVC_L)_{max} = \frac{(3 \cdot 2\pi\lambda C_{D0})^{\frac{3}{4}}}{4 C_{D0}}$$

Grazie a tale parametro siamo in grado di calcolare la velocità minima di discesa w_{min} .

NB Se adografe reali, e le reale su asse e ordinate fossero identiche, sarebbero molto piatte in quanto γ è piccolo, di conseguenza V sarà molto più grande di w . In figura la rappresentazione dell'adografo è accentuata ai fini didattici. Il partire da C_{Lmax} (in realtà da C_{Fmax} , vedi sotto) e diminuendo il valore di C_L , diminuisce il coefficiente di forza C_F ; la w_{min} verrà raggiunta, come prima detto, nel punto in cui $E\sqrt{C_L}$ è massimo. Diminuendo ulteriormente C_L in valore lungo la polare si raggiungerà il punto di E_{max} , il quale sulla rispettiva adografo del moto corrisponde al punto in cui l'angolo di discesa γ è minimo. Abbassando ancora di più il valore di C_L si sviluppano fenomeni che verranno analizzati tra poco.

In poche parole, ad ogni punto sulla polare caratterizzata da precisi valori di α , C_L e C_D corrisponde un solo punto sulla corrispettiva adografo del moto. Se sulla polare intersecato due punti con lo stesso raggio uscente dall'origine questi presenteranno, sulla rispettiva adografo, lo stesso angolo di discesa $\gamma > \gamma_{min}$ ma velocità w di discesa diverse; questo vale anche per il raggio uscente dall'origine e intersecante la polare nei punti ad $E(E\sqrt{C_L})_{max}$ in quanto solo il punto più "in alto" sulla polare presenterà w_{min} . Quindi anche il punto ad E_{max} presenterà $w > w_{min}$, sebbene il γ in tali condizioni sia minimo.

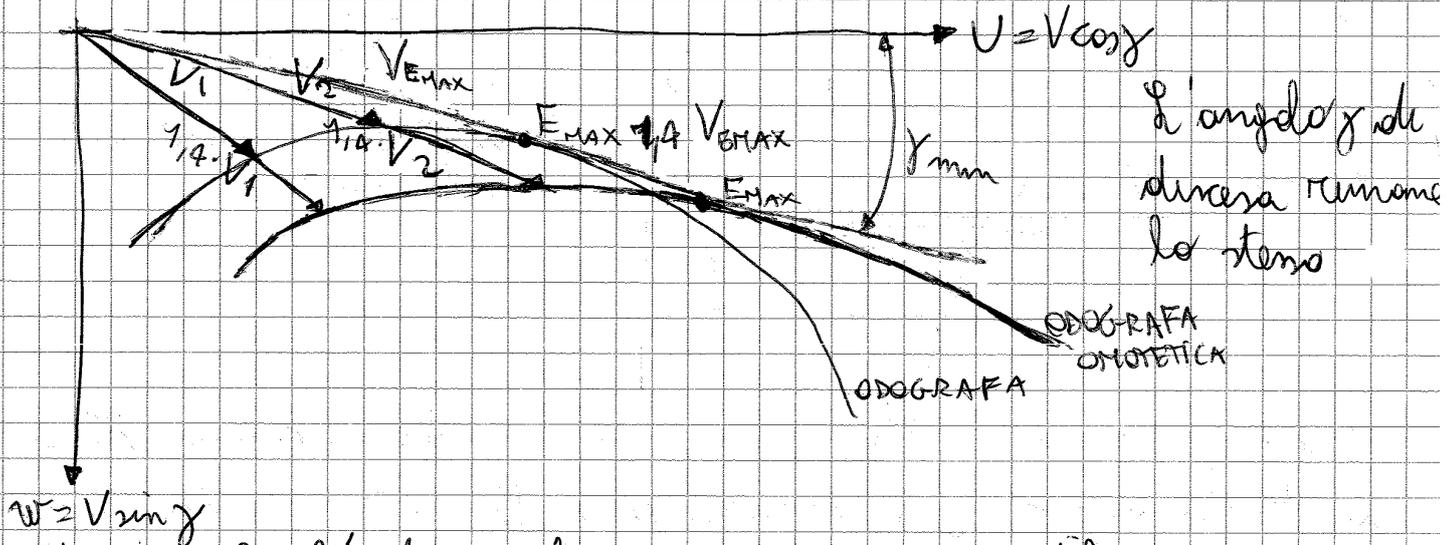
Quasi sempre in parole povere:

$(E\sqrt{C_L})_{max} \Rightarrow$ il velivolo scende più lentamente e presenta la massima autonomia stazionaria ovvero sta più tempo in volo

La velocità si modificherà, a parità di C_F , nel seguente modo

$$V' = \sqrt{\frac{W' \cdot z'}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_F}} = \sqrt{2} \cdot V$$

ciò si traduce nel moltiplicare ogni raggio presente all'origine e incontrante l'odografo del moto per il fattore $\sqrt{\frac{W'}{W}} = \sqrt{2} \approx 1,4$ per il nostro caso. Graficamente:

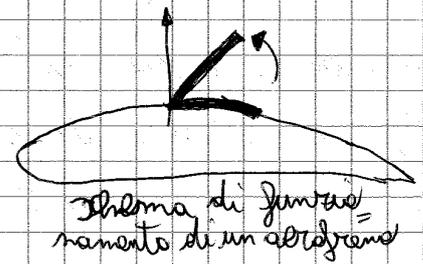
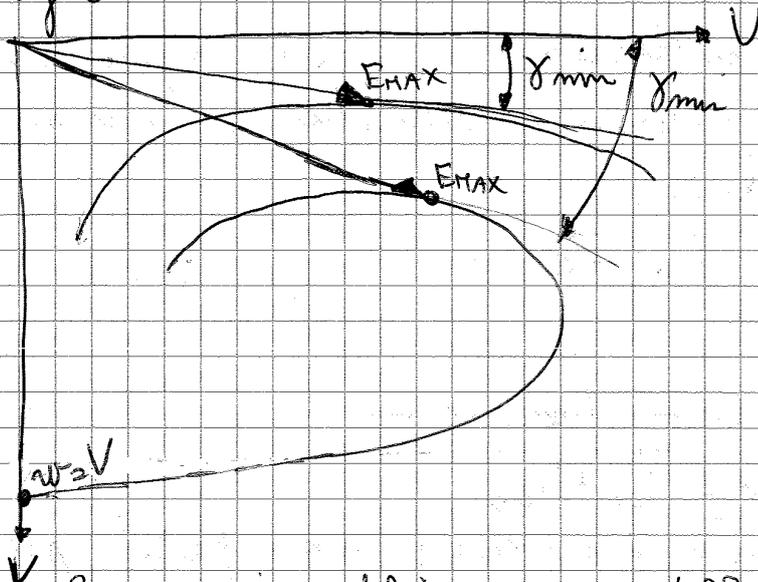


Notiamo che l'odografo si sposta e si modifica, ovvero subisce la cosiddetta modifica OMOTETICA (letteralmente a parità di angolo). L'odografo del moto si è dilatato e spostato, mentre la polare aerodinamica NON si è modificata: i punti alla stessa efficienza rimangono caratterizzati dagli stessi valori di α, C_D e C_L originali, mentre la V_{ang} traiettorie aumenta il suo valore di un fattore $\sqrt{\frac{W'}{W}}$.

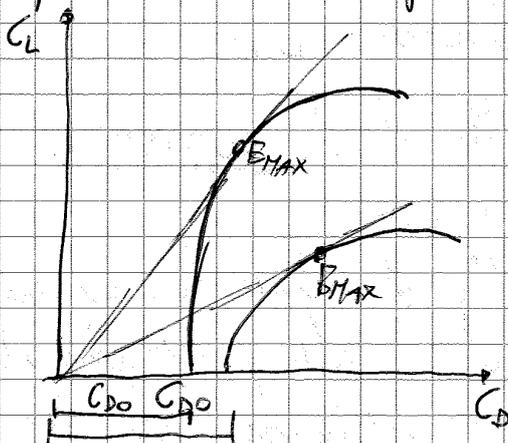
Se ci spostiamo fino al punto della polare in cui $C_D = C_{D0}$ (di conseguenza $C_L = 0$ e $\alpha = 0$) si ha che l'odografo progressivamente cambia verso e "decreve" fino ad incontrare l'asse w in un punto, tale punto identifica la condizione di PICCHIATA VERTICALE.

il massimo effetto frenante. Per amplificare ancor più l'effetto frenante si può ricorrere a punte forate le quali generano forte vorticosità; tendenzialmente questa possibilità viene evitata al fine di non alterare eccessivamente il flusso aerodinamico portante.

L'effetto dagli aerofreni è rappresentato dal seguente grafico:



La polare si modifica così (l'effetto è amplificato):



Gli aerofreni spostano la polare verso C_D maggiore a parità di C_L (aumenta anche C_{D0})

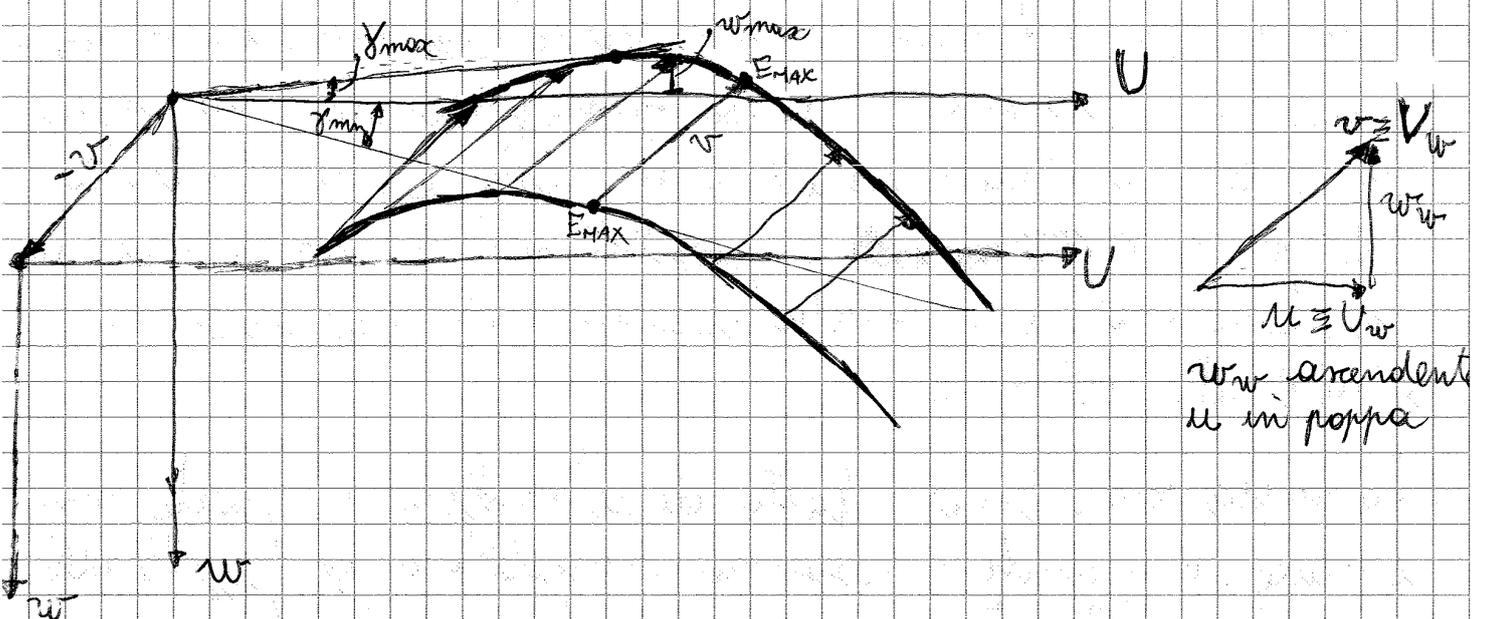
Osserviamo dal grafico che l'azionamento degli aerofreni comporta un "abbassamento" dell'adgrafica: se, ad esempio, prendiamo in considerazione il punto ad E_{MAX} , esso si "abbassa" sia sulla polare che sull'adgrafica, comportando un aumento di γ_{min} .

Lo scopo dei freni aerodinamici è dunque quello

l'effetto del vento sull'odografo può essere tenuto in considerazione operando in due modi totalmente equivalenti:

- 1) si trasla l'odografo del moto di una quantità pari al vettore v , con riferimento sempre allo stesso sistema ascisse - ordinate;
- 2) si traslano gli assi di una quantità pari al vettore opposto in direzione e verso a v .

Le due metodologie sono riassunte nel grafico di sotto; è evidente come queste siano equivalenti:

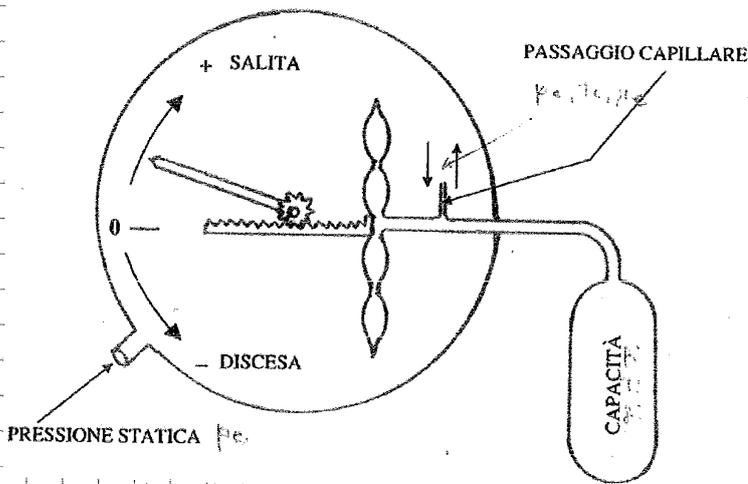


Essendoci una componente w_w ascendente, può accadere che il relivolo sia in grado di salire e il pilota si mette nella condizione di C_L (e di α) prossima a quella di γ_{max} di salita (angolo massimo di rampa).

Notiamo dall'odografo che il punto a γ_{max} è diverso dal punto di w_{max} ; in particolare:

- 1) γ_{max} si ha quando il raggio uscente dall'origine degli assi tocca l'odografo del moto traslato in un solo punto (raggio tangente, in pratica)
- 2) w_{max} di salita si ha nel punto di massimo dell'odografo

ni la w di rampa scende e si allontana da w_{max} .
 Il meccanismo interno alla base del variometro è il seguente: la capacità è collegato all'esterno mediante un capillare, e sua volta ~~è~~ collegato ad una capsula in grado di deformarsi al variare della pressione esterna. Se il velivolo si trova ad una quota fissa, la pressione all'interno della capsula sarà identica a quella all'interno della capacità



nel momento in cui il velivolo ~~si~~ rispetto al riferimento verticale si varia un ritardo per cui la pressione all'interno della capacità diventa uguale a quella esterna, tale ritardo è dovuto al capillare: esso sarà

quanto più marcato quanto più velocemente varia la pressione barometrica, e quindi la quota.

Questo meccanismo trasforma quindi la deformazione della capsula (funzione della variazione tra la pressione interna alla stessa e quella esterna) in una misura della velocità di salita/discesa. Ovviamente se la pressione esterna ha un andamento con la quota totalmente diverso da quello ISA standard, è chiaro che l'indicazione di velocità data dal variometro sarà affetta da errore.

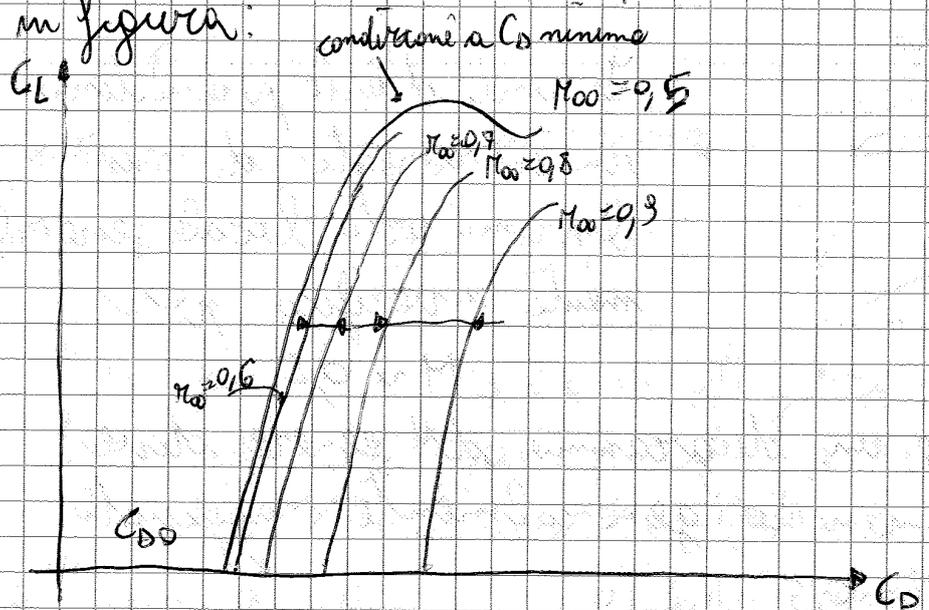
• Separiamo le componenti orizzontali del vento, ovvero supponiamo che vi sia solo vento IN POPPA oppure solo vento IN PRUA; si ha il seguente grafico:

Notiamo che al di sotto di $M \approx 0,5$ si ha un incremento di C_D dovuto al Reynolds che diminuisce: tale incremento è tanto più evidente quanto $+Re$ è basso a basse velocità.

Il massimo di C_D si ha per $M < 2$; tale massimo varia a seconda dell'angolo di freccia come in figura: esso si abbassa e si sposta verso M crescente all'aumentare dell'angolo di freccia.

Dopo il massimo C_D diminuisce con M crescente e si attesta su valori maggiori del $C_{D,0,5}$ minimo.

En base a quanto visto, è possibile costruire una serie di polari del velivolo in funzione del Mach di volo, come in figura:



All'aumentare di M le curve si spostano verso C_D più alti, e punta di C_L . Tale aumento non è proporzionale all'aumento di Mach.

(vedi distanza relativa delle varie curve sul grafico): all'aumentare del Mach di volo, infatti, l'effetto delle onde d'urto sulla resistenza aerodinamica è sempre più preponderante. All'aumentare del Mach quindi si genera un aumento di resistenza non trascurabile.

TURBOGETTO

Le considerazioni delle pagine seguenti sono valide solo per turbo-propulsori. L'elica verrà analizzata successivamente.

Preferendoci agli assi vento è possibile scrivere le seguenti equazioni di equilibrio:

1) $L + T \sin i_T = W$ dove abbiamo posto $L = L_{wrt} + L_A$
 e ragionando assumere

$L \approx L_w$
 $i_T \ll 1 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L \approx W} \quad (1)$
 (approssimazione semplificata)

→) $T \cos i_T = D$

da cui, per i_T molto piccolo, si ha

$\boxed{T_n = D} \quad (2)$

con $T_n = \text{spinta necessaria}$

2) l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'asse Y_s coincidente con l'asse corpo Y e l'asse vento xy è:

6) $\boxed{L_{wrt} \cdot z_C - L_A \cdot x_A - M_0 \pm T \cdot z_T = 0 = \sum M}$

a seconda della posizione dei propulsori

dove $z_T = \text{braccio della spinta rispetto al baricentro}$.

Andiamo ora, alla luce dei risultati ottenuti, a cercare l'espressione della resistenza D con la velocità di volo V . Dalla definizione di C_L e dalla (1) abbiamo:

$C_L = \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho V^2}$

sostituendo l'espressione della portanza quadratica nell'espressione di D si ottiene

$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D \cdot S = \frac{1}{2} \rho V^2 \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \alpha^2 \lambda} \right) S$

Sostituendo l'espressione di C_L di sopra si ottiene, con qualche passaggio:

minimizza la resistenza D : è facile vedere che esso si ha in condizioni di massima efficienza in quanto:

$$E = \frac{L}{D} = \frac{W}{D} \quad \text{da cui, a parità di peso} \quad D_{\min} = \frac{W}{E_{\max}}$$

Partiamoci verso destra lungo la curva rosa; raggiunto il Mach critico è necessario correggere la curva rispetto a quella blu teorica al fine di tener conto degli effetti di compressibilità del flusso che portano alla nascita di onde d'urto sul profilo. L'incremento di resistenza dovuto alla resistenza d'onda viene principalmente conteggiato dal coefficiente di forma C_{D0} incluso nel termine parabolico.

Superata quindi la V critica, la curva rosa reale si discosta da quella blu identificata dalla polare quadratica in seguito all'aumento del valore del coefficiente C_{D0} .

Esattamente come fatto per l'olografa del moto, è possibile punteggiare la curva reale $D(V)$ con i valori di incidenza α estraplati dalla polare aerodinamica, essendo la curva $D(V)$ estratta proprio dalla polare stessa: ciò ovviamente può essere fatto in base a considerazioni concepite a parità di peso e di quota in quanto, come già detto, la curva varia il suo andamento con questi due parametri.

• Vediamo ora come si modifica la resistenza D al cambio di quota; essendo la curva $D(V)$ caratterizzato in ogni punto da un particolare valore di C_L , ragionando a parità di C_L .

Possiamo comunque intralucando la EAS al fine di minimizzare la quota:

Al crescere della quota il rapporto $\frac{T}{f}$ diminuisce in valore da ciò si ricava facilmente che la velocità del suono c diminuisce, di conseguenza, anch'essa con la quota.

Essendo il Mach critico un parametro costante, si ha molto semplicemente che, dato il rapporto:

$$M_{cr} = \frac{V_{cr}}{c}$$

se c diminuisce allora anche V_{cr} diminuisce con la quota: ecco perché nel grafico di sopra la curva a quota reale si discosta dall'andamento dettato dalla polare quadratica per un valore V'_{cr} minore di V_{cr} alla quota z di partenza.

Essendo l'alibramento del valore di V_{cr} dettato dall'alibramento del valore del rapporto $\frac{T}{f}$ si può molto facilmente notare che nella stratosfera, dove il gradiente termico è nullo e la temperatura è costante, la velocità critica si assesta su un valore costante con z .

• Abbiamo ricavato che durante il volo rettilineo orizzontale vale la seguente equazione di equilibrio

$$T_n = D$$

L'andamento della curva $D(V)$ è quindi rappresentativo anche della spinta T_n necessaria al mantenimento delle condizioni di volo orizzontale uniforme per un dato peso W e ad una data quota z .

Osservando quindi il precedente grafico $D(V)$ alla luce di quanto appena scoperto si può osservare come per velocità inferiori a $V_{s\ min}$ si ha un aumento della spinta necessaria al volo orizzontale: ciò va contro il senso comune (per esempio un'auto ha bisogno di meno CV per

Esattamente come visto per T_d , esso può essere scritto come:

$$K = K_{50} \Psi_2(n) \cdot X_2(V) \cdot Y_2(\tau) = K(V, \tau, n)$$

dove

Ψ_2, X_2 e $Y_2 =$ funzioni da determinare

$K_{50} \approx$ consumo specifico al banco a quota 0 e manetta massima

Analizziamo ora nel dettaglio la dipendenza di T_d e K dai vari parametri (prendiamo in analisi il caso del turbogetto)

1) DIPENDENZA DA $n \Rightarrow$ funzione Ψ_1 ; n ha la seguente relazione per Ψ_1 (è una relazione semplificata):

$$\Psi_1(n) = \left(\frac{n}{n_0} \right)^{3,5}$$

L'esponente 3,5 tiene conto di vari fattori, quali velocità di efflusso dei gas di scarico, accelerazione in turbina, ecc. ed amplifica gli effetti dovuti al cambio della manetta: è infatti ben noto che in turboreattore funziona benissimo ad alti regimi e di merda a bassi regimi.

Per il consumo n ha invece la seguente relazione:

$$\Psi_2 = 1 + \text{coeff} \left(\frac{n_0}{n} - 1 \right)^2$$

2) DIPENDENZA DA $\tau \Rightarrow$ funzione Ψ_1 ; per quanto riguarda la spinta disponibile n ha la seguente relazione:

$$\Psi_1(\tau) = \frac{n}{n_0} \frac{T_0}{T} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{0,75} = \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{0,75} = \frac{n}{n_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1,75}$$

per il consumo specifico n ricava invece:

$$\Psi_2(\tau) = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,75}$$

È infatti un effetto dinamico dovuto alla compressibilità del fluido, ma la pressione d'aria che influenza il coefficiente χ_1 in maniera benefica, tale effetto viene però attenuato dal "tappamento" che si genera all'ingresso delle prese d'aria all'aumentare della velocità. Si tiene conto di questi due effetti modificando il fattore χ_1 in questa maniera:

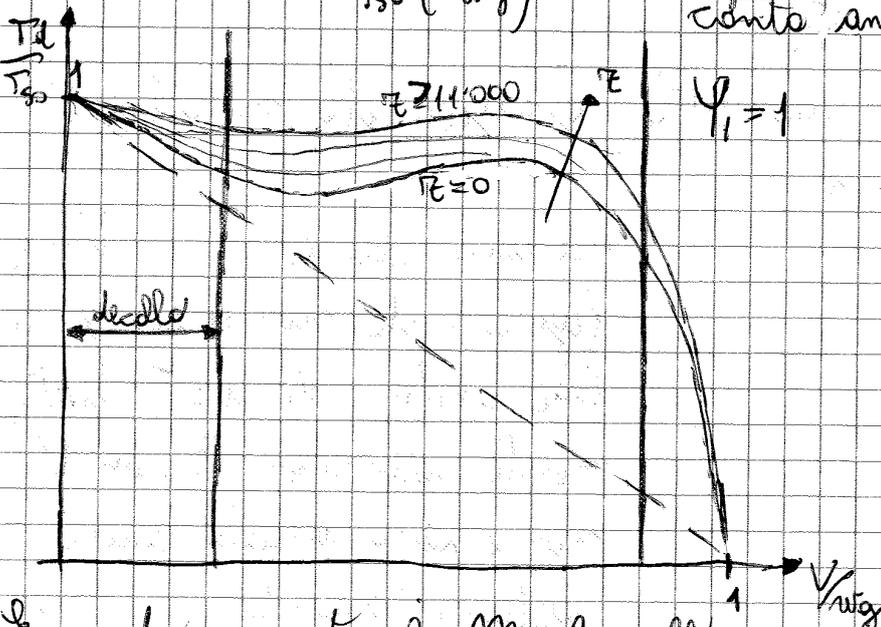
$$\chi_1(V, z) = 1 - \frac{V}{w_g} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^2}_{\text{compressione in presa d'aria}} \underbrace{\left[1 - \left(\frac{V}{w_g} \right)^4 \right]}_{\text{tappamento in presa d'aria}}$$

Con qualche passaggio e ricordando l'espressione $c = \sqrt{kRT} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}$ si ottiene:

$$\chi_1(V, z) = 1 - \frac{V}{w_g} + \frac{\frac{1}{2} k V^2}{k \frac{p}{\rho}} \left[1 - \left(\frac{V}{w_g} \right)^4 \right] \Leftrightarrow$$

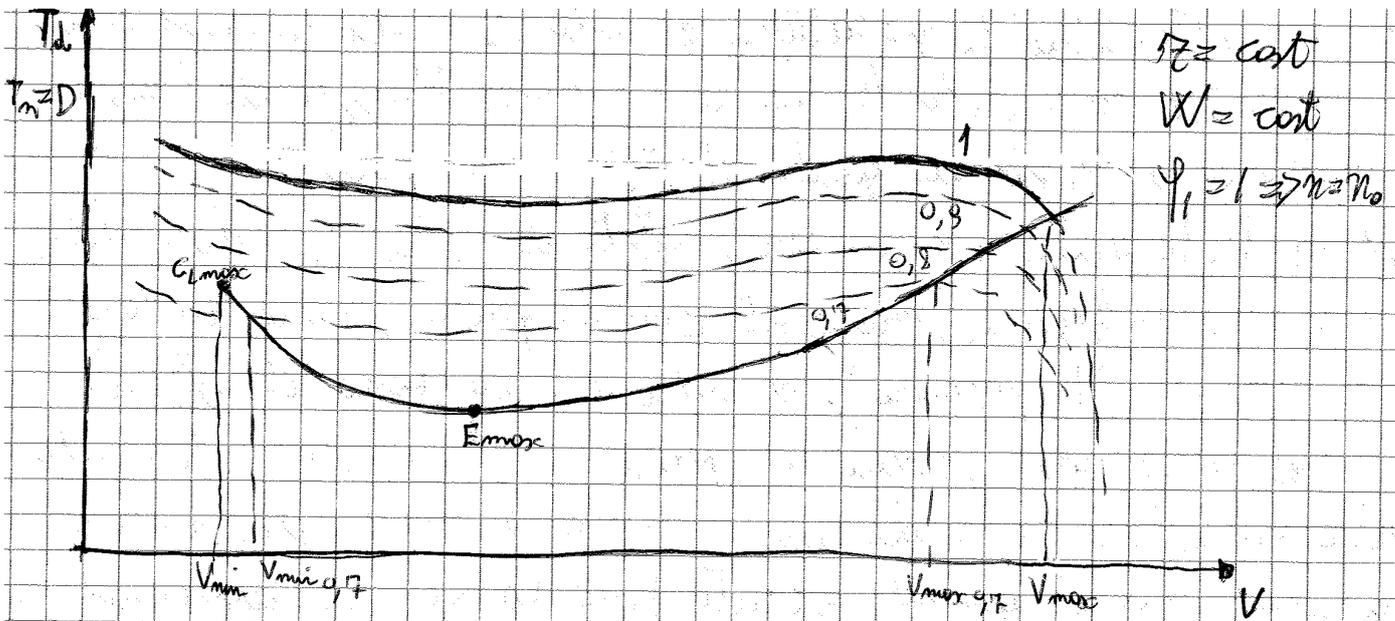
$$\Leftrightarrow \boxed{\chi_1(V, z) = 1 - \frac{V}{w_g} + \frac{1}{2} k M^2 \left[1 - \left(\frac{V}{w_g} \right)^4 \right]}$$

l'andamento $\frac{T_d}{T_{s0}} \left(\frac{V}{w_g} \right)$ si modifica in questa maniera, tenendo conto anche della quota:



L'intervallo di interesse per il volo orizzontale è quello all'interno delle sbarrette blu; non si riflette un caso di quello che avviene al decollo proprio ad alte velocità.

Essendo presente il Mach nell'espressione di χ_1 , l'effetto della quota diventa il seguente: essa aumenta la portata disponibile (vedi $\Psi_1(z)$) fino alla tropopausa, oltre la quale



Notiamo che, dati quota e peso (quest'ultimo utile solo per T_m), alle condizioni di C_{Lmax} (ovvero di V_{min}) si ha un esubero di punta disponibile rispetto a quella necessaria. Il punto di massima velocità V_{max} in condizioni di massima manetta è dato dall'incontro tra la curva di punta disponibile T_d e punta necessaria T_n , oltre V_{max} la punta necessaria supera quella disponibile, rendendo impossibile il volo orizzontale.

Come gestisce l'esubero di punta T_d ? Riducendo la manetta, il grafico in corso si sposta verso il basso: ciò equivale a moltiplicare l'equazione della punta per la funzione $\psi_1 \neq 1$, addestando quindi T_d a T_n per condizioni di volo diverse da quelle massimali.

Abbassando la punta i valori di V_{min} si innalzano e quelli di V_{max} si abbassano: nel primo caso, in particolare, si avrà $C_{Lmax} < C_{Lmax}$ con manetta massima.

Se si vuole navigare in condizioni di massima efficienza si dovrà infine abbassare la manetta fino a quando la punta disponibile, in tali condizioni, ~~si~~ eguaglia quella necessaria.

L'esubero di punta può anche essere utilizzato per salire.

2) l'angolo tra x_5 ed x_0 è piccolo, ovvero la salita non è eccessivamente ripida; si può assumere

$$c \approx \alpha - \beta \approx \mu_T$$

La piccolezza di c , e quindi la quasi coincidenza di x_0 con x_5 , è di fondamentale importanza per poter risolvere in maniera approssimata le equazioni di equilibrio.

Facendo questa assunzione si ha

$$\sin c \approx \sin \mu_T \approx 0$$

se poniamo piccolo l'angolo di salitamento i_T , quindi, trascurabile la componente ortogonale della punta T rispetto all'asse ventoso x_0 (tale assunzione non è sempre possibile farla).

Le equazioni di equilibrio diventano:

$$1) L + T \sin(c) - W \cos \gamma = 0$$

$$\cdot) \Sigma M = 0$$

$$\rightarrow) T \cos(c) - D - W \sin \gamma = 0$$

Considerando $\sin c \approx \sin \mu_T \approx 0$ e $\cos(c) \approx \cos(\mu_T) \approx 1$ si ha:

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma & (1) \\ W \sin \gamma = T - D & (2) \end{cases}$$

$$\left(\Sigma M = 0 \text{ (non la riscriveremo per il momento)} \right)$$

da cui:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S \quad \text{con} \quad C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{2\pi R}$$

se non siamo in possesso della polare effettiva. Moltiplicando la (2) per V si ha:

$$W V \sin \gamma = (T - D) V \quad (3)$$

considerazione. Le curve $T_n(V)$ quando il velivolo è in salita cambiano, a parità di peso W e di velocità V lungo la traiettoria, rispetto alle curve relative al moto orizzontale uniforme. Noi finora ce ne siamo sbattuti le pale di ciò e abbiamo generalizzato gli andamenti $T_n(V)$ in volo orizzontale anche al caso di volo in salita. Tale assunzione è abbastanza valida edo e l'angolo γ di rampa è contenuto, ovvero:

$$\gamma < 25^\circ$$

Il cambiamento di T_n (e quindi D) con γ è spiegabile in questo modo: in salita la portanza L non deve eguagliare un peso W ma un carico $W \cos \gamma < W$, diminuendo quindi la portanza ~~richiesta~~ da sviluppare necessaria a garantire l'equilibrio diminuiscono C_L e, di conseguenza, la resistenza indotta, mantenendosi pressoché costante il C_{D0} si ha, dalla formula della portanza, una diminuzione del C_D totale e quindi una resistenza $D = T_n$ da vincere minore.

Ciò spiega perché l'andamento $T_n(V)$ è fortemente influenzato dall'angolo di rampa γ : la sovraccarico da applicare rispetto alle condizioni di volo orizzontale è tanto più forte quanto γ è grande, arrivando al limite di SALITA VERTICALE perfetta (caso ideale) si avrebbe:

$$L = 0 \Rightarrow C_L = 0 \Rightarrow C_D = C_{D0}$$

in tali condizioni la resistenza D è minima e la curva $D(V)$ ~~è~~ fortemente schiacciata sull'asse delle ascisse.

Una valutazione precisa delle condizioni di salita si avrebbe se fosse possibile disegnare la curva $T_n(V)$ per ogni angolo

$$\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)^{-1} = \frac{C_D}{\sqrt{C_L}} = \frac{C_{D0}}{\sqrt{C_L}} + \frac{C_L^{3/2}}{2\pi\lambda} = y$$

Il minimo di y eguale al massimo di $\frac{E}{\sqrt{C_L}}$; deriviamo e azzerando si ha:

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{1}{2} C_L^{-3/2} C_{D0} + \frac{3}{2} \frac{C_L^{1/2}}{2\pi\lambda} = 0$$

da cui ricaviamo:

$$\frac{3}{2} \frac{\sqrt{C_L}}{2\pi\lambda} = \frac{C_{D0}}{2C_L^{3/2}} \Rightarrow C_L^2 = \frac{C_{D0} 2\pi\lambda}{3}$$

Il C_L corrispondente al valore di $\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}$ si ha quando:

$$C_{L\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}} = \sqrt{\frac{2\pi\lambda C_{D0}}{3}} = \frac{C_{LE_{\max}}}{\sqrt{3}}$$

Dalla espressione della polarità ricaviamo:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{2\pi\lambda} = C_{D0} + \frac{2\pi\lambda C_{D0}}{3 \cdot 2\pi\lambda} = \frac{4}{3} C_{D0}$$

da cui:

$$C_{D\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}} = \frac{4}{3} C_{D0} = \frac{2}{3} C_{DE_{\max}}$$

Il conseguente parametro $\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}$ vale:

$$\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max} = \frac{\sqrt[4]{2\pi\lambda C_{D0}}}{\frac{4}{3} C_{D0}}$$

Il valore di $\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}$ è minore sia di E_{\max} che di $\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{\max}$; sulla polarità si avrà quindi l'andamento illustrato nella pagina successiva.

diminuisce all'aumentare di z .

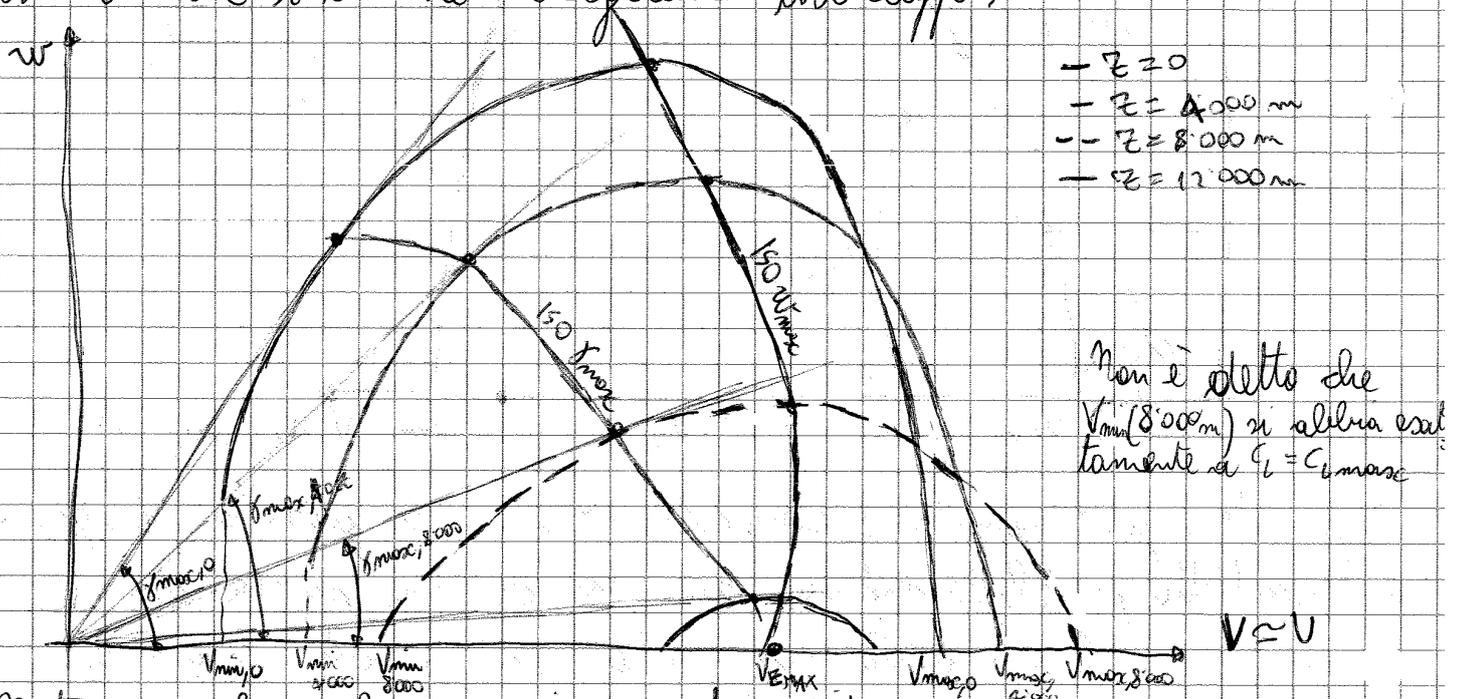
Nel grafico sono illustrati gli andamenti $T_d(V)$ e $T_m(V)$ per quattro quote differenti, analizziamoli nel dettaglio:

- 1) $z = 0$: nelle condizioni di V_{min} si ha un surplus di spinta disponibile T_d rispetto a quella necessaria T_m ; tale surplus permane fino alle condizioni di V_{max} . In tutto l'intervallo di velocità compreso tra V_{min} e V_{max} è possibile salire col velivolo grazie all'eccesso di T_d .
- 2) $z = 4'000$ m: sebbene sia V_{min} che V_{max} sono aumentate rispetto al caso 1), la salita è comunque possibile nell'intervallo $V_{min} < V < V_{max}$ in quanto permane l'ulteriore surplus di spinta disponibile;
- 3) $z = 8'000$ m: si è raggiunta la situazione limite per cui $T_m = T_d$ quando $V = V_{min}$, ovvero quando si vada in condizioni di C_{Lmax} . In parole povere quando si vada a V_{min} in queste condizioni di quota non si ha un surplus di spinta tale da permettere il volo in salita.
- 4) $z = 12'000$ m: la T_d si è abbassata a tal punto da incontrare la curva $T_m(V)$ in un unico punto di tangenza, corrispondente alle condizioni di V_{max} (se vede l'approssimazione $T_d \approx$ costante con V (se considerassimo le T_d reali il punto di tangenza sarebbe leggermente spostato rispetto a V_{max}). Il tale livello di quota ha quindi solo una condizione di volo orizzontale ammissibile; non è possibile salire ulteriormente in quanto non c'è più surplus di spinta disponibile da poter sfruttare; nel caso in questione quindi $z = 12'000$ rappresenta la massima quota di volo (QUOTA DI TANGENZA).

essa si ha quando l'angolo di salita γ è massimo, ovvero quando il raggio uscente dall'origine del sistema cartesiano è tangente alla curva (vedi grafico di sopra) $w(V)$.

Notiamo che anche in questo grafico, così come nei grafici di cui precedentemente, il punto a w_{max} è compreso tra quelli di E_{max} ed $(E/\sqrt{C_L})_{max}$; la situazione a γ_{max} si ha invece tra quella a $C_{L,max}$ (V_{min}) e quella ad E_{max} .

Ripetendo i discorsi appena fatti per le altre 3 quote già analizzate si ottiene il seguente involucro:



Notiamo che la condizione di salita per $z = 12000$ m non viene identificata solo da un punto a $w = 0$ ma da un piccolo arco: ciò per tener conto delle piccole approssimazioni fatte precedentemente.

In figura sono anche evidenziati i luoghi dei punti a w_{max} e γ_{max} al variare della quota.

Notiamo che γ_{max} e w_{max} diminuiscono all'aumentare della quota, mentre V_{min} e V_{max} aumentano con essa (V_{max} da fino ad una certa quota, poi diminuisce).

Integrando si ricava:

$$t_{\Sigma} = \int_0^{\Sigma} \frac{dr}{w}$$

Addizionando il problema in successioni infinitesime di variazione di quota Δz_i si ha che il tempo necessario è:

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta z_i}{w_{m_i}}$$

dove

w_{m_i} = velocità di salita media nell'intervallo Δz_i .

Il tempo t_{Σ} sarà minimo se la velocità w_{m_i} di salita è quella massima; in caso contrario il tempo di salita si incrementa.

Vediamo ora come è possibile determinare direttamente la quota di tangenza teorica: a tale quota l'equilibrio impone

$$(1) T_d = D \quad (2) L = W$$

Dividendo la (1) per W si ha

$$\frac{T_d}{W} = \frac{D}{W} \stackrel{(2)}{=} \frac{D}{L} = \frac{1}{E} \quad \text{da cui} \quad T_d = \frac{W}{E}$$

Allo stesso risultato si sarebbe potuti arrivare imponendo $w=0$ alla quota di tangenza, infatti:

$$w = \frac{(T_d - D) \cdot V}{W} = 0 \Rightarrow \frac{T_d V}{W} = \frac{D V}{W} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_d}{W} = \frac{D}{L} = \frac{1}{E} \Rightarrow T_d = \frac{W}{E}$$

esplicitando la spinta disponibile T_d nelle condizioni di manetta unitaria ($\varphi_1 = 1$) si ha

$$T_d = T_{50} \chi_1 \prod_{i=1}^n \varphi_i = \frac{W}{E}$$

con questo procedimento si siamo trovati la quota di tangenza teorica; la z_{tg} pratica la si può ricavare unicamente dal diagramma consentendo dei riscontri visto prima; una stima approssimata la si può però ottenere conoscendo $w(z_{tg} \text{ teorica})$ e $w(z=0)$ ricorrendo ad un andamento lineare creato da w con z .

ELICA

Quando si ha a che fare con le eliche si parla di potenze π e non di spinte T : anche in questo caso andremo a disegnare delle curve di potenza necessaria π_n e di potenza disponibile π_d . Parlare di spinta è del tutto equivalente a parlare di potenza: la differenza di trattazione fra turbogetto e turbomotore elica deriva solo dal fatto che nel primo caso è più facile misurare la T_d , mentre nel secondo la π_d .

VOLO ORIZZONTALE

Il procedimento da seguire è analogo a quello visto per il turbogetto declinato sulle potenze invece che sulle spinte. All'equilibrio si ha

$$L = W$$

$$\pi_n = D \cdot V = \text{POTENZA NECESSARIA}$$

Sostituendo l'espressione di D ed approssimando la portanza effettiva con quella teorica si ottiene, dopo qualche passaggio:

$$\begin{aligned} \pi_n = D \cdot V &= \frac{1}{2} \rho V^3 C_D \cdot S = \frac{1}{2} \rho V^3 \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e \lambda} \right) S = \left(\text{imponiamo } C_L = \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho V^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \rho V^3 C_{D0} S + \frac{1}{2} \rho V^3 S \frac{C_L^2}{\pi e \lambda} \end{aligned}$$

Sostituendo l'espressione di C_L :

$$C_L = \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

3 punti caratteristici evidenziati nel grafico sono i soliti; in particolare è possibile definire l'angolo ϵ come:

$$\tan \epsilon = \frac{\pi_n}{V}$$

Torà come visto per quasi tutte le curve analizzate finora, anche in questo diagramma è possibile "punteggiare" la funzione con i rispettivi valori di incidenza α derivati dalla polarità aerodinamica.

È possibile ricavare, con qualche passaggio, l' ϵ_{min} ; si ha

$$\tan \epsilon = \frac{\pi_n}{V} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^3 C_D S}{V} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S$$

imponendo $L = W$ si ottiene

$$V^2 = \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho C_L}$$

sostituendo:

$$\tan \epsilon = \frac{1}{2} \rho \frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho C_L} C_D S = W \frac{C_D}{C_L} = W \cdot \frac{1}{E}$$

È dunque immediato ottenere che ϵ_{min} si ha nelle condizioni di massima efficienza (dati W e z)

$$\boxed{\tan \epsilon_{min} = W \cdot \frac{1}{E_{max}}}$$

È altrettanto semplice ricavarsi la potenza necessaria minima al volo orizzontale; si ha:

$$\begin{aligned} \pi_n &= V^3 C_D \frac{1}{2} \rho S = \left(\text{sostituendo } V = \sqrt{\frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho C_L}} \right) = \text{cost}(z, W) \frac{C_D}{C_L^{3/2}} = \\ &= \text{cost} \frac{1}{\frac{C_L}{C_D} \sqrt{C_L}} = \text{cost} \cdot \frac{1}{E \sqrt{C_L}} \end{aligned}$$

Poniamoci nel punto A; all'aumentare della quota diminuisce il rapporto $\delta = \frac{\rho}{\rho_0}$; in tal modo il punto A, alla quota z , si sposta orizzontalmente ~~in~~ in A' a causa dell'aumento di $V = \frac{V_i}{\sqrt{\delta}}$ dovuto a $\frac{1}{\sqrt{\delta}}$.

Questo non è però l'unico spostamento subito dal punto A: esso si sposta anche verticalmente in A'' in maniera proporzionale a $\frac{1}{\sqrt{\delta}}$; ciò in quanto, ragionando a parità di C_L (e quindi anche di C_D), si ha la seguente variazione di π_m con il rapporto δ :

$$\pi_m = D \cdot V = \frac{1}{2} \rho_0 V_i^2 C_D \cdot \delta \cdot V_i \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}} = \text{cost.} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$$

Si può dire che ogni punto della curva $\pi_m(V)$ si sposta, al variare della quota, sia orizzontalmente che verticalmente in maniera proporzionale a $\frac{1}{\sqrt{\delta}}$; questa trasformazione fa in modo tale che, al variare di z , ogni punto si sposti unicamente lungo la radiale uscente dall'origine del sistema cartesiano (vedi grafico). È inoltre interessante notare che il valore di δ_{min} non varia con z .

• Pensiamo ora a definire la potenza disponibile; essa è data da:

$$\pi_d = \eta_e \pi_m$$

con

π_m = potenza erogata dal motore

η_e = rendimento dell'elica

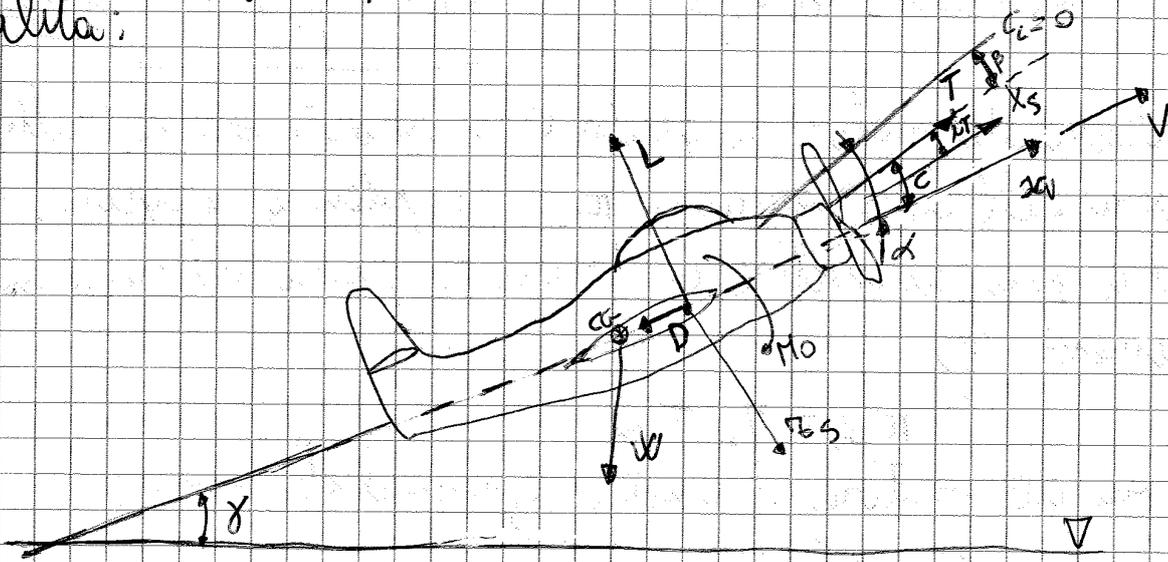
Per un motore alternativo l'andamento della π_m è funzione della quota z e della manetta ξ ; compare l'effetto della velocità: questo si ha solo nel turboreattore in maniera

L'andamento di π_d è quasi orizzontale e ricadca quello di $\eta_e(V)$ a manetta massima.

Valgono gli stessi discorsi fatti per il turbogetto: in tutto il range di velocità compreso tra V_{min} e V_{max} la potenza ~~disponibile~~ disponibile è in grado di compensare quella necessaria.

VOLO UNIFORME IN SALITA

Indichiamo in questo caso la trattazione è analoga a quanto visto per il turbogetto; prendiamo il nostro velivolo ed elica in salita:

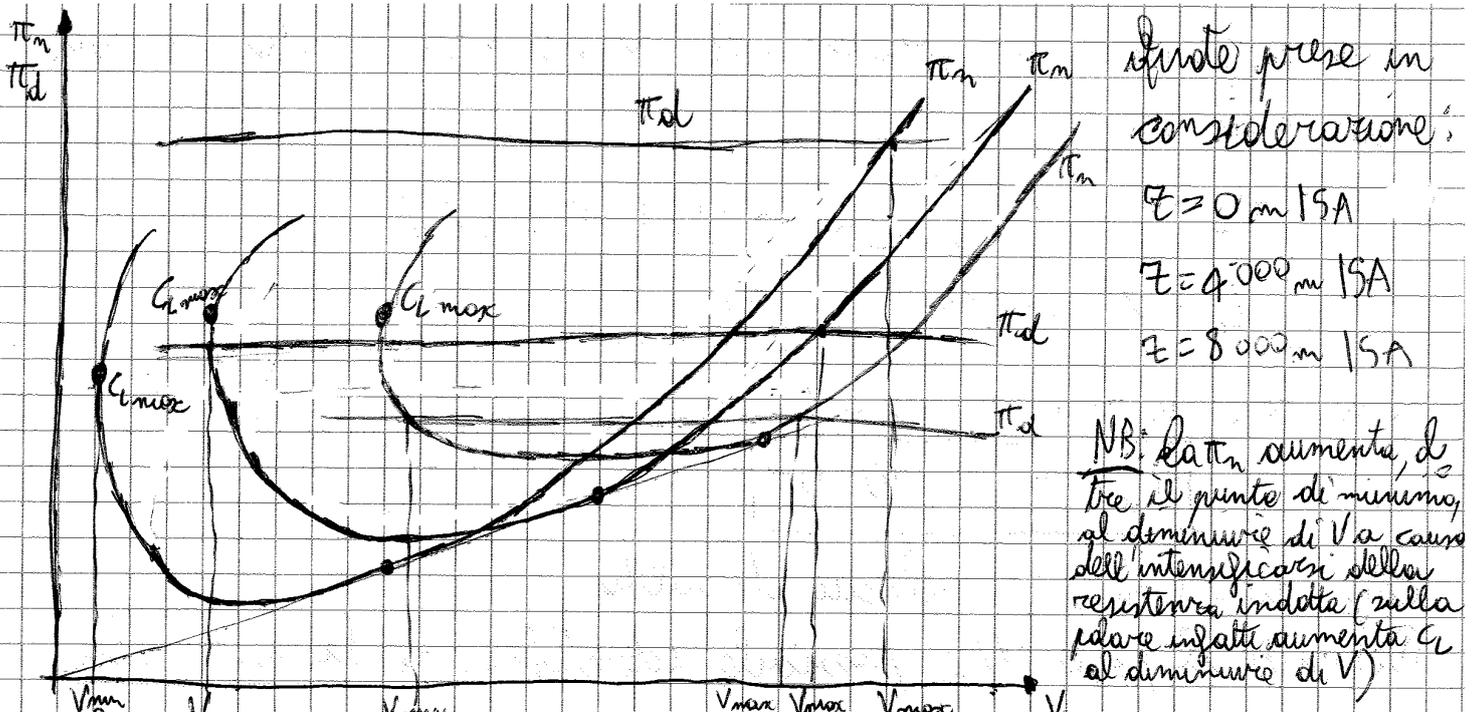


X_s, x_v, c, α e i_T sono definiti allo stesso modo di quanto visto per il turbogetto; valgono ancora le approssimazioni:

$$\begin{cases} c \approx i_T \approx 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos(c) \approx \cos(i_T) \approx 1 \\ \sin(c) \approx \sin(i_T) \approx 0 \end{cases} \\ X_s \approx x_v \end{cases}$$

Le equazioni di equilibrio rispetto agli assi vento:

$$\begin{aligned} \rightarrow) & T \cos i_T - D = W \sin \gamma \\ \uparrow) & T \sin i_T + L = W \cos \gamma \end{aligned}$$



L'andamento di π_n con z è stato prima analizzato.

π_d è un parametro prestazionale del motore: essa diminuisce però con la quota in quanto

$$\pi_d = \pi_e \pi_{mo} \Psi(z) \cdot S$$

con $\Psi(z)$ decrescente con la quota

La differenza $\pi_d - \pi_n$ dà la velocità di salita, in base a quanto detto, analizziamo i tre casi:

- 1) $z = 0$: alle condizioni di $C_{L,max}$ (V_{min}) si ha un esubero di potenza disponibile, con come in tutto il range di velocità fino a V_{max} è quindi possibile salire in tutto l'intervallo di velocità compreso tra V_{min} e V_{max}
- 2) $z = 4000$: la π_d permette il volo livellato ad una V_{min} inferiore rispetto alla velocità corrispondente alle condizioni di $C_{L,max}$. la salita è quindi possibile nell'intervallo di velocità compreso tra la suddetta V_{min} e la V_{max}
- 3) $z = 8000$: la potenza disponibile si è talmente abbassata da permettere la salita solo in un range molto ristretto di velocità

• Procedimento per la costruzione della curva della potenza necessaria $\pi_n(V)$ (rassunto):

- data una condizione di volo identificata da un certo C_L , si ricava il C_D ricorrendo alla polare effettiva oppure, in mancanza di questa, alla polare quadratica:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

- dal C_L si ricava la V_i per un dato peso W :

$$V_i = \sqrt{\frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho_0 C_L}}$$

- noti C_L e C_D , si ricava l'efficienza:

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

- noti E e C_D si ricava la resistenza D dato il peso:

$$D = \frac{W}{E}$$

- la π_n finale è data da:

$$\pi_n = D \cdot V, \text{ con } V = V(\pi)$$

• Con un procedimento identico a quanto visto per il turbogetto, è possibile stimare il tempo necessario a raggiungere una certa quota data le velocità medie w_{mi} riferite agli intervalli di quota Δz_i :

$$t_{\pi} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta z_i}{w_{mi}}$$

• È possibile anche in questo caso tracciare il "super-diagramma riassuntivo":

$$V = \sqrt{\frac{W \zeta}{c_2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$$

Uguagliando le potenze (oppure ponendo $w = \frac{\pi_d - \pi_n}{W} = 0$) si ottiene

$$\pi_d = \pi_n \Rightarrow \frac{\pi_d}{W} = \frac{\pi_n}{W}$$

Explicitando π_d e π_n si ottiene

$$\frac{\eta_e \zeta \psi \pi_{mo}}{W} = \frac{D \cdot V}{W} = \frac{V}{E}$$

dove

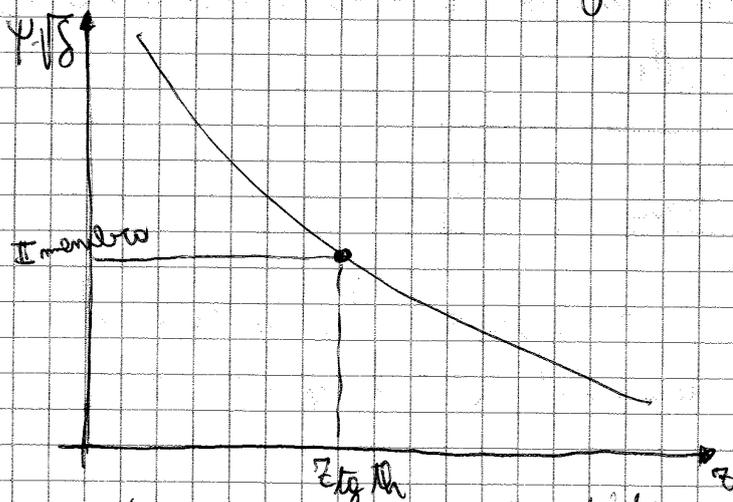
$$\psi = \frac{\rho}{\rho_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \psi(\tau)$$

Lasciando a primo membro solo i termini dipendenti dalla quota si ottiene (sostituendo le espressioni di V , ψ , δ ed E):

$$\psi \cdot \sqrt{\delta} = \frac{\sqrt{2} \cdot W^{3/2}}{\sqrt{\rho_0} \eta_e \pi_{mo} \sqrt{\delta} (E \sqrt{c_2})_{\max} \zeta}$$

supponiamo $\zeta = 1$

dove il 2° membro è costante con τ , affinché il fattore di quota $\psi \cdot \sqrt{\delta}$ sia minimo il parametro $E \sqrt{c_2}$ deve essere massimo. Diagrammando:



Entrando nel diagramma con il valore del 2° membro sulle ordinate si ricava la quota di tangenza teorica

Per ricavare la quota di tangenza pratica è necessario conoscere il "super diagramma riassuntivo" visto prima

ricorrere alle equazioni di equilibrio semplificate, evitando quindi di considerare le varie componenti di T , D , L e W lungo gli assi vento; possiamo scrivere

$$\begin{cases} T = D = \frac{1}{2} \rho_0 V^2 S C_D \cdot S \\ L = W = \frac{1}{2} \rho_0 V^2 S C_L \cdot S \end{cases}$$

Orariamente le crociere sono a quote perfettamente costanti; ma ce ne affatiamo in quanto riteniamo valida l'approssimazione

$$\gamma \text{ piccolo} \Rightarrow \cos \gamma \cong 1$$

Tenendo conto di ciò è possibile fare i seguenti passaggi:

$$\frac{W}{T} = \frac{L}{D} = E \Rightarrow \frac{T}{W} = \frac{1}{E}$$

Moltiplicando ambo i membri per $V \cdot h \cdot dt$, con

$$h = \text{consumo specifico} \left[\frac{N_{\text{combustibile}}}{N_{\text{punta}} \cdot s} \right]$$

e

$$V dt = ds = \text{spazio percorso in } dt \left[\frac{m}{s} \cdot s \right] = [m]$$

si ottiene:

$$\frac{V T h dt}{W} = \frac{V \cdot h dt}{E}$$

È facilmente osservabile che:

$$T h dt = \ominus dW \left[\frac{N \cdot \frac{N}{N \cdot s}}{N \cdot s} \right] = [N] \cdot dk$$

perché il peso diminuisce

con

$$dW = \text{variazione elementare del peso del velivolo nel tempo}$$

dW è il parametro che tiene conto della variazione infinitesimale di peso dovuta al consumo di carburante.

È possibile scrivere:

È quindi possibile scegliere su quali parametri giocare; ne illustriamo due casi:

- STRATEGIA 1: $C_L = \text{costante}$, $V = \text{costante}$

Ricordiamo

$$h = h_{50} \chi_2(V) \psi_2(n) \Psi_2(\tau) \quad (1)$$

Assumendo queste ipotesi otteniamo, dalla relazione $L = W$:

$$V = \sqrt{\frac{W/5}{\frac{1}{2} \rho C_L}}$$

L'unico termine variabile nel parametro

$$\frac{EV}{h}$$

è il consumo specifico h (E dipende da C_L) in quanto cambiano τ ed n : basta infatti osservare la (1). È possibile però rendere costante questo parametro considerando un consumo specifico medio h_m tra inizio e fine ova-
cera; facendo in tal modo la (1) diventa facilmente integrabile:

$$\Delta = - \frac{E \cdot V}{h_m} \ln \frac{W_f}{W_i} = \frac{EV}{h_m} \ln \frac{W_i}{W_f}$$

dove

$i = \text{inizio}$

$v = \text{fine}$

La differenza di peso W tra inizio e fine è ovviamente imputabile al consumo di carburante G :

$$\underline{G = W_i - W_f}$$

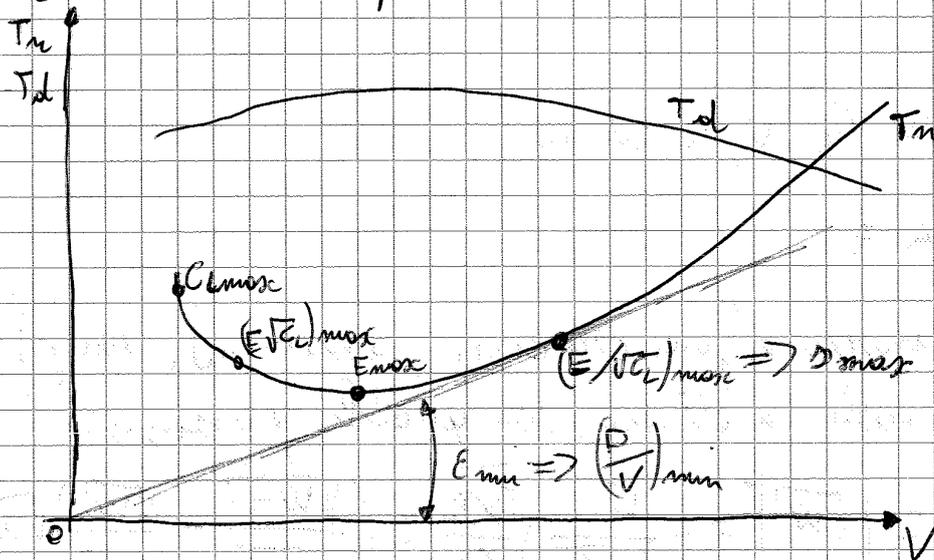
È possibile quindi scrivere:

$$\Delta = \frac{EV}{h_m} \ln \frac{1}{1 - G/W_i}$$

una autonomia D_{max} si ha in condizioni di

$$D_{max} \Leftrightarrow \left(\frac{E}{\sqrt{C_L}} \right)_{max}$$

Prendendo il grafico $T_n(V) - T_d(V)$ il punto di D_{max} è (teoricamente) quello indicato in blu, ovvero $(E/\sqrt{C_L})_{max}$



Ricordiamo che, ricorrendo alla polare quadratica, la condizione $(E/\sqrt{C_L})_{max}$ è facilmente individuabile; si è infatti ricavato

$$C_L (E/\sqrt{C_L})_{max} = \sqrt{\frac{2\pi r C_{D0}}{3}}$$

$$C_D (E/\sqrt{C_L})_{max} = \frac{4}{3} C_{D0}$$

Prendiamo la (2); è possibile da essa ricavare il parametro

$$\sigma = \frac{E}{h \sqrt{C_L} \sqrt{g}} = f(n, V, r, C_L)$$

detto FATTORE DI ECONOMIA DI PERCORSO (da non confondere con σ = densità relativa!). Essa condensa in un unico termine tutti e 4 i parametri che influenzano la crociera

- dalla polare effettiva si sta quella quadratica:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{2\pi \lambda}$$

ci si ricavano C_D ed E

- si calcola il parametro $F/\sqrt{C_L}$
- conoscendo il suddetto parametro e la quota z ci si ricava la velocità indicata V_i ; questa coincide con V_e se si possono assumere trascurabili gli ~~effetti~~ effetti di strisciamento, viscosità e compressibilità dell'aria.
- conoscendo ρ/ρ_0 ci si ricava V_e ;
- si calcola il M di volo
- conoscendo z ci si calcola le funzioni $\chi_1(V, z)$ e $\psi_1(z)$
- si trova la manetta iniziale per il dato C_L

$$\psi_1 = \frac{D}{T_{50} \psi_1 \chi_1}$$

- in funzione dei vari parametri ci si ricava $\chi_2(V)$, $\psi_2(z)$, $\rho_2(z)$

- si calcola il consumo specifico $k = k_{50} \rho_2 \chi_2 \psi_2$

- si trova infine il parametro σ

$$\sigma = \frac{E}{k \sqrt{C_L} \sqrt{S}}$$

e così via, aumentando il C_L
 Partendo quindi da $C_L (E/\sqrt{C_L})_{max}$ si aumenta progressivamente C_L e si vede che σ aumenta: esso però è massimale non per $C_L (E/\sqrt{C_L})_{max}$, ma bensì per un C_L compreso tra quelli di $(E/\sqrt{C_L})_{max}$ ed E_{max} (vedi figura)

• Analizziamo il caso di QUOTE CRESCENTI, ovvero il caso in cui, γ non sia costante: un esempio è dato dalla strategia 1 prima analizzata dove avevano posto

$$V = \text{cost}, \quad C_L = \text{cost} \\ m \neq \text{cost}, \quad \gamma \neq \text{cost} \quad \text{con } \gamma \text{ piccolo}$$

Il fatto che z cresca durante la crociera implica che vi sarà una quantità di combustibile G_2 in più ~~avanzata~~, addebitata per salire, che dovrà essere imbarcata a bordo.
 Facendo un bilancio energetico si ha:

$$G_2 H_i \eta_{\text{volo}} = W_m \Delta \gamma z \quad (4)$$

dove

- H_i = potere calorifico inferiore del cherosene (poter conservativo)
no recupero del calore latente di evaporazione

- $\eta_{\text{volo}} = \eta_{\text{propulsivo}} \cdot \eta_{\text{tot. volo}}$

dove $\eta_{\text{tot. volo}}$ tiene conto dei rendimenti termodinamico, organico, del compressore, della turbina, ecc... η_{volo} tiene conto quindi di tutto (brucio carburante e atterraggio spinta) e generalmente vale $\sim 0,2$;

- $W_m \Delta \gamma z =$ energia potenziale guadagnata;

- $W_m =$ peso medio del velivolo in crociera;

- $\Delta \gamma z =$ guadagno di quota.

$\Delta \gamma z$ è contenute per piccole percorrenze in quanto l'angolo γ è piccolo; si ha la seguente relazione:

$$\tan \gamma = \frac{\Delta z}{s} \quad \text{con } s = \text{spazio percorso in crociera}$$

Per lunghe percorrenze invece Δz è abbastanza consistente (fino a 2.000 m)

$$k \, dt = -dW \Rightarrow -\frac{dW}{W} = \frac{k}{E} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{dt = -\frac{E}{k} \frac{dW}{W}} \quad (5)$$

È possibile nuovamente integrare immediatamente la (5) se si considera costante il parametro

$\frac{E}{k}$ dipendente da C_L, V, n, z ; questo discorso vale se media k_m tra inizio e fine crociera (k_m); otteniamo

$$t = \frac{E}{k_m} \ln \frac{W}{W_0} \Rightarrow \boxed{t = \frac{E}{k_m} \ln \frac{1}{1 - \frac{W_0}{W}}}$$

Dalla precedente espressione è possibile ricavare (avendo posto $k_m = \text{costante}$):

$$\underline{t_{max} \Leftrightarrow E_{max}}$$

Supponendo quindi di volare a

$$z = \text{cost}, \quad C_L = \text{cost}$$

$$V \neq \text{cost}, \quad \varphi_1 \neq \text{cost}$$

se volessimo avere la massima autonomia ovari da \underline{t} vorremmo teoricamente volare con

$$C_L(t_{max}) = C_{L E_{max}} \quad (k_m = \text{costante})$$

Nella realtà k non è costante; se volessimo essere precisi non dovremmo tenere in considerazione k_m ma tutto il parametro $\frac{E}{k}$ dipendente da z, C_L, V e φ_1 ; tale parametro prende il nome di FATTORE DI MASSIMA DURATA. Per trovare $(\frac{E}{k})_{max}$ si utilizza un ciclo si

tesa prima dell'atterraggio, più sarà alto il consumo di combustibile; al fine di ridurre è quindi conveniente ~~risparmiare~~ che il pilota si ponga in condizione di $C_{L,t_{max}}$ per il dato combustibile G a bordo.

NB: Nella trattazione da noi fatta ci si è più che altro occupati di calcolare t_{max} ed s_{max} dato il carburante G imbarcato; nei casi pratici il problema ~~da risolvere~~ da risolvere è proprio l'opposto: dati la rotta e il tempo utile a raggiungere la destinazione, ricavare la massa di combustibile da inserire a bordo.

• Introduciamo ora il DIAGRAMMA DI UTILIZZO del velivolo. Definiamo l'EMPTY WEIGHT W_{ew} (o W_{wo} = PESO A VOTO OPERATIVO) il peso della struttura del velivolo più il peso degli strumenti utili alla sua operatività; nel W_{ew} non si hanno il PAYLOAD e il carburante G ; è possibile scrivere

$$W - S - G = W_{wo} \quad (a)$$

dove W può essere:

- W massimo di progetto del velivolo;
- W massimo per la missione in considerazione;
- W massimo al decollo.

Dividendo la (a) per W si ottiene

$$\frac{S}{W} = 1 - \frac{W_{wo}}{W} - \frac{G}{W}$$

con $W \sim W_{max}$ di progetto

Generalmente per i velivoli civili si ha:

$$\frac{W_{wo}}{W} \approx 0,5$$

Tale valore sarà quello assunto nella seguente trattazione

2) la fusoliera non è in grado di ospitare un numero di passeggeri tale da saturare completamente il velivolo.

Il diagramma viene quindi limitato come sopra: si avranno valori di $(\frac{J}{W})_{max}$ ed γ_{max} diversi ed inferiori rispetto a quelli teorici.

La curva rossa indica invece il MOMENTO DI TRASPORTO i che indica le capacità operative del velivolo; esso è definito in questa maniera:

$$i = \frac{J \cdot \gamma}{W} \left[\frac{\text{ton} \cdot \text{km}}{\text{ton}} \right]$$

il corrispondente diagramma si ottiene quindi facilmente moltiplicando ascissa (γ) per ordinata $(\frac{J}{W})$ e riportando il tutto in funzione di γ : la parabola ottenuta presenterà un massimo.

Un velivolo che presenta un i elevato è in grado di trasportare un grosso payload facendo al contempo tanta strada (è quindi un utile parametro di compromesso). Affinché il progetto sia fatto bene, il $\max(i)$ deve essere incluso nel campo di effettivo utilizzo del velivolo il quale tiene conto delle due limitazioni sopra elencate.

Il campo di effettivo utilizzo del velivolo modifica in questa maniera l'andamento di i : da $\gamma=0$ a γ_A (vedi grafico) l'andamento è lineare in γ ; infatti:

$$i = \frac{J}{W} \cdot \gamma = \text{cost} \cdot \gamma ;$$

oltre γ_A l'andamento è normalmente parabolico fino ad γ_{max} ove il grafico va giù dritto. Ovviamente $\max(i)$ non ha senso che sia nelle zone del grafico "oltre" le limitazioni imposte.

Dimaneggiando la (1) e dividendo per W otteniamo

$$\frac{\eta_e \pi_m}{W} = \frac{D \cdot V}{W} = \frac{D V}{L} \quad \text{da cui}$$

$$\frac{\eta_e \pi_m}{W} = \frac{V}{E}$$

Moltiplichiamo ora ambo i membri per $c dt$, con
 $c =$ consumo specifico $\left[\frac{N \cdot \text{combi}}{W \cdot \text{oregate} \cdot s} \right] = \left[\frac{N}{\frac{N \cdot m}{s}} \cdot s \right] = m^{-1}$

da cui:

$$\frac{\eta_e \pi_m c dt}{W} = \frac{V dt \cdot c}{E}$$

Anche in questo caso, notiamo che:

$$\pi_m c dt = - dW$$

con $dW =$ perdita di peso nell'intervallo infinitesimo dt ;

$$V dt = ds$$

con $ds =$ spazio infinitesimo percorso in dt

Otteniamo quindi:

$$\boxed{ds = - \frac{\eta_e E}{c} \frac{dW}{W}} \quad (2)$$

Tale espressione è facilmente integrabile se si assume costante il parametro $\frac{\eta_e E}{c}$; in particolare devono valere le seguenti ipotesi

$$c_l = \text{cost} \Rightarrow E = \text{cost}$$

$$\eta_e = \text{cost}$$

$$c(r, n) = \text{cost}$$

Nella realtà queste ipotesi non valgono; abbiamo infatti visto che la potenza erogata dal motore dipende

prendere che in questo caso l'approssimazione $\eta_e = \text{cost}$ è valida.

In base a quanto detto possiamo fare un discorso approssimato attendendoci i coglioni del caso reale ponendo

$$\eta_e = \text{cost}, \quad c = \text{cost} \quad \text{con } z \text{ ed } n$$

Assumendo anche $C_2 = \text{costante}$ possiamo integrare la (2) tra inizio e fine crociera:

$$z = \frac{\eta_e E}{c} \ln \frac{W}{W-G} = \frac{\eta_e E}{c} \ln \frac{1}{1 - \frac{G}{W}} \quad (3)$$

dove:

W = peso ad inizio crociera

G = carburante imbarcato a disposizione

Notiamo che dimensionalmente il parametro $\frac{\eta_e E}{c}$ può essere espresso in m o km

Valle lo stesso discorso fatto per il turbogetto; generalmente non si vuole conoscere la distanza percorribile con una certa quantità di cherosene a bordo, ma bensì la massa di combustibile da imbarcare per fare una crociera di z km.

Anche in questo caso, riassumendo, la crociera (ed il parametro $\frac{\eta_e E}{c}$) è influenzata da:

C_1 = coefficiente di portanza

V = velocità di volo

z = quota

$\xi(n)$ = manetta

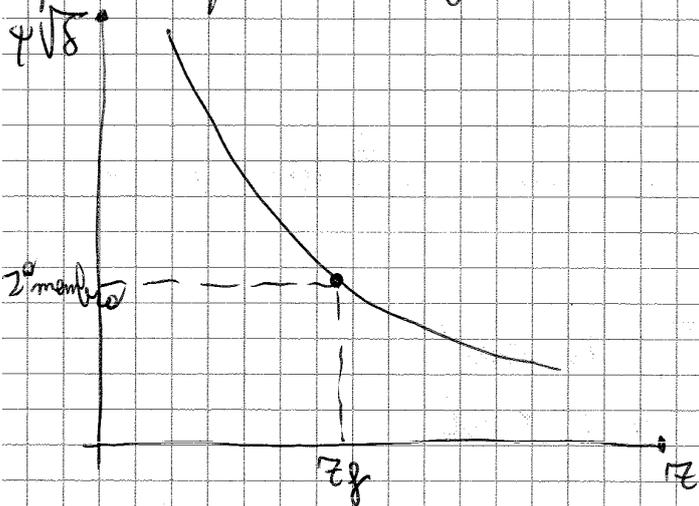
Posso variare a piacimento questi parametri, modificandone ad esempio z e tenendo costanti gli altri?; se però

con

$$V_{if} = \text{velocità AS finale} = \sqrt{\frac{W_f/S}{\frac{1}{2} \rho_0 C_L}}$$

$$W_f = W_i - G$$

Il 1° membro dipende da r secondo un andamento quale quello del grafico di sotto, mentre il 2° è costante (secondo le ipotesi fatte!)



Conoscendo $\Psi(r)$ e $\xi(r)$ si ottiene il grafico accanto; entrando sulle ordinate con il valore a secondo membro si ottiene, sulle ascisse, il corrispondente valore di r_f

- Parliamo ora dell'AUTONOMIA ORARIA del velivolo ad elica; abbiamo:

$$\eta_e \pi_m = \pi_m c \Psi(r) \cdot \xi(r) \cdot \eta_e = \pi_m = D \cdot V$$

Dividendo per W e moltiplicando per c_{dt} si ha

$$\frac{\eta_e \pi_m}{W} c_{dt} = \frac{D \cdot V}{W} c_{dt} = \sqrt{\frac{r}{\rho_0}} \sqrt{\frac{W/S}{C_L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \left(\frac{1}{E}\right) c_{dt} = \frac{D}{V}$$

dove abbiamo sostituito

$$V = \sqrt{\frac{W/S}{\frac{1}{2} \rho_0 C_L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}}$$

Otteniamo:

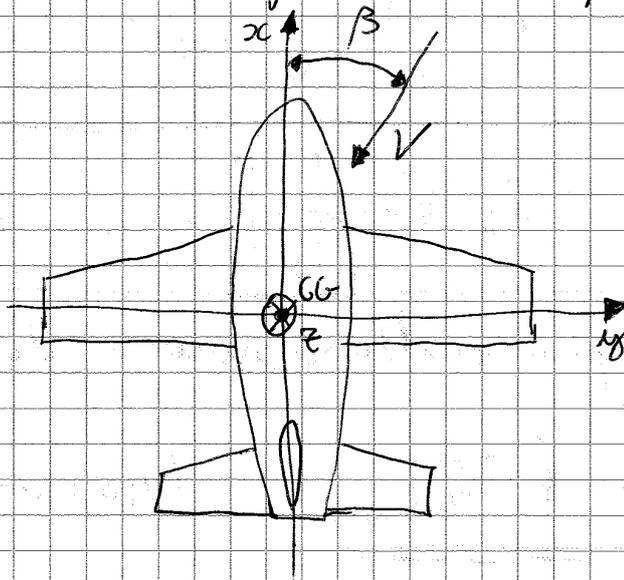
$$\boxed{dt = - \frac{\eta_e}{c} \frac{E \sqrt{C_L} \sqrt{8 S}}{\sqrt{2 \rho_0}} \frac{dW}{W^{3/2}}} \quad (4)$$

Per poter integrare facilmente questa espressione è necessario fare le seguenti assunzioni.

EQUILIBRIO. STABILITÀ

Oiettivo è quello di risolvere le equazioni di equilibrio del velivolo a partire da condizioni stazionarie in cui non si hanno né accelerazioni né forze d'inerzia (vedremo in seguito il caso dinamico).

Partiamo considerando il MOTO LONGITUDINALE: il velivolo varia il suo assetto, ovvero il pitch angle ϕ tra asse corpo e orizzontale, ma il vettore V rimane contenuto nel piano di simmetria xz , in parole povere non si ha un angolo di derapata β come in figura.

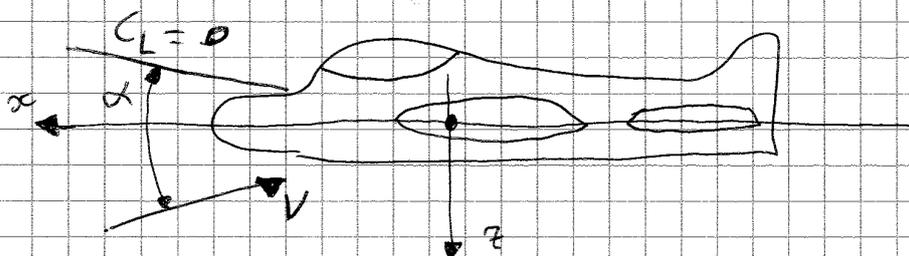


$\beta =$ side slip angle
 $=$ angolo di derapata

Nel nostro caso

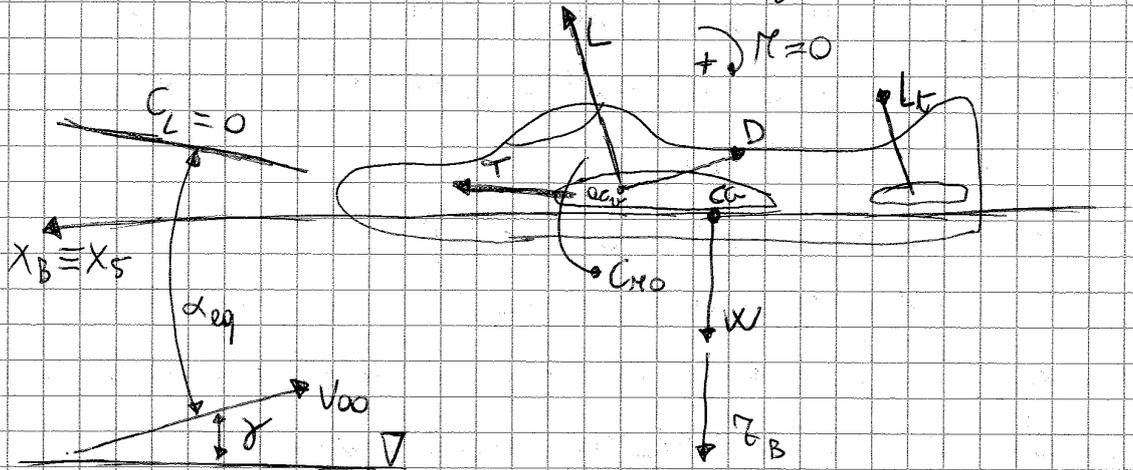
$$\beta = 0$$

α di incidenza e β hanno una relazione ben precisa, essi sono angoli misurati tra un asse vento ed un riferimento corpo del velivolo, nel nostro caso l'asse di portanza nulla a $C_L = 0$ che solitamente non coincide con l'asse body classico (parimento del velivolo).



$\alpha =$ incidenza aerodinamica

Consideriamo ora la seguente figura



Analizziamo nel dettaglio i vari elementi:

- l'asse corpo X_B coincide con X_5 ^{di stabilità} e nella condizione inverteale esso coincideva con l'asse vento x_v , esattamente come visto per il volo orizzontale.
- l'asse di portanza nella $C_L = 0$ non coincide con l'asse X_B
- α_{eq} = angolo tra $C_L = 0$ e direzione della V_{∞}
- la spinta T è parallela X_B , non si ha quindi un angolo di calceamento N_T
- C_{H0} = coefficiente di momento locale dell'ala; se il profilo alare è convenzionale (concavità verso il basso) il C_{H0} sarà negativo e picchiante
- portanza L è perpendicolare alla direzione di V_{∞}
- resistenza D di tutto il velivolo è parallela alla direzione di V_{∞}
- L_E = portanza dell'impennaggio che garantisce l'equilibrio dei momenti ($M_{eq} = 0$)
- W = peso del velivolo applicato al baricentro CG
- γ = angolo tra V_{∞} e orizzontale.

En base a quanto sopra detto, la condizione di stabilità dell'equilibrio diventa la seguente:

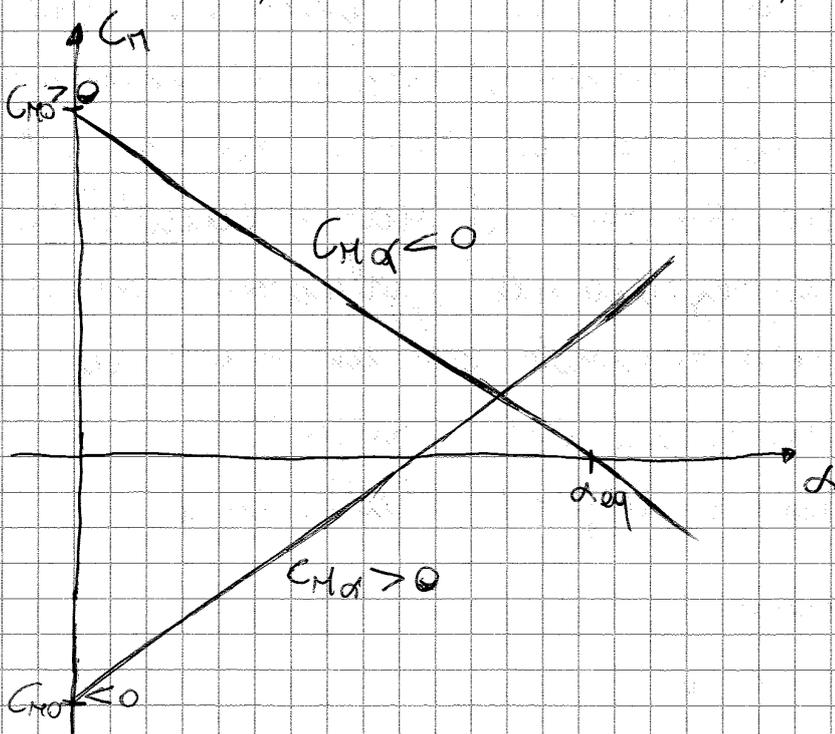
$$\frac{dC_M}{d\alpha} = C_{M\alpha} < 0$$

Mostriamo che:

- se $\Delta\alpha$ positivo, si ha ΔC_M e ΔM negativo che lo annulla;
- se $\Delta\alpha$ negativo, si ha ΔC_M e ΔM positivo che lo annulla.

Si può notare che la variazione di C_M deve essere di segno opposto alla variazione di d .

Se vogliamo equilibrio stabile si trova solo una curva $C_M - \alpha$ corrispondente a tale situazione; vedremo in seguito che la relazione $C_M - \alpha$ può essere approssimata, entro certi limiti, con una retta.



La curva rossa è l'unica ammissibile.

Mostriamo che se $C_{M0} < 0$ e $C_{M\alpha} < 0$ allora non si interseca mai l'asse delle ascisse \Rightarrow no equilibrio.

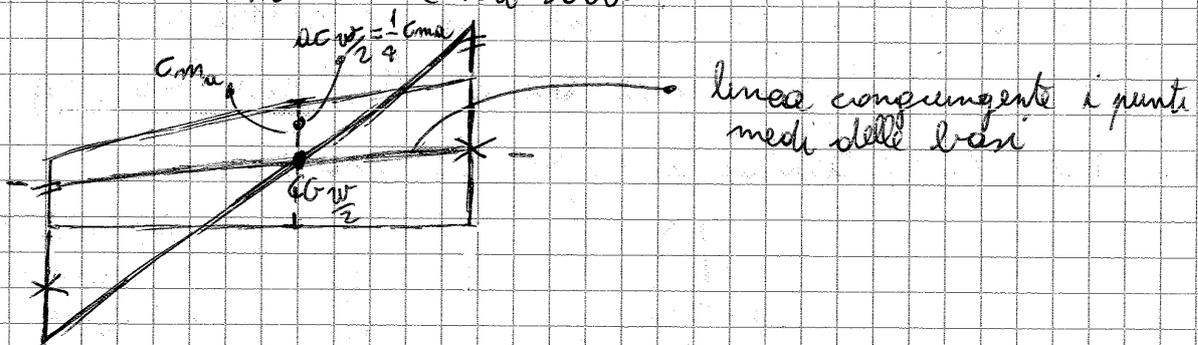
Se prendiamo la curva C_M ha equilibrio per α_{eq} e $C_M = 0$; se in tal punto $C_{M\alpha}$ è < 0 l'equilibrio è stabile (ciò che accade realmente con la curva rossa); se invece $C_{M\alpha}$ è > 0 (curva nera) l'equilibrio è instabile. La condizione $C_M = C_{M0} > 0$ per $\alpha = 0$ (in realtà è impos-

coefficiente di momento focale C_{x0} del profilo, se l'ala presenta profilo C_{x0} costante lungo l'apertura, va a coincidere con il C_{x0} dell'ala, sotto questa condizione.

Ricordiamo che C_{x0} è il punto in cui la curva $C_x - \alpha$ va ad intersecare l'asse delle ordinate.

Per ali trapezoidali, pluri-trapezoidali ed ellettiche è possibile determinare immediatamente la posizione del fuoco dell'ala stessa in questa maniera (riferimento: figura pagina precedente):

- si determina il baricentro geometrico della semiala secondo la costruzione di sotto



- la corda in corrispondenza del baricentro geometrico individua la corda media aerodinamica C_{MA} ;
 - al quarto anteriore della C_{MA} si trova il fuoco della semiala;
 - prendendo il fuoco sulla semiala simmetrica ed unendo con una retta perpendicolare alla corda di radice i due fuochi si ottiene, nel punto di intersezione con quest'ultima, il fuoco dell'ala che non è al 25% della corda di radice (a meno che l'ala non sia rettangolare)
- PROPRIETÀ FOCALE: quando un profilo alare viene investito da un flusso a velocità V , su di esso si crea una distribuzione di pressione generante una forza aerodinamica risultante come in figura.

Nel grafico di sopra abbiamo definito una coppia di assi $x-z$ che presentano le stesse direzioni di X_B e Z_B ma:

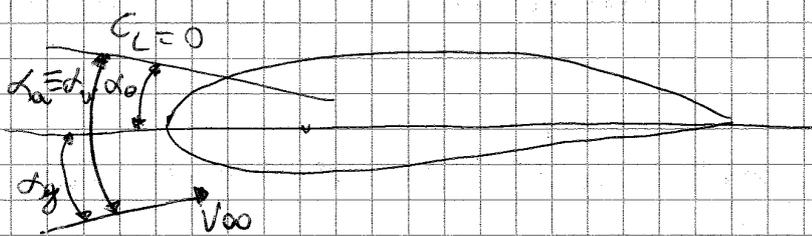
- x ha verso discorde a X_B ed è posizionato tra c_a e a_l
- z è concorde a Z_B ma viene scelto in modo tale da essere "tangente" al bordo d'attacco della corda e rappresentante l'ala;

L'ala c ha un calettamento in w tra l'asse $x \equiv X_B$ e l'asse di portanza nulla $C_L = 0$ piccolo.

I sistemi xz e $X_B Z_B$ hanno quindi origini diverse:

x_a e z_a individuano le coordinate di c_a nel primo sistema; x_a e z_a quelle di a_w invece ($x_a \approx 925c$).
 Tramite il nuovo sistema è possibile determinare gli spostamenti del baricentro CG .

Nel grafico è anche indicato $\alpha_w =$ angolo di incidenza aerodinamica; il seguente disegno richiama la differenza tra le varie incidenze finora analizzate:



$\alpha_0 =$ incidenza di portanza nulla

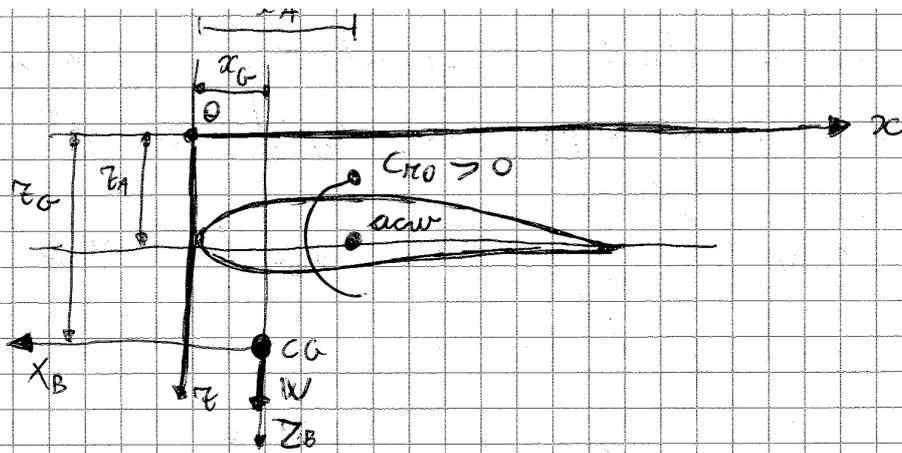
$\alpha_g =$ incidenza geometrica

$\alpha_w \equiv \alpha_w = \alpha_0 + \alpha_g$
 incidenza aerodinamica

Infine vengono anche riportate le componenti L_w , D_w e M_{ow} rispetto agli assi vento della forza aerodinamica. Andiamo ora a scrivere, a partire dallo schema di sopra, le equazioni di equilibrio adimensionalizzate:

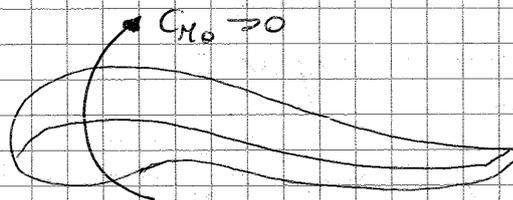
$$(1) \quad C_{M_{ow}} = C_{L_w} \frac{x_a - x_a}{c} + C_{M_{ow}}$$

Il pedice G di $C_{M_{ow}}$ ricorda che l'equilibrio di momento è rispetto a CG

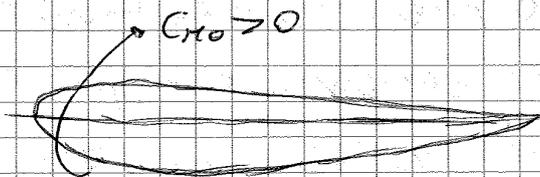


Come avere $C_{M0} > 0$? Si ricorre a profili non convenzionali

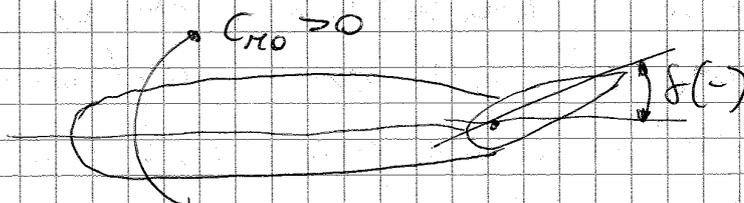
1) PROFILO AUTOSTABILE con linea d'asse ad S: è un profilo che presenta una discreta incidenza e un $C_{M0} > 0$



2) PROFILO ROVESCIATO: il profilo convenzionale presenta un $C_{M0} < 0$; rovesciandolo si ottiene un $C_{M0} > 0$; tale soluzione presenta però una scarsa efficienza aerodinamica e non viene usata

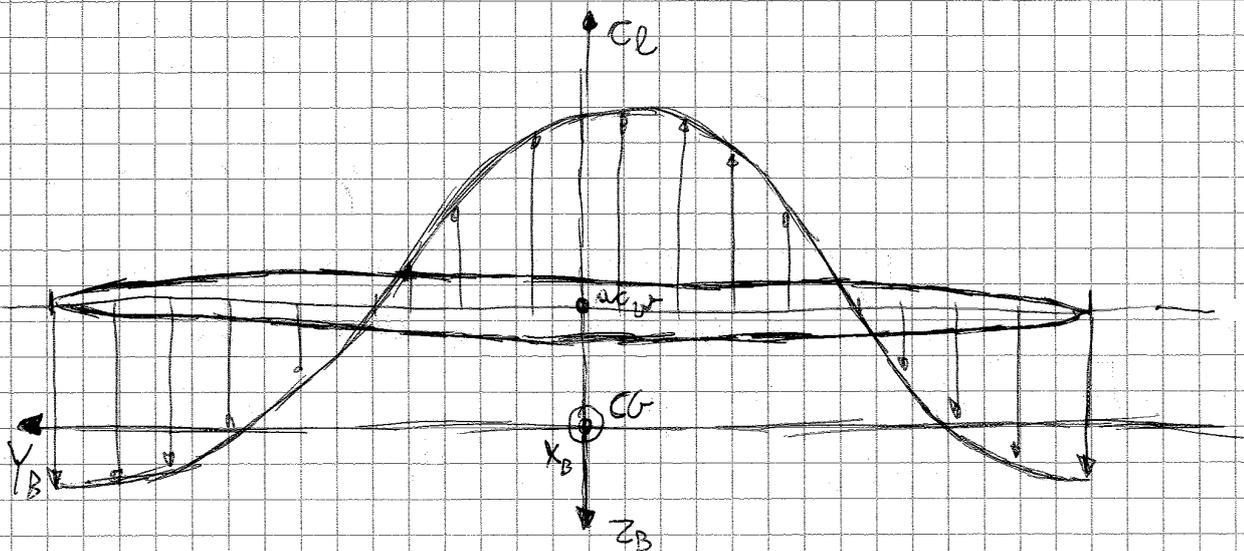
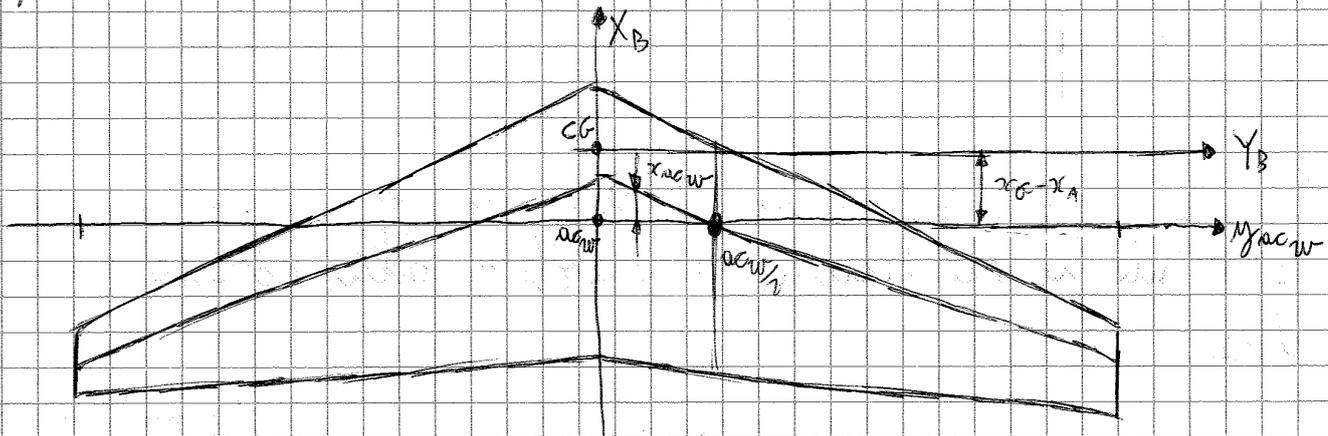


3) PROFILO CONVENZIONALE con ELEVONE il quale controlla il C_{M0} emulando il profilo autostabile; generalmente il profilo è simmetrico



Per calcolare il momento focale M_0 dobbiamo metterci nella condizione in cui complessivamente l'incidenza sull'ala, e di conseguenza la portanza su di essa, è nulla. Vedremo poi che, per la proprietà focale, M_0 non cambia con α_w che varia. Entrando nel particolare:

- GLOBALMENTE l'incidenza α_w sull'ala è nulla;
- LOCALMENTE su ogni sezione c di dy infinitesima dell'ala l'incidenza (e quindi la portanza infinitesima) non è nulla: l'effetto energetico risultante è una portanza complessiva nulla ed una incidenza α nulla. Avremo quindi, come sotto riportato, sezioni portanti positive in mesozocia e negative in estremità.



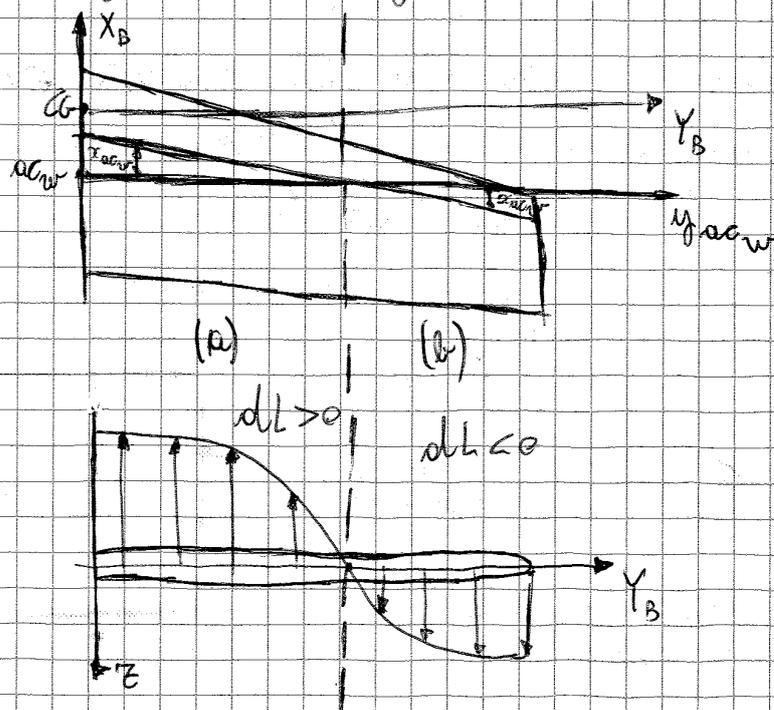
(2) esso rappresenta il contributo della distribuzione di portanza lungo l'apertura che non è nullo se lo sovraccarico a picchiare è presente. Guardando la figura dell'ala in vista frontale riportata precedentemente possiamo riassumere il contributo (2) come:

$$\int_0^{\frac{b}{2}} dl \cdot x_{acw} = \int_0^{\frac{b}{2}} c_l \cdot c \cdot dy \cdot x_{acw} \quad (9)$$

con:

- $c \cdot dy$ = area infinitesima
- c_l = coeff. di portanza locale
- dl = portanza infinitesima: essa sarà positiva in mezz'ala e negativa in estremità
- x_{acw} = braccio del momento infinitesimo variabile lungo l'apertura: esso è misurato tra l'asse y_{acw} passante per l' ac_w dell'ala e la linea dei quarti anteriori (vedi figura)

Osserviamo il seguente disegno



Dei 4 effetti sopra enunciati, solo i primi due vengono sempre valutati in ogni progetto ($x_{A'}$ e C_{Mowb}).

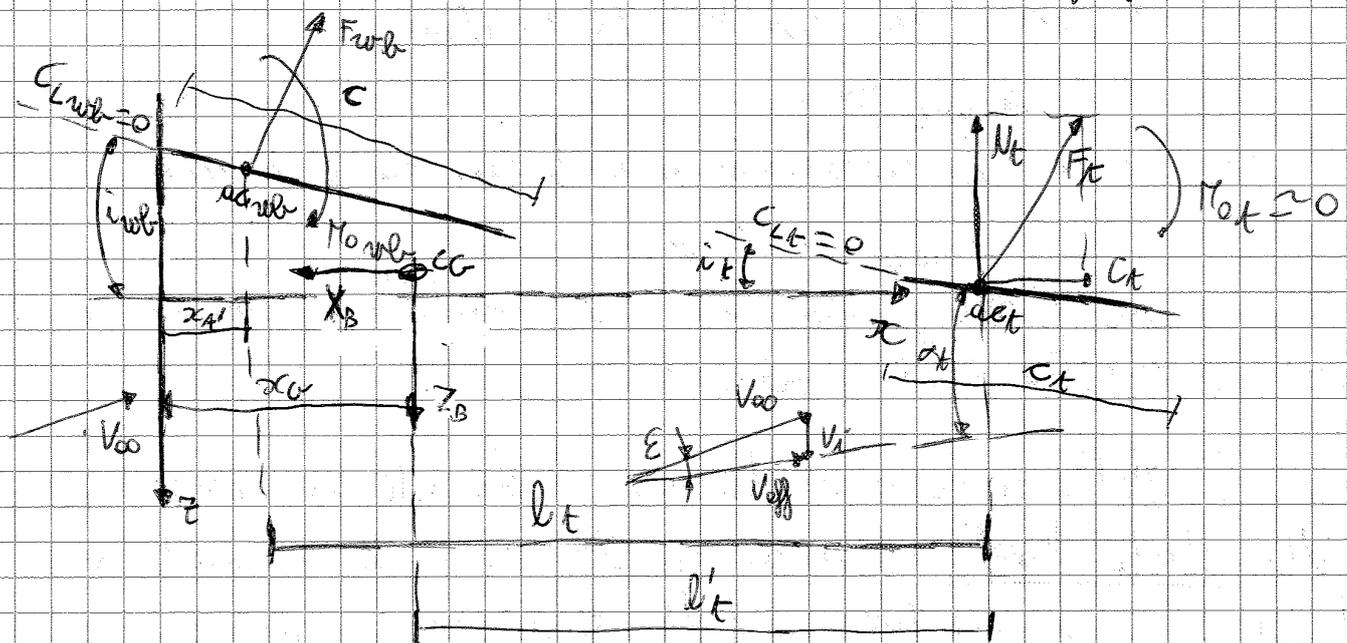
Prendiamo la seguente equazione vista per la scala di c e associandola per il nostro caso in considerazione:

$$C_{Mowb} = C_{Mowb} + C_{Lwb} \frac{x_G - x_{A'}}{c}$$

Entrandoci l'espressione di C_{Lwb} ed evidenziando i 4 effetti:

$$C_{Mowb} = \overset{2^o}{C_{Mowb}} + \overset{3^o}{a_{wb}} \overset{4^o}{\alpha_{wb}} \overset{1^o}{\frac{x_G - x_{A'}}{c}} \quad (1)$$

Al fine di ottenere risultati ~~diversi~~ rappresentati da un caso reale quale quello dell'aliante andiamo ad aggiungere l'IMPENNAGGIO ORIZZONTALE; prendiamo ora in analisi la seguente figura:



In questo caso abbiamo messo l'asse z sotto al baricentro e, di conseguenza, sotto l' α_{wb} (ALTA ALTA). La corda è lunga c_t e presenta un calciamento i_t maggiore di quello del wing body i_{wb} .

Risumiamo la (2) in forma adimensionale

$$C_{MGK} = \frac{M_{GK}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c} = - \frac{N_K l'_K}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c} = - \frac{C_{LKi} l'_K S_K \left(\frac{1}{2} \rho V^2\right) \eta_K}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c}$$

dove

C_{MGK} = coefficiente di momento baricentrico rispetto al tail

S_K = superficie del tail

C_{LKi} = coefficiente di portanza del tail isolato

Questo C_{LKi} è diverso da C_{LK} del tail non isolato, il C_{LKi} si riferisce al C_L del tail misurato quando questo è isolato da tutto il resto del velivolo.

Introducendo il RAPPORTO VOLUMETRICO DI CODA

$$V' = \frac{S_K l'_K}{S c} \quad [\text{adimensionale}]$$

possiamo scrivere:

$$C_{MGK} = - \frac{C_{LKi} l'_K \eta_K S_K}{S c} = - C_{LKi} \eta_K V'$$

(S = sup. in pianta dell'ala
 c = corda media percol dell'ala)

V' è un rapporto che indica quanto il tail contribuisce al C_{MGK} ; notiamo che un impennaggio grosso presentante un braccio lungo rispetto al baricentro contribuirà molto al C_{MGK} (ovviamente l'ala non deve essere enorme) come al solito si può scrivere:

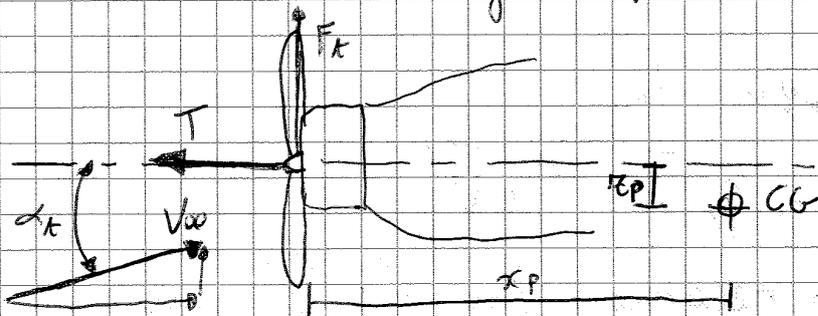
$$C_{LKi} = \alpha_{Ki} \alpha_K = \frac{\partial C_{LKi}}{\partial \alpha_K} \alpha_K$$

$$C_{LK} = \alpha_L \alpha_K = \frac{\partial C_{LK}}{\partial \alpha_K} \alpha_K$$

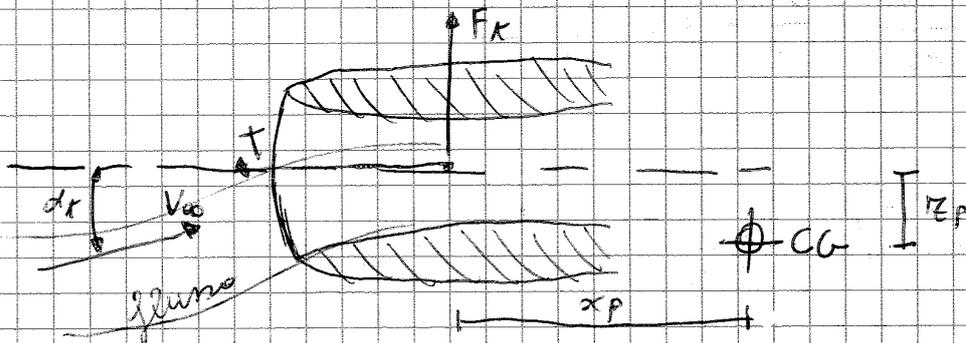
L'indicazione sull'incidenza del tail va quindi a confluire in α_K , nomenclazione α_K . Possiamo quindi ottenere:

• Appungiamoci a tutto quanto visto il gruppo propulsore generante la SPINTA T .

a) l'elica genera una trazione lungo l'orizzontale del velivolo presentante un braccio r_p rispetto al baricentro, secondo lo schema seguente:



b) anche il propulsore a getto genera una spinta orizzontale presentante un braccio r_p rispetto a CG, secondo lo schema seguente:



In realtà nella maggior parte dei casi l'orizzontale del velivolo presenta un'incidenza α_k rispetto alla V_0 , motivo per il quale nasce una forza verticale F_k perpendicolare alla spinta; in maniera approssimata si può scrivere:

$$T \approx T' \cos(\alpha_k) \approx T' \quad F_k = f(\alpha_k)$$

con F_k piccola se α_k piccolo e diverso da 0; in particolare per α_k piccoli si può assumere una linearità crescente di F_k con α_k

$$C_{MG} = \underbrace{C_{M0wb} + C_{Lwb} \frac{x_G - x_{A'}}{c}}_{\text{ala + fusoliera}} - \underbrace{C_{Lx} \bar{V}}_{\text{tail}} + \underbrace{C_{Lx} \frac{Sx}{S} \frac{x_G - x_{A'}}{c}}_{\text{propulsori}} + C_{MP}$$

Introducendo il C_L del velivolo:

$$C_L = C_{Lwb} + C_{Lx} \frac{Sx}{S} \quad (\text{infatti } L = L_{wb} + L_x)$$

si ha:

$$C_{MG} = C_{M0wb} + C_L \frac{x_G - x_{A'}}{c} - C_{Lx} \bar{V} + C_{MP} \quad (a)$$

riscrivibile anche come

$$C_{MG} = (C_{M0wb} + C_{Lwb} \frac{x_G - x_{A'}}{c} - C_{Lx} \bar{V}) + C_{MP} \quad (b')$$

con $C_L = C_{L\alpha} \alpha = a \cdot \alpha$, $C_{Lwb} = a_{wb} \cdot \alpha_{wb}$

Andiamo ora a valutare equilibrio ($C_{MG} = 0$) e stabilità:

la $\left(\frac{\partial C_{MG}}{\partial \alpha} = C_{M\alpha} < 0 \right)$. Ricordiamo che

- $C_{M\alpha} < 0$: equilibrio stabile
- $C_{M\alpha} > 0$: equilibrio instabile
- $C_{M\alpha} = 0$: equilibrio indifferente

Deriviamo la (a) e poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial C_{MG}}{\partial \alpha} = C_{M\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{x_G - x_{A'}}{c} - \frac{\partial C_{Lx}}{\partial \alpha} \bar{V} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} = 0 \quad (a')$$

Stiamo cercando la condizione di equilibrio indifferente in quanto, data la geometria del velivolo, l'unico termine non costante determinante il segno di $C_{M\alpha}$, nell'espressione di sopra è la $\frac{x_G - x_{A'}}{c}$ (posizione del CG rispetto ad ac). È quindi possibile scrivere:

$$C_{M\alpha} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x_G}{c} \right)_{C_{M\alpha} = 0}$$

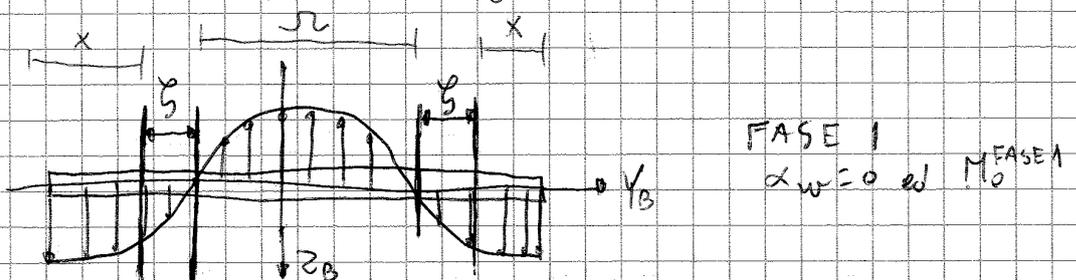
La posizione x_G ricavata dalla (a') in condizione di

(c) della (Δ) si annulla e il momento focale M_0 rimane negativo, non garantendo la stabilità.
 b) alla faccia ($\alpha \neq 0$), necessariamente presente: in questo caso α_{acw} varia lungo l'apertura mentre la distribuzione di portanza c_e è costante e $= a_0$ (ricordiamo che per calcolare M_0 si usano dati nelle condizioni $\alpha_w = 0$ e conseguentemente $L_{TOT} = 0$). Ne consegue che anche in assenza di riordamento il termine (c) della (Δ) si annulla, generando un M_0 negativo comportante instabilità.

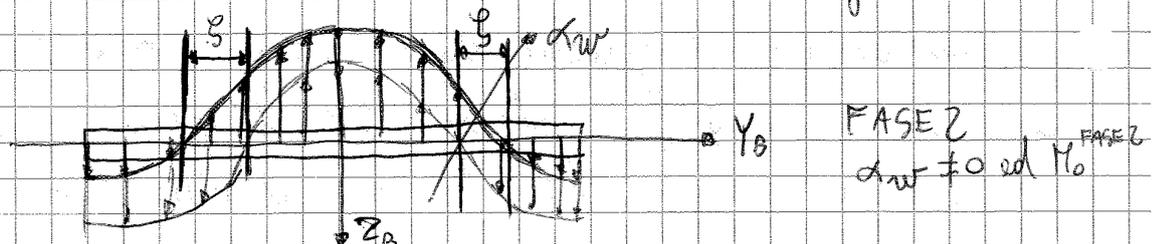
Prima abbiamo lavorato ad $\alpha_w = 0$; cosa succede se aumentiamo α_w ? Molto semplice: la portanza risultante cresce in modulo e si sposta in direzione lungo la corda; riferendola però al fuoco si trova che il momento di trasporto M_0 (proprietà focale) rimane costante. Come è possibile dimostrare la proprietà focale? Riprendiamo la (Δ).

$$M_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 \left[\int_0^{\frac{b}{2}} c_{mo} c^2 dy + \int_0^{\frac{b}{2}} c_e c dy \alpha_{acw} \right]$$

Alle condizioni $L = 0$ si ha la seguente distribuzione di portanza:



Aumentando l'incidenza la distribuzione si modifica così:



In base a quanto detto si può osservare come all'aumentare dell'incidenza il termine 3 e il termine 2 crescono in maniera proporzionale ma con segno opposto, compensandosi l'un altro; è possibile quindi affermare

$$M_0^{fase 1} = M_0^{fase 2} = M_0 = \text{costante}$$

- Passiamo ora ad analizzare il caso ALA e FUSOLIERA insieme; passiamo da wing w e wing body w_b senza coda.

La fusoliera, essendo adibita a diverse funzioni quali ospitare il payload, è progettata in base a compromessi che ne allontanano la forma finale reale da quella ideale del zido fusiforme (fus).

Il fus ideale viene costruito andando a unire nella sezione centrale due ellissoidi: uno in prua schiacciato ed uno in poppa allungato; esso ha una bassa resistenza aerodinamica ma è instabile in quanto tende a cabrare in maniera incontrollata quando investito da una corrente presentante un angolo di incidenza rispetto all'asse principale. È in grado anche di generare una piccola portanza.

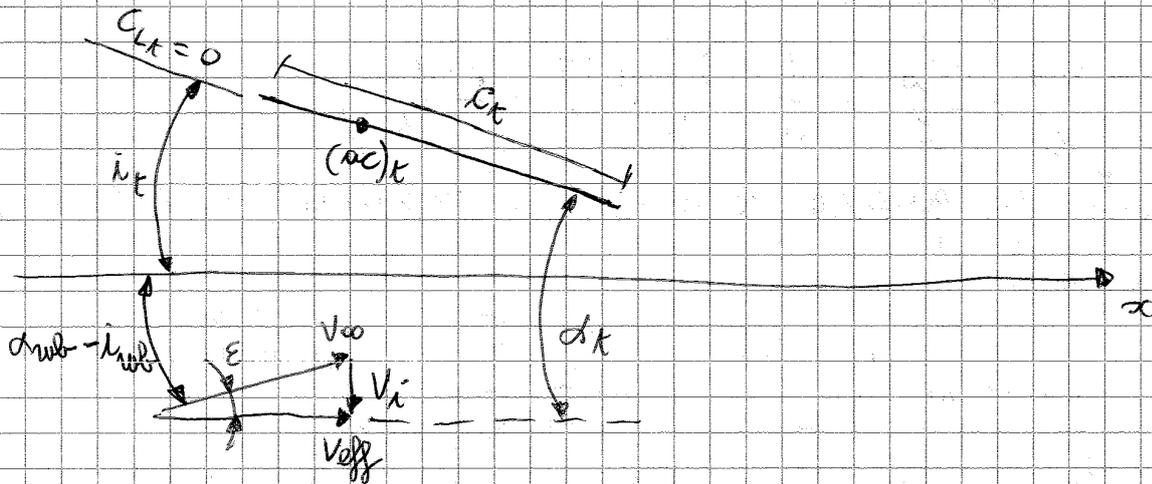
Quando si aggiunge una fusoliera all'ala, si generano degli effetti derivanti dai fenomeni di interferenza apparentemente in contrasto con quanto visto per l'ala singola. Essi sono:

- 1) la POSIZIONE DEL FUOCO del complesso ala - fusoliera non è più al 25% della corda di riferimento, ma un po' più avanti:

$$x_A \longrightarrow x_{A'} < x_A$$

malamente l'ala a profilo convenzionale da un contributo al C_{x0} negativo: toccherà a tutte le altre parti del velivolo sviluppare la "reazione" al contributo negativo dell'ala al fine di garantire $C_{x0} > 0$

Prendiamo ora il tail al fine di ricercare α_T ; in faccisa riferimento al seguente schema:



dove:

- V_i = velocità indotta dall'ala
- ϵ = angolo tra V_{eff} e V_{∞} , detto DOWN WASH ANGLE
- i_{wb} = angolo di calettamento tra piano orizzontale e sistema ala fusoliera

In base a semplici considerazioni geometriche otteniamo:

a) angolo tra orizzontale x del velivolo e V_{∞} :

b) α_T = angolo di incidenza aerodinamica del tail:

$$\alpha_T = \alpha_{wb} - i_{wb} - \epsilon + i_T \quad (c)$$

Il down wash angle è esprimibile:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \alpha_{wb} \quad (d)$$

con $\epsilon_0 = (\epsilon)_{\alpha_{wb}=0}$ costante con α_{wb} . È ovvio che ϵ

$$\alpha_t = \alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) - (i_{wb} - i_t + \epsilon_0) = DWF \alpha_{wb} - i$$

con:

- $DWF = 0,96 \div 0,95 = \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) =$ DOWN WASH FACTOR che dice come α modifica α a partire dall'ala fino alla coda
- $i =$ CALETTAMENTO AERODINAMICO ALA-CODA

Prendendo l'espressione di C_{L_t} possiamo scrivere:

$$C_{L_t} = a_t \alpha_t = a_t \left[\alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) - i \right]$$

Per avere equilibrio stabile bisogna imporre

$$C_{M_G} = 0 \text{ (equilibrio)} \text{ e } C_{M_\alpha} = a \frac{x_G - x_N}{c} < 0 \text{ (stabilità)}$$

È possibile ora scrivere C_{M_G} in maniera più semplice:

$$C_{M_G} = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha$$

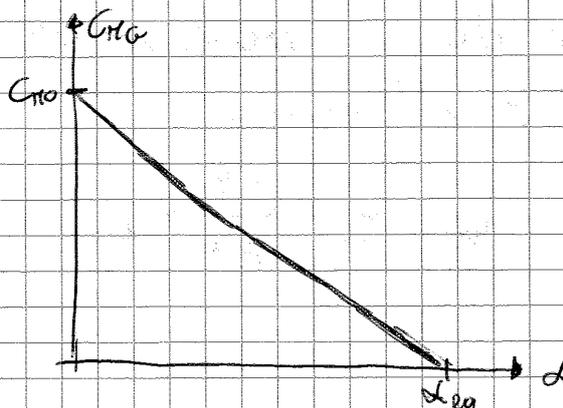
con C_{M_0} e C_{M_α} = coefficienti riferiti all'intero velivolo, all'equilibrio.

$$C_{M_G} = C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha_{eq} = 0$$

ovvero

$$\alpha_{eq} = - \frac{C_{M_0}}{C_{M_\alpha}} \quad (eq)$$

Essendo C_{M_0} e C_{M_α} costanti, è giustificato l'andamento lineare della curva $C_{M_G} - \alpha$ vista nelle pagine precedenti.



$-i_t =$ angolo di calettamento tra x e $(C_{Lt}=0)_{\delta=0}$

l'angolo di portanza nella ruota di

$$\Delta \alpha_t = \tau \cdot \delta = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} \delta$$

con

$$\alpha_t = (\alpha_t)_{\delta=0} + \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} \delta = (\alpha_t)_{\delta=0} + \tau \cdot \delta$$

Sostituendo l'espressione di $(\alpha_t)_{\delta=0}$ ricavata nella tratta-
zione precedente si ottiene:

$$\alpha_t = \underbrace{\alpha_{rub} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right) - i}_{\text{no equilibratore}} + \underbrace{\tau \cdot \delta}_{\text{equilibratore}}$$

Il C_{Lt} varia:

$$C_{Lt} = a_{\alpha} \alpha_t = a_{\alpha} \left[\alpha_{rub} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right) - i + \tau \delta \right]$$

da cui si ricava, per il intero veludo:

$$C_L = (C_L)_{\delta=0} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \delta = C_{L\alpha} \cdot \alpha + C_{L\delta} \cdot \delta \quad \text{nelle ipotesi di equazioni linearizzate}$$

dove $C_{L\delta} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta}$ è riferito al veludo complessivo, sebbene C_L vari solo, nel nostro caso, per effetto del tail ($C_{L\alpha}$ e $C_{L\delta}$ sono supposti costanti).

Nella relazione di C_L aggiungiamo quella di $C_{\eta\alpha}$:

$$C_{\eta\alpha} = (C_{\eta\alpha})_{\delta=0} + \frac{\partial C_{\eta\alpha}}{\partial \delta} \delta = (C_{\eta\alpha})_{\alpha=0, \delta=0} + C_{\eta\alpha\alpha} \cdot \alpha + C_{\eta\alpha\delta} \cdot \delta$$

Abbiamo aggiunto quindi il grado di libertà δ , dovuto all'equilibratore, alle equazioni di $C_{\eta\alpha}$ e C_L .

Quindi muoviamo equilibratore \rightarrow varia $\delta \rightarrow$ varia $\alpha_t \rightarrow$ varia $C_{Lt} \rightarrow$ varia $C_L \rightarrow$ varia $C_{\eta\alpha}$

$$\boxed{\Delta_{eq} = - \frac{C_{L\alpha}}{\Delta} C_{r\alpha} - \frac{C_{r\alpha}}{\Delta} C_{L\alpha}} \quad (*)$$

La quantità Δ contiene tutte le derivate aerodinamiche (due in δ , due in α): dimostreremo tra poco che essa è negativa e non dipende dalla coordinata baricentrica x_0 :

$$\Delta \neq f(x_0)$$

~~Il~~ Δ contiene i seguenti termini:

- $C_{L\alpha}$ non dipende da x_0
- $C_{r\delta}$ dipende lievemente da x_0 (vedremo)
- $C_{r\alpha}$ dipende da x_0
- $C_{L\delta}$ non dipende da x_0 (vedremo)

Nonostante $C_{r\delta}$ e $C_{r\alpha}$ dipendano da x_0 , dimostreremo che globalmente Δ non dipende da x_0 .

Riprendiamo la (*), il primo termine è costante in quanto $C_{L\alpha}$, Δ e $C_{r\alpha}$ non dipendono da x_0 ; definita invece la posizione x_0 del baricentro il termine $C_{r\alpha}$ (~~il~~ e di conseguenza $C_{r\alpha}$) è costante e identifica il coefficiente angolare della retta Δ_{eq} ($C_{L\alpha}$): la relazione Δ_{eq} ($C_{L\alpha}$) è quindi lineare in $C_{L\alpha}$.

Riprendendo nuovamente il sistema (*) è possibile, dividendo e semplificando Δ_{eq} , ottenere α_{eq} :

$$\frac{C_{L\delta}}{C_{r\delta}} = \frac{C_{L\alpha} - C_{L\alpha} \alpha_{eq}}{-C_{r\alpha} - C_{r\alpha} \alpha_{eq}}$$

da cui, esplicitando:

giocando sulle derivate e sfruttando i risultati precedentemente ottenuti ricaviamo:

$$C_{L\delta} = \frac{S_t}{S} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha_t} \cdot \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} = \frac{S_t}{S} \alpha_t \tau \quad \left| \begin{array}{l} \text{è una derivata} \\ \text{debole} \end{array} \right.$$

Notiamo che né S , né S_t , né α_t né τ dipendono da α_0 e, inoltre, sono tutte variabili positive: il $C_{L\delta}$ è quindi una grandezza positiva (e infatti noi aumentando di δ dell'equilibratore aumenta la portanza di coda e, di conseguenza, aumenta il C_L di tutto il velivolo).

Prendendo invece l'equazione di equilibrio al beccheggio:

$$C_{M0} = C_{Mowb} + C_L \frac{x_G - x_{A'}}{c} - C_{L_t} \bar{V} + C_{M_P}$$

derivando:

$$\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta} = C_{M\delta} = \frac{\partial C_{Mowb}}{\partial \delta} + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \frac{x_G - x_{A'}}{c} - \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta} \bar{V} + \frac{\partial C_{M_P}}{\partial \delta} \quad (4)$$

Il contributo di $\frac{\partial C_{M_P}}{\partial \delta}$ è trascurabile in quanto una piccola rotazione dell'equilibratore non incide più di tanto sul momento di beccheggio generato dal propulsore.

Notiamo che se avessimo un velivolo tutt'ala avremmo:

$$C_{M\delta} = \frac{\partial C_{Mowb}}{\partial \delta}$$

con δ = rotazione dell'elevone; se δ aumenta si aumenta l'incurvamento del profilo, incrementando negativamente C_{Mowb} , ne deduciamo ~~però~~ che per un velivolo tutt'ala

$$\frac{\partial C_{Mowb}}{\partial \delta} < 0 \quad \text{OK}$$

Per il nostro velivolo convenzionale tutt'ala avremo l'equilibratore in coda, per cui la (4) si riduce a:

segno meno davanti, per cui globalmente è negativo
 - il 2° termine generalmente è positivo perché $x_N - x_A > 0$
 Essendo sempre il 1° termine preponderante sul secondo, ne deduciamo che s è una grandezza negativa non dipendente da x_0 (C_{LS} è presso una derivata del denominatore e l'equilibratore infatti la portanza varia poco).

• Torniamo alle (10) e (11); dalla seconda ricaviamo

$$C_{L\alpha} = -C_{\pi 0} \frac{C_{LS}}{C_{MS}} + \left(C_{L\alpha} - C_{\pi \alpha} \frac{C_{LS}}{C_{MS}} \right) \alpha_{eq}$$

Ricordiamo che $C_{\pi \alpha}$ e C_{MS} dipendono da x_0 , definito x_0 la equazione $C_{L\alpha}(\alpha_{eq})$ è una retta con:
 - termine noto

$$-C_{\pi 0} \frac{C_{LS}}{C_{MS}} > 0 \quad \text{in quanto} \quad \begin{cases} C_{\pi 0} > 0 \\ C_{LS} > 0 \\ C_{MS} < 0 \end{cases}$$

- coefficiente angolare:

$$C_{L\alpha} - C_{\pi \alpha} \frac{C_{LS}}{C_{MS}} = C_{L\alpha_{eq}}$$

con

$C_{MS} < 0$ se velocità stabile

$C_{MS} < 0$

$C_{LS} > 0$

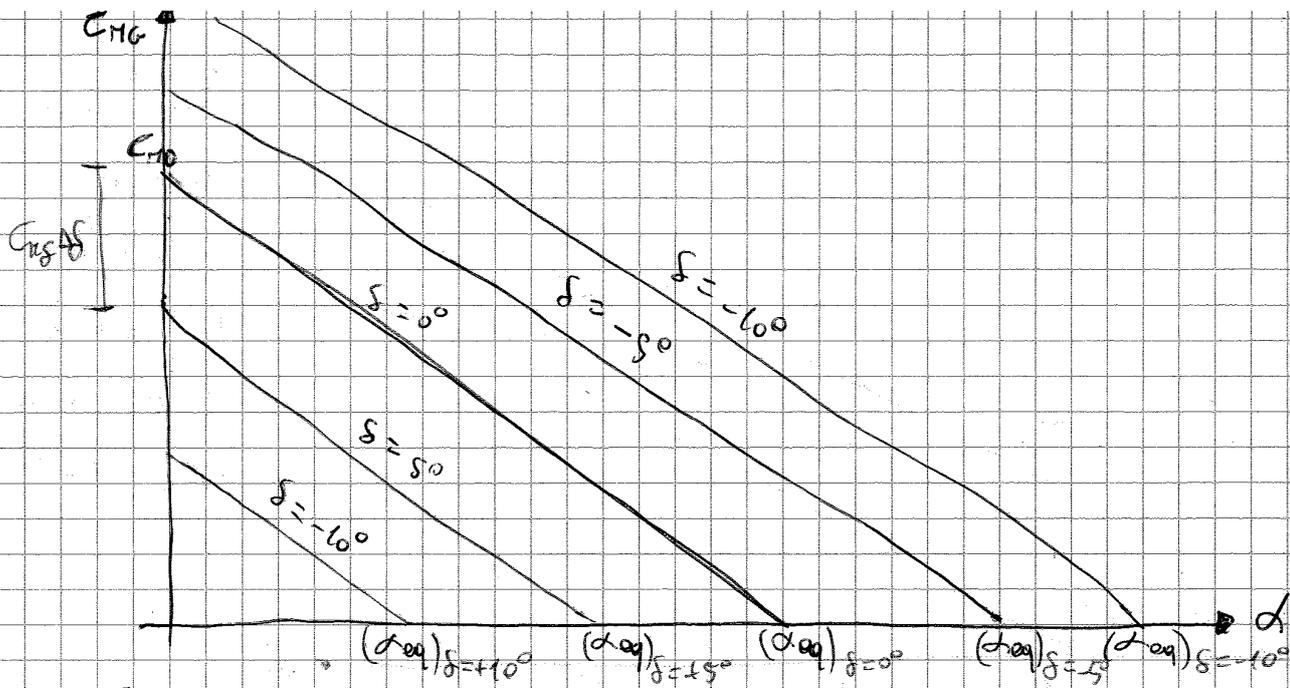
$\Rightarrow C_{L\alpha_{eq}}$ è minore del $C_{L\alpha}$.

È possibile quindi ora, in base a quanto visto, tracciare il diagramma della pagina successiva.

Le rette nere indicano gli andamenti $C_L(\alpha)$ definito il δ ; osservando visto

$$C_L = C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta} \delta$$

\Rightarrow



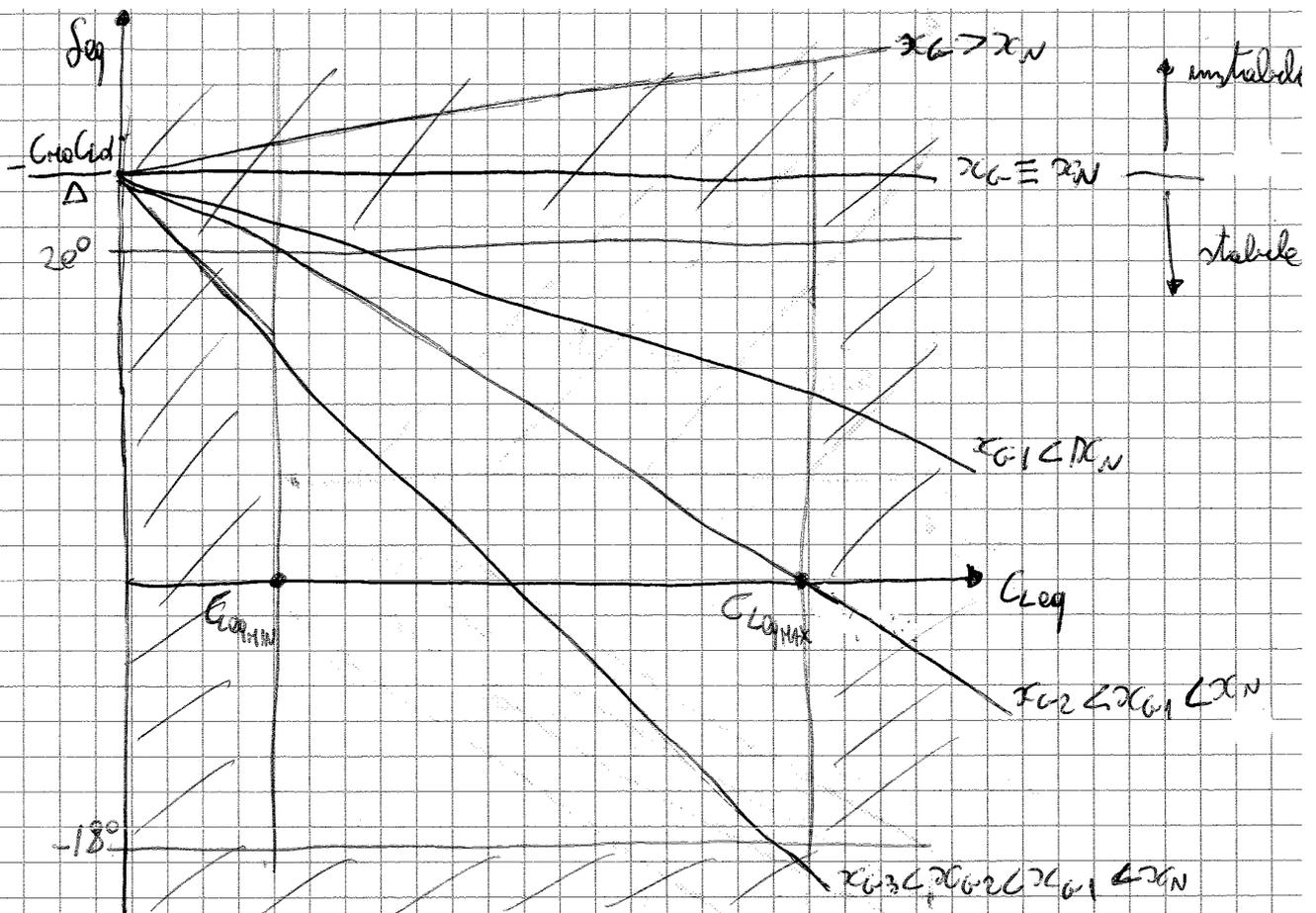
La situazione a $\delta=0$ dinamica è indicata in blu in figura: la retta interseca le ordinate in C_{M0} e le ascisse in α_{eq} , con $C_{M0} < 0$ se il velivolo è stabile.

Anche in questo caso se azioniamo l'equilibratore le rette si traducono di $C_{MS} \cdot \Delta \delta$ parallelamente a se stesse in quanto, fissato α , C_{MS} è costante: la traslazione varia però più consistentemente in quanto $C_{MS} > C_{LS}$.

Le condizioni di equilibrio si hanno all'intersezione delle curve con l'asse delle ascisse.

3 due diagrammi possono essere accoppiati imponendo la stessa scala sulle ascisse, come nella pagina seguente illustrato.

Per assicurare le condizioni di equilibrio ad ogni situazione di volo in un velivolo convenzionale basta quindi agire sul δ dell'equilibratore non si agisce sul C_{M0} perché in tal caso si sposterebbe il baricentro cambiando il margine statico e la stabilità statica.



- Se il velivolo è staticamente stabile, si ha $C_{ro} < 0$ e $\Delta < 0$: le rispettive rette sul piano $\delta_{eq}(C_G)$ sono a pendenza negativa;
- Se il velivolo è staticamente indifferente ($x_G \equiv x_N$), si ha una retta parallela all'asse delle ascisse di valore costante e pari a $-\frac{C_{ro}C_{lo}}{\Delta}$: in questa condizione se cambia C_G non cambia l'angolo $\delta_{eq} = -\frac{C_{ro}C_{lo}}{\Delta}$ dell'equilibratore utile a mantenere l'equilibrio (situazione strana);
- Se il velivolo è instabile ($x_G > x_N$), le rette presentano pendenza positiva.

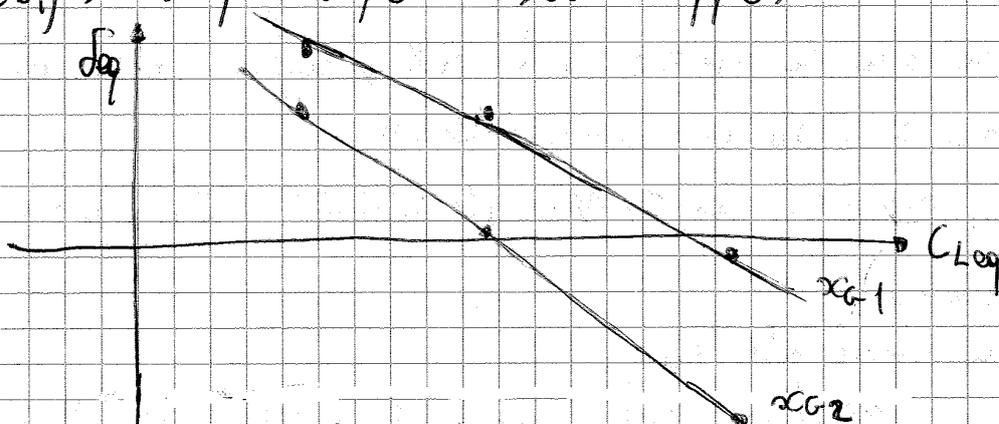
Al diminuire del valore di x_G , la pendenza delle rette cala progressivamente: se $x_G < x_N$ la pendenza è negativa. È sufficiente porre solamente $x_G < x_N$ per soddisfare la condizione di stabilità statica longitudinale? No, dobbiamo porre dei limiti al grafico.

Questo diagramma visto e analizzato finora è utile al progettista del velivolo per analizzare e scegliere le caratteristiche aerodinamiche e di peso dell'aereo. È meno utile al meccanico del volo e al pilota.

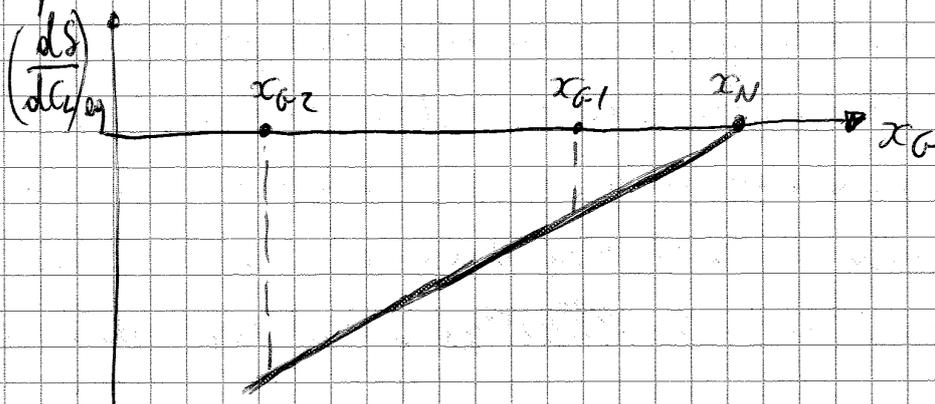
La relazione $S_{eq}(C_{Leq})$ ci permette anche di ricavare sperimentalmente la coordinata x_N del punto neutro del velivolo: non è infatti detto che x_N reale coincida con quello teorico calcolato con le formule delle pagine precedenti.

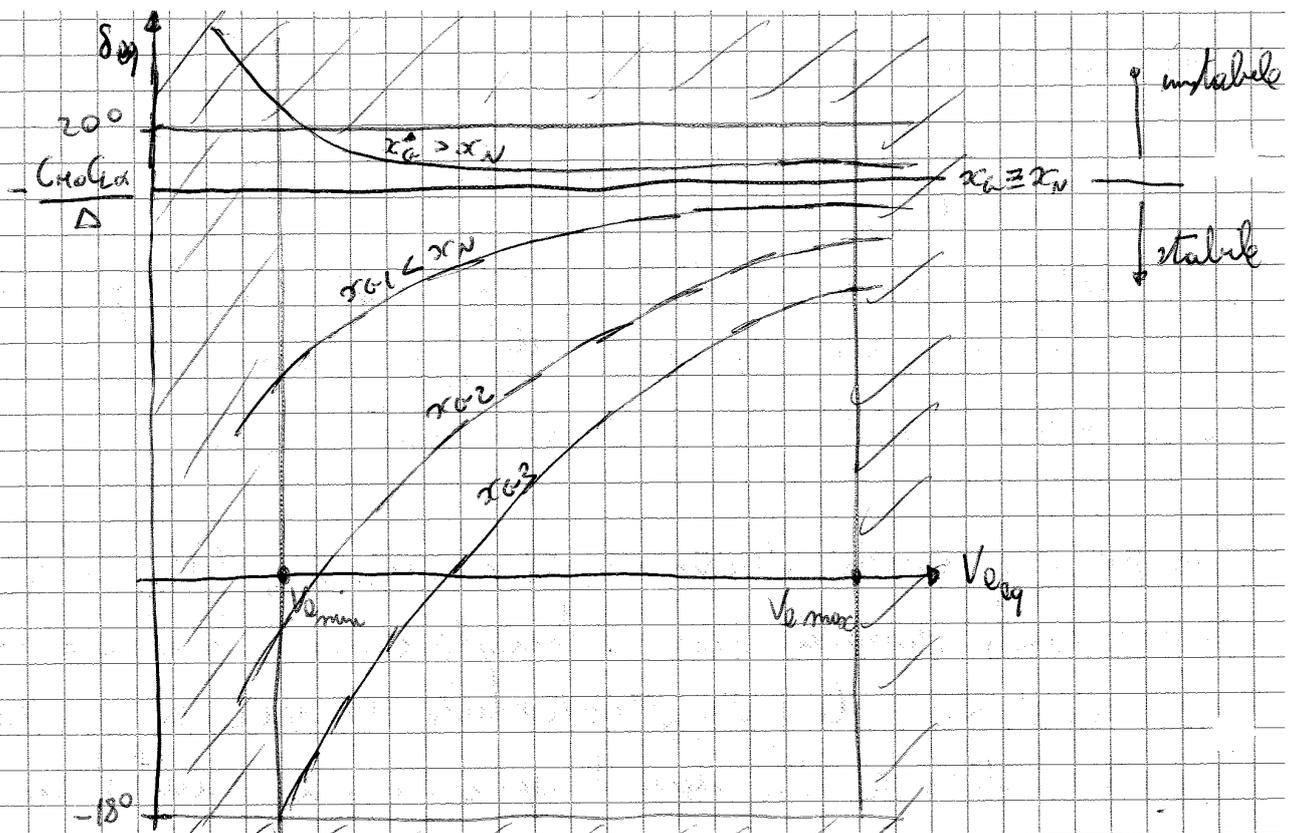
Si procede in questa maniera:

- 1) si fanno tests di volo sul prototipo incrementando gradualmente la velocità di volo secondo steps ben definiti;
- 2) ogni test viene ripetuto per più posizioni del baricentro;
- 3) i risultati ottenuti vengono riportati su un diagramma $S_{eq}(C_{Leq})$ e interpretati, come sotto rappresentato.



4) in base ai risultati di sopra si traccia il grafico $(\frac{dS}{dC_{Leq}})_{eq}$, come di sotto:





Di seconda che α_0 sia $> \alpha_N$ o α_0 sia $< \alpha_N$ l'equilibrio ha concavità verso l'alto o verso il basso.

Notiamo che in questo grafico abbiamo spostato il punto a $S_{eq} (V_{eq} = 0)$ sotto il limite superiore di rotazione dell'equilibratore, al fine di avere margine sia alla condizione di V_{max} che a quella di V_{min} .

3 requisiti del comando longitudinale sono:

- 1) garantire l'equilibramento del velivolo in tutto l'intervallo di utilizzo (fatto per ora)
- 2) pitch stability, concetto facilmente spiegabile se si analizza nel dettaglio il diagramma di sotto: prendiamo in considerazione la situazione a $V = V_A$ illustrate in blu nei grafici della pagina successiva. S_{eqA} e L_{tA} garantiranno l'equilibrio del velivolo nella situazione considerata.

trullo (per il pilota sarebbe impossibile fare tutto tempestivamente) in quanto intrinsecamente instabili.

Il punto neutro x_N usato finora era stato trovato ricorrendo alla relazione

$$C_{M\alpha} = 0$$

in condizioni di impennaggio orizzontale fisso (no equilibrate); andiamo a riprendere i calcoli.

Possiamo scrivere, derivando l'espressione di $C_{M\alpha}$:

$$\frac{\partial C_{M\alpha}}{\partial \alpha} = C_{M\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \frac{x_a - x_{A'}}{c} - \frac{\partial C_{L\alpha}}{\partial \alpha} \bar{V} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha}$$

Uguagliando a zero otteniamo:

$$C_{M\alpha} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x_a}{c} \right)_{C_{M\alpha}=0} = \frac{x_N}{c} = \frac{x_{A'}}{c} + \frac{1}{a} \left(a_t \bar{V} - \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \right)$$

Sostituendo nell'espressione di $C_{M\alpha}$:

$$C_{M\alpha} = a \frac{x_a - x_N}{c} = C_{L\alpha} \frac{x_a - x_N}{c}$$

Prendendo anche l'espressione di α_t avevamo trovato:

$$\alpha_t = \alpha_{sub} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) - i$$

con

$i =$ cabotamento aerodinamico ala/coda $= i_{sub} - \bar{\alpha}_t + E_0$

$1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} = DWF =$ down wash factor $= 0,6 \div 0,95$

In base a ciò possiamo scrivere

$$C_{L\alpha} = a_t \alpha_t = a_t \left[\alpha_{sub} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) - i \right]$$

Il C_L lo riporto scrivere come

$$C_L = C_{Lsub} + C_{L\alpha} \frac{\alpha_t}{\alpha}$$

Sempre dal grafico di sopra si evince (linea blu) che la condizione di portanza nulla sul velivolo si ha quando sono contemporaneamente presenti una piccola portanza sull'ala fusoliera e una piccola deportanza sul tail.
Derivando la (i) rispetto ad α si ricava:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = a = a_{wb}(1+F) > a_{wb}$$

con $a =$ coefficiente angolare di portanza del velivolo completo
Otteniamo;

$$(a_{wb})_{C_L=0} = \frac{a_t}{a_{wb}} \frac{S_t}{S} \frac{l}{1+F}$$

$$(C_L)_{a_{wb}=0} = -a_t \frac{S_t}{S} l$$

La condizione $a_{wb} = 0$ impone

$$L_{wb} = 0 \Leftrightarrow L = L_k$$

Il C_L del velivolo completo lo si può scrivere come

$$C_L = a \alpha$$

con α misurato rispetto alla linea di portanza nulla
a $C_L = 0$; imponendo nuovamente la (i) si può scrivere

$$C_L = a \cdot \alpha = a_{wb} a_{wb}(1+F) - a_t \frac{S_t}{S} l$$

da cui:

$$\alpha_{wb} = \frac{a}{a_{wb}(1+F)} \alpha + \frac{a_t}{a_{wb}(1+F)} \frac{S_t}{S} l$$

ovvero

$$\alpha_{wb} = \alpha + \frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S} l$$

Per ricavare la relazione corretta del C_{MO} riprendiamo la seguente espressione di C_{MO} .

$$C_{MO} = C_{MO_{wb}} + a \cdot d \frac{x_G - x_{A'}}{c} - a_k \left[\Delta_{wb} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) - i \right] \bar{V} + C_{MP}$$

esplicitando Δ_{wb} e C_{MP} :

$$C_{MO} = C_{MO_{wb}} + d \left[a \frac{x_G - x_{A'}}{c} - a_k \bar{V} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) \right] - a_k \bar{V} \frac{S_t}{S} \frac{a_k}{a} i \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) + a_k \bar{V} i + C_{MP0} + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} d$$

Volendo imporre l'equivalenza:

$$C_{MO} = C_{MO} + C_{MO} \cdot d$$

otteniamo

$$C_{MO} = C_{MO_{wb}} + a_k \bar{V} i \left[1 - \frac{a_k}{a} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) \right] + C_{MP0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{MO} = C_{MO_{wb}} + a_k \bar{V} \frac{i}{1+F} + C_{MP0} \quad (a)$$

$$e \quad C_{MO} = a \frac{x_G - x_{A'}}{c} - a_k \bar{V} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{MO} = a \left[\frac{x_G}{c} - \frac{x_{A'}}{c} - \frac{a_k}{a} \bar{V} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{a} \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \right] \quad (b)$$

Imponendo $C_{MO} = 0$ possiamo ricavarci la coordinata effettiva del punto neutro, otteniamo

$$\left(\frac{x_G}{c} \right)_{C_{MO}=0} = \frac{x_N}{c} = \frac{x_{A'}}{c} + \frac{a_k}{a} \bar{V} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{a} \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} \quad (c)$$

DWF

Notiamo che rispetto al valore di x_N/c finora utilizzato compare un termine in più dovuto al DWF; essendo però quest'ultimo in valore prossimo all'unità, il suo

Notiamo che in condizioni di equilibrio si ha $n=1$, da cui otterremo $q=0$ OK.

Confrontiamo ora questa situazione di moto curvo con quella di moto rettilineo orizzontale: imponiamo che i 2 moti avvengano alla stessa velocità V .

Dato V , il velivolo in moto orizzontale si trova ad una incidenza pari a quella di equilibrio α_{eq} ; ciò non è vero per il velivolo in moto curvo sempre a velocità V , il quale si troverà ad $\alpha > \alpha_{eq}$ perché la portanza L deve equilibrare la forza $nW > W$. Passando da moto rettilineo a moto curvo a velocità V fissa avremo, oltre ad $\alpha_{eq} \neq \alpha$, anche le seguenti condizioni:

$$C_{Leq} \neq C_L \quad \delta_{eq} \neq \delta \quad 0 \neq \delta_{eq} \neq \delta \quad \left(\begin{array}{l} \delta_{eq} = 0 \text{ se asse } X \text{ è} \\ \text{asse di stabilità} \end{array} \right)$$

con il pedice eq riferito alle condizioni di equilibrio in volo orizzontale uniforme.

Definiamo Δn :

$$\Delta n = (n-1)$$

Definiamo anche

- ELEVATOR ANGLE PER g: indica come varia l'angolo δ dell'equilibratore al variare del fattore di carico o contingenza:

$$\frac{\Delta \delta}{\Delta n} < 0 \quad (\text{vedremo poi})$$

- STICK FORCE PER g: indica come varia lo sforzo del pilota sulla barra al variare del fattore di carico o contingenza ($p = \text{sforzo sulla barra}$)

$$\frac{\Delta p}{\Delta n} < 0$$

Nel disegno è anche indicata la direzione positiva convenzionale di spostamento della barra: quando il pilota tira a sé la barra ($S < 0$) la rotazione dell'equilibratore è verso l'alto (è negativa) e il velivolo cala.

Per muovere la barra, il pilota deve compiere uno sforzo p su di essa: è possibile annullare questo sforzo in condizioni di equilibrio mediante il TRIM, attivabile mediante apposito comando sul cockpit. Sempre la figura ~~precedente~~ della pagina precedente indica la direzione positiva convenzionale dello sforzo di barra p (positivo a spingere in avanti, negativo a tirare): partendo dalla condizione di volo livellato a $n=1$ e incrementando di Δn il fattore di carico a contingenza (V sempre costante), il corrispondente sforzo sulla barra Δp che il pilota deve esercitare sarà negativo (a tirare) al fine di garantire l'incremento negativo $\Delta \delta^{(+)}$ dell'angolo di rotazione dell'equilibratore utile a vincere il surplus di portanza $\Delta L = \Delta n W$ creato durante la richiamata. Ecco perché, anche in questo caso, avremo:

$$\frac{\Delta p}{\Delta n} < 0$$

Andiamo ad analizzare nel dettaglio ciò che succede sul tail; sappiamo che il velivolo ruota di

$$q = (n-1) \frac{g}{V} = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \neq 0$$

in condizioni di moto accelerato; tale rotazione provoca un aumento del C_L pari a:

Quando siamo in richiamata ($q \neq 0$), dobbiamo sommare vettorialmente alla $(V_{eff})_{q=0}$ la componente $q \cdot l' t$ dovuta al beccheggio, ottenendo la $(V_{eff})_{q \neq 0}$; tale velocità è quella con cui il flusso aerodinamico investe il tail. Approssimando $(V_{eff})_{q \neq 0} \approx V_{\infty} = V \cdot l' t \perp a V_{\infty}$ possiamo scrivere:

$$\Delta \alpha_t \approx \frac{q \cdot l' t}{V} \quad (\epsilon \text{ trascurabile})$$

tal approssimazione è tanto più buona quanto più $q \cdot l' t$ è perpendicolare a V

Introduciamo il TEMPO AERODINAMICO:

$$t^* = \frac{c/2}{V} \quad (\epsilon \text{ molto piccolo})$$

esso è il tempo che il velivolo, a velocità V , impiega per attraversare mezza corda; tale parametro è utile per andare ad adimensionalizzare le velocità (vedi dopo)

Definiamo \hat{q} adimensionale:

$$\hat{q} = \frac{q}{V/c/2} = \frac{q \cdot c}{2V}$$

Tutte le derivate che ora faremo saranno adimensionali in quanto vorranno tutte riferite a \hat{q} ; in particolare analizzeremo:

$$C_{Lq} = \frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}}$$

$$C_{Mq} = \frac{\partial C_M}{\partial \hat{q}}$$

Ma C_{Lq} che C_{Mq} ci saranno utili per ricavare le equazioni della dinamica

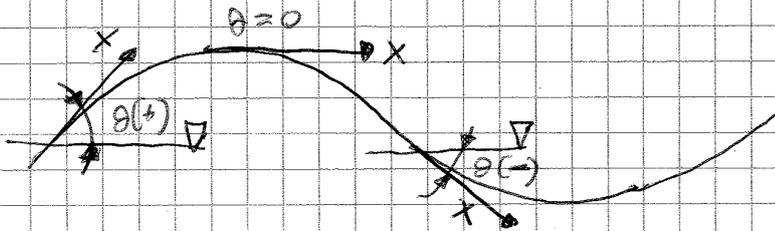
Vedremo che:

$$C_{Mq} < 0$$

ovvero con un q positivo (calante) il C_M varierà

quando l'ala ha raggiunto l'incidenza massima $\Delta\alpha$ a partire dalla condizione a riposo $\Delta\alpha = 0$.

Supponiamo ora che il velivolo percorra una traiettoria sinusoidale mantenendo la corda tangente alla traiettoria, come in figura:



In questo caso l'aereo è costretto a cambiare l'angolo θ di beccheggio, motivo per il quale q sarà $\neq 0$. Se però la corda segue perfettamente la tangente alla traiettoria (supponiamo che V non cambi il suo angolo rispetto alla corda e che la direzione a $C_L = 0$ coincida con quella della corda), l'asse x coincide con la direzione della velocità V : in tal caso $\alpha = \text{costante}$ e $\dot{\alpha} = 0$.

Conclusione: $\dot{\alpha}$ e q NON sono la stessa cosa; queste due grandezze coincidono quando l'ala, in volo orizzontale, oscilla attorno all'asse di beccheggio.

Detto questo, cerchiamo di ricavare le espressioni di C_{Lq} e $C_{L\dot{\alpha}}$; sappiamo

$$C_{L\alpha} = \alpha_t a_t$$

La variazione di $C_{L\alpha}$ a seguito della richiamata è:

$$\Delta C_{L\alpha} = a_t \Delta \alpha_t = a_t \frac{q \cdot l_t}{V}$$

Moltiplicando e dividendo per $\frac{c}{2V}$ otteniamo:

Valore del tail alla portanza è positivo, la corrispondente coefficiente di taratura del velivolo è a picchiare.

Adimensionalizzando:

$$(\Delta C_{Hq})_{\text{tail}} = - \frac{\Delta L_k l'_k}{S c \frac{1}{2} \rho V^2} = - \frac{\Delta C_{Lk} S_k l'_k}{S \cdot c} = - \Delta C_{Lk} \bar{V}'$$

con

$$(\Delta C_{Lk})_{\text{tail}} = \Delta C_{Lk} \frac{S_k}{S} = \frac{\Delta L_k}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \quad \text{e}$$

$$\Delta C_{Lk} = a_k l'_k \frac{2 \hat{q}}{c}$$

Sostituendo l'espressione di ΔC_{Lk} otteniamo:

$$(\Delta C_{Hq})_{\text{tail}} = - a_k l'_k \hat{q} \frac{2}{c} \bar{V}'$$

da cui derivando:

$$\boxed{\frac{\partial (C_{Hq})_{\text{tail}}}{\partial \hat{q}} = C_{Hq} = -2 a_k \frac{l'_k}{c} \bar{V}' < 0}$$

Come prima detto, e come facilmente verificabile valutando il segno dei vari parametri, abbiamo trovato ~~che~~ che C_{Hq} è negativo.

Notiamo che:

$$C_{Hq} = - C_{Lq} \frac{l'_k}{c} \Rightarrow C_{Lq}$$

Esaminiamo quanto ottenuto per analizzare il caso VARIO e la dinamica del velivolo.

3 vettori \vec{V} e \vec{w} possono essere identificati dalle loro componenti lungo gli assi XYZ, come di seguito:

$$V = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$$w = \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{rollio (X)} \\ \text{beccheggio (Y)} \\ \text{imbardata (Z)} \end{Bmatrix}$$

Le equazioni della dinamica del velivolo non le scriviamo rispetto a un vero e proprio sistema inerziale ma rispetto al sistema NED (North East Down) che esprimiamo mercedo come inerziale. Il sistema NED si ottiene individuando, a partire dal punto sulla superficie terrestre intercettato dalla verticale del velivolo, 3 assi:

N = asse diretto verso Nord (sul meridiano)

E = asse diretto verso Est (sul parallelo)

D = asse diretto verso il centro della Terra.

Il sistema NED non è inerziale in quanto il punto sulla superficie terrestre intercettato dalla verticale sul velivolo non è fisso ma è animato da:

- rotazione terrestre;
- rivoluzione attorno al sole;
- nutazioni, precessioni, moti del Sole nella galassia, ecc..

Se però consideriamo la dinamica a tempi brevi, possiamo ricavare le equazioni della dinamica ottenendone di quanto appena scritto e considerando il sistema NED inerziale.

Inviamo scrivendo le equazioni della dinamica alla ROTAZIONE.

ottengono ruotando di un certo angolo rispetto all'asse gli assi XZ ; normalmente non si fa uso degli assi principali d'inerzia.

Imponiamo delle condizioni iniziali al fine di linearizzare le eq.

1) no velocità di rotazione:

$$p_{eq} = q_{eq} = r_{eq} = 0$$

2) moto rettilineo uniforme:

$$u_{eq} = V_{eq} \quad \text{del vento}$$

$$v_{eq} = 0$$

$$w_{eq} = 0 \quad \text{ma } \dot{w}_{eq} \neq 0 \quad (\text{è picchia})$$

Andiamo a linearizzare per tre motivi:

- 1) evidenziare, ai fini didattici, aspetti non deducibili ricorrendo alla tradizionale riduzione numerica;
- 2) i risultati ottenuti, seppure non perfetti, si possono comunque ritenere una buona approssimazione;
- 3) grazie alla linearizzazione è possibile trattare il moto vario longitudinale separatamente dal moto vario latero-direzionale. Tale trattazione separata ha avuto talmente tanto successo che anche i sistemi di controllo automatico moderni suddividono la dinamica longitudinale da quella latero-direzionale.

Per linearizzare consideriamo il velivolo soggetto a piccole perturbazioni dalla posizione di equilibrio ~~di~~ ~~stato~~ iniziale di modo che si possa considerare ciascun contributo di ciascuna variabile uguale ad una derivata aerodinamica per la variabile stessa, con la derivata aerodinamica costante.

Per ricavando i termini infinitesimi del 2° ordine otteniamo le EQUAZIONI DELLA DINAMICA LINEARIZZATE.

$- F_x = m(\Delta \dot{u} + \rho w_{eq})$	$F_x, F_z, M \Rightarrow$ longitudinale
$\times F_y = m(\dot{v} + \tau M_{eq} - \rho w_{eq})$	$F_y, L, N \Rightarrow$ latero-direzionale
$- F_z = m(\Delta \dot{w} - \rho M_{eq})$	
$\times L = \dot{p} J_x - \dot{r} J_{xz}$	
$- M = \dot{q} J_y$	
$\times N = \dot{r} J_z - \dot{p} J_{xz}$	

Le equazioni segnate con - sono quelle che individuano il moto vario longitudinale: queste 3 relazioni comprendono infatti i 3 gradi di libertà corrispondenti alle variabili longitudinali seguenti:

$$u, w, q$$

Le altre equazioni segnate con x sono quelle che individuano il moto vario latero-direzionale: queste 3 relazioni comprendono infatti i 3 gradi di libertà corrispondenti alle variabili latero-direzionali seguenti:

$$v, r, p$$

(attenzione! M_{eq} e w_{eq} sono delle costanti, non delle variabili)

Si riesce quindi all'ipotesi di piccole perturbazioni siamo riusciti a separare i due moti vari di sopra. Si può però dimostrare che la separazione del longitudinale e latero-direzionale è possibile anche facendo cadere questa ipotesi: se infatti ripartissimo dalle equa-

$$F_x = \cancel{F_{x_{eq}}^{=0}} + \Delta F_x = \Delta F_x$$

$$F_z = \cancel{F_{z_{eq}}^{=0}} + \Delta F_z = \Delta F_z$$

$$M = \cancel{M_{eq}^{=0}} + \Delta M = \Delta M$$

alle condizioni iniziali si ha equilibrio lungo la teresa XYZ di assi corpo per cui:

$$F_{x_{eq}} = F_{z_{eq}} = M_{eq} = 0$$

cio' equivalente a scrivere:

$$L = W, \quad T = D, \quad \Sigma M = 0$$

se e solo se nelle condizioni iniziali gli assi corpo XYZ coincidono con gli assi di stabilità (e con gli assi vento, di conseguenza); oltre a ciò bisogna raggiungere l'ipotesi di calettamento i_f della T nulla.

Le forze esterne F_x, F_z ed M possono essere esplicitate secondo tutti i parametri che vogliamo; le variabili fondamentali sono:

$$u, w \text{ e } \theta$$

quelle di stato (4) sono:

$$u, w, \theta \text{ e } \varphi$$

per cui è possibile scrivere, per esempio

$$F_x = F_x(u, w, \theta, \dot{u}, \dot{w}, \dot{\theta} = \varphi, \ddot{u}, \ddot{w}, \ddot{\theta} = \dot{\varphi}, \dots)$$

u e w permettono di determinare la velocità V e l'incidenza α e viceversa; basta vedere il disegno della pagina seguente.

Le equazioni coordinate in rosso appena scritte identificano, insieme alla relazione cinematica $\dot{\delta} = q$, un sistema di 4 equazioni in 4 incognite facilmente risolvibile.

Per trovare le nostre soluzioni imponiamo la condizione di COMANDI BLOCCATI, ovvero non liberi di ruotare, ciò è immediatamente ottenibile nel caso di comandi potenziato mediante attuatori idraulici. Per i comandi reversibili, invece, al fine di garantire il blocco dei comandi è necessario che il pilota, trimmato il velivolo ad una certa condizione di equilibrio, sia in grado di mantenere ferma la barra anche a seguito di disturbi esterni che tendono a movimentare l'equilibratore verso $\delta \neq$ posizione di equilibrio.

Abbiamo quindi

$$\text{equilibratore: } \delta = \text{cost} \text{ e } \Delta \delta = 0$$

Le variabili fondamentali sono

$$V, \alpha, \theta \equiv u, w, \theta$$

Le variabili di stato sono:

$$V, \alpha, \theta, q \equiv u, w, \theta, q$$

Tutte queste variabili sono non nulle. Adimensionalizziamo t e q con

$$t^* = \frac{c}{2V_{\text{eq}}} \quad \text{TEMPO AERODINAMICO}$$

da cui:

$$\hat{q} = \frac{dq}{dt}$$

$$\hat{t} = \frac{t}{t^*}$$

derivando:

$$\frac{d}{dt} \hat{V} = p_1 \lambda e^{\lambda t}$$

$$\frac{d}{dt} \theta = p_3 \lambda e^{\lambda t}$$

$$\frac{d}{dt} \alpha = p_2 \lambda e^{\lambda t}$$

derivando due volte θ :

$$\frac{d^2}{dt^2} \theta = p_3 \lambda^2 e^{\lambda t}$$

Sostituendo tutto nel sistema (*) e semplificando il termine $e^{\lambda t}$ otteniamo il sistema lineare seguente:

$$\begin{cases} (\lambda + h_{11})p_1 + h_{12}p_2 + h_{13}p_3 = 0 \\ h_{21}p_1 + (\lambda + h_{22})p_2 + h_{23}p_3 = 0 \\ h_{31}p_1 + h_{32}p_2 + (\lambda^2 + h_{33}\lambda)p_3 = 0 \end{cases}$$

dove le variabili sono p_1, p_2 e p_3 ; la soluzione banale è

$$p_1 = p_2 = p_3 = 0$$

che non serve ad un caso; le soluzioni non banali si trovano imponendo:

$$\begin{vmatrix} (\lambda + h_{11}) & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & (\lambda + h_{22}) & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & (\lambda^2 + \lambda h_{33}) \end{vmatrix} = 0$$

da cui ricaviamo la seguente equazione di 4° grado (4° ordine il n° delle variabili di stato):

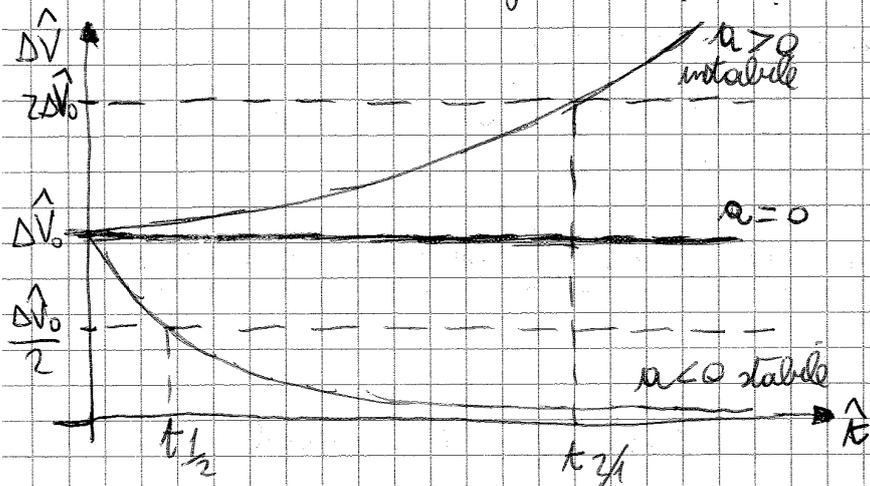
$$\boxed{\lambda^4 + B_1 \lambda^3 + C_1 \lambda^2 + D_1 \lambda + E_1 = 0}$$

QUARTICA

Risolvendo questa equazione è possibile trovare i 4 autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e λ_4 corrispondenti agli esp

devrà non solo da λ ma anche e soprattutto da β_{1j} .

• Per cercare di capire, in prima istanza, il contributo degli autovalori nelle soluzioni del sistema (-) andiamo ad analizzare i seguenti 3 casi:



CASO REALE.
 Il diagramma accanto mostra il contributo di $\lambda_1 = a$ (reale) alla variabile $\Delta \hat{V}$ in funzione di \hat{t} .

- Gli andamenti di $\Delta \hat{V}(\hat{t})$ sono chiaramente degli esponenziali dipendenti dal valore e dal segno di $\lambda_1 = a$, in particolare:
- $\lambda_1 = a > 0$: il disturbo $\Delta \hat{V}_0$ iniziale si amplifica col tempo rendendo il fenomeno instabile;
 - $\lambda_1 = a < 0$: il disturbo $\Delta \hat{V}_0$ iniziale si riduce col tempo rendendo il fenomeno stabile;
 - $\lambda_1 = a = 0$: il disturbo $\Delta \hat{V}_0$ iniziale rimane costante nel tempo rendendo il fenomeno indifferente.

Nel caso di modo stabile, è possibile definire un TEMPO DI DIMEZZAMENTO al quale il disturbo $\Delta \hat{V}_0$ si è dimezzato. Nel caso di modo instabile, invece, è possibile definire un TEMPO DI RADDOPPIO al quale il disturbo $\Delta \hat{V}_0$ si è raddoppiato.

NB:

MOTO = contributo a $\Delta \hat{V}$, $\Delta \sigma$, ϑ , φ dato da tutti gli autovalori λ_i .

MODO associato all'autovalore = contributo alle variabili suddette dato da un singolo autovalore λ_i .

• La SOLUZIONE CLASSICA del problema della dinamica longitudinale del velivolo presentato nel sistema (2) è la seguente:

$\lambda_{1,2,3,4} \equiv$ DUE COPPIE COMPLESSE CONIUGATE corrispondenti ai seguenti due modi smorzati ($\alpha, c < 0$):

1) $\lambda_1, \lambda_2 = \alpha \pm i\omega$, con $\alpha < 0 \Rightarrow$ SHORT PERIOD (C.D.)
è molto smorzato

2) $\lambda_3, \lambda_4 = c \pm i\omega$ con addirittura $c < 0 \Rightarrow$ FUGOIDE (PHUGOID)

Se il nostro sistema non fosse adimensionato, dalla parte immaginaria di $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e λ_4 ci potremmo agevolmente ricavare periodo T e pulsazione ω ; ricordiamo:

$$\frac{\omega}{2\pi} = f \text{ [Hz]} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (*)$$

Nel caso adimensionato, invece, è necessario fare un po' di passaggi prima di arrivare a ω e T , sapendo che il sistema (2) porta a soluzioni adimensionate del tipo

$$\lambda_{1,2} = \hat{\alpha} \pm i\hat{\omega}$$

al fine di ricavarci il periodo T dobbiamo moltiplicare la (*) per $t^* = \frac{c}{2V_{eq}} =$ tempo aerodinamico

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\hat{\omega}} t^*$$

Moltiplicare per t^* equivale ad imporre la conoscenza del valore della corda aerodinamica c e della condizione V_{eq} iniziale: tutto ciò ovviamente impone un limite alla nostra analisi che però sarebbe totalmente inesistente se i valori ottenuti fossero dimensionati.

Notiamo che il C.D è molto smorzato ($N_{\frac{1}{2}}$ molto piccolo); sono invece necessari almeno 2 cicli per far dimezzare le oscillazioni di fuga.

Le variabili in gioco in entrambi i due modi sono $\Delta \hat{V}$, $\Delta \alpha$ e ϑ (anche $q = \dot{\vartheta}$); al fine di disegnare gli autovettori sul piano di Drogand (vedi dopo) prendiamo in considerazione:

autovalore λ_1 per C.D

autovalore λ_3 per FUGA OIDE

Ricordiamo che fra $\lambda_1 = a + ib$ e $\lambda_2 = a - ib$ cambia solamente la maniera in cui parte il disturbo, mentre la caratteristica del modo rimane la stessa; non cambia un caso quindi se pigliamo λ_1 al posto di λ_2 ; stessa cosa per λ_3 e λ_4 .

La soluzione del moto, corrispondente alla somma dei modi di C.D e FUGA OIDE, è scomposta in questa maniera:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{V} &= \left| \begin{array}{c} p_{11} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{21} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{31} e^{\lambda_1 \hat{t}} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} p_{13} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{23} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{33} e^{\lambda_3 \hat{t}} \end{array} \right| \\ \Delta \alpha &= \left| \begin{array}{c} p_{11} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{21} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{31} e^{\lambda_1 \hat{t}} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} p_{13} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{23} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{33} e^{\lambda_3 \hat{t}} \end{array} \right| \\ \vartheta &= \left| \begin{array}{c} p_{11} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{21} e^{\lambda_1 \hat{t}} \\ p_{31} e^{\lambda_1 \hat{t}} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} p_{13} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{23} e^{\lambda_3 \hat{t}} \\ p_{33} e^{\lambda_3 \hat{t}} \end{array} \right| \end{aligned}$$

MODO C.D. MODO FUGA OIDE

Andando a dividere i termini di C.D e FUGA OIDE rispettivamente per p_{31} e p_{33} , ovvero i coefficienti del ϑ (è infatti da un contributo importante ~~non~~ ad entrambi i modi di oscillazione), otteniamo le soluzioni riferite a ϑ riportate nella pagina seguente.

Dei due autovettori $\Delta \hat{V}$ e $\Delta \hat{\alpha}$ ci interessa solo la proiezione reale: essa assumerà ~~il~~ il valore massimo quando l'autovettore corrispondente è concorde in direzione e verso con l'asse reale, il valore minimo quando concorde in direzione ma verso opposto all'asse reale e raggiungerà il valore nullo quando concorde con l'asse immaginario.

Ricordiamo che un giro completo sul piano di Argand corrisponde ad un tempo trascorso pari al periodo dell'oscillazione: essendo $N_{1/2}$ molto piccolo per il modo C.D., se ne deduce che già dopo mezzo giro gli autovettori $\Delta \hat{V}$ e $\Delta \hat{\alpha}$ hanno drasticamente ridotto il loro modulo ~~rispetto a~~, mantenendo però lo stesso rapporto in lunghezza tra loro e lo stesso sfasamento, in linea con la teoria linearizzata approssimata da noi usata e con il diagramma sopra riportato.

Dal diagramma della pagina precedente notiamo che $\Delta \hat{\alpha}$ e δ sono dello stesso ordine di grandezza, con $\Delta \hat{\alpha}$ leggermente in anticipo di fase rispetto a δ : è possibile però approssimare i due vettori ^{come} \hat{V} e $\hat{\alpha}$ in fase. Sempre in fase, come già sopra detto, possono anche considerarsi $\Delta \hat{V}$ e $\Delta \hat{\alpha}$, con $\Delta \hat{V}$ però molto minore in modulo rispetto a $\Delta \hat{\alpha}$ (la variazione di \hat{V} infatti non ha il tempo di instaurarsi a causa del basso $N_{1/2}$).

Il tutto si traduce in una oscillazione del velivolo attorno all'asse di beccheggio: essendo C.D. molto smorzato, la variazione di \hat{V} è talmente impercettibile ~~da~~ da rendere la traiettoria quasi orizzontale.

Esattamente come per il C.D. anche nel fugoide gli autovettori ~~non~~ non cambiano il loro sfasamento e il loro modulo relativo rispetto a δ ; cambia invece il modulo assoluto che diminuisce a causa dello smorzamento.

Notiamo dai vari diagrammi alla pagina precedente che è possibile considerare $\Delta \dot{V}$ e δ e $\Delta \alpha$ e δ in quadratura di fase, con $\Delta \dot{V}$ e δ approssimativamente in controfase: ne deduciamo che quando $\Delta \dot{V}$ è massimo, $\Delta \alpha$ è minimo e viceversa.

Le riduzioni di C.D. e fugoide viste sopra sono quelle relative alla riduzione classica della dinamica longitudinale del velivolo; ovvero quella ottenuta ~~considerando~~ considerando i 4 autovalori come coppie complesse coniugate. Non sempre si procede come visto sopra: per velivoli intrinsecamente instabili (i quali necessitano di una SAS), per esempio, si passa da una riduzione con 2 autovalori reali e 2 autovalori complessi coniugati alla riduzione con 2 coppie complesse coniugate a seconda della posizione del baricentro.

La riduzione classica con C.D. e fugoide rappresenta però quella situazione standard ~~la~~ dinamica cui il velivolo deve ricondursi, per esempio ricorrendo a sistemi di controllo automatico.

La normativa, inoltre, impone valori ben definiti per i due modi classici al fine di garantire l'adeguata efficacia del velivolo nella risposta dinamica alla manovra a comandi bloccati; ciò perché con certe caratteristiche di C.D. e fugoide il velivolo presenta una

φ = sbandamento laterale

$\dot{\varphi}$ = yaw angle

β = side-slip angle

Le variabili di stato invece sono

$$v, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \dot{\beta} = \frac{d\varphi}{dt}, \ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

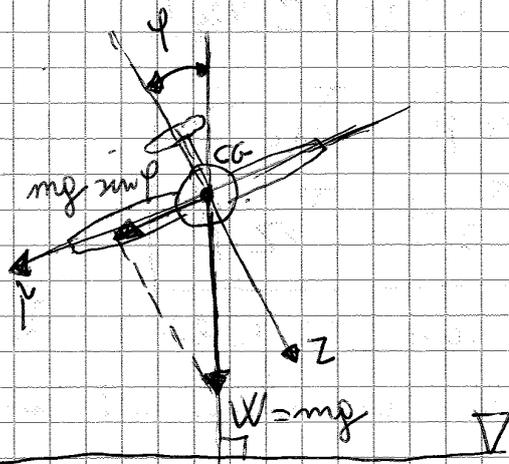
1) Sviluppiamo la 1^a equazione andando ad esplicitare il 1^o membro ove sono presenti le forze esterne lungo l'asse Y. La risultante F_Y sarà una funzione di

$$F_Y = F_Y(v, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \dots)$$

dove i puntini di sospensione tengono conto del contributo della forza peso nel caso in cui il moto laterale co-direzionale presenti uno sbandamento laterale; possiamo scrivere

$$F_Y = \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \dot{\varphi}} \dot{\varphi} + \frac{\partial Y}{\partial \ddot{\varphi}} \ddot{\varphi} + m g \sin \varphi$$

con $m g \sin \varphi$ = contributo del peso, come in figura.



Approssimando $\sin \varphi \sim \varphi$ possiamo scrivere:

$$F_Y = Y_v v + Y_{\dot{\varphi}} \dot{\varphi} + Y_{\ddot{\varphi}} \ddot{\varphi} + m g \varphi$$

- riferimento corpo: assi XYZ;
- riferimento inerziale: assi XYZ nelle condizioni iniziali prima del disturbo.

ψ viene detto ROLL/SIDE ANGLE o ANGOLO DI SBANDAMENTO/ROLLIO: sbandamento e rollio sono due concetti differenti (la differenza è simile a quella tra beccheggio e assetto) ma noi li confondiamo nello stesso angolo. Uno dei questi è un angolo di Eulero; il terzo angolo di Eulero è il ben noto θ , ovvero il PITCH ANGLE o ANGOLO DI BECCHEGGIO.

Gli angoli θ e ψ non vanno confusi con α e β : nel nostro caso β è l'angolo tra l'asse corpo X ed il vettore velocità nel piano XY di simmetria, β viene assunto positivo se verso destra rispetto al velivolo, come nel disegno di prima.

Prendiamo le equazioni (2) e (3); da (3) ricaviamo

$$\dot{z} = \frac{N_v v}{J_z} + \frac{N_p p}{J_z} + \frac{N_z z}{J_z} + \dot{\psi} \frac{J_{xz}}{J_z}$$

da (2) ricaviamo

$$\dot{p} = \frac{L_v v}{J_x} + \frac{L_p p}{J_x} + \frac{L_z z}{J_x} + \dot{z} \frac{J_{xz}}{J_x}$$

Sostituendo \dot{p} nella (3) e \dot{z} nella (2) otteniamo:

$$0 = \dot{z} \left(J_z - \frac{J_{xz}^2}{J_x} \right) - L_v v \frac{J_{xz}}{J_x} - L_p p \frac{J_{xz}}{J_x} - L_z z \frac{J_{xz}}{J_x}$$

$$0 = \dot{p} \left(J_x - \frac{J_{xz}^2}{J_z} \right) - N_v v \frac{J_{xz}}{J_z} - N_p p \frac{J_{xz}}{J_z} - N_z z \frac{J_{xz}}{J_z}$$

Le velocità angolari vengono adimensionalizzate nella maniera seguente:

$$\frac{d}{dt} \varphi = \frac{d}{dt} \varphi t^* = \rho \frac{c}{2V_{eq}} \frac{A}{A} = \frac{1}{A} \rho \cdot \frac{b}{2V_{eq}} = \frac{1}{A} \hat{\rho}$$

da cui otteniamo

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{A} \hat{\rho} \quad (4)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{A} \hat{\tau} \quad (5)$$

che rappresentano le due equazioni della cinematica che chiudono il sistema della dinamica latero-direzionale il quale, adimensionalizzato, presenta la seguente forma (5 equazioni come le variabili di stato):

(1)	$\frac{d}{dt} \beta + k_{11} \beta + k_{12} \hat{\rho} + k_{13} \hat{\tau} + k_{14} \varphi = 0$	TRASLAZIONE IN DIREZIONE Y
(2)	$\frac{d}{dt} \hat{\rho} + k_{21} \beta + k_{22} \hat{\rho} + k_{23} \hat{\tau} = 0$	ROTAZIONE ATTORNO AX
(3)	$\frac{d}{dt} \hat{\tau} + k_{31} \beta + k_{32} \hat{\rho} + k_{33} \hat{\tau} = 0$	ROTAZIONE ATTORNO AZ
(4)	$\frac{d}{dt} \varphi = \frac{1}{A} \hat{\rho}$	1 ^a EQUAZIONE CINEMATICA
(5)	$\frac{d}{dt} \psi = \frac{1}{A} \hat{\tau} \quad (*)$	2 ^a EQUAZIONE CINEMATICA

3 coefficienti k_{ij} racchiudono in sé:

- derivate aerodinamiche;
- momenti d'inerzia;

- $C_{m\beta} = \frac{dC_m}{d\beta}$: indica come varia il momento di imbardata con β a seguito dello spostamento di V rispetto al piano di simmetria. Il $C_{m\beta}$ è l'equivalente sul latero-direzionale del $C_{m\alpha}$ relativo al longitudinale in quanto definisce la STABILITÀ DIREZIONALE; il β è positivo, deve nascere un momento positivo attorno a z per ristabilire l'equilibrio, ovvero $C_{m\beta} > 0$. Una "parentela" simile esiste tra $C_{y\beta}$ latero-direzionale e $C_{L\alpha}$ longitudinale
- $C_{y\dot{r}} = \frac{dC_y}{d\dot{r}}$: indica la nascita/variazione della forza laterale a seguito dell'instaurarsi di una velocità di rollio.
- $C_{e\dot{r}} = \frac{dC_e}{d\dot{r}}$: indica l'effetto della velocità di rollio \dot{r} sulla nascita/variazione del momento di rollio
- $C_{m\dot{r}} = \frac{dC_m}{d\dot{r}}$: indica la nascita/variazione del momento di imbardata con la velocità di rollio \dot{r}
- $C_{y\dot{r}} = \frac{dC_y}{d\dot{r}}$: indica la variazione della forza laterale con l'instaurarsi di una velocità di imbardata \dot{r}
- $C_{e\dot{r}} = \frac{dC_e}{d\dot{r}}$: indica l'effetto della velocità di imbardata \dot{r} sul rollio
- $C_{m\dot{r}} = \frac{dC_m}{d\dot{r}}$: indica l'effetto della velocità di imbardata \dot{r} che fa nascere/varicare il momento di imbardata; anche in questo caso \dot{r} ha una parentela con il longitudinale in quanto, esattamente come $C_{m\alpha}$, anche $C_{m\dot{r}}$ rappresenta una DERIVATA DI STORZAMENTO, con come con una velocità q di beccheggio nasceva un momento di beccheggio M movente, allo stesso

$$\frac{d\psi}{dt} = \psi_1 \lambda e^{\lambda t} = r$$

derivando r e p :

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \psi_1 \lambda^2 e^{\lambda t} = p$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \psi_1 \lambda^2 e^{\lambda t} = r$$

Andando a sostituire il tutto nel sistema (1), semplifico i termini in $e^{\lambda t}$ e andando ad annullare il determinante della matrice dei coefficienti si ricomincia una equazione risolvente di 5° grado come di seguito (5 come le variabili di stato):

$$\lambda(\lambda^4 + B_2 \lambda^3 + C_2 \lambda^2 + D_2 \lambda + E_2) = 0 \quad \text{QUINTICA}$$

La soluzione $\lambda = 0$ è banale; le possibilità non banali sono:

- 1) 4 autovalori reali
- 2) 1 coppia di autovalori complessi coniugati + 2 autovalori reali
- 3) 2 coppie di autovalori complessi coniugati

• La SOLUZIONE CLASSICA per la dinamica latero-direzionale è:

2 autovalori reali + 2 autovalori complessi coniugati

Ricordiamo che la soluzione reale si riferisce ad un modo aperiodico, amplificato o smorzato a seconda che il segno sia positivo o negativo; periodica è invece la soluzione complessa.

ne deduciamo che il vettore V non si sposta molto dal piano di simmetria ma, se $\lambda_2 \dot{\epsilon} > 0$, il velivolo tende a portarsi dalla traiettoria iniziale e ad inclinarsi lateralmente a causa dell'incremento dei valori di ψ e $\dot{\psi}$: è come se il velivolo percorresse una spirale che va stringendosi e che lo fa inclinare sempre di più ~~verso il basso~~; se $\lambda_2 \dot{\epsilon} < 0$ il discorso è inverso e la spirale si smorza.

Questo appena descritto è il MODO SPIRALE o SPIRAL MODE

* 2 AUTOVALORI COMPLESSI CONIUGATI: $\lambda_3, \lambda_4 = a \pm i b$

- normalmente $|a|$ è piccolo rispetto a $|b|$ ed è minore di 0
- il moto è oscillatorio poco smorzato a causa di $a < 0$
- il periodo varia a seconda del velivolo; generalmente si ha

$$T = 2 \div 10 \text{ secondi}$$

- tutte e tre le variabili ϕ , ψ e β sono importanti

Il modo descritto da λ_3 e λ_4 è il ROLLIO OLANDESE o DUTCH ROLL.

- Il dutch roll è qualitativamente rappresentato nella pagina successiva:

a) Il diagramma (a) illustra gli autovettori ϕ , ψ e β sul piano di Argand: si può osservare β in opposizione con ψ e ϕ in quadratura di fase sia con β (in anticipo) che con ψ (in ritardo). I vettori presentano circa lo stesso modulo.

b) Le derivate aerodinamiche che influenzano questo modo di oscillazione sono il C_{np} e, principalmente, il $C_{\dot{\beta}}$: quest'ultimo tiene conto dell'effetto del dritto, ovvero

vero del fatto che con uno side-slip angle β nasce un momento di rollio. Normalmente $C_{\phi\beta}$ è negativo; riferendosi però solamente al suo valore assoluto, è conveniente diminuire il valore per aumentare il periodo T e lo smorzamento ξ al fine di abbattere l'entità dell'oscillazione, garantendo al contempo al pilota un margine temporale di intervento maggiore.

Al fine di aumentare il periodo converrebbe diminuire anche il valore di $C_{\eta\beta}$ (l'effetto sullo smorzamento è nullo) ricordiamo però che decrementando $C_{\eta\beta}$ peggioriamo la stabilità direzionale; a causa di ciò generalmente si preferisce evitare di modificare $C_{\eta\beta}$.

(c) VISTA FRONTALE della traiettoria del velivolo: l'aeromobile sbanda entro un margine $\Delta\varphi$ compreso tra $\varphi_{MAX} > 0$ e $\varphi_{MIN} < 0$

(d) VISTA IN PIANTA: in corrispondenza di φ_{MAX} si ha $\beta \approx \varphi > 0$, ovvero il vettore \vec{V} è approssimativamente contenuto nel piano di simmetria e l'asse X è approssimativamente coincidente con la direzione iniziale.

Dopo $\frac{1}{4}$ di oscillazione lo sbondamento φ si è annullato mentre β e φ hanno raggiunto il loro massimo (positivo per β , negativo per φ): ovviamente β deve essere grande e maggiore in valore assoluto a φ , come intuibile dal disegno.

Dopo $\frac{1}{2}$ di oscillazione si ha φ_{MIN} e $\beta \approx \varphi < 0$.

Dopo $\frac{3}{4}$ di periodo si ha β massimo negativo, φ massimo positivo e φ quasi nullo.

I diagrammi di Weibull riportati a lato illustrano

INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO

PARTE DEL PROF. GUOLIERI

SISTEMI PROPULSIVI

Dobbiamo trovare strumenti matematici per spiegare il funzionamento dei propulsori di interesse civile: ovviamente al giorno d'oggi in ambito civile predomina il turbogemmo ma non va trascurata l'importanza del motore alternativo a pistoni, soprattutto per quanto riguarda l'aviazione generale. Il motore a pistoni è di fondamentale importanza nell'aviazione ultraleggera e negli elicotteri ultraleggeri/leggeri dove il turbopalbero è raramente usato. Il turbopalbero viene usato negli aerei ad elica e negli elicotteri di grandi dimensioni: è naturale quindi che, sebbene simili, ci siano forti differenze tra turbopalbero ed elicottero a pistoni.

Il TURBOREATTORE puro oggi è scomparso; ciò è dovuto principalmente a due motivi:

- 1) consumi elevati;
- 2) emissione acustica: questo aspetto impatta sempre più durante la fase di certificazione.

Il turbogemmo può essere aggiunto un POST COMBUSTORE utile nei velivoli militari per dare maggiore spinta per brevi tempi.

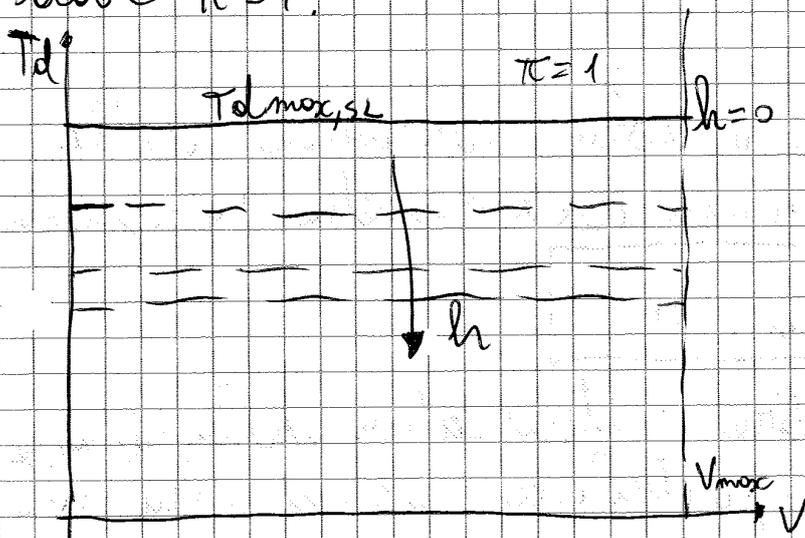
Il turbogemmo presentava una struttura molto semplice basata sul ciclo Joule - Brayton. Il noi però interessa ~~per~~ ottenere una rappresentazione sintetica del comportamento della spinta in funzione

In fase di salita e discesa è però rilevante l'errore sulla pressione dinamica, motivo per il quale la nostra approssimazione non è più valida. Mai però nei nostri calcoli interverrà valida tale approssimazione.

Gli effetti di quota e manetta sono quelli di cambiare la densità dell'aria e quindi ~~le~~ le prestazioni: in particolare, all'aumentare della quota e a parità di manetta la quota diminuisce.

La manetta è una regolazione che il pilota ha a disposizione per regolare il regime del motore. ~~Ma~~ Noi porremo $\pi = 1$ quando $T_d = T_{d,max}$ disponibile.

Da un lato quindi π è regolabile dal pilota, mentre h è frutto di una scelta del pilota. Si ha il seguente grafico, dove $\pi = 1$.



Siamo in atmosfera ISA Standard

per cui $h=0 \iff \rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$

$\pi = 1$ si ha durante il decollo, durante il volo avremo $\pi < 1$.

Il limite è dato dalla velocità massima di crociera V_{max} , avremo T_d costante con V per l'approssimazione da noi posta.

Si ha, per $h=0$:

$$T_d = T_{d,max,SL}$$

SPINTA MASSIMA AL LIVELLO DEL MARE

• L'altro parametro prestazionale importante ai nostri fini è il CONSUMO di carburante. In meccanica del volo si segue infatti il seguente loop:

1) date quota e velocità, ci si ricava la trazione necessaria a vincere la resistenza aerodinamica:

$$(h, V) \rightarrow T_n = D$$

2) ricavata D , ci si verifica se la spinta disponibile è sufficiente a fornire la trazione necessaria:

$$T_d \geq T_n \quad \text{con } T_d(\pi)$$

3) calcolata T_d in funzione della manetta π ci si ricava la diminuzione di peso del velivolo, equivalente a calcolare il consumo di combustibile a bordo:

$$\frac{dW}{dt} \quad \text{nel tempo e nelle condizioni di volo presunte}$$

L'equazione che lega la variazione di peso dW alla spinta disponibile è:

$$\boxed{\frac{dW}{dt} = -c T_d}$$

Analizziamola nel dettaglio scrivendola come:

$$\frac{dW}{dt} = -c [\pi T_{dmax,sl} \cdot \sigma]$$

Il segno - tiene conto della riduzione di massa; questa riduzione è molto consistente se si considera l'intervallo inizio - fine crociera. Nei motori si usa un carburante ad alta densità energetica, motivo per cui in questi particolari velivoli la riduzione di carburante

È alto $\Delta W/H$! Ragioniamo sui livelli di punta rapportando $T_{dmax,SL}$ al peso al decollo W_{TO} , generalmente si ha

$$\frac{T_{dmax,SL}}{W_{TO}} = 0,25$$

Quindi se un aereo pesasse 100 ton, ~~avrebbe~~ avremmo una punta di 25 ton; gli aerei più grandi pesano circa 200 ton con una punta massima al livello del mare pari a 50 ton. Il valore di 100 ton di punta è quindi un po' troppo elevato

1) TURBOGETTO: essendo $c \sim 1$ per un turbogetto, si avrà per questo tipo di motore un consumo elevato di carburante. Nel turbogetto circa $\frac{1}{4}$ del peso viene adibito al carburante; a fine missione si avrà quindi una diminuzione di peso pari al 20% circa non trascurabile (ecco perché nelle manovre di emergenza al decollo il pilota deve liberarsi del combustibile in eccesso).

Nel turbofan $c \sim 0,65 \Rightarrow$ diminuiamo di molto il consumo

• In realtà è benefica della riduzione della temperatura con la quota con conseguente miglior funzionamento del compressore; ~~per~~ proprio per questo motivo il traffico aereo si sviluppa vicino alla tropopausa ($z = 11'000$, FL 360)

• Nel grafico seguente si ha l'andamento del rapporto punta disponibile massima peso al decollo in funzione della distanza bilanciata di decollo

modo da una trasmissione con un rendimento inferiore ad 1. Noi invece trascureremo quanto appena detto e useremo le formule del turbogetto anche per il turbidfan.

La spinta del turbidfan è data da due contributi:

- 1) spinta generata dalla girante esterna, rappresentabile secondo una legge del genere:

$$T_{\text{GIRANTE}} = \eta \frac{SHP}{V} \quad \eta = \text{rendimento propulsivo}$$

con

V = velocità SHP = potenza assorbita dalla girante intubata

Per il turbidfan l'approssimazione T_d costante con V è ancora più forzata che per il turbogetto.

- 2) spinta residua fornita dal generatore di gas

T_j

Questo T_j era il termine preponderante per il turbogetto. Per il turbidfan no (diminuisce all'aumentare del rapporto di bypass).

In definitiva

$$T = \left(\eta \frac{SHP}{V} + T_j \right)$$

Per quanto riguarda il consumo specifico vale la seguente legge:

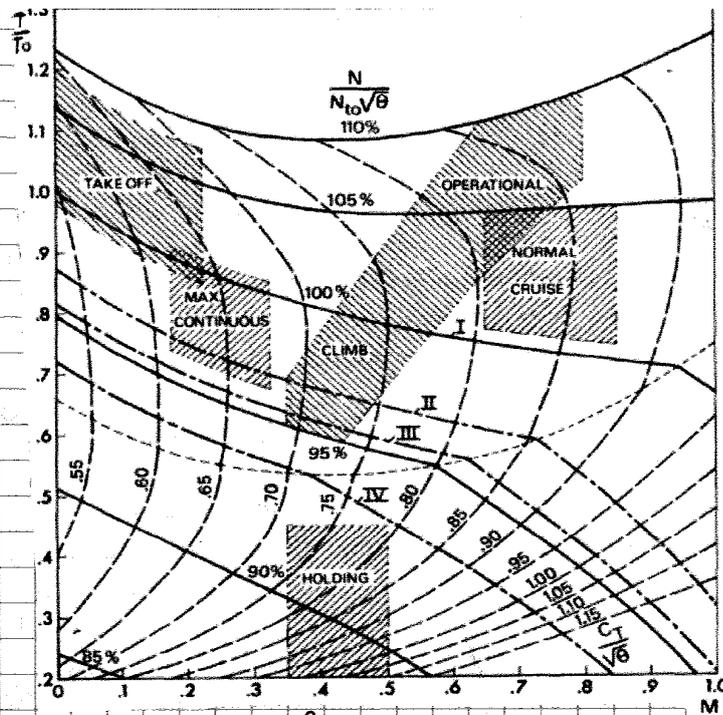
$$\frac{dW}{dt} = -c^* T$$

dove c^* = consumo specifico relativo al turbidfan

Nel grafico seguente viene evidenziato l'andamento di

TSFC corretto per le T_d di esercizio

in funzione del rapporto di bypass BPR al variare del numero di Mach:



Nella zona TAKE OFF si ha che T/W supera l'unità: ciò perché si assume un margine di punta riferita a $\pi = 100\%$; la massima 100% è quindi riferita ad una punta massima di progetto diversa dalla punta massima al decollo.

MAX CONTINUOUS = regime di volo sostenuto (per esempio salita) dove è necessario un forte contributo di punta

La CRUISE cade intorno a $T/W \sim 0,9$

L'accelerazione, infine, è quindi limitato da:

- 1) PRESTAZIONI dei PROPULSORI;
- 2) AERODINAMICA e limiti da essa imposti (per esempio limite transonico).

● MOTOELICA: prima installazione propulsiva ad avere successo anche in campo aeronautico. La sua evoluzione è il turboprop. Essa permette la regolazione della potenza all'albero in maniera abbastanza semplice; ancora oggi molte regioni aeronautiche fanno ancora uso di motori a pistoni altamente evoluti soprattutto in ambito elettrico.

di rullo sviluppo dei motori alternativi; alcuni dei quali furono in grado anche di sviluppare elevatissime potenze.

Al cavallo della 2^a Guerra Mondiale alcuni motori aeronautici a scoppio riuscirono a raggiungere potenze di centinaia di cavalli (valori oggi impensabili per un propulsore non a getto!). Ovviamente prima del turbogetto nacquero i propulsori multimotore ad elica; le sue prime applicazioni risalgono agli anni 30.

Una delle caratteristiche che differenzia il motore aeronautico da quello automobilistico è l'IMPIANTISTICA; sistema elettrico e di accensione sono molto differenti a seconda del tipo di motore in considerazione; oggi però questa differenza si sta sempre più assottigliando grazie alla crescente presenza, nei propulsori moderni, di elettronica.

- Il differenziale del turbogetto che eroga SPINTA, il motore elica eroga POTENZA;

SPINTA = prima misura delle prestazioni del turbogetto / Turbofan

POTENZA = caratterizzazione delle prestazioni del motore elica / turboprop. L'erogazione della potenza dipende dall'analisi delle conversioni energetiche legate al modo in cui la potenza resa disponibile dal motore viene convertita in spinta.

Entriamo maggiormente nel dettaglio

SPINTA DISPONIBILE: spinta che il sistema propulsivo rende disponibile ai fini di mantenere gli equilibri di volo; essa non è altro che, in parole povere,

POTENZA NECESSARIA P_m : potenza richiesta per mantenere le specifiche condizioni di equilibrio in volo, è con definita:

$$P_m = T_m \cdot V = f(W, E, V)$$

Affinchè vi sia equilibrio deve essere:

$$P_d = T_d \cdot V = T_m \cdot V = P_m \quad (2)$$

L'equilibrio di volo può quindi essere visto in luce della spinta (equazione (1)) o della potenza (equazione (2)); la caratterizzazione in termini di spinta o di potenza dipende dal tipo di installazione propulsiva.

TURBOGETTO / TURBOFAN: comandati dalla SPINTA

MOTO ELICA / TURBOELICA: comandati dalla POTENZA

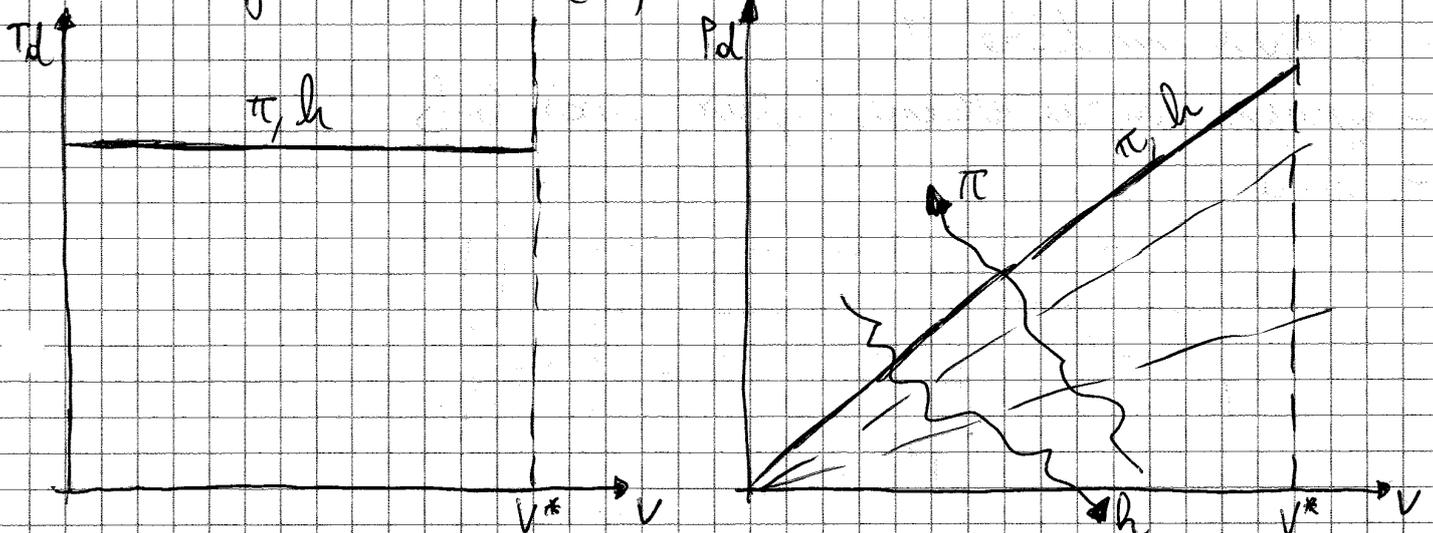
Le equazioni (1) e (2) sono equivalenti e complementari; se garantisco equilibri di T garantisco equilibri di P .

Ricordiamo inoltre che

$T_d, P_d \Rightarrow$ caratteristiche del sistema propulsivo

$T_m, P_m \Rightarrow$ caratteristiche della polare aerodinamica del velivolo

- Vediamo il diagramma $P_d(V)$ del turbogetto a partire dal diagramma $T_d(V)$



ESERCITAZIONI

del corso di
Introduzione alla Meccanica del Volo

Docenti

Piero Gili - Manuela Battipede

Politecnico di Torino



Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

**Corso di
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

Anno Accademico 2014/2015

**ESERCITAZIONE N° 1
QUOTE E VELOCITA'**

1. Determinare la quota barometrica QNE segnata dall'altimetro di bordo di un aeromobile che vola ad una quota standard z_{ISA} con una temperatura esterna T_e :
 - Quota standard di volo $z_{ISA} = 4500$ m;
 - Temperatura dell'aria esterna $T_e = 197.4$ °K.

2. Determinare la quota ISA di volo di un aeromobile dal cui altimetro e dal cui termometro della temperatura esterna, si sono rilevati i seguenti dati:
 - Quota barometrica $z_{QNE} = 6500$ m;
 - Temperatura dell'aria esterna $t_e = -12$ °C.

3. Un velivolo sta operando in atmosfera standard alla velocità vera V_t (TAS) ed alla quota barometrica QNE. Determinare la sua velocità equivalente V_e (EAS) e la velocità indicata V_i (IAS) riportata dall'anemometro di bordo, considerando che la pressione dinamica q rilevata dal tubo di pitot è affetta da un errore totale (strumento + posizione) di -5%:
 - Velocità vera $V_t = 150$ kts (TAS);
 - Quota barometrica $z_{QNE} = 2500$ m.

4. Un velivolo sta operando in atmosfera standard alla velocità indicata V_i ed alla quota barometrica QNE. Determinare la sua velocità equivalente V_e (EAS), la sua velocità vera di volo V_t (TAS) e il suo Ma di volo, considerando nulli gli errori strumentali e di posizione e supponendo che la temperatura esterna alla quota di volo sia quella dell'Atmosfera Standard Internazionale (ISA):
 - Velocità indicata $V_i = 375$ kts (IAS);
 - Quota barometrica $z_{QNE} = 30000$ ft.

INTRODUZIONE ALLA

MECCANICA DEL VOLO (M. BATTIPEDE)

ESERCITAZIONE 1

Esercizio 1)

Viene data la quota ISA

$$z_{ISA} = 4500 \text{ m}$$

$$T_e = 187,4 \text{ K}$$

Determinare la QNE = z_{QNE}

Non siamo, in questo caso, in una atmosfera che presenta le stesse caratteristiche dell'aria ISA standard (7 parte da 288 K al suolo e decresce con $a = 0,0065 \text{ K/m}$)

Essendo z_{ISA} abbiamo:

$$\rho = \frac{p}{p_0} = \frac{\rho_0}{\rho_0} \frac{T_0}{T}$$

nel nostro caso

$$z_{ISA} = 4500 \text{ m} \Rightarrow \text{ci ricaviamo } \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - h z_{ISA}}{T_0} \right)^{m-1} = 0,6341$$

, con $m = 5,2561$

$$m-1 = 4,2561$$

Analogamente potevamo andare nelle tabelle dell'aria tipo entrando al valore di z_{ISA} e calcolando $\frac{p}{p_0}$; in ogni caso si ricava

$$\rho = \frac{p}{p_0} = 0,6341$$

Se fossimo in aria standard, la temperatura a z_{ISA} sarebbe:

$$T = 258,75$$

Ma però abbiamo

$$T_e = 187,4 \text{ K}$$

Politecnico di Torino



Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

**Corso di
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

Anno Accademico 2014/2015

ESERCITAZIONE N° 2

IL VOLO LIBRATO

1. Calcolare la velocità minima di discesa w_{\min} di un aliante in presenza di una corrente ascendente $w_w = 0.32$ m/s. Dell'aliante si conoscono le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.012$;
 - Allungamento alare $\lambda = 20$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.95$;
 - Carico alare $W/S = 180$ N/m²;
 - Quota di volo $z_{ISA} = 2500$ m.

2. Calcolare la velocità massima di discesa w_{MAX} di un aliante che vola all'efficienza di volo $E_v = 30$. Sono dati:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.013$;
 - Allungamento alare $\lambda = 24$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.96$;
 - Superficie alare $S = 21$ m²;
 - Peso $W = 2900$ N;
 - Quota di volo $z_{ISA} = 2000$ m.

3. Determinare l'intensità w_w della corrente ascendente nella quale si trova a volare un aliante in volo al C_L di E_{MAX} , conoscendo la sua velocità salente w e le seguenti sue caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.011$;
 - Allungamento alare $\lambda = 18$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.95$;
 - Carico alare $W/S = 150$ N/m²;
 - Quota di volo $z_{ISA} = 2000$ m;
 - Velocità di salita dell'aliante $w = 0.7$ m/s.

4. Determinare la velocità di discesa w_2 di un aliante alla quota standard z_2 e al peso W_2 conoscendo alla stessa incidenza la sua velocità di discesa w_1 al peso W_1 e alla quota standard z_1 :
 - Quota standard di volo 1 $z_1 = 2000$ m;
 - Peso condizione 1 $W_1 = 3200$ N;
 - Velocità di discesa condizione 1 $w_1 = 0.72$ m/s;
 - Quota standard di volo 2 $z_2 = 3000$ m;
 - Peso condizione 2 $W_2 = 4100$ N.

ESERCITAZIONE 2

Volo stazionario \Leftrightarrow equilibrio forze e momenti
 Nel volo librato bisogna anche tener conto del vento.

Esercizio 1

Calcolare w_{wind} di direzione relativa al ground = R/D

$w_{wind} = 0,32 \text{ m/s}$ ascendente

$C_{D0} = 0,012$

$\lambda = 20$ } ricaviamo dalla polare

$e = 0,85$ } $C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} = C_{D0} + h C_L^2$

con

$h = \frac{1}{0,85 \cdot \pi \cdot 20} = 0,0167$

abbiamo inoltre

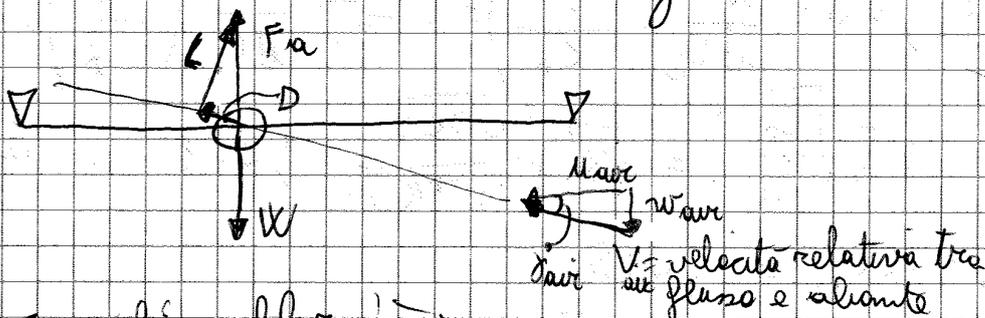
$\frac{W}{S} = 180 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$H_{ISA} = 2500 \text{ m} \Rightarrow \rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4,2561} = \rho_0 \left(\frac{T_0 - h \cdot 6,5}{T_0} \right)^{4,2561}$

$\Rightarrow \rho = 1,225 \left(\frac{288,15 - 6,5 \cdot 2,5}{288,15} \right)^{4,2561} = 0,9567 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Inoltramente ρ poteva essere ricavato dalle tabelle ISA (a 6500 m la densità è dimezzata)

Andiamo ora ad analizzare le forze sull'alaunte:



In tal caso l'equilibrio è:

$L = W \cos \gamma_{air}$

$D = W \sin \gamma_{air}$

Essendo γ_{air} piccolo, si può assumere

Politecnico di Torino



Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

**Corso di
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

Anno Accademico 2014/2015

ESERCITAZIONE N° 3

LA SALITA DEL VELIVOLO A GETTO ED A ELICA

1. Determinare il tempo di salita t_s di un velivolo a getto alla quota standard z_B effettuata partendo dalla quota standard z_A . Il velivolo sale in condizioni di massima spinta e minimo rapporto D/V . Si consideri il peso costante per l'intera fase di salita pari al peso medio W_m e si assumano i parametri di volo relativi ad una quota intermedia. Sono dati:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.016$;
 - Peso medio durante la salita $W_m = 3200000$ N;
 - Velocità di efflusso dei gas di scarico $w_g = 420$ m/s;
 - Superficie alare $S = 500$ m²;
 - Allungamento alare $\lambda = 7$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Quota standard iniziale di salita $z_A = 1000$ m;
 - Quota standard finale di salita $z_B = 9000$ m;
 - Spinta statica a quota zero $T_{S0} = 880000$ N.

2. Calcolare la velocità di salita w di un velivolo ad elica che sale al C_L di efficienza massima a piena manetta. Il velivolo ha le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.020$;
 - Superficie alare $S = 20$ m²;
 - Allungamento alare $\lambda = 8$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Peso $W = 35000$ N;
 - Potenza disponibile $\Pi_d = 630$ hp;
 - Quota di volo $z_{ISA} = 2000$ m.

3. Determinare la quota di tangenza teorica z_{MAX} per un velivolo ad elica avente le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.020$;
 - Superficie alare $S = 20$ m²;
 - Allungamento alare $\lambda = 8$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Peso $W = 35000$ N;
 - Potenza motore a quota zero $\Pi_{m0} = 1500$ hp;
 - Rendimento dell'elica $\eta_e = 0.85$.

Politecnico di Torino



Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

**Corso di
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

Anno Accademico 2014/2015

ESERCITAZIONE N° 4

CROCIERE PER VELIVOLO A GETTO E AD ELICA

1. Calcolare l'autonomia massima s_{MAX} a quota costante di un velivolo a getto considerando costante il consumo specifico. Si esegua il calcolo nei due casi: 1) caso semplificato, in cui non si considera l'influenza del consumo specifico nel fattore di economia di percorso σ (e quindi si considera il consumo specifico $k_c = 0.40 \text{ N}/(\text{N h})$); 2) caso in cui si considera l'influenza del consumo specifico nel fattore di economia di percorso σ . Si considerino per il velivolo le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.018$;
 - Peso iniziale della crociera $W_i = 1\,100\,000 \text{ N}$;
 - Quantità di carburante consumabile durante la crociera $G_c = 450\,000 \text{ N}$;
 - Velocità di efflusso dei gas di scarico $w_g = 420 \text{ m/s}$;
 - Superficie alare $S = 300 \text{ m}^2$;
 - Allungamento alare $\lambda = 6$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Quota standard della crociera (contante) $z_c = 8000 \text{ m}$;
 - Spinta statica a quota zero $T_{S0} = 880\,000 \text{ N}$;
 - Consumo specifico statico a quota zero $k_{S0} = 0.30 \text{ N}/(\text{N h})$.

2. Determinare la quantità di carburante G consumata da un velivolo a getto durante una crociera di lunghezza s effettuata a quota costante e con massimo fattore di economia di percorso σ , considerando costante il consumo specifico k_c . Sono dati:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.016$;
 - Peso iniziale $W_i = 3200000 \text{ N}$;
 - Distanza percorsa $s = 13500 \text{ km}$;
 - Superficie alare $S = 500 \text{ m}^2$;
 - Consumo specifico $k_c = 0.40 \text{ N}/(\text{N h})$;
 - Allungamento alare $\lambda = 7$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Quota costante di volo $z_{ISA} = 9000 \text{ m}$.

3. Calcolare l'autonomia massima s_{MAX} a quota costante di un velivolo ad elica considerando costante il consumo specifico e tenendo presenti le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.020$;
 - Peso iniziale $W_i = 180000 \text{ N}$;
 - Peso di carburante consumabile $G = 60000 \text{ N}$;
 - Superficie alare $S = 60 \text{ m}^2$;
 - Rendimento costante dell'elica $\eta_p = 0.85$;
 - Consumo specifico $k_c = 0.45 \text{ lb}/(\text{hp h})$;
 - Allungamento alare $\lambda = 7$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Quota costante di volo $z_{ISA} = 3000 \text{ m}$.

4. Calcolare l'autonomia oraria massima t_{MAX} a quota costante di un velivolo ad elica considerando costante il consumo specifico e tenendo presenti le seguenti caratteristiche:
 - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.018$;
 - Peso iniziale $W = 270000 \text{ N}$;
 - Peso di carburante consumabile $G = 90000 \text{ N}$;
 - Superficie alare $S = 90 \text{ m}^2$;
 - Rendimento costante dell'elica $\eta_e = 0.85$;
 - Consumo specifico $k_c = 0.36 \text{ lb}/(\text{hp h})$;
 - Allungamento alare $\lambda = 8$;
 - Fattore di Oswald $e = 0.9$;
 - Quota costante di volo $z_{ISA} = 3000 \text{ m}$.

Esercizio NE 3

Esercizio 1

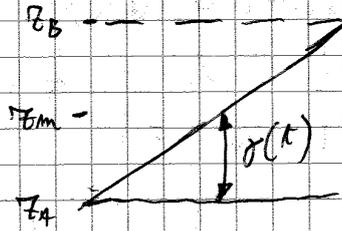
Determinare t_s di salita in condizioni:

$$z_A = 1000 \text{ m}$$

$$z_B = 5000 \text{ m}$$

$$(D/V)_{\min}$$

$$P_i = \left(\frac{n}{n_0}\right)^{3,5} = 1$$



Ma ci poniamo ad una quota intermedia

$$z_m = \frac{z_A + z_B}{2} = 5000 \text{ m}$$

Abbiamo un aeroplano grande con

$$W = 3200000 \text{ kg}$$

$$S = 500 \text{ m}^2$$

$$\lambda = 17$$

$$C_{D0} = 0,016$$

$$e = 0,8$$

da ciò ricaviamo

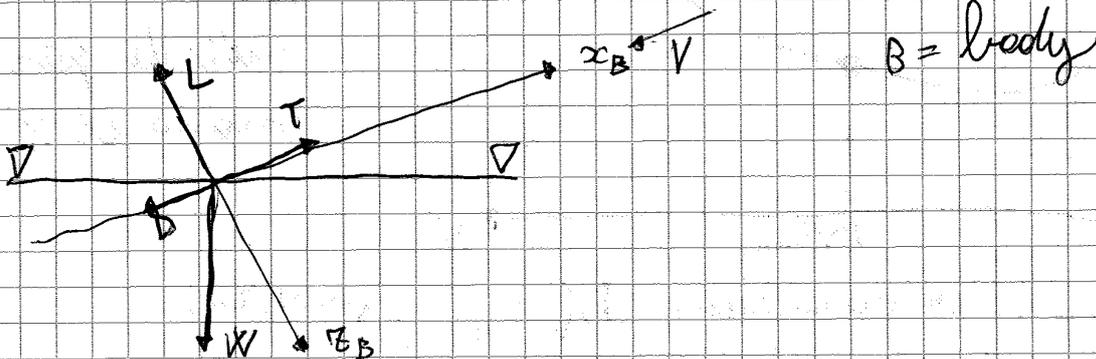
$$h = \frac{1}{2\pi\lambda} = \frac{1}{0,9\pi \cdot 17} = 0,05$$

Consideriamo anche

$$w_g = 420 \text{ m/s} \quad \text{velocità dei gas di scarico}$$

$$T_{s0} \text{ a quota zero} = 880000 \text{ N}$$

Realizziamo il seguente bilancio di forze:



Politecnico di Torino



Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

**Corso di
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

Anno Accademico 2014/2015

**ESERCITAZIONE N° 5
CONDIZIONI DI VOLO A REGIME E NON**

1. Determinare la posizione del punto neutro di un velivolo del quale sono date le seguenti caratteristiche:
 - Superficie alare $S = 30 \text{ m}^2$
 - Superficie in pianta dell'impennaggio orizzontale $S_t = 4.3 \text{ m}^2$
 - Distanza tra il fuoco del complesso ala-fusoliera e il fuoco della coda $l_t = 5.8 \text{ m}$
 - Corda di riferimento $c = 1.4 \text{ m}$
 - Posizione del fuoco del complesso ala-fusoliera in percentuale della corda $x_a/c = 0.23$
 - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo $a = 5.7$
 - Coefficiente angolare di portanza del della coda $a_t = 4.5$
 - Down-wash factor $(1 - \partial \varepsilon / \partial \alpha) = 0.75$
 - Derivata $\partial C_{M0} / \partial \alpha = 0.2$

2. Determinare l'angolo dell'equilibratore δ_e necessario nella condizione di volo rettilineo orizzontale a regime per un velivolo del quale sono date le caratteristiche sotto riportate e che vola alla velocità equivalente V_e :
 - Superficie alare $S = 30 \text{ m}^2$
 - Posizione del baricentro $x_G/c = 0.40$
 - Posizione del punto neutro $x_N/c = 0.60$
 - Peso del velivolo $W = 12.000 \text{ N}$
 - Superficie in pianta dell'impennaggio orizzontale $S_t = 4.3 \text{ m}^2$
 - Distanza tra il fuoco del complesso ala-fusoliera e il fuoco della coda $l_t = 5.8 \text{ m}$
 - Corda di riferimento $c = 1.4 \text{ m}$
 - Posizione del fuoco del complesso ala-fusoliera in percentuale della corda $x_a/c = 0.23$
 - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo $a = 5.7$
 - Coefficiente angolare di portanza del della coda $a_t = 4.5$
 - Down-wash factor $(1 - \partial \varepsilon / \partial \alpha) = 0.75$
 - Coefficiente $\tau = \partial \alpha_t / \partial \delta = 0.45$
 - Coefficiente di momento di beccheggio (per $\alpha=0^\circ$, $\delta=0^\circ$) $C_{M0} = 0.18$
 - Velocità equivalente $V_e = 85 \text{ m/s}$

3. Determinare la posizione limite anteriore del baricentro x_G di un velivolo convenzionale, considerando le sole esigenze di equilibramento longitudinale senza effetto suolo, conoscendo di tale velivolo le caratteristiche sotto riportate:
 - Escursione negativa massima dell'equilibratore $\delta_{\text{min}} = -18^\circ$
 - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo $a = C_{L\alpha} = 4.2$
 - Posizione del punto neutro $x_N = 0.5 \text{ m}$
 - Corda alare di riferimento $c = 1.2 \text{ m}$
 - Coefficiente di portanza massimo $C_{L\text{MAX}} = 1.2$
 - Coefficiente di momento di beccheggio (per $\alpha=0^\circ$, $\delta=0^\circ$) $C_{M0} = 0.18$
 - Parametro $\Delta = (C_{L\alpha} C_{M\delta} - C_{M\alpha} C_{L\delta}) = -1.8$

4. Determinare il fattore di contingenza n a cui è sottoposto un velivolo in moto curvo di raggio r nel piano di simmetria, nelle condizioni sotto specificate:
 - Raggio della traiettoria $r = 840 \text{ m}$
 - Velocità vera di volo $V = 184 \text{ m/s}$
 - Inclinazione della traiettoria rispetto all'orizzontale $\gamma = 30^\circ$

ESERCITAZIONE 5

Superficie S

$$S = 30 \text{ m}^2$$

$$S_A = 4,3 \text{ m}^2$$

$$l_A = 5,8 \text{ m}$$

$$W = 12000 \text{ N}$$

Determinare δ_{eq}

$$V_{EAS} = 85 \text{ m/s} \Rightarrow C_L = \frac{2 \frac{W}{S}}{\rho V_{EAS}^2} = \frac{2 \cdot \frac{12000}{30}}{1,225 \cdot 85^2} = 0,09$$

$$\frac{x_A}{c} = 0,23$$

$$\frac{x_G}{c} = 0,4$$

$$\frac{x_N}{c} = 0,6$$

$$\alpha = 5,7$$

$$\alpha_f = 4,5$$

$$\left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) = 0,75$$

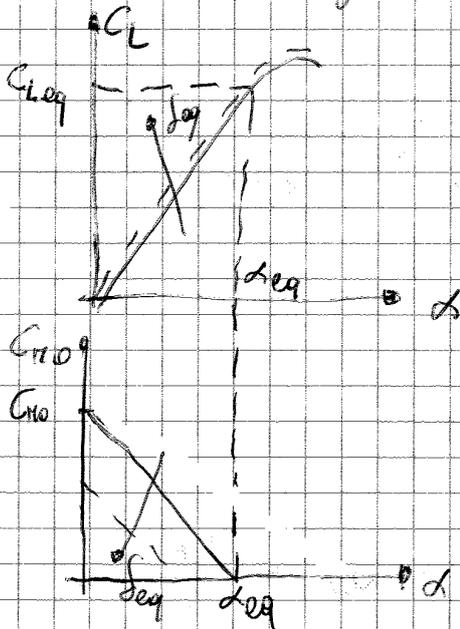
$$\epsilon = \frac{\partial \alpha_f}{\partial \delta} = 0,45$$

$$C_{M0} \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} = 0,18$$

$$V_{EAS} = 85 \text{ m/s}$$

$$\bar{V} = \frac{5,8 - 4,3}{30 \cdot 1,4} = 0,5938$$

Abbiamo i seguenti grafici:



Per l'equilibrio

$$\begin{cases} L = W \\ M = 0 \end{cases}$$

Ma vogliamo $C_L = 0,09$
e l' α_{eq} di conseguenza
vogliamo quindi che la
curva $C_{M0} - \alpha$ sia
nulla nell' α_{eq} desi-
derato

Come facciamo?

- 1) spostare il carico
- 2) azionare l'equilibratore che sposta la curva $C_{M0} - \alpha$,
mentre la curva $C_L - \alpha$ rimane la stessa: in realt