



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1916A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Oberto Alessandro

MATERIA: Hydraulic and thermal machines testing (teoria+
esercizi+prove d'esame+arduino) - Prof Dongiovanni

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

APPUNTI DI:
HYDRAULIC & THERMAL MACHINES
TESTING

TEORIA, ESERCIZI, PROVE DI ESAME E ARDUINO

ESERCIZI IIII

Statistica

①

La resistenza dipende linearmente della temperatura θ

$$R_{\theta} = R_{20} [1 + \alpha (\theta - 20)]$$

$$R_{20} = 6 (1 \pm 0,3\%) \Omega$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^{-3} (1 \pm 1\%) / ^\circ\text{C}$$

Valutare la resistenza a 30°C e 80°C con incertezza di $\pm 1^\circ\text{C}$

$$R_{20} = 6 \pm 0,018 \Omega$$

$$\alpha = 0,004 \pm 0,00004 / ^\circ\text{C}$$

Calcolo i valori delle resistenze alle temperature di 30°C e 80°C

$$R_{30} = 6 [1 + 0,004 (10)] = 6,24 \Omega$$

$$R_{80} = 6 [1 + 0,004 (60)] = 7,44 \Omega$$

Per il calcolo dell'incertezza devo considerare quali sono i contributi che incidono sul calcolo della resistenza. Questi sono: la resistenza a 20°C la temperatura θ e il coefficiente α .

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial R_{\theta}}{\partial R_{20}} = 1 + \alpha (\theta - 20)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial R_{\theta}}{\partial \alpha} = R_{20} (\theta - 20)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\partial R_{\theta}}{\partial \theta} = R_{20} \alpha$$

@ 30°C

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial R_{20}} = 1,04$$

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial \alpha} = 60 \Omega$$

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial \theta} = 0,024 \Omega / ^\circ\text{C}$$

@ 80°C

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial R_{20}} = 1,24$$

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial \alpha} = 360 \Omega$$

$$\frac{\partial R_{\theta}}{\partial \theta} = 0,024 \Omega / ^\circ\text{C}$$

Calcolo ora l'incertezza associata alle diverse misure sapendo che questa sarà funzione delle variabili da cui dipende la P .

$$\delta P = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial P}{\partial x_i} \bigg|_{\bar{x}} \delta x_i \right)^2}$$

$$1) P = VI$$

$$\frac{\partial P}{\partial V} = I = 10A$$

$$\frac{\partial P}{\partial I} = V = 100V$$

$$\delta P = \sqrt{(10 \cdot 1)^2 + (100 \cdot 0,1)^2} = 14,14 W$$

$$2) P = V^2/R$$

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{2V}{R} = 20A$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{V^2}{R^2} = -100A^2$$

$$\delta P = \sqrt{(20 \cdot 1)^2 + (-100 \cdot 0,1)^2} = 22,36 W$$

$$3) P = RI^2$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = I^2 = 100A^2$$

$$\frac{\partial P}{\partial I} = 2RI = 200V$$

$$\delta P = \sqrt{(100 \cdot 0,1)^2 + (200 \cdot 0,1)^2} = 22,36 W$$

Posso scrivere i valori delle potenze con relative incertezze come

$$P = 1000 \pm 14 W = (100 \pm 1,4) \cdot 10 W$$

$$P = 1000 \pm 20 W = (100 \pm 2) \cdot 10 W$$

Si vede quindi che l'incertezza più bassa si ha nel primo caso perché in questo caso si combinano due misure mentre negli altri con le misure combinate sono 3.

ESERCIZIO

Vengono fornite 3 misure; si richiede un confronto per capire se queste sono compatibili e viene richiesto il calcolo dei pen e la misura vera finale con incertezza

(3)

(3)

Considero le diverse misure effettuate per una lana e valuto l'incertezza oltre a definire la lunghezza della lana con un confidence level del 95%.

$$L = 100,5, 99,5, 101, 99, 100, 100, 100,5, 100,5, 99,5, 100$$

Calcolo il valore medio della lunghezza

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{99 + 2 \cdot 99,5 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 100,5 + 101}{10} = 100,05 \text{ mm}$$

Per il calcolo della deviazione standard considero le differenze tra valore misurato e valore medio

$$99 \rightarrow |x_i - \bar{x}| = 1,05$$

$$99,5 \rightarrow |x_i - \bar{x}| = 0,55$$

$$100 \rightarrow |x_i - \bar{x}| = 0,05$$

$$100,5 \rightarrow |x_i - \bar{x}| = 0,45$$

$$101 \rightarrow |x_i - \bar{x}| = 0,95$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

In questo caso essendo 10 le misure fornite uso la formula UNBIASED

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot (1,05^2 + 2 \cdot 0,55^2 + 3 \cdot 0,05^2 + 3 \cdot 0,45^2 + 0,95^2)} = 0,599 \text{ mm}$$

Questo valore sarebbe quello dell'incertezza se un'azione stata fornita una sola misura.

Il valore trovato sarebbe relativo ad un valore $z=1$

Se come un viene richiesto che l'intervallo di confidenza sia 1,96

Il valore dell'incertezza sarà pari a:

$$\Delta x = \frac{z \sigma}{\sqrt{N}} = 1,96 \cdot \frac{0,599}{\sqrt{10}} = 0,371 \text{ mm}$$

$$X = (100,05 \pm 0,371) \text{ mm} = 100,1 \pm 0,4 \text{ mm}$$

(5)

5) Verifico che i valori sperimentali seguano l'andamento della gaussiana e calcolo valore medio e deviazione standard

$$X_t = \frac{\sum_{i=1}^N n_i x_i}{N} = \frac{20,5 + 21,4 + 43,2 + 43,6 + 66 + 66,6 + 67,2 + 67,8}{50} + \frac{91,2 + 138 + 116 + 93,6 + 70,8 + 47,6 + 48 + 48,4}{50} + \frac{48,8 + 24,6 + 25,4}{50} = 22,974 \text{ ms}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x}_t)^2} = \sqrt{\frac{1}{50} \left((2,474)^2 + 1,574^2 + 2(1,374^2) + 2(1,174^2) + 3(0,974^2) + 3(0,774^2) + 3(0,574^2) + 3(0,374^2) + 4(0,174^2) + 6(0,026^2) + 5(0,226^2) + 4(0,426^2) + 3(0,626^2) + 2(0,826^2) + 2(1,026^2) + 2(1,226^2) + 2(1,426^2) + 1,626^2 + 2,426^2 \right)} = 0,922 \text{ ms}$$

Si considera un valore calcolato con Excel di $\sigma = 0,937 \text{ ms}$

Scuro ora le misure andando a calcolare l'incertenza con $z = 1,96$

$$\sigma_x = \frac{z\sigma}{\sqrt{N}} = 0,260 \text{ ms}$$

$$x = 22,974 \pm 0,260 \Rightarrow 23,0 \pm 0,3 \text{ ms}$$

Applico ora la tecnica del χ^2 per vedere se la distribuzione dei dati segue l'andamento della gaussiana. Divido le 50 misure in un certo numero di intervalli e cerco di far \bar{n} che all'interno di un intervallo cadano almeno 5 misure

Considero le seguenti misure ottenute con una certa frequenza

20,5 ms	1
21,4 "	1
21,6 "	2
21,8 "	2
22,0 "	3
22,2 "	3
22,4 "	3
22,6 "	3
22,8 "	4
23,0 "	6
23,2 "	5
23,4 "	4
23,6 "	3
23,8 "	2
24,0 "	2
24,2 "	2
24,4 "	2
24,6 "	2
25,4 "	1

7

$$\chi^2 = \frac{(15-9,55)^2}{9,55} + \frac{(7,5-5)^2}{7,5} + \frac{(7,95-8)^2}{7,95} + \frac{(9,55-1)^2}{9,55} + \frac{(1-6)^2}{7,5} + \frac{(9-1,55)^2}{7,95}$$

$\chi^2 = 5,06 \Rightarrow$ la distribuzione dei dati non segue molto l'andamento della gaussiana; se l'andamento fosse stato quello di una gaussiana il valore di χ^2 sarebbe stato vicino a 1

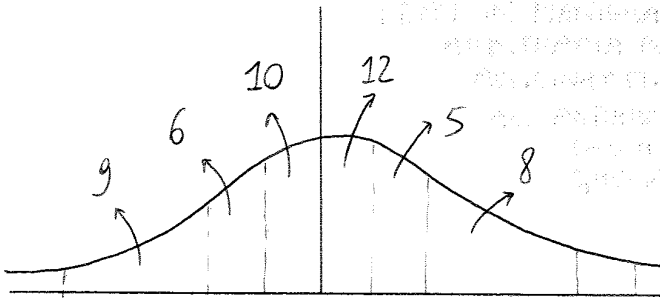
Per trovare il valore dalla tabella mi serve ancora trovare il numero di gradi di libertà F

$$F = n - k = 6 - 1 = 5$$

↓ numero di intervalli (6)
 ↘ vincoli, in questo caso 1, perché ho imposto che le distribuzioni abbiano lo stesso numero di dati

Entro nella tabella del χ^2 con $P = F = 5$ e scelgo la colonna con ,06

Se come l'andamento dei dati non rispecchia quello di una gaussiana posso modificare il numero di dati presenti in un intervallo.



Modificando in questo modo i dati contenuti in un intervallo ottengo un valore di $\chi^2 = 1,55$.
 Entro ora nella tabella con $F = 5$ e 0,55 e ottengo un significance level del 10%

Applico il criterio di Chauvenet per vedere se posso eliminare una delle misure agli estremi. Considero le due misure agli estremi

$$x_1 = 20,5 \text{ ms} \quad x_{50} = 25,4 \text{ ms}$$

Considero $x_1 = 20,5 \text{ ms}$

$$\eta = \frac{22,974 - 20,5}{0,937} = 2,64$$

$$P(2,64) = 0,49585$$

$$\text{Verifico } (1 - 2 \cdot 0,49585) \cdot 50 = 0,415 < 0,5 \Rightarrow \text{ rifiuto}$$

Considero $x_2 = 25,4 \text{ ms}$

$$\eta = \frac{25,4 - 22,974}{0,937} = 2,59$$

$$P(2,59) = 0,49520$$

$$\text{Verifico } (1 - 2 \cdot 0,49520) \cdot 50 = 0,48 < 0,5 \Rightarrow \text{ rifiuto}$$

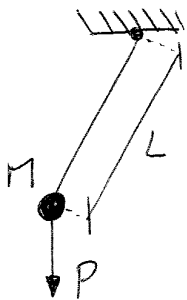
(9)

1° SCELTA: scelgo due strumenti caratterizzati da un valore di accuratezza simile. In questo caso $\frac{\delta P}{P} \approx \frac{\delta \pi}{\pi}$

In questo caso si ottiene $\frac{\delta g}{g} = \sqrt{2} \frac{\delta P}{P} \Rightarrow \frac{\delta P}{P} = \frac{0,001}{\sqrt{2}} = 0,00071$

Scelgo quindi gli strumenti in modo da avere $\frac{\delta P}{P} = \frac{\delta \pi}{\pi} = \pm 0,07\%$

7) Dato un pendolo di massa M e lunghezza L cerco di studiare il periodo di oscillazione. Voglio scrivere il periodo di oscillazione come una funzione della massa, della lunghezza e del peso.



$$T = f(M, L, P)$$

Sfrutto l'analisi dimensionale per trovare una relazione tra le variabili

$$T = M^a L^b P^c$$

$$S = \text{Kg}^a \text{m}^b \left(\text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)^c$$

$$\begin{cases} a+c=0 \\ b+c=0 \\ -2c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-\frac{1}{2} \\ a=-c=\frac{1}{2} \\ b=-c=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S = \text{Kg}^{\frac{1}{2}} \text{m}^{\frac{1}{2}} \frac{\text{m}^{-\frac{1}{2}}}{\text{s}^2}$$

$$T = K \sqrt{L} \sqrt{\frac{M}{P}} = K \sqrt{\frac{L}{g}}$$

8/1) Considero ora i dati contenuti nella tabella per valutare il coefficiente di correlazione

$$m = 1,00 \pm 0,1 \text{ Kg}$$

$$\delta L = 0,1 \text{ mm}$$

$$\delta T = 0,01 \text{ s}$$

$$g = 9,81 \pm 0,02 \text{ m/s}^2$$

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (L_i - \bar{L})^2}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (T_i - \bar{T})^2}$$

Il coefficiente di correlazione è definito come

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sigma_{LT}}{\sigma_L \sigma_T}$$

$$\sigma_{LT} = \frac{1}{N} \sum (L_i - \bar{L})(T_i - \bar{T})$$

↳ N dipende dal numero di coppie che considero nel calcolo di $L_i - \bar{L}$ e $T_i - \bar{T}$

(11)

Calcolo dello standard error

$$T = K \sqrt{\frac{L}{g}}$$

NO ALL'ESAME

$$g = 9,81 \pm 0,02 \text{ m/s}^2$$

$$\ln T = \ln \frac{K}{\sqrt{g}} + \ln \sqrt{L}$$

Definisco $a = \log_{10} \frac{K}{\sqrt{g}} = 0,3022$

$$b = 0,5002 \approx \frac{1}{2}$$

$$\log_{10} T = 0,3022 + \frac{1}{2} \log_{10} L$$

$$\log_{10} \frac{K}{\sqrt{g}} = 0,3022 \Rightarrow K = 10^{0,3022} \sqrt{9,81} = 6,2812 = 2z$$

Calcolo ora l'errore nel tempo

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^7 \left[\log_{10} T_i - \left(0,3022 + \frac{1}{2} \log_{10} L_i \right) \right]^2} = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^7 \left[T_i - 6,28 \sqrt{\frac{L_i}{g}} \right]^2} = 0,00865$$

Possiamo scrivere l'incertezza come $\pm 0,9\%$

$$\Rightarrow T = 6,28 \sqrt{\frac{L}{g}} \pm 0,9\% s$$

Sapendo che dai dati forniti

$$L = 335 \pm 1 \text{ mm}$$

$$g = 9,81 \pm 0,02 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{T} = 6,28 \sqrt{\frac{L}{g}} = 1,16 \text{ s}$$

$$\frac{\delta T}{T} =$$

$$\frac{1}{T}$$

$$\sum x_i = \sum L_i = 1750$$

$$\sum y_i = \sum T_i = 41,17$$

$$\sum x_i^2 = 507500$$

$$\sum x_i y_i = 72067,5$$

$$(\sum x_i)^2 = 3062500$$

$$a = \frac{20893775 - 126083125}{-276}$$

$$b = 18252500$$

$$b = 0,162$$

DIVERSI
PETICHE
DEVO
CALCOLARLI
SULLA
BASE DEI
DATI LINEARIZZATI
QUINDI CON
LOG.

Cerco ora di semplificare la relazione con gli sviluppi di Taylor.

Sapendo che

$$f(x) = \frac{1}{1+x} \quad x \rightarrow 0 \quad f(x) = 1$$

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} (x - x_0)$$

$$f(0) = 1 \quad \frac{df}{dx} = -\frac{1}{(1+x)^2} = -1$$

Poiché quindi scrivere $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$

$$R = R^* \frac{1}{1 + \frac{R}{R_v}} \approx R^* \left(1 - \frac{R}{R_v} \right)$$

Ora posso porre $R^* = R$

$$R = R^* \left(1 - \frac{R^*}{R_v} \right) = R^* - \frac{R^* R^*}{R_v} \Rightarrow \frac{\delta R}{R} = -\frac{R^*}{R_v}$$

② Configurazione con voltmetro upstream

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V_A + V_R}{I_R} = \frac{V_R}{I_R} \left(1 + \frac{V_A}{V_R} \right)$$

$$R = R^* + R^* \frac{V_A}{V_R}$$

$$\begin{aligned} V_A &= R_A I \\ V_R &= R I \end{aligned} \Rightarrow I = \frac{V}{R_A + R}$$

Considero il partitore di tensione e ottengo

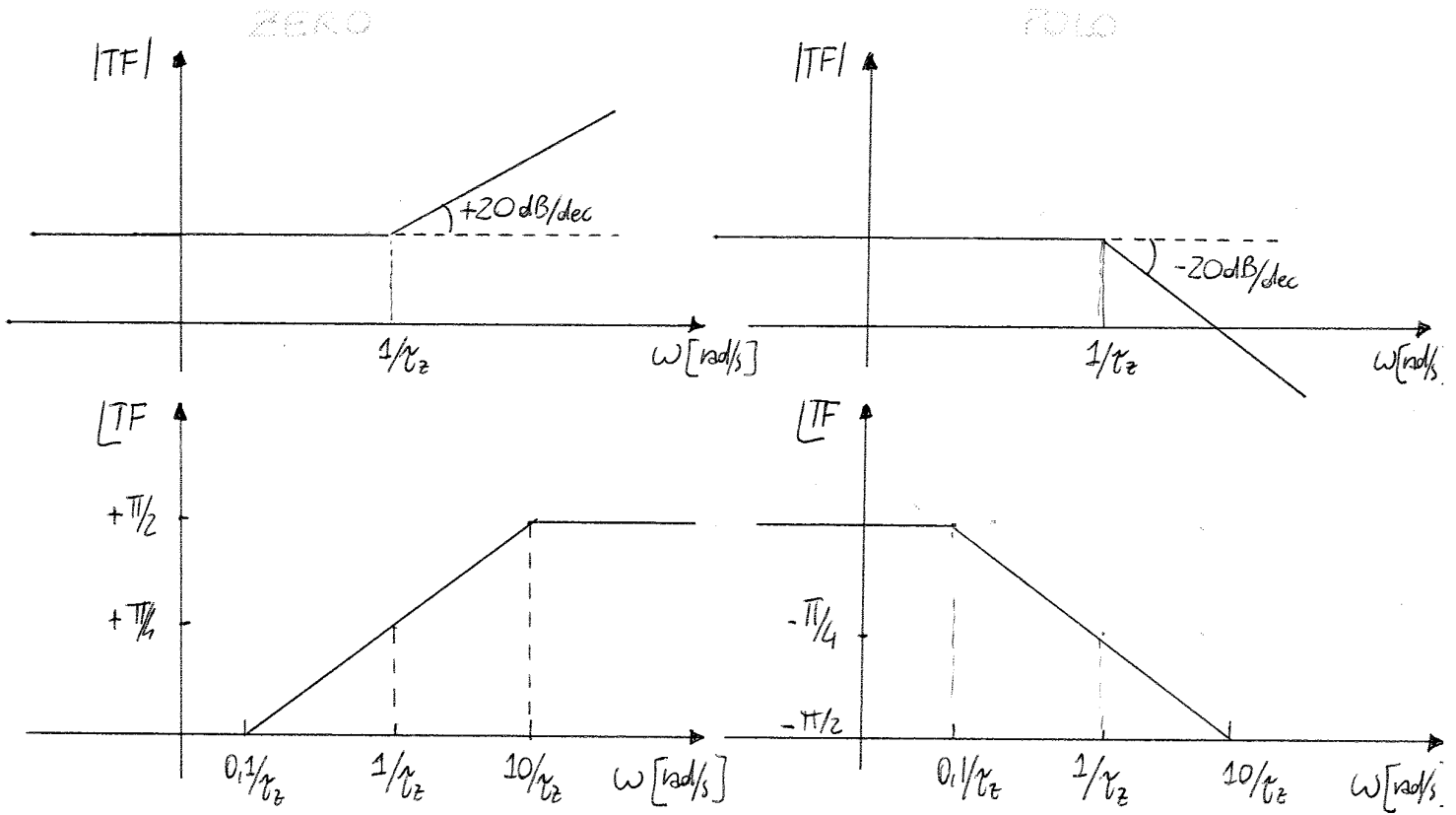
$$\begin{aligned} V_A &= V \frac{R_A}{R_A + R_v} \\ V_R &= V \frac{R}{R_A + R} \end{aligned} \Rightarrow \text{faccio il rapporto} \Rightarrow \frac{V_A}{V_R} = \frac{R_A}{R}$$

$$R = \frac{V_R}{I_R} \left(1 + \frac{V_A}{V_R} \right) = R^* \left(1 + \frac{R_A}{R^*} \right) = R^* + \frac{R^* R_A}{R^*} = R^* + R_A \Rightarrow \frac{\delta R}{R} = \frac{R_A}{R}$$

POLI E ZERI DELLE FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

Esempio

Considero la funzione di trasferimento



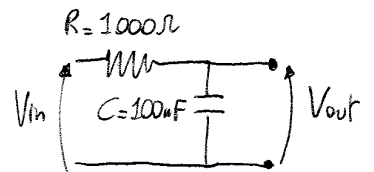
Considero ora la funzione di trasferimento

$$TF = \frac{V_c}{V} = \frac{1}{1 + pRC}$$

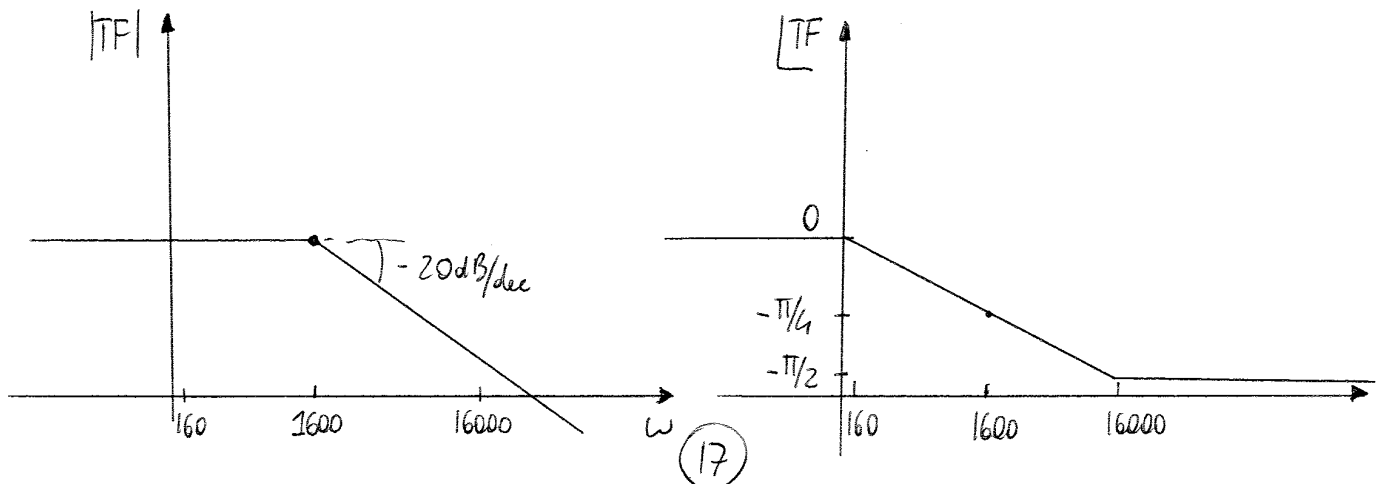
$$\omega_c = \frac{1}{\tau_c} = 10000 \text{ rad/s}$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \approx 1600 \text{ Hz}$$

$$\tau_c = RC = 1000 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 0,0001 \text{ s}$$



Si dice per la funzione di trasferimento considerata non ha zero e cioè solo due diagrammi relativi ai poli



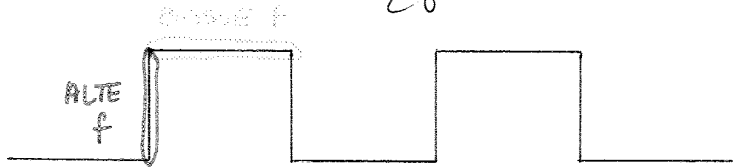
(17)

③ $f = 20000 \text{ Hz}$

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 20000)^2}} = \frac{1}{3,683} = 0,271$$

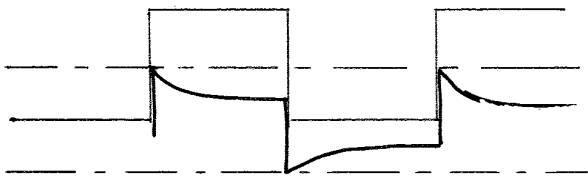
$$\left[\frac{V_{out}}{V_{in}} \right] = -\arctan(2\pi f \tau) = -85,45^\circ$$

Considero di avere come segnale un'onda quadra



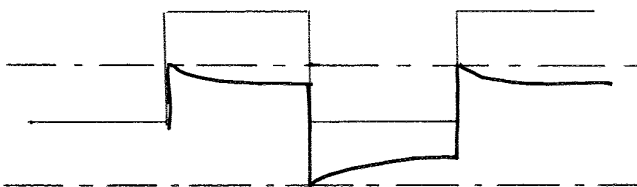
Per riprodurre correttamente la parte verticale del segnale mi servono alte frequenze; per riprodurre correttamente la parte orizzontale mi servono le basse frequenze.

Con il sistema considerato alla frequenza di 160 Hz zero in grado di riprodurre bene il segnale perché avrà armoniche egua 160 Hz (160, 320, 480...). C'è considerando un segnale di frequenza 1600 Hz questo avrà armoniche egua 1600 Hz e il segnale non verrà riprodotto correttamente. Ciò diventerà ancora più evidente nel caso di segnale con frequenza di 20000 Hz. In questo caso il segnale riprodotto diventerà simile ad una retta.



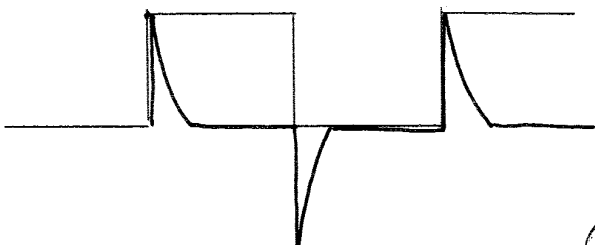
$f = 1600 \text{ Hz}$

Tutto ciò che avviene prima dei 1600 Hz non viene riprodotto bene dal mio sistema ma viene attenuato



$f = 20000 \text{ Hz}$

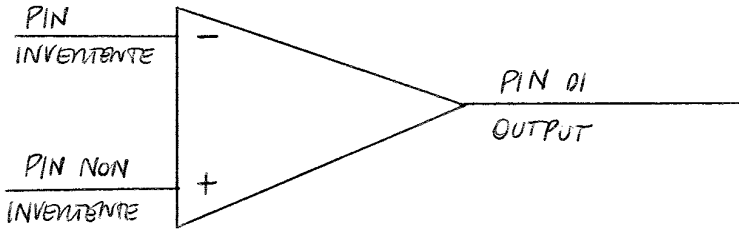
In questo caso riproduco tutte le frequenze ma non la componente continua



$f = 20 \text{ Hz}$

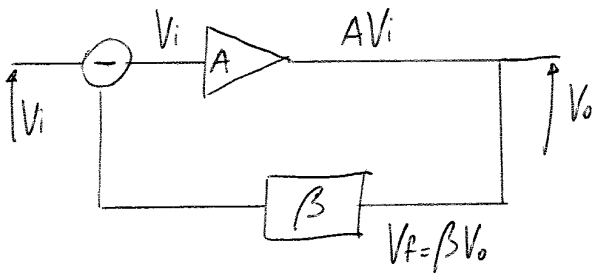
AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

AMPLIFICAZIONE IDEALE



- $Z_{in} \rightarrow \infty$
- $Z_{out} \rightarrow 0$
- $A \rightarrow \infty$ (GUADAGNO)

• Studio la configurazione di un amplificatore operazionale con negative feedback



$$A(V_i - V_f) = V_o$$

$$A(V_i - \beta V_o) = V_o$$

$$V_o(1 + \beta A) = AV_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

NEL CASO DI AMPLIFICAZIONE IDEALE IL GUADAGNO IDEALE ALTERNATIVO È IL FATTORE DI CORREZIONE $\beta > 1$

$$\frac{V_o}{V_i} = A \quad \text{AMPLIFICAZIONE NEL CASO IDEALE}$$

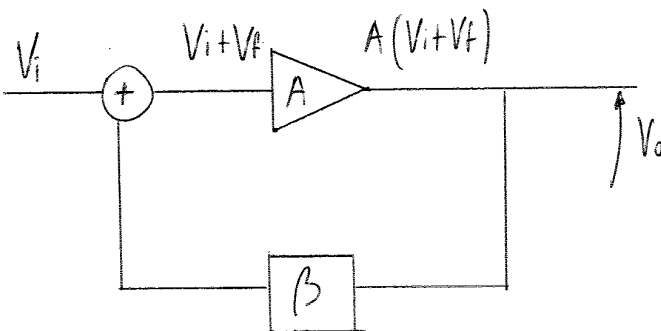
Possiamo ricavare la funzione di trasferimento come

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1/\beta}{1/A\beta + 1} = \frac{1}{\beta} \left(1 + \frac{1}{A\beta} \right)$$

Sapendo che $A \approx 10^5$, $\beta \approx 1 \div 10^{-2} \Rightarrow \frac{1}{A\beta} = 10^{-5} \div 10^{-3} \ll 1 \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\beta}$

Possiamo definire il guadagno solo pensando a definire il collegamento del nostro amplificatore.

• Amplificatore operazionale con configurazione positive feedback



$$A(V_i + V_f) = V_o$$

$$A(V_i + \beta V_o) = V_o$$

$$AV_i = V_o(1 - A\beta)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

$$V_o \left[1 + \frac{AR_1}{R_1+R_2} \right] = V_i \left[\frac{AR_1}{R_1+R_2} - A \right]$$

Divido tutto per A (A → ∞)

$$V_o \left[\frac{1}{A} + \frac{R_1}{R_1+R_2} \right] = V_i \left[\frac{R_1}{R_1+R_2} - 1 \right]$$

↪ ≈ 0

$$\frac{V_o R_1}{R_1+R_2} = V_i \left[\frac{R_1 - R_1 - R_2}{R_1+R_2} \right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_2}{R_1}}$$

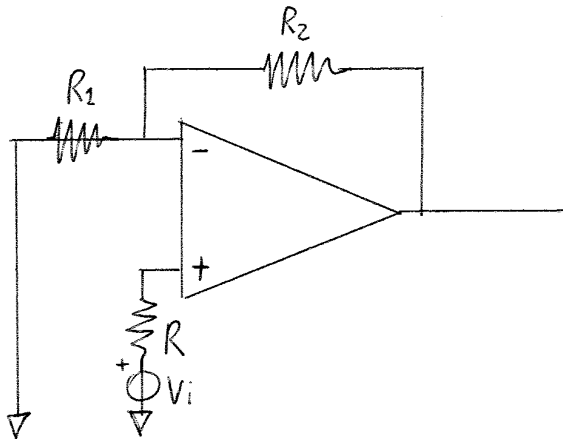
Considero ora V⁻ e studio il comportamento del sistema

$$V^- = V_i - R_2 I_1 = V_i - R_1 \frac{V_i - V_o}{R_1 + R_2} \quad \left(\text{ho ottenuto la relazione sostituendo la relazione fondamentale in } V_o \text{ nel passaggio successivo} \right)$$

$$V^- = V_i - \frac{R_1 V_i}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 V_o}{R_1 + R_2} = V_i - \frac{R_1 V_i}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \left(- \frac{V_i R_2}{R_1} \right) = 0$$

Si vede che per avere un comportamento stabile non devo avere una differenza di potenziale tra il polo invertente e quello non invertente. Con questa affermazione si spiega la convenzione virtuale a terra.

NON INVERTING AMPLIFIER



La resistenza R non ha effetto poiché non viene attraversata dalla corrente

$$V_o = A(V^+ - V^-)$$

$$V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$$

$$V^+ = V_i$$

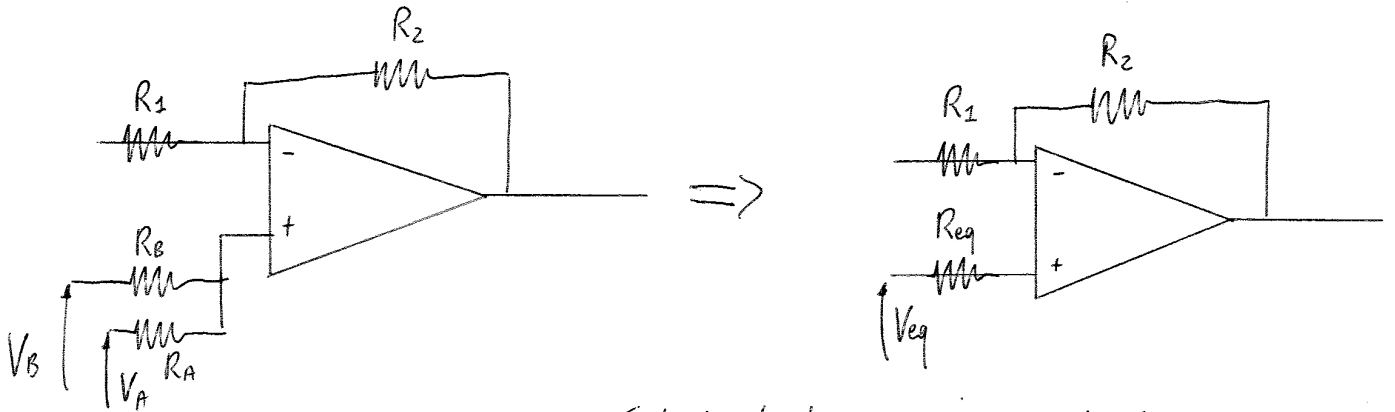
$$V_o = A \left(V_i - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \right)$$

$$V_o \left(1 + \frac{AR_1}{R_1 + R_2} \right) = AV_i$$

$$V_o = V_{eq} \left(-\frac{R_2}{R_{eq}} \right) = \frac{R_A V_B + R_B V_A}{R_A + R_B} \left(-\frac{R_2}{\frac{R_A R_B}{R_A + R_B}} \right) = -\frac{R_2 (R_A V_B + R_B V_A)}{R_A \cdot R_B} = -R_2 \left(\frac{V_B}{R_B} + \frac{V_A}{R_A} \right)$$

Considero il caso con $R_A = R_B = R = \frac{R_2}{2}$ oppure $V_o = -R \left(\frac{V_B}{R} + \frac{V_A}{R} \right) = -(V_A + V_B)$

NON-INVERTING SUMMER

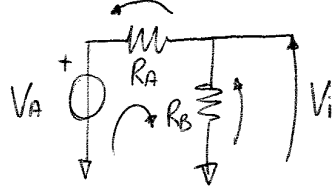


$$R_{eq} = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}$$

$$V_{eq} = V_i' + V_i'' = \frac{V_A R_B}{R_A + R_B} + \frac{V_B R_A}{R_A + R_B}$$

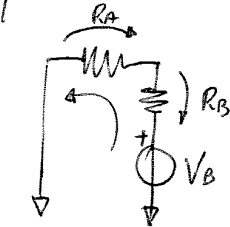
$$V_{eq} = \frac{V_A R_B + V_B R_A}{R_A + R_B}$$

Calcolo la tensione equivalente



$$I = \frac{V_A}{R_A + R_B}$$

$$V_i' = \frac{V_A R_B}{R_A + R_B}$$



$$I = \frac{V_B}{R_A + R_B}$$

$$V_i'' = V_B - \frac{V_B R_B}{R_A + R_B} = \frac{V_B R_A + V_B R_B - V_B R_B}{R_A + R_B} = \frac{V_B R_A}{R_A + R_B}$$

Sapendo che per un amplificatore non invertente la relazione è

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow V_o = \frac{V_A R_B + V_B R_A}{R_A + R_B} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$V_o = \frac{V_A R_B + V_B R_A}{R_A + R_B} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Pongo $R_1 = R_A = R_B = R_2 = R$

$$V_o = \frac{2R^2 (V_A + V_B)}{2R^2} = V_A + V_B$$

$$V_{out} = -V_1 + V_2$$

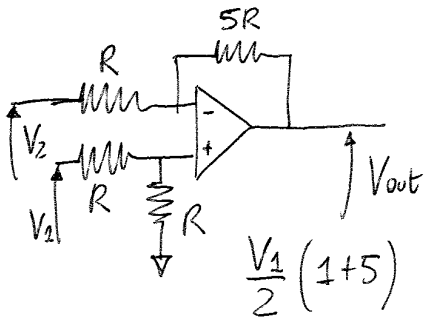
$$V_{out} = \frac{A}{M} [V_A + V_B] - \frac{B}{N} [V_C + V_D]$$

Esercizio

Realizzare lo schema dell'amplificatore operazionale a partire dalla seguente relazione

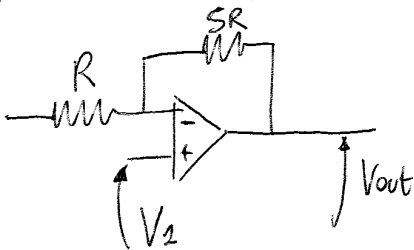
$$1) V_{out} = 3V_1 - 5V_2$$

Utilizzerò un rapporto di 5:1 per le resistenze connesse alla terminale V_2 che dovranno anche essere collegate al morsetto invertente



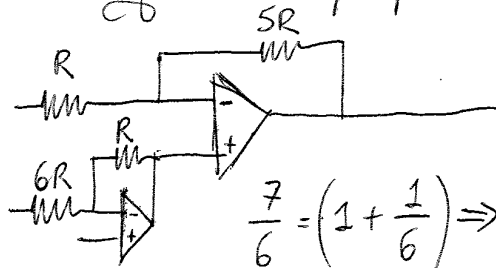
Il guadagno del mio amplificatore è $1 + \frac{5R}{R} = 6$
 Devo quindi trovare un numero che moltiplicato per 6 mi dia 3 \Rightarrow dispongo le resistenze nel ramo positivo in parallelo per ottenere una tensione dimezzata

$$2) V_{out} = 6V_1 - 5V_2$$



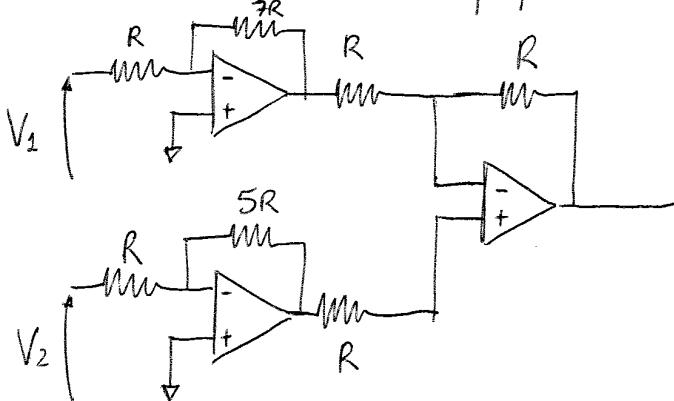
$$3) V_{out} = 7V_1 - 5V_2$$

In questo caso dovrei moltiplicare per $\frac{7}{6}$ il guadagno. Siccome è difficile da realizzare con le resistenze \Rightarrow collego un amplificatore operazionale



$$\frac{7}{6} = \left(1 + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow V_1 \left(1 + \frac{R}{6R}\right) = \frac{7}{6} V_1$$

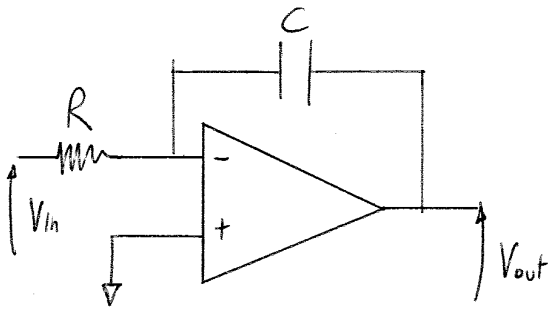
4) Studia ancora la configurazione $V_{out} = 7V_1 - 5V_2$ con il summer and subtractive amplifier



(27)

INTEGRATOR AMPLIFIER

Conviene studiare l'amplificatore nel dominio delle frequenze



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{1/pC}{R} = - \frac{1}{pRC}$$

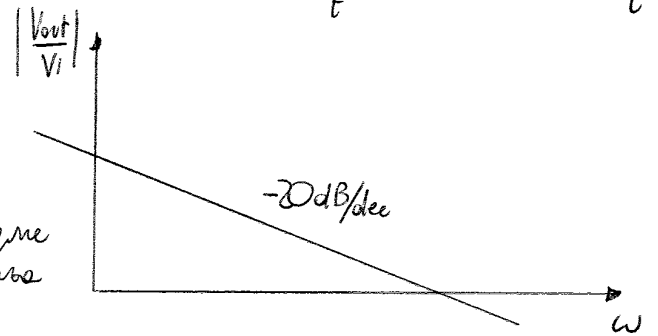
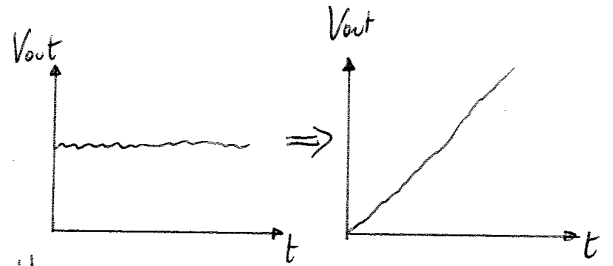
Se prefero analizzarlo nel dominio del tempo

$$I = \frac{V_i}{R} = C \frac{dV_c}{dt}$$

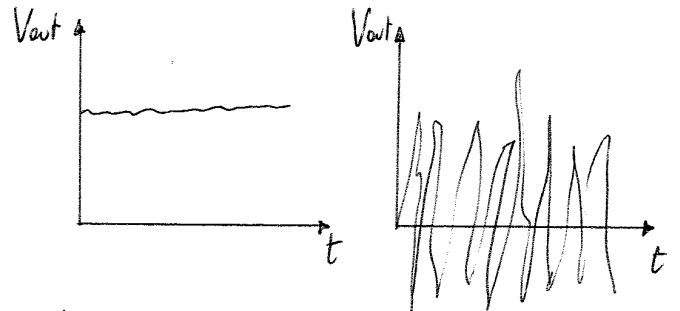
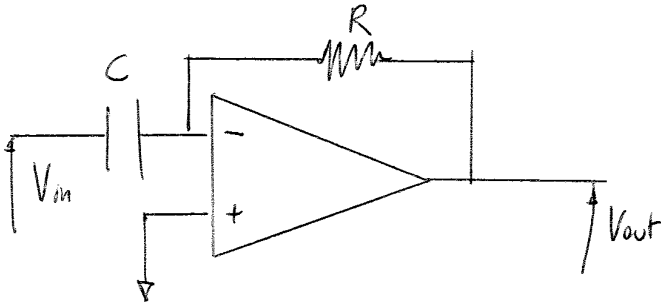
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{1}{pRC} \Rightarrow V_{out} = - \frac{1}{RC} \int V_{in} dt$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{1}{pRC}$$

Non ho nessuno zero, ma ho un polo nell'origine \Rightarrow ottengo una pendenza di $-20dB/dec$

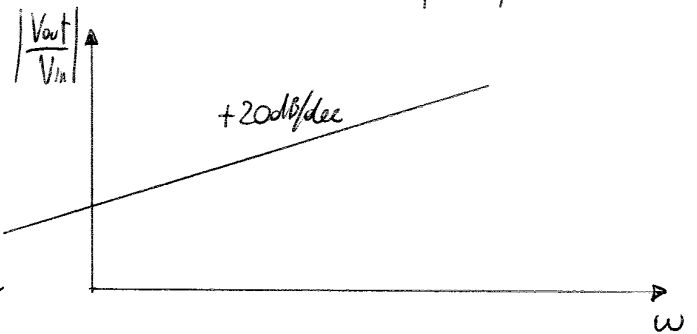


DIFFERENTIATOR AMPLIFIER



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{R}{1/pC} = - pRC$$

Non ho polo ma un solo zero \Rightarrow pendenza $+20dB/dec$

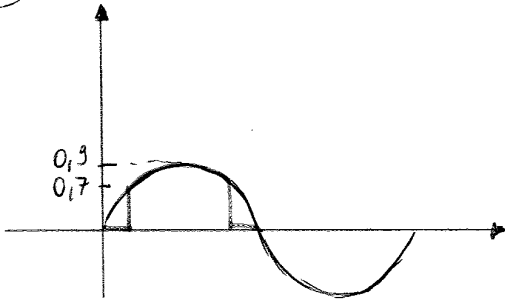


$$i = C \frac{dV_c}{dt} = C \frac{dV_i}{dt}$$

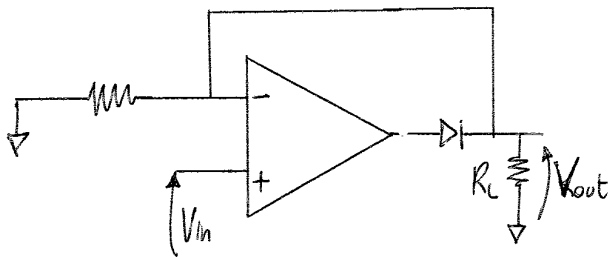
$$V_R = Ri = RC \frac{dV_i}{dt}$$

Considerando il diodo reale non posso pensare di sfruttarlo per realizzare un segnale perché esso ha una tensione di polarizzazione variabile tra 0,2 e 0,7 V. Di conseguenza otterrò un'alterazione anche notevole del segnale, in particolare per segnali con tensioni al di sotto di questo valore.

Per realizzare un segnale vero quindi si realizza un diodo singolo e doppio.

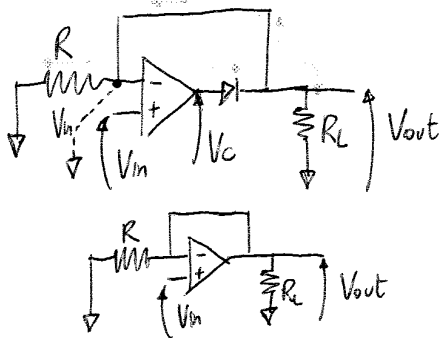


IDEAL SINGLE WAVE RECTIFIER



In questo caso devo studiare il circuito facendo delle ipotesi (ipotizzando V_i positiva o negativa e ipotizzando il diodo in conduzione o meno)

• IPOTESI I: CONSIDERO V_{in} POSITIVA E IL DIODO IN CONDUZIONE

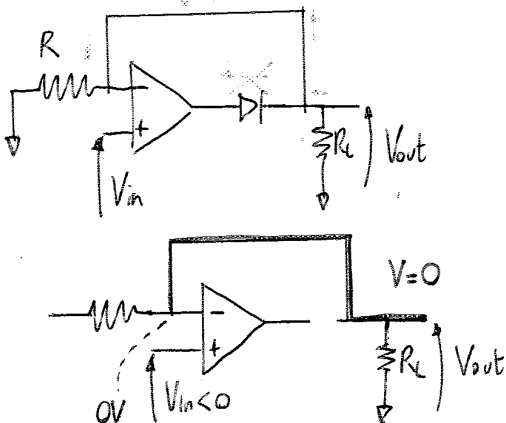


$V_{in} > 0 \Rightarrow$ diodo in conduzione
 \Rightarrow ho un feedback

$$V_{out} - V_{in} = 0 \Rightarrow \boxed{V_{out} = V_{in}}$$

$$V_c = V_d + V_{in}$$

• IPOTESI II: CONSIDERO V_{in} NEGATIVA E IL DIODO NON IN CONDUZIONE

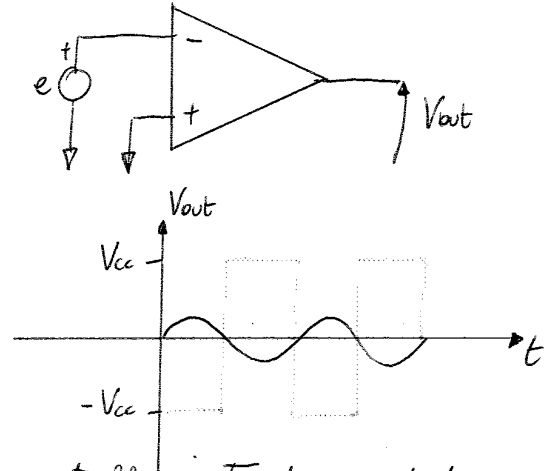
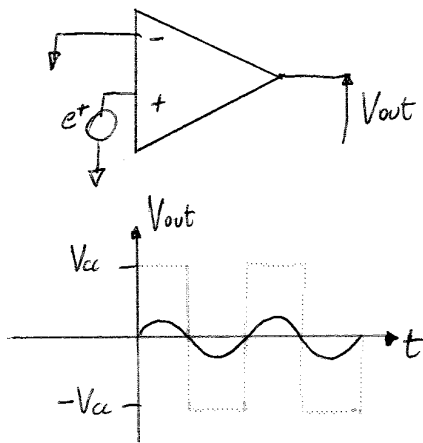


$V_{in} < 0 \Rightarrow$ il diodo non conduce
 \Rightarrow non ho feedback \Rightarrow non posso dire di avere V_{in} nel punto di connessione virtuale a terra \Rightarrow non ho il passaggio di corrente nella rete interna

$$\boxed{V_{out} = 0}$$

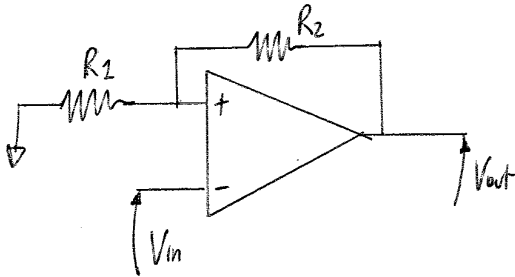
INVERTING AND NON-INVERTING SQUARE SHAPED

È possibile utilizzare un amplificatore operazionale per quadrare un segnale



Questo sistema non viene utilizzato perché potrebbe introdurre distorsioni troppo elevate del segnale in quanto un minimo disturbo verrebbe amplificato dall'amplificatore operazionale

TRIGGER DI SCHMITT



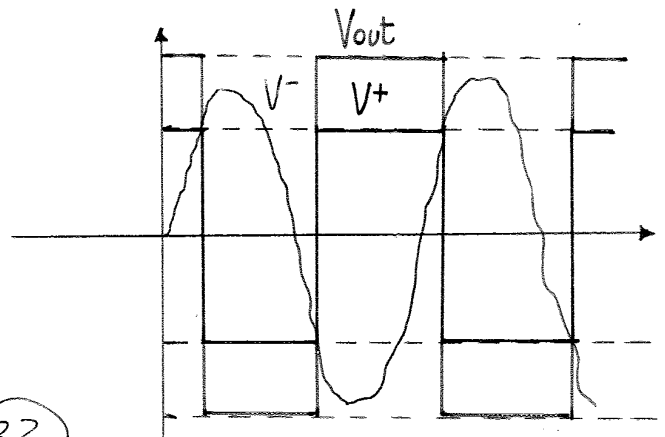
Il Trigger di Schmitt è un circuito con feedback positivo, quindi è un sistema instabile nel comportamento. Esso viene utilizzato per quadrare un segnale.

- ① $V_{out} = V_{cc}$ $V^+ = V_{cc} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ $V^- = V_{in}$ $V^+ > V^-$ $V_{out} = A(V^+ - V^-) > 0$
- ② $V_{out} = -V_{cc}$ $V^+ = -V_{cc} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ $V^- = V_{in}$ $V^- > V^+$ $V_{out} = A(V^+ - V^-) < 0$
- ③ $V_0 = V^+ - V^- = 0$ $V^+ = V_{in}$ $V^- = V_{in}$ $\frac{V_{in}}{R_1} = \frac{-V_{in} + V_{out}}{R_2}$ $\frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_{in}}{R_2} = \frac{V_{out}}{R_2}$

$$\frac{V_{in}(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = \frac{V_{out}}{R_2} \Rightarrow V_{out} = V_{in} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

∕ $V^- = V_{in}$

La condizione ① e la condizione ② sono condizioni di funzionamento stabile, la ③ invece è instabile



③③

Possiamo calcolare il periodo deformando le due leggi esponenziali

$$(1) \quad V_{out} = -V_{cc} \quad V_c = -\left(1 - e^{-t/RC}\right)\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc} + V_{cc}\right) + \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc}$$

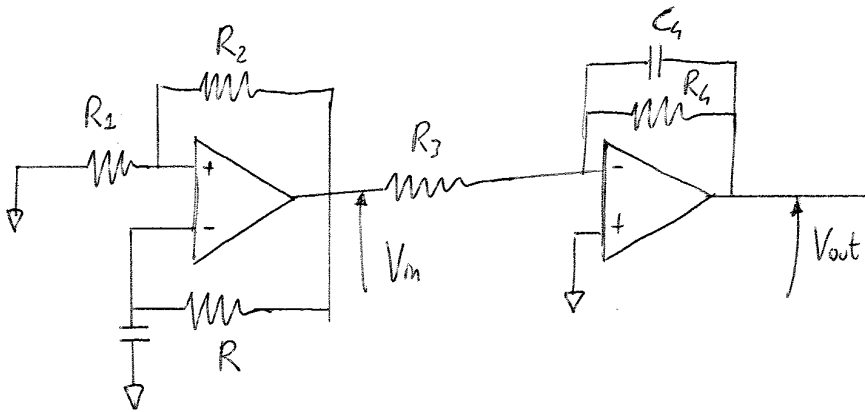
$$(2) \quad V_{out} = +V_{cc} \quad V_c = \left(1 - e^{-t/RC}\right)\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc} + V_{cc}\right) - \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc}$$

$$\left(1 - e^{-\frac{t/2}{RC}}\right)\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc} + V_{cc}\right) - \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc} = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{cc}$$

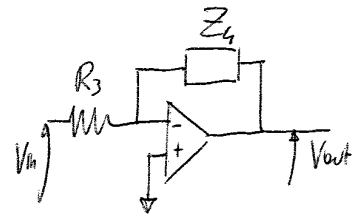
$$\left(1 - e^{-\frac{t/2}{RC}}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-\frac{t/2}{RC}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \ln 3} \cdot \frac{1}{RC} \approx \frac{0,46}{RC} \Rightarrow T \approx 2,2RC$$

TRIANGULAR WAVE GENERATOR



Inizio con lo studio del secondo blocco del circuito



Considerando il circuito a destra calcolo l'impedenza equivalente e lo vedo come un amplificatore invertente

$$Z_4 = \frac{R_4 \frac{1}{pC_4}}{R_4 + \frac{1}{pC_4}} = \frac{R_4 / pC_4}{\frac{pR_4C_4 + 1}{pC_4}} = \frac{R_4}{1 + pR_4C_4}$$

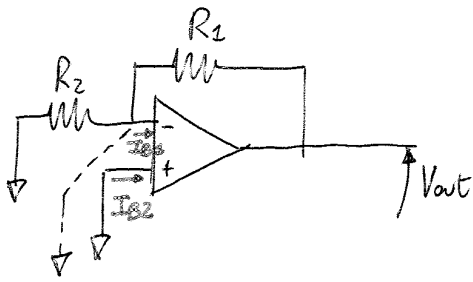
Scuro la funzione di trasferimento sapendo che per un amplificatore generico si avrà

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_4}{R_3} = -\frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1}{1 + pR_4C_4}\right)$$

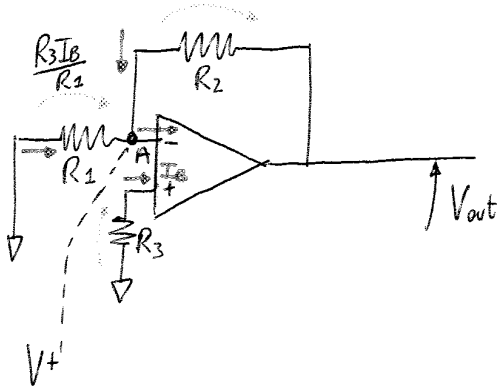
Prima di disegnare la funzione noto che questa non ha nessuno zero mentre ha un polo in $p = -1/R_4C_4$. Inoltre la presenza del segno - davanti all'espressione comporta l'inversione del segnale \Rightarrow lo spostamento avanti o indietro della sinusoidale

(35)

• Bias current



In questo caso si verifica che $V^+ = V^- = 0$ e la corrente in R_2 è 0 perché a valle e a monte non ho potenziale



$$V^+ = -R_3 I_B$$

La caduta che attraversa R_1 è $\frac{R_3 I_B}{R_1}$
 Scrivo ora la legge al nodo A

$$\frac{R_3 I_B}{R_1} + I_2 = I_B \Rightarrow I_2 = I_B - \frac{R_3 I_B}{R_1}$$

$$V_{R2} = R_2 I_2 = R_2 \left(I_B - \frac{R_3 I_B}{R_1} \right)$$

$$V_{out} = V^+ + V_{R2} = -R_3 I_B + R_2 \left(I_B - \frac{R_3 I_B}{R_1} \right)$$

Voglio ora porre $V_{out} = 0$ per annullare la bias current

$$-R_3 I_B + R_2 \left(I_B - \frac{R_3 I_B}{R_1} \right) = 0$$

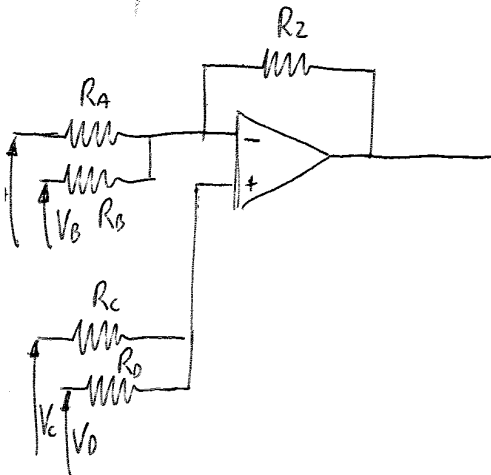
$$-R_3 + R_2 - \frac{R_2 R_3}{R_1} = 0$$

$$-R_3 - \frac{R_2 R_3}{R_1} = -R_2$$

$$R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = R_2 \Rightarrow R_3 = \frac{R_2}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} = \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

Inserendo nell'amplificatore una resistenza R_3 di valore pari al parallelo tra R_1 e R_2 evita gli effetti della bias current

Esempio



In questo caso per ridurre l'effetto delle correnti parassite dovono essere

$$R_C // R_D \approx (R_A // R_B) // R_1$$

$$I_{B1} = I_B + \Delta I_B$$

$$I_{B2} = I_B - \Delta I_B$$

$$\Rightarrow V_{out} = R_2 \Delta I_B$$

• GBWP (Gain Bandwidth Product)

Questo parametro ci dà un'idea della massima frequenza amplificabile dall'amplificatore. La frequenza è inversamente proporzionale al guadagno. Dato G il guadagno dell'amplificatore la massima frequenza amplificabile è:

$$f_{MAX} = \frac{GBWP}{G}$$

$$GBWP = A f_T$$

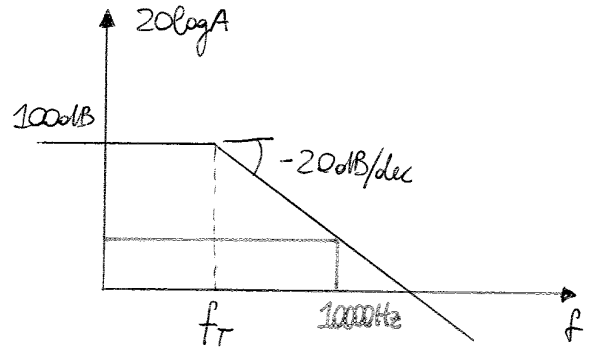
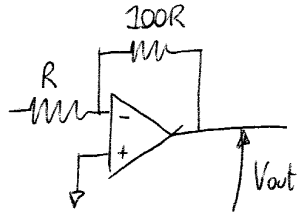
Esempio

$$A = 100000$$

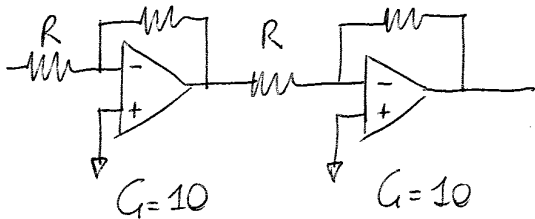
$$G = 100$$

$$GBWP = 1 \text{ MHz}$$

$$f_{MAX} = \frac{GBWP}{G} = \frac{1000000}{100} = 10000 \text{ Hz}$$



Se un giorno dato un guadagno maggiore dovessi utilizzare più amplificatori. Nel caso volevo realizzare un guadagno di 100 con due amplificatori avrei:

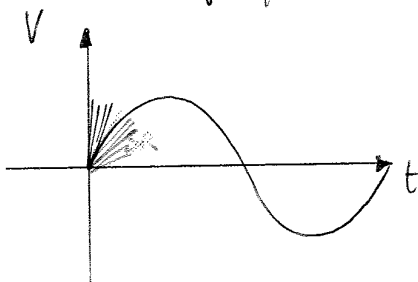


$$f_{MAX} = \frac{GBWP}{G_i} = \frac{1000000}{10} = 100000 \text{ Hz}$$

• Slew rate (velocità di commutazione)

La tensione all'uscita dell'OA cambia con la velocità di commutazione. Questa è dell'ordine di qualche volt al micro-secondo. Essa limita la massima frequenza del segnale di input che può essere amplificato.

Dato lo slew-rate si vede come sia possibile descrivere segnali con derivata minore (in blu) mentre risulta impossibile descrivere quelli con derivata superiore (in rosso).



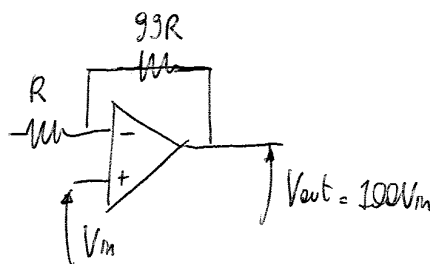
Esempio

$$f = 10000 \text{ Hz}$$

$$V_{in} = 0,01 \text{ mV } (2\pi \cdot 10^4 t)$$

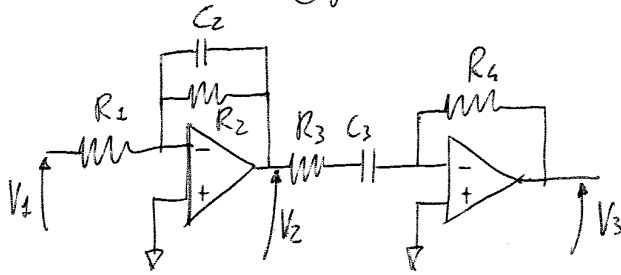
$$V_{out} = 10 \text{ mV } (2\pi \cdot 10^4 t)$$

$$SR = 1 \text{ V}/\mu\text{s}$$



ESERCIZIO ESAME (2)

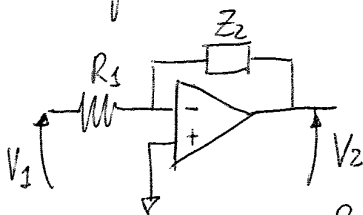
• Dato il circuito \Rightarrow richiesta di trovare la funzione di trasferimento, i valori di C_2 e C_3 per frequenze di 10 KHz e 10 Hz e disegnare la funzione in diagrammi di Bode



$$R_1 = R_2 = 100000 \Omega$$

$$R_3 = R_4 = 100000 \Omega$$

Scampano il circuito in due parti e studio separatamente le funzioni di trasferimento dei due OA



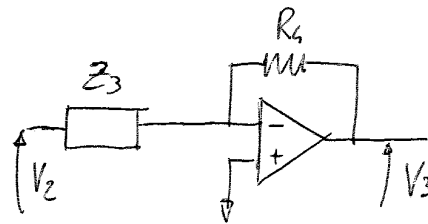
$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot 1/pC_2}{R_2 + 1/pC_2} = \frac{R_2/pC_2}{pR_2C_2 + 1/pC_2}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + pR_2C_2}$$

È un OA invertente

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2}{R_1} = -\frac{R_2}{1 + pR_2C_2} \cdot \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + pR_2C_2}$$



$$Z_3 = R_3 + \frac{1}{pC_3} = \frac{R_3pC_3 + 1}{pC_3}$$

È un OA invertente

$$\frac{V_3}{V_2} = -\frac{R_4}{Z_3} = -\frac{R_4}{\left(\frac{1 + R_3pC_3}{pC_3}\right)}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = -\frac{R_4pC_3}{1 + R_3pC_3}$$

La funzione di trasferimento complessiva sarà data dal prodotto tra le due funzioni

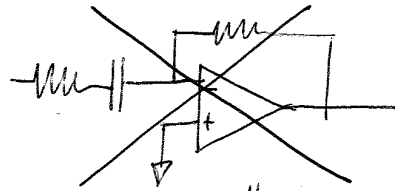
$$\frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{V_3}{V_2} = \boxed{\frac{V_3}{V_1}} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{1}{1 + pR_2C_2}\right) \left(-\frac{R_4pC_3}{1 + R_3pC_3}\right) = \boxed{\frac{R_2}{R_1} \frac{pR_4C_3}{(1 + pR_2C_2)(1 + R_3pC_3)}}$$

Nella funzione ho uno zero e due poli.

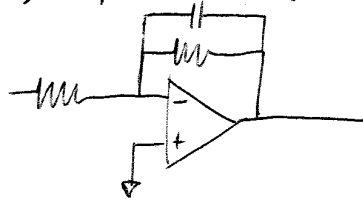
Trovo i valori per cui ω ha una certa frequenza di C_2 e C_3

(41)

• Considero un primo layout: questo non può andar bene perché la capacità blocca qualunque corrente continua



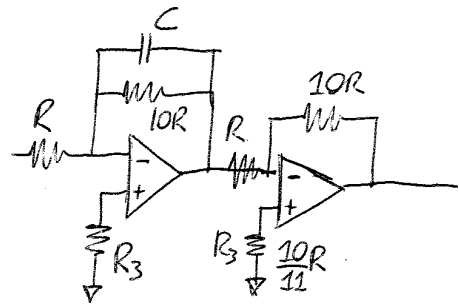
• Considero un secondo layout: in questo caso può andar bene perché la componente continua riesce a passare. La funzione di trasferimento di questo amplificatore è data da:



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{con} \quad Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{pC_2}}{R_2 + \frac{1}{pC_2}} = \frac{R_2}{1 + pR_2C_2} \quad \text{e} \quad Z_1 = R_1$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{R_2}{R_1(1 + pR_2C_2)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \left[1 + \frac{R_2}{R_1(1 + pR_2C_2)} \right] = \frac{(R_1 + R_2) + pR_1R_2C_2}{R_1(1 + pR_2C_2)}$$



Per limitare l'effetto delle bias current cerco di avere R_3 pari al parallelo tra le due resistenze. Queste correnti sono continue.

Devo scegliere dei valori per le resistenze

$$R = 10K\Omega \Rightarrow 10R = 100K\Omega$$

Il valore di R_3 per evitare l'effetto delle bias current sarà

$$\frac{10}{11}R = 9090\Omega \Rightarrow \text{lo approssimo a } 10K\Omega \text{ perché non è un valore nominato.}$$

$$10RC = 10^{-5} = \tau \Rightarrow C = \frac{10^{-5}}{10R} = \frac{10^{-5}}{10 \cdot 10000} = 10^{-10} F = 10pF$$

Calcolo ora il guadagno del circuito

$$G_1 = - \frac{10R \cdot \frac{1}{pC}}{10R + \frac{1}{pC}} \cdot \frac{1}{R} = - \frac{10R}{1 + pRC} \cdot \frac{1}{R} = - \frac{10}{1 + pRC} = -9,94135$$

$\hookrightarrow \frac{f}{2\pi}$

$$G_2 = -10$$

$$G = G_1G_2 = 99,4$$

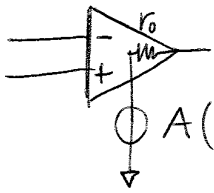
④ Considero un amplificatore del tipo CA3140
 Voglio calcolare la frequenza massima amplificabile senza distorsione

$$V_{out} = G v_{in} (2\pi f_{max} t)$$

$$SR = 7V/\mu s$$

$$f_{MAX} = \frac{SR}{2\pi V_0} = \frac{7V/\mu s}{2\pi \cdot 4V} = 278521 Hz \Rightarrow \text{La massima frequenza amplificabile è di } 278 kHz$$

⑤ Valutare il common-mode gain dell'amplificatore



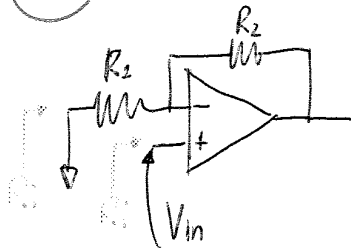
$$A(V^+ - V^-) + A_s \left(\frac{V^+ - V^-}{2} \right)$$

$$A = 2 \cdot 10^5$$

$$CMRR = 20 \log \left(\frac{A}{A_s} \right) = 90 dB$$

$$\frac{A}{A_s} = 10^{CMRR/20} \Rightarrow A_s = \frac{A}{10^{CMRR/20}} = 6,32$$

⑥ Considero il seguente circuito e calcolo i valori di A , G , R_1 e R_2



$$G = 40 dB = 100$$

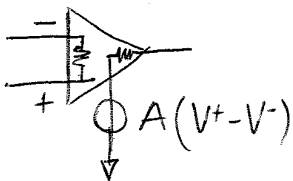
$$R_{out} = 0,1 \Omega = \text{resistenza vista dal carico}$$

$$R_{in} = 200 \Omega \approx R_1$$

$$R_{out} = r_o \frac{G}{A}$$

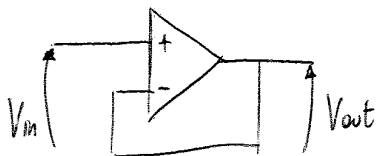
$$r_o = 200 \Omega$$

$$A = \frac{r_o G}{R_{out}} = 200000$$



$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \text{per avere } G = 100 \quad R_2 = 99 R_1$$

⑦

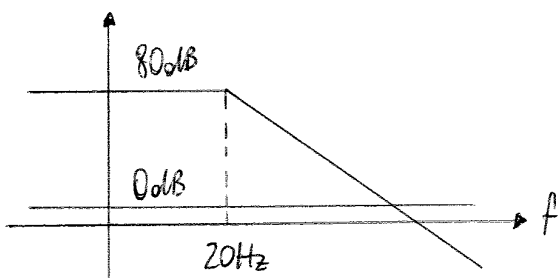


$$A = 80 dB = 10000$$

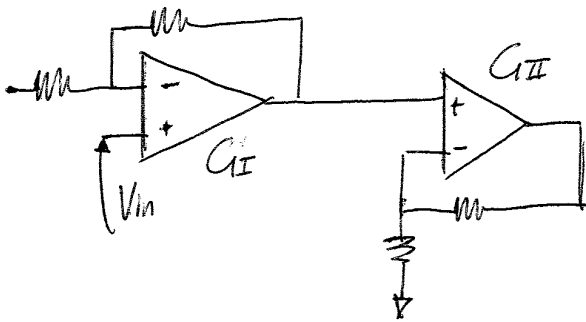
$$f_T = 20 Hz \quad -3 dB$$

$$f_{signal} = 20 kHz$$

$$GBWP = A f_T = 200 kHz = G f$$



④⑤



$$G = G_I G_{II}$$

$$R_{out} = r_o \frac{G_{II}}{A} \leq 0,5$$

$$G_{II} \leq 0,5 \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{75} \leq 1333$$

$$G_{II} \leq 1333$$

Considero ancora il modo nella frequenza
 $f_B \geq 30\text{kHz}$

$$f_B = \frac{GBWP}{G} \Rightarrow G_{max} \leq \frac{GBWP}{f_B} \leq 33,3$$

$$G_{max} \leq 33,3$$

Quest'ultimo modo è in entrambi gli amplificatori \Rightarrow posso scegliere due amplificatori ciascuno con guadagno 20 con rispetto attivo e 3 v modo.

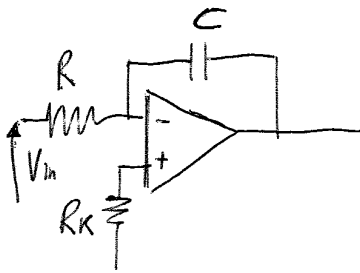
$$G_I = G_{II} = 20 \Rightarrow G = 400$$

$$R_{in} = r_i \frac{A}{G} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^5}{20} = 200000 \Omega$$

$$R_{out} = r_o \frac{G}{A} = \frac{75 \cdot 20}{2 \cdot 10^5} = 0,0075 \Omega$$

Per realizzare un amplificatore con guadagno 20 scelgo $R_1 = R$ e $R_2 = 19R$

9



Considero un integratore e devo determinare R_K e V_{off} affinché il drift all'istante sia nullo

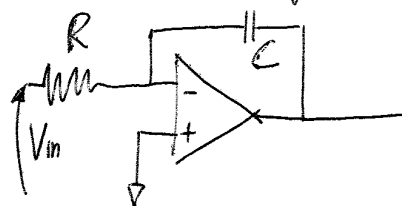
$$I_{B1} = I_{B2} = 1 \mu A$$

$$V_{off} = 4 \text{ mV}$$

$$SR = 4 \text{ V}/\mu s$$

Sapendo che $V_{out} = f(V_i, I_B, V_{off})$ siamo a doverci controllare

1



$$V_{out} = - \frac{V_i}{PRC}$$

47

$$\left| \frac{dV_{out}}{dt} \right| \leq SR$$

$$\frac{dV_{out}}{dt} = \frac{V_i}{RC}$$

$$\frac{V_i}{RC} \leq SR \quad \tau = RC$$

$$RC \geq \frac{V_i}{SR} = \frac{2V}{4V/\mu s} = 0,5 \mu s$$

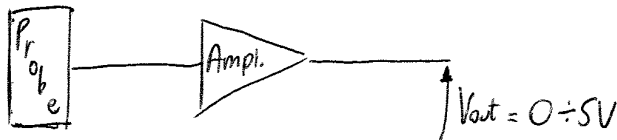
10) Considero un sistema composto da una sonda per la misura della temperatura seguita da un amplificatore che mi permette di ottenere all'uscita un valore di tensione tra 0 e 5V. Siccome sto eseguendo delle misure di temperature considero un sistema del 1° ordine.

$$\tau = 10ms$$

$$\frac{dT}{dt} = 10mV/^\circ C$$

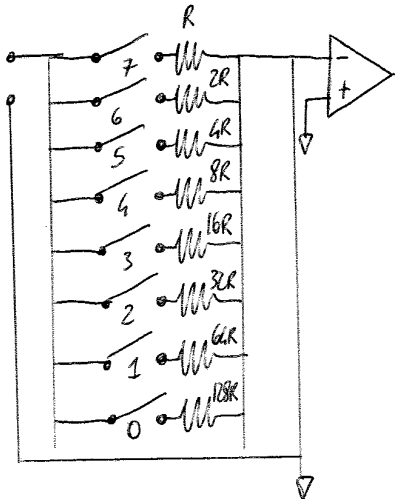
$$T = 20 \div 60^\circ C$$

$$V_{out} = 0 \div 5V$$

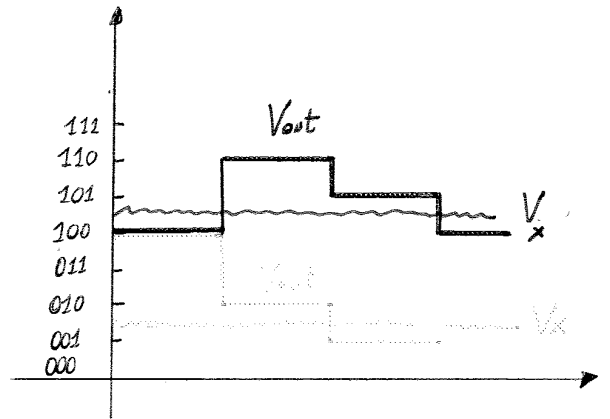


Sapendo che le tensioni possono variare tra 200 e 600mV entro questo valore come tensione in ingresso. Per evitare distorsioni del segnale riduco la banda di Vout tra 1 e 4V.

Convertitore A/D per approssimazioni successive



In questo convertitore si hanno all'ingresso del comparatore il segnale da convertire analogico e la tensione di uscita dal D/A



Procedura di funzionamento

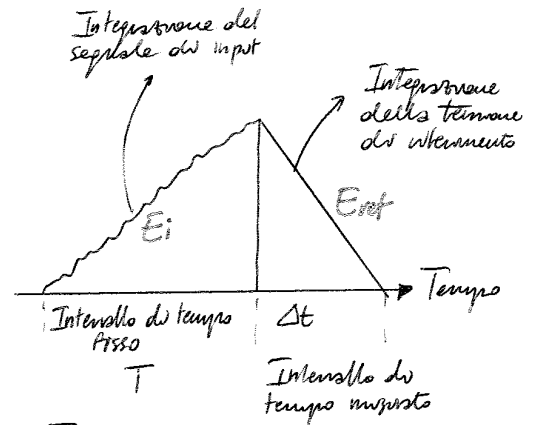
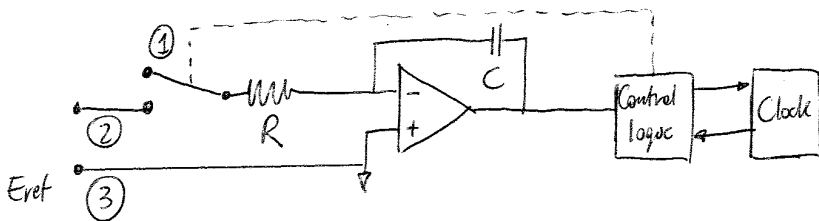
- 1) L' MSB viene posto a 1. Se $V_{out} > V_x \rightarrow MSB = 0$
Se $V_{out} < V_x \rightarrow MSB = 1$

2) Si procede così con tutti i bit

3) Velocissimo nelle conversioni (10^6 conversioni/s)

4) Se il segnale cambia durante il processo di conversione \Rightarrow un verrà fornito un errore della conversione finale. Questo problema può essere evitato con un sample and hold amplifier.

Convertitore A/D Dual Slope



Il segnale di ingresso viene inviato ad un integratore e opera per un certo periodo di tempo T. Dopo il tempo T una tensione di riferimento con polarità opposta rispetto a quella del segnale analogico viene inviata all'integratore. Il tempo Δt richiesto per portare l'output al valore nullo viene misurato.

$$E_i T = E_{ref} \Delta t$$

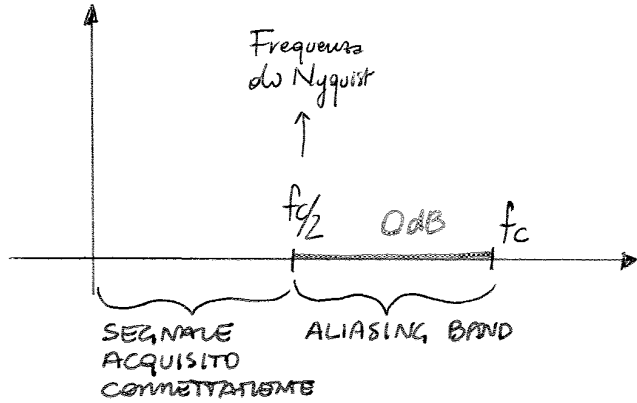
Inizialmente parte con il sistema che si trova come nella posizione 1 \Rightarrow il segnale viene integrato e cresce linearmente. Successivamente viene selezionata la posizione 2 o 3. Questo tipo di convertitore non permette di non avere rumore a 50Hz quando il periodo T è un multiplo di $1/f$

5) Questi convertitori sono lenti e possono eseguire al massimo 30 conversioni al secondo

QUANTIZATION ERROR

- deve essere trascurabile rispetto all'incertezza del segnale analogico
- trascurabile rispetto al rumore
- matching tra F_{RS} ed E_{NOF} Formula

TEOREMA DI SHANNON: se il segnale ha una banda di frequenza B , la frequenza con la quale viene campionato il segnale deve essere almeno $2B$



Se si vorrà acquisire un segnale che si trova nella banda di aliasing non verso perché questo viene alterato e il suo contenuto di energia viene trasferito nella prima banda. Inoltre il segnale non potrà essere ricostruito con il numero di bit

ALIASING: fenomeno per cui due segnali analogici diversi possono diventare indistinguibili una volta campionato. Eso si verifica quando non viene rispettata la condizione $f_c > 2f_N$

REGOLA FONDAMENTALE: quando si usa un interpolatore lineare f_N deve essere almeno pari a 10 volte la banda del segnale analogico.

CONVERSIONE DIGITALE → ANALOGICO: interpolazione

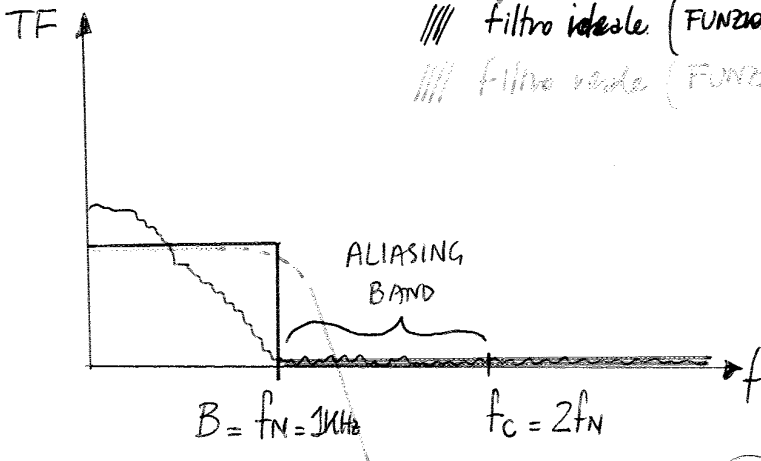
CONVERSIONE ANALOGICO → DIGITALE: discretizzazione del tempo (campionamento)
discretizzazione delle ampiezze (quantizzazione)

FILTRO ANTI-ALIASING: filtro analogico usato prima del campionamento di un segnale al fine di restringere la banda del segnale stesso per soddisfare il teorema di Shannon

//// segnale ottenuto dopo l'applicazione del filtro

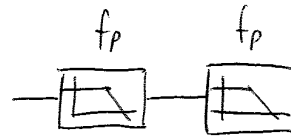
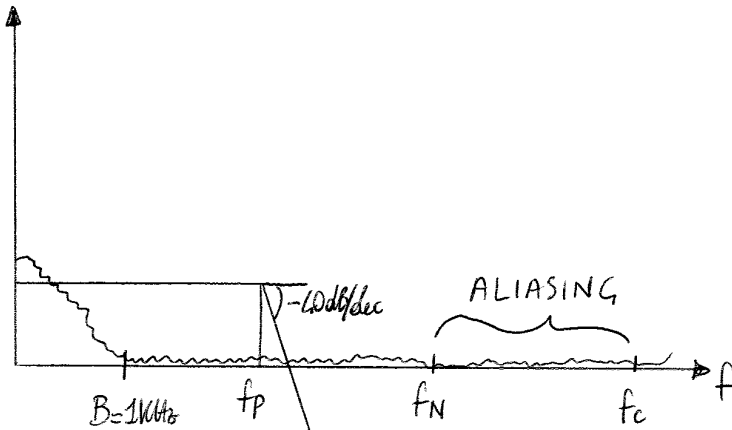
//// filtro ideale (FUNZIONE DI TRASFERIMENTO)

//// filtro reale (FUNZIONE DI TRASFERIMENTO)



Acquisisco il segnale nella banda di aliasing ma poi questo viene riportato nella zona precedente la banda di aliasing

Dall'esempio si nota come $f_c \approx 20f_p$ e come la frequenza sia molto elevata \Rightarrow provo ad utilizzare un filtro del secondo ordine composto da due filtri passa-basso collegati in serie



Filtro del secondo ordine con funzione di trasferimento

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + (f/f_p)^2} > 0,999$$

$$\frac{1}{1 + (B/f_p)^2} = 0,999 \quad 0,001 = \left(\frac{B}{f_p}\right)^2$$

$$f_p^2 = \frac{B^2}{0,001} \Rightarrow \boxed{f_p = 32 \text{ KHz}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + (f/f_p)^2} < 0,1$$

$$\frac{1}{1 + (f_N/f_p)^2} = 0,1 \Rightarrow 9 = \left(\frac{f_N}{f_p}\right)^2 \Rightarrow \boxed{f_N = 96 \text{ KHz}}$$

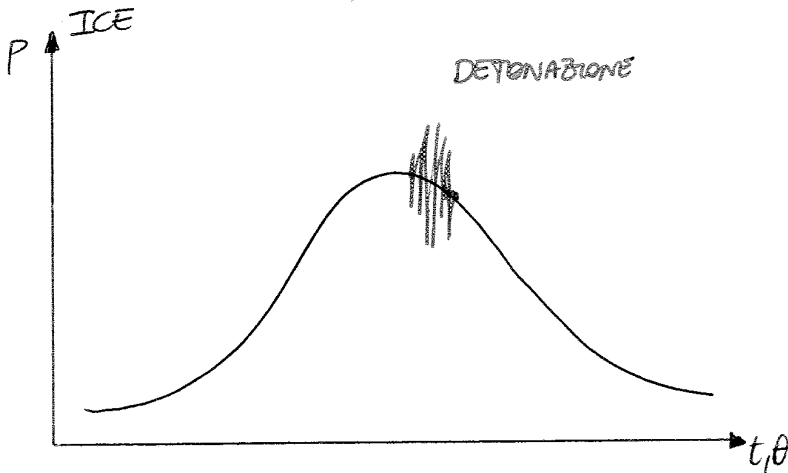
$$\boxed{f_c = 2f_N = 192 \text{ KHz}}$$

Quiche in questo caso per avendo adottato un filtro del secondo ordine un ritorno con un file molto grande in termini di dinamica.

SOVRA-CAMPIONAMENTO: si acquisiscono dati con una frequenza molto elevata in grandi quantità. Si usa una frequenza superiore in modo che un filtro digitale quasi ideale possa abbassare l'alice fino alla frequenza di Nyquist mentre un filtro analogico possa bloccare le frequenze superiori ed una frequenza di Nyquist superiore. Il sovra-campionamento riduce l'alice. mig.

Se si usa un filtro analogico (auto-aliasing), si può ridurre il ritorno con un filtro digitale, ma con un file di grandi dimensioni con un filtro digitale, si può ridurre il ritorno con un filtro analogico (auto-aliasing) e con un ritorno di grandi dimensioni.

Esempio su DAQ per acquisizione DATI su ICE



Connetto il trigger direttamente all'encoder.
 Durante la detonazione si ha un contenuto in frequenza di 20-30kHz

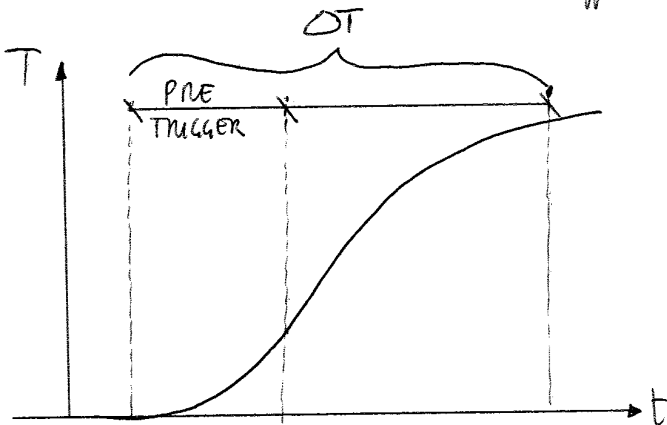
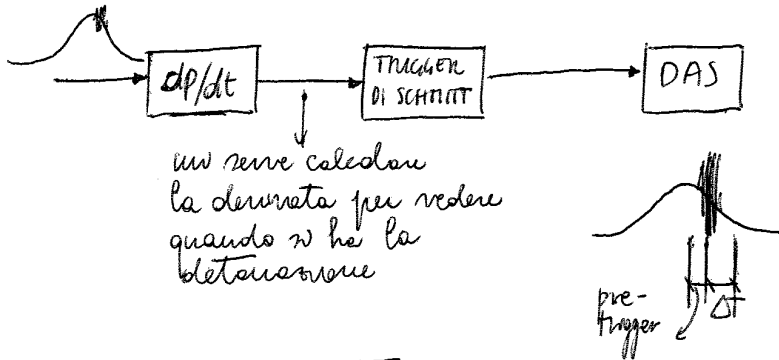
$$n = 5000 \text{ rpm}$$

$$n = \frac{5000}{60} = 83 \text{ rps}$$

$$\Delta\theta = 1^\circ$$

La velocità a cui ruota il motore è di $83 \cdot 360^\circ = 30000^\circ/s$

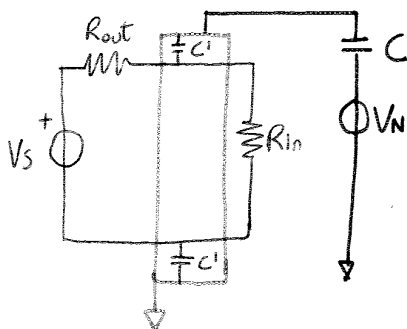
Se eseguo acquisizioni per ogni grado di rotazione dovrò eseguire 30000 acquisizioni al secondo. Tuttavia per lo studio della detonazione posso eseguire le acquisizioni ad una frequenza superiore.



Posso considerare di acquisire la temperatura quando ho un valore superiore ad un certo limite fissato

CAVI SCHERMATI CONNESSI A TERRA

Rumori elettrostatici

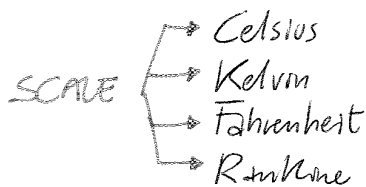


III Circuito associato al disturbo

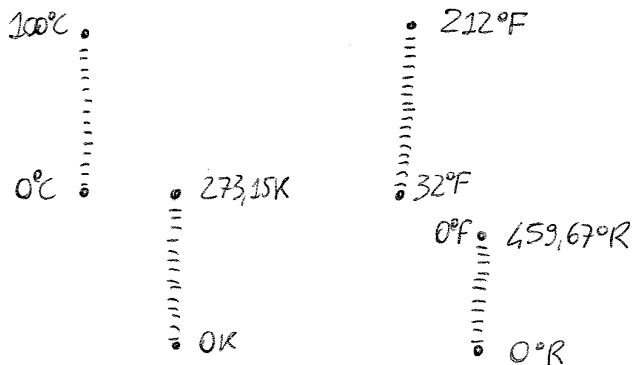
III Circuito associato al cavo e connesso a terra

La conduttività di connessione del circuito del cavo a terra un'omogeneità l'assenza di rumori elettrostatici

MISURE DI TEMPERATURA



Il principio su cui si fondano le scale è quello di determinare due punti fusi: punto di ebollizione e punto di congelamento



FORMULE PER IL PASSAGGIO DA UNA SCALE ALL'ALTRA

$$K = ^\circ C + 273,15$$

$$^{\circ}R = ^\circ F + 459,67$$

$$^{\circ}F = 32 + \frac{9}{5} ^\circ C$$

$$^{\circ}R = \frac{9}{5} K$$

Ideal gas thermometer

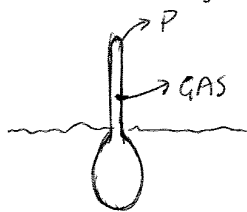
TERMINO ASSOLUTO: posso derivare da esso la misura della temperatura semplicemente usando le formule.

Questo termometro basa il suo funzionamento sulla legge dei gas perfetti

$$pV = nRT = \mu RT$$

n moli $8314,5 \frac{J}{kg \cdot mol \cdot K}$ $\frac{R}{\mu}$

Il termometro è caratterizzato da un volume chiuso che viene riempito con del gas. So quindi la pressione p calcolata con la formula



$$p = p_0 [1 + \beta (T - T_0)]$$

Collego quindi la misura della temperatura ad una misura di pressione

Tuttavia nella formula devo tener conto che β è affetta da una grande incertezza e per determinarla eseguo le misure di pressione a $0^{\circ}C$ e $100^{\circ}C$

$$\beta' = \frac{p_{100^{\circ}C} - p_{0^{\circ}C}}{100 p_{0^{\circ}C}} \quad T' = \frac{1}{\beta'} \left(\frac{p' - p_{0^{\circ}C}}{p_{0^{\circ}C}} \right)$$

Seguo successivamente una procedura iterativa durante la quale aumento parte del gas del termometro.

$$KS(T_x - T) dt = Mc dT$$

$$KS(T_x - T) = Mc \frac{dT}{dt}$$

$$KS(T_x - T) = Mc \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{Mc}{KS} \frac{dT}{dt} = T_x - T$$

Definisco la costante di tempo

$$\tau = \frac{Mc}{KS}$$

$$\tau \frac{dT}{dt} = T_x - T$$

$$\tau \downarrow \rightarrow \frac{M}{S} \downarrow \rightarrow \frac{V}{S} \downarrow \rightarrow K \uparrow$$

Cerco sempre di posizionare il termometro in una posizione in cui la turbolenza sia elevata per avere una misura accurata.

COSTANTE DI TEMPO BASSA

- la posizione sensibile del termometro deve presentare un bene rapporto area superficiale \Rightarrow avere una forma cilindrica
- deve essere massimizzato il coefficiente correttivo $K \Rightarrow$ installarlo in corrispondenza di punti in cui ω ha la massima turbolenza

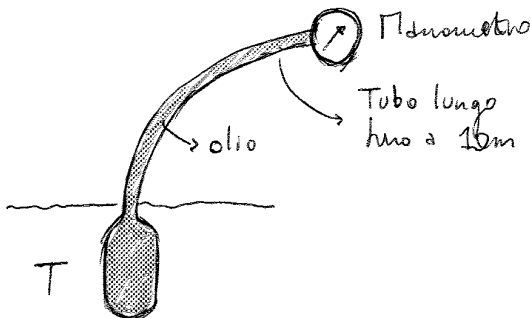
Bisogna tenere conto che il volume del liquido nel capillare varia come conseguenza della variazione del liquido nel bulbo e nel contenitore

$$\Delta V = \Delta V_b - \Delta V_c = \alpha V_b \left(1 + \frac{\alpha_c}{\alpha_b} \right) \Delta T$$

$\frac{9}{182}$ (vetro / mercurio)

Questa variazione non comporta tuttavia un errore perché nella definizione della scala dello strumento ω è tenuto conto di questo effetto

Liquid expansion thermometer



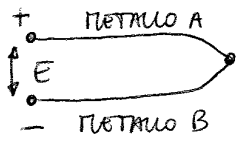
Il liquido termometrico viene racchiuso in un contenitore metallico. Misura la pressione nel contenitore che è collegata alla temperatura del liquido sensibile di un manometro.

Il range di temperatura va da -40°C a 400°C e l'accuratezza è dell' $\pm 1-2\%$ del valore di fondo scala.

Il problema risiede nel fatto che il calore scambiato lungo il capillare può alterare la misura. L'effetto può essere evitato inserendo un core di Invar nel termometro. L'invar (64% Fe - 36% Ni) ha un coefficiente di dilatazione termica molto basso.

Termocoppie

TERMOCOPIA: sensore per misurare la temperatura in corrispondenza di una giunzione. Quando due metalli diversi vengono uniti genera una forza termoelettromotrice tra il punto A e B.



TENF

Effetto Seebeck: in una giunzione di diversi metalli la EMF generata è proporzionale alla temperatura della giunzione

Effetto Peltier: se una corrente elettrica scorre attraverso una giunzione di due metalli diversi viene scambiato calore tra la giunzione e l'ambiente

Effetto Thomson: quando una corrente scorre in un metallo omogeneo non scaldato in modo uniforme c'è un assorbimento o endossione del calore lungo il corpo del metallo.

SEEBECK: $E = f(T)$

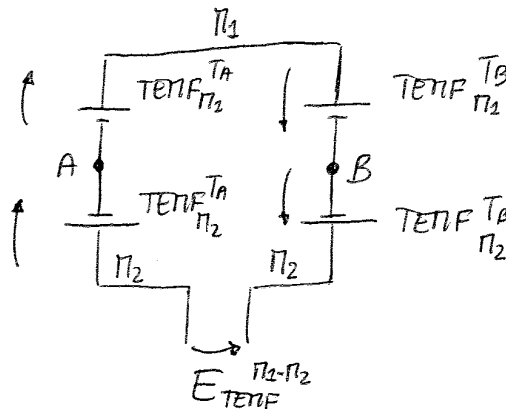
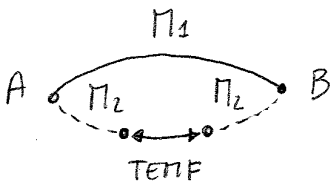
PELTIER: $Q = f(i)$

THOMSON: $Q' = f(i)$

Gli effetti Thomson e Peltier sono legati alla corrente che scorre attraverso la giunzione. La corrente che scorre nella giunzione deve quindi essere nulla per rendere trascurabili questi fenomeni.

SENSIBILITÀ TERMOCOPIE $\approx 30-40 \mu V/^{\circ}C$

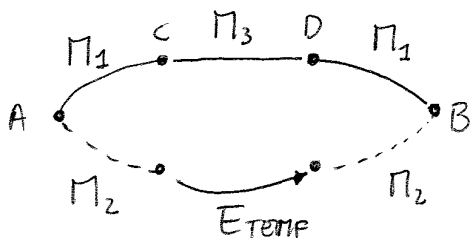
Modello della termocoppia



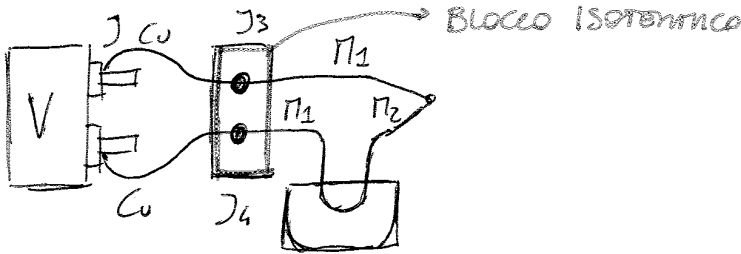
$$TENF_{\pi_1 \pi_2}^{T_A - T_B} = -TENF_{\pi_2}^{T_A} + TENF_{\pi_1}^{T_A} - TENF_{\pi_1}^{T_B} + TENF_{\pi_2}^{T_B}$$

LEGGI DEI MATERIALI INTERMEDI

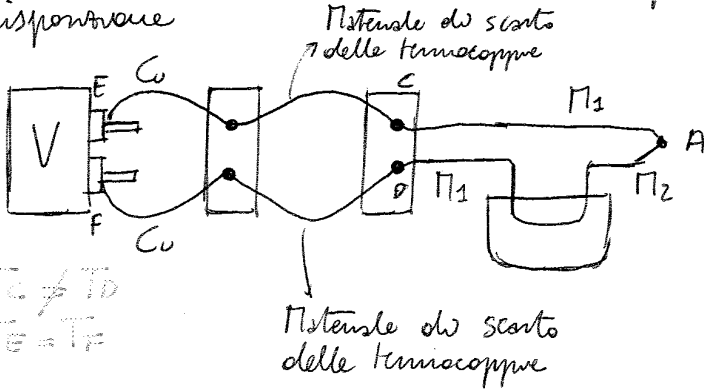
Se un terzo materiale è contenuto nel circuito la TENF netta non varia se le connessioni hanno la stessa temperatura



$$TENF = -TENF_{\pi_2}^{T_A} + TENF_{\pi_1}^{T_A} - TENF_{\pi_3}^{T_C} + TENF_{\pi_3}^{T_C} + TENF_{\pi_3}^{T_D} - TENF_{\pi_1}^{T_D} - TENF_{\pi_2}^{T_B} + TENF_{\pi_2}^{T_B}$$



Quando risulta difficile garantire una buona isotermità vicino all'ambiente che si trova alla temperatura T_A possiamo usare questa disposizione



In questo caso si sposta il blocco isotermitico lontano dalle fonti di calore e si usano per il suo collegamento dei cavi ricavati dal materiale di scarto delle termocoppie

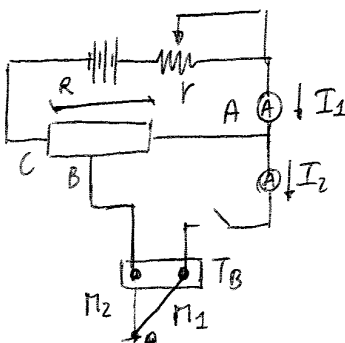
Le termocoppie sono classificate utilizzando delle lettere: inoltre dovrà conoscere bene il tipo di ambiente nel quale andrò a lavorare perché vi sono termocoppie adatte ad ambienti ossidanti ed altre adatte ad ambienti riducenti.

La termocoppia K è stata la prima ad essere certificata e fu definita basandosi su un polinomio del nono ordine. Essa presenta uno svantaggio: la temperatura di Curie ricade all'interno del suo range di funzionamento (T_{Curie} = temperatura per cui il comportamento di un metallo passa da ferromagnetico a paramagnetico)

Questo problema è stato risolto passando alla termocoppia N con la quale si è cercato di realizzare una termocoppia con la stessa sensibilità pur ponendo la temperatura di Curie al di fuori del range di lavoro della termocoppia.

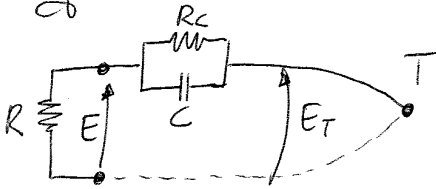
Le misure devono essere fatte con tensioni dell'ordine dei mV e le correnti devono essere basse per evitare gli effetti Peltier e Thomson. L'output della termocoppia deve essere misurato dalla termocoppia - La misura è influenzata dalla resistenza totale del circuito di misura compresa la resistenza dei cavi \Rightarrow è necessaria una calibrazione del circuito.

Calibrazione del circuito di misura



- ① Mantengo lo switch 1 aperto e agguanto R per avere il valore di I_1 desiderato
- ② Chiudo lo switch e rado ad agguantare il valore di R finché $I_2 = 0$

Per migliorare la risposta in frequenza di una termocoppia sono utilizzate il seguente circuito:



Sono la funzione di trasferimento del sistema e la scomposizione nel due contorni

$$\frac{E}{T} = \frac{E}{E_T} \cdot \frac{E_T}{T}$$

a) $\frac{E}{E_T} = \frac{R}{R + R_c // \frac{1}{pC}}$

$$R_c // \frac{1}{pC} = \frac{R_c \cdot \frac{1}{pC}}{R_c + \frac{1}{pC}} = \frac{R_c/pC}{pCR_c + 1} = \frac{R_c}{1 + pCR_c}$$

$$\frac{E}{E_T} = \frac{R}{R + \frac{R_c}{1 + pCR_c}} = \frac{R}{\frac{R + pCR_c R_c + R_c}{1 + pCR_c}} = \frac{R(1 + pCR_c)}{R_c + R(1 + pCR_c)} = \frac{R}{R + R_c} \cdot \frac{1 + pCR_c}{1 + pC \frac{R R_c}{R + R_c}}$$

Definendo che $\tau_c = CR_c$ e definendo $\alpha = \frac{R}{R + R_c}$

$$\frac{E}{E_T} = \alpha \frac{1 + p\tau_c}{1 + p\alpha\tau_c} \quad \text{con } E_T \text{ la TETIF generata dalla termocoppia}$$

b) $\frac{E_T}{T} = K \frac{1}{1 + p\tau}$ perché sono modellare la termocoppia come un sistema del primo ordine

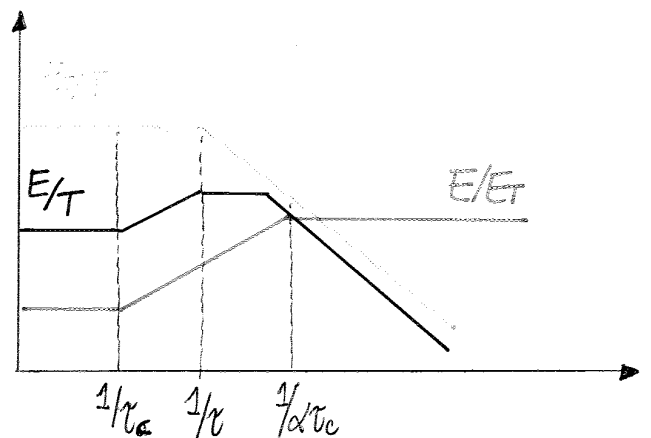
La funzione di trasferimento del sistema nel no complesso è data da

$$\frac{E}{T} = K\alpha \frac{1 + p\tau_c}{1 + p\alpha\tau_c} \cdot \frac{1}{1 + p\tau}$$

Considerando il modello nel complesso si ottiene una riduzione del modulo risultante e una traslazione verso sinistra della funzione

$$\frac{1}{\tau} = \text{polo} \quad \frac{1}{\alpha\tau_c} = \text{polo}$$

$$\frac{1}{\tau_c} = \text{zero}$$



Si scelgono come valori ideali $\alpha \approx 0,1$ e $\tau_c \approx 1,1\tau$

Devo sempre entrare in contatto delle parti dell' RTD con l' involucre per entrare di modificare il valore di resistenza letto.

È quindi necessaria una grande attenzione per assicurare che il cavo s'isolvi ma isolato dalle vibrazioni meccaniche e non venga a contatto con l' involucre.

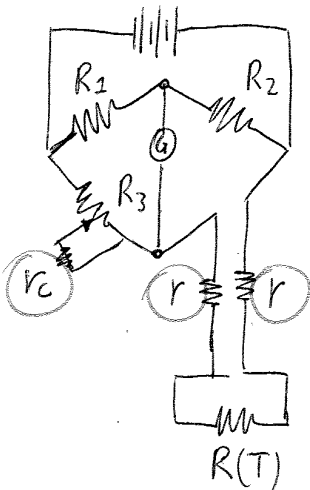
TIPICITÀ
DI RTD

- THIN FILM RTD: È caratterizzato da un design robusto e basso costo. Un sottile strato di metallo riveste un chip ceramico e viene disegato un percorso di resistenza. L' elemento viene poi rivestito con un sottile strato di vetro per proteggere il cavo.
- INNER COIL WIRE WOUND RTD: un piccolo cavo di platino viene avvolto e posto in un piccolo foro di isolante ceramico. Dei cavi con una revone lunga vengono saldati alla fine del cavo di platino e cementati.
- OUTER ROUNDED RTD ELEMENT: l' elemento s'isola viene avvolto attorno ad un mandrino centrale solitamente in ceramica. Questo avvolgimento viene rivestito con vetro o altro materiali per ulteriore sicurezza gli avvolgimento.

Le misure eseguite con RTD possono presentare i seguenti tipi di errore:

- RESISTENZE DEI CAVI: gli RTD sono standardizzati come resistenze e i cavi di collegamento possono introdurre resistenze di qualche Ohm.
- RESISTENZA DI CONTATTO: la resistenza variabile presenta un paio di morsetti che introduce una resistenza di contatto.

Per eseguire una misura precisa con l' RTD utilizzo il ponte di Wheatstone. Considero inizialmente una configurazione in cui la misura sarà affetta dalla resistenza di contatto e dalle resistenze introdotte dai cavi.



Definisco l' auto-ratio del ponte

$$\tau = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R(T)} \Rightarrow R(T) = \frac{R_3}{\tau}$$

Si come voglio lavorare in condizioni di massima sensibilità pongo $\tau = 1$

$$R(T) = \frac{R_3}{\tau} \xrightarrow{\tau=1} R(T) = R_3$$

Considero un RTD del tipo Pt100 $\rightarrow R_0 = 100 \Omega$ e scio la resistenza variabile in funzione della temperatura

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad \text{con } \alpha = 0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$$

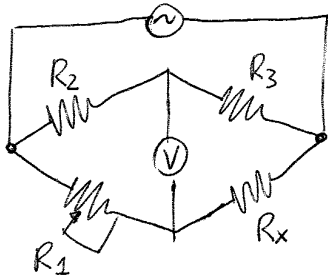
$$\Delta T = 100^\circ\text{C} \quad \Delta R = R_0 \alpha \Delta T = 40 \Omega$$

Per eseguire misure in transitorio il ponte deve essere utilizzato in condizioni di non equilibrio. Tuttavia in queste condizioni il rapporto $\Delta R/R$ non è trascurabile per cui la formula da utilizzare è:

$$V_{BD} = - E_0 \frac{\tau}{(1+\tau)} \cdot \frac{\Delta R/R}{1+\tau(1+\Delta R/R)}$$

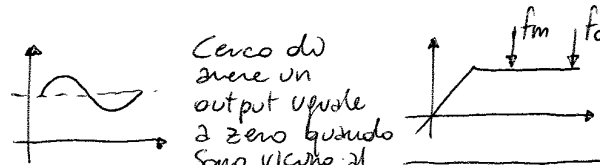
L'amplificazione di questo valore di tensione è semplificata alimentando il ponte con una sorgente armonica. In questo modo gli effetti delle sorgenti in continua possono essere evitati.

Ponte di Wheatstone alimentato con sorgente armonica



$$E_0 \sin(\omega t) = E_0 \sin(2\pi f_c t)$$

LOW FREQUENCY



CARRIER
 E_0, f_c

WHEATSTONE BRIDGE

GAIN (AMPLIFICAZIONE)

IDEAL RECTIFIER

$$f_c \approx 5 \text{ KHz}$$

$$f_{mod} < \frac{f_c}{3}$$

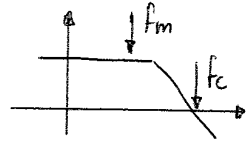
$$V_{BD} = E_0 \sin(2\pi f_c t) \cdot \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R}$$

frequenza della sorgente in alternata

frequenza del segnale sotto esame

PHASE COMPENSATOR

GAIN ± 1



FILTRO PASSA BASSO

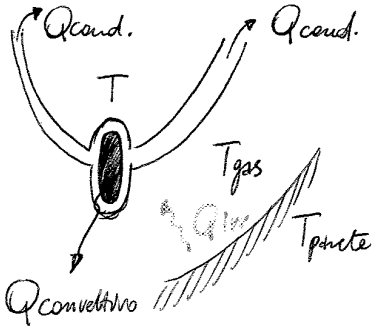
Solo segnale positivo

Self-Heating

Quando il ponte di Wheatstone lavora in condizioni di non equilibrio viene dissipata una certa quantità di potenza per effetto Joule attraverso l'RTD. La potenza dissipata si può esprimere come Ri^2 . Per dissipare questa potenza la temperatura del sensore deve essere diversa dalla temperatura del corpo. L'errore viene chiamato Self-Heating error.

Misure a temperature elevate

Considero il primo principio della termodinamica per definire la temperatura del sensore e considero i 3 contributi: irraggiamento, conduzione e convezione.



IRRAGGIAMENTO: $\dot{Q}_{irr} = \epsilon \sigma S (T_{parete}^4 - T^4)$

CONVETTIVO: $\dot{Q}_{conv} = h S (T_{gas} - T)$

CONDUTTIVO: $\dot{Q}_{cond} = K A_{parete} (T - T_{amb})$

$$\dot{Q}_{irr} + \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{cond} = M_c \frac{dT}{dt}$$

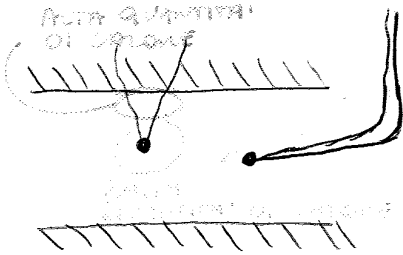
Sottotrascurso $h S (T_{gas} - T) + \epsilon \sigma S (T_{parete}^4 - T^4) - K A_{parete} (T - T_{amb}) = M_c \frac{dT}{dt}$

I termini dell'irraggiamento e della conduzione sono trascurabili

$$h S (T_{gas} - T) = M_c \frac{dT}{dt}$$

Lo scopo della misura è quello di avere $T = T_{gas}$. Di conseguenza T_{gas} deve essere vicino a T_p e ciò implica che il coefficiente h sia il più elevato possibile \rightarrow cerca di installare il sensore dove la turbolenza è molto elevata.

Se come il termine conduttivo deve essere trascurabile \Rightarrow la parete del cavo deve essere sottile, allo stesso modo per trascurare il termine relativo all'irraggiamento la temperatura della parete deve avvicinarsi alla temperatura del gas e ciò può essere ottenuto aumentando l'area di misura e realizzando di opportuno schermo.



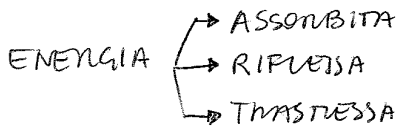
Per eseguire le misure si può utilizzare uno strato di isolante, uno strato di isolante con uno schermo (quando le temperature del gas sono elevate) e per le misure a T molto elevate uno schermo doppio.

MISURE DI

ALTA TEMPERATURA

- \rightarrow solo l'area di misura
- \rightarrow introduce la sonda con cavo lungo
- \rightarrow introduce almeno uno schermo

Quando la radiazione termica colpisce la superficie di un corpo l'energia è suddivisa in 3 contributi:



Sebbene la componente trasmessa è solitamente trascurabile rispetto alle altre definisce l'emissività ϵ di una superficie come la potenza emessa da quel corpo rispetto alla potenza emessa da un corpo nero

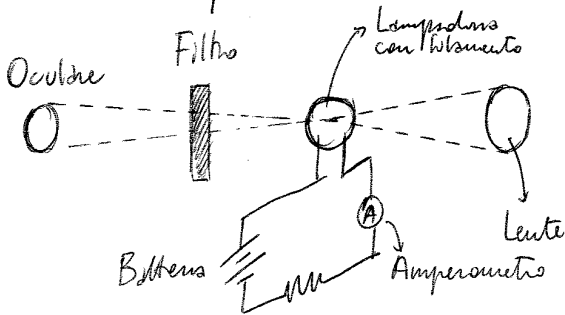
$$\epsilon = \frac{E}{E_b}$$

Un corpo grigio presenta un valore di emissività costante per ogni lunghezza d'onda. Possiamo approssimare la superficie di un corpo reale come quella di un corpo grigio avente un'emissività uguale all'emissività media del corpo reale.

$$\epsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} = \epsilon$$

Optical Pyrometer

Il pirometro ottico basa il suo funzionamento sulla variazione di luminosità di un corpo al variare della temperatura. La luce emessa dal corpo viene concentrata in una lampadina con filamento in tungsteno. Il filamento della lampadina viene riscaldato riversandovi una corrente elettrica e l'immagine del filamento viene fatta passare attraverso un filtro monocromatico. Aggiunto la corrente che scende attraverso la lampadina perché il filamento non scampare.



Il filtro elimina le incertezze derivanti dalla variazione delle proprietà della radiazione con la lunghezza d'onda. Il pirometro può lavorare solo ad alte temperature e può raggiungere una sensibilità di 1°C . Nel caso di basse temperature con sensori ad infrarosso si può arrivare ad una sensibilità di $0,01$.



Il pirometro può lavorare solo ad alte temperature e può raggiungere una sensibilità di 1°C . Nel caso di basse temperature con sensori ad infrarosso si può arrivare ad una sensibilità di $0,01$.

Total radiation pyrometer

In questo caso si misura l'energia totale emessa dal corpo e ne valuta la temperatura con la formula $T = (E/\epsilon\sigma)^{1/4}$

Per valutare la temperatura del corpo devo valutare l'emissività del corpo. Gli effetti dell'incertezza nella valutazione della emissività si fanno sentire maggiormente per bassi valori di ϵ .

La struttura del pirometro a radiazione totale è la seguente

Ho ottenuto la formula applicando l'equazione di continuità
 $2\Delta z A = \Delta(h_1 + h_2)$ con A la sezione del capillare e ponendo $h_1 \approx h_2$
 Posso poi ottenere una formula semplificata con le seguenti approssimazioni

$$\rho_{w1}, \rho_{w2} \ll \rho_f \ll \rho_m, \quad d \ll A$$

CON QUESTE APPROSSIMAZIONI
 POSSO TRASCURARE IL BIAS ERROR

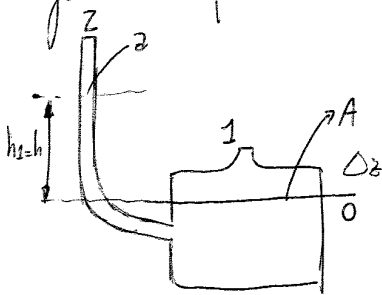
$$P_1 - P_2 = g \rho_m (h_1 + h_2)$$

- LIQUIDI MANOMETRICI
- MERCURIO $\rho = 13355 \text{ kg/m}^3$
 - ACQUA $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
 - DIBROMOMETANO $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$
 - BROMOFORMIO $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
- } LIQUIDI
 } PERICOLOSI

Le misure di pressione eseguite servendo del manometro a U corrispondono le misure di h_1 e h_2 e l'incertezza associata alla misura della pressione è

$$\frac{\delta(\Delta p)}{P} = \sqrt{2} \frac{\delta h}{h}$$

Per avere solo una misura $h_1 = h_2$ e il tubo del capillare dovrebbe essere calibrato. Per eseguire solo una misura dell'altezza posso modificare il layout in questo modo

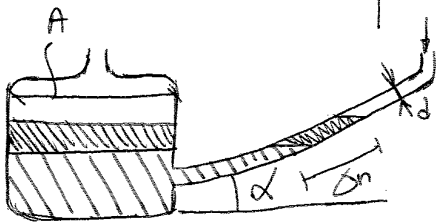


Scrivo l'equilibrio come

$$P_2 - P_1 = g \rho_m (h_1 + \Delta z) = g \rho_m h_1 \left(1 + \frac{\Delta z}{A} \right) \approx g \rho_m h_1$$

per avere un bias error trascurabile = 0

Posso ancora utilizzare questo layout per incrementare la sensibilità



$$P_2 - P_1 = g \rho_m (n s r u d + \Delta z) = g \rho_m h \left(s r u d + \frac{\Delta z}{A} \right)$$

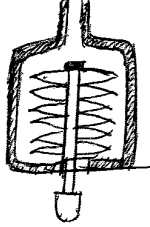
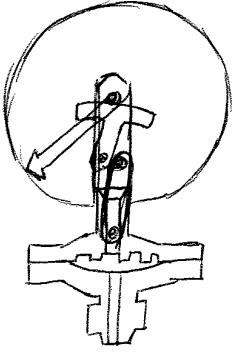
Tuttavia aggiungendo un certo volume ΔV di liquido manometrico posso valutare il contributo

contributo difficile da quantificare

$$\left(s r u d + \frac{\Delta z}{A} \right) = \frac{\Delta V}{A \Delta h}$$

Membrane or Diaphragm Pressure Gauge

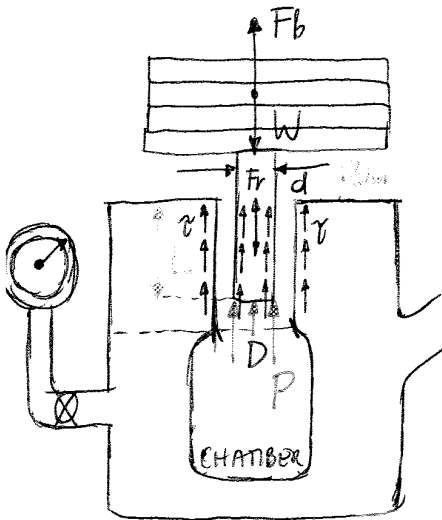
Sono dei manometri caratterizzati dalla presenza di una membrana ondulata per accrescere la sensibilità. La membrana separa l'ambiente di misura dall'esterno e si gonfia se la pressione da misurare è superiore a quella atmosferica. Il lavorando amplifica questo ingrandimento e lo trasmette ad un indice. Ha un'accuratezza del $\pm 0,5\%$



Sempre allo scopo di incrementare la sensibilità dello strumento si usano più membrane connesse in serie

Dead Weight Tester

È uno strumento che utilizza dei pesi di massa nota per esercitare la pressione nel fluido e controllare l'accuratezza con una lettura del manometro. È utilizzato come metodo standard per la calibrazione. È un primary standard \Rightarrow la pressione misurata da un dead weight tester è definita attraverso altre quantità. Viene di solito usato per eseguire la calibrazione.



$$(p - p_{atm}) \pi d^2 / 4 = W - F_b \pm F_r - \gamma \pi d L$$

$W =$ peso

$F_b =$ forza di galleggiamento (buoyancy)

$\gamma =$ tensione dovuta al fluido d'uso nei giochi

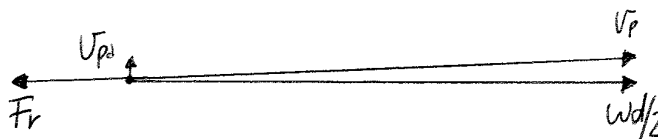
$F_r =$ forza d'attrito

$d =$ diametro del pistone

$D =$ diametro del foro

$L =$ lunghezza del pistone

La direzione e l'intensità di F_r sono sconosciute; la forza d'attrito è lungo la direzione della velocità del pistone. Mantenendo il pistone in rotazione la componente tangenziale della forza d'attrito è trascurabile e il suo contributo all'equilibrio assiale può essere trascurato.



(79)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$V_x = Ah =$ volume al termine della compressione

$$p V_2 = (p + \rho_m g h) Ah$$

$$p(V_2 - Ah) = \rho_m g Ah^2$$

$$p = \frac{\rho_m g Ah^2}{V_2 - Ah}$$

Si assume $Ah \ll V_2$ posso scrivere

$$p \approx \frac{\rho_m g A h^2}{V_2}$$

Il volume V_2 del gas rarefatto alla pressione incognita p viene compresso in modo isoteramico aumentando il livello del liquido nello strumento.

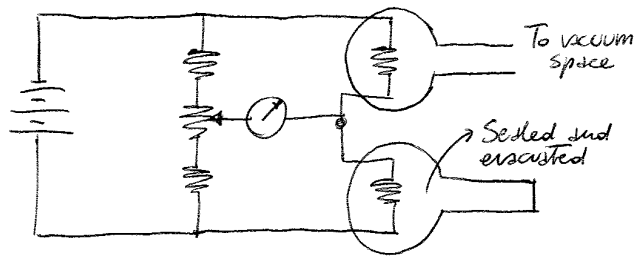
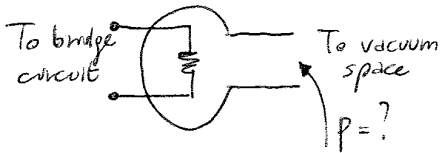
Pirani Gauge

È uno strumento utilizzato per la misura delle pressioni nei sistemi con vuoto. È costituito da un filamento in metallo (di solito in platino) sospeso in un tubo capillare ed un sistema di cui si vuole misurare il vuoto. La compressione viene realizzata con un grando di vetro smerigliato (ground glass joint) o con un connettore flangiato in metallo sigillato con un O-ring. Il filamento è collegato ad un circuito elettrico dal quale, dopo la calibrazione, si può leggere la misura della pressione.

Al basso pressione la conducibilità termica del gas è proporzionale alla pressione del gas. Una corrente elettrica scende attraverso una resistenza raffreddata dal gas rarefatto. La temperatura della resistenza è inversamente proporzionale alla pressione del gas rarefatto e può essere valutata servendosi di una termocoppa o di un ponte di Wheatstone.

Il range di misura spazia da 10^{-3} a 1 torr (non va bene per il vuoto spinto)

Pirani cell



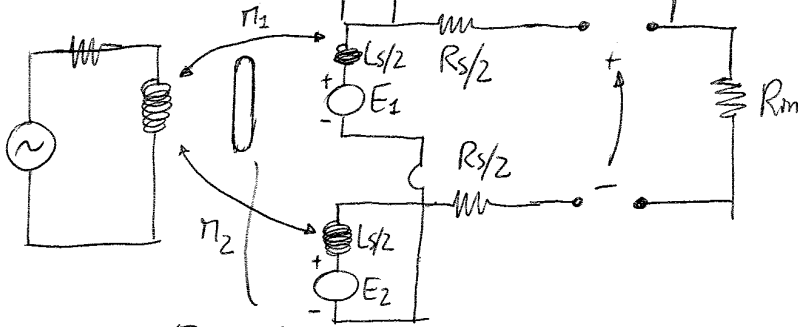
$$p = R I^2 = h S [T_w - T_g]$$

con $h = h(p)$ per il gas rarefatto

Knudsen Gauge

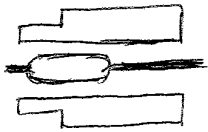
Due piatti fini vengono scaldati ad una temperatura T_1 maggiore della temperatura del gas rarefatto. Una palette mobile S viene sospesa con una fibra di vetro; essa si trova alla temperatura T . Una spirale è collegata alla fibra e il suo movimento può essere misurato grazie al riflesso di una luce. Le molecole di gas rimbombano dal piatto superiore riscaldato con un momento più alto di quello delle molecole del gas rarefatto. Una coppia agisce quindi sulla palette mobile. Il range di pressione va da 10^{-8} a 10^{-3} torr.

Non appena il nucleo inizia a muoversi, si genera una differenza di tensione nelle bobine secondarie proporzionale allo spostamento

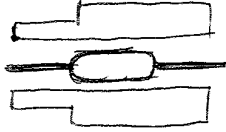


ELEMENTO
FERROMAGNETICO CONNESSO
ALL'ELEMENTO DA
MISURARE

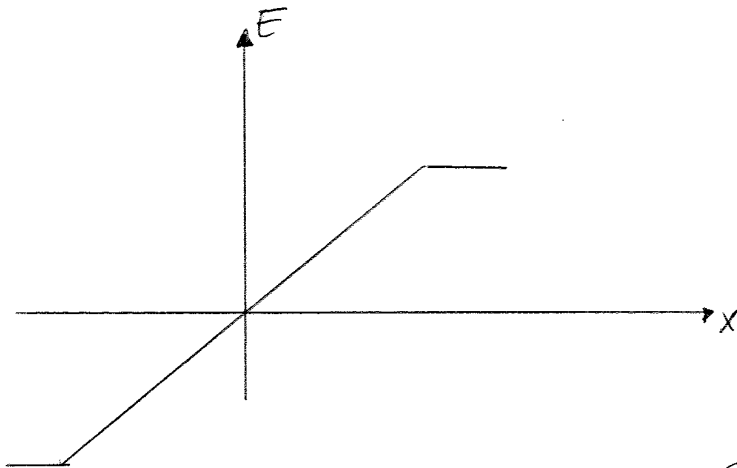
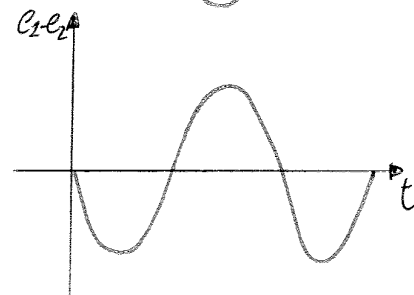
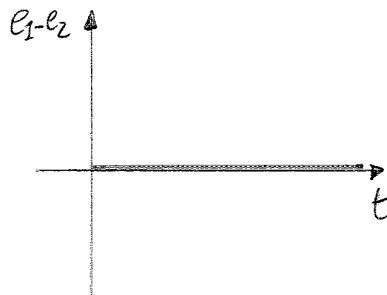
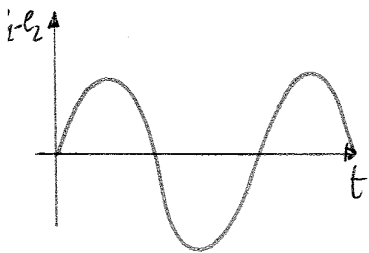
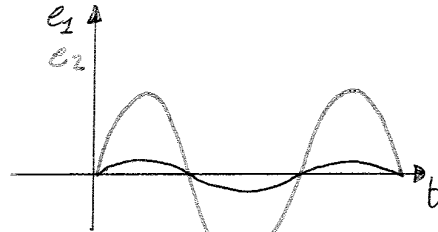
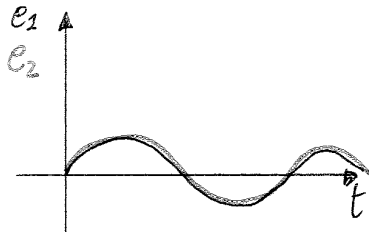
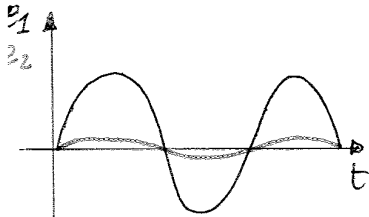
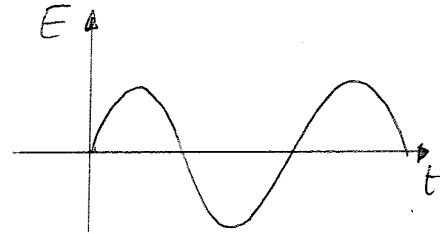
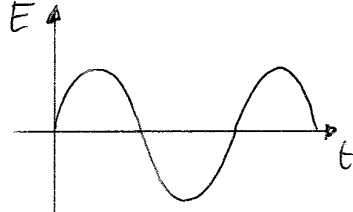
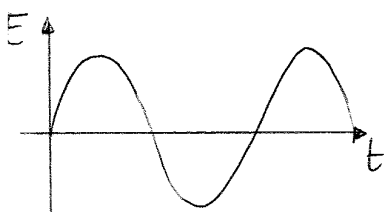
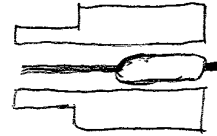
1



2



3



DA WIKIPEDIA: il trasduttore è realizzato mediante un tubo composto da 3 avvolgimenti disposti con assi paralleli e con all'interno un nucleo cilindrico ferromagnetico mobile, con alta permeabilità magnetica. L'avvolgimento centrale è detto primario ed è alimentato da una generatore di tensione in AC. I due secondari sono invece collegati ad due morsetti in corrispondenza dei quali usano la tensione in uscita.

$$Q = KF$$

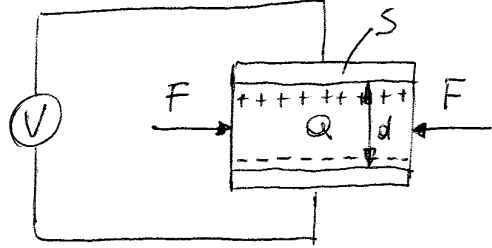
con $K = 2,25 \text{ pC/N}$ per un cristallo di quarzo

Il sensore piezoelettrico è caratterizzato da una capacità $C = \epsilon \frac{S}{d}$

La relazione tra la tensione fornita dal sensore e la pressione che agisce sul cristallo è lineare:

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{KF}{\epsilon \frac{S}{d}} = \frac{K \cdot F \cdot d}{\epsilon S} = \left(\frac{K}{\epsilon} \right) p d$$

VOLTAGE SENSITIVITY
0,055 Vm/N

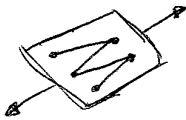
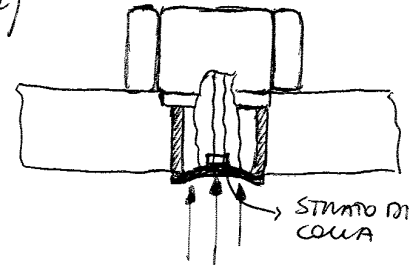


Il trasduttore può essere utilizzato fino a temperature di $350 - 400^\circ\text{C}$

Strain gage pressure transducer (trasduttore di pressione e estensimetro)

Essi si basano sul fatto che una pressione idraulica o pneumatica agendo su un sistema di forze causa una deformazione meccanica che viene trasmessa all'elemento elettrico. La variazione di resistenza elettrica legata alla lunghezza dello strain gage è proporzionale alla pressione applicata. Se alimentiamo lo strain gage si può quindi convertire lo strain meccanico in un segnale elettrico. Le caratteristiche di questo sensore sono:

- frequenza naturale bassa (va bene per misure statiche)
- temperature fino a 150°C altrimenti potrebbe scoppia la colla
- sono economici, accurati e semplici



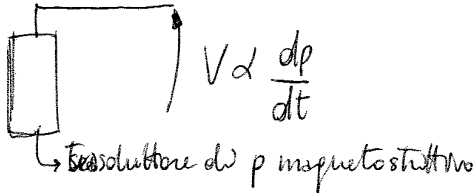
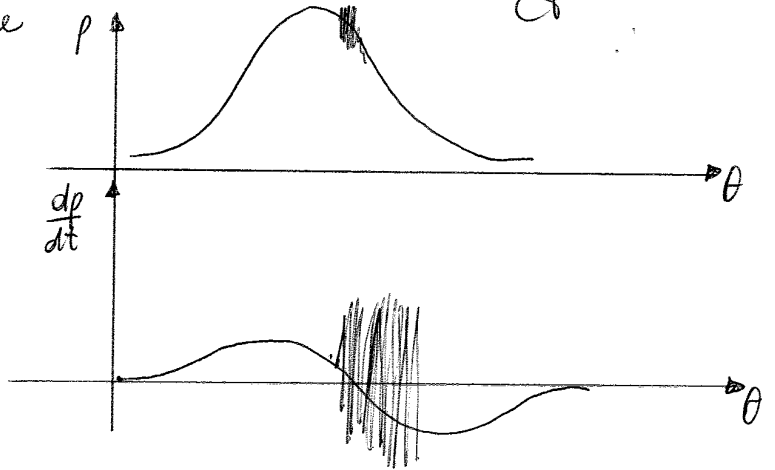
L'estensimetro viene incollato alla membrana del sensore. La pressione deforma la membrana e il suo sforzo viene rilevato dall'estensimetro. Le performance dinamiche del sensore sono piuttosto basse, perciò vengono usati per misure in statico.

Bridgemen gage pressure transducers

Essa viene utilizzata per le misure di alta pressione e si basa sul fatto che quando un cavo viene sottoposto ad una pressione da tutte le parti la sua resistenza cambia. La resistenza elettrica dipende linearmente dalla pressione

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi d^2} \quad \frac{dR}{R} = -2 \frac{d(d)}{d} = b \frac{dp}{p} \quad \text{con } b = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ 1/pa per la manganese}$$

Questi trasduttori vengono utilizzati per misurare le deviate della pressione e hanno buone performance in transitorio. Essi vengono usati per la misura della deformazione nei motori. Il fenomeno della deformazione presenta delle frequenze caratteristiche di 30-40kHz

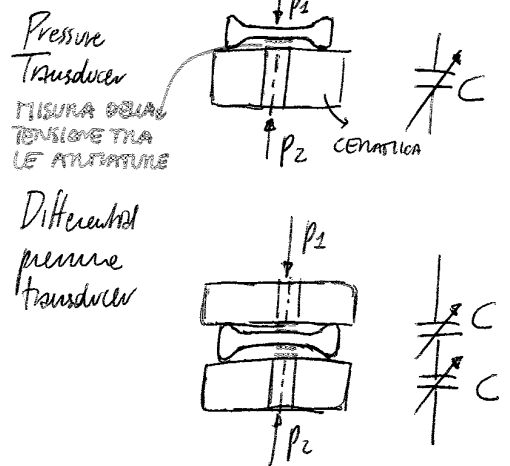


Trasduttori capacitivi

Sono trasduttori estremamente precisi e capaci di lavorare in un ampio range di pressioni. Questi sensori possono operare da pressioni di 10MPa a 10mba. L'elemento sensibile per la pressione è un diaframma di metallo o di silicio che rappresenta anche un elettrodo della capacità. L'altro elettrodo, che è stazionario è formato da uno strato di metallo su un substrato ceramico o di vetro.

Nella progettazione delle capacità la membrana sensibile è montata tra i due elettrodi. Una pressione differenziale causa la crescita di una capacità e la diminuzione dell'altra.

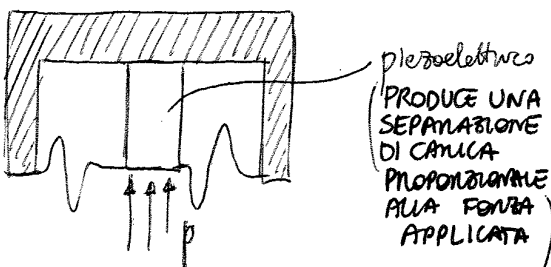
Solitamente si usa olio per trasmettere la pressione alla membrana. L'olio viene scelto in modo da ottenere un certo valore della costante dielettrica in modo da ottenere un certo movimento per volume gli effetti di urti e vibrazioni. Una variazione della capacità di $10^{-18}F$ causa una deformazione della membrana di una frazione di nanometro, comunque rilevabile.



Trasduttori di pressione piezoelettrici

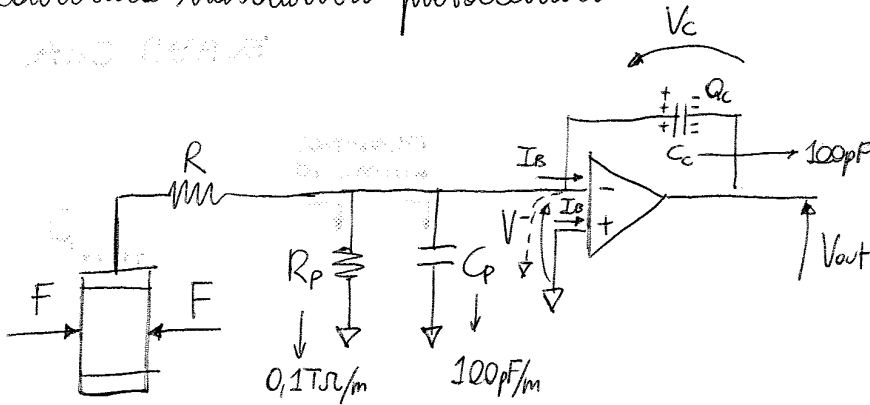
Sono trasduttori che permettono di trasformare l'energia elettrica in energia meccanica. Per realizzarli si usano materiali ceramici capaci di tradurre variazioni di campo elettrico in variazioni di spessore o lunghezza.

Sono caratterizzati da elevata sensibilità ($2-4 pC/bsr$), una frequenza $\omega_n = \sqrt{K/\pi} = 250kHz$, funzionamento a T elevate, fino a $400^\circ C$ e un thermal sensitivity shift minore di $\pm 2\%/^\circ C$ - Richiede un charge amplifier per convertire la segnale di carica in un segnale di tensione.



Contorno trasduttore piezoelettrico

ASO CCM



- A elevato ma \neq da ∞
- Bias current
- Differenza tra V^+ e V^- nulla, in questo caso invece no
- Volt

In questo caso $Q \neq Q_c$ perché il contributo di carica si scaricano sulla resistenza parassita e sulla capacità parassita

$$V_{out} = A (V^+ + V_{off} - V^-)$$

Voglio valutare V_{out} del caso reale e confrontarlo con quello del caso ideale

$$i = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow i = pQ$$

$$Q_c = Q - \frac{i_p}{p} - Q_p - \frac{I_B}{p} \Rightarrow \text{legame tra carica del condensatore e carica del trasduttore}$$

contributo su resistenza contributo su capacità

$$Q_c = Q - \frac{V^-}{R_p p} - C_p V^- - \frac{I_B}{p} \quad \text{con } V^+ = \frac{Q_p}{C_p}$$

Sapendo che $V^+ = 0$ perché ho la connessione virtuale a terra

$$V_{out} = A (V_{off} - V^-)$$

Operando l'amplificatore posso scrivere questa relazione tra le tensioni

$$V^- = V_{out} + V_c = V_{out} + \frac{Q_c}{C_c}$$

$$V_{out} = A V_{off} - A V_{out} - A \frac{Q_c}{C_c} \quad \text{ottenuta sostituendo } V^- \text{ nella relazione di } V_{out}$$

$$(A+1)V_{out} = A V_{off} - A \frac{Q_c}{C_c} \quad \text{divido tutto per } A$$

$$\frac{A+1}{A} V_{out} = V_{off} - \frac{Q_c}{C_c} \quad \text{sostituisco in } \frac{Q_c}{C_c} \text{ la relazione in funzione di } Q_c$$

$$V_{out} = \frac{A}{A+1} \left(V_{off} - \frac{Q}{C_c} + \frac{V^-}{R_p p C_c} + \frac{C_p V^-}{C_c} + \frac{I_B}{p C_c} \right)$$

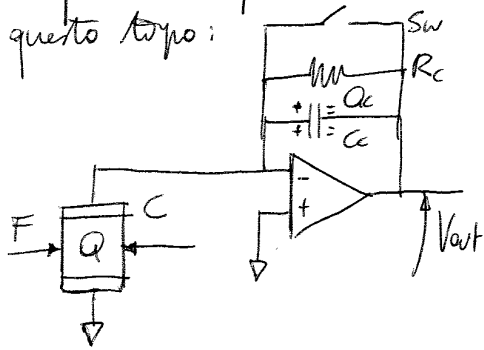
$$V_{out} = \frac{A}{A+1} \frac{Q}{C_c} + \frac{A}{1+A} \left[V_{off} + V^- \left(\frac{1}{R C_p p} + \frac{C_p}{C_c} \right) + \frac{I_B}{p C_c} \right]$$

$$V_{out}^{IDEALE} = - \frac{Q}{C_c}$$

(89)

SORCI DI ERRORE:
 il primo contributo è trascurabile perché A è un numero grande

Un diagramma viene mostrato un impulso di pressione e le variazioni che questo comporta sulla carica e sulla V_{out} . Quello che avviene nell'amplificatore reale è che l'output è affetto da un drift continuo di alcuni mV per secondo. In pochi minuti l'output dell'amplificatore saturo. Per compensare il problema penso ad un layout di questo tipo:

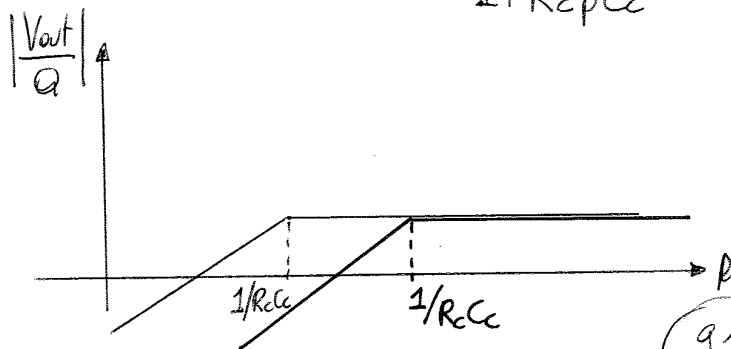


In questo layout ho aggiunto una resistenza e uno switch. L'output dell'amplificatore è nullo quando lo switch è chiuso e deve essere aperto solo prima dell'inizio della misurazione del fenomeno. Lo switch viene di solito controllato dal DAQ. Dall'ultimo paragrafo se avessi l'andamento del fenomeno tracciato in rosso chiuderei l'interruttore appena dopo il termine del fenomeno. L'uso della resistenza R_c mi permette di evitare l'overflow dell'amplificatore quando lo switch è aperto.

Considerando lo schema dell'amplificatore posso scrivere la funzione di trasferimento come

$$V_c = \left(R_c // \frac{1}{pC_c} \right) pQ = \frac{R_c / pC_c}{R_c + \frac{1}{pC_c}} pQ = \frac{R_c / C_c}{R_c pC_c + 1} Q = \frac{R_c pQ}{1 + R_c pC_c}$$

Sapendo che $V_{out} = -V_c = -\frac{R_c pQ}{1 + R_c pC_c} \Rightarrow$ il comportamento del sistema è quello di un filtro del 1° ordine



In rosso n indica il comportamento nel caso di una costante di tempo lunga mentre in nero quello di una costante di tempo breve.

$$\frac{dV}{V} = - \frac{A dx}{V} = - \frac{dp}{E} = - \frac{dp}{\rho c_s^2}$$

$$\frac{A dx}{V} = \frac{dp}{\rho c_s^2} \Rightarrow dp = \frac{A dx \rho c_s^2}{V} \text{ moltiplico per l'area e ottengo}$$

$$A dp = dF = \frac{A^2 dx \rho c_s^2}{V}$$

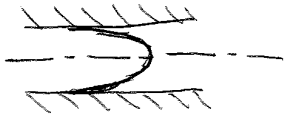
Pono quindi scrivere la rigidezza del sistema come $K = \frac{dF}{dx} = \frac{A^2 \rho c_s^2}{V}$

Considero il coefficiente β

La forza di attrito lungo le pareti del tubo è data da

$$F_{\text{attrito}} = \tau L \pi d$$

Considerando un moto laminare all'interno del tubo si ha che se $v=0 \Rightarrow v = v_{\text{max}}$ mentre se $v=R \Rightarrow v=0$



$$v_{\text{media}} = \frac{v_{\text{max}}}{2}$$

$$\tau = \mu \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r=R} = \frac{2 \bar{v} \mu}{R}$$

$$F_{\text{attr}} = \frac{2 \bar{v} \mu}{R} \cdot \pi L d = 2 \bar{v} \mu \pi L \cdot \frac{1}{R} = 4 \pi L \mu \bar{v} = \underbrace{4 \mu \pi L}_{\beta} \frac{dx}{dt}$$

$$\beta = 4 \mu \pi L$$

Pono quindi valutare la frequenza propria del sistema come

$$\omega_N = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{A^2 \rho c_s^2}{V} \cdot \frac{1}{\rho A L}} = c_s \sqrt{\frac{\pi R^2}{V L}} = \sqrt{\pi} c_s \frac{R}{\sqrt{V L}}$$

$$\text{Il coefficiente di smorzamento } \zeta = \frac{2 \mu \sqrt{V L}}{\rho c R^3}$$

Di seconda del fatto che considero un liquido o un gas avrà diversi valori di frequenza propria

$$\text{LIQUIDO} \quad f_N = \frac{\omega_N}{2\pi} = 300 \text{ KHz}$$

$$\text{GAS} \quad f_N = \frac{\omega_N}{2\pi} = 30 \text{ KHz}$$

CALCOLO FREQUENZA IN LIQUIDO
CALCOLO PER GAS

94