NUMERO: 1922A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Rolando Matteo

MATERIA: Economia dei sistemi industriali - Prof. Cambini, Prof. Buzzacchi

Cambini

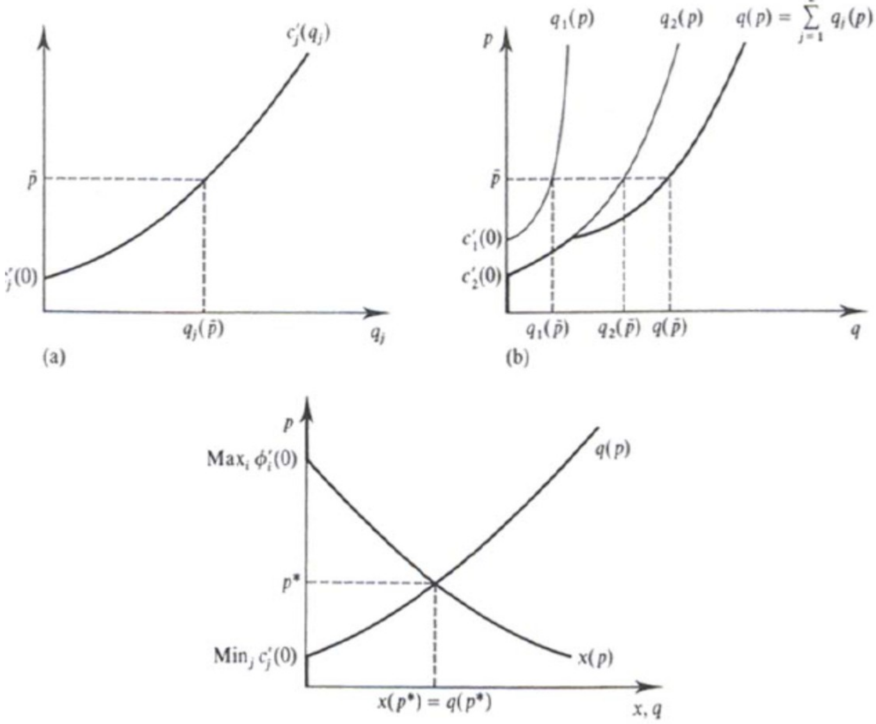
Concorrenza perfetta – Microeconomia

L'idea di base del filone neoclassico è che il mercato, se lasciato operare, alloca in maniera ottimale le risorse. La concorrenza perfetta è un mercato dove ho infiniti consumatori e infinite imprese, sono numeri talmente grandi che nessun può influenzare nessuno, i soggetti microeconomici singoli non hanno peso nel sistema economico. Il prodotto che andiamo a vendere è omogeneo, tutti producono lo stesso tipo di prodotto. Il mercato della concorrenza perfetta è ideale poiché le imprese hanno perfetta informazione (cosa produrre, come produrre e sanno che la loro produzione e i loro costi sono uguali a quelli del rivale); lo stesso vale per il consumatore, il consumatore sa perfettamente cosa va a comprare. Il prezzo del dell'impresa è dato dal mercato: so qual è l'offerta, so qual è la domanda, trovo l'equilibrio.

In concorrenza perfetta il prezzo d'equilibrio è uguale al costo marginale (costo di un'unità aggiuntiva di prodotto $c' = \frac{dc}{dq}$) nel breve periodo; nel lungo il costo marginale deve essere uguale al costo totale medio.

Immaginiamo che ci siano tante imprese sul mercato: avere tante curve di costo marginale richiede un'aggregazione di funzione di costo marginale.

Ricorda che: in concorrenza perfetta $P = MC = AC$



Il primo riquadro raffigura la curva d'offerta di un'impresa. Nel riquadro secondo ci sono due imprese, quindi l'offerta aggregata è la somma orizzontale delle due funzioni (variabile dominante il prezzo che sta nelle ordinate). Il prezzo è la variabile che guida: se io prendo un prezzo, le curve

L'ottimo si ottiene quando la pendenza della curva d'utilità è uguale alla pendenza della curva di bilancio. Se il prezzo sale, tipicamente l'utilità scende; questa cosa è legata all'effetto reddito e all'effetto sostituzione. In generale, l'utilità cresce se aumenta il reddito.

Da oggi in poi l'effetto reddito non lo guarderemo. Il singolo "settore" (ci riferiamo all'industria, quindi ad un servizio o ad un bene) impatta pochissimo sulla ricchezza, quindi possiamo eliminare l'effetto che produce. Possiamo semplificare il problema costruendo una funzione di **utilità quasi lineare** la quale incorpora effetti non lineari con effetti lineari.

$$U(x, y) = u(x) + y$$

In questo caso, x è il bene che io considero mentre y è "tutto il resto", tutto quello che non m'interessa prendere in esame. Come si trasforma il mio problema?

$$U(x, y) = \max(u(x) + y)$$

$$px + y = m$$

Massimizzo:

$$L = u(x) + y - \lambda(px + y - m)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial u(x)}{\partial x} - \lambda p = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 1 - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = 1$$

La prima condizione è la stessa, mentre, a differenza di prima, qui dobbiamo fare anche la derivata rispetto a y. L'ottimo per il consumatore si ha quando:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} = u'(x) = p$$

L'utilità marginale è uguale al prezzo. Il prezzo per il consumatore rappresenta un costo incrementale; si ha l'equilibrio se i benefici marginali del consumatore sono uguali ai costi marginali del consumatore. In questo caso la quantità dipende solo dal prezzo (al contrario di prima che dipendeva anche dal reddito λ); tutto questo è possibile grazie all'assunzione della funzione d'utilità quasi lineare.

La funzione di domanda che cosa rappresenta dal punto di vista economico? Ogni punto mi rappresenta la quantità che il consumatore è disposto a comprare per ogni dato livello di prezzo che massimizza la sua utilità. La funzione di domanda è il luogo dei punti del piano in cui esistono tutte le coppie prezzo/quantità tali da massimizzare l'utilità del consumatore. Da qui si possono derivare due concetti importanti: surplus del produttore e surplus del consumatore.

- Il surplus del consumatore è il beneficio totale che il consumatore riceve rispetto a quanto lo stesso consumatore paga.
- Il surplus del produttore è il beneficio totale che il produttore riceve a valle di tutti i costi che esso sostiene per produrre.

Da cui, derivando e ponendo pari a zero:

$$\frac{dCS(q)}{dq} = \frac{dS(q)}{dq} - p(q) - p'(q) \cdot q = 0$$

Ricordando che in concorrenza perfetta l'impresa è price taker, cioè che il prezzo è costante, avremo che $p'(q) = 0$, ossia:

$$\frac{dCS(q)}{dq} = \frac{dS(q)}{dq} - p(q) = 0$$

Dove il secondo termine è la spesa del consumatore per comprare quel bene. *CS* quindi sarà il **surplus netto**, mentre l'integrale $S(q)$ è il **surplus lordo**. Vediamo adesso la derivata:

$$\frac{dS(q)}{dq} = p(q)$$

La derivata è uguale al prezzo.

Analisi di welfare

È vero che la condizione di concorrenza perfetta è la migliore per il consumatore e per la società? Partiamo da una condizione semplificata: abbiamo un mercato formato da un consumatore rappresentativo e un'impresa rappresentativa.

- Funzione di utilità del consumatore: $u(x) + y$, dove $u(x) = bene\ in\ esame$ e $y = tutto\ il\ resto$
- Condizione d'equilibrio del consumatore (domanda): $u'(x) = p$
- Condizione d'equilibrio dell'impresa (offerta): $c'(x) = p$
- Funzione di costo dell'impresa: $c(x)$, con $c' > 0, c" > 0$ e $c(0) = 0$.

Sapendo che, in equilibrio, la domanda è uguale all'offerta:

$$u'(x) = p = c'(x)$$

Il consumatore andrà a consumare fino a che il proprio beneficio marginale è pari al costo marginale per produrre quel bene. Quando succede questo il benessere è collettivo, è un bene per tutta la società. Lo dimostriamo.

$$\max_{x,y} u(x) + y$$

$$y = m - c(x)$$

Dove *m* è il reddito disponibile, o dotazione iniziale, e $p(x) = c(x)$, quindi lo sostituisco.

Ricorda che: in concorrenza perfetta $p(x) = c(x)$

La funzione da massimizzare sarà:

$$\max_{x,y} u(x) + m - c(x)$$

Se faccio la massimizzazione, ottengo che:

il vincolo di bilancio (budjet constrains), dato da $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} w_i$ (2), ossia quanto spende il consumatore per il bene x (che in concorrenza perfetta coincide con i costi dell'impresa perché i profitti sono nulli), più quanto spende per il bene y(si ricorda che su y non c'è il prezzo p perché esso è un valore numerario) eguagliato alla ricchezza, può essere riscritto come $\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$ che corrisponde dunque a $\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{j=1}^{m} c_j(z_j)$ (3).

A questo punto sostituisco quest'ultima componente trovata nell'equazione (1) ottenendo $\sum_{i=1}^{n} u_i(x_i) + \sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{j=1}^{m} c_j(z_j)$ (4) dove x è l'ammontare dei beni che il consumatore desidera comprare e z sono le quantità che l'impresa desidera offrire sul mercato. La (4) DEVE essere massimizzata, sotto il vincolo che $\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=1}^{m} z_j$, cioè che tutto ciò che il consumatore vorrebbe acquistare sia pari a tutto ciò che l'impresa produce.

$$L = \sum_{i=1}^{n} u_i(x_i) + \sum_{i=1}^{n} w_i - \sum_{j=1}^{m} c_j(z_j) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{j=1}^{m} z_j\right)$$

Facendo ora le derivate del Lagrangiano rispetto a x e rispetto a z otteniamo che l'utilità marginale è uguale a un moltiplicatore lagrangiano $u_i'(x_i) = \lambda$, e che anche il costo marginale per le imprese è uguale allo stesso moltiplicatore $c_j'(z_j) = \lambda$. Inoltre, dato che il mercato è perfettamente competitivo $p^* = \lambda$.

La conclusione è che in concorrenza perfetta viene massimizzata l'utilità di tutti i consumatori.

Primo teorema dell'economia del benessere
Se siamo in presenza di mercati perfettamente competitivi, ogni scambio che viene effettuato nel mercato porta ad una allocazione efficiente, quindi l'allocazione migliore possibile.

Considerazioni finali sulla concorrenza perfetta

Cioè, tutto quello che ci allontana dalla concorrenza perfetta ha come effetto quello di ridurre il benessere collettivo. Questo teorema è importante perché la concorrenza perfetta sarà il nostro benchmark per quanto riguarda i mercati.

Quindi la concorrenza perfetta è una condizione di Pareto ottimalità, perché per quel livello di prezzo e per quel livello di quantità il benessere di tutti (surplus totale) è massimo, mentre se ci si sposta da quel punto si ha un peggioramento Paretiano, perché qualcuno peggiora la sua

Il concetto di ottimalità di Pareto
Dato un punto d'equilibrio, non è possibile spostarsi da quel punto senza che qualcuno peggiori la propria situazione e qualcun altro la migliori.

condizione mentre qualcun altro la migliora.

Ricorda che: in regime di concorrenza perfetta le imprese sono assunte price taker, il ricavo marginale è, cioè, FISSO, non è influenzabile da variazioni della quantità prodotta da ogni singola impresa.

I fallimenti del mercato

Dato il benchmark (la concorrenza perfetta) ora andiamo a vedere mercati più concreti e reali e cerchiamo di capire quali sono i motivi che portano ai fallimenti del mercato.

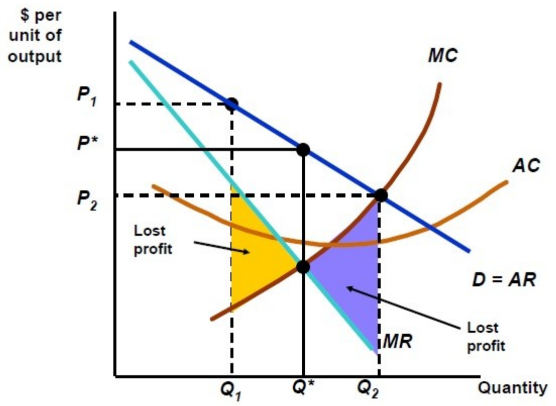
La prima forma di fallimento è la presenza di potere di mercato, intendendo con potere di mercato la capacità dell'impresa di influenzare prezzi e/o quantità. Se un'impresa è in condizione di monopolio (è l'unica che vende quel prodotto) è evidente che essa è in una situazione in cui ha potere di mercato. Vediamo ora le condizioni che influenzano il potere di mercato.

Potere di mercato non vuol dire necessariamente che l'azienda è in condizione di monopolio. Quello che conta non è che l'azienda si trova in monopolio, ma è capire se quell'impresa, che è in condizione di monopolio, sfrutta tale condizione per i propri fini a danno del consumatore. Abbiamo tanti mercati dove ci sono pochissime imprese (es. trasporto pubblico). Ma non è il fatto che ci sia solo un'impresa in quel business a far sì che quell'impresa sia da punire, essa è da punire se si comporta in modo da arrecare danno al consumatore. Non è dunque importante la presenza di dominanza, ma l'ABUSO di dominanza a danno del consumatore.

Possiamo avere, però, dei mercati in cui il potere non è dal lato dell'offerta, bensì da quello della domanda. Quel lato, cioè, dove abbiamo dei compratori che sono forti rispetto ai venditori (es. FIAT che crea l'indotto: tutti producono pezzi per la FIAT, quindi la FIAT influenza i prezzi; Wallmart: anch'essa ha molto potere dal lato della domanda). Il monopolio dal lato della domanda è chiamato monopsonio.

Altra forma di fallimento del mercato è l'esternalità. L'esternalità si ha quando l'azione di un singolo consumatore o di una singola impresa genera degli effetti esterni che colpiscono tutti gli altri consumatori e tutte le altre imprese (es. inquinamento: l'impresa che produce inquinando crea una disutilità per tutta la popolazione; fumo di sigaretta: il fumatore, fumando, aumenta la sua utilità, ma ciò genera nei non fumatori presenti un disutilità). L'esternalità genera fallimento di mercato perché ricavi e costi considerati dall'impresa non considerano l'effetto che viene generato su tutta la popolazione. I costi considerati sono dunque inferiori a quelli reali, e quindi l'impresa produrrà di più di quello che produrrebbe in caso considerasse i costi reali comprensivi dell'esternalità generata. Questo problema potrebbe essere risolvibile imponendo una tassa sull'esternalità. In questo modo aumenterebbero i costi di produzione riportando i costi considerati dall'impresa ai costi reali. In questa idea c'è però un problema, e cioè che non è facile imporre questa tassa in quanto non è semplice quantificare l'esternalità. Un altro modo per risolvere il problema potrebbe essere pagare a ognuno ciò che richiede, si dovrebbe creare, cioè, un mercato delle esternalità. Anche questo, però, non è facile da realizzare, in quanto è difficile, per noi, quantificare l'effetto negativo che subiamo.

Altra forma del fallimento del mercato è il bene pubblico. Da tali beni non po' essere escluso nessuno e se qualcuno lo consuma non può impedire ad un altro di fare altrettanto. Sono quindi NON esclusivi e NON rivali. Un esempio sono le strade. Il problema di mercato che si origina in questo caso deriva dal fatto che per tale bene/servizio non è possibile creare un mercato. Infatti



Ove AC è la funzione di costo medio, D è la funzione di domanda e MR è il ricavo marginale.

Ricorda che: la funzione del ricavo marginale sta sempre sotto la funzione di domanda.

Per trovare la quantità d'equilibrio Q^* prendiamo l'incrocio tra ricavi marginali, e costi marginali. Prendo poi Q^* la proiettiamo sulla funzione di domanda e determiniamo il prezzo d'equilibrio P^*. Per ottenere l'equilibrio matematicamente devo, invece, fare la derivata della funzione di profitto rispetto alle quantità.

$$\frac{d\pi}{dQ} = P'(Q)Q + P(Q) - C'(Q) = 0 \quad (7)$$

Essendo $P(Q)$ la funzione di domanda, $P'(Q)$ sarà l'inclinazione della funzione di domanda, e poiché la funzione di domanda è inclinata negativamente, la parte dell'equazione $P'(Q)Q$ sarà negativa. Di conseguenza il ricavo marginale, ossia $P(Q) + P'(Q)Q$, è dato da un numero positivo meno qualcosa di negativo ed è per questo che a livello grafico la curva del ricavo marginale sta sempre al di sotto della funzione di domanda.

Risolviamo ora il problema del monopolio (questa parte è importantissima). Per risolverlo quello che facciamo è isolare la differenza tra prezzo e costo marginale, che è quella che a noi interessa, cioè vogliamo vedere cosa si può ottenere dalla quantità $P(Q) - C'(Q)$. Questa differenza è il markup. Prendendo dunque la (7), e isolando il markup otteniamo $P(Q) - C'(Q) = -P'(Q)Q$ (8). In realtà quello che a noi interessa non è il markup in valore assoluto, ma quello relativo al prezzo, quindi, facendo un ulteriore passaggio, avremo che $\frac{P(Q)-C'(Q)}{P(Q)} = \frac{-P'(Q)Q}{P(Q)}$ (9). La (9) rappresenta quindi il markup come percentuale del prezzo di vendita (è la percentuale di guadagno sul prezzo). Possiamo ora notare che la quantità $-\frac{P'(Q)Q}{P(Q)}$ è l'inverso dell'elasticità della

Elasticità della domanda
L'elasticità della domanda è data da $E_D = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$.

Indice di Lerner
L'indice $\frac{P(Q)-C'(Q)}{P(Q)}$ è chiamato indice di Lerner, ed è molto importante nell'antitrust, perché noi vedremo come questo indice cambia se è il governo a fissare i prezzi, se ci sono le esternalità, se ci sono prezzi discriminanti ecc.

domanda rispetto al prezzo, cioè è uguale a $\frac{1}{E_D}$. Abbiamo dunque che $\frac{P(Q)-C'(Q)}{P(Q)} = \frac{1}{E_D}$.

da capire è che in quest'ultime condizioni di mercato ciò che abbiamo visto fino ad ora sul potere di mercato può verificarsi ugualmente.

Vediamo ora quali sono i segnali che ci indicano se c'è un potere di mercato (è necessario individuarle in quanto noi non possiamo attaccare un'impresa solo perché è in condizione di monopolio o quasi-monopolio, ma possiamo farlo se da questa condizione essa ne trae vantaggio danneggiando i rivali e/o i consumatori):

1) L'elasticità della domanda;
2) Il numero delle imprese nel mercato: barriere all'entrata (fattori di carattere anche legale che impediscono l'ingresso sul mercato) e/o deterrenze (legati a comportamenti dell'impresa che tende ad escludere i rivali);
3) Comportamenti strategici dell'impresa;
4) Nuova tecnologia (con la tecnologia chi è monopolista oggi potrebbe non esserlo domani, a causa di un cambio di tecnologia).

Nota che:
Se in un mercato vi è una sola impresa, la curva di domanda di quest'ultima sarà anche la curva di domanda del mercato.

Per quanto riguarda il primo punto abbiamo già visto tutto in precedenza. Possiamo dunque ricordare che l'impresa ha più potere di mercato se la domanda di mercato è rigida (inelastica). Un chiaro esempio di rigidità della domanda è quello dell'OPEC. L'OPEC è l'unione dei produttori di petrolio nei paesi arabi, è un cartello (un cartello è quando più imprese facenti parte di una organizzazione si coordinano fra di loro e decidono quanto produrre e a che prezzo produrre, il cartello in Europa, America e Asia è illegale, ma nessuno dice nulla perché la domanda di petrolio mondiale è rigida). Antitrust significa impedire la nascita di cartelli, infatti trust in inglese vuol dire cartello. Il potere di mercato si riduce nel momento in cui il bene o il servizio prodotto dal monopolista può avere prodotti o servizi ad esso sostituti. La presenza di prodotti sostitutivi, infatti, introduce una sorta di concorrenza (es. Pepsi cola). I mercati dove è presente una domanda rigida sono quelli dove il bene o il servizio è considerato essenziale. Un esempio particolare è quello delle sigarette. In questo mercato la domanda è rigida, in quanto è presente un fattore di dipendenza dal fumo.

(es. telecomunicazioni) e nel momento in cui entro le quantità che produco saranno relativamente basse, quindi avrò un costo medio molto alto. L'industria che già c'è, invece, ha un costo medio molto più basso, non ha dunque senso provare ad entrare in un mercato del genere. Per questo motivo le imprese che vogliono entrare dovrebbero essere aiutate.

Le caratteristiche strutturali (barriere all'entrata) che proteggono il potere di mercato sono:

a) Strutturali: si hanno in presenza di tecnologie ad elevati costi fissi;
b) Costi affondati da parte dell'entrante (spese fisse perse, non recuperabili): un'impresa non è invogliata a spendere molti soldi per entrare in un mercato;
c) Vantaggi di costi assoluti: si hanno quando ci sono due imprese con costi differenti, per cui quella che ha costi maggiori in poco tempo uscirà dal mercato (solitamente si hanno in quei settori dove esiste l'operatore dominante e gli altri operatori che sono costretti ad utilizzare asset di questa impresa dominante (es. ferrovie: se qualcuno vuole utilizzare le ferrovie dovrà pagare RFI. Anche Trenitalia paga RFI, ma Trenitalia paga se stesso, in quanto Trenitalia e RFI fanno parte dello stesso gruppo, quindi mentre le altre imprese che vogliono utilizzare le ferrovie avranno un costo reale, Trenitalia avrà un trasferimento interno, non un costo);
d) Costi affondati per il consumatore (spese fisse perse per il consumatore): sono le spese di switching, cioè quelle spese che si sostengono quando si decide di cambiare qualcosa, come ad esempio cambiare tecnologia (es. passaggio da android ad iphone, il passaggio mi fa perdere tutti i dati e le app). Tutto questo ha un effetto sulla domanda del consumatore, la rende più rigida.

Il terzo punto riguarda i comportamenti strategici. Devo capire se il potere di mercato è legato a condizioni immodificabili, oppure se sono legati ad un comportamento tenuto dall'impresa. Le tipologie di comportamento possono essere:

a) Aggressive post entry: l'impresa dominante lascia entrare l'impresa piccola e poi si comporta in modo aggressivo (es. l'impresa dominante abbassa il prezzo, cosa difficile da fare per un'impresa appena entrata nel mercato. Appena l'impresa piccola esce dal mercato, l'impresa dominante alza nuovamente i prezzi). Un esempio è l'investimento in capacità produttiva inutilizzata (es. l'impresa dominante investe in impianti di produzione non utilizzati, e quando l'impresa piccola entra e magari riesce a fare prezzi inferiori grazie alla tecnologia, l'impresa dominante comincia a utilizzare quegli impianti, aumentando la quantità prodotta. Questo inevitabilmente porta ad un abbassamento dei prezzi, facendo sì che l'impresa entrante, che già aveva ridotto i prezzi al minimo, esca dal mercato);
b) Aumentare i costi dei rivali: ricordando l'esempio delle ferrovie, chi vuole utilizzare la ferrovia deve pagare RFI. Se RFI aumenta i prezzi dell'affitto della ferrovia, inevitabilmente la concorrenza esce dal mercato.
c) Ridurre i ricavi dei rivali: Un esempio è introdurre artificiosamente costi di cambiamento. In questo modo è difficile che un consumatore cambi (es. inserisco una clausola sul contratto del cliente che dice che se il consumatore decide di cambiare deve pagare 100 euro).

Quando parliamo di potere di mercato possiamo asserire che la tecnologia, il quarto punto definito sopra, gioca un ruolo importante. Infatti grazie alla tecnologia le condizioni di mercato possono cambiare da un momento all'altro. Se nel mercato entra un'impresa con una nuova passaggio dalla concorrenza perfetta al monopolio). L'area DWL (deadweight loss) è fortemente condizionata dall'elasticità della domanda. Quello che faremo ora è cercare di capire dal punto di vista formale come si può stimare l'area DWL. Per calcolare l'area DWL occorre utilizzare la formula del triangolo: (base x altezza)/2; quindi l'area DWL sarà uguale alla variazione del prezzo, moltiplicata la variazione delle quantità diviso 2. Cerchiamo di capire come i vari fattori, e soprattutto l'elasticità della domanda, possono entrare nell'analisi finora effettuata. Dunque prendiamo l'analisi precedente e complichiamola: $DWL = \frac{1}{2} \cdot dP \cdot dQ = \frac{1}{2} \cdot dP \cdot dQ (\frac{dP}{dP})(\frac{P}{P})(\frac{Q}{Q})(\frac{P}{P})$. Ora, sapendo che: $L(indice\ di\ Lerner) = \frac{dP}{P}$, e $E_D(elasticità\ della\ domanda) = \frac{dQ \cdot P}{dP \cdot Q}$, otteniamo $DWL = \frac{1}{2} \cdot E_D \cdot L^2 \cdot P^m \cdot Q^m$ (10), dove $P^m \cdot Q^m$ è il fatturato di monopolio. Si ricorda che dP è la differenza tra il prezzo in condizione di monopolio e quello in condizione di concorrenza perfetta, e che, poiché il prezzo in concorrenza perfetta è uguale al costo marginale, il markup sarà pari a dP. È per questo che l'indice di Lerner è pari a $\frac{dP}{P}$.

Abbiamo dunque trovato una regola un po' più generale, la (10), che è denominata Harberger's loss, la quale dice che l'inefficienza legata al monopolio è direttamente proporzionale a E_D, L (e quindi il potere di mercato d monopolio), e alla dimensione del mercato $P^m \cdot Q^m$. Dunque se la dimensione del mercato è piccolissima, la perdita sociale per un aumento dei prezzi sarà irrisoria.

In questa analisi c'è però una correzione da fare, infatti $L = \frac{1}{E_D}$. Quindi la (10) sembra direttamente proporzionale all'elasticità, ma poi, se consideriamo L^2, essa sembra inversamente proporzionale all'elasticità. Allora riscrivendola $DWL = \frac{1}{2} \cdot E_D \cdot P^m \cdot Q^m \cdot L^2 = \frac{1}{2} \cdot E_D \cdot P^m \cdot Q^m \cdot \frac{1}{E_D} \cdot L = \frac{1}{2} \cdot P^m \cdot Q^m \cdot \left(\frac{P^m - C'}{P^m}\right) = \frac{\pi}{2}$ (11), in quanto il profitto π è dato dal markup moltiplicato per la quantità Q^m. Tutto questo ci dice che è possibile trovare una misura della perdita sociale legata a un monopolio, o tramite il calcolo dell'area DWL, o tramite la valutazione del profitto dell'impresa. Se quindi l'impresa in condizione di monopolio non fa tanti profitti non mi devo preoccupare, perché ciò significa che tale impresa ha poco potere di mercato (es. elasticità della domanda elevata). Uno degli indicatori che verranno tenuti in considerazione quando faremo antitrust è sicuramente la profittabilità delle imprese. Il profitto di un'impresa è importante perché se esso è elevato, attrarrà nuove imprese in quel mercato. Ma se tale profitto rimane elevato nel tempo, allora vi è un chiaro segno che in quel mercato non si può entrare.

Monopolio con beni durevoli

Con i beni non durevoli il consumatore che compra un bene l'anno successivo lo ricompra, formando un ciclo annuale. Considerando i beni durevoli, invece, questa considerazione non è più valida in quanto tali beni vengono comprati una volta, e poi non vengono più ricomprati per un tot di anni poiché essi hanno una durata di più periodi (es. macchina, lavatrice, frigo, ecc.). La domanda di mercato, una volta che una parte dei consumatori ha acquistato quel prodotto perché erano disposti a pagare quel prezzo, subisce perciò una riduzione. La riduzione della domanda comporta a sua volta una riduzione del prezzo.

I problemi con i beni durevoli sono di due tipi:

raggiungere il prezzo di concorrenza perfetta. A differenza del caso precedente in cui i beni non erano durevoli, qui c'è una possibile interazione strategica tra i due, nel senso che, prima il consumatore era obbligato a comprare a un determinato prezzo se voleva acquistare quel bene e l'impresa puntava a massimizzare il profitto senza guardare nient'altro, ora invece il consumatore può aspettare che il prezzo si riduca. Introduciamo inoltre il concetto di discriminazione di prezzo intertemporale che sta ad indicare che esistono molti prodotti, tra cui soprattutto i prodotti durevoli, il cui prezzo tende a cambiare nel tempo, tipicamente abbassandosi (es. smartphone, libro). L'impresa è incentivata a cambiare il prezzo. In questo modo, infatti, essa è in grado di recuperare tutti i possibili consumatori. In pratica i consumatori vengono differenziati a seconda della loro disponibilità a pagare per quel determinato tipo di prodotto (ognuno avrà la sua disponibilità).

Vediamo ora il comportamento strategico da parte dei consumatori. I consumatori infatti potrebbero, vedendo che il prezzo tende a scendere, ritenere razionale attendere che il prezzo sia il più basso possibile. Questa diminuzione del prezzo dipende dal tasso di interesse. Se il consumatore ha un tasso di interesse molto alto vuol dire che egli rinuncia a consumare oggi, perché crede che domani quello che comprerebbe oggi varrà molto di meno. Allora egli per rinunciare oggi e rimandare l'acquisto a domani vorrà un ritorno molto elevato.

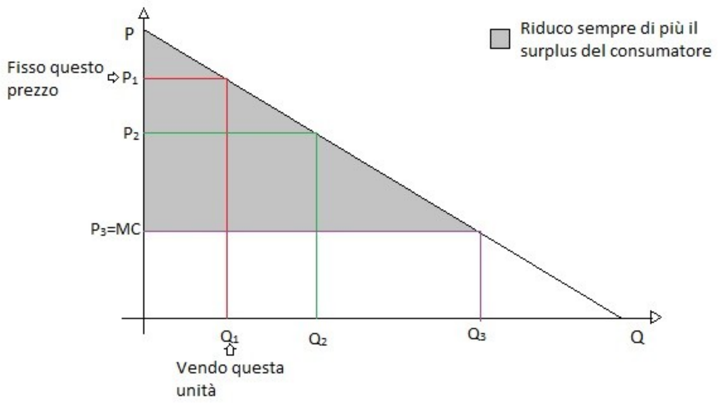
Ricorda che:
$\text{Discount factor} = S = \frac{1}{1+r}$; $\text{Discount rate} = r$. Quando il tasso d'interesse r è molto elevato la preferenza del consumatore per avere i soldi oggi è maggiore di quella di domani, ed egli è disposto a rinunciare a consumare oggi se e solo se domani riuscirà ad ottenere un ritorno più elevato.

Congettura di Coase
Se i periodi di aggiustamento fra un prezzo e l'altro sono molto brevi, cioè se l'impresa varia i prezzi molto rapidamente, e il tasso di interesse del consumatore è pari a zero, cioè consumare oggi o domani è la stessa cosa, allora un monopolista che vende beni durevoli perde il proprio potere di mercato.

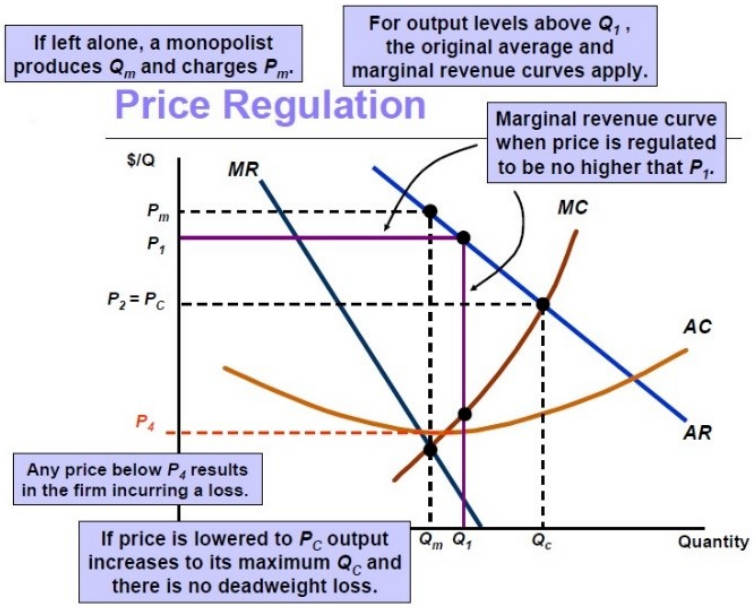
Da questa analisi si arriva ad un teorema che viene chiamato "la congettura di Coase".

Ciò avviene perché essendo il tasso di interesse pari a zero, se l'impresa impone un prezzo e nessuno lo compra, essa sarà costretta ad abbassare i prezzi in modo molto rapido fino a giungere al prezzo di concorrenza perfetta. Le imprese tendono però a reagire. Non ci stanno a far sì che sia il consumatore a decidere il prezzo, e perciò alterano il prezzo d'equilibrio. Prima di osservare come ciò viene realizzato facciamo una considerazione: tutto il problema deriva da un calo della domanda (perché i beni sono durevoli) nel tempo; L'impresa tenterà perciò di sostenere la domanda. Vediamo come con alcuni esempi:

a) Leasing: con il leasing si paga un canone più basso rispetto a quello che avrei dovuto pagare in caso di acquisto. In pratica il valore dell'affitto mensile è più basso del valore



L'impresa continuerà dunque ad avere potere di mercato, ma deve valutare le caratteristiche del bene e della domanda nel tempo e sfruttare ciò per aumentare i propri profitti. Il consumatore si accorge che l'impresa gli estrae surplus, ma se quel consumatore ha una preferenza per quel prodotto lo compra comunque. Ci si rende quindi conto che modificando le ipotesi di Couse il risultato è esattamente l'opposto. Questa strategia è chiamata Pacman Strategy (le imprese utilizzano il loro potere di mercato per coprire, pezzo per pezzo, tutte le disponibilità a pagare dei consumatore).



Sappiamo che il prezzo di mercato P_m che si viene a formare in presenza di monopolio è un prezzo elevatissimo, allora lo Stato decide di intervenire fissando il prezzo (intervento ex ante) a P_1. Se il prezzo è P_1 allora la quantità di prodotto venduto Q_1 sarà maggiore rispetto alla quantità di mercato Q_m. Quindi l'obiettivo della fissazione dei prezzi è, oltre che tenere il prezzo basso, permettere di consumare di più. Lo Stato potrebbe anche decidere di fissare un prezzo pari a P_2, uguale al costo marginale, ossia il prezzo di concorrenza perfetta, e otterrebbe una quantità pari a Q_C. Il prezzo più basso che il governo potrebbe applicare è quel prezzo che eguaglia il costo medio. Con il prezzo pari al costo medio, i profitti dell'impresa sarebbero nulli. Infatti $P = AC = \frac{CT}{Q}$, dove CT sono i costi totali, da cui otteniamo che $P \cdot Q = CT$, ossia che i ricavi sono uguali ai costi. In realtà il governo potrebbe fare un prezzo ancora inferiore, ma in quel caso sarebbe costretto a coprire la perdita (servizi sussidiati).

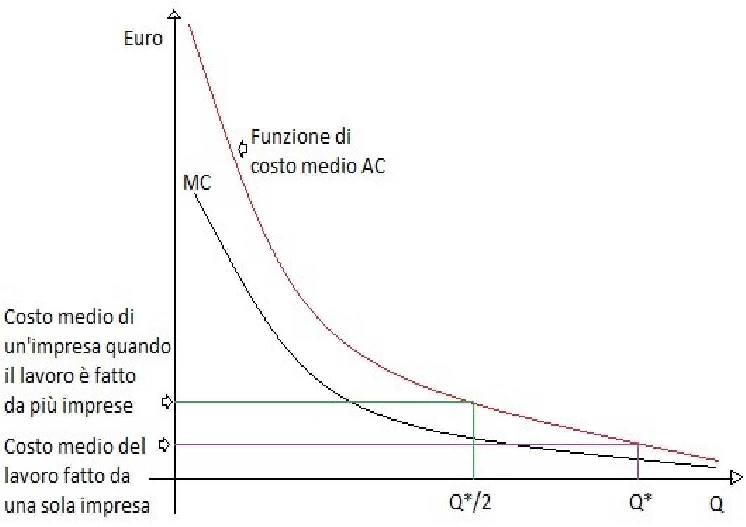
Monopolio naturale multiprodotto

Ora cambiamo un po' le condizioni in modo da poter analizzare il mercato del monopolio naturale.

Monopolio naturale
Un monopolio naturale si forma quando un'impresa sola è in grado di produrre l'intero ammontare di output con un costo medio più basso del caso in cui fossero presenti più imprese.

Questo accade quando siamo in presenza di una funzione di costo medio fatta così:

Ricordiamo che quando la funzione di costo è fatta così vuol dire che esistono economie di scala, perché più grande è l'impresa più bassi sono i costi medi. Se noi, infatti, passiamo da Q^* a $\frac{Q^*}{2}$, possiamo facilmente notare che i costi medi per produrre Q^* da una sola impresa sono di gran lunga inferiori ai costi generati per produrre la stessa quantità da due imprese separate. C'è dunque convenienza da parte del mercato a far sì che quel prodotto venga prodotto da una sola impresa.



governo. La differenza che possiamo notare tra questo grafico e il grafico “price regulation” è che nel grafico “price regulation” fissare il prezzo uguale al costo marginale garantiva comunque un profitto al monopolista (perché il prezzo era maggiore del costo medio), mentre in presenza di monopolio naturale fissare il prezzo uguale al costo marginale implica che l’impresa è sempre in perdita, perché in quel caso i ricavi, cioè prezzo per quantità (rettangolo con estremi P_C e Q_C), sono inferiori ai costi medi (cioè il prezzo non copre il costo medio). Curve decrescenti di costo medio si hanno quando siamo in presenza di costi fissi di enormi dimensioni rispetto ai costi variabili. Se lo Stato, dunque, pone il prezzo pari al costo marginale, i costi che verranno coperti saranno solo i costi variabili, e quindi l’impresa sarà in perdita perché non riesce a coprire i costi fissi (che dovranno essere finanziati dallo Stato).

Fin qui abbiamo considerato un’impresa in monopolio naturale con costi medi decrescenti. L’assunzione di base che è stata fatta (ma non è stata menzionata) è che l’impresa produce un solo prodotto, e che quindi il costo medio è pari al costo totale diviso per le quantità. Passiamo ora a considerare imprese multiprodotto (che sono poi la realtà, perché ad esempio nella telefonia i prodotti sono: chiamate urbane, interurbane, internazionali, accesso a internet ecc; nell’elettricità il prodotto potrebbe sembrare sempre lo stesso, in realtà il prezzo dipende dalla fascia oraria, quindi equivale ad avere più prodotti).

Monopolio naturale multiprodotto

La definizione di monopolio naturale, in contesto monoprodotto, equivale dunque alla definizione di monopolio naturale in contesto multiprodotto? In altre parole, è vero che il monopolio naturale in contesto multiprodotto ha costi medi decrescenti? In contesto multiprodotto il concetto di costo medio decrescente NON vale più.

In contesto multiprodotto, siamo in presenza di monopolio naturale se la funzione di costo è di tipo sub additivo. Dal punto di vista matematico una funzione di costo è sub additiva se il costo per fornire tutti assieme gli n prodotti è inferiore alla sommatoria dei costi per produrre tutti quegli n prodotti separatamente: $C(\sum_{i=1}^{n} Q_i) < \sum_{i=1}^{n} C(Q_i)$ (14), dove C è la funzione di costo. Per fare un esempio prendiamo il settore delle telecomunicazioni: per offrire un servizio, chiamate e internet ad esempio, il costo che telecomitalia sostiene per fornire chiamate e internet assieme, secondo la (14), è inferiore al costo che essa sosterrebbe fornendo solo servizi di chiamata da un lato, e solo servizi internet dall’altro. Il costo aggiuntivo, sostenuto nel caso di produzione separata, deriva dal costo delle infrastrutture che sarebbero, in questo caso, due linee differenti. È perciò da questo problema che nasce l’esigenza di avere un monopolio (naturale) multiprodotto. È bene infatti avere un'unica grande infrastruttura che ospiti tutti i servizi.

Quali sono le condizioni che ci assicurano la presenza di monopolio naturale multiprodotto?

Le condizioni sono le seguenti:

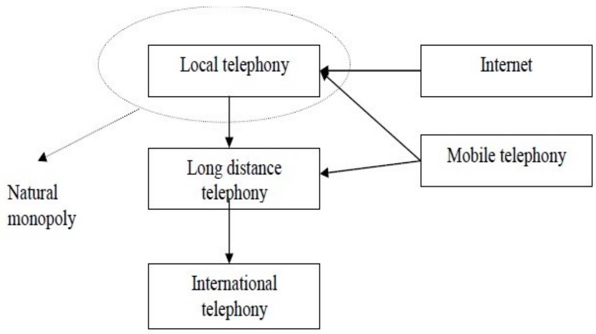
a) Per ogni prodotto il costo $C(Q_1, Q_2)$ per produrre i due prodotti insieme deve essere inferiore alla somma dei costi per produrre i due beni separatamente: $C(Q_1, 0) + C(0, Q_2) > C(Q_1, Q_2)$. Quando questo avviene si dice che esistono economie di scopo.

[NOTA ESAME: Se il prof chiedesse di dimostrare che, data una funzione di costo, l'impresa è in monopolio naturale, allora la risposta dovrebbe partire dalla funzione sub additiva, cioè si deve andare a verificare se esiste la condizione di sub additività]

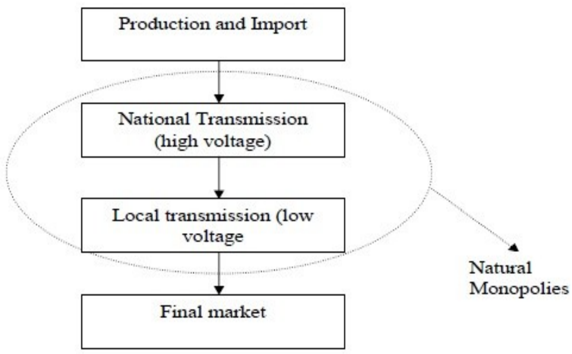
Oltre alla regolazione dei prezzi esiste un'altra tipologia di regolazione, la regolazione strutturale. La regolazione strutturale viene usata allorquando, a valle della regolazione dei prezzi per fissare le condizioni economiche del mercato, è necessaria una ulteriore azione per aumentare la concorrenza, e agisce sulla struttura verticale dell'industria (ossia catena del valore, supply chain). Vediamo come avviene questa azione con un esempio. Il potere di mercato di un'impresa dominante sappiamo che deriva dalle infrastrutture, che sono controllate da una sola impresa. Dunque Trenitalia, ad esempio, possiede le infrastrutture e opera in tutti i segmenti del mercato (treni regionali, alta velocità, gestione rete, gestione stazioni), mentre i nuovi entranti si limitano a operare in una piccola parte di quello stesso mercato, ad esempio l'alta velocità. Chi è integrato ha maggior potere di mercato di chi non lo è. Quello che si potrebbe pensare per favorire la concorrenza è suddividere il mercato in pezzi, in modo tale da isolare i segmenti caratterizzati da un monopolio naturale per gestirli in modo opportuno, e da cercare, invece, di sviluppare il maggior livello di concorrenza possibile dove non esistono condizioni di monopolio naturale.

Vediamo ora alcuni esempi chiarificatori:

- Telefonia: come infrastruttura in questo caso abbiamo la rete. La gestione della rete è quindi il punto focale, e con essa viene fornita anche la telefonia urbana. Poi vi sono tutta una serie di servizi, che sono legati al primo: chiamate a lunga distanza, chiamate internazionali, accesso a internet, telefonia mobile (è legata alla telefonia fissa in quanto non è vero che tutta la chiamata utilizza l'etere, dipende da chi si chiama). L'idea è che, siccome chi possiede e gestisce la rete è solo un'impresa, si può prendere la parte di mercato che costituisce monopolio naturale, che è la parte critica, e dividerla dal resto del mercato, creando così un operatore solo che gestisce la rete, mentre il resto del mercato viene lasciato alla concorrenza.



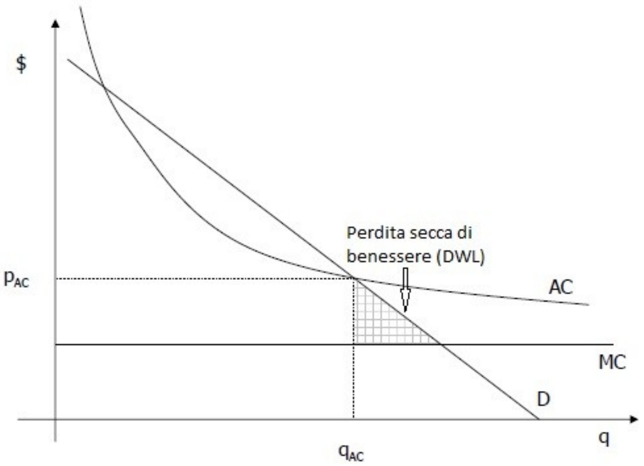
- Elettricità: in Italia, precedentemente, era tutto in mano a ENEL, ora, invece, la trasmissione nazionale è posseduta da Terna, la trasmissione locale è di proprietà di una sola impresa locale, e il resto è lasciato al libero mercato.



Un monopolio naturale non è dunque costituito da un'intera l'industria, esso può essere formato solo da una parte o da alcuni segmenti di quell'industria.

Sostituendo la (18) nella (17) ottengo: $W = CS(P) + P \cdot Q(P) - C(Q) - F$. Derivo ora W rispetto al prezzo P e ottengo: $\frac{dW}{dP} = -Q(P) + Q(P) + Q'(P) \cdot P - C'(Q) \cdot Q'(P)$ (19). Bisogna prestare attenzione a far questa derivata, infatti la derivata del surplus rispetto al prezzo è pari a MENO la domanda, che dipende dal prezzo, e per derivare $C(Q)$ devo ricordarmi di usare la catena di derivate, in quanto $C(Q)$ in realtà sarebbe $C(Q(P))$. Una volta fatte le dovute semplificazioni e i raccoglimenti nella (19) e posta uguale a zero, otteniamo che $P = C'(Q)$ (20), cioè prezzo uguale a costo marginale. Il risultato è uguale a quello ottenuto dalla dimostrazione fatta in precedenza, con la differenza che la variabile di riferimento in questo caso è P e non Q. Anche se formalmente le due equazioni ottenute sono uguali, la sostanza cambia, infatti se variamo leggermente quest'ultima funzione la condizione che bisogna usare nel caso si stiano utilizzando le quantità o nel caso si stia utilizzando il prezzo è differente.

Supponiamo adesso che non sia possibile usare i sussidi, cioè che lo Stato non possa usare i trasferimenti pubblici per coprire le perdite dell'impresa. Esso ha dunque un solo strumento per coprire le perdite dell'impresa, il livello del prezzo. Come sappiamo, se siamo in presenza di un monopolio naturale, il livello del prezzo più basso in assoluto è il costo marginale. Dobbiamo ora cercare di capire quel è la soluzione migliore successiva a quella che prevede che il prezzo sia uguale al costo marginale. Essa è data da quel prezzo che rende il profitto almeno pari a zero. Questo prezzo, in un contesto monoprodotto, è pari al costo medio $P = AC$ (**soluzione di second best**). Essendo il prezzo pari al costo medio abbiamo una perdita secca di benessere, e questo accade perché il prezzo è superiore al costo marginale.



In un contesto multiprodotto, invece, accade una cosa differente. Avremo, infatti, una funzione di costo C pari a un costo fisso F, comune ai due beni, a cui si aggiunge $c_1 Q_1$ e $c_2 Q_2$ (c_i indica il costo unitario o marginale), o meglio, più in generale: $C = F + \sum_{i=0} c_i Q_i$ (21). Considerando il caso particolare $C = F + c_1 Q_1 + c_2 Q_2$, l'obiettivo è sempre di fissare il prezzo in modo tale che l'impresa non vada in perdita, ma questa volta non devo fissare più un solo prezzo, devo fissarne due. La domanda che mi pongo a questo punto è come devo ripartire il costo fisso F sui due prodotti. Il metodo che useremo è chiamato ***Fully Distributed Cost*** *(FDC)*, o, in italiano, costi interamente distribuiti. Questo metodo (che è, sostanzialmente, il metodo Activity base costing ABC) è necessario per allocare i costi fissi su più prodotti. Vediamo come funziona:

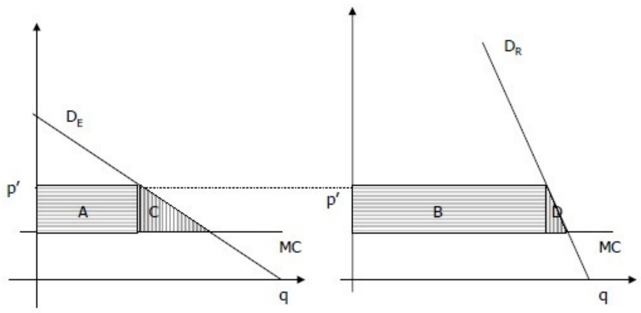
Abbiamo un prodotto i del quale voglio determinare il prezzo. Per farlo sicuramente devo tener conto dei costi diretti per produrre quel prodotto, ossia c, e della quota dei costi fissi $f_i \cdot F$

Risolviamo ora il caso (b): $f_i = \frac{Q_i}{\sum Q_i}$ (26), sostituendo f_i ottengo che $P_i = c_i + \frac{Q_i}{\sum Q_i} \cdot \frac{F}{Q_i}$ (27), che diventa $P_i - c_i = \frac{F}{\sum Q_i} = K \quad \forall i$. Quindi anche in questo caso otteniamo, dunque, un numero fisso, che non varia a seconda della tipologia del prodotto. Il significato è che quando uso le quantità come cost driver è il markup che è costante per ogni prodotto, e non il markup diviso c_i.

Utilizzando il metodo dei costi pienamente distribuiti per fissare i prezzi, in pratica si adotta il meccanismo cd. della *equal markup rule*, cioè della regola del markup uniforme (per tutti i prodotti).

La domanda che ora ci poniamo è la seguente: è efficiente questa misura? È la soluzione realmente migliore quella di fissare il markup uguale per tutti i prodotti?

Esempio: prendiamo due prodotti E ed R, e poniamo che D_E sia la domanda del prodotto E e D_R quella del prodotto R. Poniamo anche che i due prodotti si differenzino per elasticità della domanda, E più elastico, R più rigido. Usando la regola individuata in precedenza abbiamo che il markup è lo stesso per tutte e due i prodotti. Immaginiamo, per semplificare, che il costo marginale sia lo stesso, e di conseguenza anche il prezzo. Ciò che succede è visualizzabile nella figura sottostante, dove A e B sono l'extra profitto del monopolista, e C e D la perdita di benessere di questo mercato.

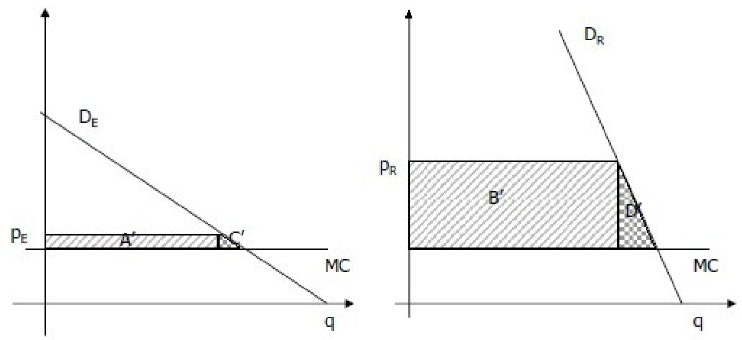


Mettendo insieme le domande dei due mercati ottengo:

a) $A + B =$ Extra-ricavi per coprire i costi fissi;
b) $C + D =$ Perdita di benessere complessiva.

È possibile rifare la tariffazione in modo tale che garantisca gli stessi introiti all'impresa (perchè deve coprire i costi fissi) ma che generi una perdita di benessere complessivo più bassa? Sì, infatti questa tariffazione non tiene minimo conto del grado di elasticità della domanda. La domanda del prodotto E è più elastica, perciò ad ogni piccola variazione del prezzo la perdita di benessere è più elevata rispetto a quella che si avrebbe col prodotto R. È un metodo tariffario che guarda solo i costi senza interessarsi della domanda di mercato.

Sì potrebbe dunque fare in modo di abbassare il prezzo quando la domanda è elastica e alzare il prezzo quando la domanda è rigida, facendo in modo tale che le nuove aree A' e B' siano uguali a quelle precedenti. In questo modo l'impresa copre i costi fissi e le perdite di benessere C' e D' sono inferiori alle precedenti.



$\frac{-\lambda \cdot Q_i(P_i)}{(1+\lambda)Q'_i(P_i)}$. Ricaviamo ora l'indice di Lerner in modo da confrontare questa condizione con la condizione di monopolio normale $\frac{P_i - C\prime(Q_i)}{P_i} = \frac{-\lambda \cdot Q_i(P_i)}{(1+\lambda)Q'_i(P_i)P_i}$ (32).

Ricorda che: la (32) è ottenuta massimizzando la funzione di benessere, mentre la (9) l'avevamo ottenuta massimizzando il profitto dell'impresa.

Osservando ora che $-\frac{Q_i(P_i)}{Q'_i(P_i)P_i} = \frac{1}{E_D}$, dove $\frac{1}{E_D}$ è l'inverso dell'elasticità, e dove $E_D = -\frac{dQ_i}{dP_i} \cdot \frac{P_i}{Q_i}$,

Prezzo di Ramsey-Boiteaux (prezzi ottimali di second best)

$L_i = \frac{\lambda}{(1+\lambda)} \cdot \frac{1}{E_D}$ prende il nome di "**prezzo di Ramsey-Boiteaux**", infatti non si può più parlare di indice di Lerner, poiché l'indice di Lerner nasce quando i prezzi sono scelti dall'impresa, mentre qui i prezzi sono scelti dal Governo.

possiamo riscrivere la (32) come $L_i = \frac{P_i - C\prime(Q_i)}{P_i} = \frac{\lambda}{(1+\lambda)} \cdot \frac{1}{E_D}$ (33).

Quelli che ora abbiamo trovato sono dunque i prezzi ottimali di second best che un governo o un ente pubblico vorrebbe fissare, in linea teorica, quando siamo in presenza di un monopolio naturale multiprodotto.

Confrontiamolo ora con il monopolio normale. Nel monopolio normale sappiamo che l'indice di Lerner è pari a $L = \frac{1}{E_D}$. La differenza, tra l'indice di Lerner e il prezzo di Ramsey-Boiteaux, sta, dunque, in quel coefficiente $\frac{\lambda}{(1+\lambda)}$ (sempre < 1) chiamato *Scailing Down Effect* (fattore di scala verso il basso), mentre la struttura $(\frac{1}{E_D})$ della tariffa è la stessa. La tariffa sarà fissata alta quando la domanda del bene è rigida, e bassa quando la domanda del bene è elastica. Questo dunque significa che la struttura della tariffa è la stessa, ma la differenza tra i due metodi sta nel fatto che il governo applicherà una sorta di "sconto" sui prezzi, ridurrà cioè i prezzi, li *scalerà verso il basso*. Lo schema tariffario (33) rappresenta il riferimento ottimale in un contesto teorico di intervento pubblico.

Ricordando ora i costi stand alone e i costi incrementali, e quindi il range di costi, sappiamo che il costo stand alone è upper bound (livello massimo) e che il costo incrementale è lower bound (livello minimo). Il concetto di costo incrementale ha una rilevanza operativa fondamentale.

Per cercare di capirlo vediamo cosa accade variando leggermente l'assetto di mercato. Immaginiamo di avere un mercato con due sole imprese e due soli prodotti, prodotto A e prodotto B. Il prodotto A è fornito solo da un'impresa (servizio in monopolio), il prodotto B è un servizio che, invece, viene fornito in concorrenza con un solo altro operatore. Cosa potrebbe fare l'impresa in monopolio? Essa potrebbe alzare il prezzo del prodotto in monopolio, incamerando risorse che poi otrebbe utilizzare per abbassare il prezzo del prodotto in concorrenza. Questa tecnica è denominata "sussidiazione incrociata". Con i ricavi che vengono ottenuti da un servizio o un prodotto si sussidiano i costi dell'altro prodotto.

Es. Se $P_2Q_2 > C(0, Q_2)$, cioè i ricavi ottenuti dal prodotto 2 coprono il costo stand alone del prodotto 2 e permettono anche la realizzazione di un margine, ciò vuol dire che i ricavi coprono tutti i costi del prodotto 2, tutti i costi delle infrastrutture e in più c'è un margine di guadagno che viene usato per abbassare il prezzo del prodotto 1. Quando questo accade vuol dire che esiste sussidiazione incrociata, e si ha quindi il primo step per un'indagine antitrust. Gli step successivi consistono nel verificare la tipologia di prodotto. Se si scopre che tale prodotto è offerto in condizioni di monopolio, allora, evidentemente, è presente un abuso.

Vediamo ora un esercizio d'esame:

[NOTA ESAME: leggere prima il testo tutto insieme, e poi risolvere successivamente]

Un'impresa che opera in monopolio naturale produce 2 beni (*X* e *Y*) sostenendo costi pari a:

$C = 1800 + 20X + 20Y$

Le domande di mercato dei due beni *X* e *Y* sono rispettivamente:

$X = 100 - P^x$ (dove P^x indica il prezzo del bene *X*, non era scritto nell'esame, era ovvio)

$Y = 120 - 2P^y$ (dove P^y indica il prezzo del bene *Y*)

Calcolare:

a) i prezzi ottimali di *first best*; si illustri graficamente la soluzione;
b) si supponga che il regolatore voglia fissare un prezzo uniforme P^u per i due prodotti. Si determini il prezzo minimo di *second best*, le quantità vendute dei due prodotti e la perdita secca di benessere (*dead weight loss*);
c) si assuma ora che il regolatore fissi prezzi diversi per i due prodotti e che tali prezzi siano fissati in modo da raggiungere la soluzione di *second best*. In particolare, si assuma che il costo ombra dei fondi pubblici sia pari a $\lambda = 1/2$. Calcolare la nuova perdita secca di benessere per i prodotti *X* e *Y*.
d) In base ai risultati precedenti, commentare e spiegare se la soluzione in c) sia socialmente preferibile alla soluzione in b) ed eventualmente per quale motivo.

Risoluzione:

a) I prezzi ottimali di first best sono i prezzi che corrispondono ai costi marginali, quindi, ricordando che $C = F + C_m^x \cdot X + C_m^y \cdot Y$, avremo che:
- $C_m^x = 20 = P^x \rightarrow X = 80$;
- $C_m^y = 20 = P^y \rightarrow Y = 80$.

Disegniamo ora il grafico:

- Per il bene Y avremo $\frac{P^y - 20}{P^y} = \frac{1}{3} \cdot \frac{120 - 2P^y}{2P^y}$, e otterremo, dunque, $P^{yR} = 30$ e $Y^R = 60$;
- La perdita di benessere del bene X sotto Ramsey è $DWL_R^x = \frac{1}{2} \cdot (40 - 20) \cdot (80 - 60) = 200$;
- La perdita di benessere del bene Y sotto Ramsey è $DWL_R^y = \frac{1}{2} \cdot (30 - 20) \cdot (80 - 60) = 100$;
- La perdita di benessere totale è pari a $DWL_R^{TOT} = 200 + 100 = 300$.

d) La soluzione preferibile è la *c)* perché la perdita di benessere è inferiore. La perdita di benessere è inferiore in quanto nel caso *c)* si tiene conto, in modo opportuno, della differente elasticità della domanda dei due prodotti. Accade dunque che il prezzo del bene X, dove la domanda è più rigida, viene aumentato, mentre il prezzo del bene Y, dove la domanda è più elastica, viene abbassato.

soddisfazione doppia di un cliente con utilità pari a uno-). La funzione di utilità associa, quindi, un indice numerico a ciascun risultato in modo che un indice numerico più elevato sia assegnato ai risultati che sono preferiti maggiormente dal giocatore. Ogni giocatore è quindi in grado di massimizzare la sua soddisfazione massimizzando quella funzione.

- Common information o common knowledge: i giocatori sanno che tutti gli altri giocatori sono razionali e tutti i giocatori conoscono la struttura del gioco. Un informazione è di conoscenza comune quando tutti i giocatori conoscono quell'informazione.
- Giochi non cooperativi (vera sempre tranne in un punto del corso in cui verrà esplicitato): sono giochi dove non si possono creare delle coalizioni. Un gioco non cooperativo è un gioco nel quale i giocatori non possono incontrarsi prima dell'inizio del gioco stesso o comunque non sono in grado di siglare degli accordi credibili.

Ci sono due modi di rappresentare i giochi:

- Forma normale, è una rappresentazione matriciale e viene solitamente usata per i giochi statici;
- Forma estesa, è una rappresentazione a grafo e viene usata solitamente per i giochi dinamici.

Un gioco statico rappresentato in forma normale viene individuato da 3 specificità:

- Giocatori: il numero n di giocatori in gioco;
- Strategie: ogni giocatore ha a sua disposizione un set di strategie (pure), che sono, in sostanza, le alternative tra cui può scegliere. Esempio: in un gioco con due giocatori, il set di strategie del giocatore 1, S_1, può essere composto da $S_1 = \{U, D\}$, dove U sta per up e D sta per down e il set di strategie del giocatore 2, S_2, può essere composto da $S_2 = \{L, R\}$, dove L sta per left e R sta per right.
  Da notare che S_i indica un insieme che contiene le strategie, e che s_i indica l'elemento dell'insieme S_i. Dunque $s_i \in S_i$ con $i = 1 \dots n$.
  Dai set di strategie a disposizione di ogni giocatore possiamo ricavare il set di combinazione delle strategie, che è il prodotto cartesiano dei set di strategie dei giocatori. Esso è un insieme di oggetti che, nell'esempio precedente, sono coppie di strategie $S = \{UL, UR, DL, DR\}$, dove $S = S_1 \times S_2$.

Da ricordare:
Azioni e strategie sono sinonimi solo nei giochi statici con informazioni complete.

- Payoff: la funzione di payoff ($u_i = u_i(s)$) è definita per ogni giocatore. Tale funzione assegna, per ogni giocatore i ,un livello di utilità per ciascuna combinazione di strategie $s \in S$. La funzione di payoff, se riprendiamo l'esempio del duopolio, è una funzione che ha per argomento una combinazione di strategie, che, nel caso delle funzioni di payoff π_1 e π_2, è la coppia Q_1 e Q_2 (che rappresentano la combinazione delle strategie).

[Consiglio: prima di risolvere un qualunque gioco, accertarsi di aver individuato queste tre specificità]

Il dilemma del prigioniero:

In realtà il dilemma del prigioniero non è proprio un gioco, ma è molto utile a livello esemplificativo.

"C'è un crimine che è stato commesso e la polizia cattura due sospetti (giocatore 1 e giocatore 2). Le prove per incriminare i due sospetti non sono sufficienti. C'è però una prova che riguarda un crimine minore. La polizia, per avere un colpevole, escogita un trucco. Prende i due sospetti, li mette in stanze separate, li interroga e nel momento dell'interrogatorio propone a ciascuno dei due lo stesso patto che prevede che se un sospettato accusa l'altro sospettato del crimine maggiore, gli sarà abbuonato anche il crimine minore."

Il gioco è un gioco statico, in quanto la stessa proposta viene fatta a entrambi simultaneamente (sono in due stanze separate, quindi non sanno cosa fa l'atro).

Vediamo ora la matrice del dilemma del prigioniero:

		Player 2	
		Mum	Fink
Player 1	Mum	$-1, -1$	$-9, 0$
	Fink	$0, -9$	$-6, -6$

In questa tabella "mum" significa che il giocatore adotta la strategia di non accusare l'altro giocatore, "fink", invece, vuol dire che adotta la strategia opposta.

Il gioco ha quindi:

- 2 giocatori: player 1 e player 2;
- Set di strategie composto da 2 strategie per giocatore: mum e fink;
- 4 combinazione di strategie: mum-mum, mum-fink, fink-mum, fink-fink;
- 8 valori di utilità (o payoff), 4 per ogni giocatore, che sono legati alla combinazione di strategie. Il significato dei numeri negativi è che fare più carcere comporta un'utilità più bassa (più si fa galera, meno si è felici).

Quando noi scegliamo i giocatori che giocano il gioco, consideriamo che il resto del mondo non ha preferenze. Quindi in questo gioco, la polizia, che non è un giocatore, non ha preferenze, non viene gratificata dal fatto di trovare un colpevole oppure no. Se volessimo inserire anche la polizia in questo gioco avremmo bisogno di un gioco dinamico, non più statico.

Quello che ci aspettiamo in questo gioco è che entrambi i giocatori si accusino vicendevolmente, ci aspettiamo, cioè, che la condizione di equilibrio sia fink-fink. Vediamo di capire il perché questo costituisce l'equilibrio.

Innanzi tutto è da notare che prendere l'utilità massima dal punto di vista di un solo giocatore è sbagliato, in quanto non si prende minimamente in considerazione cosa farà l'altro. Nel dilemma del prigioniero, ad esempio, se il giocatore 1 vuole prendere la sua massima utilità sceglierà di confessare, in quanto 0 è l'utilità massima. Il problema è che se anche l'altro giocatore confessa, il giocatore 1 ottiene una soluzione, -6, che non era quella che si aspettava.

Per capire meglio il perché fink-fink costituisce l'equilibrio proviamo a metterci dal punto di vista di un solo giocatore.

Punto di vista del giocatore 1:

soddisfacente. Nonostante questo, il dilemma del prigioniero è fortemente insoddisfacente a livello sociale, perché, infatti, sarebbe l'esito mum-mum quello efficiente in senso paretiano (cioè migliore a livello sociale). La cosa migliore sarebbe dunque che i due giocatori cooperassero.

In generale avremo un gioco del dilemma del prigioniero quando:

D(efection) > C(ooperation) > P(unishment) > S(ucker's payoff)

		Player 2	
		Mum	Fink
Player 1	Mum	C, C	S, D
	Fink	D, S	P, P

Nel caso in questione, inoltre, non abbiamo avuto neanche la necessità di utilizzare l'ipotesi di razionalità dell'avversario. Non abbiamo bisogno di alcuna nozione di razionalità dell'avversario per dire che ogni giocatore preferisce fink a mum. L'avversario, infatti, potrebbe fare quello che vuole che in ogni caso ciò che si preferisce è sempre fink. Il concetto di equilibrio fondato sulla dominanza è il concetto più robusto che si possa trovare.

Questo concetto di equilibrio, purtroppo, risolve solo un tot di casi, ma non tutti. Proviamo infatti ad applicare lo stesso concetto a questo esercizio:

			Player 2	
		Left	Center	Right
Player 1	Up	1, 0	1, 2	0, 1
	Down	0, 3	0, 1	2, 0

Con l'algoritmo visto in precedenza non si riesce a risolvere. Infatti si riesce ad individuare una sola strategia dominata (il centro domina la destra, quindi la destra è dominata) e rimangono, quindi, ancora quattro combinazioni di strategie tra cui poter scegliere.

La soluzione a questo problema è iterare il nostro algoritmo. Questo concetto si chiama "concetto di eliminazione iterativa di strategie dominate". Al precedente punto 4) sostituiamo quindi:

4) Se quello che mi resta è un'unica combinazione di strategie, quello è l'equilibrio, altrimenti torna al passo 1).

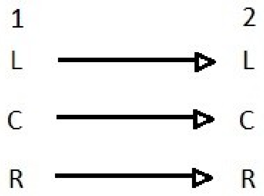
E per correttezze sostituiamo al precedente punto 3) il seguente:

3) Se non ci sono strategie dominate termino, altrimenti elimino tutte le strategie dominate;

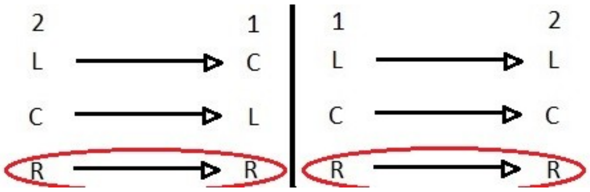
Utilizzando questo nuovo algoritmo notiamo che, iterandolo la seconda volta, up domina down, in quanto il mio avversario giocherà solo center o left. Quindi eliminando down mi rimangono solo 2 combinazioni di strategie. Iterandolo per la terza volta otterremo che la combinazione di strategie che formerà l'equilibrio sarà dato da up-center.

In questo modo abbiamo ottenuto un nuovo equilibrio. Questo nuovo criterio d'equilibrio, che sembra molto simile al precedente, è, invece, molto diverso dal punto di vista della robustezza. Qui infatti abbiamo la necessità di assumere la razionalità dell'avversario per poter prendere delle decisioni.

Equilibrio di Nash
L’equilibrio di Nash è quella situazione nella quale tutti i giocatori sono soddisfatti della loro scelta, ossia quella situazione dalla quale nessuno vorrebbe spostarsi. In altre parole l’equilibrio di Nash è dato da una combinazione di strategie *strategicamente stabile*, cioè da quella combinazione di strategie tale per cui nessun giocatore ha qualcosa da guadagnare dalla variazione *unilaterale* della sua strategia.



L’equilibrio di Nash dell’esercizio è, quindi, individuato dalla combinazione right-right, che, detto in termini formali, è un sistema tra le funzioni di reazione.



Le due funzione di reazione possono essere riportate anche all’interno della matrice. Segnamo in rosso tutti i valori che le formano, ottenendo alla sinistra della virgola la funzione di reazione del giocatore 1, mentre alla destra della virgola quella del giocatore 2. Ogni valore segnato in rosso costituisce la best response (risposta ottima) alla strategia dell’avversario.

			Player 2	
		Left	Center	Right
Player 1	Left	0, 4	9, 0	5, 3
	Center	4, 0	4, 4	5, 3
	Right	3, 5	2, 5	6, 6

proposizioni ci aiutano proprio su questo punto, e ci dicono che il concetto di equilibrio di Nash è un rilassamento del concetto di dominanza iterata.

A) In un gioco in forma normale G, se viene applicato il concetto di dominanza *stretta* iterata, e questo mi conduce ad individuare una sola combinazione di strategie di equilibrio, questa combinazione di strategie è anche l'unico equilibrio di Nash del gioco,
B) In un gioco in forma normale G, ogni combinazione di strategie che costituisce equilibrio di Nash sopravvive sicuramente al concetto di dominanza *stretta* iterata.

La dominanza iterata deve essere stretta, perché se venisse usato il concetto di dominanza iterata debole (maggiore uguale) le due proposizioni non sarebbero più valide. Questo lo possiamo anche vedere con un esempio: prendiamo il dilemma del prigioniero e nella combinazione mum-mum inseriamo un payoff pari a zero per tutt'e due i giocatori.

		Player 2	
		Mum	Fink
Player 1	Mum	0 , 0	−9, 0
	Fink	0, −9	−6, −6

Utilizzando il criterio di equilibrio di Nash gli equilibri che rimangono sono due (cerchiati in rosso). Ma se applicassimo un criterio di dominanza debole la strategia mum non sopravvivrebbe all'eliminazione. Infatti se consideriamo la dominanza debole le domande che ci poniamo sono:

- $-6 \geq -9$? Sì;
- $0 \geq 0$? Sì.

Allora l'unico equilibrio sarebbe fink-fink e le due proposizioni non sarebbero più valide.

		Player 2	
		Mum	Fink
Player 1	Mum	0 , 0	−9, 0
	Fink	0, −9	−6, −6

Torniamo un attimo indietro. Per risolvere un gioco, che non sia banale, si passa sempre dalle funzioni di reazione. Qui la domanda che ci poniamo per individuare la funzione di reazione è: come reagirebbe il giocatore 1 se sapesse che il giocatore 2 ha posto nel commons una sola mucca? Reagirebbe ponendo 5,5 mucche nel comons. Infatti $\pi_1 = g_1[20 - g_1 - 1] - 8 \cdot g_1$, quindi, derivando e ponendo il tutto uguale a zero, otteniamo $20 - g_1 - 1 - 8 = 0$, ossia $g_1 = \frac{11}{2} = 5.5$.

Questa risposta ottima trovata è un punto della funzione di reazione. Tale funzione è, però, definita nel continuo, quindi bisognerebbe far variare g_2 da zero a infinito in modo da ottenere tutte le risposte ottime e giungere così alla costruzione della funzione di reazione. Siccome, però, siamo in grado di usare il calcolo infinitesimale, tutti questi passaggi non sono necessari, basta fare una semplice, ma importantissima, considerazione:

Se stiamo cercando le risposte ottime, quello che facciamo è assumere un valore per g_2 e cercare il massimo della funzione di payoff (con g_2 che è quindi fissato). Quello che possiamo fare è, dunque, derivare la funzione di payoff considerando g_2 come un parametro.

Quindi, tornando al nostro esempio, facciamo la derivata di π_1 rispetto a g_1, considerando g_2 come FISSA, e ponendo la funzione uguale a zero per massimizzarla. Così facendo otteniamo $20 - 2 \cdot g_1 - g_2 - 8 = 0$ (51), e tutto quello che ci serve fare è semplicemente sostituire g_2 con tutti i valori da zero a infinito. In altri termini la (51) è proprio la funzione di reazione in forma implicita.

Posso quindi trovare il g_1 ottimo, indicato con g_1^*, facendo $g_1^* = R_1(g_2) = \frac{12-g_2}{2}$ (52), dove con $R_1(g_2)$ indichiamo la funzione di reazione del giocatore 1.

Ricorda che:

Una cosa che è assolutamente da NON fare è quella riportata qui sotto:

$\cancel{\pi_1 = (20 - g_1 - g_2)g_1 - 8 \cdot g_1 = (20 - 2g^N) \cdot g^N - 8 \cdot g^N}$

Quindi derivando: $\cancel{20 - 4 \cdot g^N - 8 = 0}$

E dunque otteniamo: $\cancel{g^N = 3}$

Questo risultato è evidentemente sbagliato, in quanto come sappiamo dalla risoluzione fatta in precedenza $g^N = 4$. L'errore è dovuto al fatto che in quest'ultima risoluzione fatta abbiamo considerato sia g_1 che g_2 come variabili, quando in realtà solo g_1 è variabile, mentreg_2 è FISSA (perché stiamo considerando la funzione di payoff del giocatore 1, se avessimo considerato quella del giocatore 2 era, ovviamente, il contrario). LA SIMMETRIA VA INVOCATA DOPO AVER DERIVATO.

La funzione di reazione del giocatore 2 è, invece, pari a $g_2^* = R_2(g_1) = \frac{12-g_1}{2}$ (53). Non è necessario fare i conti, in quanto questo gioco è un gioco simmetrico (sia le strategie che il payoff sono simmetrici). Per verificare se la funzione di payoff è simmetrica basta invertire i pedici 1 e 2, se non cambia nulla allora il gioco è simmetrico.

A questo punto possiamo facilmente trovare l'equilibrio di Nash facendo un sistema delle funzioni di reazione.

Da notare il fatto che il numero di mucche ottimo per quel commons è 6, e se i giocatori sono due pongono nel commons 8 mucche, se, invece, sono cinque nel commons ne pongono 10. Il meccanismo dell'esternalità negativa causa, quindi, maggiori danni al crescere del numero dei giocatori. Questo accade perché al crescere del numero dei giocatori l'esternalità diventa sempre maggiore.

Vediamo ora il problema dei commons dal punto di vista della formulazione generale.

Ricordiamo che la funzione di payoff di ciascun allevatore è data da $\pi_i = g_i \cdot v(g_i + g_{-i}) - cg_i$ (60) e quindi l'ottimo di Nash è formulabile come $g_i^* = argmax_{g_i}[g_i \cdot v(g_i + g_{-i}^*) - cg_i]\ \ \forall i$ (61). Per cercare il massimo della funzione deriviamo ora la (60), considerando g_i come variabile e g_{-i}^* come parametro, e, ponendola uguale a zero, otteniamo $v(g_i + g_{-i}^*) + g_i \cdot v'(g_i + g_{-i}^*) - c = 0$ (62) o equivalentemente, ponendo $g_i + g_{-i}^* = G^*$, possiamo scriverla come $v(G^*) + \frac{G^*}{n} \cdot v'(G^*) - c = 0$ (63).

L'ottimo sociale è invece dato dalla funzione $G° = argmax_G[G \cdot v(G) - cG]$ (64) che viene risolta derivando l'argomento e ponendolo pari a zero $v(G°) + G° \cdot v'(G°) - c = 0$ (65).

Notare che la (65) è esattamente uguale alla (63) a meno di quel diviso n. Questa è esattamente l'evidenza di come lavorano le esternalità. Nella (63), infatti, viene considerato solo l'effetto di v' (che è la riduzione della produttività per l'aumento di una unità animale sul commons) sul giocatore i, cioè solo l'effetto che la riduzione della produttività ha sulle mucche del giocatore i, mentre nella (65) il pianificatore guarda l'effetto che v' ha su tutti i giocatori.

Siccome sappiamo che $v' < 0$ necessariamente avremo che $G^* > G°$ (66). Questo risultato mette in luce il fatto che lasciando scegliere individualmente alle persone quanto sfruttare un bene comune, avremo sempre necessariamente un sovra sfruttamento, perché le esternalità sono negative. Gli individui, cioè, sfruttano le risorse comuni più di quanto sarebbe socialmente ottimo.

Come è possibile risolvere il problema dato dalla tragedia dei commons? Ci sono diversi metodi di soluzione:

- La pianificazione da parte di un'autorità (cioè l'autorità decide, tramite leggi, quante mucche potrà porre nel commons ciascun giocatore). Questa soluzione ha però un costo, infatti è necessario un'autorità che controlli il rispetto delle leggi e che commini sanzioni in caso di accertate violazioni, e di un'altra autorità che compia studi sulla produttività, sui costi, ecc.;
- La suddivisione del commons tra i vari giocatori (ad esempio nel prato dove pascolano le mucche si pone una staccionata, in questo modo ogni allevatore porrà solo tre mucche nel suo prato, perché non ci sono esternalità);
- La tassa piguviana, cioè una tassa che serve a internalizzare le esternalità (es. il sindaco della città pone una tassa su ogni capo di bestiame posseduto). Se c'è una tassa, infatti, il costo non è più dato solo da c, ma è dato da $c + t$, dove t è la tassa per unità. Con la tassa si riesce così a far sì che l'ottimo per ogni giocatore coincida con l'ottimo sociale. La tassa è pari al costo generato dall'esternalità, è per questo che internalizza l'esternalità. È come se fosse necessario pagare i danni agli altri giocatori.

Fallimenti di mercato: esternalità e beni pubblici

Facciamo un piccolo riassunto sulle esternalità. L'esternalità si origina quando il consumo o la produzione di un certo bene o servizio da parte di un'impresa o di un consumatore genera un effetto, oltre che sul consumatore stesso o sull'impresa stessa, anche su tutti gli altri consumatori e su tutte le altre imprese. Le esternalità possono essere di due tipi: positive o negative. Un esempio di esternalità negativa è l'inquinamento. Si dice che un'esternalità è negativa quando impatta in modo negativo sull'utilità dei consumatori o dei produttori che non hanno consumato/prodotto un determinato bene. Si dice, altrimenti, che un'esternalità è positiva se genera un'utilità positiva nei confronti dei consumatori o dei produttori che non hanno consumato/prodotto un determinato bene.

Esempio di esternalità positiva: fino a qualche anno fa gli abbonamenti dei cellulari erano differenti. Vi erano infatti costi differenti nel chiamare un numero appartenente allo stesso operatore o un numero appartenente a un operatore diverso (discriminazione tariffaria). Il beneficio sta nel fatto che, per ogni nuovo cliente che entra nel gruppo di persone aventi l'operatore 1, l'operatore in questione potrebbe abbassare ulteriormente il prezzo sulle chiamate interne al gruppo e alzare, invece, il prezzo sulle chiamate esterne. Quindi, indirettamente, il fatto che una persona passi da un operatore 2 all'operatore 1 genera esternalità positiva sulle persone che appartengono già all'altro operatore 1.

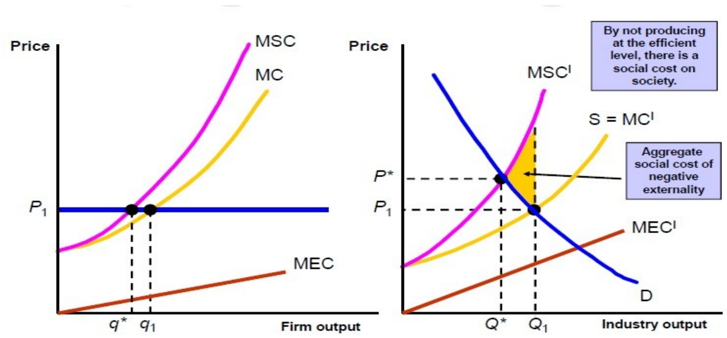
Prima di analizzare le esternalità positive facciamo un'analisi grafica sulle esternalità negative.

Sappiamo che le esternalità generano un fallimento del mercato, cioè che se il mercato viene lasciato a se stesso, esso genera una soluzione che non è quella efficiente. Vediamo dunque ora se è vero che in presenza di esternalità negative la soluzione di equilibrio di concorrenza perfetta non porta più ad una allocazione perfetta delle risorse.

Immaginiamo di prendere tante imprese (o una impresa rappresentativa, che è la stessa cosa) che producono lo stesso tipo di bene in un mercato in concorrenza perfetta, e immaginiamo che questo bene abbia un suo costo marginale (MC). La produzione di questo bene o servizio genera però un effetto negativo (un costo addizionale) che chiamiamo Marginal External Cost (MEC), o costo esterno marginale, che è legato alla produzione di ogni unità in più di prodotto. La somma delle due funzioni di costo marginale MC e MEC danno il Costo Marginale Sociale (MSC), ci danno cioè un costo marginale complessivo legato alla produzione di un certo bene o servizio. Complessivo in quanto incorpora non soltanto il costo diretto di produzione, ma anche i costi indiretti legati all'effetto ambientale. Questo è importante perché possiamo individuare una differenza fra i costi privati di produzione e i costi sociali i quali non sempre sono uguali. Quando ci sono esternalità, dunque, i costi marginali di produzione e quelli sociali possono essere differenti. Vediamo ora come questo impatta sull'equilibrio di mercato.

Il concetto di equilibrio che useremo è quello di uguaglianza di domanda e offerta.

che accade è che la soluzione socialmente ottima comporterà sempre una restrizione dell'output prodotto. Se estendiamo questa analisi a tutti i settori industriali il problema diventa importante. Il governo dovrebbe cercare quindi di introdurre regole, tasse, ecc. per ridurre la produzione. Il problema è che limitando la produzione (e quindi limitando l'inquinamento) limita anche il PIL di un paese, cosa che non vuole in quanto genererebbe crisi economiche. A questo punto quindi è chiaro perché alcuni paesi non hanno mai sottoscritto gli accordi internazionali.



L'area gialla è una misura del costo sociale legato all'esternalità, cioè indica quanto la società viene a perdere per il fatto che il mercato produce troppo.

Passiamo ora alle esternalità positive, in particolare vediamo le esternalità di rete.

Si ha un'esternalità di rete quando il valore di un bene o un servizio dipende anche dal numero degli utilizzatori di un certo bene. Dal punto di vista formale andremo ad utilizzare la funzione di utilità $U_i(q) = U_i(N, q)$, cioè non utilizzeremo più la funzione di utilità che abbiamo usato fin ora e che dipendeva dalle quantità (più consumo più ho utilità), ma useremo una diversa funzione di utilità che contiene, in aggiunta, una variabile data dalla numerosità degli agenti. Perché la numerosità può essere importante? Vediamo un esempio: 20 anni fa le persone che utilizzavano il cellulare erano pochissime, poi, con l'avvento di una tecnologia nuova, che consentiva di avere cellulari più maneggevoli e a costo inferiore, più persone hanno cominciato a usarlo, e questo è stato un fatto positivo non solo perché le persone che potevano essere chiamate erano di più, ma anche perché aumentando il volume delle chiamate i prezzi della singola chiamata si sono abbassati, ottenendo quindi un beneficio diretto anche in termini di prezzo. L'utilità, quindi, non deriva solo da quanto si può stare al telefono, ma anche da quante persone si possono raggiungere. Andiamo ora a vedere come cambiano i modelli economici sotto questa ipotesi.

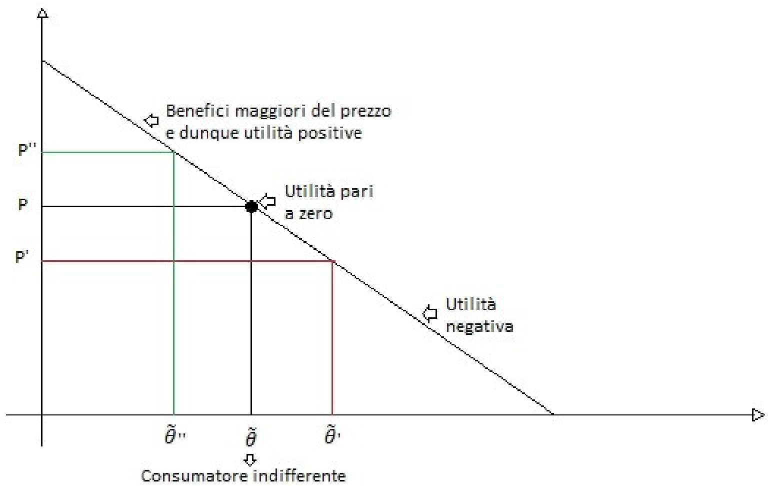
In questa analisi esistono due tipologie di esternalità di rete, quelle di tipo diretto e quelle di tipo indiretto. La differenza tra le due è che le esternalità di rete di tipo diretto si hanno quando l'utilità di un agente (consumatore) di tipo A dipende dalla numerosità degli agenti del suo stesso tipo, tipo A (vedi l'esempio sopra sulla telefonia), quelle di tipo indiretto si hanno invece quando l'utilità di un agente, oltre a dipendere dagli agenti del suo stesso tipo, dipende anche dagli agenti di un altro tipo, tipo B (vedi esempio sotto sulle console).

Vediamo un altro esempio: Quando una persona va a comprare una console per i videogiochi, la sua decisione di acquisto dipende da quanti sono gli amici che hanno la stessa console, in modo da potersi scambiare i giochi, ma dipende anche da quanti sono gli sviluppatori di giochi per quella console. In questo caso la decisione non dipende solo dalla numerosità delle persone dello stesso gruppo, quello degli amici, ma anche dalla numerosità di un altro gruppo, quello degli sviluppatori.

Analizziamo ora le esternalità di rete di tipo diretto, e partiamo con la legge di Metcalfe. Metcalfe voleva cercare di capire quanto vale un'impresa che ha connessioni tra più persone, sia esternalità positive, come detto prima, sono un effetto positivo che si crea sull'utilità in base al numero delle persone che utilizzano un certo bene o servizio. Per inserire queste esternalità nel modello prendiamo il beneficio e lo moltiplichiamo per n che rappresenta il numero effettivo dei clienti di un operatore di rete telefonica, o il numero effettivo dei clienti che hanno comprato il software Microsoft (Office). Il beneficio totale dei consumatori dipende quindi dal prodotto fra n e $(1-\theta)$ (71). La funzione di utilità è, dunque, crescente al crescere di n (effetto esternalità), dove $n \in [0,1]$, è cioè un numero normalizzato tra 0 e 1. n rappresenta quindi la percentuale dei consumatori effettivi sul totale della popolazione. Vediamo come è fatta la funzione di utilità. Abbiamo un beneficio e un prezzo da pagare per averlo, e si presentano quindi due opzioni: l'acquisto del servizio, che comporta un beneficio pari a $n \cdot (1-\theta)$ (72), su cui dovrò pagare il prezzo P, a cui quindi corrisponde una utilità pari a $n \cdot (1-\theta) - P$ (73), oppure il non acquisto, che comporta un beneficio nullo, su cui però non pagherò nessun prezzo, a cui quindi corrisponde un'utilità pari a 0.

$$U(\theta) = \begin{cases} n \cdot (1-\theta) - P & se\ connesso \\ 0 & se\ non\ connesso \end{cases} \quad (74)$$

Dalla funzione di utilità sopra riportata noi capiamo che i consumatori che decideranno di acquistare questo bene saranno coloro che avranno una utilità o positiva o al massimo nulla.



Confrontiamo ora il beneficio con il costo da pagare.

Il consumatore $\tilde{\theta}''$ ha un beneficio (ricorda che il beneficio è dato da $(1-\theta)$)che è molto più elevato del prezzo pagato, quindi tale consumatore certamente comprerà il prodotto. Tutti i punti da 0 a $\tilde{\theta}$ avranno quindi un'utilità per il consumatore che sarà maggiore di zero, in quanto i benefici sono maggiori del prezzo, il punto $\tilde{\theta}$ avrà utilità nulla (i benefici sono pari al prezzo) e i punti da $\tilde{\theta}$ in poi avranno utilità negativa, poiché il beneficio è inferiore al prezzo. $\tilde{\theta}$ è il consumatore indifferente tra avere e non avere il prodotto, cioè quello la cui utilità è pari a zero. $\tilde{\theta}$ non è più la disponibilità a pagare del consumatore, ma rappresenta la percentuale dei consumatori che dato il prezzo P decidono di connettersi alla rete. Inoltre $P \in [0,1], n \in [0,1]$, e quindi anche $\tilde{\theta} \in [0,1]$ per costruzione. Sono tutti numeri normalizzati. La quantità di consumatori che decidono di adottare il servizio, come varia al variare del prezzo? Immaginiamo che il prezzo scenda fino a P', a questo punto $\tilde{\theta}$ sale. Se invece il prezzo sale, $\tilde{\theta}$ scende. La relazione che c'è tra le due variabili è quindi una relazione inversa, che, in pratica, è la funzione di domanda. Dal punto di vista matematico, quindi, indicheremo con $\tilde{\theta}$ quella variabile tale che $n\left(1-\tilde{\theta}\right) = P$ (75), da cui $n - n\tilde{\theta} = P$, e dunque $\tilde{\theta} = \frac{n-P}{n}$ (76). Di fatto, quello che abbiamo determinato con quest'ultima formula (76) è la funzione di domanda.

massa critica. Per capire qual è il significato di massa critica osserviamo il grafico. Affinchè questo bene o servizio si sviluppi l'impresa deve essere in grado di fare una combinazione di prezzo, strategia commerciale in senso lato, volta a indurre i consumatori a comprare quel bene. Se la soglia iniziale (quella della massa critica) non viene superata accade che il prodotto va a zero, se invece viene superata, automaticamente si converge verso il punto di equilibrio B. Se si supera una soglia minima , n che influenza l'utilità inizia ad essere relativamente grande, e allora ogni cliente in più che cosuma il prodotto funge da attrazione per gli altri e la domanda incrementa in modo più che proporzionale. La massa critica è quindi il minimo livello di penetrazione del servizio che bisogna raggiungere ogni qualvolta si tenta di immettere sul mercato un prodotto caratterizzato da esternalità di rete (un prodotto che, per definizione, ha elementi tecnologici molto importanti).

Esempio: Ai tempi della nascita del VHS (la videocassetta), tecnologia sviluppata da panasonic, vi era nel mercato una concorrente chiamata betamax, siluppata dalla sony. Le caratteristiche dei due prodotti erano:

VHS	Betamax
Qualità relativamente scadente	Qualità superiore
Costo contenuto del film	Costo elevato del film
Costo contenuto del lettore	Costo elevato del lettore
Capienza inferiore	Capienza maggiore
Dimensioni fisiche maggiori	Dimensioni fisiche inferiori

Al tempo sopravvisse però una sola tecnologia, il VHS. Questo accadde perché quando tutte le grandi major televisive si resero conto che il consumatore comprava la tecnologia col prezzo più basso (il VHS), iniziarono a produrre i loro film con la tecnologia VHS che aveva una maggiore diffusione. Il colpo di grazia lo diede la disney che decise di produrre i propri film SOLO in VHS. Poco dopo Betamax uscì dal mercato.

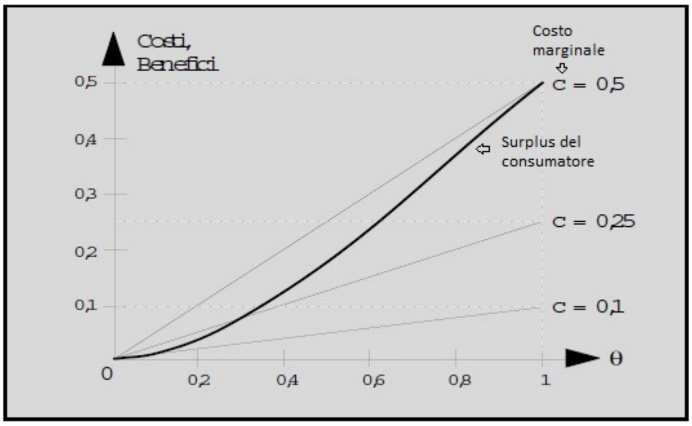
Questo è importante nel campo di servizi, prodotti tecnologici e quant'altro, in quanto ci insegna che se si vuole avere successo bisogna trovare il modo di distribuire il proprio prodotto o servizio in piattaforme ben distribuite.

Cosa si potrebbe fare per aumentare la diffusione di una tecnologia? Abbassare il prezzo. Il problema è che il lancio di una nuova tecnologia/servizio/prodotto comporta una struttura di costi fissi, e dunque, avendo tanti costi fissi, fare un prezzo basso al momento del lancio sarebbe dannoso dal punto di vista economico. L'impresa dovrebbe essere in grado di sopportare perdite ingenti nei primi anni del lancio per far si che la quota di mercato penetrato sia maggiore. Le imprese che sono in grado di fare ciò sono quelle che hanno altri servizi con cui sussidiare il bene.

Se però il bene in questione è un bene che per la collettività ha molto valore, lo Stato potrebbe sussidiare tale bene (in questo modo abbassa la massa critica).

I costi di switching, in particolare nei mercati in cui vi sono esternalità di rete, rafforzano il potere di mercato di un'impresa, infatti la loro presenza è un fattore che induce il consumatore a non cambiare (rende la domanda più rigida). Se tali costi vengono applicati da un'impresa grossa in un contesto di esternalità di rete il consumatore sarebbe ancora meno incentivato a cambiare, in

Ho trovato il surplus del consumatore che devo però confrontare con i costi $W = Gs - C\tilde{\theta}$ (84). Immaginiamo che il costo marginale C sia nullo $C = 0$, il massimo della funzione di benessere sarà dunque in 1. Ora immaginiamo che $C = 0{,}1$, i costi variano linearmente, ma la funzione di benessere varierà in modo più che lineare, infatti mano a mano $\tilde{\theta}$ aumenta prevarrà su C. Il massimo verrà però raggiunto sempre in 1.



Come si può osservare dal grafico qualunque sia C il massimo sarà raggiunto sempre in 1. Questo accade finchè non si arriva a $C = \frac{1}{2}$, infatti quando $C = \frac{1}{2}$ e $\tilde{\theta} = 1$ i costi totali sono pari a $\frac{1}{2}$ e i benefici totali sono pari anch'essi a $\frac{1}{2}$. Quindi $W = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$. Se i costi fossero dunque maggiori di $\frac{1}{2}$ (cioè sopra il beneficio massimo) lo Stato non avrà interesse a fornire il bene, poiché i costi saranno sempre maggiori dei benefici, anche dal punto di vista sociale. In sintesi, lo Stato vorrà fornire il bene o servizio a tutta la collettività, sempre che i costi di produzione rimangano inferiori ai benefici collettivi.

Prendiamo ora questo schema e costruiamoci sopra i modelli di mercato.

1ª forma di mercato: concorrenza perfetta

Ricordando che in concorrenza perfetta l'equilibrio è prezzo uguale a costo marginale, otterremo che il prezzo di equilibrio è pari a $\tilde{\theta}(1 - \tilde{\theta}) = c$ (85), dove c è il costo marginale.

Immaginiamo ora che $c = 0$, otterremmo allora una soluzione ottima in concorrenza perfetta data da $\tilde{\theta} = 1$ (soluzione socialmente efficiente).

Se invece fosse $c \neq 0$, (osservando il penultimo grafico sopra) avrò un $\tilde{\theta}$ all'equilibrio che sarà sempre inferiore a 1.

Quello che ricaviamo da ciò che è stato fatto sin ora è che in concorrenza perfetta e con esternalità di rete è ancora possibile raggiungere la soluzione socialmente efficiente, ma se e solo se $c = 0$. Quindi la concorrenza perfetta è efficiente ma solo se non costa nulla produrre il bene (quasi impossibile). Se invece il costo del bene è positivo, abbiamo un altro esempio di fallimento del mercato. Anche la concorrenza perfetta porterà comunque ad una soluzione sub-ottimale, in quanto la copertura d'equilibrio $\tilde{\theta}$ che il mercato raggiunge è inferiore a quella socialmente ottimale ($\tilde{\theta} = 1$).

Facciamo due puntualizzazioni sulla dominanza: quando vengono ridefinite le strategie, estendendo il campo delle possibilità alle strategie miste, l'idea di dominanza va ridefinita.

Quando una strategia s_i è dominata, allora si può dimostrare che nessuna strategia pura dell'avversario può rendere s_i una risposta ottima.

Esempio sul dilemma del prigioniero:

		Player 2	
		Mum	Fink
Player 1	Mum	−1,	−9,
	Fink	0,	−6,

Quello che sappiamo è che in questo gioco la strategia M è dominata dalla strategia F (infatti $0 > -1$ e $-6 > -9$). Se M è dominata, sia che il giocatore 2 giochi M, sia che giochi F, M non sarà mai risposta ottima.

È condizione sufficiente per poter dire che M non è mai risposta ottima il fatto che M sia dominata da un'altra strategia.

Ragioniamo ora considerando l'estensione delle strategie miste. Strategia mista vuol dire che il giocatore tira una moneta e si comporta di conseguenza. Se viene testa giocherà M, se viene croce giocherà F (la moneta può essere simmetrica, quindi con probabilità ½ e ½, oppure asimmetrica). La domanda che dobbiamo porci è: è possibile che M sia risposta ottima ad una strategia mista dell'avversario? Per capire, supponiamo che l'avversario lanci una moneta simmetrica. Se il giocatore 1 gioca M avrà un payoff di -1 con probabilità ½ e -9 con probabilità ½ . Il payoff totale che ottengo è pari a -5 (ossia $-1 * \frac{1}{2} + (-9 * \frac{1}{2})$). Questo valore è anche chiamato valore atteso (media pesata sulla probabilità di n valori).

Se io ho un prospetto $y = \{p_1 \dots p_n; \pi_1 \dots \pi_n\}$, dove π_i è l'i-esimo payoff, chiameremo valore atteso $\hat{y} = \sum p_i \pi_i$ (86). Se il giocatore è indefferente al rischio, il valore del prospetto per il giocatore è il suo valore atteso, ossia $y = \hat{y}$. Se il giocatore è avverso al rischio avrà $y < \hat{y}$.

Il giocatore 1 come valuta il fatto di trovarsi di fronte ad un'avversario che gioca tirando una moneta? Egli sa che se giocherà M avrà un payoff di -1 con probabilità ½ e -9 con probabilità ½ . Quanto vale il payoff totale? Abbiamo detto -5. Questo risulta veritiero solo facendo l'assunzione (che consideriamo implicita e che useremo sempre) che il giocatore 1 è indifferente al rischio. Questa assunzione non ci limita, però, la generalità dei risultati che otteniamo, in quanto anche in caso di giocatore avverso al rischio il risultato è identico, la sola differenza è che sarebbe necessario fare molti più calcoli.

Tornando al nostro problema, dato che M è dominato da F, M non sarà mai risposta ottima ne a M ne a F dell'avversario, può però essere risposta ottima a una strategia mista dell'avversario? No, perché se l'avversario gioca M con probabilità ½ e F con probabilità ½ il giocatore si ritroverà $-1 * \frac{1}{2} + \left(-9 * \frac{1}{2}\right) = -5$ che per definizione sarà sempre minore di -3 che otterrei giocando F. Questa considerazione vale per qualunque p. Infatti se prendo $(-1 * p) + (-9 * (1 - p))$ e lo confronto con $(0 * p) + \left(-6 * (1 - p)\right)$, qualunque sia p il risultato della seconda sarà sempre maggiore del risultato della prima. Quindi M non sarà neanche risposta ottima alle strategie miste. Il contrario è, però, falso. La condizione analizzata prima è sufficiente, ma non è necessaria, ovvero generale, invece, bisogna trovare la soglia $q' = \frac{U(b,b)-U(a,b)}{U(b,b)+U(a,a)-U(a,b)-U(b,a)}$ (89), ottenuta ponendo i profitti delle due strategie uguali, che rende una strategia preferibile all'altra. Questa soglia però non esiste sempre (nell'intervallo (0,1) che interessa a noi), in caso di dominanza, ad esempio, tale valore non esiste. Se per caso i giocatori non fossero indifferenti al rischio potrebbero verificarsi casi in cui abbiamo più punti di soglia. Noi, però, considerando che i giocatori sono indifferenti al rischio avremo una funzione di payoff sempre lineare, e perciò avremo al più un solo valore di soglia. Se q fosse uguale alla soglia il giocatore 1 resterebbe indifferente tra a e b, ma anche a qualsiasi combinazione lineare di a e b, cioè a qualsiasi strategia mista tra a e b. Se q è diverso dal valore di soglia avrò invece delle preferenze strette per le strategie pure, perché se $q \neq \frac{1}{2}$ vuol dire che $a > b$ o $b > a$, e se una delle due è maggiore dell'altra vuol dire che sarà anche maggiore di qualsiasi combinazione lineare di a e b.

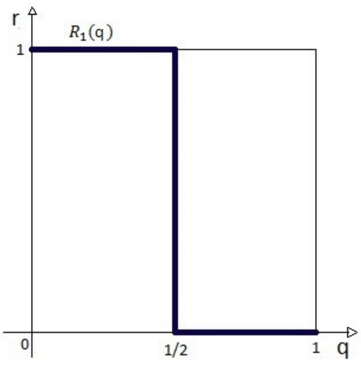
L'equilibrio di Nash in strategie miste, in questo caso, dobbiamo trovarlo individuando le funzioni di reazione dei due giocatori e mettendole a sistema. Dove le due funzioni di reazione si incrociano abbiamo l'equilibrio di Nash in strategie miste (nel caso fossimo nel continuo e non avessimo una funzione di payoff da derivare, per ottenere, come condizione del primo ordine, la funzione di reazione, è necessario disegnarla, bisogna cioè prendere il piano delle strategie. Il piano delle strategie è il piano q-r, dove q e r variano tra 0 e 1). Disegnare la funzione di reazione vuol dire trovare tutti i punti che sono risposta ottima. Vuol dire trovare, per tutti i punti da 0 a 1 di q, l'r che costituisce risposta ottima a quel punto (al prof vanno bene 3 o 4 punti).

Matching pennies

		Equal		
		Heads	Tails	
Different	Heads	$-1, 1$	$1, -1$	q
	Tails	$1, -1$	$-1, 1$	1-q
		r	1-r	

Tornando al gioco dei matching pennies proviamo a disegnare la funzione di reazione. Da notare innanzi tutto che le combinazioni di strategie pure sono i quattro angoli del quadrato formato da (0,0), (0,1), (1,0), (1,1). Giocare $q = 0$ e $r = 1$ vuol dire che il giocatore 2 gioca T e il giocatore 1 gioca H. Stiamo cercando l'equilibrio in strategie miste del gioco. Una funzione di reazione è una funzione che associa ad ogni strategia possibile dell'avversario la risposta ottima del giocatore in questione. $R_1(q)$, che possiamo osservare in figura, è la funzione di reazione del giocatore 1.

Esempio: se l'avversario gioca $q = 0$ il giocatore 1 dovrebbe scegliere H (ossia $r = 1$).



Dunque il profito del giocatore 1 qualora giochi H dato q sarà $\pi_1(H|q) = -q + (1-q) = 1 - 2q$. Il profitto nel caso giochi T sarà invece $\pi_1(T|q) = q - (1-q) = 2q - 1$.

Esempio: se $q = 0{,}1$ la risposta ottima sarebbe H, cioè $r = 1$. La risposta ottima a $q = 1$ sarà $r = 0$.

Quello che bisogna fare per disegnare la funzione di reazione è cercare di capire dove sta la soglia q'. Nell'esempio sta a $q = \frac{1}{2}$. Ricora che $q = \frac{1}{2}$ è anche il punto in cui il giocatore 1 è indifferente a giocare una delle due strategie pure oppure una strategia mista.

Per trovare l'equilibrio di Nash abbiamo bisogno della funzione di reazione del giocatore 2. In questo caso avremo r in ascissa e q in ordinata.

La metodologia utilizzata fino ad ora è quella didattica, ed è il modo più chiaro per capire dove sta l'equilibrio in strategie miste. Ora vedremo un'altra metodologia più breve. All'esame non sarà necessario disegnare le funzioni di reazione, sarà sufficiente utilizzare questo secondo metodo.

Partiamo dal payoff atteso per il giocatore 1 che sarà pari a $\pi_1(r|q) = 2 * q * r + 0 * r * (1-q) + 0 * q * (1-r) + 1 * (1-q)(1-r)$ (90). L'idea è massimizzare il profitto del giocatore 1 rispetto ad r che è la sua variabile di controllo $\frac{\partial \pi}{\partial r} = 2q - 1 + q = 0$ (91), da cui otteniamo q ottimo che è pari a $q^* = \frac{1}{3}$.

Stessa cosa facciamo per il giocatore 2, $\pi_2 = 1 * q * r + 2 * (1-q) * (1-r)$ (92), da cui $\frac{\partial \pi_2}{\partial q} = r - 2 * (1-r) = 0$ (93) e quindi $r^* = \frac{2}{3}$.

Come esercizio proposto da fare viene dato il gioco rock, scissor, paper.

Giocatore 1 \ Giocatore 2	R	S	P	
R	0,0	1,-1	-1,1	r_1
S	-1,1	0,0	1,-1	r_2
P	1,-1	-1,1	0,0	$1-r_1-r_2$
	q_1	q_2	$1-q_1-q_2$	

In questo caso il giocatore deve utilizzare una strategia formata da due valori, r_1 e r_2 o q_1 e q_2, da lui scelti.

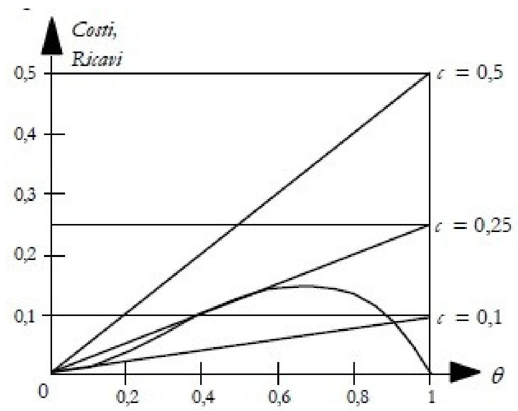
articolata, che prende la forma di una parabola. Data la funzione di profitto come si trova l'ottimo? Deriviamo rispetto alla quantità e poniamo uguale a zero. Derivo, quindi, rispetto $\tilde{\theta}$, che è la variabile di riferimento, e poi pongo la derivata uguale a zero.

La condizione di primo ordine FOC (first order condition) sarà pari a $\boldsymbol{2\tilde{\theta} - 3\tilde{\theta}^2 - c = 0}$

Per fare un paragone con quanto visto in precedenza, immaginiamo di avere $c = 0$ (costi marginali nulli). In questo caso per quale livello di copertura si raggiungerà l'ottimo? $\tilde{\theta}$ ottimo sarà pari a $\frac{2}{3}$.

Facciamo ora alcune considerazioni. In concorrenza perfetta con $c = 0$ l'ottimo si raggiungeva per $\tilde{\theta} = 1$, in monopolio, invece, l'ottimo si raggiunge a $\tilde{\theta} = \frac{2}{3}$. Il monopolio, dunque, introduce una distorsione. Esso, generando una distorsione sul prezzo, genera anche una distorsione anche sulla copertura; il monopolista ha quindi incentivo a coprire meno di quello che si sarebbe coperto in concorrenza perfetta. La presenza delle esternalità di rete non rende il monopolista più sensibile. Egli continuerà a coprire quanto è il livello ottimale che gli massimizza il profitto.

La curva a campana del grafico sopra rappresenta la curva di isoprofitto, mentre le rette rappresentano i diversi livelli di costo. Si può osservare che se il costo marginale fosse positivo, il



Using simulation we determine the optimal coverage/penetration rate:

Cost c	Efficiency	Monopoly
0,5	1	0
0,25	1	0,5
0,2	1	0,54
0,1	1	0,61
0	1	0,67

monopolista coprirebbe ancora meno.

Se $c = 0.5$ la soluzione è 0 in monopolio, mentre è 1 in concorrenza perfetta. Il livello di profitto massimo che può raggiungere l'impresa è pari a $(0{,}25 \cdot grado\ di\ copertura)$. Il monopolista tende a coprire di meno di quanto si coprirebbe in concorrenza perfetta.

La domanda principale è: il monopolista tiene conto delle esternalità di rete? Cioè egli tiene conto degli effetti tra consumatori? Quel che possiamo dire è che in ogni caso la soluzione è sub ottimale (cioè è sempre inferiore all'ottimo). Ma possiamo dire che il monopolista nuoce anche in presenza di esternalità di rete? Confrontando la concorrenza perfetta con il monopolio in presenza di esternalità di rete, è corretto dire che al monopolista non interessano le esternalità di rete e che fa sempre meno di quanto sarebbe ottimo. Ma come capisco se il monopolista tiene conto o no delle esternalità? Se voglio capire se il monopolista in presenza di esternalità di rete agisce meglio di quanto visto in precedenza il confronto non devo farlo con la concorrenza perfetta, ma devo farlo confrontando il monopolio con e senza esternalità, cercando di capire come e se il monopolista cambia atteggiamento.

reti: Rete 1 e Rete 2. $\boldsymbol{n_1}$ ed $\boldsymbol{n_2}$ sono rispettivamente gli utilizzatori di Rete 1 e Rete 2, e $n_1 >> n_2$ (ossia la rete 1 ha un numero di utilizzatori molto più grande della rete 2). Qual è l'aumento di valore della rete 1 e della rete 2 se esse si interconnettono? Metcalfe sosteneva che il valore dell'impresa di rete si può stimare proporzionalmente al quadrato del numero di utilizzatori di quella rete. La rete 1, quando si interconnette, può raggiungere $n_1 + n_2$ utilizzatori. Il suo valore sarà dato dai nuovi iscritti $(n_1 + n_2)$ moltiplicato quelli che aveva prima n_1, ossia $(n_1 + n_2)n_1$. Quest'ultima formula rappresenta l'incremento di valore che la rete 1 ottiene grazie all'interconnessione con la rete 2. Da questo aumento di valore è necessario togliere il valore originale ottenuto dall'interconnessione, che secondo la legge di Metcalfe è pari a n_1^2. Quindi il beneficio sarà dato da $\boldsymbol{\Delta v_1 = n_1(n_1 + n_2) - n_1^2 = n_1 n_2}$**.**

Lo stesso discorso vale per la rete 2 la quale parte da n_2 più piccolo. Interconnettendosi essa potrà raggiungere $(n_1 + n_2)n_2$ da cui, togliendo il valore originale n_2^2, si otterrà un aumento di valore pari a $\boldsymbol{\Delta v_2 = n_2(n_1 + n_2) - n_2^2 = n_1 n_2}$.

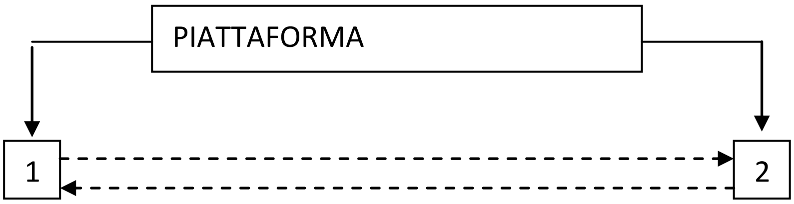
L'incremento di valore complessivo è quindi pari a $\boldsymbol{\Delta v_{tot} = 2n_1 n_2}$. Ma cosa significa $n_1 n_2$? Se una rete grande si interconnette con una rete piccola, tutti i clienti della rete grande ,n_1, potranno dialogare con i clienti della rete piccola n_2. $n_1 n_2$ saranno, allora tutti i possibili scambi tra i clienti delle due reti. Questo vale anche al contrario. Se le due imprese si interconnettono ottengono entrambe dei benefici. Questi benefici, inoltre, sono omogenei ed indipendenti dalla grandezza dell'impresa. Il valore è lo stesso, ma chiaramente conviene maggiormente interconnettersi alla piccola impresa.

Immaginiamo adesso che abbiamo l'impresa 1, quella grande, che non ha interesse ad interconnettersi, ma ha interesse a comprare le imprese più piccole. Immaginiamo che l'impresa 1 compri l'impresa 2. Il nuovo numero di consumatori dell'impresa 1 è pari a $n_1 + n_2$, mentre il valore dell'impresa nuova sarà il quadrato dei clienti $(n_1 + n_2)^2$ da cui, togliendo il valore originale, otteniamo un valore pari a $\boldsymbol{\Delta v_1 = (n_1 + n_2)^2 - n_1^2 - n_2^2 = 2n_1 n_2}$. Quel che accade è che tutto il valore che si viene a creare grazie all'interconnessione tra due reti, di cui una grande ed una piccola, potrebbe essere assorbito dall'impresa grande tramite un operazione di acquisizione. Nei contesti in cui esistono esternalità di rete dirette, le imprese grosse non sono interessate ad allearsi con le piccole, preferiscono comprarle in modo da incamerare il loro valore. Questo, però, porta ad una diminuzione delle imprese presenti sul mercato dove una singola impresa crescerà e diventerà gigante mentre le altre tenderanno a sparire. Se l'impresa aumenta di dimensione aumentano anche i suoi benefici. L'esternalità di rete generano, a livello di struttura di mercato dal lato dell'offerta, lo stesso effetto delle economie di scala.

Fino ad oggi noi abbiamo sempre parlato di monopoli laddove vi era una sola impresa a causa dei suoi costi bassi, ma con oggi abbiamo visto che si possono avere dei monopoli laddove non è la questione dei costi che conta, ma è l'aggregazione della domanda e la chiusura verso il resto del mercato che contano (lato della domanda). L'esempio classico è Microsoft che, quando riunì più software per formare il pacchetto office, decretò la morte dei suoi avversari che producevano un singolo software (es. solo Word), comprandole prima che si estinguessero.

Supponiamo di avere un mercato a due versanti in qualche modo correlati.

Vi è una singola piattaforma che gestisce i due mercati di riferimento: mercato 1 e mercato 2.



L'impresa è unica (la piattaforma) e gestisce entrambi i mercati.

La domanda del mercato 1 è fatta a due step: c' è una domanda diretta e specifica più una distorsione.

La domanda, nel mercato 1, sarà: $\begin{cases} \boldsymbol{D(p_1) = 1 - p_1} \\ \boldsymbol{q_1 = 1 + e_{21}\, D(p_2) -\ p_1} \end{cases}$

Dove la prima equazione è la domanda specifica, mentre la seconda (q_1) è la domanda totale la quale è pari alla domanda specifica più una distorsione $e_{21}D(p_2)$ che esprime l'influenza del mercato 2 sul funzionamento del mercato 1.

La distorsione dipende, quindi, da due parametri:

- $\boldsymbol{e_{21}}$: rappresenta l'esternalità di rete che il segmento 2 del mercato genera sul segmento 1. È il beneficio indiretto che l'avere un utente in più sul mercato 2 genera sul mercato 1. È una misura del beneficio beneficio che il mercato 2 fornisce al mercato 1.
- $\boldsymbol{D(p_2)}$: domanda del mercato 2. Più si consuma sul mercato 2 più questo genera un effetto positivo sul mercato 1.

Analogamente sarà per il mercato 2: $\begin{cases} \boldsymbol{D(p_2) = 1 - p_2} \\ \boldsymbol{q_2 = 1 + e_{12}\, D(p_1) -\ p_2} \end{cases}$

La novità, rispetto a ciò che è stato visto fino ad adesso, sta nel fatto che, pur avendo un monopolio che opera su due mercati (non sarebbe una novità), questi mercati sono collegati (ecco la novità) ed il collegamento influenza le domande. L'influenza, cioè, passa tramite le quantità consumate.

I parametri e_{21} ed e_{12} li assumiamo costanti e definiti a priori. Assumiamo che e_{21} o che e_{12} sia maggiore di zero, quindi che esista un'esternalità di rete positiva, che $e_{21} * e_{12} < 1$, e che e_{12} ed e_{21} siano costanti, ossia che essi non dipendano dalla numerosità incrociata dei gruppi (quest'ultima serve per semplificare il modello che altrimenti diventa troppo difficile).

L'elemento centrale osservabile nella funzione di domanda è la seguente: immaginiamo che il prezzo sul mercato 1 si abbassi. Se ciò accade in tale mercato la domanda aumenta. Aumentando la domanda sul mercato 1 questo fa indirettamente aumentare la domanda anche sul mercato 2 tramite l'effetto del beneficio dato dal parametro "e".

Sostituendo i prezzi trovati nella funzione di profitto, trovo anche le funzioni di profitto di equilibrio.

$$\pi_1^{ind} = \frac{[2+e_{21}\,(1-e_{12})]^2}{(4-e_{12}e_{21})^2} \quad ; \quad \pi_2^{ind} = \frac{[2+e_{12}\,(1-e_{21})]^2}{(4-e_{12}e_{21})^2}$$

Il profitto di equilibrio è il quadrato del prezzo.

I denominatori dei prezzi sono sempre positivi (ricorda che $e_{12} * e_{21} < 1$). Guardiamo ora i numeratori, prendendo ad esempio il prezzo p_1. Il prezzo p_1 sale tanto di più quanto più alto è il valore dell'esternalità e_{21}, cioè tanto più alto è il beneficio che il lato 2 del mercato genera sul lato 1, quanto più il lato 1 avrà un prezzo più alto (ossia sarà incentivato a pagare di più per ottenere il beneficio). Maggiore è il beneficio ottenuto, quindi, maggiore è il prezzo pagato, poiché se un lato paga di più l'altro paga di meno. Il prezzo di equilibrio, invece, decresce al crescere di e_{12} (cioè al crescere dell'esternalità che il gruppo 1 dà al gruppo 2).

Quel che si fa, quindi, è pagare in cambio del beneficio che si ottiene (nel nostro caso e_{21}, ma se a propria volta si danno benefici agli altri allora si ha diritto ad uno sconto, e dunque p scende. Il prezzo finale allora dipenderà da questo bilanciamento tra qual è il beneficio che un gruppo genera sull'altro e viceversa.

Il messaggio è che se riceviamo esternalità il nostro prezzo sale, se la generiamo, invece, il nostro prezzo scende (ricorda che stiamo parlando di esternalità positive).

CASO MODELLO INTEGRATO

Se la piattaforma sa di avere il lato dei compratori e sa di avere il lato dei venditori, i quali si scambiano benefici a vicenda, allora fisserà i prezzi sui due lati del mercato insieme, massimizzando i profitti congiunti sui due lati del mercato. La funzione obiettivo sarà, allora, la somma dei profitti sui due lati del mercato.

$$\pi_{tot} = \pi_1 + \pi_2 = \pi_1\,(p_1, p_2) + \pi_2(p_1, p_2)$$

Nel modello benchmark la soluzione vista era quella di derivare π_1 rispetto a p_1 e porla uguale a zero. La stessa cosa era stata fatta anche per il mercato 2. La differenza tra questo caso e quello precedente sta nel fatto che, avendo il profitto integrato, devo star attento ai calcoli, devo, cioè, tener conto dell'effetto incrociato che la variazione del prezzo del bene 1 genera sul lato 2 del mercato. Quindi mentre nell'approccio del modello benchmark si tiene conto del solo effetto diretto del prezzo su un mercato, nell'approccio del modello integrato si deve tener conto, oltre che dell'effetto diretto, anche dell'effetto indiretto, cioè di quanto la decisione di prezzo sul lato 1 influenza il profitto sul lato 2, e viceversa.

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_1} = \frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} + \frac{\partial \pi_2}{\partial p_2}$$

Prima di calcolare la derivata calcolo il profitto totale:

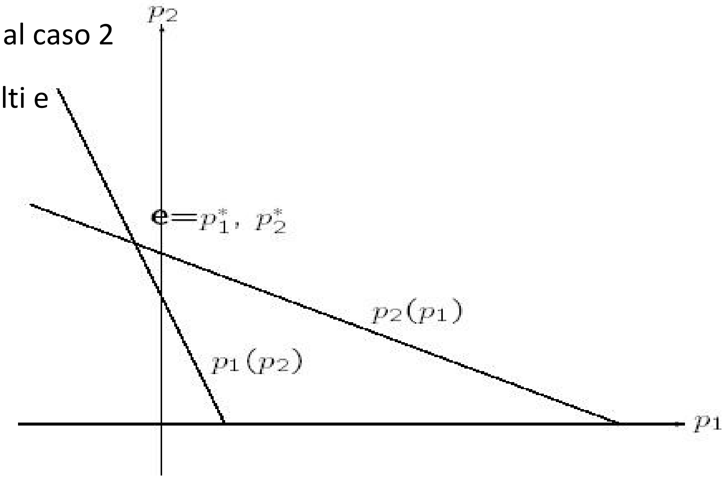
$\Pi_{tot} = p_1[1+e_{21}(p_2) - p_1] + p_2[1+e_{12}(p_1) - p_2]$

Derivo e pongo la derivata uguale a zero per trovare i prezzi di equilibrio:

CASO 3: $e_{12} >> e_{21.}$ il beneficio nasce soprattutto dal lato 1 del mercato.

Qui si verifica la situazione inversa al caso 2

P_1 è negativo mentre p_2 ha valori alti e positivi.



Definizione di strategia parzialmente mista: nel caso avessi più di 2 strategie giocabili, le gioco con probabilità positive, ma non tutte in quanto almeno una avrà probabilità pari a zero. Perché valga il lemma fondamentale, io quindi, non vado a considerare la riga (o colonna) in cui ho probabilità 0. Tutte le strategie pure che io gioco con probabilità positiva devono sottostare a quanto dice il lemma fondamentale. Da un punto di vista dei conti questa è un po' una complicazione, perché? Se considero il gioco Rock, Scissors and papers, derivando le funzioni di payoff per le variabili p_1 e p_2 è venuto fuori lo stesso valore sia per p_1 che per p_2. Il problema sarebbe sorto se i valori fossero stati differenti. In quel caso utilizzando un software e inserendo i dovuti vincoli, avremmo risolto, massimizzando la funzione di payoff atteso. In questo caso la soluzione ottima è la soluzione angolare. Se si vogliono evitare questi calcoli, il lemma fondamentale ci aiuta.

Proprietà: si riferisce a ciò che, nella formula 1, sta tra parentesi quadre. Funzione di pay off scritta come la formula 1 → quello che sta dentro le parentesi quadre è quello che si ottiene se, dato che l'avversario gioca la strategia mista q, si gioca la strategia pura a.

Il lemma fondamentale dice che tutto quello che sta dentro la parentesi quadra, tranne che la probabilità associata a ciò che sta dentro la parentesi, deve essere uguale a zero.

Esempio: Il gioco illustra l'interazione strategica tra un viaggiatore che utilizza il trasporto pubblica (T=Traveller) e l'operatore (O=Operator). T è il prezzo del biglietto, F è la multa e c è il costo del controllo, con $F > T > c$.

	control	No control	
Buy ticket	−T, T − c	−T, T	P
Evade fare	−F, F − c	0, 0	1-P
	Q	1-Q	

Questo gioco non ha equilibri in strategie pure.

Con che probabilità è opportuno evadere? E con quale probabilità, invece, è opportuno controllare?

Considero il viaggiatore T, il suo payoff è pari a **T = −pqT − p(1 − q)T − (1 − p)qF**

L'operatore O avrà invece, un payoff del tipo : **O = pq(T − c) + p(1 − q)T + (1 − p)q(F − c)**

L'equilibrio di Nash è dato da: $q^*=\frac{T}{F}$ e $p^*=\frac{F-c}{F}$

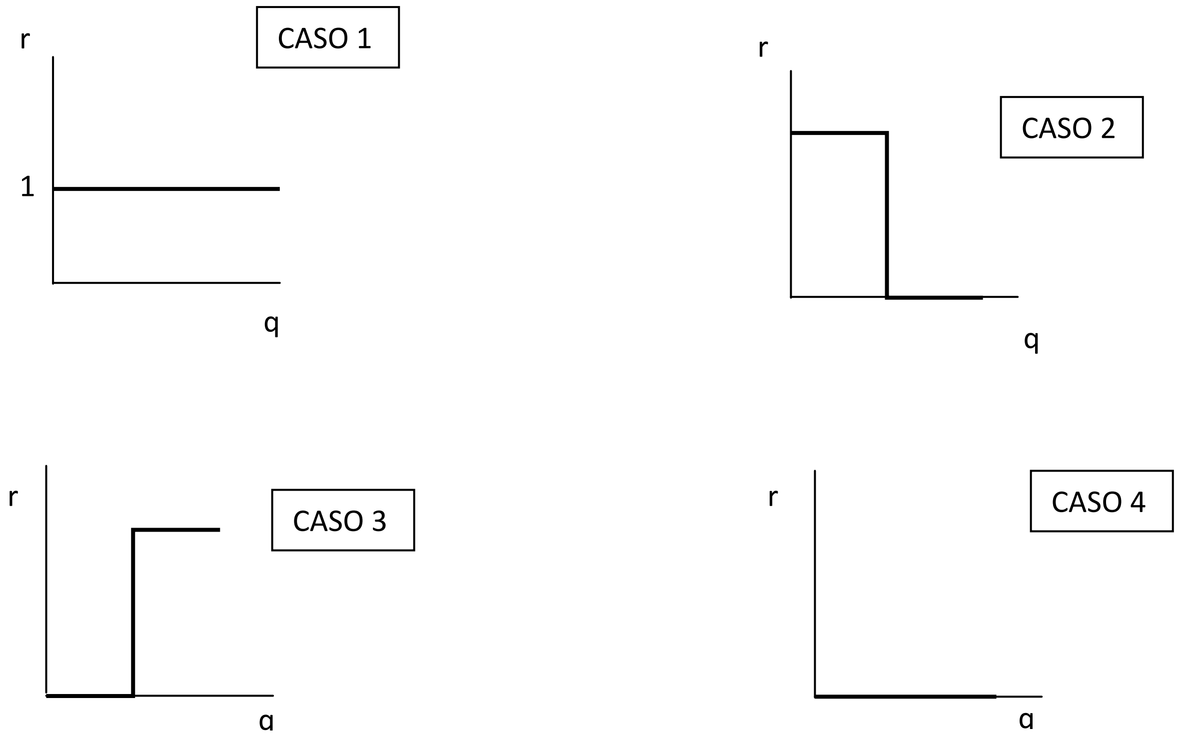
Si possono seguire diverse strade.

Se aumento F diminuisce l'evasione e quindi potrebbero diminuire i controlli ed il loro relativo costo.

Se invece, aumento il costo del biglietto, ci saranno controlli maggiori ma questo non comporta la scelta della preferenza per il consumatore nello scegliere di comprare o no il biglietto.

Se aumento c sarò più indotto ad evadere.

Vogliamo disegnare le funzioni di reazione di p_1 rispetto alla strategia mista di p_2



Andando a calcolare le funzioni di reazione del giocatore 2 ottengo, specularmente gli stessi risultati. Per trovare l'equilibrio devo quindi sovrapporre i grafici (stando attenti a mettere gli assi per il verso giusto).

In definitiva possiamo dire che o esiste un equilibrio in strategia pura (se esiste è unico) oppure, se questo non è unico, avremo un equilibrio in strategie miste.

In generale, data la domanda avrò, per ogni impresa i, un profitto del tipo: $\boldsymbol{\pi_i = q_i\, p(q_i + q_j) - C(q_i)}$

Derivando ottengo: $\frac{\partial \pi}{\partial Q} = p + q_i \frac{\partial p}{\partial qi} - C'(q_i)$

Di quanto aumenta il profitto se metto nel mercato un'unità in più di prodotto? Se aumento le unità di prodotto immesse nel mercato il prezzo a cui riesco a vendere il bene sarà un po' più piccolo. Questo abbassamento si applica a tutte le unità che vendo ed è pari a: $\frac{\partial p}{\partial Q}$

Ho due effetti negativi: da una parte l'abbassamento del prezzo, dall'altra l'aumento dei costi di produzione dovuto alle quantità in più che produco.

A noi interessa il dualismo prezzo-quantità. La funzione di domanda è: $\mathbf{Q} = \frac{\alpha - p}{\beta}$

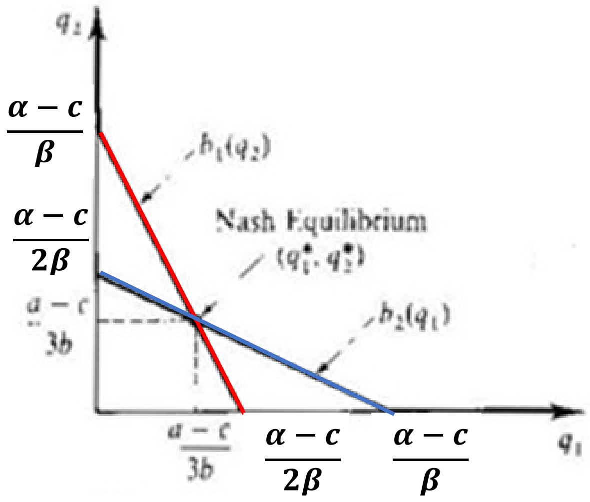
Considerando due imprese avrò tre casi:

Se $p_1 = p_2 = \bar{p}$ si avrà $\mathbf{Q} = \frac{\alpha - \bar{p}}{\beta}$ Entrambe le imprese vendono indifferentemente.

Se $p_1 > p_2$ si avrà $\mathbf{Q} = \frac{\alpha - p_2}{\beta}$ L'impresa 1 non vende nulla e la 2 venderà.

Se $p_1 < p_2$ si avrà $\mathbf{Q} = \frac{\alpha - p_1}{\beta}$ L'impresa 2 non vende nulla mentre la 1 si.

Questo cosa significa? Se ho competizione sul prezzo, mi devo interessare della curva di domanda dell'impresa, non del mercato.



La funzione di reazione sarà lineare vista la linearità del profitto e dei costi.

Fig.1

La risposta ottima a q_2=0 sarà $\frac{\alpha-c}{2\beta}$ cioè la produzione monopolistica, mentre la risposta ottima a q_1=0 sarà $\frac{\alpha-c}{\beta}$**.** Invertendo le coordinate, facendo comunque lo stesso procedimento ottengo la funzione di reazione rappresentata in rosso.

Metto a confronto le soluzioni nel caso di Cournot e nel caso monopolistico. In monopolio, comunque, non si produce di più. Questo lo si evince da $Q^c > Q^M$.

$Q^c = \frac{\alpha-c}{\beta}\frac{2}{3}$ $\quad\quad$ $Q^M = \frac{\alpha-c}{2\beta}$

Ricorda che: nel caso di Cournot le imprese sono due. La quantità di Cournot in un duopolio simmetrico è quindi pari a $Q^C = Q_1^C + Q_2^C = 2 \cdot \frac{\alpha-c}{3\beta}$.

$p^c = \frac{\alpha+2c}{3}$ $\quad\quad$ $p^M = \frac{\alpha+c}{2}$

La quantità prodotta nel caso di duopolio di Cournot è maggiore rispetto alla quantità prodotta nel caso di monopolio.

- ➔ Supponiamo che il giocatore 1 scelga la quantità da produrre. Egli ha la possibilità di correggere la propria scelta muovendosi lungo la curva di reazione.

VALUTAZIONE DEI PROFITTI

Il profitto calcolato all'equilibrio di NC (Nash-Cournot) è: $\pi^c = \frac{(\alpha-c)^2}{9\beta}$

Il profitto aggregato è: $\pi^{AGG} = \frac{2}{9}\frac{(\alpha-c)2}{\beta}$

Il profitto nel caso di monopolio è: $\pi^M = \frac{1}{4}\frac{(\alpha-c)2}{\beta}$

Facendo riferimento alla fig 2 posso

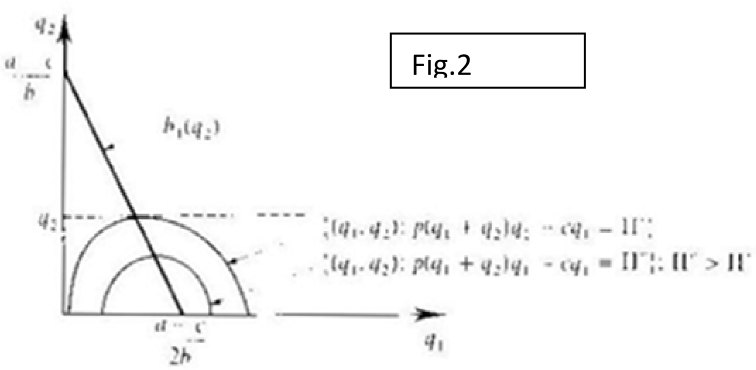


Fig.2

Il punto rappresentato da una stellina, è quello in cui i due giocatori offrono metà della quantità monopolistica a testa, cioè fanno metà dei profitti monopolistici, comunque maggiori dei profitti di Cournot.

Per stare in questo punto bisogna colludere → "patto di sangue"

$$\begin{cases} p_M > p_C > c \\ Q_M > Q_C > Q_{PC} \\ \pi_M > \pi_{agg} \end{cases}$$ (quantità in concorrenza perfetta)

Considerando il profitto di una generica impresa i, quello che devo valutare è la conseguenza di un aumento di un'unità di prodotto immessa nel mercato. Mettendo un'unità di prodotto in più nel mercato, si provoca un abbassamento di prezzo dell'avversario che vuole vendere di più. L'effetto di riduzione del prezzo, quindi, influenza anche gli altri. Provoco un'esternalità al mio avversario. Partendo dal segmento in rosso sono motivato a produrre sempre di più fino a che riesco ad arrivare all'equilibrio di NC.

Il fatto che le imprese siano due, o più, avvantaggia il consumatore. Si è più contenti e soddisfatti con più imprese nel mercato.

VARIANTI DEL MODELLO DI COURNOT

- Funzioni di produzione non lineari: $C_i(q_i) = c_i q_i^2$ → si hanno rendimenti marginali decrescenti e la funzione di reazione sarà lineare (?)
- Domanda iperbolica: p = $\frac{k}{q1+q2}$ → elasticità costante, in quella lineare l'elasticità varia.

MODELLO DUOPOLISTICO ASIMMETRICO

Consideriamo due imprese non simmetriche. Una quindi è più efficiente dell'altra e dunque i costi dell'impresa i saranno minori dei costi dell'impresa j. Non essendo un sistema simmetrico non è possibile adottare la semplificazione per cui le quantità ottime sono uguali.

Facendo riferimento alla Fig.1 il punto di equilibrio di NC non sarà più sulla bisettrice ma leggermente traslato.

All'equilibrio, per due generiche imprese "i" e "j" si avrà:

$p^C = \frac{\alpha + c_i + c_j}{3}$ $\quad q_i^c = \frac{\alpha - 2c_i + c_j}{3\beta}$ $\quad \pi^c = \frac{(\alpha - 2c_i + c_j)2}{9\beta}$

Il soggetto più efficiente sarà più efficiente nella produzione ed avrà maggiori profitti. All'equilibrio l'offerta tenderà verso il soggetto più efficiente.

Le imprese oligopolistiche, sanno che, per essere maggiormente profittevoli devono diminuire i loro costi e quindi essere più efficienti.

Paradosso di Bertrand

- Competizioni a breve termine
- Duopolio con costi lineari (e possibilmente simmetrici)
- Prodotto omogeneo (il punto di equilibrio deve essere unico)

In questo caso, la competizione tra le imprese si basa sul prezzo e non sulla quantità come avveniva nel caso di Cournot.

Considero l'impresa 1 e l'impresa 2. Esse stabiliscono simultaneamente i prezzi, p_1 e p_2.

La funzione di payoff, per una generica impresa i sarà : $\pi_i = p_i\, q_i\, (p_i, q_j) - cq_i\, (p_i, p_j)$

Si nota subito la differenza con il payoff delle imprese nel modello di Cournot ($\pi_i = q_i\, p(q_i, q_j) - cq_i$), ciò che manca è il pedice "i" nella variabile del prezzo. Una volta fissate le quantità, le imprese i e j fissano un prezzo che i consumatori sono in grado di pagare.

In Bertrand, devo determinare le quantità $q_i(\, p_i, p_j)$ per le due imprese considerate nell'esempio, che altro non sono che le curve di domanda delle imprese che ne determinano i profitti.

Dalla curva di domanda so che: $p = \alpha - \beta(q_1 + q_2)$ da cui ricavo la domanda aggregata Q = $\frac{\alpha - p}{\beta}$ cioè la quantità complessiva che i consumatori sono in grado di comprare al prezzo "p".

Per determinare la curva di domanda d'impresa devo conoscere alcune informazioni caratteristiche: il prodotto è omogeneo quindi il consumatore andrà a comprare il bene con il prezzo più basso.

Ritorniamo alla definizione del payoff. Abbiamo visto che nel caso di Bertrand, esso è definito come:

$\pi_i = p_i\, q_i\, \big(p_i, q_j\big) - cq_i\, (p_i, p_j)$. La variabile da conoscere è $q_i\, (p_i, p_j)$.

$$q_i(p_i, p_j) = \begin{cases} 0 \;\; se \quad p_i > p_j \\ \frac{\alpha - p_i}{2\beta} \;\; se\; p_i = p_j \qquad\qquad infatti\; q_i\big(p_i, p_j\big) = \frac{D_i(p_i, p_j)}{2} = \frac{Q}{2} = \frac{\propto - p}{\beta} \cdot \frac{1}{2} \\ \frac{\alpha - p_i}{\beta} \;\; se \quad p_i < p_j \qquad\qquad infatti\; q_i\big(p_i, p_j\big) = D_i\big(p_i, p_j\big) = Q = \frac{\alpha - p}{\beta} \end{cases}$$

Sostituendo questo valore nella definizione di payoff, ci troveremo di fronte ad una funzione non derivabile e non lineare.

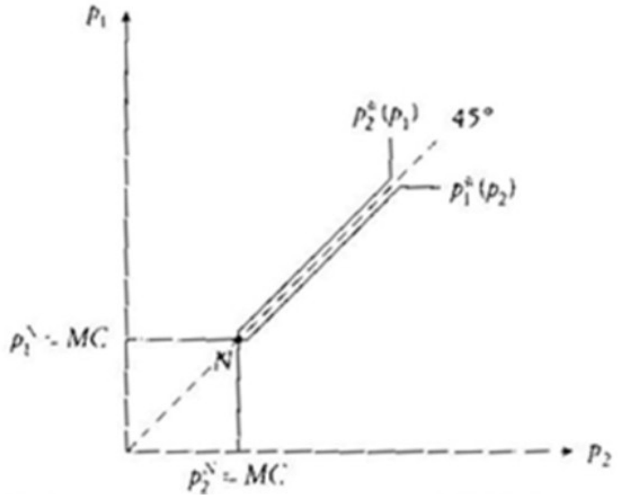
La funzione di domanda dell'impresa non è continua.

Se il mio avversario gioca $p_2 = c$ allora io giocherò $p_1 \geq c$ in modo da avere al più un profitto nullo (uguale a 0), ma non negativo.

Se $c < p_2 < \frac{\alpha+c}{2}$ il nostro monopolista vuole vendere, perché si fa profitto. Non sarà però, risposta ottima, stare sopra la bisettrice né star sotto il costo marginale c.

La risposta ottima è quindi fissare un prezzo che stia sotto la bisettrice e sia inferiore al prezzo del mio avversario (prodotti omogenei, vende di più chi ha il prezzo più basso). Mi devo collocare quindi in un area interna alla bisettrice e al costo marginale c.

Sotto il prezzo del monopolio, prevale l'effetto dato dal margine $(p_i - c)$, mentre al di sopra prevale l'effetto quantità. Il mio obiettivo è quindi tenere il prezzo più alto possibile, l'importante è che sia più basso del prezzo del mio avversario.



In questo grafico sono state rappresentate le funzioni di reazione per il giocatore 1 e per il giocatore 2.

Come spiegato in precedenza, quello che si fa è una sorta di gioco al ribasso. Se il mio avversario gioca 2,5 io giocherò 2,49 e così via fino a raggiungere l'equilibrio di Nash (punto N nel grafico).

Cournot e Bertrand sono equilibri di Nash caratterizzati da stabilità dinamica.

Ma dove sta il paradosso di Bertrand? Il paradosso sta nel fatto che le due imprese, interagendo tra loro, perdono potere di mercato e possono arrivare al punto di non fare più profitti. Per arrivare a questo punto, basta che nel mercato vi siano due imprese che concorrono tra loro secondo il modello di Bertrand, quindi sui prezzi, per perdere entrambe potere di mercato. Nella realtà questo non avviene, perché nonostante la concorrenza le imprese riescono comunque a mantenere una soglia minima di potere di mercato.

Se una impresa è più efficiente dell'altra riuscirebbe a sbattere fuori gli avversari con facilità in quanto sarebbe sempre in grado di fissare prezzi più bassi degli altri.

Come uscire dal paradosso di Bertrand?

CASO A

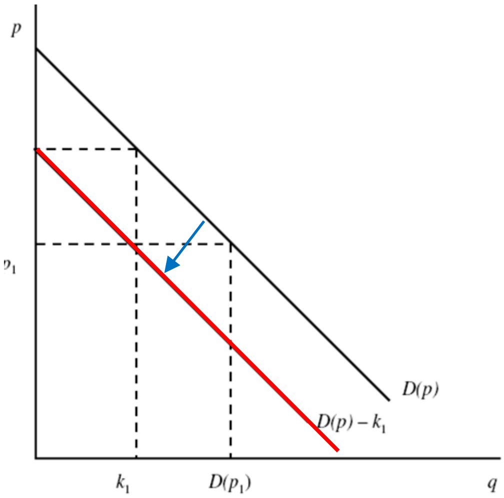


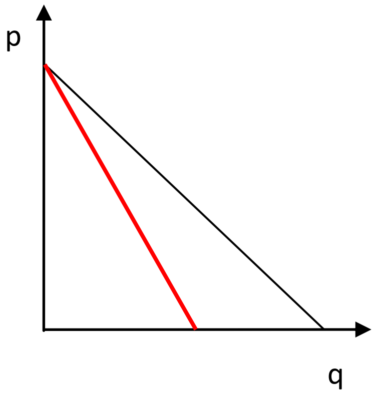
Figure 8.17 Efficient Rationing

La curva di domanda si sposta verso il basso (freccia blu) quindi verso il punto k_i che indica la sua capacità produttiva.

La curva di domanda in rosso è la curva di domanda residuale.

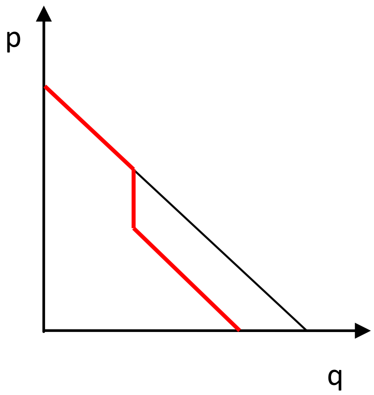
In questo caso l'impresa A può comportarsi da monopolista nella fissazione dei prezzi

CASO B



Metà dei clienti con alta preferenza vengono soddisfatti dall'impresa B e gli altri da A. la curva che rappresenta la domanda residua ruota.

CASO C



Caso in cui i clienti soddisfatti all'inizio sono effettivamente quelli disposti a pagare un prezzo minore.

Consideriamo il primo caso (CASO A) della regola di razionamento.

Quanto vale q_i (p_i,p_j) quando k_i e k_j sono i vincoli di produzione?

ESEMPIO: Se $D(p) = 100 - p$ e $k_1 = 20$ e $k_2 = 35$

$p^* = 100 - 55 = 45.$

Per essere in condizioni di equilibrio dobbiamo avere che se l'impresa 1 fissa il prezzo p_1^* non ha interesse a cambiarlo per raggiungere il valore del prezzo fissato dall'impresa 2 p_2^*, e viceversa. Supponiamo quindi che a p_1^* l'impresa 2 dia come risposta ottima p_2^* e verifichiamo il tutto.

Da notare il fatto che si ha simmetria solo perché abbiamo supposto che i costi di produzione sono nulli o comunque uguali.

Le funzioni di profitto saranno: $\begin{cases} \pi_i(p_i, 45) \\ \pi_j\ (45, p_j) \end{cases}$

Devo dimostrare che se $p_2^* = 45$ allora il massimo della funzione si avrà per $p_1^* = 45$.

Supponiamo per assurdo che vi sia un prezzo inferiore a p^*, cosa che permette l'aumento dei profitti. Questo però è falso! perché se 1 abbassa i prezzi allora tutti i consumatori vorranno comprare da questa, ma 1 è comunque vincolata dalla sua capacità produttiva quindi riuscirà a soddisfare la stessa domanda di prima. A questo vincolo della mia capacità produttiva e quindi di soddisfazione della domanda, consegue che, abbassando i prezzi abbasso i profitti. Quindi non ci sarà guerra di prezzo.

Se aumento il prezzo, tutti i consumatori vorrebbero andare dal mio avversario, anch'esso limitato dal vincolo di capacità, il quale, quindi, non riesce a soddisfare più clienti di quelli che ha già. Quindi io mi prendo tutta la domanda residua: la mia domanda d'impresa si abbassa. La variazione del mio profitto dipenderà dall'elasticità prezzo-quantità. Ad un prezzo più alto, vendo meno unità.

In generale possiamo dire che data la domanda $D_i(p_i) = a - p_i - k_j$, ossia data la domanda alla quale tolgo la capacità dell'avversario (k_j) che verrà sicuramente saturata poiché vende ad un prezzo più basso, il profitto dell'impresa con il prezzo più alto sarà:

$$\begin{cases} \pi_i = (a - p_i - k_j)p_i & \text{se } a - p_i > k_j \\ \quad 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Se l'impresa i aumenta il prezzo rispetto a p^* allora è in grado di aumentare il profitto. Aumentare il prezzo pesa di più sull'aumento dei profitti rispetto alla riduzione delle quantità in relazione al valore dell'elasticità.