NUMERO: 1924A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Santoro Stefano

MATERIA: Fisica 1 - Prof. Iotti

Fisica I Prof.ssa Lotti Rita Claudia 5/3/2012

- Esercitazioni: Braunstein, Introzzi
- Laboratorio: Lotti, Tosco

TESTI:

- "Fisica generale" A. Uguzzoni, I. Massa, S. Focardi (unico o separato)
- "Fisica 1" Mazzoldi, Nigro, Voci
- "Fisica 1" Resnick, Halliday, Krane

"Meccanica"

"Termodinamica e fluidi"

+ Eserciziario a scelta

Per esercitazioni:

- "Misura, incertezza, errore: un'introduzione" Rizzi - Ruggiero
- "Introduzione all'analisi dell'errore" Taylor

A) ESERCITAZIONI → Squadra A

B) LABORATORIO → Squadra A1 [26 marzo - 7 maggio]

A) A partire dal 16 marzo
B) 26 marzo, 16 aprile, 23 aprile, 30 aprile, 7 maggio, 14 maggio, 21 maggio, 28 maggio

ESAME
- Prenotarsi
- Portare documento identità

- Scritto (2 ore) → risposta multipla ed esercizi
- Orale → lungo e complicato

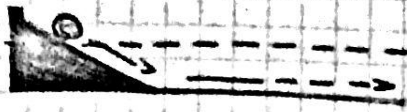
ORARIO

LUN 11:30 - 14:30
MAR 17:30 - 19
GIO 8:30 - 10

Scritto il 14/5/12

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 86

- Cambiando sempre l'inclinazione, la biglia arriva SEMPRE alla stessa quota; se il secondo piano fosse piatto, non ci arriverà mai (continua il suo moto).



↓

NON ci fosse attrito

I MODELLI IN FISICA

- Si tratta un corpo trascurando le sue dimensioni reali

  → punto materiale

- In Meccanica, conviene spesso considerare un corpo come indeformabile

  → corpo rigido

Lez. $\boxed{2}$ (manca parte su grandezze fisiche) 6/3/2012

MECCANICA

- INTRODUZIONE
- MOTO DEL PUNTO MATERIALE
- CINEMATICA DEL PUNTO
- CINEMATICA DELLO SPAZIO

- La Meccanica classica studia il moto dei corpi.

  - Galileo Galilei
  - Isaac Newton

- È strettamente collegata con la prima applicazione del metodo scientifico. Ha stimolato l'evoluzione del calcolo matematico (integrali).

Meccanica
- Cinematica = descrive il moto dei corpi
- Dinamica = mette il moto in relazione con le cause che lo determinano (forze)

- La posizione e il moto sono concetti relativi, presuppone cioè l'esistenza di qualcosa d'altro a cui fare riferimento.

→ SISTEMA DI RIFERIMENTO = corpi, osservatori, regoli e orologi tutti fissi tra loro.

• È quindi descrivibile tramite una sola coordinata $x(t)$ - Può essere determinata ponendo lungo la retta degli oggetti in grado di registrare il passaggio del corpo -

ottengo così coppie di valori $(x;t)$

- APPROCCIO MATEMATICO = cerco una relazione tra x e t, attraverso una funzione $x(t)$ → legge oraria o eq. del moto
- METODO GRAFICO = rappresentazione del moto nel piano cartesiano → diagramma orario

VELOCITÀ INIZIALE, ISTANTANEA E MEDIA

$(t_1, x_1) \rightarrow (t_2, x_2)$

Δx = spostamento complessivo in $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\boxed{V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}} \qquad [V_m] = [LT^{-1}]$$

• Essendo $\Delta t > 0$, il segno della velocità sarà dato da Δx -

Δx non è spazio percorso, ma spazio complessivo, o meglio, lo SPOSTAMENTO totale -

• Spazio percorso = sempre POSITIVO -

- Velocità è retta tangente alla legge oraria -

$$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0} V_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Lez. $\boxed{3}$ 8/3/2012

- $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n$
- $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n$
- $V_{m_1} \neq V_{m_2} \neq \dots \neq V_{m_n}$ → dà informazioni sul moto complessivo

VELOCITÀ ISTANTANEA = $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

• Rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante t considerato -

- Una volta disegnato il diagramma orario, posso rilevare la v_{ist} valendo la pendenza della tangente.

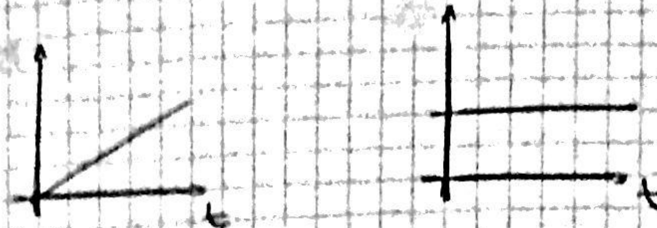
Moto rettilineo Uniforme

$\boxed{v = k}$ → la legge oraria è quindi $\boxed{x(t) = x_0 + v(t - t_0)}$

- Se $t_0 = 0$ ⟹ $x(t) = x_0 + vt$

è costante, posso portarlo fuori dal segno d'integrale

- Per questo tipo di moto, la velocità istantanea coincide con la velocità media



Marcare:
- Unità di misura
- Scala utilizzata
- origine

Accelerazione del moto rettilineo

$$\boxed{\bar{a} = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad [a_m] = [L \cdot T^{-2}]$$

- Essendo $\Delta t > 0$, il segno dell'accelerazione dipende dal segno di Δv.

ACCELERAZIONE ISTANTANEA

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

↳ accelerazione istantanea è data da una doppia derivazione rispetto a t della x.

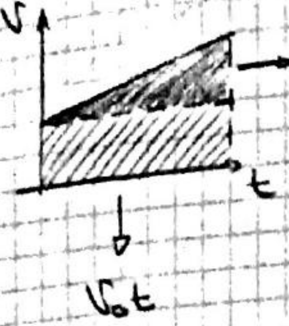
- Nota $a(t)$, si ottiene $v(t)$ integrando

$$\Delta v = \int_{v_0}^{v} dv' = \int_{t_0}^{t} a(t)dt' \Longrightarrow \boxed{v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')dt'}$$

$$v - v_0 = \int_{t_0}^{t} a(t')dt'$$

- Se $a(t) = 0$ → moto rettilineo uniforme
- Se $a(t) > 0$ → moto con v crescente nel tempo
- Se $a(t) < 0$ → moto con v decrescente nel tempo
- Se $a(t) \neq 0$ e costante → moto vario

→ in questo caso, $V_0 \neq 0$, ma è uguale alla pendenza della tangente



$\rightarrow \frac{1}{2} Vt = \frac{1}{2} at \cdot t = \frac{1}{2} at^2$

Tot. $= \boxed{V_0 t + \frac{1}{2} at^2}$

LA CADUTA LIBERA DEI GRAVI

- È quasi sempre ideale, perché:
  - c'è resistenza dell'aria
  - devo essere vicino alla superficie terrestre
  - (l'accelerazione g dipende dalla distanza dal centro della Terra)

g viene preso come costante

$\boxed{r \text{ Terra} = 6400 \text{ Km}}$

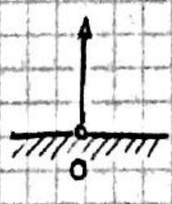
"Un corpo, lasciato libero di cadere, si muove verso il basso con un'accelerazione costante $g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$" –

Lez. $\boxed{4}$ — 12/03/2012

- Con origine al suolo e asse y rivolto verso l'alto:

$$[a = -g = -9{,}8 \text{ m/s}^2]$$

Spostamento < 0
velocità < 0



- $V(t) = V_0 - gt$
- $y(t) = y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} gt^2$
- $V^2(y) = V_0^2 - 2g(y - y_0)$

Condizioni iniziali

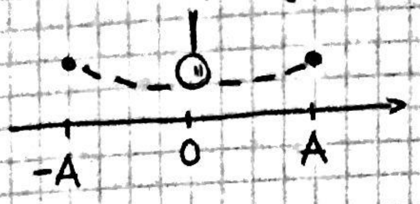
$V_0 = 0 \quad y_0 = h$

- tempo di caduta $t_c = \frac{2h}{g}$
- velocità al suolo $|V_c| = \sqrt{2gh}$

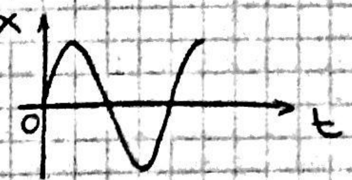
- $V(t) = -gt$
- $y(t) = h - \frac{1}{2} gt^2 \qquad t(y) =$
- $V^2(y) = -2g(y - h)$

MOTO ARMONICO SEMPLICE (su asse rettilineo)

- Legge oraria: $x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$
  - $A\ (>0)$ = ampiezza $[L]$
  - ϕ = fase iniziale del moto $[rad]$
  - $\omega\ (>0)$ = pulsazione $[T^{-1}]$ (rad/S)
  - $\omega t + \phi$ = fase del moto



– Il moto armonico è periodico: dopo un intervallo di tempo (periodo) il punto ripassa per la stessa posizione con la stessa V e stessa A –



- $t' = t + T$
- $x(t') = x(t)$
- $A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi) = A\,\mathrm{sen}(\omega t' + \phi)$
- $\omega t' + \phi = \omega t + \phi + 2\pi$
- $\omega(\underbrace{t' - t}_{T}) = 2\pi \rightarrow \omega T = 2\pi$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

FREQUENZA: $\left[\frac{1}{T}\right] = \left[\frac{\omega}{2\pi}\right]$ $\qquad [\nu] = [T^{-1}]$ (Hertz, $\frac{1}{S}$)

$$V(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\boxed{a(t) = -\omega^2 x(t)}$$

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = -\omega^2 A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

– Legge oraria e $V(t)$ sono sfasate di $\pi/2$ tra loro –

- a e x $\rightarrow$ OPPOSIZIONE di FASE = sfasamento di π

– Accelerazione è proporzionale e opposta allo spostamento dal centro d'oscillazione –

EQ. DIFFERENZIALE DEL MOTO ARMONICO

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

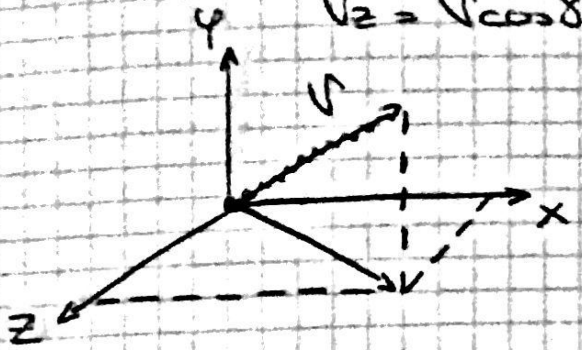
- Scomposizione di un vettore lungo gli assi di una terna cartesiana ortogonale destra –

$$V = V_x + V_y + V_z = V_x i + V_y j + V_z \cdot K$$

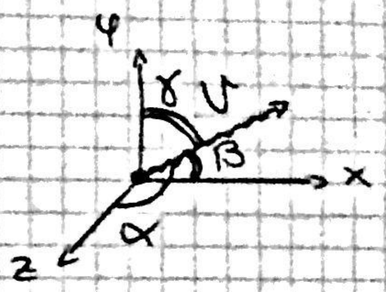
scalari

V_x
V_y sono componenti del vettore
V_z

$$V_x = V\cos\alpha \qquad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$
$$V_y = V\cos\beta$$
$$V_z = V\cos\gamma$$



oppure



componenti del versore della retta
=
coseni direttori

OPERAZIONI ALGEBRICHE

- $V + W = (V_x + W_x)i + (V_y + W_y)j + (V_z + W_z)K$
- $\lambda V = \lambda V_x i + \lambda V_y j + \lambda V_z K$
- $V \cdot W = V_x W_x + V_y W_y + V_z W_z$
- $V \times W = \begin{vmatrix} i & j & K \\ V_x & V_y & V_z \\ W_x & W_y & W_z \end{vmatrix}$ → determinante

Moto Bidimensionale

- Moto dato dalla conoscenza del vettore posizione del punto in funzione del punto –

$\boxed{r = r(t)}$ → Eq. vettoriale del moto

$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$ → riunisce caratteristiche geometriche e cinematiche del moto –

• VELOCITÀ VETTORIALE = RAPPRESENTAZIONE INTRINSECA

$$\underbrace{dr = ds\, u_T}_{\text{vettori}} \Rightarrow v = \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dt} u_T = v_s u_T = \dot{s}\, u_T$$

– Velocità scalare è componente scalare del vettore velocità vettoriale –

$$|ds| = |v|\,dt = |v_s|\,dt$$

↳ spazio percorso (è sempre positivo)

• Spazio percorso = $\int_{t_1}^{t_2} |v(t)|\,dt = \int_{t_1}^{t_2} |v_s(t)|\,dt$

↓

somma dei vari settori spostamento in intervalli di tempo infinitesimi –

• Spostamento complessivo: $\int_{t_1}^{t_2} v_s(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{ds}{dt}\,dt = \int_{S_1}^{S_2} ds = \boxed{S_2 - S_1}$

↓ ΔS

$$v \begin{cases} \text{speed} \\ \text{velocity (vettoriale)} \end{cases}$$

• $v = \frac{dr}{dt} \Rightarrow \boxed{r(t) = r(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'}$

Lez. $\boxed{6}$ 15/3/2012

• Derivare un vettore = derivare le sue componenti scalari

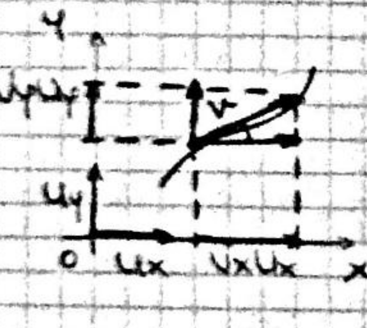
VELOCITÀ IN COMPONENTI CARTESIANE

$r = x u_x + y u_y$

$v = v_x u_x + v_y u_y$

↓

$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot u_x + \frac{dy}{dt} u_y$



RAPPRESENTAZIONE INTRINSECA DELL'ACCELLERAZIONE

$V = V_s u_T = \dot{s}\, u_T$ → versore tangente in un dato istante t

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(V_s u_T) =$$

$$= \frac{dV_s}{dt} u_T + V_s \frac{du_T}{dt} =$$

$$= \frac{d\dot{s}}{dt} u_T + \dot{s} \frac{d\phi}{dt} u_N =$$

$$= \ddot{s} u_T + \dot{s} \frac{d\phi}{ds} \frac{ds}{dt} u_N =$$

- ϕ = angolo tra P e P'
- ds = arco infinitesimo tra P e P'

$$= \ddot{s} u_T + \dot{s} \frac{1}{R} \dot{s} u_N = \ddot{s} u_T + \frac{\dot{s}^2}{R} u_N =$$

$$= \boxed{a_T + a_N}$$

$$\frac{\text{angolo}}{\text{arco}} = \frac{1}{\text{raggio}}$$

$\boxed{ds = R\,d\phi}$ → arco = raggio di curvatura · angolo

ANGOLO = RAGGIO · ARCO

classificazione dei moti elementari

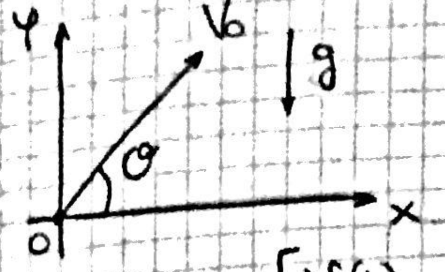
a_T = accellerazione tangenziale, diretta lungo u_T, è parallela alla velocità ed esprime la variazione di velocità.

a_N = accellerazione normale o centripeta, rivolta sempre verso il centro di curvatura.

- $a_T \neq 0$ e $a_N \neq 0$ → moto curvilineo vario
- $a_T \neq 0$ e $a_N = 0$ → moto rettilineo vario
- $a_T = 0$ e $a_N = 0$ → moto rettilineo uniforme

$$\rightarrow \quad a = \frac{dV}{dt} \Rightarrow V(t) = V(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt' \quad \leftarrow$$

Moto parabolico dei gravi



$$a = g = -g\,u_y$$

- Ponendo $t_0 = 0$ e $x_0 = y_0 = 0$, si ha:

$$\boxed{V(t) = (V_0 \cos\theta)\,u_x + (V_0 \operatorname{sen}\theta - gt)\,u_y}$$

- Ogni moto può essere scomposto secondo le componenti lungo gli assi.

Le componenti sono quelle che sommate con parallelogramma danno il vettore V_0.

$$r(t) = (V_0\cos\theta)t\,u_x + \left[(V_0 \operatorname{sen}\theta)t - \frac{1}{2}gt^2\right]u_y$$

- $V_x = V_{0x} = V_0 \cos\theta$
- $V_y = V_{0y} = V_0 \operatorname{sen}\theta - gt$
- $V_z = V_{0z} = 0$

Traiettoria: eq. parametriche

$$t = \frac{x}{V_0\cos\theta} \qquad y = (V_0 \operatorname{sen}\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (x_0 = y_0 = 0)$$

19/3/2012

Lez. $\boxed{7}$

- Elementi di teoria classica della misura (operazione di misura non influenza il misurando)

MISURA
- diretta = confronto diretto con l'unità di misura
- * indiretta = attraverso la misura diretta di altre grandezze con cui esiste un legame espresso da una relazione analitica
- strumentale = mediante l'uso di strumenti tarati. È comunque considerata diretta

* tachimetro misura la velocità (in senso speed) calcolando la relazione tra lo spazio percorso e il tempo impiegato.

- Ogni strumento fornisce misure a partire da un valore minimo (soglia) fino ad un valore massimo (portata).
- La sensibilità è la quantità minima apprezzabile dallo strumento; se esso è ben fatto, essa è pari a mezza divisione della scala.

→ Sono causati da:
- difetti costruttivi
- difetti di taratura
- deterioramento dello strumento
- uso non corretto, in condizioni ≠ da quelle previste
- errore di stima da parte dello sperimentatore
- perturbazioni esterne
- uso di formule errate
- ...

Per evitarli:
- controllare gli strumenti
- effettuare più misure con strumenti simili
- confrontare risultato con stima attendibile
- perfezionare lo studio teorico

- ERRORE DI PARALLASSE = cattivo allineamento tra occhio dello osservatore e la scala graduata dello strumento usato.

3/ - Agiscono in entrambe le relazioni, fornendo valori in eccesso e/o in difetto dal valore vero, in modo irregolare e quindi imprevedibile.

- Si manifestano quando le fluttuazioni sono maggiori della sensibilità dello strumento.

- Non possono essere eliminati.

- Possono però essere ridotti con uno studio di tipo statistico, eseguendo un numero elevato di misure, tutte possibilmente nelle stesse condizioni.

- La teoria classica della misura diventa teoria degli errori.

CAUSE:
- Variare incontrollato di alcune condizioni sperimentali

MISURA DIRETTA UNICA

- L'incertezza Δx (errore assoluto) è data dalla sensibilità dello strumento. Viene espressa nelle stesse unità di misura.

- Come determinare la miglior stima e l'errore assoluto? (ε_a)

A) Media aritmetica $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$

B) Semidispersione massima $\frac{x_{max} - x_{min}}{2}$

- Errore Assoluto, relativo, percentuale:

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{x_{re}}}$$

Errore relativo è sempre positivo e adimensionale

↳ $$\boxed{\varepsilon_p = \varepsilon_r \cdot 100}$$

DEVIAZIONE STANDARD DELLA MEDIA: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sigma$

- Il risultato finale va quindi espresso nella forma:

$$\boxed{x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}}$$

• Riassumendo:

$$\boxed{x = x_{best} \pm \delta x}$$

- Unica misura: è il valore letto sullo strumento
- Poche misure: è la media dei valori assoluti, σ è data dalla semidispersione max
- Molte misure: è la media dei valori ottenuti, σ è stima del valor medio

→ PRECISIONE = legata alla riproducibilità di una misura della stessa grandezza. Indica il grado di dispersione dei dati.

→ ACCURATEZZA = misura l'influenza dell'errore sulla misura. È più accurata quanto più vicina al dato reale.

Lez. 8

20/3/2012

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

• Qual è l'errore sulla grandezza derivata? Possono esserci due casi:

- sono dominanti le incertezze strumentali (strumenti a bassa risoluz.)
- sono dominanti le incertezze casuali (strumenti ad alta risoluzione)

ERRORE MASSIMO

• Calcolo area di un rettangolo di lati $a \pm \Delta a$, $b \pm \Delta b$: ($\Delta a \cdot \Delta b$ trasc.)

$$(a+\Delta a)(b+\Delta b) = ab + a\Delta b + \Delta a b = ab + (a\Delta b + b\Delta a)$$

$$(a-\Delta a)(b-\Delta b) = ab - a\Delta b - \Delta a b = ab - (a\Delta b + b\Delta a)$$

$$(a+\Delta a)(b-\Delta b) = ab + \Delta a b - a\Delta b$$

$$(a-\Delta a)(b+\Delta b) = ab - \Delta a b + a\Delta b$$

→ Stima dell'area: $A + \Delta A = ab \pm (a\Delta b + b\Delta a)$

→ Errore massimo sull'area: $a\Delta b + b\Delta a$

sviluppo Taylor

• Se $G = G(x)$ e $x = x_0 \pm \Delta x$ → $G_0 = G(x_0)$, $\Delta G = \left|\frac{dG}{dx}\right|_{x_0} \Delta x$

↳ grandezza dipendente da qualcosa di noto

↓ errore assoluto massimo

- SOMMA → si ferma al numero di CS comune a entrambi i numeri
- PRODOTTO → non è maggiore del numero minimo di CS in ognuno dei numeri di partenza

Ex. $1{,}040273 - 0{,}731 = 0{,}xxx$ → Se si commette l'errore, è sull'ultima cifra significativa

- Se la prima cifra non significativa è:
  - >5 → aumento cifra significativa precedente
  - <5 → diminuisce "
  - $=5$ → si procede in modo aleatorio (a seconda del caso)

METODI DI FIT (lineare)

→ Verifica sperimentale legata alla precisione delle misure.
↓
[ha dei limiti oggettivi]

- Sono importanti sia il risultato della misura, sia la sua incertezza
  ↳ a causa delle incertezze, accordo tra legge fisica e dati sperimentali non è mai assoluto.

- Il metodo dei minimi quadrati per una retta

- Se la legge che regola il fenomeno è lineare, dobbiamo determinare valore del coeff. angolare m e termine noto q della retta che la descrive:

$$[y = mx + q]$$

- Supponiamo che incertezze sulle x siano trascurabili e quelle sulle y tra loro uguali. Si procede valutando le "distanze verticali" tra i punti (x_i, y_i) e quelli della retta $y = mx + q$ aventi la stessa ascissa.

$$[d_i = y_i - (mx_i + q)]$$

→ Dopodiché, determino i valori m e q che rendono minima la funzione di due variabili.

- $m = \dfrac{N\bar{x}\bar{y} - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{N\bar{x}^2 - \sum_{i=1}^{N} x_i^2}$
- $q = \bar{y} - m\bar{x}$

} Valori della retta che meglio si adatta all'andamento dei dati sperimentali

Accellerazione angolare:

$$\alpha = \frac{d\omega(t)}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta} = \frac{1}{R}\ddot{s} = \frac{1}{R}\frac{dV}{dt} = \boxed{\frac{a_T}{R}} \qquad [T^{-2}]\ (rad/s^2)$$

- modulo: $\alpha = \left|\frac{d\omega}{dt}\right| = \left|\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}\right|$
- direzione: $\parallel \omega$
- verso: determinato dalla variazione di ω

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega \times R) = \frac{d\omega}{dt} \times r + \omega \times \frac{dr}{dt} = \alpha \times r + \omega \times v = \boxed{a_T + a_n}$$

$$|a_T| = \alpha R$$
$$|a_n| = \omega^2 R$$

DINAMICA = associa il moto alle sue cause determinanti.

- D. CLASSICA = va bene per moti di corpi macroscopici.

  MECCANICA QUANTISTICA = per moti di corpi microscopici.

Interazioni e ambiente → stato di moto di un corpo implica la presenza di altri corpi con cui interagisce, nell'ambiente in cui si trova.

- INTERAZIONI < IMPORTANTI / TRASCURABILI } Diminuiscono allontanando i corpi tra di loro.

- QUESTE INTERAZIONI VENGONO SPESSO MISURATE E ESPRESSE ATTRAVERSO LA GRANDEZZA FISICA FORZA.

FORZA

- Il concetto di forza è connesso alla sensazione (soggettiva) di SFORZO.

Vengono associate a ciò proprietà di intensità e di direzionalità. Si possono compensare, assicurando l'equilibrio a un corpo soggetto a più interazioni.

MASSA INERZIALE

- A ogni istante, forza e accelerazione risultano proporzionali rispetto a un valore scalare m, che viene detta massa inerziale. Essa non dipende dalla forma del corpo.

Punto materiale: corpo senza dimensioni, ma massa è concentrata tutta nello stesso punto, concetto irrinunciabile.

- Misurazione dinamica:

$$\text{nota} \leftarrow \frac{M_N}{M_C} = \frac{a_N}{a_C} \rightarrow \text{nota}$$

M_C ↳ campione

- Misurazione statica, tramite la BILANCIA A DUE BRACCI.
↳ legata al concetto di forza peso, ma non dipendente da essa

MASSA

- Caratteristica di tutti i corpi.
- Grandezza fondamentale, con dimensione [M] e unità di misura il Kilogrammo.

- La forza è una grandezza derivata. Le sue dimensioni sono:

$$[F] = [MLT^{-2}] \qquad \frac{Kg\,m}{s^2} = N \rightarrow \boxed{\text{newton}}$$

- Nel sistema cgs l'unità di misura è la dina (dyn).
Nel sistema pratico viene usato il Kilogrammo-peso, definito come il peso del campione di massa conservato a Sèvres, dove $g = 9,80665\ m/s^2$.

- La massa è una proprietà intrinseca dei corpi, dipende dalla forza di gravità.

$$\left[F(t) = m \cdot a(t) = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} \right]$$

- È una legge sperimentale.
- Introduce la massa, rendendo quantitativo il concetto di inerzia.
- Definisce la grandezza fisica forza.
- È una legge vettoriale.
- In apparenza è una semplice relazione algebrica tra F ed a; in realtà è una complessa equazione differenziale tra F e v, o tra F e r.
- Note le leggi della forza, ricavo le leggi del moto.
- Vale anche il viceversa (calcolo dinamico della forza).

- Vale solo nei sistemi di riferimento inerziali, e solo se $v \ll v_{luce}$.

Lez. 11

27/03/2012

IMPULSO DI UNA FORZA

$F(t)dt = dp$ L'azione della forza durante un tempo dt produce una variazione infinitesima della quantità di moto.

TEOREMA DELL'IMPULSO

$$\left[\int_0^t F(t')dt' = \int_{p_0}^{p} dp' = p - p_0 = \Delta p\right] \rightarrow$$ È la forma INTEGRALE della seconda legge

- Impulso: $J = \int_0^t F(t')dt'$ (Ns) Impulso di una forza

  ↓ relazione

$$J = \int_0^t F(t')dt' = \int_{p_0}^{p} dp' = p - p_0 = \Delta p$$

- Se m è costante:

$$J = \Delta p = m\Delta v = m(v - v_0)$$

- Se v è costante = non serve a nulla
- Se F è costante:

$$\boxed{Ft = m\Delta v} \rightarrow \text{con } m = K \rightarrow \Delta\vec{v} = \frac{\vec{F}t}{m}$$

- In generale:
  - nota $F(t)$, posso calcolare Δp;
  - nota Δp, ricavo il valore medio di F in Δt: $\boxed{F_m = \frac{\Delta p}{\Delta t}}$ → non posso conoscere $F(t)$

$$F_m = \frac{\int_0^t F(t')dt'}{t} = \frac{\int_t^{t+\Delta t} F(t')dt'}{\Delta t}$$

CLASSIFICAZIONE DELLE FORZE

PESO, ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE } GRAVITAZIONALE

ELETTRICITÀ, MAGNETISMO, OTTICA } ELETTROMAGNETICA } ELETTRODEBOLE

DEBOLE

NUCLEARE FORTE

(?)

(?)

- Tutte le forze sono manifestazioni ≠ di queste 4.

- L'accellerazione del punto è pari alla somma vettoriale delle accellerazioni che il punto subirebbe se ciascuna forza agisse da sola:

$$\left[a = F/m = \Sigma_i \frac{F_i}{m} = \Sigma_i a_i \right] \longrightarrow$$ indipendenza delle AZIONI SIMULTANEE

{ Nello studio di un moto, ho informazioni sulla risultante. }

AZIONE DINAMICA DELLE FORZE

Moto rettilineo uniforme

$$[v = K \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0]$$ < o non agiscono forze / o forze si compensano

↓ risultante

Moto uniformemente accellerato

$$[a = K \Rightarrow F = K] \longrightarrow$$ il moto nella direzione // alla forza è uniformemente accellerato, con $a = F/m$

Lungo le altre direzioni, non c'è accellerazione; il moto risultante si ottiene componendo i moti sui tre assi ortogonali.

Moto vario

$$a = a_T + a_N \Rightarrow F = F_T + F_N = m(a_T + a_N) = m\left(\frac{dV}{dt} u_T + \frac{V^2}{R} u_N\right)$$

F_N → componente ⊥ alla traiettoria (variazione direz. velocità)

↳ È detta FORZA CENTRIPETA, ed è sempre diversa da zero nel caso di moto curvilineo.

F_T → componente tangenziale alla traiettoria (variazione modulo V)

EQUILIBRIO STATICO DEL PUNTO

- Se $F = 0$ e $V_0 = 0$ ⇒ rimane in quiete.

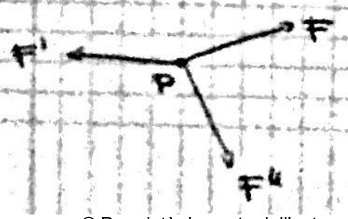
Condizioni equilibrio statico:

$$F = \Sigma_i F_i = 0 \Rightarrow F_x = F_y = F_z = 0$$

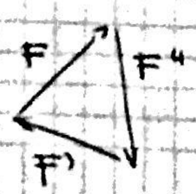
$$\Rightarrow \Sigma_i F_{ix} = \Sigma_i F_{iy} = \Sigma_i F_{iz} = 0$$

$\boxed{F_R = 0}$

⇒ devono avere = direzione e modulo, ≠ verso.



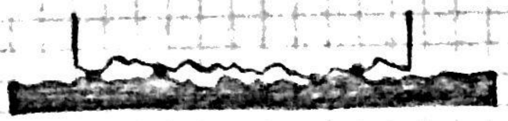
⇒



(la somma delle prime 2 è uguale e contraria alla terza).

Fondamenti microscopici dell'attrito

SUPERFICIE CONTATTO < SUPERFICIE GEOMETRICA



- Se fossero superfici lisce, non scorrerebbero, ma si salderebbero tra loro.

- L'area effettiva di contatto è:
  - Molto più piccola (10^{-4}) dell'area apparente
  - Proporzionale alla forza premente

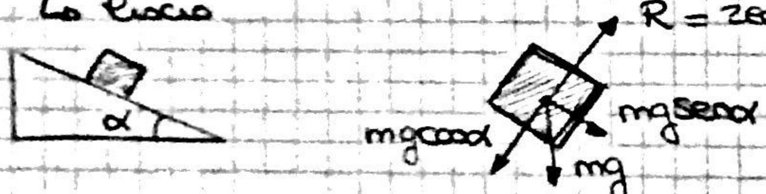
- La resistenza al moto dipende dalla formazione/rottura di fusioni (saldature a freddo) locali tra coppie di punti a contatto.
  - ↳ Il numero di fusioni è proporzionale a S
    L'estensione delle zone di contatto è proporzionale alla pressione esercitata $p = N/S$.

Il caso delle superfici lisce è un caso limite semplificato.

↳ LA FAS NON PUÒ ESSERE ELIMINATA, SOLO RIDOTTA

PIANO INCLINATO

↳ liscio



$P + R = ma$

$N - mg\cos\alpha = 0 \implies N = mg\cos\alpha$

$mg\,\text{sen}\alpha = ma \implies a = \frac{\cancel{m}g\,\text{sen}\alpha}{\cancel{m}} = g\,\text{sen}\alpha < g$

SCABRO

$F_{as} \leq \mu_s N$ e $F_{ad} = \mu_d N$

$F_{as} = -mg\,\text{sen}\alpha$

$mg\,\text{sen}\alpha \leq \mu_s N = \mu_s mg\cos\alpha$

$\implies \text{sen}\alpha \leq \mu_s\cos\alpha$

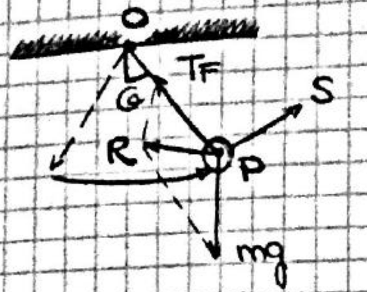
$\implies \tan\alpha \leq \mu_s$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$mg\,\text{sen}\alpha - \mu_d mg\cos\alpha = ma$

$\implies a = (\text{sen}\alpha - \mu_d\cos\alpha)\,g$

$a > 0 \implies \mu_d < \tan\alpha$



$$\boxed{S = L\Theta}$$

- R_T é molto intensa più ci allontaniamo dalla verticale, lo richiama in quella posizione.

$\longrightarrow a_T = \ddot{S} = L\dfrac{d^2\Theta}{dt^2}$

$\longrightarrow a_C = \dfrac{\dot{S}^2}{R} = \dfrac{V_S^2}{R} = \dfrac{V_S^2}{L}$

(A) • Equazione differenziale del moto del pendolo

$$R_T = -mg\,\mathrm{sen}\,\Theta = m a_T \Longrightarrow \frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\,\mathrm{sen}\,\Theta$$

(B) • Equazione del moto proiettata sulla normale

$$R_N = T_F - mg\cos\Theta \Longrightarrow m\frac{V_S^2}{L} = T_F - mg\cos\Theta$$

↳ tensione filo

(A) $\dfrac{d^2\Theta}{dt^2} = -\dfrac{g}{L}\,\mathrm{sen}\,\Theta$: conviene considerare piccoli valori di Θ

$$\mathrm{sen}\,\Theta = \Theta + \left(-\frac{\Theta^3}{3!}\right) + \ldots$$

Fermandoci al primo ordine:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\Theta \longrightarrow \frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\Theta = 0$$

$\longrightarrow$ ricorda il moto armonico semplice in una dimensione

LEGGE ORARIA PER PICCOLE OSCILLAZIONI

$$\longrightarrow \Theta(t) = \Theta_0\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi), \quad \omega^2 = g/L$$

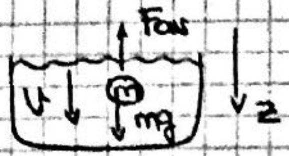
$$\Longrightarrow \left[S = L\Theta = L\Theta_0\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)\right]$$

VELOCITÀ ANGOLARE: $\dfrac{d\Theta}{dt} = \omega\Theta_0\cos(\omega t + \Theta)$

VELOCITÀ SCALARE: $\dfrac{dS}{dt} = L\Theta_0\,\omega\cos(\omega t + \phi)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 86

CADUTA DI UN GRAVE



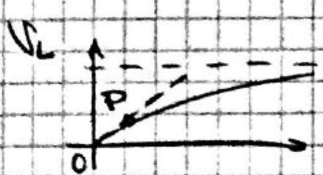
- $P + F_{av} = ma$
- $mg - bV = m\dfrac{dV}{dt}$

Per $t = t_0 = 0$; $z = 0$ $V_0 = 0$

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{b}{m}V \Rightarrow \frac{dV}{g - \frac{b}{m}V} = dt \Rightarrow \int_0^V \frac{1}{g - \frac{b}{m}V'}\,dV' = \int_0^t dt'$$

$$\Rightarrow -\frac{m}{b}\left[\log\left|g - \frac{b}{m}V'\right|\right]_0^V = t \Rightarrow -\frac{m}{b}\left[\log\frac{-\frac{b}{m}V'}{g}\right] = t$$

$$\Rightarrow \log\frac{g - \frac{b}{m}V'}{g} = -\frac{b}{m}t \Rightarrow \boxed{V(t) = \frac{mg}{b}\left[1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right]}$$



$\boxed{V_{yp} = gt}$

- Per grandi valori di t, rende il moto UNIFORME:
  → la velocità tende al valore limite $V_L = \dfrac{mg}{b}$ -

fosse superiore a V_L, viene rallentato

- Quando $V = \dfrac{mg}{b}$, l'accellerazione si annulla; si ha allora un equilibrio dinamico tra forza peso e forza di attrito viscoso.

  ↳ $F_{risultante} = 0$, moto rettilineo uniforme

  dev'essere in moto, o non ci sarebbe attrito

- Il modulo della velocità limite:
  - cresce al crescere di m
  - diminuisce al crescere di b $\left\{\begin{array}{l}\text{forma corpo} \\ \text{caratteristiche mezzo} \\ \quad ↳ \eta\end{array}\right.$

Soluzione $\rightarrow$ $\boxed{x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}}$

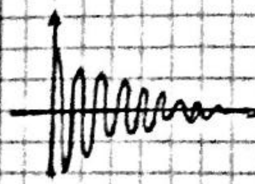
- Se $b^2 - 4mK < 0$: moto sottocritico o sottosmorzato

$$\left\| \lambda_{1,2} = \gamma \pm i\omega \qquad \gamma = -\frac{b}{2m} \ (<0) \qquad \omega = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \right\|$$

$$\left[x(t) = a e^{\lambda_1 t} + b e^{\lambda_2 t} = C_1 e^{\gamma t} (\cos(\omega t + C_2)) \right] *$$

Non rappresenta un moto periodico, tuttavia è possibile definire uno pseudoperiodo T e una pulsazione ω.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}} \qquad \gamma = \text{coefficiente di smorzamento}$$



ω dell'oscillatore armonico imperturbato $\left[\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \right]$

$*$ C_1 = ampiezza del moto
C_2 = fase iniziale

- Se $b^2 - 4mK = 0$: moto smorzamento critico

$$\left\| \lambda_{1,2} = \lambda = -\frac{b}{2m} \ \text{reali, negative, coincidenti} \right\|$$

$$\left[x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{\lambda t} \right]$$

Ricavo C_1 e C_2 imponendo le condizioni iniziali

- Se $b^2 - 4mK > 0$: moto supercritico o sovrasmorzato

$$\left\| \lambda_{1,2} \ \text{reali e distinte} \right\|$$

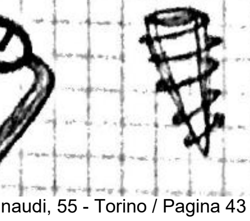
$$\left[x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \right]$$

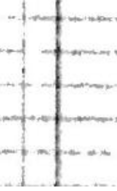
[Oscillatore armonico smorzato da una forza viscosa]

- Il valore della grandezza da misurare è indicato dalla posizione di un indice mobile. Per evitare, si introduce un fattore di attrito viscoso regolabile, in modo da ottenere la condizione di smorzamento critico.

La "balla meno" la lancetta

[Idem per le sospensioni: rallenta troppo poco, rimbalza = rimane sempre, troppo, nulla.]





- $\Omega \ll \omega_0$ $\quad A \simeq \frac{F_0}{K}, \ \phi \simeq 0$
  la risposta a tempi lunghi è in fase con la forza, il parametro dominante è K.

- $\Omega \gg \omega_0$ $\quad A \simeq \frac{F_0}{m\Omega^2}; \ \phi \simeq \pi$
  la risposta è in opposizione di fase, parametro dominante m.

- $\Omega = \omega_0$ $\quad A = \frac{F_0}{2m\gamma\omega_0}; \ \phi \simeq \frac{\pi}{2}$
  la risposta è in quadratura di fase, parametro dominante $\gamma = \frac{b}{2m}$.

- RISONANZA $\longrightarrow$ $\underset{\Omega}{\omega} = \omega_0$ con smorzamento piccolo

$$A \text{ è massima per } \Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} < \omega_0$$

[NB: b non è mai nullo, e il picco di risonanza è sempre finito.]

↳ in sistemi reali, perché sono sempre smorzati!

↳ se no andrebbe all'∞ (1/0) $\quad \dfrac{1}{\sqrt{\underbrace{(\omega_0^2-\Omega^2)^2}_{0\text{, siamo in risonanza}}+\frac{b^2}{m^2}\omega^2}}$

FORZE CENTRIPETE

- La forza centripeta è responsabile della accelerazione centripeta. È la componente risultante delle forze agenti, ortogonale alla traiettoria e diretta verso il centro di curvatura.
- Non ha nulla a che vedere con le caratteristiche delle interazioni che determinano la forza risultante.
- Sono generalmente prodotte da:
  - rotaie, fili che collegano il corpo ad un punto fisso, ovvero vincoli che consentono di incurvare la traiettoria.
  - Azioni a distanza.

$$\left[a = \ddot{s}\,u_T + \frac{\dot{s}^2}{R}\,u_N = a_T + a_N \right]$$

$$F_N = m a_N = m\frac{\dot{s}^2}{R}u_N$$

Moti circolari uniformi:

- $a_T = 0$, accell. (solo) centripeta
- modulo uguale a $\frac{v_0^2}{R} = a_N$

1) $F_{as} = m\omega_a^2 d$ $\quad$ ma $F_S \le \mu_S m g \Rightarrow \mu_S \ge \frac{\omega_a^2 d}{g}$

2) $\mu_S m g < m\omega_b^2 d$

$$\left[\frac{\omega_a^2 d}{g} \le \mu_S \le \frac{\omega_b^2 d}{g} \right]$$

$$= a_{O'} + a_R + \omega \times V_R + \alpha \times r' + \omega \times V_R + \omega \times (\omega \times r') =$$

$$= \left[a_{O'} + a_R + \omega \times (\omega \times r') + \alpha \times r' + 2\omega \times V_R \right]$$

$$\boxed{a_A = a_{O'} + a_R + \omega \times (\omega \times r') + \alpha \times r' + 2\omega \times V_R}$$

$$\frac{d}{dt} V_R = \frac{d}{dt}\left(x' \mu_x + y' \mu_y + z' \mu_z \right) - \dots \qquad \frac{dV_R}{dt} = \omega \times V_R$$

- La descrizione dei due osservatori sono indipendenti, ma correlate.

Conviene definire l' ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO

$$\boxed{a_T = a_{O'} + \omega \times (\omega \times r') + \alpha \times r'}$$

S_A = sistema fisso
S_R = sistema mobile

Essa è l'accelerazione, rispetto a S_A, del punto P^*, solidale con S_R, che coincide nell'istante considerato con il punto P.

$$V_R[P^*] = 0 \qquad a_R[P^*] = 0$$

ACCELERAZIONE DI CORIOLIS

$$\boxed{a_{Co} = 2\omega \times V_R} \rightarrow \text{solo quando } P \text{ è in movimento}$$

MOTO DI TRASCINAMENTO TRASLATORIO

- $\omega = 0$
- $V_{O'} \neq 0$

$$V_A = V_R + V_T = V_R + V_{O'}$$

$$a_A = a_R + a_T = a_R + a_{O'}$$

Posizione, velocità e accelerazione non sono invarianti!

TRASLAZIONE RETTILINEA UNIFORME

- $\omega = 0$
- $V_{O'}$ costante in direzione, verso e intensità: $(a_{O'} = 0)$

- Non c'è modo di stabilire se un sistema inerziale è in quiete o in moto rispetto ad un altro; sono sistemi equivalenti. È il concetto di

RELATIVITÀ GALILEIANA.

Teorema delle accellerazioni relative:

$$\boxed{a_A = a_R + a_T + a_{co}}$$

Nel sistema assoluto: $m a_A = F_A$ → risultante delle forze fisiche → per qualunque osservatore inerziale

Nel sistema mobile: $a_R \neq a_A \Rightarrow m a_R \neq F_A$

$a_R = a_A - a_T - a_{co} \Rightarrow m a_A - m a_T - m a_{co} = F_A + F_T + F_{co} = F_R$

$$\boxed{F_R = m a_R = (a_A - a_T - a_{co})\, m}$$

forze non vere, sono solo 'apparenti'

- Le leggi della dinamica NON VALGONO nei sistemi non inerziali.

Le forze apparenti: (o inerziali)

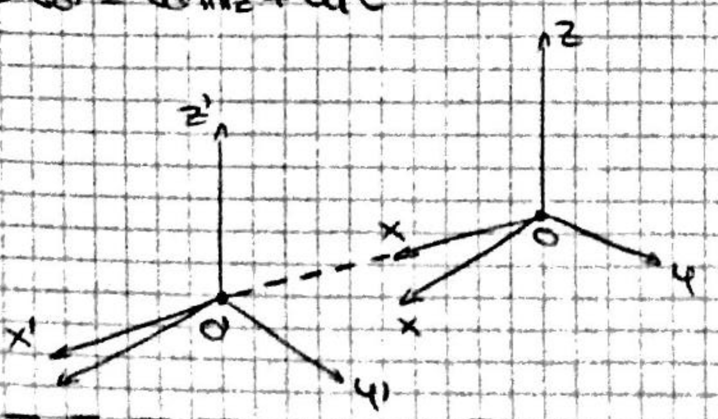
- non derivano dalle iterazioni fondamentali;
- sono sempre proporzionali alla massa inerziale;
- agiscono solo nel sistema non inerziale;
- permettono di conservare una forma dell' equazione del moto $F_R = m a_R$, che se no non varrebbe.

→ Se $a_{O'} \neq 0$ e/o $\omega \neq 0$, la legge di Newton non è più valida. ←

- In un SI la descrizione è più semplice e aderente con i principi fisici di base.
- In un SNI la descrizione è più complicata e richiede di introdurre pseudoforze.
- a volte è utile riferirsi a un SNI.

TRASCINAMENTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELLERATO

- $a_T = a_{O'} = $ costante
- $V_{O'} = V_{O'iniz} + a_T t$



$$\begin{cases} r' = r - \overline{OO'} \\ V_R = V_A - V_{O'} \\ a_R = a_A - a_{O'} \neq a_A \end{cases}$$

- Danno una descrizione cinematica del moto dei pianeti.
- La spiegazione del moto verrà data da Newton.
- Da essa prese corpo la teoria della gravitazione universale.

« Date due masse, di dimensioni trascurabili rispetto alla distanza, tra esse agisce una forza attrattiva diretta lungo la congiungente, il cui modulo dipende direttamente dal prodotto delle masse e inversamente dal quadrato della distanza ».

$$\boxed{F_G = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} \qquad \gamma = (6{,}673 \pm 0{,}010)\cdot 10^{-11}\ Nm^2\,Kg^{-2}$$

costante di gravitazione universale

↳ vale SEMPRE

- $v = \boxed{\frac{2\pi r}{T}}$ orbita circolare

- $a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 r^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} \cdot \frac{1}{T^2} = \boxed{\frac{4\pi^2 r}{T^2}}$

↓

centripeta

- Essendo $g \simeq 9{,}81\ m/s^2$, R_{TL} (terra-luna) $= 3{,}84 \cdot 10^8$ m e $T = 2{,}36 \cdot 10^6$ s, risulta
$g/a_N = 3600$, valore prossimo a $\left(\frac{R_{TL}}{R_T}\right)^2$.

$$\boxed{g : a} = \frac{1}{R_T^2} : \frac{1}{R_{TL}^2} \Rightarrow \boxed{a \propto \frac{1}{r^2}}$$

- La forza cui è soggetta la luna è:

$$\boxed{F_{TL} \propto \frac{m_L}{R^2_{TL}}} \Longleftrightarrow \boxed{F_{LT} = \propto \frac{M_T}{R^2_{TL}}}$$

- Per il TERZO PRINCIPIO:

$$\boxed{F_{TL} = F_{LT} \propto \frac{M_L M_T}{R^2_{TL}}}$$

- Misura di γ (Esperimento di Cavendish → fine '700)

→ BILANCIA A TORSIONE: asta sottile con due sferette identiche di massa m alle estremità.

Se avvicino queste sferette ad altre masse, molto grandi, si indurrà una torsione del filo, spostamento angolare della bilancia.

"(SECONDO) TEOREMA DEI GUSCI"

- Un guscio sferico uniforme non esercita forza gravitazionale su una particella posta in un punto qualsiasi al suo interno.

- Sono validi solo per forze dipendenti dall'inverso del quadrato della distanza.
→ VEDO CAPITOLO SUL CAMPO ELETTRICO

Lez. 23 (21-22 saltate per Musical) 7/5/2012

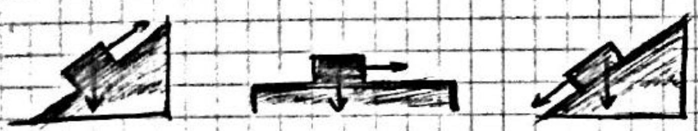
[After Roma, Cresima e Robin Hood]

Lavoro di una forza

- Data F, se il punto materiale su cui agisce si sposta di $\Delta\vec{r} \equiv \vec{AB}$ definiamo

Lavoro della forza F (costante)

$$L_{AB} = F \cdot \vec{AB} \equiv F \cdot \Delta r = F \Delta r \cos\theta$$



$L<0$ resistente $L=0$ $L>0$ motore

- Joule (in CGS in erg)

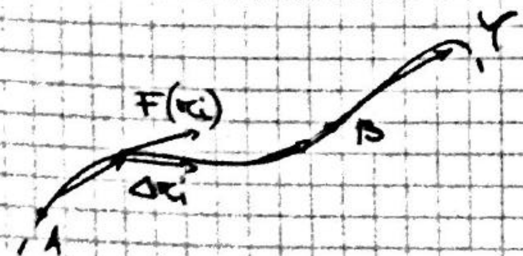
Il lavoro di 1 J è compiuto da una forza costante quando il suo punto d'applicazione si sposta di un metro.

$$1\,J = 10^7\,erg$$

Lavoro di Sollevamento

- F dev'essere uguale e contraria a F_p.

- In assenza di movimento nella direzione della forza, il lavoro è necessariamente nullo.



$$L_{AB} \simeq \sum_i F(r_i) \cdot \Delta r_i$$

Quando la forza cambia con la posizione.

- Passando da spostamenti finiti Δr_i a spostamenti ossimi dr e definendo LAVORO ELEMENTARE $\delta L = F(r)\,dr$ si ha:

- Se $P = K \rightarrow L = P\Delta t$ [A volte si usa il wattora (wh) .]

Energia cinetica

$F = ma$ in funzione di lavoro e energia:

$$\delta L = F \cdot dr = F_T\, ds = m a_T\, ds = m\frac{dV_S}{dt} \cdot ds = m\, dV_S \frac{ds}{dt} = \boxed{m V_S\, dV_S}$$

$$L^{\gamma}_{AB} = \int_{V_A \, \gamma}^{V_B} m V_S\, dV_S = \boxed{\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2} =$$

$$= E_{C_B} - E_{C_A} = \boxed{\Delta E_C}$$

ENERGIA CINETICA (del punto materiale)

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} m V^2}$$ → Essendo quantità di moto $q = mV$,

$$E_K = \frac{1}{2} m V^2 = \boxed{\frac{p^2}{2m}}$$ → con massa variabile

$[ML^2/T^2]$ (J)

Teorema delle forze vive

$$\delta L = dE_K$$

$$\boxed{L^{\gamma}_{AB} = \Delta E_K}$$

È stato ricavato dalla legge di Newton

⇒
- Vale per qualsiasi tipo di forza (anche inerziale)
- Vale per corpi puntiformi, con massa costante

Può essere usata in due modi:

- Per ricavare V_B, noti V_A e L_{AB}
- Per determinare L_{AB}, noti V_A e V_B

Inoltre:

- $\Delta E_K = L_{AB} > 0$
- $\Delta E_K = L_{AB} < 0$
- $\Delta E_K = L_{AB} = 0$

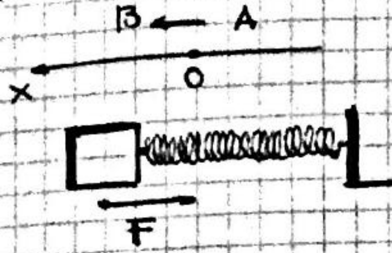
- ENERGIA DI SISTEMA = capacità del sistema di compiere lavoro

↓

può variare dall'interazione con l'ambiente esterno

Nelle leggi compaiono le variazioni di energia .

LAVORO DELLA FORZA ELASTICA



$Fe(-Kx, 0, 0)$

$dr = (dx, dy, dz)$

$Fe \cdot dr = -Kx\,dx$

$$L_{AB}^{\gamma} = \int_{x_A,\gamma}^{x_B} -Kx\,dx = -K\left(x_B^2 - x_A^2\right) \cdot \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{1}{2}K\left(x_B^2 - x_A^2\right)}$$

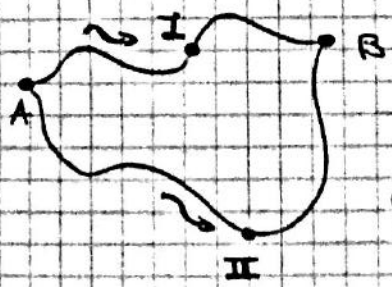
Energia potenziale della forza elastica

$$E_p = +\frac{1}{2}Kx^2 + C$$

[Dipende solo da A e B, non da γ; dipende dall'entità della deformazione, ma non dal suo segno.]

FORZE CONSERVATIVE

→ il lavoro dipende solo dal punto di partenza e dal punto di arrivo, NON dal percorso che le congiunge.



$$\int_A^B (F \cdot dr)_I = \int_A^B (F \cdot dr)_{II} = \int_A^B F\,dr$$

[Scegliamo quello più comodo]

- Se il percorso viene compiuto nel senso contrario, il lavoro cambia segno.

$$\boxed{L_{AB} = -L_{BA}}$$

$\oint_\gamma$ → integrale lungo una linea chiusa γ, CIRCUITAZIONE

$$\oint_\gamma = \int_A^B F \cdot dr + \int_B^A F \cdot dr = \int_A^B F \cdot dr - \int_A^B F \cdot dr = 0$$

- SE UNA FORZA CONSERVATIVA, ESSA HA ROTORE NULLO.

  └ proprietà locale che una forza conservativa deve avere

$$\vec{\nabla} \times F = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$$

- La condizione diventa sufficiente se l'insieme di definizione F_x, F_y, F_z é semplicemente connesso.

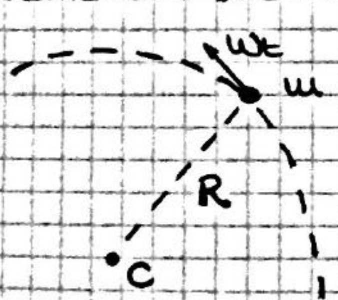
  └ Un insieme é semplicemente connesso se:

  « ogni linea chiusa, i cui punti appartengono tutti all'insieme, può essere contratta in un solo punto senza uscire dall'insieme ».

$$\left[\nabla \times F = 0 \quad \text{e} \quad \text{insieme di definizione semplicemente connesso} \right]$$

LABORATORIO (2)

Momento d'Inerzia



$\omega(t) \Rightarrow V_t$

$\alpha(t) \Rightarrow a_t$

$F_T = m \cdot a_T$

$F_T = m \cdot r \cdot \alpha$

$M = F_T \cdot r = m \cdot \alpha \cdot r^2$

i = momento d'inerzia

$\theta = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

$\omega = \alpha t$

$I_\alpha = \frac{1}{2} m R^2 \rightarrow$ mom. inerzia disco

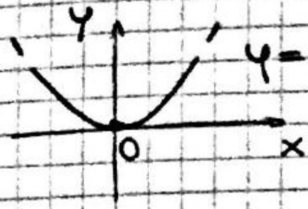
$I_{\alpha f} = \frac{1}{2} m (Re^2 + Ri^2) \rightarrow$ mom. inerzia disco forato

Re: raggio esterno; Ri: raggio interno

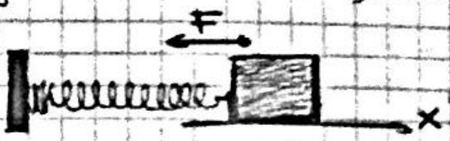
$I_p = \frac{T_p r - M_f}{\alpha}$ $\qquad$ $I_p = \frac{mgr - mr^2\alpha - M_f}{\alpha}$

STABILITÀ EQUILIBRIO

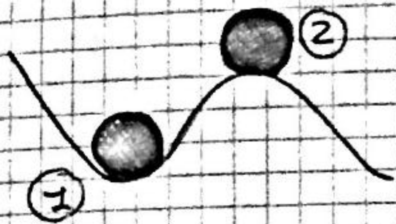
- Le situazioni più semplici da trattare sono quelle in cui E_p è funzione di un solo parametro scalare (grado di libertà).



$y = \frac{1}{2} K x^2$



$$F_x = -\frac{dE_p}{dx} = -Kx$$



$$E_p(2) > E_p(1)$$

- Quando la massa è in 2 e si sposta, E_p diminuisce, nello stesso senso della forza, c'è un allontanamento rispetto alla pos. d'eq. dovuto al campo di forza. Invece, quando è in 1, E_p aumenta, ma il campo è diretto nel senso opposto. Il primo è EQUILIBRIO INSTABILE, il secondo EQUILIBRIO STABILE.

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

- Sistema isolato = non agiscono forze esterne o, se agiscono, fanno un lavoro nullo.

$$\delta L = dE_K \qquad L_{AB} = \Delta E_K = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

- Se agiscono solo forze conservative:

$$\delta L = -dE_p \qquad L_{AB} = E_p(r_A) - E_p(r_B) = -\Delta E_p$$

- Possiamo allora scrivere:

$$dE_K = -dE_p \implies dE_K + dE_p = 0$$
$$d(E_K + E_p) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{E_K + E_p = \text{COSTANTE}}$$

ENERGIA MECCANICA

$$\boxed{E_M = E_K + E_p}$$

- Principio di conservazione dell'energia

→ "In un sistema isolato, ove agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica (TOTALE) resta costante".

- L'energia potenziale non descrive una proprietà del singolo corpo, ma è associata al sistema dei corpi interagenti.
  - È un'energia di interazione.

Lez. $\boxed{26}$

14/5/'12

MOMENTO ANGOLARE

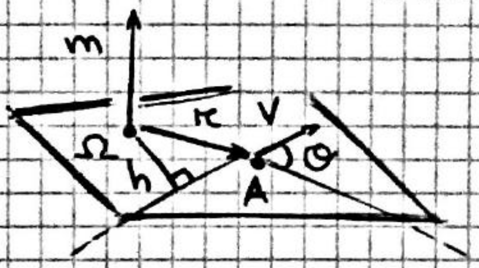
• Il momento della quantità di moto, o angolare.

- Spesso è importante conoscere il punto di applicazione di un vettore (vettori applicati).

- Il momento (polare) del vettore V applicato in A, rispetto ad un punto Ω (polo o centro di riduzione) è il vettore m dato da

↓ omega grande

$$m = \overrightarrow{\Omega A} \times V = r \times V$$



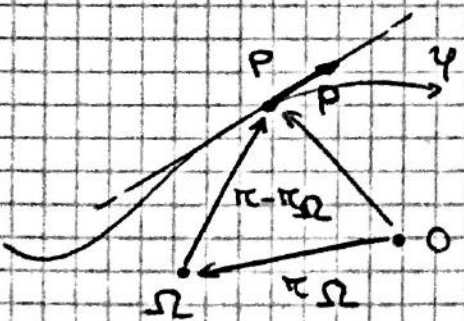
$$m = |m| = rV\sin\theta = Vh$$

h = distanza del polo dalla retta di azione di V (braccio).

• modulo di V = è dato solo dall'intensità del vettore e dalla sua distanza.

- Il momento del vettore quantità di moto $p = mV$ rispetto al polo Ω:

$$L_\Omega = (r - r_\Omega) \times p$$



• In generale, $L_\Omega = L_\Omega(t)$.

- Dalla definizione e da $F = \frac{dp}{dt} \Longrightarrow \frac{dL_\Omega}{dt} = \boxed{M_\Omega - V_\Omega \times p}$

ove $M_\Omega = (r - r_\Omega) \times F$ → risultante

↓

[momento di F rispetto al polo omega]

NB $[L] = [L^2 M T^{-1}]$ (Nms)

$[M] = [L^2 M T^{-2}]$ (Nm)

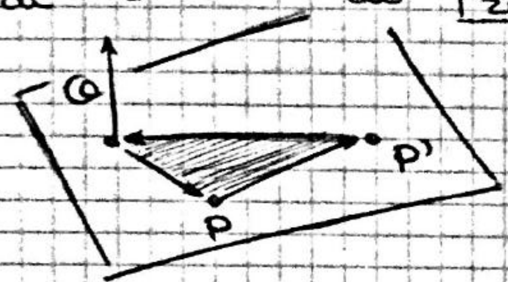
$L_m \neq$ dal lavoro!!

• Quando L_Ω è $= K$, il piano contenente r e V è FISSO.
Il verso dà il senso di percorrenza.

- La costanza del modulo comporta la costanza della velocità areolare (o areale) $\vec{\omega}$:

$$\omega = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}(r \times V\,dt)\frac{1}{dt} = \boxed{\frac{L_\Omega}{2m}}$$

$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{L_\Omega}{2m}}$$



• Le forze centrali a simmetria sferica sono conservative.
- Nel campo gravitazionale, l'energia meccanica totale è una COSTANTE DEL MOTO.

$$L_\Omega = r \times mV = r u_r \times m(\dot{r} u_r + r\dot{\theta} u_\theta) = mr^2\dot{\theta} u_z$$

↳ ma $r u_r \times \dot{r} u_r = 0$, sono paralleli

$$E_T = E_K + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + V(r) = \frac{m(\dot{r}^2 u_r + r^2\dot{\theta}^2 u_\theta)^2}{2} + V(r) =$$

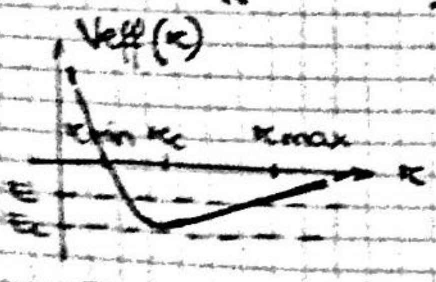
$$= \boxed{\frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{L_\Omega^2}{2mr^2} + V(r)}$$

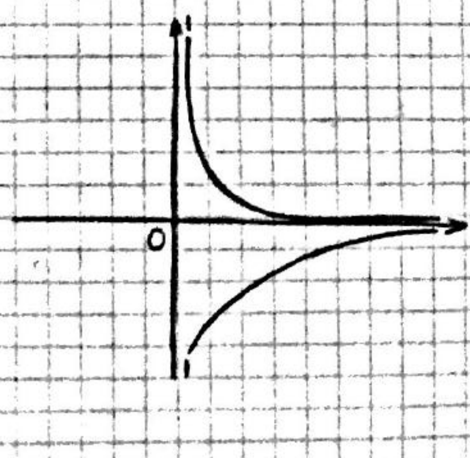
↳ moltiplico sopra e sotto per mr^2

$$V_{eff} = \frac{L^2_\Omega}{2mr^2} + V(r) = \boxed{\frac{L^2_\Omega}{2mr^2} - \gamma\frac{Mm}{r}}$$

↓

[Energia potenziale efficace]



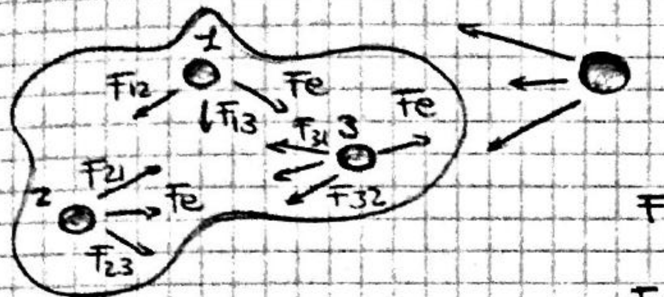


(r_c) = raggio corrispondente alla miglior approssimazione dell'orbita circolare.

Pausa per recupero slides da parte della prof.

SISTEMA = porzione di Universo da noi delimitata.

Forze interne ed esterne: Sistema di punti materiali interagenti tra loro e con il resto dell'Universo.



$$\boxed{F_i = F_i^{(I)} + F_i^{(E)}}$$

$$F_i^{(I)} = \sum_{j=1}^{n} F_{ij} \qquad n = \text{corpi interni}$$

$$F_i^{(E)} = \sum_{k=1}^{m} F_{ki} \qquad m = \text{corpi esterni}$$

- Le forze interne possono essere:
  - di qualsiasi natura (tensioni, elastiche, ...)
  - conservative o non

▷ In generale, $F_i^{(I)} \neq 0$.

→ È sempre NULLA la risultante di tutte le forze interne al sistema:

$$F_{TOT} = \sum_i F_i = \sum_{j=1}^{n} F_{ji} = \emptyset.$$

PUNTO

posizione: r_i

velocità: V_i

accelerazione: $a_i = F_i/m$

quantità moto: $p_i = m_i V_i$

momento angolare: $L_i = r_i \times p_i$

energia cinetica: $E_{K,i} = \frac{1}{2} m_i V_i^2$

SISTEMA

quantità moto totale:

$$P = \sum_i p_i = \sum_i m_i V_i$$

momento angolare totale:

$$L_i = \sum_i L_i = \sum_i r_i \times p_i$$

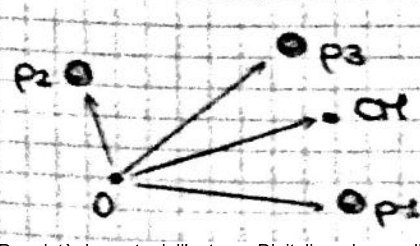
energia cinetica totale:

$$E_K = \sum_i E_{K,i} = \sum_i \frac{1}{2} m_i V_i^2$$

Lez. 27

15/5/'12

– CENTRO DI MASSA DI UN SISTEMA DISCRETO –



Il punto geometrico individuato dal vettore posizione

$$r_{CM} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i} = \boxed{\frac{1}{M} \sum_i m_i r_i}$$

- La variazione della quantità di moto dipende solo dalle forze esterne.

  - Il CM non è punto sistema
    - Considerandolo alla stregua di un punto di massa M,
      - la sua quantità di moto è P
      - la sua accelerazione è data dalla $\sum_i F^{(E)}$
  - CM rappresenta il moto globale di un insieme di punti
  - È l'esempio migliore di punto materiale ideale.

- La $\boxed{1^a \text{ EC}}$ può essere usata per lo studio del moto traslatorio.

Eq. cardinale

Momento Angolare di un punto materiale

$$\boxed{L_{\Omega i} = (r_i - r_\Omega) \times p}$$

Momento Angolare di un sistema di punti

$$L_\Omega = \sum_i \vec{L}_{\Omega i} = \boxed{\sum_i (r_i - r_\Omega) \times p_i}$$

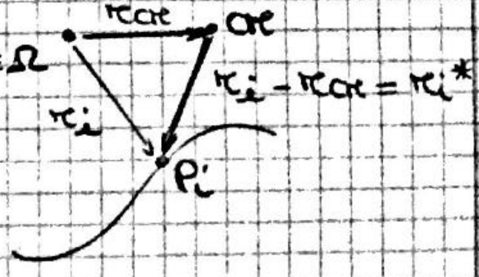
MOMENTO ANGOLARE

- Non è lecito sostituire un sistema di punti materiali con un solo punto di massa M in r_{CM}.

$$r_i = r_{CM} + (r_i - r_{CM}) = r_{CM} + r_i^* \rightarrow \text{posizione del punto rispetto a } \Omega$$

$$L_\Omega = \sum_i r_i \times p_i = \sum_i (r_{CM} + r^*_i) \times p_i = r_{CM} \times M V_{CM} + \sum_i r^*_i \times m_i V_i$$

TERZO TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA



$$L_\Omega = r_{CM} \times P + L_{CM}$$

momento angolare totale del sistema rispetto al centro di massa

Non può essere rappresentato solo con lo studio del centro di massa.

- In generale, $L_\Omega = L_\Omega(t)$.

- Il principio di conservazione (energia, quantità di moto, momento angolare) sono validi anche in Relatività e fisica Quantistica

---

Lez. 30 (28 e 29 saltate per compleanno e ballottaggio)

22/5/2012 → Ultima di martedì sera

MOMENTO D'INERZIA

rispetto all'asse z

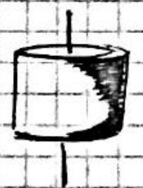
$$I_z = \Sigma_i m_i R_i^2 = \Sigma_i m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$[I_z] = [M L^2 T^0] \quad (Kg m^2)$$

- Dipende:
  - dalle masse m_i;
  - dalla loro posizione R_i rispetto all'asse di rotazione;

- Il momento d'inerzia è ADDITIVO (definito con sommatorie)
  => è la somma dei momenti d'inerzia di corpi più semplici, rispetto allo stesso asse z;

$I = \frac{1}{2} mR^2$



$I = \frac{1}{2} mR^2$

$I = \frac{2}{5} mR^2$

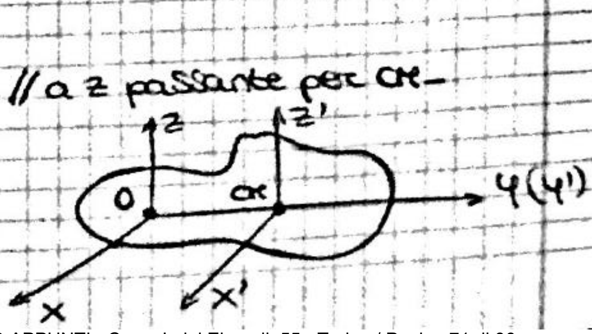
Teorema di Huygens-Steiner

- Il MdI di un corpo di massa M rispetto ad un asse z che si trova a distanza a dal centro di massa del corpo è dato da

$$\boxed{I_z = I_{cm} + Ma^2}$$

dove I_{cm} è il MdI rispetto ad un asse // a z passante per cm.

$$\begin{cases} x = x' \\ z = z' \\ y' = y + a \end{cases}$$



- ciascun elemento m a distanza r è soggetto a una forza centripeta sviluppata dall'asse stesso.
- il momento della coppia è uguale a

$$\frac{dL_\perp}{dt}$$

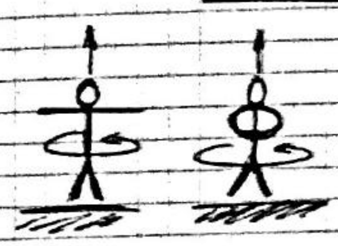
- La tendenza è di raddrizzare l'asse per renderlo // a w, serve intervento esterno per mantenerlo inclinato.

CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

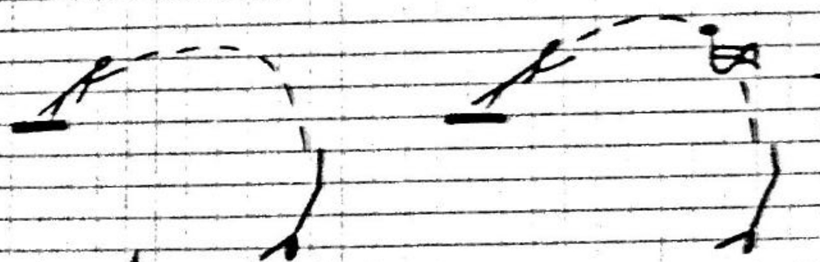
$$M_\Omega = 0 \Rightarrow L_\Omega = \text{costante}$$

- Per un corpo in rotazione con velocità w attorno ad un asse z // a sé stesso,

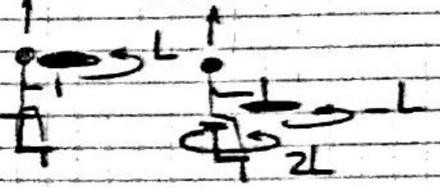
$$\boxed{L_z = I_z w}$$



La forza peso è applicata in un punto ben preciso, sull'asse di rotazione, perciò non ha momento.



Si aumenta il momento di rotazione



(La somma deve essere uguale)

ENERGIA CINETICA ROTAZIONALE

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i V_i^2 = \sum_i \frac{m_i R_i^2 w^2}{2} = \boxed{\frac{1}{2} I_z w^2}$$

- Applicando il teorema di H.S.

$$E_K = \frac{1}{2} I_z w^2 = \frac{1}{2} I_{CM} w^2 + \frac{1}{2} M a^2 w^2 = \boxed{\frac{1}{2} I_{CM} w^2 + \frac{1}{2} M V_{CM}^2}$$

Analogo del teorema di Konig

$$\boxed{\delta L = M_z \, d\theta}$$

Lavoro per mettere un corpo in moto con rotazione di un angolo $d\theta$.

Lez (e saltate) 4/6/'12

TERMODINAMICA

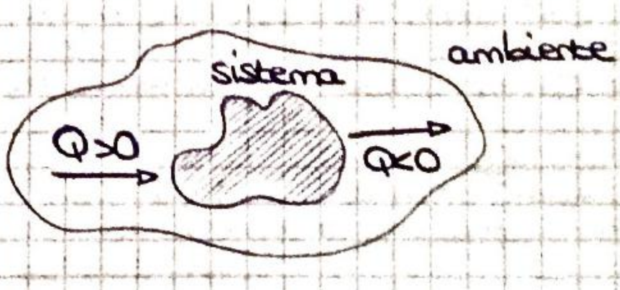
SISTEMI ADIABATICI

- Le pareti adiabatiche impediscono il contatto termico con l'ambiente - Le uniche azioni consentite sono meccaniche -
- Scambi energia dati solo a lavoro adiabatico, L^{ad} -
- Fissati stato iniziale e finale, il lavoro adiabatico NON dipende dalla trasformazione -
- Possiamo esprimerlo attraverso una funzione di stato U (en. interna)

$$L^{ad} = -\Delta U = U_i - U_f$$

- È una funzione dello stato termodinamico del sistema -
- Per un sistema idrostatico $U = U(P, V, T)$ -
- Se sistema non scambia calore con l'ambiente, può variare la propria energia solo attraverso lavoro esterno -
- Lo stesso ΔT si può ottenere senza lavoro esterno, per contatto termico con un corpo più caldo: SCAMBIO DI CALORE -

$$Q = \Delta U$$



- Immetto calore nel sistema = aumento ΔU sistema

$$Q = -L^{ad}$$

calore scambiato senza lavoro esterno ← Q ; L^{ad} → lavoro adiabatico

- Il calore si misura in Joule -
- Prima di Joule, i fenomeni meccanici e termici che implicavano scambio termico venivano misurate in calorie (calore che bisogna fornire a 1g acqua per portarlo da 14,5 °C a 15,5 °C) -

$$\boxed{1\ cal = 4{,}186\ J}$$

- Se é MACROSCOPICAMENTE a riposo:

$$\Delta U + (E_p + E_K + \dots) = Q - L$$

TRASFORMAZIONI QUASI-STATICHE

$$\boxed{dU = \delta Q - p dV}$$

$$dU \begin{cases} \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right) dp + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right) dV \\ \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right) dp + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dT \\ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right) dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dT \end{cases}$$

CALORIMETRIA → studio dei fenomeni termici

- In alcuni processi il calore scambiato può essere espresso in funzione delle coordinate termodinamiche:

ADIABATICO

$T_1 > T_2$

Metto a contatto due corpi con $T \neq$

- $T_2 < T_{eq} < T_1$
- $\Delta U_1 \neq 0$, $\Delta U_2 \neq 0$
- $L = 0$ → é adiabatico
- $Q = 0$
- $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_2 = -\Delta U_1$ $\left\{\right.$ Tanta ne ha persa uno, tanta l'altra ne ha acquistata
- $\left.\begin{array}{l}\Delta U_2 = Q_1 \\ \Delta U_1 = -Q_2\end{array}\right\} Q_1 = -Q_2$

- Il calore CEDUTO dal corpo più caldo é uguale in modulo al calore ASSORBITO dal corpo più freddo.

LEGGE FONDAMENTALE DELLA TERMOLOGIA

$$\delta Q = m \cdot c \cdot dT$$ → piccola variazione ΔT causata da una piccola quantità di calore scambiato

- Calore specifico:

$$c(T) = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT} \quad [J/kg\,°K]$$

- Capacità termica:

$$C(T) = \frac{\delta Q}{dT} \quad [J/°K]$$

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

$$T_e = T_1 \frac{1 + \frac{C_2 T_2}{C_1 T_1}}{1 + \frac{C_2}{C_1}} \quad \text{con } C_1 \gg C_2 \quad T_e \simeq T_1$$

- Un sistema con capacità termica molto elevata rispetto agli altri sistemi con cui entra in contatto può essere schematizzato come un TERMOSTATO (sorgente di calore).

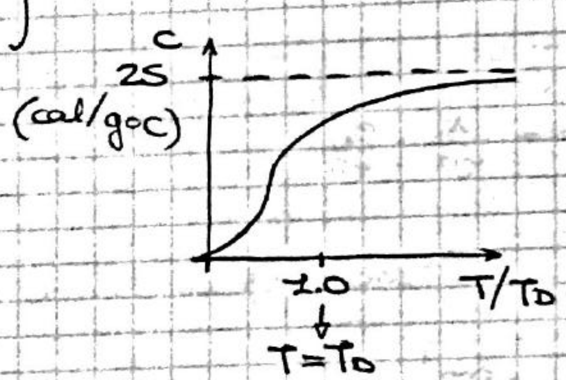
LEGGE DI DULONG E PETIT

- Quasi tutti i calori molari dei solidi elementari tendono allo stesso valore per T sufficientemente grandi.
  ↳ T_D : Temperatura di Debye

$P = 1$
$T = 25°C$

Alluminio
Argento
Piombo
Rame
Tungsteno
} Per queste sostanze T_D è < 25 °C

Per $T < T_D$ bisogna ricorrere alla mecc. quantistica.



GAS REALI E IDEALI

- Gas è fluido con:
  - non ha forma né volume proprio
  - è facilmente comprimibile

Variabili per descriverlo:
- P
- T
- V

} due sono indipend.

- I gas tendono ad un comportamento comune quando la pressione tende a zero e la temperatura è molto maggiore di quella critica.
  ↓
  T di liquefazione

Tale comportamento comune viene chiamato di GAS PERFETTO (ideale).

Legge di Boyle: $V \propto \frac{1}{P}$ (n, T costanti)

Legge di Charles: $V \propto T$ (n, p costanti) $\qquad$ 1 mol = 22,414 L

Legge di Avogadro: $V \propto n$ (p, T costanti)

$pV = \frac{2}{3} N \overline{E_K}$ $\qquad N = n \cdot N_A$

$$\overline{E_K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{1}{2} m \left[\frac{1}{N} \sum_i \left(v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2 \right) \right]$$

le velocità sono tutte diverse

- Ricordando $pV = n N_A K_B T$:

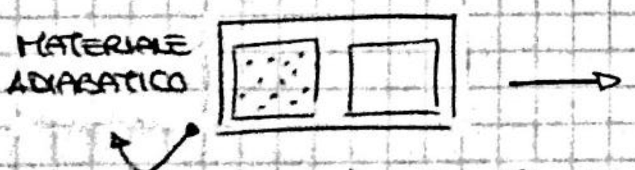
$$\boxed{\overline{E_K} = \frac{3}{2} K_B T}$$

(T di un corpo é legata all'E_K delle particelle di cui é composto)

- In un gas ideale, l'energia é solo cinetica, perciò l'interna dipende solo dalla temperatura
- In un gas reale U dipende anche da p: il legame si manifesta attraverso i calori latenti.
- Trasferimento di energia tramite scambio di calore: energia in transito da sistemi secondo modalità non macroscopicamente meccaniche.

  $\to$ urti tra molecole veloci e molecole lente

ESPANSIONE LIBERA DI UN GAS

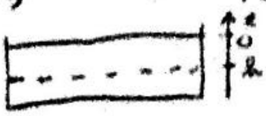


$L = 0 \quad Q = 0 \longrightarrow \Delta U = 0$

- Il gas cambia sia pressione sia volume; non si ha invece una variazione signific. della TEMPERATURA.

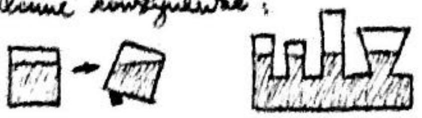
Nel caso delle forze peso: $\vec{f} = (0,0,-g)$

$\frac{dp}{dz} = -\rho g \Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{z_1}^{z_2} \rho g \, dz$ Se ρ è costante: $p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$

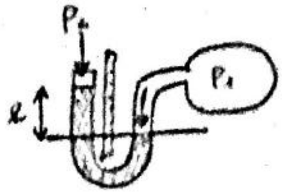


Legge di Stevino: $p(h) = p_0 + \rho g h$
(solo per fluidi incomprimibili o incompressibili)

Alcune conseguenze:



• MANOMETRO ad U:



$p_1 = p_2 + \rho g h$

$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$

• BAROMETRO di Torricelli:

a $0°C$ una colonna di Hg alta $h = 0{,}760\ m$ ($\rho = 13.595 \cdot 10^3\ Kg/m^3$) in un luogo ove $g = 9{,}80665\ m/s^2$, esercita alla base una pressione pari a: $p = 1\ atm = 101\,325\ Pa$

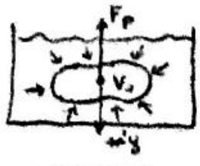
• Dipendenza della pressione atmosferica dalla quota: (con buona approssimazione $\rho \propto p$)

$\rho(z) = \frac{\rho_0}{p_0} p(z)$ $\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\frac{\rho_0}{p_0} p g \Rightarrow \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\int_{z_1}^{z_2} \frac{\rho_0}{p_0} g \, dz$

$\log \frac{p_2}{p_1} = -\frac{\rho_0}{p_0} g (z_2 - z_1)$ $p(z) = p_0 e^{\left(-\frac{\rho_0}{p_0} g z\right)}$

• Principio di Archimede: $\vec{F}_p + m\vec{g} = 0 \Rightarrow \vec{F}_p = -m\vec{g} = -\rho V_0 \vec{g}$

$\vec{F}_p + m'\vec{g} \neq 0 \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_p + m'\vec{g} = (m' - m)\vec{g} = (\rho' - \rho) V_0 \vec{g}$



m = massa H_2O
m' = massa corpo

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto, $\vec{F}_p = -\rho V_0 \vec{g}$, pari al peso del volume V_0 di fluido spostato.

① punto di appl.
② ρ' densità media

• DINAMICA dei FLUIDI:

Descrizione lagrangiana → descrizione del moto di tutte le particelle che costituiscono il fluido.

$x = x(x_0, y_0, z_0; t)$
$y = x(x_0, y_0, z_0; t)$
$z = x(x_0, y_0, z_0; t)$

Descrizione euleriana → descrizione delle grandezze fisiche di interesse in un certo numero di posizioni (luoghi di osservazione).

$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z; t)$

Se le funzioni che descrivono il comportamento del fluido sono indipendenti dal tempo, il moto viene detto stazionario (descrizione euleriana).

Se anche X fosse reversibile, potremmo farlo funzionare come frigorifero e in modo analogo al precedente, troveremmo $\eta_X \geq \eta_R$.
Segue quindi $\eta_X = \eta_R$
In conclusione.

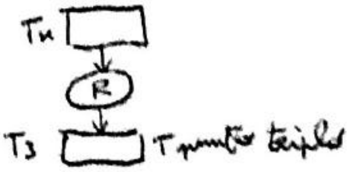
TEOREMA di Carnot:

La macch. che funziona in modo reversibile è sempre quella il cui rendimento è il limite superiore dei rendimenti possibili.
Tutte le macch. reversibili che lavorano tra le stesse sorgenti hanno uguale η
In particolare il rend. del ciclo di Carnot a gas ideale $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ rappresenta il rend. di tutte le macch. reversibili che lavorano con due sole sorgenti anche con gas non ideali.

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_A} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Questo risultato permette di definire la temperatura termod. assoluta ~~~~:

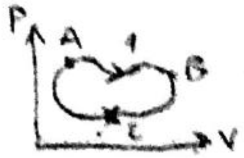
$$T_X = T_3 \left|\frac{Q_X}{Q_3}\right| = 273,16 \left|\frac{Q_X}{Q_3}\right| K$$



Per macchine termiche reversibili operanti con più sorgenti di calore sussiste il teorema di Clausius: $\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} = 0$ $\quad \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$ (CICLO REVERSIBILE)

In generale $\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$, $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ (CICLO NON REV.) <

$T_i(T)$ è la T della sorgente con cui avviene lo scambio di Q.
$Q_i(\delta Q)$ è positivo se assorbito dal sist., neg. se ceduto dal sist.
= per cicli rev., < per cicli irrev.



Il TDC per cicli rev. equivale a: $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$

$$\int_{A_1}^{B} \frac{\delta Q}{T} + \int_{A_2}^{A} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A_1}^{B} \frac{\delta Q}{T} - \int_{A_2}^{B} \frac{\delta Q}{T} = 0 \qquad \int_{A_1}^{B} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A_2}^{B} \frac{\delta Q}{T}$$