



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1918A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Pinto Cora

MATERIA: Geotecnica - Prof. Lancellotta

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

IL MODELLO DI CONTINUI SOVRAPPOSTI E IL PRINCIPIO DEGLI SFORZI EFFICACI

Terreni mezzi particellari ma ciò nonostante li si assimila ad un mezzo continuo.

Esempio più ricorrente: mezzo poroso saturo d'acqua. Comportamento equivalente a quello di un mezzo continuo in cui si distinguono due fasi:

- (a) fase solida
- (b) fase liquida

I due occupano la stessa regione spaziale e in ogni punto si può definire un tensore degli sforzi e la pressione interstiziale. Però le due fasi presentano un comportamento diverso:

- (a) sopportati sforzi di taglio e conferita resistenza e rigidità al mezzo
- (b) non sopportati sforzi di taglio, compressibilità inferiore a quella solida, possibilità di movimento attraverso i pori interstiziali

→ necessario conoscere un principio fondamentale: la risposta meccanica dei terreni dipende dalle tensioni efficaci

TERZAGHI

“Lo stato di tensione in un punto può essere definito tramite la conoscenza delle 3 TENSIONI PRINCIPALI TOTALI $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$. Se lo spazio intergranulare è riempito di acqua con pressione u , le tensioni totali si possono scomporre in due.

1. Una delle componenti è la *pressione neutra* u che agisce sull'acqua e sui grani in ogni direzione e con uguale intensità.

Le differenze:

$$\begin{aligned}\sigma'_I &= \sigma_I - u \\ \sigma'_{II} &= \sigma_{II} - u \\ \sigma'_{III} &= \sigma_{III} - u\end{aligned}$$

rappresentano le tensioni in eccesso rispetto alla pressione neutra che si hanno nella fase solida. Si tratta di frazioni della tensione totale e sono dette TENSIONI EFFICACI.

“Tutti gli effetti misurabili prodotti da un cambio dello stato di sforzo, quali una compressione, una distorsione e una variazione della resistenza di taglio, sono dovuti ESCLUSIVAMENTE a un CAMBIO DELLE TENSIONI EFFICACI. Di conseguenza ogni indagine di stabilità di un mezzo saturo richiede la conoscenza sia delle tensioni totali sia delle pressioni neutre”

Dal brano si ricava:

- Definizione di TENSIONE EFFICACE, che si può riscrivere come:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u\delta_{ij} \rightarrow \text{PRINCIPIO DELLE TENSIONI EFFICACI}$$

σ'_{ij} sono invece le TENSIONI EFFICACI

σ_{ij} rappresenta le TENSIONI TOTALI cioè quelle che soddisfano le CONDIZIONI DI EQUILIBRIO e sono ripartite tra la fase solida e quella liquida.

u è la PRESSIONE INTERSTIZIALE (scalare)

NB: Sforzi di taglio trascurati con la fase liquida quindi affidati a quella solida (il delta di Kronecker difatti assume valore = 0 quando gli indici sono diversi). Le componenti normali invece sono ripartite nella pressione dell'acqua e nella aliquota rimanente riferita alla fase solida (tensione efficace)

Utilizzando come condizione al contorno quella di frontiera libera, integrando si ottiene il valore della tensione verticale a una generica profondità:

$$\sigma_{v0} = \gamma z$$

Ulteriori ipotesi:

- (iii) livello di falda coincide con il PC
- (iv) regime idrostatico

$$u_0 = \gamma_w z$$

Valore della tensione geostatica verticale efficace:

$$\sigma'_{v0} = \sigma_{v0} - u_0$$

Tensione geostatica orizzontale

Per la tensione orizzontale totale invece, l'integrazione dell'equazione indefinita di equilibrio non fornisce informazioni:

$$\frac{\partial \sigma_{h0}}{\partial x} = 0$$

Si può solo dire che la tensione totale orizzontale ha una struttura INDIPENDENTE da x:

$$\sigma_{h0} = F(z) + u_0$$

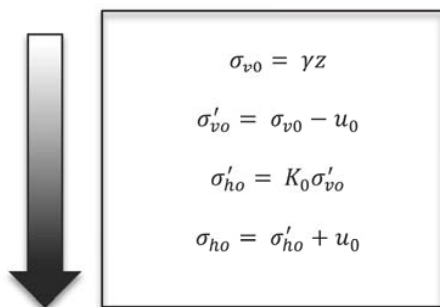
F(z) rimane arbitraria e non deve essere per forza continua, può essere discontinua in presenza di stratificazioni. Allora la tensione orizzontale efficace ha la seguente forma:

$$\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0}$$

K₀ = COEFFICIENTE DI SPINTA A RIPOSO, può dipendere da z poiché dipende dalla storia del deposito.

K₀	Materiale
0,45 - 0,55	Sabbie e ghiaie
0,55 - 0,70	Limi e argille tenere

Procedimento in generale



→ la pressione dell'acqua in un tubo capillare è NEGATIVA

Nei terreni, data la presenza di vuoti → si immaginano INFINITI TUBICINI ideali di diverso diametro. Però non è possibile fissare un'unica h_c poiché il fenomeno dipende dai movimenti della falda.

Conseguenze:

- terreni a grana grossa sopra la superficie freatica → non saturi, contenuto d'acqua trascurabile
- terreni a grana fine sopra la superficie freatica → satura per molti metri con pressione dell'acqua negativa. Questa pressione negativa aumenta le tensioni efficaci (per questo si costruiscono i castelli di sabbia).

Tipo di terreno	h_c (m)
Ghiaie	0,05 ÷ 0,30
Sabbia grossa	0,03 ÷ 0,80
Sabbia media	0,12 ÷ 2,40
Sabbia fine	0,30 ÷ 3,50
Limo	1,50 ÷ 12,00

LEGGE DI DARCY

Moto dell'acqua in un mezzo poroso

Il moto dell'acqua avviene da un punto al quale si assegna una quantità di energia a un altro caratterizzato da un valore di energia INFERIORE.

Energia cinetica → associata alla velocità del fluido

Energia potenziale → dipende dalla posizione rispetto a un piano di riferimento e dalla pressione del fluido

Considerano un elemento di peso unitario le componenti di ENERGIA si possono esprimere in termini di **ALTEZZE:**

- **ALTEZZA GEOMETRICA** z = quota del punto rispetto ad un piano di riferimento arbitrario
- **ALTEZZA PIEZOMETRICA** (altezza di pressione) $\frac{u}{\gamma_w}$ = rappresenta l'altezza di risalita dell'acqua in un tubo piezometrico al disopra del punto di applicazione, che si trova a pressione u
- **ALTEZZA GENERATRICE DI VELOCITA'** $\frac{v_w^2}{2g}$ è associata all'energia cinetica

L'ENERGIA SPECIFICA TOTALE è data dal **CARICO TOTALE** (o altezza totale)

$$H = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v_w^2}{2g}$$

NB: se un fluido è perfetto e incompressibile → $H = \text{cost}$ lungo la stessa linea di corrente e si ha che:

$$z_a + \frac{u_a}{\gamma_w} + \frac{v_{wa}^2}{2g} = z_b + \frac{u_b}{\gamma_w} + \frac{v_{wb}^2}{2g}$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI

NB2: per un fluido perfetto incompressibile soggetto alle forze di gravità se il moto è STAZIONARIO e IRROTAZIONALE allora il trinomio appena scritto è costante in ogni punto (piano dei carichi totali unico per tutte le linee di corrente)

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO IN PRESENZA DI FORZE DI FILTRAZIONE

Si sa che l'acqua si muove nei pori sotto l'effetto di un gradiente idraulico. Ci si chiede:

- (a) quale sia l'influenza di tale moto sul regime delle pressioni interstiziali
- (b) quali sono le conseguenze sulle condizioni di equilibrio della fase solida

Bisogna richiamare le

EQUAZIONI INDEFINITE DI EQUILIBRIO di un elemento di mezzo poroso saturo

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \gamma = 0$$

NB: Ricorda le hp (i) e (ii) a pag 2.
Si può utilizzare la notazione indiciale:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{ij}} - b_i = 0$$

$b_i = \text{forze di volume}$

Se si ha filtrazione → pressione dell'acqua:

$$u = \gamma_w (h - \xi)$$

$\xi = \text{quota geometrica}$

e richiamando il principio delle tensioni efficaci: $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u\delta_{ij} \rightarrow$ Le tensioni totali sono pari a:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \gamma_w (h - \xi)\delta_{ij}$$

Si possono riscrivere le equazioni

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} - \gamma' = 0$$

Da questa scrittura si capisce come: lo scheletro solido sia in equilibrio sotto l'azione delle:

- tensioni efficaci
- forze derivanti dal campo gravitazionale
- effetto forze di filtrazione

CONDIZIONI IDRAULICHE DURANTE UN PERCORSO DI SOLLECITAZIONE E CONFIGURAZIONI ESTREME CONDIZIONI DRENATE E CONDIZIONI NON DRENATE

In base al principio delle tensioni efficaci, le TENSIONI TOTALI applicate ad un elemento di volume NON sono sufficienti a caratterizzarne la risposta meccanica
→ bisogna determinare anche la PRESSIONE INTERSTIZIALE←

Questo poichè data la natura multifase dei terreni, i problemi della meccanica delle terre si presentano come PROBLEMI ACCOPPIATI: necessaria la contemporanea descrizione del:

- campo di moto dell'acqua interstiziale
- campo deformativo della fase solida

L'equazione di campo vede la somma delle usuali equazioni di campo viste:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{ij}} - b_i = 0$$

$$\varepsilon_{hk} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_h}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_h} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial t} = D_{ijhk} \frac{\partial \varepsilon_{hk}}{\partial t}$$

Assumendo che:

- il mezzo poroso sia saturo
- si possa trascurare la compressibilità dell'acqua e delle particelle

→ L'EQUAZIONE DI CONTINUITA' stabilisce che la variazione di volume dell'elemento deve uguagliare la quantità di acqua espulsa

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{v}$$

Richiamo la legge di Darcy:

$$\mathbf{v} = -\frac{K}{\gamma_w} \nabla h$$

e si esprime la quota piezometrica come:

$$h = z + \frac{u_{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$$

u_{st} = valore stazionario iniziale (varia linearmente con la profondità)

u = sovrappressione interstiziale

Allora l'equazione di continuità: $\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{v}$ si può riscrivere come:

$$\frac{K}{\gamma_w} \nabla^2 u + \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = 0$$

NB: u = pressione interstiziale, u_i = componente di spostamento

Osservazioni:

- Dopo la fase non drenata si ha un lento processo di dissipazione delle sovrappressioni interstiziali fino a raggiungere una condizione stazionaria finale, in cui le pressioni interstiziali dipendono di nuovo solo dalle condizioni al contorno. Il fenomeno di transizione è detto CONSOLIDAZIONE
- I percorsi di sollecitazione drenati e non si riconducono alle trasformazioni termodinamiche. Analogia:

Pressione interstiziale → Temperatura
Flusso dell'acqua → calore trasmesso

- Percorso drenato = trasformazione isoterma
- Percorso non drenato = trasformazione adiabatica

PERCORSI DI SOLLECITAZIONE

→ Com'è possibile rappresentare l'evoluzione dello stato di sforzo? ←

Si giunge ad una risposta operando una scelta opportuna delle VARIABILI TENSIONALI facendo riferimento al metodo dello STRESS PATH (path = traiettoria)

Essendo che le variazioni di volume rappresentano una delle peculiarità più importanti del comportamento dei mezzi granulari → si suddivide la deformazione in due componenti:

- componente volumica
- distorsione

NB: bisogna precisare l'entità del lavoro compiuto durante un processo deformativo e quindi verificare che le variabili di sforzo e di deformazione siano coniugate.

NB2: solo la componente isotropa è influenzata dalla pressione interstiziale mentre quella deviatorica dello sforzo efficace coincide con quella dello sforzo totale.

CONDIZIONI ASSIALSIMMETRICHE

Attrezzature di laboratorio → condizioni di prova assialsimmetriche. Si introducono quindi come variabili tensionali le quantità INVARIANTI corrispondenti:

- alla tensione media

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$$

- e allo sforzo deviatorico

$$q = \sigma_1 - \sigma_3$$

Scelta la variabile deviatorica dello stato di sforzo, quella che esprime la deformazione deviatorica (ε_s) è definita tale che il lavoro:

$$W = \sigma'_1 \delta \varepsilon_1 + \sigma'_2 \delta \varepsilon_2 + \sigma'_3 \delta \varepsilon_3$$

sia equivalente a quella espressa in termini di variabili (p', q):

$$W = p' \delta \varepsilon_v + q \delta \varepsilon_s$$

si dimostra che le variabili di deformazione, correlative agli sforzi:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$\varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

STORIA TENSIONALE E COMPRESSIBILITÀ

STORIA TENSIONALE

eredità acquisita nel corso del tempo dal terreno in seguito ad una successione di eventi messa in luce dal comportamento nella sede naturale



Risulta necessario individuare una serie di variabili di stato e di parametri che, consentendo una quantificazione della storia, siano utilizzabili in **MODELLI di tipo PREDETTIVO**

Precisazioni lessicali

STRUTTURA di un elemento di terreno = effetto combinato della tessitura (mutua disposizione e morfologia delle particelle) e dei legami tra le particelle stesse.

Definizione valida a livello

- microstrutturale, fornita di Mitchell. Si suggerisce di utilizzare il termine **fabric** per indicare solo l'aggregato di particelle.

Vi possono essere aspetti osservabili a scala

- macroelementare (campione) come l'omogeneità e non omogeneità, presenza di discontinuità non visibili
- megaelemento, riferito alla scala dell'opera. Si vedono le peculiarità strutturali, responsabili di un comportamento diverso da quello misurato alla scala dell'elemento

CAMPIONE di terreno = porzione di materiale (terreno o roccia) prelevata dall'ammasso naturale con la finalità di ottenere attraverso delle prove informazioni e dati atti a caratterizzare l'ammasso.

CAMPIONAMENTO = procedura utilizzata per ottenere i campioni

CAMPIONAMENTO IDEALE = procedura di prelievo che altera SOLO lo stato tensionale del campione. Procedura astratta poiché esistono diverse cause di disturbo minimizzabili ma non eliminabili.

CAMPIONE INDISTURBATO = campione che conserva la struttura, il contenuto d'acqua e la composizione chimica del terreno in sito, rappresentativo ai fini della determinazione dei parametri di resistenza al taglio, compressibilità, deformabilità e permeabilità.

CAMPIONE RAPPRESENTATIVO = campione rappresentativo di una o più delle caratteristiche citate

CAMPIONE RIMANEGGIATO = campione che consente solo il riconoscimento dei materiali.

ARGILLA RICOSTITUITA = argilla rimescolata in acqua fino ad ottenere un contenuto d'acqua superiore al limite di liquidità, e consolidata successivamente in laboratorio (sotto l'azione di carichi) in modo da raggiungere un certo assetto strutturale. Le proprietà di queste sono dette INTRINSECHE dato che l'assetto ottenuto è diverso da quello in sito.

COMPRESSIONE = variazione dell'indice dei vuoti associata a una variazione delle tensioni efficaci, senza porre riferimenti al tempo.

CONSOLIDAZIONE = fenomeno transitorio che descrive l'evoluzione nel tempo delle sovrappressioni interstiziali e delle deformazioni del mezzo poroso.

Ricorda: tensioni geostatiche orizzontali (pag. 3), l'integrazione dell'equazione indefinita di equilibrio non è sufficiente per determinare il valore della σ_{ho} ma si può solo dire come questa sia funzione di una funzione di z , la quale non necessita di essere continua.

Bensì quando si hanno discontinuità di $F(z)$ si è in presenza di stratificazioni e a questa si assegna **TENSIONE ORIZZONTALE EFFICACE** questa forma:

$$\sigma'_{ho} = K_0 \sigma'_{vo}$$

K_0 = coefficiente di spinta a riposo, il quale dipende dalla storia del deposito.
Nel caso di un terreno NC, K_0 può essere valutato tramite l'espressione di Jaky:

$$K_0(NC) = \left(1 + \frac{2\text{sen}\varphi'}{3}\right) \frac{1 - \text{sen}\varphi'}{1 + \text{sen}\varphi'}$$

$$K_0(NC) \approx 1 - \text{sen}\varphi'$$

φ' = angolo di resistenza al taglio

Durante la fase di SCARICO, le tensioni orizzontali efficaci invece si riducono in maniera meno marcata rispetto a quanto avviene per quelle verticali quindi il loro rapporto mutua di continuo.

Valutazione empirica tramite l'espressione di Schmidt e Alpan, i quali definiscono il

COEFFICIENTE DI SPINTA A RIPOSO
che compete al materiale sovraconsolidato

$$K_0(OC) = K_0(NC)OCR^\alpha$$

$$\alpha = 0,42 \text{ (argilla bassa plasticità)}$$

$$\alpha = 0,32 \text{ (argille elevata plasticità)}$$

NB: nella fase di scarico il coefficiente $K_0(OC)$ non può crescere all'infinito, ma esiste un limite superiore definito dalle condizioni di rottura per resistenza passiva.

SOVRACONSOLIDAZIONE PRODOTTO DA OSCILLAZIONI DI FALDA

Se delle argille tenere risultano leggermente sovraconsolidate, anche in assenza di evidenze di scarico tensionale dovuto a erosione, allora bisogna pensare ai FENOMENI DI OSCILLAZIONE di FALDA e di DEFORMAZIONI DIFFERITE nel tempo (CREEP).

Esempio: fenomeno di oscillazione di falda.

Durante la deposizione in acqua, un elemento di terreno si consolida seguendo il tratto "a" della curva di compressione.

Segue un abbassamento della falda fino a z_1 dal PC con ulteriore compressione dell'elemento di terreno lungo il tratto "b", la tensione verticale efficace raggiunge il valore di σ'_p .

Si supponga infine che il livello di falda si innalzi nuovamente fino al PC con scarico dell'elemento lungo "c".

Massimo valore della tensione verticale efficace (\equiv tensione di sovraconsolidazione) per ogni profondità

- $z > z_1$

$$\sigma'_p = \gamma z - \gamma_w(z - z_1)$$

- $z < z_1$

$$\sigma'_{v0} = \gamma z - \gamma_w z$$

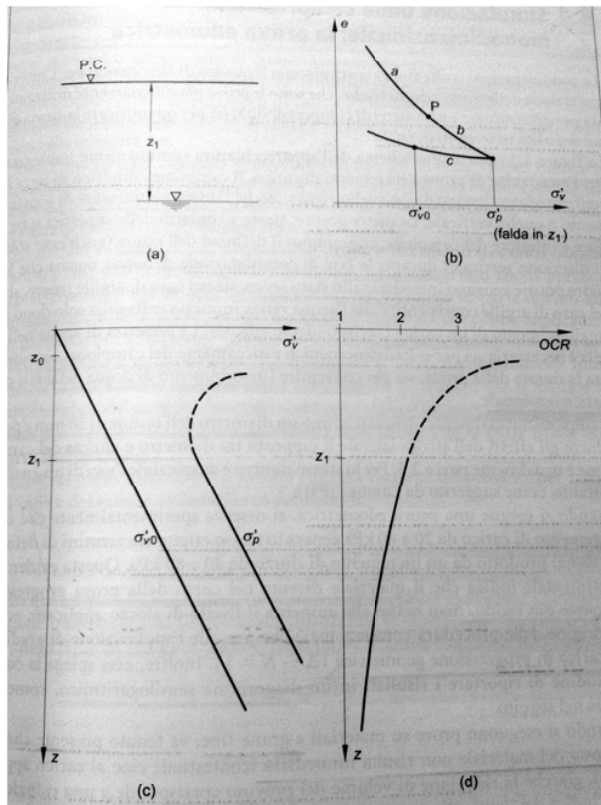
OCR alla generica profondità z :

$$OCR = \frac{\gamma'z + \gamma_w z_1}{\gamma'z} = 1 + \frac{\gamma_w z_1}{\gamma_w z}$$

Se:

- $z = z_1 \rightarrow OCR = 2$

- $z \rightarrow \infty \rightarrow OCR = 1$



NB: per profondità $z < z_1$ gli effetti prodotti dall'oscillazione della falda si sovrappongono a quelli dovuti ai fenomeni di essiccamento. Quindi l'OCR è maggiore del valore prevedibile (linea tratteggiata 4.2.d).

In più a questa profondità la differenza

$$\sigma'_p - \sigma'_{v0} = \gamma_w z_1$$

rimane costante con la profondità (4.2.c).

Durante le prove si fa riferimento all'altezza del provino. Per risalire all'indice dei vuoti quindi si fa riferimento a questa definizione:

$$e = \frac{V}{V_s} - 1 = \frac{H}{H_s} - 1$$

V_s, H_s sono quantità invarianti

$V_s = A H_s$ se A è l'area della sezione trasversale

Si determinano tramite la densità dei solidi ρ_s e il peso W_s della frazione solida al termine della prova (essiccamento al forno):

$$V_s = \frac{W_s}{\rho_s g}$$

e diagrammato in funzione della tensione verticale efficace applicata in un piano semilogaritmico ($e, \log \sigma'_{vo}$)

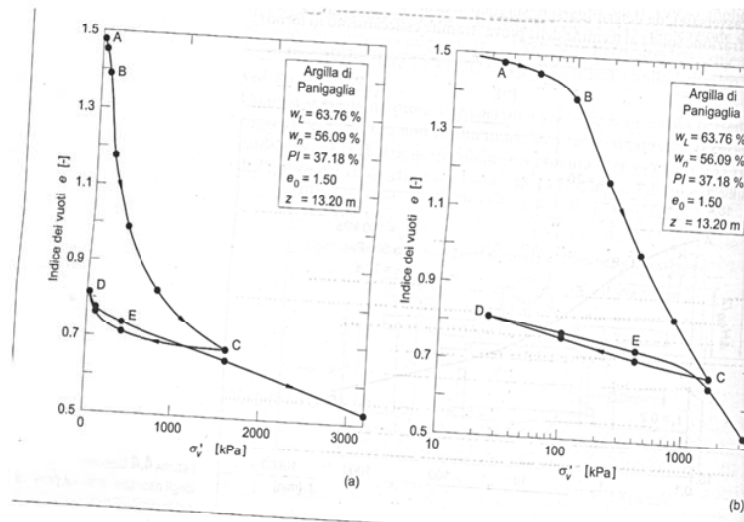
Possibile utilizzare anche la deformazione assiale come variabile, ricordandosi che:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta H}{H_0}$$

$$\frac{\Delta H}{H_0} = - \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

Ultimata la prova si pone il problema della sua interpretazione. Si effettua una lettura in termini di TEORIA DELLA PLASTICITA'

- AB = definito RAMO DI RICOMPRESSIONE. Comportamento non lineare ma reversibile. Compressibilità modesta su questo tratto ma una volta superato B aumenta significativamente.
- BC = RAMO DI COMPRESSIONE, aumento della compressibilità e comportamento irreversibile.
- CD = RAMO DI SCARICO, solo l'ordinata corrispondente alla distanza DC rappresenta deformazioni reversibili mentre quella AD rappresenta le irreversibili.



B = punto di transizione dal dominio elastico a quello elasto - plastico → individua la TENSIONE DI SNERVAMENTO (σ'_p).

In virtù delle deformazioni irreversibili il campione acquisisce una memoria della storia tensionale. Se viene ricaricato da D a C il suo comportamento è di nuovo elastico fino a che non raggiunge la tensione σ'_{vc} (cioè il nuovo valore della tensione di snervamento raggiunto).

NB: l'evoluzione della tensione di snervamento/di sovraconsolidazione accompagnata dalla storia delle deformazioni plastiche è un esempio di INCRUDIMENTO ISOTROPO

ESEMPIO 1 – TORRE DI PISA

Sezione stratigrafica

COMPLESSO A	<u>Sabbie e limi superficiali</u>	Sedimenti di estuario. Presentano grande variabilità, anche a distanze modeste, caratterizzati da una struttura laminata e strati inclinati.	Sabbie fini più o meno limose di colore giallognolo. Presenza di frustoli e qualche residuo foliaceo
			Limo sabbioso di colore giallognolo
			Sabbia media uniforme con intercalazioni di limo argilloso. Colore grigio. Orizzonti di sostanze organiche.
COMPLESSO B	<u>Argille superiori</u>	Argille marine, depositate in fase di rapido eustatismo (abbassamento e innalzamento del livello del mare) Strato molto più uniforme del complesso A ma vi sono comunque tracce riconducibili a una ambiente estuario	Argilla limosa, con qualche orizzonte di limo. Colore grigio o grigio bluastrò. Frequenti fossili, talora frantumati ed in straterelli. Tracce di sostanza organica diffusa.
	<u>Argille intermedie</u>		Limo argilloso di colore grigio scuro con abbondante sostanza organica diffusa. Limo argilloso e sabbioso grigio- azzurro con frequenti chiazze giallastre. Numerosi elementi lapidei calcareo-marnosi di forma irregolare
	<u>Sabbie intermedie</u>	Sabbie	Sabbia media fine, talora limosa. Colore grigio con rare chiazze giallastre.
	<u>Argille inferiori</u>	Argille marine, depositate in fase di rapido eustatismo	Argilla variamente limosa o limo argilloso. Colore grigio azzurro con chiazze più chiare, fino a giallastre. Rari fossili. Frequenti orizzonti di sabbia fra 32 e 33,5 m. Sostanza organica e noduli calcarei fra 33,5 e 37,5 m.
COMPLESSO C	<u>Sabbie inferiori</u>	Sabbie marine depositate durante la trasgressione Flandriana	Sabbie media uniforme, talvolta limosa. Colore grigio.

Per avere il quadro completo, bisogna illustrare le condizioni di falda.

NB: si ricordi che deviazioni da una distribuzione IDROSTATICA delle pressioni neutre sono possibili se si hanno acquiferi con livelli piezometrici diversi.

In questo caso, i livelli piezometrici del:

- acquifero freatico superiore: +1,80 m s.l.m.
- acquifero inferiore: -1,50 m s.l.m. (condizionato dall'attività di emungimento dei pozzi installati nel Complesso C, la quale ha prodotto la subsidenza dell'area).

Dai dati delle prove edometriche realizzate sui campioni, si ottengono dei profili complicati che non possono essere attribuiti ad un solo meccanismo. La sovraconsolidazione probabilmente è riconducibile all'effetto combinato di creep, oscillazione di falda e fenomeni di erosione.

In più, visti i valori dell'OCR nel Complesso A e nelle argille intermedie, questi si attribuiscono a fenomeni di essiccamento, avvenuti durante le fasi di temporanea emersione.

Condizioni di falda

Dal 1980 il Comune di Modena ha avviato una fase di studio della subsidenza → realizzazione di una rete di livellazione geodetica + indagini geotecniche.

Risultato: il livello piezometrico profondo, che in origine superava il PC, si è abbassato nel tempo a causa dei forti prelievi d'acqua, stabilizzandosi nel 1970 (a c.a. 10 m di profondità) e determinando l'incremento di subsidenza che ha raggiunto 80-90 cm.

In seguito a provvedimenti presi dal comune, il livello piezometrico dell'acquifero profondo ha riacquisito la quota originaria, di poco superiore al PC (0,5 m) mentre l'acquifero freatico superficiale si colloca alla profondità di 1,2 m.

Risultati prova edometrica

Dai risultati si nota subito la presenza nell'ambito del primo orizzonte argilloso di livelli caratterizzati da diversi gradi di sovraconsolidazione. Quest'alternanza di strati normalconsolidati e sovraconsolidati si spiega con fasi di temporanea emersione (quindi essiccamento) seguite da copertura di nuovi sedimenti.

- Composizione mineralogica + ambiente di deposizione → determina il campo di variazione delle proprietà dei terreni
- La struttura acquisita (anche in seguito a eventi post-deposizionali) → determina il valore dei parametri

Ci si aspetta che la compressibilità di un'argilla ricostituita sia correlabile al limite liquido, nel caso di un'argilla naturale invece la configurazione è riflessa dall'indice dei vuoti

La maggior parte delle argilla naturali (bassa sensitività) ha valori dell'indice di compressione inferiori a 1,0
Quelle sensitive svedesi e canadesi arrivano fino a 3 se non 7 (struttura metastabile)
Le argille organiche presentano valori compresi tra 2 e 12

Nel caso di argille consistenti, l'intervallo tensione nelle argille consistenti non supera la tensione di sovraconsolidazione → interessa conoscere C_r

NB: secondo Leonards necessario fare un ciclo di scarico - ricarica partendo dalla tensione geostatica σ'_{v0} e di ampiezza pari all'incremento che caratterizza il problema. Ciò si spiega osservando che **la pendenza del tratto di ricompressione** dipende sia:

- dalla posizione del punto di partenza
- dall'ampiezza del ciclo

(valori caratteristici dell'indice di ricompressione compresi tra 0,015 e 0,035)

Nel caso dei terreni sabbiosi (per $\sigma'_v \leq 500$ kPa) si hanno valori del modulo edometrico compresi tra 15 e 50 kPa per quelle sciolte mentre tra 40 e 150 kPa per quelle addensate.

Osservando che nelle ipotesi incomprimibilità delle particelle si ha:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = - \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

il cedimento subito dallo strato, per ARGILLE POCO O MEDIAMENTE SOVRACONSOLIDATE, ($\sigma'_{v0} < \sigma'_p < \sigma'_{vf}$) si ottiene:

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left(C_r \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \right)$$

nel caso di Pisa si ha:

$$\Delta H = \frac{1,00}{2,41} \left(0,066 \log \frac{200}{153} + 0,73 \log \frac{380}{200} \right) = 0,088 \text{ m}$$

Caso di un'ARGILLA NORMALCONSOLIDATA ($\sigma'_{v0} = \sigma'_p < \sigma'_{vf}$), quindi con un percorso di carico riguardante interamente il ramo di compressione,

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left(C_c \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \right)$$

ARGILLA MOLTO SOVRACONSOLIDATA ($\sigma'_{v0} < \sigma'_{vf} < \sigma'_p$) il percorso di carico interessa solo il ramo di ricomprensione

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left(C_c \log \frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{v0}} \right)$$

In alternativa l'accorciamento di ciascun strato si calcola

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta \sigma'_z}{E_{ed}}$$

NB: risulta importantissimo prevedere il decorso di un cedimento nel tempo, in particolare per i terreni a grana fine. Un terreno a grana grossa presenta un'elevata conducibilità idraulica → il cedimento avviene contestualmente all'applicazione del carico. Invece con un terreno a grana fine possono essere necessari anni.

La formula assume che la variazione dell'indice dei vuoti per il ciclo logaritmico di tempo sia costante per un assegnato livello tensionale.

RICORDA:

- importante l'influenza della storia tensionale sui valori del coefficiente di compressione
- le condizioni di deformazione possono essere diverse nella realtà dai casi monodimensionali studiati
- la velocità delle deformazioni viscosi dipende dal livello di sforzo applicato

Relazione tra C_c e C_α

Grazie agli esperimenti di Mesri e Choi si è giunti alla conclusione che gli indici di compressione primaria e secondaria non coincidono e dipendono dal livello tensionale ma il loro rapporto rimane costante

Tipo di argilla	C_α / C_c
Argille tenere organiche	0,05 \mp 0,01
Argille tenere inorganiche	0,04 \mp 0,01
Sabbie	0,015 \mp 0,03

Volendo analizzare appunto il creep, si consideri la variazione dell'indice dei vuoti dovuta a questo e si ipotizzi sia rappresentata dal passaggio da A \rightarrow C e che invece B rappresenti la tensione di sovraconsolidazione dopo il fenomeno.

C_c e C_s rappresentano la pendenza del tratto di compressione e del tratto di scarico nel piano semilogaritmico.

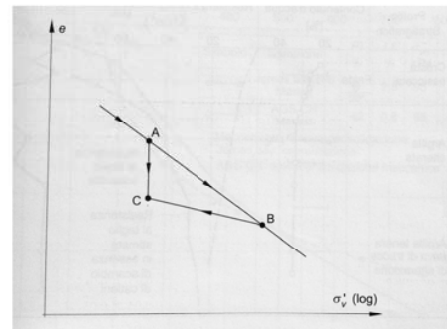
Si scrive:

$$e_A - e_C = (e_A - e_B) - (e_C - e_B)$$

ossia:

$$C_\alpha \log \frac{t_C}{t_A} = C_c \log \frac{\sigma'_{vB}}{\sigma'_{vA}} - C_s \log \frac{\sigma'_{vB}}{\sigma'_{vC}}$$

$$OCR = \frac{\sigma'_{vB}}{\sigma'_{vA}} = \left(\frac{t_C}{t_A} \right)^{\frac{C_\alpha}{C_c - C_s}}$$



Essendo che l'età di molti depositi è di 4 000 - 10 000 anni $\rightarrow C_s/C_c$ varia da 0,1 a 0,2 $\rightarrow C_\alpha/C_c +$ da 0,04 e quindi si ha un OCR = 1,6 massimo

IMPORTANZA DELLA QUALITÀ DEL CAMPIONE E DELLE MODALITÀ ESECUTIVE

Il valore sperimentale della tensione può essere influenzato da diverse cose tra cui il disturbo (prelievo + preparazione in laboratorio del campione) e la procedura di prova.

La qualità del campione è il requisito più importante in assoluto per un calcolo affidabile della σ'_p . Il rimaneggiamento tende a modificare in parte o totalmente la struttura \rightarrow modificate le info contenute \rightarrow il passaggio dal ramo di ricompressione a quello di compressione risulta meno pronunciato. In pratica le usuali tecniche di prelievo portano ad un minimo effetto di disturbo. SEMPRE. Ne consegue che σ'_p è sottostimata.

NB: l'obliquità si rappresenta con un angolo. Si attribuisce alla costante di proporzionalità μ la forma:

$$\mu = tg \varphi'$$

φ' = ANGOLO DI RESISTENZA AL TAGLIO

Si riscrive dunque il criterio di rottura nel seguente modo:

$$|\tau| = \sigma' tg \varphi'$$

Attrezzatura più diffusa per studiare il comportamento meccanico delle terre è
L'APPARECCHIO TRIASSIALE

Permette di realizzare prove di compressione (o di tensione) su provini cilindrici soggetti a una

- tensione assiale σ_z
- tensione radiale σ_r

NB: le tensioni applicate al contorno sono TENSIONI PRINCIPALI per cui è nostro interesse descrivere il criterio di rottura in termini di tensioni principali

Dalla figura si osserva che:

Ascissa cerchio:

$$s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}$$

Raggio:

$$R = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}$$

Dalla relazione: $R = s' \operatorname{sen} \varphi'$

Si ricava:

CRITERIO DI ROTTURA

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi'}{1 - \operatorname{sen} \varphi'}$$

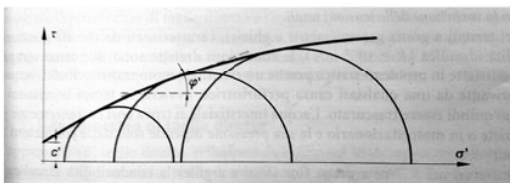
Nel caso delle prove triassiali, data l'ipotesi di
STATO DI SFORZO UNIFORME

Si ha che:

$$\sigma_\theta = \sigma_r$$

per cui si ha un solo cerchio di Mohr per rappresentare le tensioni

Il criterio di rottura NON dipende dalla tensione principale intermedia. Solo il cerchio di maggiori dimensioni individua la condizione di rottura.



La validità del criterio di rottura $|\tau| = \sigma' tg \varphi'$ è provata dalle evidenze sperimentali disponibili per le SABBIE SCIOLTE e le ARGILLE TENERE le quali presentano un comportamento caratterizzato da uno sforzo deviatorico che cresce nella fase di taglio al crescere della def assiale fino al raggiungimento di un valore stazionario (STATO CRITICO)

CONDIZIONI DRENATE E NON DRENATE Velocità relativa di applicazione del carico

In generale

poiché gli effetti misurabili prodotti da un cambio dello stato di sforzo, quali una compressione, una distorsione e una variazione della resistenza al taglio, sono dovuti ESCLUSIVAMENTE a un cambio delle tensioni efficaci



la conoscenza delle tensioni totali applicate a un elemento di volume non è da sola sufficiente a caratterizzare la risposta meccanica → è necessario conoscere anche il valore della pressione interstiziale

Si è parlato dunque di problemi accoppiati e di come questi, dalla difficile risoluzione, possano essere evitati in due casi:

- **CONDIZIONE DRENATA** : condizione in cui, in ogni punto di un volume di terra, ossia localmente, la variazione delle tensioni efficaci coincide con quella delle tensioni totali
 - **Terreni a grana grossa**: $K \geq 10^{-6} m/s$ le condizioni drenate sono di norma sempre soddisfatte in condizioni STATICHE. Qualsiasi moto transitorio avviene in tempi brevissimi. Acqua interstiziale in quiete.
 - **Terreni a grana fine**: $K \leq 10^{-7} m/s$ e SOLO SE la velocità di applicazione dei carichi è sufficientemente lenta si può pensare che siano soddisfatti i requisiti di condizioni drenate. Preso un provino da laboratorio, per garantire la condizione drenata si deve assicurare un contorno drenante in modo da avere il libero deflusso dell'acqua e avere variazioni di sollecitazione e deformazione sufficientemente lente (tali da permettere di trascurare la resistenza viscosa)
- **CONDIZIONE NON DRENATA**: circostanza in cui, localmente, l'elemento di volume non scambia massa di acqua con l'esterno (l'acqua interstiziale è quindi supposta ferma nei pori). Contorno impermeabile.

Se il materia è SATURO si ha un'ulteriore ipotesi: **le particelle e l'acqua interstiziale sono incompressibili**. Questa definizione coincide con quella di assenza di variazioni di volume (quest'ultima rappresenta un vincolo interno e come reazione si genera una sovrappressione interstiziale che rende le tensioni efficaci non più coincidenti con quelle totali).

Limitazioni:

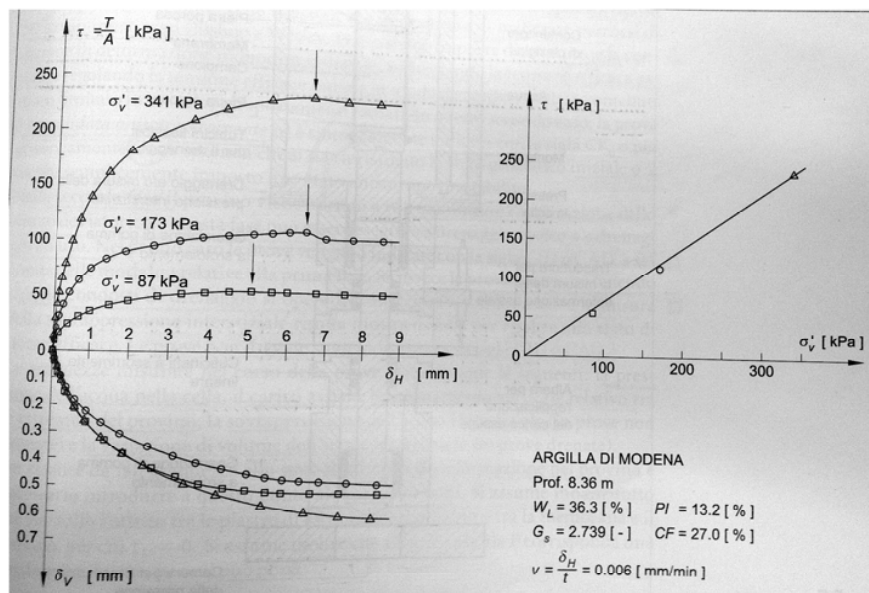
- Tensione assiale + tensione tangenziale = uniche componenti di sforzo note → non è possibile definire lo stato di sforzo → non è possibile costruire il cerchio di Mohr e neanche definire i percorsi di carico.

Per interpretare la prova si riportano sul piano di Mohr i valori della tensione tangenziale in funzione della tensione normale efficace, agenti all'istante di rottura al piano di rottura imposto. Si ottengono delle coppie di punti (σ', τ) che definiscono l'involuppo di rottura.

- La non uniformità della deformazione e i fenomeni di rottura progressiva impediscono di ottenere un legame sforzi - deformazioni. Per definire le condizioni di rottura la tensione tangenziale viene diagrammata solo in funzione dello spostamento orizzontale.

↓

Apparecchiatura utilizzata per eseguire prove drenate e per ottenere indicazioni sulla resistenza al taglio



(2) SECONDA FASE: provino portato a ROTTURA tramite l'applicazione dello sforzo deviatorico. Prova eseguita a drenaggio aperto o drenaggio chiuso.

Se la prova viene effettuata con il drenaggio aperto si è in condizioni DRENATE e viene indicata come CID o CAD in base alle condizioni della prima fase.

Se la prova è eseguita tenendo chiusi i condotti di drenaggio si opera in condizioni NON DRENATE e la misura della sovrappressione interstiziale è indispensabile per ricavare lo stato di sforzo efficace (CIU o CAU).

Grandezze misurate:

- pressione dell'acqua nella cella
 - carico assiale
 - spostamento verticale relativo tra le estremità del provino
- sovrappressione dell'acqua interstiziale (prove non drenate) o la variazione di volume dell'acqua interstiziale (prove drenate).

↓

per risalire allo stato di sforzo e di deformazione nel provino
necessarie alcune assunzioni

- i. $\tau_{zr} = 0 \rightarrow$ Attrito nullo tra le piastre di estremità e il provino e tra la membrana e il provino
- ii. $\sigma_z = \sigma_r + \frac{P}{A} \rightarrow$ al carico assiale P corrisponde una tensione uniforme tenendo conto della variazione che l'area A della sezione trasversale subisce per effetto della deformazione radiale ϵ_r

In p! se si considera:

- A = valore medio dell'area lungo l'asse del provino
 - V_0, A_0, h_0 = valori iniziali

Deve risultare:

$$A(h_0 + \delta h) = V_0 + \delta V$$

e quindi

$$A = A_0 \frac{1 - \epsilon_v}{1 - \epsilon_z}$$

con:

ϵ_v = deformazione volume

$\epsilon_z = -\delta h/h_0$ = deformazioni assiale

Quindi l'assunzione di SFORZO UNIFORME e in p! l'assunzione quindi che $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = 0$ consente di porre:

$$\sigma_\theta = 0$$

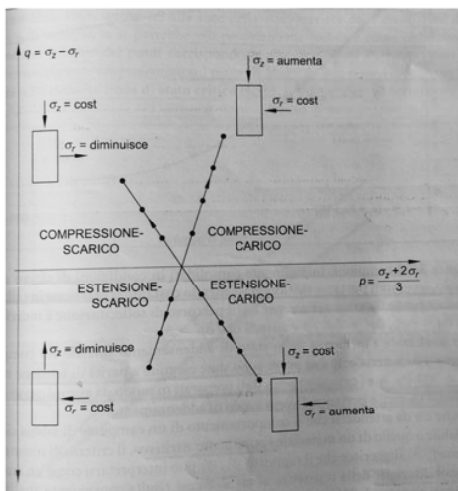
In base all'equazione di equilibrio in direzione radiale si ha:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

La deformazione radiale si ricava da quella assiale e da quella volumica, questa si ricava misurando il volume di acqua in entrata o in uscita dal campione saturo nell'ipotesi che nel corso della prova conservi la forma di un cilindro:

$$\epsilon_v = \epsilon_z + 2\epsilon_r$$

COMPORAMENTO MECCANICO DELLE SABBIE Dilatanza, resistenza di picco e stato critico



DILATANZA = tendenza alla variazione di volume che caratterizza il comportamento meccanico dei mezzi granulari durante la fase di taglio (Reynolds)

Osservazione sperimentale di Reynolds: se si sollecita un campione di sabbia densa, contenuto in una membrana di gomma a forma di ampolla, il livello di acqua nella pipetta a essa collegata si abbassa proprio per l'aumento dell'indice dei vuoti

Risultati di due prove di compressione triassiali drenate della SABBIA DI HOKKSUND

Campioni inizialmente CONSOLIDATI in condizioni di sforzo ISOTROPO. Portati a rottura con pressione in cella costante, incrementato il carico assiale.

Percorso di sollecitazione:

$$\delta q = \delta \sigma'_z$$

$$\delta p' = \frac{\delta \sigma'_z}{3}$$

$$\frac{\delta q}{\delta p'} = 3$$

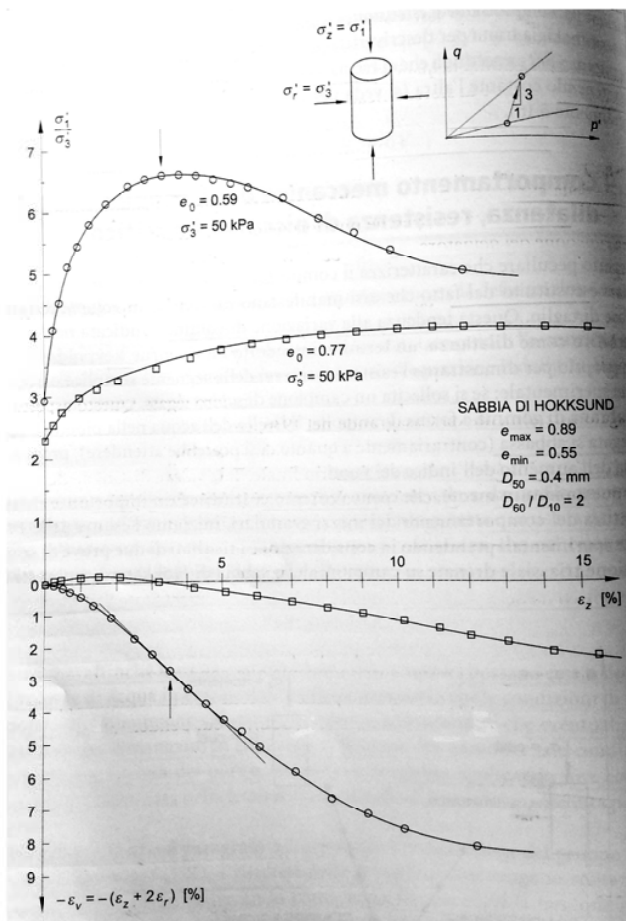
Che influenza ha lo stato di addensamento iniziale ?

Per capirlo le prove sono state eseguite a parità di tensione radiale ($\sigma'_r = 50 \text{ kPa}$) MA invece i campioni sono stati preparati per avere numero di vuoti iniziali diversi e diverso grado di addensamento.

NB: ci si aspetta che il comportamento di una sabbia sia assimilabile con quello di un materiale "puramente attritivo" e visto il criterio di rottura:

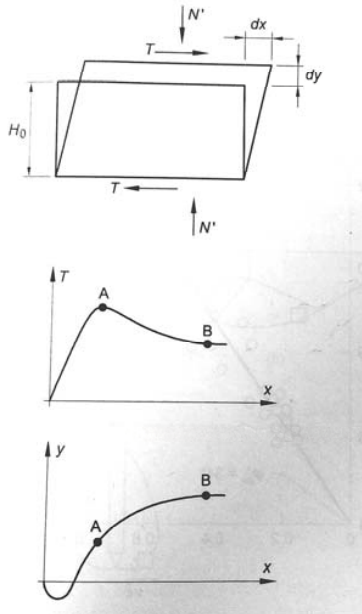
$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \frac{1 + \text{sen} \varphi'}{1 - \text{sen} \varphi'}$$

il rapporto di σ'_1/σ'_3 si interpreta come rapporto di mobilitazione della resistenza al taglio → rappresentati i risultati in funzione della deformazione assiale.



IPOTESI DI TAYLOR

Sul meccanismo di dissipazione del lavoro in un mezzo granulare



Ipotesi ricavata dall'interpretazione dei risultati delle prove di taglio diretto sulle sabbie di Ottawa

Dato il lavoro fornito durante lo scorrimento:

$$\delta W = \tau_{yx} A \delta x - \sigma'_y A \delta y$$

Se si ipotizza che questo sia integralmente dissipato in attrito → deve valere l'uguaglianza:

$$\tau_{yx} A \delta x - \sigma'_y A \delta y = \mu \sigma'_y A \delta x$$

Dalla quale si ottiene la seguente relazione:

$$\boxed{\frac{\tau_{yx}}{\sigma'_y} = \mu + \frac{\delta y}{\delta x}}$$

↓

la resistenza al taglio mobilizzata è somma del contributo attritivo (μ) e della variazione di volume associata alla distorsione dell'elemento durante la fase di taglio $\left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)$

↓

Questo termine
Rappresenta l'effetto del mutuo incastro delle particelle
Che occorre superare per far scorrere le parti del campione
(DILATANZA)

Da qui si vede come
resistenza di picco = massima velocità di dilatanza
e si ricava da un'interpretazione della formula in termini di angolo di resistenza al taglio

$$tg \varphi'_{picco} = tg \varphi'_{cv} + \left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)_{max}$$

Invece

La condizione di stato critico è stazionaria
La resistenza di stato critico è individuata dall'assenza del contributo della dilatanza:

$$\left(\frac{\tau_{yx}}{\sigma'_y}\right)_{cs} = \mu = tg \varphi'_{cv}$$

NB: φ'_{cv} dipende dalla mineralogia, morfologia e distribuzione granulometrica delle particelle;
 φ'_{cv} è indipendente dalle condizioni di stato
→ si considera come una proprietà del materiale

- Sabbie silicee: $30^\circ < \varphi'_{cv} < 38^\circ$
- Particelle feldspatiche/carbonatiche: φ'_{cv} fino a 40°

NB2: il valore di picco invece dell'angolo di resistenza al taglio dipende anche dalla dilatanza
E quindi non è una proprietà dato che la dilatanza dipende dalle condizioni di stato (densità relativa e livello tensionale)

STATO CORRENTE E STATO CRITICO

Concentro di **indice dei vuoti critico** di Casagrande
 benchè la dilatanza sia più pronunciata per provini più addensati,
 tutti i campioni tendono a raggiungere con il procedere delle deformazioni lo stesso indice dei vuoti

NB: l'indice dei vuoti critico non è unico,
 tende a ridursi all'aumentare del livello tensionale e tale evidenza suggerisce l'idea che
 la condizione di stato critica debba riguardarsi come una condizione utilma
 dal leggersi non solo sul piano delle tensioni ma anche su quello di compressione (p', e)

La relazione tra volume specifico allo stato critico e la corrispondente tensione media efficace
 (v_{CS}, p'_{CS})
 è descritta sul piano semilogaritmico dalla retta (CSL)

$$v = \Gamma - \lambda \ln \left(\frac{p'}{p'_r} \right)$$

dove:

- Γ = volume specifico corrispondente al valore di riferimento p'_r
- λ = pendenza

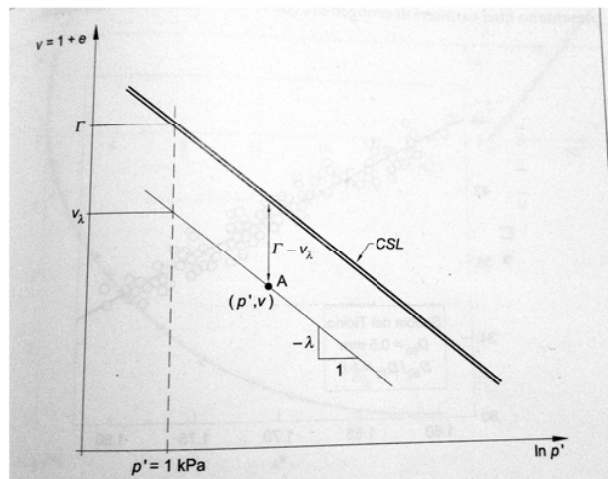
NB: determinare la linea di stato critico nel piano di
 compressione non è facile poichè

- nelle sabbie le deformazioni tendono a localizzarsi
- a livelli tensionali elevati si hanno fenomeni di frantumazione dei granuli

La linearità si accetta per valori di p' inferiori a 1 MPa

In generale, per un punto che appartiene a questa retta
 deve corrispondere dilatanza nulla

- ci si aspetta che l'entità della dilatanza sia proporzionale alla distanza dalla retta
- il comportamento meccanico del terreno dipende dalle relazioni che esistono tra lo stato corrente e quella critica



La distanza di cui si parla è pari a: $\Gamma - v_\lambda$

dove : v_λ = valore del volume specifico corrispondente alla tensione di riferimento p'_r letto su una retta // alla CSL e passante per il punto rappresentativo dello stato corrente

$$v_\lambda = v + \lambda \ln \left(\frac{p'}{p'_r} \right)$$

v_λ tiene conto di entrambe le variabili (p', v) e costituisce un PARAMETRO DI STATO (l'angolo di resistenza al taglio è funzione di v_λ)

Se al posto di p e q si sostituiscono le definizioni:

$$p = \frac{\sigma_z + 2\sigma_r}{3}, \quad q = \sigma_z - \sigma_r$$

e si tiene conto che a rottura:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_3'} = \frac{1 + \text{sen}\varphi'}{1 - \text{sen}\varphi'}$$

si deduce che nel caso di prove di COMPRESSIONE tra la pendenza M (della CSL) e l'angolo φ'_{cv} sussistono queste relazioni:

$$M = \frac{6\text{sen}\varphi'_{cv'}}{3 - \text{sen}\varphi'_{cv'}} \quad \text{sen}\varphi'_{cv'} = \frac{3M}{6 + M}$$

Se sono prove di ESTENSIONE invece:

$$M_e = \frac{6\text{sen}\varphi'_{cv'}}{3 - \text{sen}\varphi'_{cv'}} \quad \text{sen}\varphi'_{cv'} = \frac{3M_e}{6 + M_e}$$

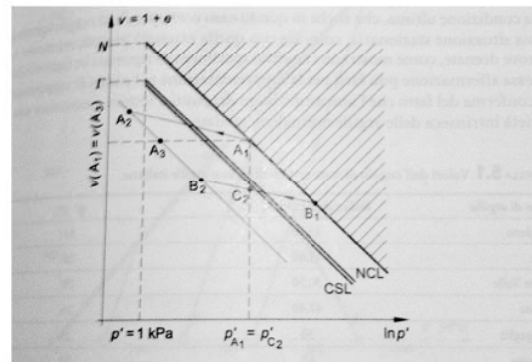
Sapendo i valori comuni di φ'_{cv} si può ancora scrivere:

$$M \cong \frac{\varphi'_{cv}}{25} \quad M_e \cong \frac{\varphi'_{cv}}{35}$$

Ricorda: la condizione di stato critico rappresenta una condizione ultima da leggersi anche sul piano di compressione e le evidenze sperimentali provano difatto l'appartenenza dei punti di rottura a uno stesso luogo rappresentato dalla curva di stato critico CSL.

Se i dati si riportano su un piano semilogaritmico ($\ln p', v$) la CSL ha un andamento rettilineo descritto dall'equazione:

$$v = \Gamma - \lambda \ln \left(\frac{p'}{p'_r} \right)$$



Γ = valore del volume specifico corrispondente alla tensione media di riferimento p'_r .

NB: su questo piano CSL è parallela alla curva di consolidazione normale (NCL)

Si prova che percorsi di carico con rapporti di mobilitazione ($\eta = q/p'$) costanti corrispondono a linee // tra loro

→ Il fatto che i punti rappresentativi delle condizioni di rottura appartengano tutti a una linea nel piano (p', q) e a una stessa curva nel piano di compressione (p', v) → costituisce una proprietà fondamentale delle argille tenere e in $p! q = Mp'$ rappresenta una validazione del criterio di rottura di Mohr -Coulomb.

NB2: la diretta proporzionalità tra il deviatore a rottura e la tensione efficace di consolidazione + il fatto che le curve sforzi deformazioni dei vari provini abbiano la stessa forma → fa pensare che se i valori del deviatore vengono normalizzati rispetto alla tensione di consolidazione → le curve normalizzate si sovrappongono tra loro

↓

Necessità di operare la distinzione tra
ARGILLE INTATTE e ARGILLE FESSURATE

Poiché a causa delle diverse strutture ci si aspettano significative differenze tra il comportamento dei materiali osservato alla scala della prova in laib e la risposta dell'ammasso in sito.

Ci si limita a studiare prima le argille consistenti alla scala dell'elemento di volume

Resistenza di picco

Precisazione: si fa riferimento a prove triassiali eseguite sull'**argilla di Cutro**

Si tratta di un'argilla del Bacino Crotonese ove affiorano i prodotti della deposizione di 3 successivi cicli sedimentari.

Formazione di Cutro = appartiene al ciclo più recente, depositi omogenei deformati da struttura di tipo plicativo e disgiuntivo

Risultati di 3 prove triassiali →

- (1) Prima fase: consolidazione isotropa
- (2) Seconda fase: fase di rottura in condizioni drenate (CID) condotta a controllo di deformazione ($\epsilon_z = 4 \mu m/min$)

Osservazioni sui risultati:

- esistenza di un picco raggiunto a deformazione deviatorica dell'ordine del 10 - 20 %
- sempre in corrispondenza del picco si ha il massimo valore di dilatanza espressa da: $d\epsilon_v/d\epsilon_s$
- il luogo delle resistenze di picco definisce un involucro di rottura descritto dall'equazione:

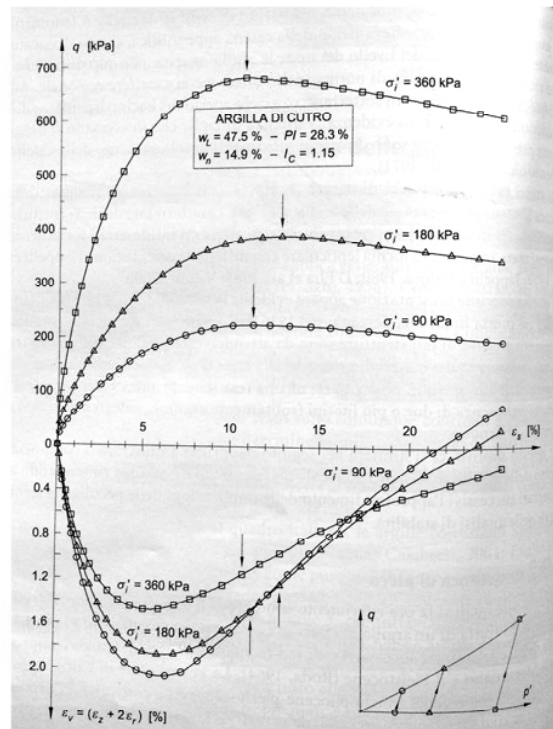
$$\tau_f = c' + \sigma_f' \operatorname{tg} \varphi'$$

NB: lo stesso involucro si può esprimere in termini di invarianti (p', q) tenendo conto che si tratta di una prova di COMPRESIONE ($\sigma_2 = \sigma_3$) e l'involucro assume la forma:

$$\frac{q}{p' + c' \operatorname{cotg} \varphi'} = \frac{6 \operatorname{sen} \varphi'}{3 - \operatorname{sen} \varphi'}$$

Nel caso di prove di ESTENSIONE ($\sigma_2 = \sigma_1$) si ha:

$$\frac{q}{p' + c' \operatorname{cotg} \varphi'} = -\frac{6 \operatorname{sen} \varphi'}{3 + \operatorname{sen} \varphi'}$$



Comportamento sul post-picco

Una volta raggiunta la condizione di picco, le argille consistenti presentano un'instabilità meccanica
 Si ha un improvviso collasso con concentrazione delle deformazioni (localizzazioni)
 in una zona di spessore modestissimo e
 successiva formazione di una superficie di discontinuità

Altri movimenti sono risultato di uno scorrimento relativo tra due corpi rigidi
 e da adesso in poi il fenomeno non è più assimilabile nell'ambito della meccanico del continuo

L'involuppo di resistenza corrispondente alla fase post- picco è prossimo all'involuppo deducibile da campioni
 ricostituiti e normalconsolidati

→ vantaggio dal punto di vista operativo

MA

Conseguenza = difficoltà di scegliere i parametri di resistenza al taglio da introdurre nelle analisi di stabilità

Escludendo i casi di riattivazione di movimenti lungo preesistenti superfici,
 i fenomeni di rottura progressiva + la presenza di discontinuità in un ammasso
 NON interessato da precedenti rotture
 Rendono difficile la scelta della resistenza operativa

RESISTENZA RESIDUA

Il comportamento post-picco di un'argilla consistente

Si schematizza come un processo caratterizzato da due stadi distinti

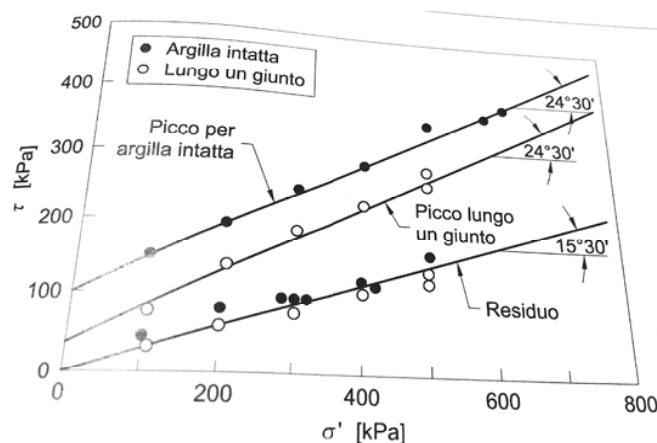
(a) Prima fase: quella appena visto, riferimento a spostamenti che (in una prova di taglio diretto) variano tra
 0,5 e 3 mm con parametri coincidenti con quelli relativi ad una condizione di stato critico

(b) Seconda fase: dopo spostamenti relativi più elevati si ha una condizione RESIDUA caratterizzata da un
 ISORIENTAMENTO delle particelle argillose all'interno di una banda di taglio

Il raggiungimento di questa condizione richiede che, in una prova di taglio, vengano eseguiti diversi cicli di taglio
 o in alternativa

Le prove siano condotte con l'apparecchio di taglio torsionale che permette di imporre uno scorrimento continuo
 nella stessa direzione.

Le stesse condizioni dal punto di vista dei parametri di resistenza al taglio mettono a confronto gli involuppi di
 picco (ottenuti su materiale intatto e su discontinuità) con l'involuppo residuo. Questo, che risulta coincidente nei
 due casi, ha un intercetta nulla con un angolo di resistenza al taglio inferiore al valore di picco.



RESISTENZA AL TAGLIO NON DRENATA

L'analisi della risposta meccanica dei terreni in termini di
TENSIONI EFFICACI
Implica la conoscenza delle SOVRAPPRESSIONI INTERSTIZIALI.

Ciò è possibile per le prove triassiali ma è
complicato in sito.

Per evitare questo problema si analizza il problema di stabilità in condizioni drenate in
termini di SFORZI TOTALI
ricorrendo di fatto ad un artificio che assimila un elemento di terreno a un sistema monofase localmente chiuso
(no scambio di acqua con l'esterno)

↓

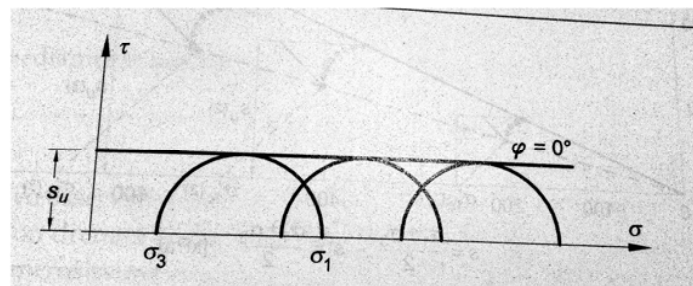
Da qui si capisce come mai la prova più utilizzata per il calcolo della resistenza non drenata sia stata per molto
la PROVA NON CONSOLIDATA - NON DRENATA (UU)

prova a volume costante

(1) Prima fase: applicazione di una pressione in cella a drenaggio chiuso
(impedita la consolidazione al provino)

(2) Seconda fase: applicazione dello sforzo deviatorico sempre a drenaggio chiuso

Se i campioni utilizzati sono SATURI + provengono dalla stessa PROFONDITA'
dalle prove si è ricavato che
lo sforzo deviatorico a rottura è uguale per tutti i campioni ed
è indipendente dallo stato tensionale totale



L'involuppo di rottura in termini di TENSIONI TOTALI
Si presenta come una LINEA ORIZZONTALE individuata dal valore della
RESISTENZA NON DRENATA:

$$\tau_f = S_u$$

Dipendenza della resistenza non drenata dalle condizioni di stato

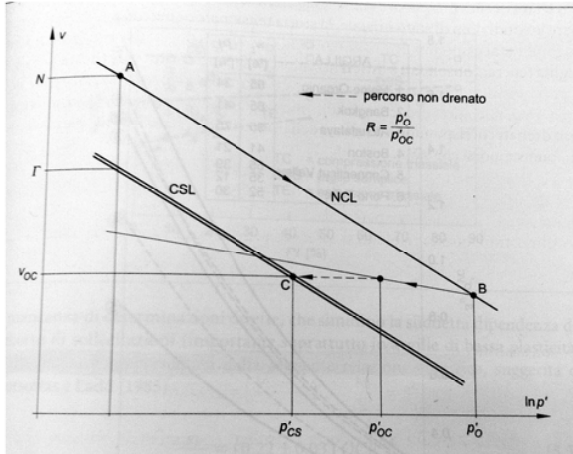
$\tau_f = S_u \leftarrow$ questa può essere giustificata
pensando che se si immagina di portare a rottura provini di argilla NC
tutti con lo stesso contenuto d'acqua (e quindi stesso volume specifico v_0),
essendo la prova non drenata il valore non cambia e si ha:

$$v_{cs} = v_0 = \Gamma - \lambda \left(\frac{p_{cs}'}{p_r'} \right)$$

Argille poco sovraconsolidate

Sul piano di compressione si collocano tra NCL e la CSL
 → è possibile definire un grado di sovraconsolidazione in termini di tensione media efficace:

$$R = \frac{p_0'}{p_{oc}'}$$



la resistenza non drenata che compete al provino sovraconsolidato deve essere una funzione del suo volume specifico, per cui si deve avere:

$$s_u = \frac{1}{2} M p_r' \exp\left(\frac{\Gamma - v_{oc}}{\lambda}\right)$$

e poichè

$$v_{oc} = N - \lambda \ln\left(\frac{p_0'}{p_r'}\right) + k \ln R$$

si ha:

$$s_u = \frac{1}{2} M p_r' \exp\left(\frac{\Gamma - N}{\lambda} + \ln\left(\frac{p_0'}{p_r'}\right) - \frac{k}{\lambda} \ln R\right)$$

Se all'espressione si aggiunge e si toglie il termine $\ln\left(\frac{p_0'}{p_r'}\right)$ e si usa la formula: $\frac{s_u}{p_0'} = \frac{M}{2} \exp\left(\frac{\Gamma - N}{\lambda}\right) = costante$

$$\left(\frac{s_u}{p'}\right)_{OC} = \left(\frac{s_u}{p'}\right)_{NC} R^{\frac{\lambda - k}{\lambda}}$$

Potendo assumersi:

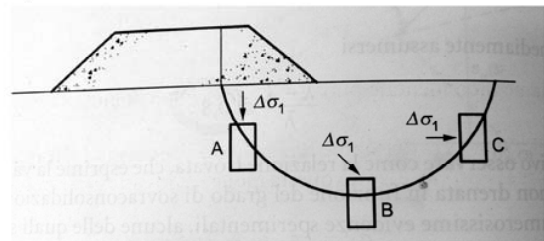
$$\frac{\lambda - k}{\lambda} \cong 0,8$$

Relazione che esprime la variazione della resistenza non drenata in funzione del grado di sovraconsolidazione

DIPENDENZA DELLA RESISTENZA NON DRENATA DAI PERCORSI DI CARICO

In un problema finito, i vari elementi di terreno seguono percorsi di sollecitazione tra loro diversi

Ad esempio, in figura si osserva che mentre l'elemento A tende a raggiungere la rottura in condizioni di compressione per carico, B e C seguono percorsi tipici rispettivamente di una prova di taglio semplice e di estensione per carico



Ricorda: la resistenza non drenata non è una proprietà → dipende dal tipo di prova. In mancanza di una determinazione diretta si usa questa relazione empirica:

$$\frac{s_u}{\sigma'_{vo}} = (0,22 \mp 0,03) OCR^{0,8}$$

Questa formula va applicata nel caso in cui $OCR < 10$ (più complicato è il caso delle argille molto consistenti).

Oppure
Il MODULO di TAGLIO SECANTE

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

identifica una rigidezza media in un intervallo individuato a partire da uno zero di riferimento

I due valori coincidono nella fase iniziale della prova,
al crescere delle deformazioni si discostano
- materiale meccanicamente instabile

- G_t decresce fino al valore di picco, nullo in corrispondenza della resistenza di picco, negativo nel ramo post picco (non ha senso se usato con un modello elastico equivalente)
- G decresce monotonamente al crescere del livello deformativo e tende ad annullarsi per deformazioni infinite.

Per rappresentare la NON linearità si riporta il valore del modulo secante in funzione della deformazione
Descrizione del materiale:

(i) Esiste una soglia di linearità γ_t (ordine = 10^{-5}) sotto la quale il MODULO DI TAGLIO iniziale (G_0) è costante. Le deformazioni di taglio e di volume sono disaccoppiate (non sorgono sovrappressioni interstiziali). I cicli di carico non presentano isteresi² + il materiale non ha memoria.

La soglia di linearità cresce al crescere della plasticità del materiale e al crescere delle tensioni di confinamento

(ii) Superata la soglia γ_t , il comportamento del materiale è ora IRREVERSIBILE
La rigidezza decresce in modo significativo al crescere delle deformazioni.
Ogni ciclo di carico presenta fenomeni di isteresi.

(iii) Infine, superata una SECONDA soglia γ_p , le deformazioni plastiche sono predominanti.
Si ha accoppiamento tra deformazioni di volume e deformazioni di taglio in prove non drenate

Operativamente
un MODELLO ELASTICO è
appropriato SOLO sotto la SOGLIA DI LINEARITA'

Tuttavia
per i problemi che comportano
CONDIZIONI DI CARICO MONOTONO
si fa riferimento ad un modello elastico equivalente

OSSERVAZIONI:

Il modulo iniziale dipende dallo stato di sforzo e dal volume specifico

$$\frac{G_0}{p'_a} = m_G \left(\frac{p'}{p'_a} \right)^n OCR^\alpha$$

$$0,5 < n < 1$$

$$0,2 < \alpha < 0,3$$

² Isteresi: caratteristica di un sistema di reagire in ritardo alle sollecitazioni applicate e in dipendenza dello stato precedente.

MOTI DI FILTRAZIONE

MODELLO MATEMATICO DEI MOTI DI FILTRAZIONE

Obiettivo: dedurre i modelli matematici per lo studio dei moti di filtrazione nei mezzi porosi

↓

Assunzioni:

- mezzo poroso: saturo
- processi da analizzare: avvengono in condizioni isoterme (temperatura costante)

↓

La costruzione del modello matematico richiede la presa in conto:

- usuali equazioni della meccanica dei solido
- equazione di conservazione della massa per ogni fase
 - equazione di stato della fase fluida
 - legge di Darcy

NB: si assume ancora che le quantità e i gradienti delle quantità che compaiono nelle equazioni sono del 1 ordine → così si trascurano le potenze di ordine maggiore a 2 e i prodotti di queste

La TEORIA risulta LINEARIZZATA

EQUAZIONE DI STATO

(in un processo isoterma lega la variazione di densità alla variazione di pressione)

$$\rho_w = \rho_{w0} \exp [\beta(u - u_0)]$$

dove:

- β rappresenta la compressibilità dell'acqua
- ρ_{w0}, u_0 sono i valori di riferimento

NB: si trascura la compressibilità delle particelle solide → $\rho_s = \text{costante}$

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

Equazione di conservazione della massa della fase fluida

$$\frac{\partial(n\rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (n \rho_w \mathbf{v}_w) = 0$$

Equazione di conservazione della massa della fase solida

$$\frac{\partial[(1-n)\rho_s]}{\partial t} + \nabla \cdot ((1-n) \rho_s \mathbf{v}_s) = 0$$

Sostituendo in queste due l'equazione di stato (e trascurando i termini

$$\begin{aligned} & n \cdot \mathbf{v}_w \cdot \nabla \rho_w \\ & (1-n) \mathbf{v}_s \cdot \nabla \rho_s \end{aligned}$$

si ha:

La quota piezometrica si preferisce esprimerla come segue:

$$h = z + \frac{u^{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$$

u^{st} = valore stazionario iniziale (varia linearmente con la profondità)

u = sovrappressione interstiziale

LEGAME COSTITUTIVO DELLA FASE SOLIDA

Si assume che la fase solida si comporta come un mezzo elastico lineare isotropo

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u\delta_{ij}) = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij}$$

dove il tensore delle piccole deformazioni è espresso in termini di gradiente di spostamento

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Si ottiene un SISTEMA DI EQUAZIONI DI CAMPO

Composto da queste equazioni:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = n\beta \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot v$$

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} - b_i = 0$$

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u\delta_{ij}) = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

16 equazioni in 16 incognite quali

- 6 componenti indipendenti di tensione
- 6 componenti indipendenti di deformazione
- 3 componenti di spostamento

MODELLO DI BIOT

Tramite opportune sostituzioni, è possibile ridurre il numero di equazioni (e quindi di incognite) (usata notazione con virgola per le derivate parziali)

Sostituendo :

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\text{in } \sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u\delta_{ij}) = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij}$$

Sostituendo
 $v = -K\nabla h$
 nella
 $\nabla \cdot v = 0$

si ottiene

l'EQUAZIONE DI LAPLACE

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

da integrare rispetto alle
condizioni al contorno

Ricorda: un problema si definisce ben posto se
 le condizioni al contorno sono assegnate specificando il valore del carico idraulico (CONDIZIONE DI DIRICHLET)
 oppure assegnando la derivata normale del carico idraulico (CONDIZIONE DI NEUMANN)

Esempio diaframma

h = altezza totale

h costante lungo CD e FG → dette linee equipotenziali
 → si assegna la condizione di Dirichlet:

$$h(x) = f(x)$$

AB è uno strato impermeabile, quindi non c'è flusso →
 AB è una linea di flusso. Qui le linee equipotenziali
 sono ortogonali a questa.

DEF è un'altra linea di flusso.

Equazione della superficie che rappresenta il
 contorno:

$$F(x) = 0$$

la normale alla superficie è:

$$n = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}$$

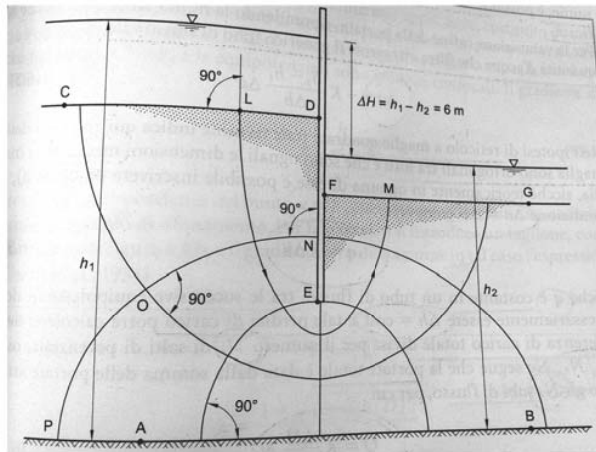
Condizione di assenza di flusso è:

$$v \cdot n = 0$$

mettendo in mostra il gradiente idraulico:

$$\nabla h \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = 0$$

e questa è una condizione di Neumann.



Teoria della consolidazione monodimensionale

In molti casi è possibile calcolare il cedimento di strutture interagenti con materiale a grana fine semplificando il processo del formativo è un caso monodimensionale

Oltre a calcolare l'entità del cedimento interessa predire l'evoluzione nel tempo

Ricorda:

- Grande grossa: elevata conducibilità idraulica → cedimento avviene contestualmente all'applicazione del carico
- Grana fine: massima conducibilità idraulica → tempo richiesto per il cedimento totale può essere lungo.

Problema: costruire un modello in grado di descrivere il fenomeno transitorio che vede accoppiate il flusso dell'acqua e la determinazione della fase solida

Questo è il **processo di consolidazione**
(consolidazione)

E il modello matematico usato è noto come
Teoria della consolidazione
(Terzaghi)

Assunzioni:

- mezzo poroso saturo
- acque particelle del terreno incompressibili
 - Deformazioni infinitesime
- Flusso dell'acqua e spostamenti del terreno sono direzione verticale
 - Scheletro solito: comportamento espresso da questa rela

$$\delta \varepsilon_{zz} = m_v \delta \sigma'_{zz}$$

- conducibilità idraulica costante

Stati questi ipotesi si considerano l'equazione di conservazione della massa per la fase solida e liquida:

Fase solida:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_s (1 - n)] + \frac{\partial}{\partial z} [(1 - n) \rho_s v^s] = 0$$

Fase liquida:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n \rho_w) + \frac{\partial}{\partial z} (n \rho_w v^w) = 0$$

$\rho_w, \rho_s =$ costanti data l'incompressibilità dell'acqua delle particelle E si possono eliminare.
Sommando membro a membro si elimina $\partial n / \partial t$ si ottiene:

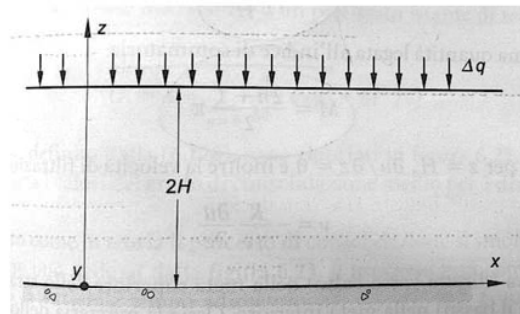
$$\frac{\partial v_s}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} [n(v^w - v^s)] = 0$$

Per avere una soluzione di questa equazione:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

si considera il **problema iniziale e al contorno di Cauchy - Dirichlet**

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} & 0 < z < 2H, t > 0 \\ u(0, t) = u(2H, t) = 0 & t > 0 \\ u(z, 0) = f(z) & 0 \leq z \leq 2H, t = 0 \end{cases}$$



Condizioni al contorno

Riferite ad uno strato di spessore 2H con entrambe le frontiere drenanti ($u = 0$ qualunque istante di tempo $t > 0$)

Condizioni iniziali

L'equazione di conservazione della massa per l'elemento di mezzo poroso traduce questo aspetto fisico:
 → avendo supposto le singole particelle incompressibili, le variazioni volume del mezzo poroso sono possibili solo se si comprime l'acqua contenuta nei pori o se l'acqua esce dall'elemento

Nella fase di applicazione del carico si è in condizioni NON drenate e risulta nullo il termine che esprime il flusso dell'acqua. In più la compressibilità dell'acqua è trascurabile se confrontata con quella della fase solida → l'applicazione di carico avviene in presenza di un vincolo cinematico rappresentato dall'assenza di variazioni volume:

$$\delta \varepsilon_v = \delta \varepsilon_{zz} = m_v (\delta \sigma_{zz} - \delta u) = 0$$

Da qui segue che la sovrappressione interstiziale è dato da:

$$\delta u(z, 0) = \delta \sigma_{zz}(z, 0)$$

Cioè l'incremento della pressione interstiziale risulta in ogni punto pari all'incremento della tensione (totale) verticale applicata.

Nell'esempio si ha un **carico infinitamente esteso**, l'incremento di tensione verticale assume lo stesso valore a tutte le profondità per cui anche la distribuzione iniziale della sovrappressione interstiziale risulta costante con la profondità. Cioè:

$$u(z, 0) = cost = u_0$$

Dalle condizioni al contorno + iniziali si ricava:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2u_0}{M} \text{sen} \left(\frac{Mz}{H} \right) \exp(-M^2 T_v)$$

dove

$$T_v = \text{variabile di tempo adimensionalizzata} = \frac{c_v t}{H^2}$$

$$M = \text{legata alla sommatoria} = \frac{2n+1}{2} \pi$$

U_s può esprimersi in termini di cedimenti e risulta pari al valore dello stesso parametro espresso in termini di sovrappressione interstiziale

$$U_s = U_p := \frac{\int_0^{2H} [u_0 - u(t)] dz}{\int_0^{2H} u_0 dz}$$

In p! nel caso di una ISOCRONA, curva che descrive la distribuzione spaziale della sovrappressione interstiziale a una prefissato istante di tempo, iniziale rettangolare si ha:

$$U_s = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v)$$

Osservazione

Il processo di consolidazione si smorza per $t \rightarrow \infty$

In generale però il processo può considerarsi ultimato quando

$$T_v \cong 2$$

da questo si ricava l'influenza dei fattori in gioco, esempi:

- si dimezzail valore della condubilità idraulica
- i tempi di consolidazione si raddoppiano
- se la lunghezza caratteristica si dimezza \rightarrow i tempi di consolidazione diventano 4 volte inferiori

La possibilità di ridurre quindi i tempi di consolidazione è legata alla possibilità di ridurre i percorsi di drenaggio (base dei metodi di miglioramento per i dreni verticali)

(i) TEOREMA STATICO (TEOREMA DEL LIMITE INFERIORE)

Se è possibile costruire un campo di sforzi che soddisfi le equazioni di equilibrio e le condizioni al contorno e non violi in nessun punto il criterio di rottura, dunque un campo di sforzi ammissibile, il collasso non può avvenire e le forze esterne applicate al contorno rappresentano un limite inferiore del carico di collasso o al più il carico di collasso

Posto l'accento sulle condizioni di equilibrio e sulla condizione di plasticità che devono essere soddisfatte in ogni punto. Si determina la configurazione dei carichi esterni in equilibrio con la distribuzione interna delle tensioni, prescindendo da qualsiasi considerazione riguardante il meccanismo di collasso.

Svantaggio: Difficile applicazione

Vantaggio: valutazione sempre conservativa del carico di collasso → a favore di sicurezza

(ii) TEOREMA CINEMATICO (TEOREMA DEL LIMITE SUPERIORE)

Se in un meccanismo di collasso cinematicamente compatibile (ossia un meccanismo che non comporta strappi, separazioni o sovrapposizioni di materia) la potenza dei carichi esterni uguaglia la potenza dissipata, si verifica senz'altro il collasso e i carichi esterni rappresentano un limite superiore dei valori di collasso o al più coincidono con essi

Si ipotizza un meccanismo di collasso e si ricava la configurazione dei carichi esterni da una uguaglianza delle potenze virtuali, senza analizzare le condizioni di equilibrio locale all'interno della massa di terreno

Vantaggio: procedimento semplice.

Svantaggio: porta a una stima non cautelativa del carico di collasso

↓

I due metodi portano a risultati diversi
ma di solito abbastanza vicini tali per cui
il vero carico di collasso è confinato dalle soluzioni fornite dai due teoremi

Tralasciata la dimostrazione, vi sono due ipotesi importanti:

- (a) la superficie di snervamento deve essere convessa³
- (b) il criterio di snervamento svolge sia il ruolo di funzione di plasticità, sia quello di potenziale plastico, identificando la direzione del vettore incremento di deformazione plastica → si è in presenza di flusso associato

MECCANISMI DI COLLASSO

Si capisce che per l'applicazione del teorema cinematico bisogna individuare un meccanismo di collasso cinematicamente ammissibile + calcolo della potenza dissipata

Precisazione 1 - MECCANISMO

- Preso una struttura costituita da un sistema di travi, se in una sezione viene raggiunto il
- MOMENTO DI PLASTICIZZAZIONE**
- la sezione inizia a comportarsi come una cerniera che permette alle parti da essa collegate una rotazione relativa sotto momento costante → nasce una
- CERNIERA PLASTICA**
- detta così perché:
- trasmette il momento di plasticizzazione (una cerniera perfetta non lo fa)
 - si comporta come una cerniera solo se la rotazione avviene concordemente al momento che l'ha generata (una coppia di senso contrario comporterebbe una riduzione dello stato tensionale al di sotto del limite di snervamento)

³ Superficie convessa = se individuato un piano passante per un suo punto, tutti i punti interni alla superficie giacciono dalla stessa parte rispetto al piano

Conclusioni

Se si tratta di un mezzo ATTRITIVO, le linee di scorrimento devono essere rappresentate da TRATTI RETTILINEI o da ARCHI SPIRALI LOGARITMICHE.

Dalla stessa relazione si ricava che
 nel caso di un mezzo puramente COESIVO
 le linee di scorrimento saranno costituite da
 TRATTI RETTILINEI o da ARCHI DI CIRCONFERENZA

CALCOLO DELLA POTENZA DISSIPATA

Definito il metodo di collasso
 Bisogna calcolare la
 POTENZA DELLE FORZE ESTERNE + LA POTENZA DISSIPATA
 all'interno della banda di scorrimento

Potenza dissipata

all'interno dell'elemento di volume della banda di scorrimento (spessore h , lunghezza s)
 è pari al prodotto della potenza dissipata per unità di volume (D^p)
 per il volume infinitesimo $dV = hds$
 (si fa riferimento ad uno spessore unitario nella direzione longitudinale in virtù dello stato piano della
 deformazione)

Pertanto nel caso di:

- CONDIZIONI NON DRENATE

$$D = D^p dV = \tau \dot{\gamma}^p h ds$$

La deformazione avviene a volume costante \rightarrow la velocità relativa v_{AB} tra due generici blocchi A e B deve essere tangente alla banda di scorrimento, tale da avere:

$$\dot{\gamma}^p = \frac{v_{AB}}{h}$$

di conseguenza:

$$D = s_u v_{AB} ds$$

\rightarrow La POTENZA DISSIPATA all'interno di una banda di scorrimento
 dipende dalla sua lunghezza MA
 è indipendente dal suo spessore

- CONDIZIONI DRENATE

La velocità di dissipazione di energia per unità di volume all'interno della banda di scorrimento è pari a:

$$D^p = \tau \dot{\gamma}^p + \sigma \dot{\epsilon}^p_n$$

$$\text{con } \dot{\epsilon}^p_n = \dot{\gamma}^p \operatorname{tg} \varphi'$$

\rightarrow la POTENZA DISSIPATA all'interno dell'elemento di volume della banda di scorrimento
 (spessore h e lunghezza ds)
 è data da:

$$D = dV D^p = hds \left(\tau \frac{v_t}{h} + \sigma' \frac{v_n}{h} \right) = v_t (\tau - \sigma' \operatorname{tg} \varphi') ds$$

Due conclusioni:

1. la POTENZA DISSIPATA non dipende dallo spessore della banda
2. Se il mezzo è puramente attritivo, dovendo risultare $\tau = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$, la potenza dissipata internamente risulta nulla

LA SPINTA DELLE TERRE

STATI DI EQUILIBRIO LIMITE DI RANKINE

PROBLEMA DI RANKINE

Determinazione di un campo di tensioni che soddisfi in ogni punto le condizioni di equilibrio senza violare il criterio di rottura

Nel contesto della teoria della plasticità
la costruzione di questo campo di tensioni corrisponde
all'APPLICAZIONE DEL TEOREMA STATICO

↓

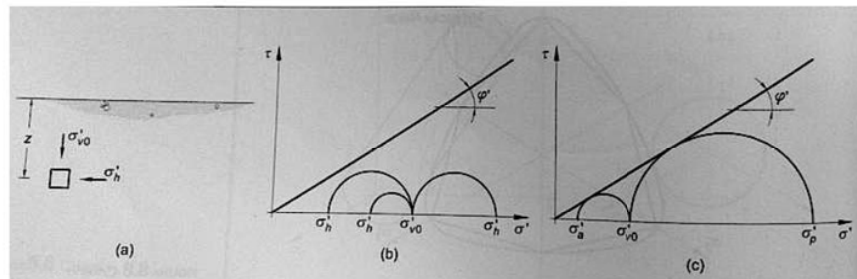
quindi come soluzione del problema al contorno si avrà
un LIMITE INFERIORE della soluzione esatta
→ stima cautelativa

Il problema può applicarsi ai problemi che presentano coesione o attrito

- Terreni a grana fine
 - materiali puramente coesivi → $\tau_f = s_u$ quando si è in condizioni NON drenate. Analisi condotta in termini di TENSIONI TOTALI
 - materiali puramente attritivi → $\tau_f = \sigma'_t \tan \varphi'$ verificati di stabilità a lungo termine condotte facendo riferimento alla TENSIONI EFFICACI
- Terreni a grana grossa
 - Materiale puramente attritivo → verifiche effettuate sempre in termini di TENSIONI EFFICACI

Fatte queste premesse,

Si consideri un mezzo puramente attritivo, omogeneo in direzione orizzontale, delimitato da una superficie libera e caratterizzato da:



$$\begin{aligned} c' &= 0 \\ \varphi' &\neq 0 \\ \gamma &\neq 0 \end{aligned}$$

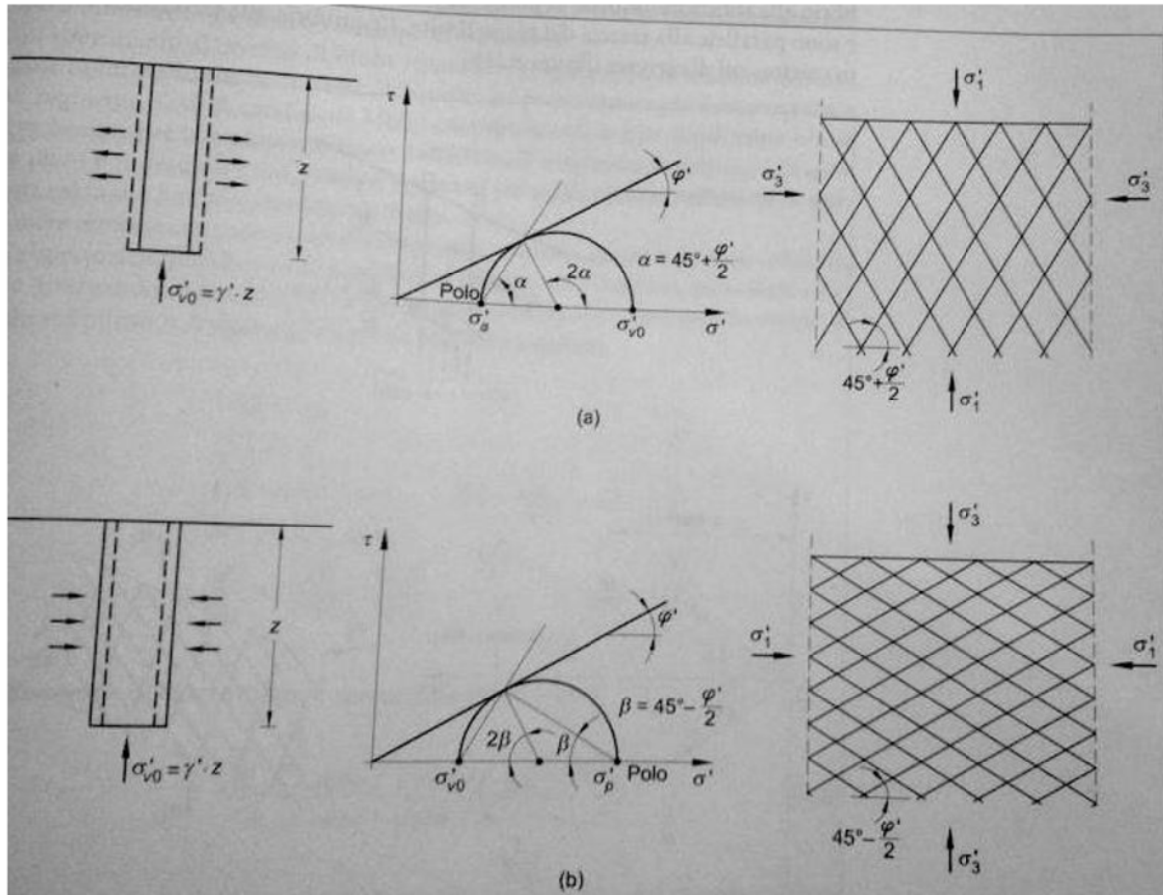
Ogni sezione verticale risulta sezione di simmetria → i piani verticali e orizzontali sono PIANI PRINCIPALI
Generica profondità z: stato tensionale individuato solo dal peso proprio

HP:

- questo stato sia lontano dalla rottura
- tensione verticale efficace agente sul piano orizzontale è definita dalle condizioni di equilibrio ed è pari a:

$$\sigma'_{v0} = \gamma' z$$

→ Senza altre considerazioni riguardante K_0 , si hanno infiniti cerchi di Mohr a partire da questo σ'_{v0}



Si determina così la spinta attiva:

$$\frac{\sigma_a'}{\sigma_{vo}'} = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

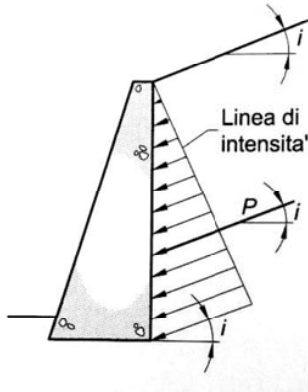
Considerazioni analoghe per la ricerca del max della tensione agente sul piano verticale. Basta osservare che:

- La tensione verticale sarà rappresentata dal punto P
- L'origine dei piani dal punto M

Per cui:

$$\frac{\sigma_p'}{\sigma_{vo}'} = \frac{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

Ricorda: la ricerca delle condizioni di equilibrio limite è stata impostata da Rankine per la prima volta. Si parla di condizione limite attiva e condizione limite passiva di Rankine.



Analisi più facile tramite i cerchi di Mohr, sconosciuti a Rankine, il quale utilizzò i concetti relativi al criterio di rottura ponendo le base del METODO DELLE CARATTERISTICHE

L'applicazione di Rankine pone una **RESTRIZIONE**: dato che la retta d'azione della risultante deve essere // alla superficie del terrapieno di conseguenza nel caso più semplice, PC orizzontale → la spinta deve essere orizzontale e quindi **si ha L'ASSENZA DI ATTRITO**

Nel caso in cui:

$$\beta = i = 0$$

l'espressione si semplifica come segue

$$K_a = \frac{\cos^2 \varphi'}{\cos^2 \beta \cos \delta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \varphi') \sin \varphi'}{\cos \delta}} \right]^2}$$

Se si assume invece:

$$\delta = 0$$

Soluzione di Coulomb = Soluzione di Rankine

Quindi

il punto di P_A rimane incognito
poiché il metodo di Coulomb prescinde dall'analisi delle condizioni di equilibrio locale e non è quindi nota la distribuzione delle tensioni sul paramento del muro.

Se il cuneo di spinta è triangolare
è lecito ipotizzare che le tensioni di contatto tra parete e terreno
siano linearmente crescenti con la profondità e
si applica quindi la P_A a $H/3$ alla base del muro.

RESISTENZA PASSIVA

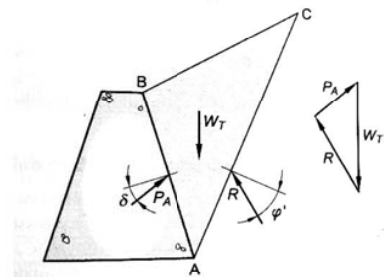
L'assunzione di una superficie di scorrimento piano NON è congruente con l'ipotesi che vi sia attrito tra muro e terreno.

- il valore del coefficiente di spinta attiva calcolato con Coulomb è in accordo con i valori deducibili da analisi più raffinate
- il valore del coefficiente di resistenza passiva risulta sovrastimato (NON CAUTELATIVO) soprattutto per valori dell'angolo di attrito muro - terreno maggiori di $\frac{\varphi'}{3}$

METODO DI COULOMB E IL TEOREMA CINEMATICO DELLA PLASTICITA'

Coulomb ipotizza che il cuneo rigido ABC possa scorrere // alla superficie di rottura AB.

Se si fosse introdotta una legge di flusso associata, il blocco ABC oltre a scorrere lungo AC dovrebbe anche spostarsi verso sinistra (a causa dell'aumento di volume del materiale compreso nella banda di taglio).



Non presupponendo la legge di flusso associata, il metodo di Coulomb non rispetta una delle ipotesi alla base del metodo cinematico quindi viene indicato come METODO ALL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE

TUTTAVIA

la soluzione ottenuta viene ricondotta a quella del teorema cinematico

- Heyman dimostra che le due soluzioni coincidono nel caso di muro liscio
- Collins dimostra inoltre che coincidono anche nel caso di parete ruvida

DISCONTINUITA' STATICHE E CALCOLO DELLA RESISTENZA PASSIVA

Si consideri il problema di determinare la spinta su una parete ruvida

Lo stato di sforzo relativo agli elementi A e B non è più il medesimo poiché:

- cambia il valore della tensione media
- cambia la direzione delle tensioni principali

Lo stato di sforzo non è più omogeneo e la determinazione è complessa.

Ragionamento per risolvere il problema:

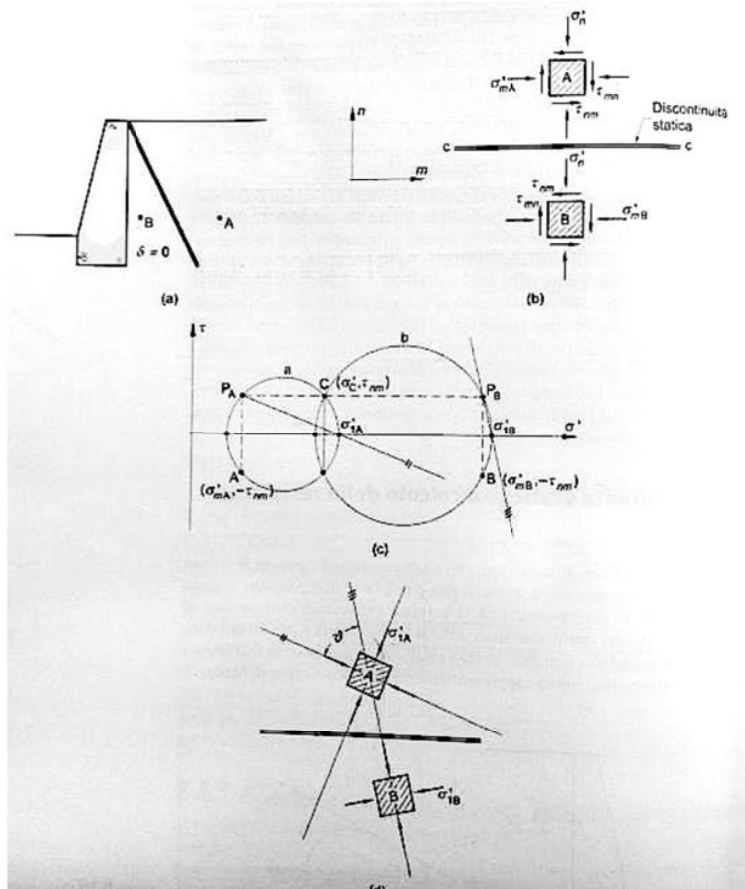
Si immagina sdi suddividere il dominio in un numero di regioni distinte separate da superficie piane.

All'interno di ognuna:

- stato tensionale continuo
- soddisfatte le condizioni di equilibrio
- criterio di rottura e direzioni principali costanti

Nel passaggio da una regione all'altra:

- stato di sforzo discontinuo



Visti i due elementi di volume adiacenti alla discontinuità e assunto un SR locale (m,n) si osserva che:

le equazioni di equilibrio locale impongono che lungo la discontinuità le componenti normale e tangenziali dello sforzo rimangano continue

$$\sigma'_n(A) = \sigma'_n(B) = \sigma'_c$$

$$\tau_{nm}(A) = \tau_{nm}(B)$$

non vi sono restrizioni riguardo le componenti $\sigma'_m(A)$ e $\sigma'_m(B)$.

Nel passaggio da A a B lo stato di sforzo è dunque discontinuo e per tale motivo le superfici di separazione delle diverse zone prendono il nome di **discontinuità statiche**.

↓

l'introduzione di una discontinuità statica porta ad una **ROTAZIONE** delle direzioni principali nel passaggio da una regione all'altra

↓

Proprietà che permette di costruire stati di sforzo ammissibili e rappresentativi del problema reale

CALCOLO DELLA RESISTENZA PASSIVA

Bisogna ottenere il valore della componente σ_{xx}' normale all'interfaccia parete - terreno in funzione della tensione verticale geostatica

$$\sigma_{zz}' = \gamma z$$

agente nella regione lontana dalla parete.

Osservazioni:

$$\overline{OP_1} = \overline{OC} + \overline{CP_1}$$

$$\overline{OP_1} = s_1 [\cos\delta + \sqrt{\text{sen}^2\varphi' - \text{sen}^2\delta}]$$

dove δ = angolo di attrito tra la parete e il terreno

Essendo

$$\sigma_{xx}' = OP_1 \cos\delta$$

Se si moltiplica e si divide per $\sigma_{zz}' = \gamma z$ e osservando che

$$s_2' = \frac{\sigma_{zz}'}{1 - \text{sen}\varphi'}$$

si ottiene

$$\sigma_{xx}' = \left[\frac{\cos\delta}{1 - \text{sen}\varphi'} \frac{s_1'}{s_2'} (\cos\delta + \sqrt{\text{sen}^2\varphi' - \text{sen}^2\delta}) \right] \gamma z$$

Inserendo $\frac{s_1'}{s_2'} = \exp(2\vartheta \text{tg}\varphi')$ all'interno dell'espressione di σ_{xx}'

si ricava il valore del

COEFFICIENTE DI RESISTENZA PASSIVA (LANCELLOTTA)

$$K_p = \left[\frac{\cos\delta}{1 - \text{sen}\varphi'} (\cos\delta + \sqrt{\text{sen}^2\varphi' - \text{sen}^2\delta}) \right] \exp(2\vartheta \text{tg}\varphi')$$

(Espressione importante: si basa sul teorema statico, rappresenta un limite inferiore della soluzione esatta. Inoltre se si ipotizza nullo l'attrito tra parete e terreno la formula si riduce all'espressione di Rankine)

dove

$$2\vartheta = \text{sen}^{-1} \left(\frac{\text{sen}\delta}{\text{sen}\varphi'} \right) + \delta$$

Quest'ultima espressione si ricava ragionando sul cerchio di Mohr della prima regione

$$\overline{HR} = r \text{sen}(2\vartheta - \vartheta) = \overline{OR} \text{sen}\delta = \frac{r}{\text{sen}\varphi'} \text{sen}\delta$$

METODO DELLE CARATTERISTICHE

In condizioni di stato piano delle deformazioni, le due equazioni di equilibrio e la condizione di plasticità costituiscono un sistema di 3 equazioni nelle 3 incognite rappresentate dalle 3 componenti di tensione e pertanto il problema risulta **STATICAMENTE DETERMINATO**

Se le condizioni al contorno vengono assegnate in termini di **TENSIONI** il problema risulta ben formulato in termini matematici e può essere risolto prescindere dalle considerazioni di tipo cinematico

Procedimento

- Si opera sostituendo la condizione di plasticità nelle equazioni di equilibrio che diventano **EQUAZIONI DIFFERENZIALI alle DERIVATE PARZIALI di tipo PARABOLICO** dotate di caratteristiche **REALI**
- A partire da un punto al contorno, per il quale è noto lo stato tensionale, risulta possibile costruire lo stato di sforzo nella regione individuata dalle caratteristiche.

Questo campo è **STATICAMENTE AMMISSIBILE**

MA

questo risultato non può essere considerato equivalente a quello ottenibile dall'applicazione del teorema statico della plasticità poiché nulla viene detto riguardo lo stato di sforzo esterno alla regione plasticizzata

Se il materiale è **ISOTROPO** l'ipotesi di coassialità tra le direzioni principali del campo di sforzo e quelle di campo degli incrementi di deformazione consente di costruire anche il campo delle velocità associato al campo di sforzi

Le caratteristiche del campo di velocità coincidono con quelle di sforzo nell'ipotesi di flusso plastico associato, per cui queste ultime sono anche **LINEE DI SCORRIMENTO**.

CALCOLO PRATICO DELLE SPINTE

La forma e l'estensione delle zone di equilibrio limite sono influenzate da:

- attrito muro – terreno
- inclinazione del paramento interno del muro
- inclinazione superficie del terrapieno
- vincoli cinematici

Muro a mensola

Prassi applicare RANKINE per il calcolo della spinta sulla sezione AB verticale (che diventa il PARAMENTO VIRTUALE)

↓

si assume implicitamente che la costruzione del muro NON abbia ALTERATO le condizioni iniziali, quindi che si possa individuare una parete verticale che mantenga le condizioni esistenti di volume indefinito e che con piccoli movimenti produca le condizioni di equilibrio limite attivo.

↓

la retta d'azione della spinta è // alla superficie del terrapieno

Verifiche di stabilità: il terreno che grava sulla suola di fondazione si somma al peso del muro

Osservazione: l'attrito che si sviluppa alla base della fondazione IMPEDISCE che si realizzino stati di sforzi di espansione omogenei (come previsto da Rankine) ma tale effetto viene trascurato

Muri a gravità

Visto l'attrito tra paramento interno del muro e terreno, si sviluppano Tensioni tangenziali che tendono a RIDURRE il valore della P_A
→ l'applicazione di Rankine porterebbe ad una stima cautelativa

Preferita la TEORIA DI COULOMB suggerendo

$$\frac{\varphi'}{2} < \delta < \frac{\varphi'}{3}$$

Vista la teoria scelta,

la superficie di scorrimento può essere rappresentata da un piano anche se

l'attrito muro – terreno porta ad una rotazione dei piani principali e modifica la forma della superficie di rottura che non può essere piana

Errore commesso accettabile trattandosi della P_A
Non è così per la resistenza passiva

Ricorda: per il calcolo della resistenza passiva da utilizzare per la stabilità delle paratie, si ricorda che i metodi basati sull'equilibrio limite globale portano ad un limite superiore della s_z esatta

dove:

$$K_a = \frac{1}{K_p} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right) = \frac{1 - \operatorname{sen} \varphi'}{1 + \operatorname{sen} \varphi'}$$

Si deduce che il cerchio di Mohr a ROTTURA
(individuato ponendo la condizione $\sigma'_a = 0$)
individua la MASSIMA TENSIONE GEOSTATICA

$$\sigma'_{ho} = \gamma z$$

e quindi la MASSIMA ALTEZZA DI SCAVO che risulterebbe stabile senza supporto esterno

Da questa

$$\sigma'_a = K_a \sigma'_{vo} - 2c' \sqrt{K_a}$$

si ricava:

$$z_0 = \frac{1}{\gamma} 2c' \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

Nell'ambito della profondità z_0 , il raggiungimento delle condizioni di rottura implica la presenza di
TENSIONI DI TRAZIONE

Ma

Tenendo conto dell'impossibilità di avere trazioni
interfaccia muro - terreno

→ l'analisi di stabilità va condotta prescindendo da tali trazioni

Per cui si ha che la SPINTA ATTIVA è pari a:

$$P_a = \frac{1}{2} [(h - z_0)(\gamma h K_a - 2c' \sqrt{K_a})] = \frac{1}{2} [(h - z_0)(\gamma h K_a - z_0 \gamma \sqrt{K_a})]$$

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma K_a (h - z_0)^2$$

Le espressioni di prima diventano:

$$\sigma_a = \sigma_{vo} - [1 + 2\vartheta + \cos(2\vartheta)]s_u$$

$$\sigma_p = \sigma_{vo} + [1 + 2\vartheta + \cos(2\vartheta)]s_u$$

Ricorda: anche qui l'interfaccia muro – terreno NON trasmette tensioni di trazione. Quindi se si usa la prima equazione di queste due in assenza di sovraccarichi si deve applicare la condizione di trazione nulla fino alla profondità

$$z_0 = \frac{2s_u}{\gamma}$$

se si tratta di un interfaccia asciutta:

$$z_0 = \frac{2s_u}{\gamma - \gamma_w}$$

INFLUENZA DEGLI SPOSTAMENTI DELL'OPERA SULL'ENTITÀ E DISTRIBUZIONE DELLE SPINTE

Si è dimostrato che

l'entità e la distribuzione delle spinte dipende dal cinematismo dell'opera che tende ad instaurarsi

- **Rotazione del muro intorno a un punto localizzato** → in corrispondenza della testata la distribuzione della spinta non è lineare (valori max nella parte alta dell'opera e sono maggiori della spinta attiva per opera dell'EFFETTO ARCO)
La spinta complessiva può essere maggiore (17%) del valore previsto da Coulomb + la retta d'azione della risultante tende a collocarsi a una distanza dalla base pari a 0,46H.
- **Traslazione orizzontale rigida o rotazione intorno all'estremità di valle della base del muro** → mobilitazione di una spinta di tipo PARABOLICO dato che la retta d'azione della risultante si colloca sopra la quota corrispondente alla canonica distribuzione idrostatica.

Movimenti necessari per mobilitare la spinta attiva e la resistenza passiva?

- Per mobilitare completamente la resistenza passiva sono necessari spostamenti SUPERIORI a quelli richiesti per mobilitare la spinta attiva.
NB: in argille consistenti dati gli elevati valori di rigidità e del coeff. di spinta a riposo → le condizioni di spinta attiva e resistenza passiva possono raggiungersi per spostamenti tra loro compatibili.

COROLLARIO

un regime di spinta a riposo può trovarsi in tutti quei casi nei quali l'opera sia impedita di spostarsi

Esempi: travi parete di locali interrati, spalle da ponte ec...

- **NB:** il coefficiente di spinta K che compare si assume pari
- al valore della spinta attiva se consentiti movimenti dell'opera che giustificano il raggiungimento di tale condizione limite
- al coefficiente di spinta a riposo in presenza di vincoli che impediscano ogni movimento

SISTEMI DI DRENAGGIO

Nella progettazione dei muri di sostegno è importante

1. la predisposizione di adeguati sistemi di drenaggio
 2. un'attenta presa in considerazione del problema delle fondazioni
- Due aspetti più importanti della giusta valutazione della spinta

1. Predisposizione di adeguati sistemi di drenaggio

Lo scopo principale di un sistema di drenaggio è quello di
EVITARE CHE SULL'OPERA POSSANO PRODURSI SPINTE DI ELEVATA INTENSITA'

Possibili diverse soluzioni per ridurre l'effetto di ristagno, l'accumulo delle acqua a ridosso dell'opera e l'azione del gelo.

(a) Acqua in condizioni idrostatiche

La spinta esercitata dal terreno si calcola con riferimento alle tensioni efficaci. Si possono utilizzare le seguenti formule:

$$\frac{\sigma_a'}{\sigma_{vo}'} = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

nel quale bisogna introdurre il PESO DELL'UNITA' DI VOLUME DEL TERRENO ALLEGGERITO γ'

Per cui l'espressione della spinta totale va sommata a quella idrostatica dell'acqua:

$$P_A = \frac{1}{2} \gamma' H^2 K_a + \frac{1}{2} \gamma_w H^2$$

In presenza di PRECIPITAZIONI → il terrapieno può saturarsi.

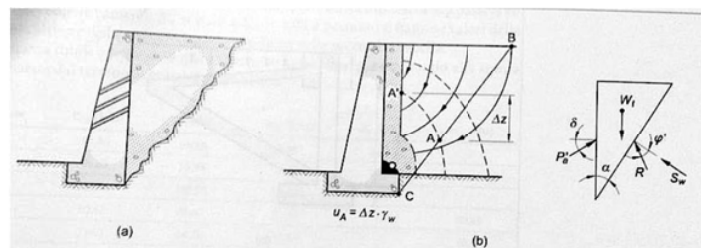
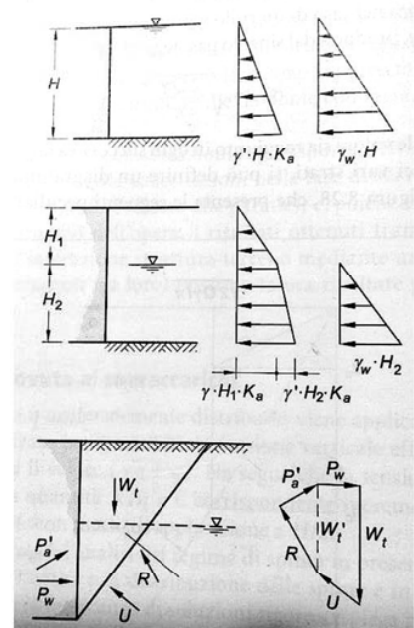
Conseguenze:

- aumento il peso di volume
- la pressione dell'acqua influenza la stabilità in maniera dipendente dai sistemi di drenaggio usati

Soluzioni per eliminare l'acqua di infiltrazione:

- si predispongono FORI DI SCARICO nel corpo del muro: tubi di diametro pari a 10 cm a intersassi di 1,50 m, filtro che impedisce l'occlusione.
- DRENAGGI nel terrapieno.

→ problema: l'acqua che esce dai tubi si infila nel terreno al piede della fondazione del muro (dove invece è meglio che il terreno sia asciutto) Per eliminare questo problema si usa un **DRENO CONTINUO** a ridosso della parete interna del muro, sbocchi posti alle estremità del muro stesso (b).



MISURA DELLA SICUREZZA

STATO LIMITE

Verificarsi di scenari che non consentono il soddisfacimento dei requisiti di progetto

Le norme richiamano i meccanismi che possono scatenare uno scenario di stato limite ultimo raccomandano procedure di verifica, consigliano coefficienti di sicurezza e assicurando che la probabilità di occorrenza dello stato limite sia ridotta.

I COEFFICIENTI DI SICUREZZA

hanno scarso significato se non viene chiarito come deve essere scelto il valore caratteristico dei parametri.

Per determinare tale valore bisogna considerare

- la dipendenza della risposta meccanica dei terreni dalla storia pregressa e dai percorsi di carico,
 - carattere non lineare del legame costitutivo
 - comportamento instabile dei materiali consistenti

VALORE CARATTERISTICO

di un parametro geotecnico deve intendersi come una stima ragionata e cautelativa

↓

definizione che pone l'accento sul giudizio del progettista nella scelta del valore caratteristico può essere dunque diverso da quello misurato

↓

Impossibilità di basare la scelta su un PROCESSO OGGETTIVO
Ancora solo all'uso di prove sperimentali

Si ha comunque la necessità di tenere conto di valori estremi che possono risultare critici qualora il meccanismo considerato ne giustifichi l'attivazione

Definito il valore caratteristico

i coefficienti di sicurezza parziali possono essere applicati alle azioni, ai parametri di resistenza al taglio e alla resistenza del sistema struttura - terreno, trasformando così il valore caratteristico in valore di progetto.