



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1902A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: De Luca Alma

MATERIA: Fisica II - Prof. Descrovi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FISICA II

CAMPO ELETTRICO (STATICO)
 FENOMENI ELETTROSTATICI

gio. strutture nel ACO

elettrostatico → fenomeni elettrici indipendenti dal tempo (statici)
 elettrodinamico → " " dipendono " "

in base alla matrice elettrica della materia costituita da particelle elementari (colori di massa) sottoposto a forze di gravità

forze tra corpi non dotati di massa, ma di carica elettrica

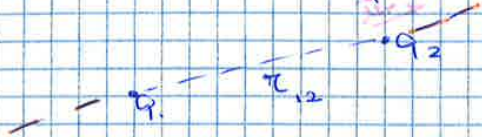
↓
 elettrostatica
 (di Coulomb)

FORZA DI COULOMB

forza ha carattere elettrico, simile a quella gravitazionale ($\propto \frac{1}{r^2}$)

Considero una carica massicciabile rispetto allo spazio → punto

Prendo due cariche puntiformi



In presenza di $q_2 (q_1)$ la carica $q_1 (q_2)$ è sottoposta ad una forza che varia con $1/r^2$

la direzione è lungo la congiungente - - -

FORZE $\left\{ \begin{array}{l} \text{non attrattiva} \\ \text{non repulsiva} \end{array} \right.$

\vec{u}_r (vettore unitario) diretto lungo la congiungente

• verso opposto a q_2 e uguale a $q_1 \Rightarrow$ forza di tipo attrattiva

• verso uguale in q_1 e $q_2 \Rightarrow$ forza di tipo repulsiva

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

FORZA DI COULOMB

= k_2 (coeff. di prop.)

≠ da quella gravitazionale, perché può essere sia attrattiva ($q_1 q_2 < 0$) che repulsiva ($q_1 q_2 > 0$)

\downarrow
stesso segno

\downarrow
segno opposto

• $q_1 q_2 > 0 \Rightarrow \vec{F}$ concorde con \vec{u}_r
 • $q_1 q_2 < 0 \Rightarrow \vec{F}$ discorde a \vec{u}_r

$[q] = C$ (coulomb)

Se $q_1 = q_2 = 1C$ a $r = 1m \Rightarrow F = 1N$ se scelgo $k_2 = 1$

ma $k_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ con $\epsilon_0 =$ permittività o costante dielettrica del vuoto
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2$

→ la forza dipende in modo direzionale e verso, dal punto di applicazione
 dipende anche da q

Esiste un campo di forze elettrostatico (statico), che è indipendente dalla carica su cui agisce la forza

$$\vec{F} = \frac{\vec{F}(x,y,z)}{q}$$

→ vettore dipendente dal punto, ma indipendente da q

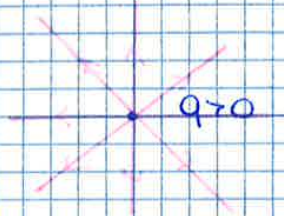
è una proprietà del punto che nasconde l'esistenza di una carica in tale punto → se inserisco una carica ⇒ agisce una forza

Intensità del campo elettrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Il campo esiste in tutti i punti dello spazio

In una regione dello spazio dove esiste un campo elettrico \vec{E} generato da cariche sorgenti del campo, nasce su una carica di prova che ponga nel punto considerato, una forza $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$



REPULSIVO



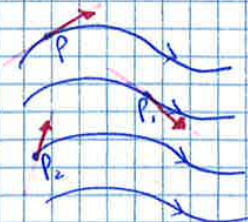
ATTRATTIVO

$\propto \frac{1}{r^2}$ → più debole lontano da q

Le linee di forza (o di flusso) sono le linee radiali che defluiscono dal campo elettrostatico (uscendo per q > 0 e entrando per q < 0)

LINEA di FORZA di CAMPO ELETTRICO (o di FLUSSO)

- Eaddae sono più compatte in campo elettrostatico a carica più intensa
- x direzione e verso:
 - la direzione di \vec{E} è tg alla linea di forza nel punto considerato
 - il verso di \vec{E} è indicato dalla freccia della linea di flusso



nel caso di due cariche positive e fisse



nella regione centrale: forza debole (linee di forze rare)

q' in mezzo → la forza è nulla (in 0 $\vec{E}=0$)

Due aspetti importanti:

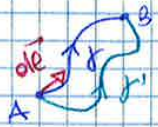
- i campi \vec{E} NON sono sempre $\propto \frac{1}{r^2}$ (solo nel caso di cariche puntiformi come sorgenti) \rightarrow dipende dalla distanza usata dagli autori degli esercizi

- il calcolo di campi \vec{E} è complicato analiticamente essendo vettoriale

\rightarrow derivabile analiticamente usando il potenziale elettrostatico

POTENZIALE ELETTROSTATICO & ENERGIA POTENZIALE

In presenza di una forza da A a B (\rightarrow percorso curvilineo) \rightarrow si definisce il lavoro associato allo spostamento da A a B



$$L_{A \rightarrow B} = \int_{\text{lo spostamento}} \vec{F} \cdot d\vec{e}$$

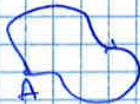
$d\vec{e}$ = elemento di lunghezza sul tratto curvilineo (elemento infinitesimo tangente alla curva)

Le forze dipendono dal percorso \rightarrow \vec{F} forze che NON dipendono dal percorso che viene percorso punti A e B \rightarrow FORZE CONSERVATIVE

Con esse si può associare il termine di ENERGIA POTENZIALE a cui è associato un lavoro dipendente solo da stato finale e iniziale

$$L_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{e} = U_A - U_B \quad U = Vq_0$$

\rightarrow il lavoro di una F_{cons} lungo una curva chiusa



$$L_{A \rightarrow A} = \oint \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{e} = 0$$

FORZA CONSERVATIVA se: - agisce in un pt. (3 def.)

- il lavoro NON dipende dal percorso e dipende il punto di applicazione della forza da A a B
- la circuitazione (su una linea chiusa) è zero

Le forze di tipo coulombiano (dipendono dalla distanza dalla sorgente e non dagli angoli fra loro) sono conservative \rightarrow la forza di Coulomb o coulombiana

Il campo \vec{E} è associato alla forza elettrica (prodotto da una distribuzione di cariche che agisce su una q di prova con una forza) \rightarrow il campo elettrico è CONSERVATIVO

Ad esso si associa il potenziale elettrico!

Come il campo è una forza per unità di carica \Rightarrow il lavoro per unità di carica e^- :

$$\frac{W}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{e} = V_A - V_B \quad \text{(Coeff. di POTENZIALE ELETTROSTATICO)}$$

Linea di linea (non conta il percorso perché \vec{E} è conservativo)

analoga mente $\oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0$

Passerò di associare uno scalare (il pot.) ad un vettore (campo \vec{E}) (legame simile ma forza in un pt.)

$$\vec{F}_e = - \text{grad } U(x, y, z)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = - \text{grad } V(x, y, z)$$

⇒ la potenziale di un carica puntiforme intercedendo riferito all'∞ in cui $V = 0$ (1)

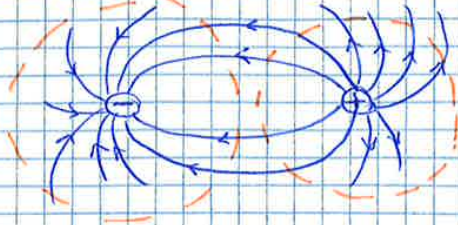
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

scalare

ad esso associato $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

↓
prodotto
di q puntiforme

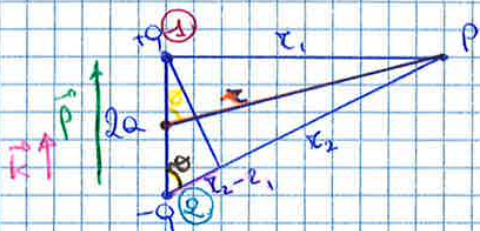
• DIPOLO ELETTRICO



Curve equipot. = insieme di punti in cui il pot. ha stesso valore (quasi circonferenze nel caso delle q no poi si deformano) due cariche con stesso valore, ma di segno opposto due usciranno da q⊕ e terminano in q⊖

Le linee di flusso di campo tagliano sempre ⊥ le curve equipotenziali (le linee di campo $\vec{E} \perp$ alle sup. equipotenziali)

Il pot. → definito come lavoro per unità di carica → $[V] = \frac{J}{C}$
 Em. pot. → $[J]$



2 cariche di segno opposto mantenute (e no si avvicineranno) e distanza fissa 2a
 stesso punto P a distanze ≠
 P da (1) → distanza r1
 P da (2) → r2

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

↑
differenza
di pot. delle cariche (1)

↑
distanza
tra le cariche

↑
carica
puntiforme

↑
pot. = somma singoli pot.
pot. del dipolo in P punto dello spazio

In natura → dipoli e. associati con dimensioni atomiche o molecolari
 ⇒ ci si riferisce a distanza molto piccola rispetto alle distanze ma le cariche che comporgono il dipolo stesso con da considerare per effetti

$$r_1 \gg 2a \quad e \quad r_2 \gg 2a$$

Se P molto lontano ⇒ approssimazioni

Considero il centro di 2a e la carica a P ⇒ distanza r

$$\Rightarrow r_1 \approx r \quad r_2 \approx r$$

Se P molto lontano le distanze sono molto simili

Disegno segmento $(r_2 - r_1)$ se P molto lontano gli angoli differiscono x valori molto piccoli ⇒ li considero uguali con θ

$$\Rightarrow r_2 - r_1 = 2a \cos \theta$$

r_1, r_2 differisce x infinitesimi di ordine superiore

$$\Rightarrow r_1 r_2 \approx r^2$$

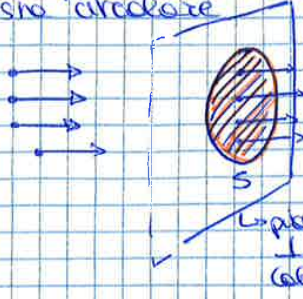
approssimazioni valide solo per P molto lontano

FLUSSO

5

Il flusso di campo elettrico attraverso una sup.

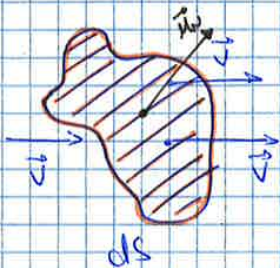
Se ho particelle con vettori velocità che attraversano una sup. piana
 superficie circolare \rightarrow tutte con stessa velocità



se la sup. è non ci sarebbe flusso
 circolare delle particelle attraverso essa

\Rightarrow il flusso dipende dall'orientazione della superficie

Consideriamo una piccola sup. (\sim piana) \Rightarrow piano anche se sferica se considerata
 sup. infinitesima



considero vettore \vec{v} generico (se campo vettoriale \neq
 cost $\rightarrow \vec{v}$ varia nello spazio)

considero un vettore \vec{n} diretto \perp al piano
 contenente la sup.

essendo un piccolo elemento di sup. $\Rightarrow ds$
 (sup. elementare)

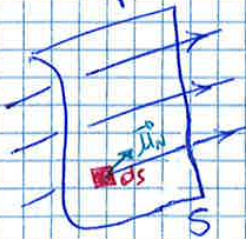
Definisco un oggetto matematico del prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{n} ds$

$\Rightarrow d\phi_v = \vec{v} \cdot \vec{n} ds$
 \hookrightarrow flusso del vettore

\hookrightarrow relazione facile x un elemento di sup.

FLUSSO ELEMENTARE
 attraverso sup. elementare
 (ds)

Per una sup. arbitraria



filare di campo \neq che intersecano la sup.

L'elemento di sup. ds ha un suo \vec{n}

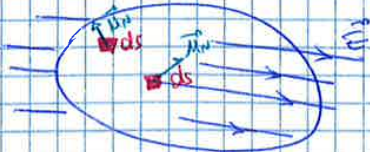
$\vec{v} \cdot \vec{n} ds$ da sommare x ogni ds

$\rightarrow \phi_v = \int \vec{v} \cdot \vec{n} ds$

per \neq vettore con o senza momento di
 rotazione

Per un campo elettrico

• sup. chiusa (forma arbitraria)



si suddivide in ogni elemento e si considera
 ogni \vec{n}
 la sup. chiusa racchiude l'interno (separata
 dall'esterno)

Bisogna \times direzione dettata e verso di \vec{n} ,
 orientare il vettore relativo a ds
 di una sup. chiusa verso l'ESTERNO
 (sempre \perp alla sp.)

In alcune regioni se flusso \neq uniforme $\rightarrow \vec{E}$ diretto da fuori a dentro
 $\Rightarrow \vec{E}$ antiparallelo a \vec{n}

se flusso uscente $\Rightarrow \vec{E}$ da dentro a fuori $\Rightarrow \vec{E}$ parallelo a \vec{n}

Se ho stesso numero di cariche \oplus e $\ominus \Rightarrow$ carica = 0 $\Rightarrow \Phi_E = 0$ (6)

Teo Gauss legge di Coulomb (grazie perché in relazione al fatto che $\epsilon \propto \frac{1}{r^2}$)
 \rightarrow due aspetti dello stesso realtà fisica

attraverso \checkmark sup che \checkmark esclude

Se \exists solo cariche all'esterno $\Rightarrow \Phi_E = 0$

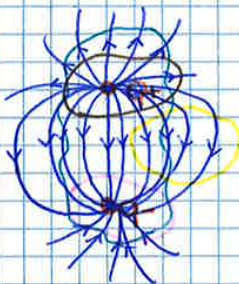
Se le cariche non sono puntiformi \Rightarrow distribuzione di cariche caratterizzata da una densità

SUP GAUSSIANA = sup. NON coincidente con una sup. reale x forza (reale o astratta che avvolge il sistema)

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \, dv$$

$\vec{E} \cdot \vec{n}$: sup. reale arbitraria
 ρ : densità di carica
 dv : integrale di volume
 $\int \rho \, dv$: integrale di volume
 se ρ distribuita nel volume

• DIPLO ELETTRICO



considero 3 sup. gaussiane

1. superficie carica q^+
2. " " " " q^-
3. esternamente alle cariche

$$\Phi_1 \neq 0 \quad \Phi_2 \neq 0 \quad \Phi_3 = 0$$

$q^+ \rightarrow$ superficie delle linee di flusso (uscenti)

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds > 0$$

\downarrow
 $\vec{E} \cdot \vec{n} > 0$

$q^- \rightarrow$ linee di flusso entranti

in verso l'esterno $\Rightarrow \vec{E} \cdot \vec{n} < 0$ ($\Phi_E < 0$)

$\Phi_E = 0$ nel 3° caso \rightarrow tutte linee entrano quante ne escono (e in accordo che $q_{tot} = 0$)

Se introduco una sup. gaussiana che racchiude entrambe le cariche

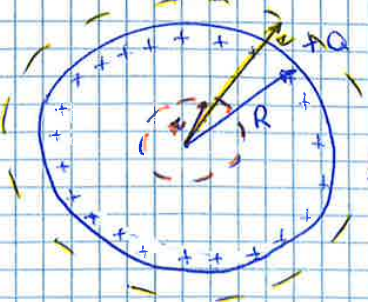
$$\Phi_{tot} = \frac{\sum q_{tot}}{\epsilon_0} = \frac{q^+ - q^-}{\epsilon_0} = 0$$

(si nota che le linee di flusso uscenti per l'entrambo $\Rightarrow \Phi_{tot} = 0$)

\Rightarrow Dal teo. di Gauss posso ricavare campi elettrici generati da una distribuzione sferica di cariche

CALCOLO di CAMPI ELETTRICI TRAMITE GAUSS

1. SPERA CONDUTTRICE UNIFORMEMENTE CARICA SULLA SUPERFICIE



Q : distribuzione di carica superficiale uniforme
 $\rightarrow \exists$ densità sup. di carica su tutta la sup. sferica

Configurazione sferica
 \vec{E} radiale (no dipendente θ , non ci sono componenti θ alla sup.)
 \Rightarrow dipende solo dalle distanze dal centro

$$\rightarrow \Phi_E = 2 \int_{\text{base}} E ds = 2E \int ds = 2ES = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q_{\text{tot}} \quad (7)$$

\swarrow 2 basi \swarrow base \swarrow superficie e cost. \swarrow Gauss \swarrow $\sigma \cdot S$

$$\Rightarrow 2E\epsilon_0 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma \cdot S$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

campo elettrico prodotto da un piano di carica uniformemente carica sup. NON dipende dalla distanza di un punto dalla sup. (E uniforme)

parallelos' obliquano v'uno \rightarrow \forall sup. si può considerare infinita
 \rightarrow campo \vec{E} uniforme

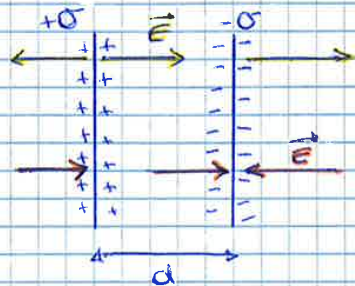
se $Q \ominus \rightarrow \vec{E}$ uniforme (verso la sezione uniformemente carica)

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad e \quad \Phi_E < 0$$

\swarrow in modulo ($E < 0$)

3. DUE PIANI // UNIFORMEMENTE CARICHI

due piani // con densità di carica opposta (cariche di uguale valore assoluto)



distanza d fissa (se così attraversano)

Altre di forze del piano di $s_x \rightarrow$ se il piano è uscito
 piano $dx \rightarrow \vec{E} \perp$ e altre di flusso verso il piano (rimangono)

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$
 prodotto da due piani s_x che dx

campo NON dipende dalla distanza \rightarrow cresce sui piani "opposti"

Per sovrapposizione degli effetti del campo netto esternamente

NO INTERFERENTE i campi si sommano (solo cariche)

$$E_{\text{INT}} = 2 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E_{\text{EST}} = 0$$

\swarrow del piano s_x e dx

principio del condensatore piano

Teo. Gauss \rightarrow solo in condizioni di simmetria

\rightarrow legge integrale (come se campo \vec{E} e le pot. sono funzioni del punto)

MA si può scrivere in forma differenziale (definire puntualmente) mentre la DIVERGENZA

LEGGE di GAUSS in FORMA DIFFERENZIALE

$$\text{div} \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

\swarrow scalare \swarrow operatore gradiente \rightarrow densità di carica

ρ e div definite in ogni punto dello spazio

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

\swarrow derivate parziali \swarrow componenti del campo

forma differenziale (\sim gradiente)

(gradiente \rightarrow VETTORE)
 divergenza \rightarrow SCALARE)

\rightarrow di cui fanno parte vettoriale

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

con i, j, k versori lungo gli assi cartesiani

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

→ il centro di massa delle due cariche non si sposta (equilibrio)
 ma il dipolo forma esso stesso un coppia di forze

● calcolo di momenti ^{pericolosi} dal centro ($r_1 = a, r_2 = a$)

$$|\vec{G}_1| = |\vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1| = r_1 q E \sin \theta = a q E \sin \theta$$

↓
 coppia formata dal dipolo con l'asse orizzontale

$$|\vec{G}_2| = a q E \sin \theta$$

G_1 e G_2 hanno versi concordi (r_1 e F_1 sempre opposti & r_2 e F_2 sempre opposti)

$$|\vec{G}| = 2 a q E \sin \theta = p E \sin \theta$$

↓
 $\tau_{tot} = |\vec{G}|$
 ↳ momento di dipolo

$$\vec{G} = \vec{p} \wedge \vec{E} \quad \text{momento cinematico di dipolo}$$

● Il dipolo tende ad orientarsi in modo che fa possibile di equilibrio (risparmiando quando $G=0$) con il campo e allineato con il campo

$\theta = 0 \Rightarrow$ equilibrio stabile (giro orario)
 $\theta = \pi \Rightarrow$ " instabile (giro antiorario)

CONDENSATORE

insieme di due conduttori carichi con $+Q$ e $-Q \Rightarrow$ esiste un dip tra i conduttori

→ 2 piani // con σ opposte

condensatore = insieme di due conduttori ^{placche del condensatore} tra cui esiste un dip ΔV (separati dal vuoto)



● $\frac{Q}{\Delta V} = \text{cost. (dipendente solo dalla geometria)} = C$
 del sistema

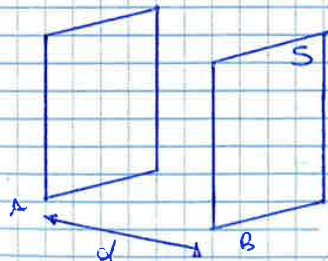
$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \text{↳ anche scritto } \nu$$

$$\left[\frac{1C}{1V} = 1F \text{ (Farad)} \right]$$

$$\Delta V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

CONDENSATORE PIANO

integrale di linea su γ percorso che connette le due piastre



cariche sui piani con stesso valore e segno opposto

considero una porzione dei piani per il vuoto esteri (∞)

in vuoto grandi rispetto alla distanza tra i piani stessi

$S = \text{sup. conduttori}$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \text{e} \quad \Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0} d$$

↳ dipende solo dalla geometria dei conduttori del condensatore

● $Q = \sigma \cdot S \Rightarrow C = \frac{\sigma \cdot S}{\frac{\sigma \cdot d}{\epsilon_0}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$

FENOMENI ELETTRICI

(9)

veicolo della carica basso rispetto alla luce nel vuoto

corrente elettrica → carica ed trasporto di carica (particelle portatrici di carica: protoni, elettroni o ioni)

elettroni → portatori di carica nei metalli

CORRENTE ELETTRICA (Sperimentalmente)

considero un conduttore con carica in moto ed estruisco una sezione
 → in un certo tempo un n° di cariche attraversano la sezione

$$I = \frac{dq}{dt}$$

istantanea

dq = carica che attraversa la sezione in un certo tempo

dt = tempo necessario affinché q attraversi la sezione

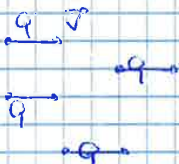
$$\left[\frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{\Delta C}{\Delta S} \right]$$

Ampère

carica & corrente legate ma loro
 e calcolati si deve dare l'ampère !!!

i = scalare in relazione al trasporto di carica el. (in moto in una certa direzione)
 → si introduce un parametro, la DENSITA' di CORRENTE (vettore)

Considero particelle con carica q in moto a $\vec{v} = \text{cost}$



$n = n^{\circ}$ particelle \times volume di volume (m^{-3}) ^{densità}

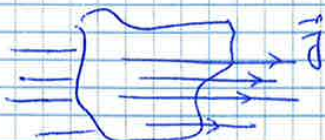
$$\vec{j} = nq\vec{v}$$

vettore DENSITA' di CORRENTE EL.

\vec{j} = carica nel volume \times tempo verso quel detto volume

$$I = \int_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds \Rightarrow \vec{j} = \frac{I}{S}$$

i = flusso vettore densità corrente el. attraverso la sp. S (non piano necessariamente)

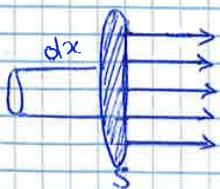


flusso = corrente el. che sta fluendo attraverso la superficie cioè la carica el \times volume di tempo attraversa la sp.

i entrante $\Rightarrow i < 0$ i uscente $\Rightarrow i > 0$

Essendo $I = \frac{dq}{dt}$ e supponendo \vec{j} campo uniforme (direzionale $\vec{j} =$ direzione \vec{v} e \vec{v} costante) → considero una sp. piano \perp a \vec{j} attraverso cui c'è il flusso di cariche

se $q > 0 \Rightarrow \vec{j} \parallel \vec{v}$
 se $q < 0 \Rightarrow \vec{j} \text{ anti} \parallel \vec{v}$



$$dq = \int_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds = j \cdot \vec{n} \cdot ds = j \cdot ds$$

$$\frac{dq}{dt} = jS = nqvS$$

$$\int ds = S$$

volume attraversato

$$dq = nqvS dt$$

dx = altezza cilindro (di base S) che contiene le particelle che nel tempo dt attraversano la sezione

legame tra I e j

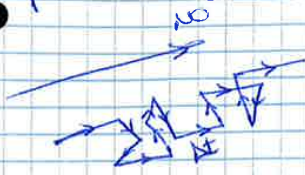
le particelle che conducono elettricità nei metalli sono gli elettroni ($q < 0$)

$$\vec{j} = -ne\vec{v} \quad \vec{j} \text{ anti} \parallel \vec{v}$$

cioè la corrente fluisce in una direzione & gli elettroni in direzione opposta

CONDUTTORI ELETTRICI nei METALLI

In un metallo gli elettroni, a causa di imperfezioni del reticolo con cui \vec{E} sup. del metallo stesso o agitazione termica, hanno un moto caratterizzato da più non interrotti continuamente (in modo brusco = repentino) da urti



Successibile di stati di moto di un elettrone \vec{v} in una direzione di deriva verso una direzione generale

ad ogni urto l'elettrone cambia stato di moto \rightarrow successivamente torce quello precedente \times quanto riguarda la sua velocità (moto casuale)

Cambio di velocità - direzione verso un moto casuale

\vec{E} casuale nel tempo ma il urto e il successivo $\rightarrow \Delta t \neq \text{cost.}$

\Rightarrow elettrone libero soggetto ad \vec{E} esterno

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \frac{e}{m} \vec{E} \cdot \Delta t$$

v_0 = velocità con cui l'elettrone emerge dal urto precedente (urto precedente)

meno piano di un urto (modificato da \vec{E})

forza che agisce sull'elettrone \rightarrow solitamente 10^{-14} s

se sceglie Δt grande, rispetto a quello che intercorre fra due urti, \times esecuziona il fenomeno \Rightarrow tempi di interesse macroscopico

Δt solitamente si muove attorno ad un valore medio $\langle \Delta t \rangle = \tau$ tempo medio libero

su un campo di tempo lungo \Rightarrow calcolo fa media temporale della velocità

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e}{m} \vec{E} \langle \Delta t \rangle$$

$\underbrace{\langle \vec{v}_0 \rangle}_{\text{cost.}} \quad \rightarrow \vec{0}$

$$\vec{v}_0 = \text{cost.} \quad \times \Delta t \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \langle \vec{v}_0 \rangle = \vec{0}$$

$$\vec{v}_d = \langle \vec{v} \rangle = - \frac{e \vec{E}}{m} \tau$$

velocità di deriva

Tutti gli elettroni si muovono di moto casuale \rightarrow a Δt lungo si vede (macroscopicamente) che si muovono tutti con la stessa vel. di deriva (= vel. media)

$$\vec{j} = -me \vec{v}_d = \frac{me^2}{m} \vec{E} \tau$$

\hookrightarrow cost. di prop.

Relazioni tra densità di \vec{j} e campo \vec{E} (inverso)

\vec{j} dipende da n° di carica, dalla carica e dalla massa dell'elettrone, dal tempo libero medio

$$\sigma = \frac{me^2}{m} \tau$$

CONDUCIBILITÀ ELETTRICA

\Rightarrow metallo miglior conduttore se ha + elettroni, + tempo libero medio

\hookrightarrow piano di essere disturbato (cambio direzione)

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$\Rightarrow \tau$ bassa, σ bassa, ρ alta, R alta!

EFFETTO JOULE

Un conduttore al passaggio di i dissipa ed. elettrica sotto forma di calore \Rightarrow si scaldano

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}_d = -e \vec{E} \cdot \vec{v}_d \quad \rightarrow \times \text{ il segno elettrico}$$

potenza

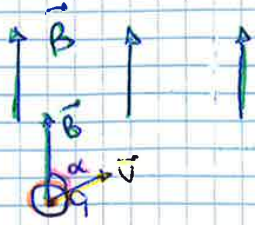
$$P_{\text{tot}} = -me \vec{E} \cdot \vec{v}_d = \vec{j} \cdot \vec{E} = j E$$

pot. \times un'area di volume

\hookrightarrow essendo $\vec{j} \parallel \vec{E}$

LEGGE DI LORENTZ

(14)



solo in una regione con campo \vec{B} uniforme (x es. verso positivo)

in un certo punto e in un certo istante si trova la particella carica q con vel. rettilinea \vec{v} (nel piano del disegno, stesso di \vec{B})

$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ FORZA di LORENTZ

$|\vec{F}| = qvB \sin \alpha$

↳ ma la direzione della velocità è del campo \vec{B}

- la direzione della forza è \perp al piano formato da \vec{v} e \vec{B}
- il verso di \vec{F} è definito dalla regola della mano dx (⇒ osservate in primo caso) essendo $q > 0$

$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ $\vec{F} \perp \vec{v}$

$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = 0$

↳ lavoro elementare ↳ spostamento elementare

valore in tutti i punti (stradete + stradete) ⇒ il lavoro di una forza di tipo meccanico su una particella carica che si muove con velocità \vec{v} dentro un campo \vec{B} è NULO

⇒ l'eu. cinetica non varia (con una particella in campo \vec{B})

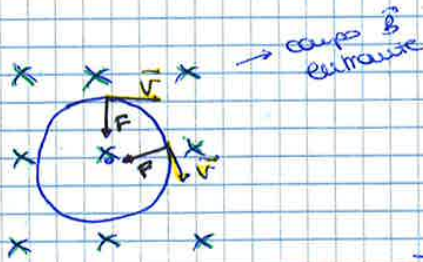
$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ → forza x il campo \vec{B}

$\vec{F} = q\vec{E}$ → forza x il campo \vec{E} (cambia l'eu. cinetica di una particella, ne modifica il modulo di \vec{v})

MA essendo una forza, anche la forza magnetica genera un'accelerazione ⇒ modifica la \vec{v} della particella

\vec{v} cambia, $E \propto v^2$ non cambia ⇒ cambia il vettore, cioè la direzione, ma non il modulo

⇒ FORZA CENTRIFUGA (forza che fa compiere un moto circolare uniforme, cioè cambia la direzione di \vec{v} , crea accelerazione attorno ad un punto, MA non varia il modulo di \vec{v})



$F = evB \sin \alpha = evB = \frac{mvv^2}{r}$ $r =$ raggio circ.

$(\vec{v} \perp \vec{B})$ $F_{centrifuga}$

$\Rightarrow r = \frac{mv^2}{eB}$ $v =$ vel. tangenziale

MA $v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{eB}{m}$ ($\Rightarrow \frac{qB}{m}$)

↳ se non ho un elettrone

$\vec{B} \neq$ uniforme

supponiamo che in un certo istante la particella abbia la \vec{v} che forma α con \vec{B}



scorporo \vec{v} in $\vec{v}_{||}$ e \vec{v}_{\perp} ↳ al campo \vec{B}

essendo $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ ⇒ la componente \parallel non dà contributo (senza $\alpha = 0$) no forza risultante

$\Rightarrow r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$ $\omega = \frac{v_{\perp}}{r}$

↳ periodo = tempo x compiere un giro ↳ periodo di ROTAZIONE

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v_{\perp}}$

ANALOGIE \vec{F}_e e \vec{F}_m

\vec{F} elettrica è una forza su una carica elettrica (in quiete o in moto)

\vec{B} è generato da cariche → esercita una forza su altre cariche ed ha un effetto su cariche in moto & correnti elettriche

SORGENTI di CAMPO \vec{B}

campo \vec{E} generato da cariche elettriche & agisce su q

campo \vec{B} è generato da correnti elettriche & agisce su I

una corrente elettrica fa deflettere l'ago di una bussola come un materiale magnetico → la corrente $el.$ è responsabile di una modificazione dello spazio intorno (= campo \vec{B})

I campi \vec{B} intorno e dentro i magneti permanenti ... sono lo stesso campo → $el.$ correnti elettriche

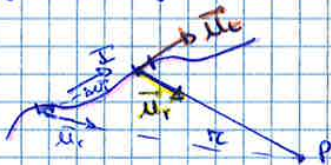
La relazione che lega I e \vec{B} è spiccatamente & tecnicamente complessa

Il campo \vec{B} è generato da correnti → se \vec{B} statico → correnti stazionarie (indipendenti dal t)

per caso di campo \vec{E} le sorgenti sono cariche puntiformi, invece nel caso di campo \vec{B} NO! (solo correnti "filiformi")

LEGGE di AMPÈRE-LAPLACE

possibile di ottenere il campo \vec{B} in un punto prodotto dalla corrente stazionaria che fluisce lungo un conduttore di forma λ



I stazionaria, conduttore indefinito (o raggio di circuito elettrico chiuso)
considero punto P all'esterno del conduttore

- escludo un tratto infinitesimo del conduttore
- delimitato dal versore \vec{u}_t (tangente)
- compilo il tratto con P → distanza r
- intendo un 2° versore lungo r uscente dal conduttore e verso P (\vec{u}_r)

\vec{u}_r e \vec{u}_t variano NON in modo, ma in direzione certo o secondo di dare precedo il tratto

$d\vec{B} \propto I \frac{\vec{u}_t \times \vec{u}_r}{r^2} dl$ → lunghezza infinitesima del tratto di conduttore
LEGGE di AMPÈRE-LAPLACE

↳ r la distanza di P dal segmento dl (NON dall'intero conduttore)

dipende dall'angolo tra di essi, che varia da punto a punto

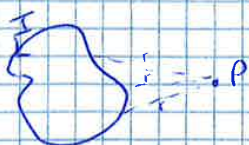
→ $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec{u}_t \times \vec{u}_r}{r^2} dl$

μ_0 = permeabilità magnetica del vuoto

$\mu_0 / 4\pi = 10^{-7}$ → $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ = $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

per trovare \vec{B} → integro su tutto la lunghezza del conduttore

Se il conduttore = circuito chiuso



$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{\vec{u}_t \times \vec{u}_r}{r^2} dl$

il campo \vec{B} è \perp alle linee di flusso
 il verso di percorrenza delle linee è determinato dalla regola della mano
 dx (pescare il filo I \rightarrow verso dato dalla chiusura delle dita)

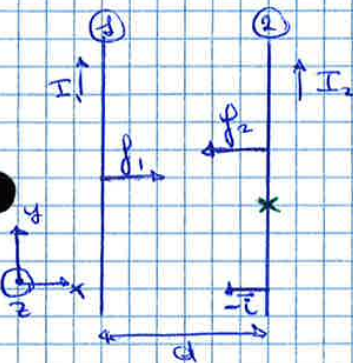
LEGGE DI BIOT-SAVART

misuriamo il campo \vec{B} prodotto da una corrente rettilinea

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_r$
 \vec{u}_r vettore \perp alla circ. di raggio r centrata nell'asse del filo
 distanza generica di P dalla retta su cui scorre I

Ma il campo \vec{B} produce una forza

DUE FILI RETTILINEI INDEFINITI



posi a distanza d, // fra loro
 su ciascuno fluisce una corrente (correnti \neq
 in modulo, ma stesso verso)

se filo 2 esiste una forza

$\vec{F}_2 = I_2 \int d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1$
 in corrispondenza del 2° conduttore
 prodotto da $I_1 \Rightarrow B_1$

$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} (-\vec{k})$
 vettore relativo all'asse z

scego un punto su (2) $\Rightarrow B_1$ entrante su (2) e \perp al piano $\Rightarrow (-\vec{k})$

$d\vec{l}_2 = dl_2 \vec{j}$
 in senso y

$\Rightarrow \vec{F}_2 = I_2 \int dl_2 \wedge (-\vec{k}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int dl_2 (-\vec{i}) = -F_2 \vec{i}$
 = F_2 , ma \rightarrow

$\Rightarrow \vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \vec{i}$

forza che si esercita, x unità di lunghezza sul
 conduttore (2) per effetto della corrente che fluisce
 nel conduttore (1) (che genera un campo
 B in corrispondenza del 2° conduttore)

Allo stesso modo (2) genera un \vec{B}_2 e una forza su (1) (F_1)

$\Rightarrow \vec{F}_1 = +\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} L_1 \vec{i}$, $F_1 = -F_2$ (uguali in modulo, ma opposti
 in segno)
 \rightarrow attrazione fra i due conduttori

se le I fossero discordi \Rightarrow i due conduttori si RESPINGONO
 (forze repulsive)

$f = \frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d}$ in modulo

$\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7}$

se considero due fili molto lunghi e distanza $d = 1$ m con correnti $I_1 = I_2 = 1$ A
 \Rightarrow la forza x unità di lunghezza che si esercita fra i due fili è

$f = 2 \cdot 10^{-7}$ N

DEF. di AMPÈRE

m-Ts modulo del momento di dipolo magnetico associato alla spira

$$z \gg a \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2Ia^2}{z^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{z^3}$$

ANALOGIA

Campo elettrico prodotto da un dipolo elettrico



che coincide lungo l'asse z scelto in punto P a grande distanza dal dipolo

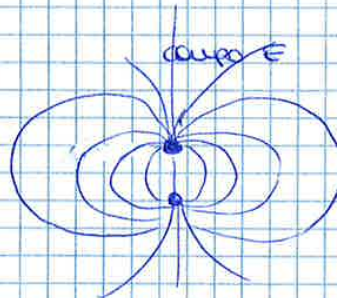
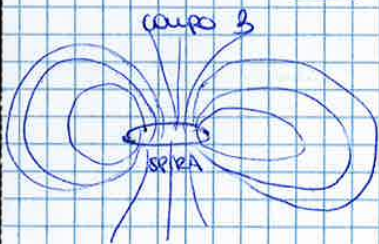
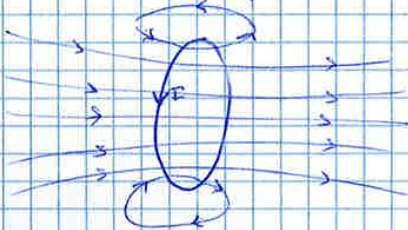
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{z^3}$$

→ campo B prodotto da una spira circolare è campo E " " " dipolo elettrico lungo, sull'asse, la stessa formula (m e p, $\frac{\mu_0}{4\pi}$ e $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$)

Utile per $z \gg a$ con $a =$ raggio spira o $a =$ distanza tra le cariche del dipolo

Per la spira, nello spazio, le linee di flusso sono più complicate

↳ dipendano dal verso di percorrenza della spira



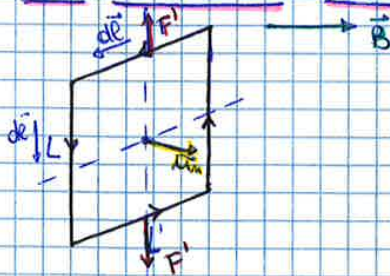
POLO

molto simili, perché si sta lontano dal dipolo e dalla spira

↓
distanze grandi rispetto alle dimensioni del dipolo e della spira

Avvicinandosi, si notano le differenze tra le linee di flusso. La loro prossimità al polo

SPIRA RETTANGOLARE PERCORSA DA CORRENTE



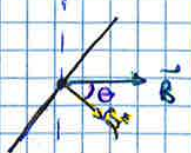
campo B esterno più grande di quello prodotto dalla spira (no) e uniforme

verso' asse



la spira è come se fosse imperniata su un'asse verticale
si forma un angolo con la direzione di B

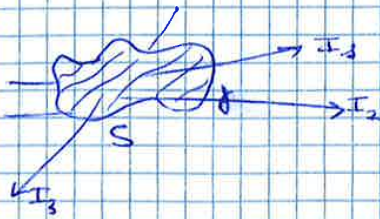
versore \hat{u}_m ⊥ al piano della spira
 $\theta =$ angolo tra B e \hat{u}_m



PROPRIETÀ STATICHE DEL CAMPO B
LEGGE DELLA CIRCOLAZIONE DI AMPÈRE

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$ valido x \forall percorso chiuso

I = corrente che passa attraverso una qualunque superficie sottesa dalla linea considerata (come contorno di la linea chiusa)



La linea Γ sottende una superficie non piana se Γ in campo \vec{B} e la sup. S è topologicamente \neq a $\mu_0 I$ più connessi

$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$

se non passano $I \Rightarrow \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$
o si compensano (all'interno S)

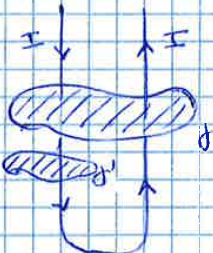
$\rightarrow (I_1 + I_2 + \dots + I_n)$
 \hookrightarrow si sottraggono a seconda che siano in un verso o in altro

ANALOGIA

con il teo. di Gauss del campo elettrico che metteva in relazione il flusso attraverso una superficie con la carica elettrica contenuta all'interno

con la legge di Ampère \rightarrow relazione tra circolazione lungo una linea e la corrente che toglie una superficie delimitata dalla linea

CASO PARTICOLARE



$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$

NON vale dire che $\vec{B} = 0!$
la sua circolazione è nulla

$\oint_{\Gamma'} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} \neq 0 = \mu_0 I$

\hookrightarrow perché I dall'altro verso il lato

RELAZIONE CON DENSITÀ DI CORRENTE

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{j} \cdot \vec{u}_n \, dS$

ANALOGIA

Per il campo elettrico \rightarrow teo. Gauss e teo. della circolazione hanno validità su regioni massicciamente dello spazio \rightarrow integrali

In questo caso c'è una relazione tra il campo \vec{B} e una regione estesa di spazio confinata da una linea chiusa

c'è anche una relazione tra la circolazione e la densità di corrente attraverso una superficie \hookrightarrow integrale

Per l'elettrostatica, si passava dagli integrali ai differenziali attraverso operatori operativi \rightarrow anche in questo caso si parte dalla forma massiccia (integrali) e prende differenziale

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$ SEMPRE! (se \vec{E} è statico)

\hookrightarrow non dipende dal tempo

$\Rightarrow \vec{E}$ è conservativo e ammette un potenziale

FORMA DIFFERENZIALE

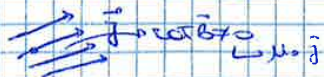
$\text{rot} \vec{E} = 0$

\hookrightarrow differenziazione delle 3 componenti del vettore \vec{E}

Per il campo \vec{B} , la legge di Ampère in forma differenziale

$\text{rot} \vec{B} = \nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ ($\neq 0$ se $\vec{j} \neq 0$)

$\bullet \vec{j} = 0 \Rightarrow \text{rot} \vec{B} = 0$



$\vec{j} \neq 0$ alligie a \vec{B} una corrente

\rightarrow nella singola spira
 Cal $I_{tot} = NI$
 \downarrow
 \hookrightarrow n° spire comprese nel tratto di lunghezza L
 \perp superficie
 e superficie uscite
 nel rettangolo

$\Rightarrow B = \mu_0 \frac{NI}{L} = \mu_0 n I$

Cal $n = \frac{N}{L}$ n° spire x unità di lunghezza

se densità di spire x unità di lunghezza \rightarrow infinito $\rightarrow \vec{B}$ alto (uniforme) e $\vec{B}_{est} = 0$
 (ricer. circolare completa)

CASO REALE $\rightarrow \vec{B}_{est} \neq 0$, ma $\ll \vec{B}_{int}$

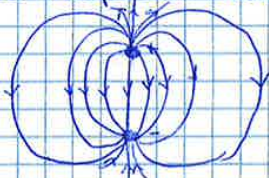
LEGGE di GAUSS per \vec{B}

come x \vec{E} si poteva dedurre la legge di Gauss, analoga al fatto che $\text{rot } \vec{E} = 0 \rightarrow$ anche x il campo \vec{B} si può fare lo stesso (flusso di \vec{B} attraverso un sup.)

Legge di Gauss x \vec{E} (1° eq. di Maxwell)

$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$
 $\text{div } \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

per un dipolo $\rightarrow \text{div } \vec{E} \neq 0$ in corrispondenza delle distribuzioni di carica



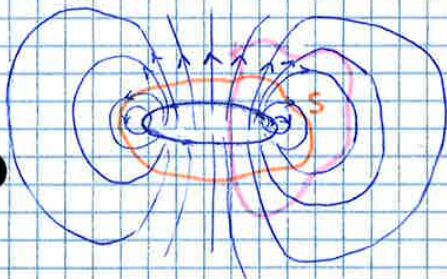
Le linee di flusso scendono dalla carica \oplus e convergono nella carica \ominus (pozzi)

div $\vec{E} > 0$ vicino alla \oplus
 div $\vec{E} < 0$ " " \ominus

Li punti di terminazione

che non ci sono sorgenti del campo, ma dove $\exists \vec{E} \rightarrow \text{div } \vec{E} = 0$

Analogamente \rightarrow campo \vec{B} prodotto da un dipolo magnetico (= spira percorsa da corrente)



NON ci sono NE sorgenti NE pozzi delle linee di flusso di \vec{B} (mai uscano né terminano)

Campi simili formati dai dipoli, vicino ma

vicino al dipolo magnetico, le linee di flusso di \vec{B} sono circonferenze circolari + ci si allungano, + sono deformate, MA sempre due curve

NB La sorgente del campo \vec{B} è la corrente in ogni punto, non in un punto particolare. Le linee di flusso, che sono sempre chiuse, formano circonferenze che circondano la corrente generatrice di \vec{B}

Differenza tra campo \vec{B} e \vec{E}

Considero la sup $S \rightarrow$ x ogni linea di flusso che entra, essa esce (questo se l'asse del dipolo e' reale se si chiude all'inf)

valdo x \forall superficie, anche se comprende solo uno dei dipoli

\rightarrow il flusso netto attraverso la superficie chiusa è zero! (\neq dal campo \vec{E})

$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$

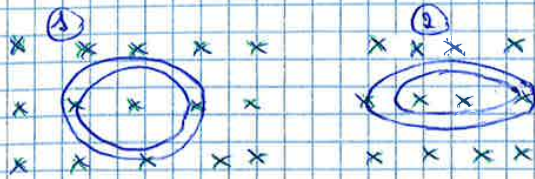
legge di Gauss per \vec{B}
 (2° eq. di Maxwell)

$\text{div } \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Il campo \vec{B} non ha né sorgenti, né punti di terminazione!!!

variazione del flusso → data da un' variazione dell'intensità di \vec{B} nel tempo oppure modifico la superficie mantenendo \vec{B} cost.

Considero \vec{B} cost. e uniforme (1 al piano)

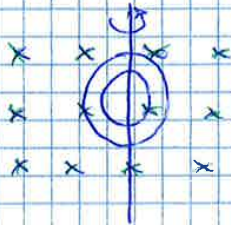


un circuito percorso da più spire e numero in B e in cui non è presente V_e o corrente

Se si deforma la spira → varia il flusso durante la variazione di flusso si assiste al fenomeno di un' corrente nel circuito (presenza di un V_e nel circuito)

↓
durante la magnetazione!
NOI nel caso statico (1) o (2)

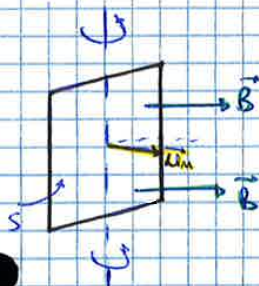
→ variazione di flusso ← definizione circuito
si tratta di circuito nelle linee di flusso di un campo magnetostatico



la spira ruota attorno ad un perno circolare → il flusso varia (a 90° è nullo) e si crea una corrente e un V_e nella spira

no facciamo di base di applicazioni e motori elettrici

LEGGI di FARADAY - HENRY - LENZ



spira (permanente) su un asse verticale e immersa in un campo magnetostatico (\vec{B} uniforme)

ip.: θ varia periodicamente con il tempo (cioè la spira gira con ω cost. attorno all'asse)

$\theta = \omega t$
prescrizione = $\sin \theta$

$$\Phi_B(t) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, dS = BS \cos \theta = BS \cos \omega t$$

flusso magnetico varia nel tempo → nasce V_e

rapporto della variazione di Φ_B

$$\Rightarrow V_e = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, dS$$

LEGGI di FARADAY - HENRY - LENZ

derivata rispetto al tempo del flusso di B calcolato con il circuito in cui è attraversa le spire di cui è composto il circuito considerato

$$\frac{d}{dt} \cos \alpha = -\sin \alpha$$

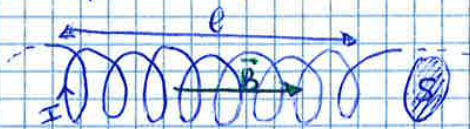
$$V_e = - \frac{d\Phi_B}{dt} = BS \omega \sin(\omega t)$$

se la spira ruota di moto uniforme attorno all'asse → viene generata in essa una fem alternata con stessa freq. di rotazione della spira stessa

dalla V_e alternata → corrente alternata

• Solenoide rettilineo indefinito

campo B uniforme su tutta la sezione



spire strettamente appalettate
e linee di flusso di $B \parallel$ asse solenoide

$$B = \frac{\mu_0 m I}{L N}$$

Suppongo che l'area della sp. trasversale sia S (= cost.)

$$\Phi_B^{(+)} = B \cdot S \cdot \cos \theta = BS = \mu_0 m I S$$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1$

↓
attraverso
una sola spira

$$\Phi_B = N \Phi_B^{(+)} = \mu_0 N m I S = \mu_0 m^2 I S$$

↓
n° spire
per metro e

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 m^2 S$$

autoinduttanza relativo ad un segmento e
di un solenoide so

$$\frac{L}{e} = \mu_0 m^2 S$$

m = fattore di impregnamento = n° spire x unita di lunghezza

↓
coeff. di autoinduttanza
x unita di lunghezza
[H/m]

FORZA ELETROMOTRICE di AUTOINDUZIONE

L dipende dalla geometria del circuito

Se si esprime $\Phi_B = LI \Rightarrow V_B = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(LI)}{dt}$

↓
prodotto
della I
che scorre
nel circuito

↓
x Faraday-Lenz-Law

Se il circuito non si deforma $\Rightarrow L$ (che dipende dalla geometria) = cost.

$$\Rightarrow V_L = -L \frac{dI}{dt}$$

↓
fem di origine
autoinduttiva $\propto \frac{dI}{dt}$ (opposta alla variazione della I nel circuito)

↓
effetto ritardante dell'autoinduttanza rispetto alla variazione della corrente principale

V_B genera una I_{ind} che si oppone alla variazione della corrente principale

LEGGE di OHM

La V_{tot} = somma delle fem del generatore + V_B

$$V_{tot} = V + V_L = RI$$

↳ in un circuito resistivo

$$\Rightarrow V - L \frac{dI}{dt} = RI \quad , \quad V = L \frac{dI}{dt} + RI \quad \text{no potenze}$$

multiplico per I ad entrambi i membri

$$VI = LI \frac{dI}{dt} + RI^2$$

no potenze

↓
potenza
calcolata
dal gen. x per
fem I

↳ potenza
di Joule
x sostenere la corrente
nel circuito (e eu. x unita di tempo)

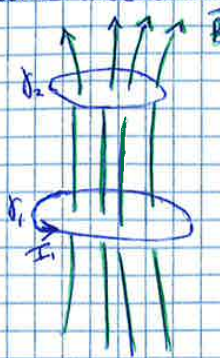
↳ legato alla presenza di $B \rightarrow$ in un circuito percorso da I genero un B
 \Rightarrow pot. che il gen. spende x produrre B vicino al circuito

$$U_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 \cdot dv$$

EN. del campo E

MUTUA INDUTTANZA

Mutua induttanza tra 2 circuiti → dot che avviene quando due circuiti percorsi da I dipendenti dal tempo sono avvicinati (effetto di un circuito sull'altro a causa dell'induzione etc)



Il campo B, prodotto dal circuito I1 in cui scorre I1 si estende fino al circuito I2 → flusso netto di B, concatenato da I2 → su I2平原ano delle I1, che, sommati alle I2 pre-esistenti su I2, danno origine a B', che origina il flusso che rappresenta I2.

→ si instaura un fenomeno di interazione fra fem e I, tra i due circuiti → MUTUA INDUZIONE tra 2 circuiti

Sperimentalmente si osserva che il flusso

$$\Phi_{2,1} = M I_1$$

↪ coeff. di prop.

(di B) prodotto dal circuito 1 attraversa il circuito 2

$$\Phi_{1,2} = M I_2$$

M = COEFF. di MUTUA INDUZIONE o MUTUA INDUTTANZA

$$\Rightarrow M = \frac{\Phi_{2,1}}{I_1} = \frac{\Phi_{1,2}}{I_2}$$

In presenza di una induttanza fra due circuiti, esistono un fem, all'interno di alcuni circuiti, di natura induttiva

FORZA ELETTRICHE di MUTUA INDUZIONE

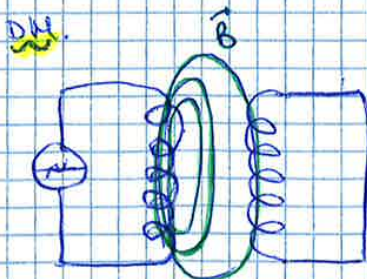
$$V_2 = M \frac{dI_1}{dt}$$

Se nel circuito 1 c'è una corrente dipendente dal tempo → nel circuito 2 ci sarà una fem indotta V2 a causa variazioni di I1 nel tempo

$$V_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Il 2° circuito sente il 1° tramite l'effetto del campo B, (e viceversa)

Ma non adatto a trasportare info a grandi distanze



Circolo in cui fluisce una certa I → genera B che induce un campo sul 2° circuito (che fornisce info dal 1° circuito) → cioè di flusso molto dissipato B diminuisce rapidamente con la distanza → effetto di una induttanza tende a zero

↳ TRASFORMATORE IDEALE (reale → con materiale ferromagnetico in mezzo)

Maxwell alterati da- ad fatto di non essere più in un caso statico, ma di nuovo
 deve essere modificato il teo. di Ampere che tenga conto di fenomeni dipendenti dal
 tempo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_s)$$

Maxwell propone una espressione x il termine aggiuntivo

⇒ oltre alla corrente circolante I c'è anche quella di spostamento I_s

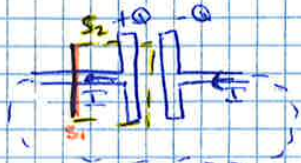
$$I_s = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds$$

→ Maxwell dimostra che la legge di Ampere non
 soddisfaceva il principio di conservazione
 della carica

nel caso
 degli effetti dinamici

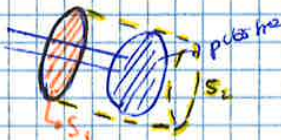
scelta della
 linea chiusa
 lungo cui è definita
 la circolazione di B

Considero una sezione di un condensatore ad armature piane //



Se il condensatore si sta scaricando → I che fluisce da
 Q - a Q₁

introduco una linea chiusa attorno al filo percorso da
 corrente



Considero 2 sup. scelte da questa linea chiusa

- una piastra S₁
- un cilindrico S₂

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_s)$$

x Maxwell

Considero S₁ → compreso nella linea chiusa, taglio il conduttore

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

non esiste campo elettrico dipendente dal tempo e un flusso non variabile
 attraverso S₁ ⇒ I_s = 0

Considero S₂

S₁ + S₂ = sup. cilindrico

attraverso S₂ → I = 0 perché la corrente è sul conduttore ⇒ regola S₁ e non
 S₂

Ma c'è un cambio di I_s perché tra le 2 piastre esiste un campo
 E variabile nel tempo con flusso ≠ 0 attraverso S₂

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{piastre molto grandi rispetto alle loro distanze})$$

$$\sigma = \frac{Q}{S_{\text{del condensatore}} \equiv S_2} \Rightarrow E = \frac{Q}{\epsilon_0 S_2} \quad ; \quad \vec{E} \perp S_2 \Rightarrow \Phi_E = ES_2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} I$$

la variazione delle cariche
 sulle piastre nel tempo
 (il condensatore si sta scaricando)

$$\Rightarrow I_s = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = \epsilon_0 \frac{1}{\epsilon_0} I = I$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_s) = \mu_0 I$$

Maxwell afferma anche che il campo \vec{B} è un campo che si propaga con una certa velocità \rightarrow è un'onda di tipo elettromagnetico
 \rightarrow cioè non c'è materia

(NB) Le eq. di Maxwell nel vuoto sono più scrivibili \rightarrow non \exists né carica né corrente

EQ. MAXWELL NEL VUOTO

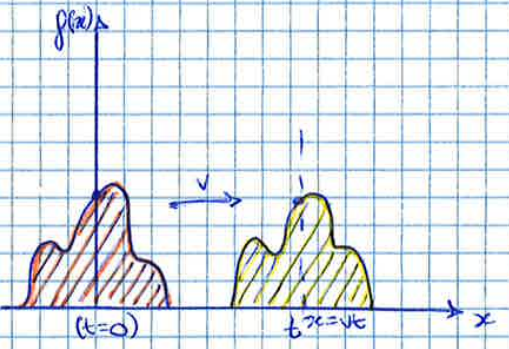
- 1) $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ $\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$
- 2) $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\nabla \cdot \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ \rightarrow sistema a parte + e - mette (3) (4)

ONDE

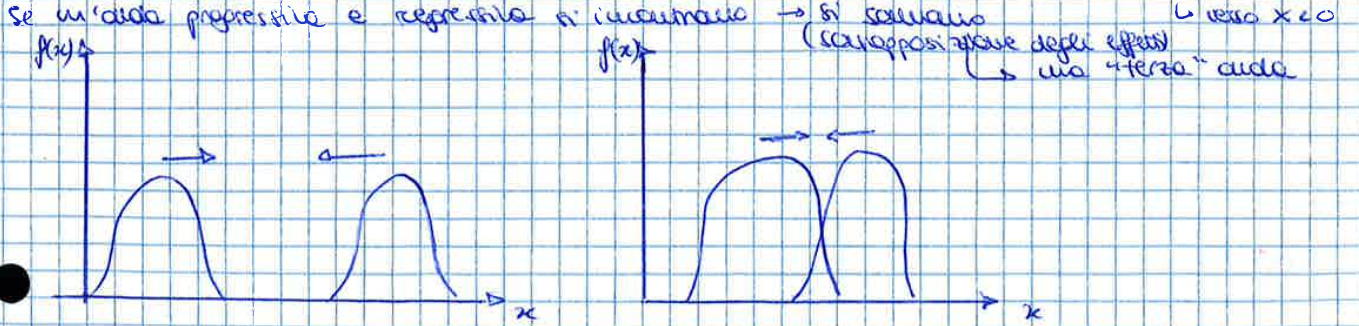
dipendenze spaziali & temporali correlate tra di loro
 ONDA = perturbazione che si propaga nello spazio con una certa velocità
 nel caso ideale \rightarrow perturbazione monocromatica in ampiezza, intensità e forma

È descritta in 4 dimensioni / 3 spaziale / 1 temporale
 Nello studio di vari multidimensionali \rightarrow di si chiede qual è la rappresentazione (analitica) di un'onda
 Consideriamo una funzione della sola variabile x



al tempo zero $\rightarrow f(x)$
 $(t=0)$
 $y = f(x)$
 in un tempo successivo $\rightarrow f(x)$ ha lo stesso defasor
 (t)
 $f(x)$ si è spostata lungo x con una velocità v
 $y = f(x - vt)$ $(v < 0 \text{ regr.})$

da $x=0$ a $x=vt$ \rightarrow traslazione da x a $x-vt$
 si sposta senza cambiare intensità, ampiezza o forma
 \rightarrow spostamento di un'onda unidimensionale
 se l'onda si muove anche verso sx (altro opposto) $\rightarrow f(x+vt)$
 $f(x \pm vt)$ sono funzioni che rappresentano onde in moto (onde progressive) o regressive



Le onde soddisfano equazioni alle derivate

EQUAZIONE UNIDIMENSIONALE DELLE ONDE

$s(x,t) = f(x \pm vt)$ avvolgimento
onda progressiva
onda regressiva
 ↳ grandezza fisica
 di una corda e la
 densità (massa/volume)
 del punto di equilibrio
 (x onde costanti → campo
 di densità o pressione delle
 particelle comprese dall'onda)

questa funzione è soluzione di una particolare eq. differenziale alle derivate
 parziali → eq. unidimensionale delle onde

↳ spaziotempo

$\frac{d^2 s}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 s}{dx^2}$

EQ. UNIDIMENSIONALE DELLE ONDE

$u = x \pm vt$

DIM.

verifico che 1° e 2° membro siano uguali

1° membro) $\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{du} \cdot \frac{du}{dt}$

ma $\frac{du}{dt} = \pm v$

↳ appare
 di $f(x \pm vt) = f(u)$

→ $\frac{ds}{dt} = \pm v \frac{ds}{du}$

x la derivata 2° $\frac{d}{dt} = \frac{d}{du} \cdot \frac{du}{dt} \Rightarrow \pm v \frac{d}{du} [\pm v \frac{ds}{du}] = v^2 \frac{d^2 s}{du^2}$

2° membro) $\frac{ds}{dx} = \frac{ds}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ ma $\frac{du}{dx} = 1$

→ $\frac{ds}{dx} = \frac{ds}{du}$

derivata 2° $\frac{d}{dx} = \frac{d}{du} \cdot \frac{du}{dx} \Rightarrow \frac{d}{du} [\frac{ds}{dx}] = \frac{d}{du} [\frac{ds}{du}] = \frac{d^2 s}{du^2}$

→ il membro 2° membro per v^2 → allora il 1° membro

→ una funzione arbitraria del genere $s(x,t)$ è soluzione delle onde
 → l'espressione scritta rappresenta la propagazione del moto ondoso

SOLUZIONE GENERALE

$s(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt)$

combinazione lineare generica di
 funzioni arbitrarie rappresentando
 onde progressive (verso dx) e regressive
 (verso dx)

SOLUZIONE ARMONICA

basato sull'uso di funzioni armoniche x ea definizione di onde

$s(x,t) = a \cos[k(x-vt)]$ (onde andee x (x+vt))
cont.

DIM.

verifico che sia una soluzione x ee onde

$\frac{ds}{dx} = -ka \cos[k(x-vt)]$

SIGNIFICATO PARAMETRO k e ω

$S = a \sin(kx - \omega t)$

a = ampiezza ($\Delta a \Rightarrow$ perturbazione)

un periodo (ω $x' = x + \lambda$)

$\Rightarrow S = a \sin(kx + k\lambda - \omega t)$

Ma in x' le due S devono essere uguali perché differiscono solo per un'ampiezza d'onda λ e lo spostamento spaziale implica l'interferenza tra due max successivi (cambia solo la fase)

$\Rightarrow a \sin(kx - \omega t) = a \sin(kx + k\lambda - \omega t)$

$\Rightarrow k\lambda = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [m^{-1}]

numero d'onda
N° d'onda

k : misura della periodicità spaziale dell'onda

Allo stesso modo posso dimostrare che

$\omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ [s^{-1}]

ω = pulsazione

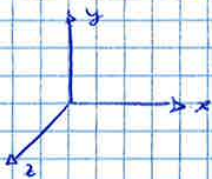
ω : misura della periodicità temporale dell'onda

ONDE ELETTROMAGNETICHE

I campi si ammettono soluzioni ondulatorie \rightarrow onde elettromagnetiche

Uso le eq. di Maxwell nel vuoto

Cerciamo soluzioni in (x, y, z) cost che \vec{E} abbia solo componente y e \vec{B} solo lungo z



$\text{div} \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow \vec{E} = E_y \hat{y}$
 $\text{div} \vec{B} = 0 \Rightarrow \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \vec{B} = B_z \hat{z}$

$\Rightarrow \vec{E}$ non dipende dalla posizione lungo y

Per la 3° eq. di Maxwell $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$ $\Rightarrow \vec{E}$ dipende lungo x se c'è un \vec{B} variabile nel tempo

componente z del rotore

le componenti x e y non danno contributo al rotore

e $\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0 \Rightarrow \vec{E}$ non dipende dalla posizione lungo z

Per la 4° eq. di Maxwell

$\frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial x} = +\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$

componente y

le componenti x e z non danno contributo se non

$\frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$

\vec{B} dipende da \vec{E} variabile nel tempo, ma non dalla posizione su z e y

$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$\text{rot} \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{k}$

• RELAZIONE TRA E_0 , B_0 e c

E_0 e B_0 non possono essere scelti in modo arbitrario
 → Scelgo B_0 e trovo E_0 da $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

• La luce si propaga nel vuoto e in mezzi trasparenti

→ Nel caso di mezzo materiale non considero più ϵ_0 (cost. elettrica del vuoto), ma ϵ (cost. dielettrica del mezzo)

→ $E = E_0 \epsilon_r$ ↳ cost. dielettrica relativa (m^o puro)

Analogamente → $\mu_0 \rightarrow \mu = \mu_0 \mu_r$ ↳ permeabilità magnetica (m^o puro)
↳ permeabilità magnetica del mezzo

La velocità nel mezzo resta essere

$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$

$n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \sqrt{\epsilon \mu} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$
↳ nel vuoto
 ↳ nel mezzo in un mezzo

INDICE DI RIFRAZIONE DEL MEZZO

$[n = \lambda f \Rightarrow \text{nel vuoto } \lambda \text{ e } f \text{ e } c = \lambda f]$

• SOLUZIONE ARMONICA per OMS EM

$\vec{E} = \vec{E}_0 \text{sen}(kx - \omega t)$ $\vec{B} = \vec{B}_0 \text{sen}(kx - \omega t)$

↳ ampiezza oscillazione

con $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ e $\frac{\omega}{k} (= v) = c$
↳ nel vuoto in questo caso

⇒ Campi \vec{E} e \vec{B} vibrano in fase su piani \perp

In un certo istante \vec{E} e \vec{B} sono entrambi max, poi nulli (grazie al meccanismo su Ox) e poi negativi ↳ E_0 e B_0

∃ anche una relazione tra le ampiezze dei due campi (che vibrano con stessa fase e frequenza)

• RELAZIONE TRA LE AMPIEZZE

Dopo l'es. del rotore di Maxwell (con $\vec{E} = E_y$)

$\frac{dE_y}{dx} = -\frac{dB_z}{dt}$ → generalmente $\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}$

con $E = E_0 \text{sen}(kx - \omega t)$ e $B = B_0 \text{sen}(kx - \omega t)$ ($\vec{E} \perp \vec{B}$ e in fase)

ostituendo e derivando

$\frac{dE}{dx} = E_0 k \cos(kx - \omega t)$ $\frac{dB}{dt} = -B_0 \omega \cos(kx - \omega t)$

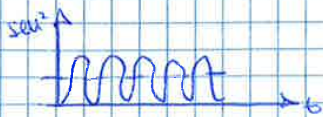
⇒ $E_0 k \cos(kx - \omega t) = +B_0 \omega \cos(kx - \omega t)$

$\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c$ ↳ nel vuoto

⇒ $E_0 = B_0 c$ RELAZIONE tra E e B ampiezze
↳ cost. di prop.

Se preso relazione tra λ e ampiezze → vale anche per i campi (moduli)

$E = cB$ relazione generale tra i moduli di E e B



$0 \leq \sin^2 \leq 1 \rightarrow$ valor medio $\frac{1}{2}$
 $\rightarrow \mathbf{I} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$

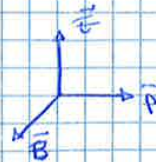
Soltanto i campi EM hanno freq di oscillazioni altissime $\rightarrow T$ piccolissimi
VECTORE DI POYNTING

grandezza vettoriale $\Rightarrow H, D, V$

D : nella direzione di propagazione dell'onda (\Rightarrow 1 vibrazione di \vec{E} e \vec{B})
 V : verso contrario del fa. direz. di " " "
 H : \Rightarrow direzione dell'onda

$\vec{P} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$
 vettore di Poynting
 oscillato, direzione EM

\vec{E} e \vec{B} oscillati sull'onda



$|\vec{P}| = c^2 \epsilon_0 E B \sin \alpha = c^2 \epsilon_0 E B = c \epsilon_0 E^2$
 $\alpha = \pi/2$
 $B = \frac{E}{c}$

\rightarrow un'onda EM trasporta densità di en.
 Il vettore di Poynting ha come modulo l'intensità dell'onda (= flusso en. x unita' di area x unita' di tempo) e dà info sulla direzione di propagazione dell'onda EM

Ma un'onda EM trasporta anche altre grandezze meccaniche \rightarrow quantità di moto e momento della quantità di moto
 \rightarrow modifica lo stato cinematico della materia x mezzo di forze EM associate ai campi che la costituiscono

pressione di radiazione \rightarrow deboli ma fa cose "sorprese" su piccola particelle (protoni e neutroni etc)

GENERAZIONE di ONDE EM

una carica ferma genera \vec{E} STATICO
 cariche in moto generano \vec{B} STATICO (e i magnetismi)

Le onde EM vengono prodotte da cariche in moto accelerato!

es: di oscillazione di carica ed ottiene ad un posizione di equilibrio
 (\rightarrow antenna irradiante onde EM nello spazio, ricevente da un'altra antenna)

ESEMPI di CARICHE IN MOTO Acc.

• PRINCIPIO di EMISSIONE/RICEZIONE PER MEZZO di ANTENNE

l'antenna emittente emette in campo elettrico, che fa oscillare le cariche e lo cui oscillazione e' ricevuta da un 2° antenna (ricevente), a sua volta emittente di altre oscillazioni

• DIPOLO ELETTRICO OSCILLANTE

carica \oplus e \ominus fatte oscillare una rispetto all'altra sull'asse del dipolo

le linee di campo \vec{E} sono + fitte ($\Rightarrow \vec{E}$ + intenso) sull'asse mediano del dipolo dell'onda EM, e trascurabile



\rightarrow sorgente anisotropa perché campo \vec{E} e \vec{B} sono max lungo l'asse mediano e \sim max sull'asse del dipolo

Perché $I \propto E_0^2 \Rightarrow$ l'intensità e' anisotropa

Il corpo di esistente di radiazione EM è molto grande (18 ordini di grandezza) (26)
 → spettro elettromagnetico radiazione EM enorme
 (spettro del visibile ne è una piccolissima parte)

gli emettitori di queste frequenze (e delle onde λ) vanno dalle antenne agli atomi ($\lambda \sim 10^{-12}$ m)

dal 1880 al 1930 → studio di emissione di radiazione di EM da parte della materia
 no concetto di corpo nero ($\lambda_{max} T = \text{cost} \rightarrow$ legge di Wien)
 ↳ temp. del corpo nero

Supponendo che gli atomi della sup. interna del corpo nero siano oscillatori classici che possono emettere/assorbire radiazione in modo continuo

→ $U_f = \frac{8\pi^2}{c^3} f^2 kT$ ↳ $\text{cost. di Boltzmann } (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})$
 ↳ $\times \text{teo. classica di Rayleigh-Jeans (NON CORRETTA)}$
 ↳ $\text{COST. STROUVELOVSKAYA per } f \text{ troppo grande}$
 ↳ $\text{densità di en. in funzione della frequenza}$

→ E' en. NON è scambiata in modo continuo, ma sotto forma di pacchetti (multipli di quanti elementari)
 $E = m h f$ ↳ cost. di Planck
 ↳ $\text{no corpo di radiazione e materia}$

MATERIALI DIELETTRICI

materiali dal punto di vista elettromagnetico
 ↳ conduttori
 ↳ non conduttori (dielettrici)
 ↳ non basta più solo \vec{E}

conduttore = materiale in cui \vec{E} cariche elettriche che possono muoversi in libertà × effetto di campi elettrici applicati
 ↳ $\text{effetti dissipativi dati dalle resistenze in cui muoversi (dissipazione intrinseca dei materiali)}$

condizioni praticamente statiche = presenza di \vec{E} statici, no campi \vec{B}

CONDUTTORE IN COND. PRATICAMENTE STATICHE
 ↳ caso ideale

- $\vec{E}_{int} = 0$ (SEMPRE!)
 ↳ perché se ci fosse \vec{E} → le cariche si muoverebbero → non più condizioni statiche

- $V = \text{cost.}$ dell'interno
 $\vec{V} = -\text{grad} \vec{E}$

- $\vec{E} \perp$ superficie del conduttore

se il conduttore presenta disallineamento di carica o una carica netta in eccesso su di esso → $\exists \vec{E}_{est}$

E se non fosse \perp sup. → componente // alla sup. che eserciterebbe una forza sulle cariche sulla sup. → le cariche si muoverebbero → NON POSSIBILE IN COND. STATICHE

→ linee di flusso \perp alla sup. in ogni suo punto

- la sup. è equipotenziale

↳ perché in ogni punto lo campo \vec{E} è \perp e con stessa intensità → non c'è differenza tra un punto e l'altro

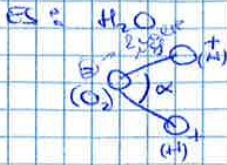
- la carica in eccesso è distribuita sulla sup.

↳ perché $\vec{E}_{int} = 0 \Rightarrow$ all'interno non ci sono cariche libere ($\times \text{teo. Gauss}$)

MATERIE DIELETRICI

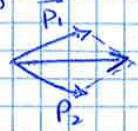
effetto del campo \vec{E} di interagire con dei dipoli già presenti nel materiale o di creare esso stesso dei nuovi dipoli elettrici se le molecole del materiale sono originariamente non polari

alcuni materiali presentano molecole già con un dipolo



α angolo rigidamente mantenuto
 \rightarrow si comporta come un dipolo elettrico microscopico

gode di due momenti dipolari perché c'è una separazione di cariche e una distanza rigida tra le cariche



$\vec{P} = \vec{P}_{TOT}$ dato dalla somma vett. di \vec{P}_1 e \vec{P}_2

$P \approx 6,2 \cdot 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$

Come l'H2O, anche altre molecole hanno un certo $\vec{P} \Rightarrow$ sono POLARI

Altre non lo sono, ma lo diventano in presenza di un campo elettrico applicato

ESEMPLO: molecola neutra



atomo neutro (protoni circondato da un nuvola di elettroni)
 \rightarrow non presenta momento di dipolo

applied campo \vec{E} intenso \rightarrow le cariche \oplus tendono a spostarsi lungo le linee di forza del campo, mentre le cariche \ominus lungo le linee di forza del campo \vec{E}
 \rightarrow SBILANCIAMENTO di CARICHE



il centro di massa \neq posizione del nucleo positivo
 \rightarrow nasce un momento di dipolo \vec{P} indotto dal campo \vec{E}
 L'azione di un campo \vec{E} indotta

Se nel materiale \exists già momenti di dipolo microscopici \Rightarrow il campo \vec{E} li orienta

Per un dipolo elettrico in campo elettrico:

$\vec{G} = \vec{p} \wedge \vec{E}$
 momento di forze
 in caso statico $\vec{p} \parallel \vec{E} \Rightarrow \vec{G} = 0$
 (perché seno = 0)

$\tau = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
 en. pot. del dipolo

effetto del momento torcente τ
 \rightarrow allineare \vec{p} con \vec{E}

$|\tau| = -pE \cos \theta$ con θ angolo tra \vec{p} e \vec{E} (estremo $\&$ uniforme)

IN UN CONDENSATORE PIANO

$\vec{E} \parallel$ e uniforme

$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

capacità nel vuoto
 una dielettrica

\rightarrow se inserisco un dielettrico non cambia il potenziale sulle due piastre, ma la capacità

$C = \epsilon_r C_0$

\rightarrow rispetto a quello nel vuoto dielettrico

cost. dielettrica relativa del mezzo
 ($\epsilon_r > 1$ e adimensionale)

$\Rightarrow C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon \frac{S}{d}$

cost. dielettrica assoluta del mezzo
 $[\frac{C^2}{N \cdot m^2}]$

Il vettore polarizzazione \vec{P} è in funzione del campo \vec{E} ed è una funzione lineare

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

↳ suscettività (o suscettibilità) elettrica di un mezzo MATERIALE (grandezze scalari adimensionali) o dielettrica

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \equiv \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e$$

↳ da 0 a ~80 (in H₂O)
 ⇒ $\epsilon_r \sim 80$ volte > di quella dell'aria

χ_e = misura la capacità di un sistema fisico di polarizzarsi

La polarizzazione è la risposta lineare ad un campo elettrico applicato dal materiale

VECTORE \vec{D}

se ho un corpo dielettrico reale cui sup. sono presenti delle cariche libere

$$\vec{D} \cdot \vec{u}_n = \sigma_{lib}$$

↳ densità di carica libera presente sul corpo in quel dato punto
 vettore in \vec{u}_n punto + alla sup.
 (considerare sup. chiusa)

Legame tra cariche e cariche libere

$$q_{lib} = \oint_S \sigma_{lib} dS = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{u}_n dS$$

↳ flusso di \vec{D} attraverso la sup. S

$$\Rightarrow \Phi_D = q_{lib}$$

↳ legato solo alle cariche libere

MA $\Phi_E = q / \epsilon_0$

con q = cariche TOTALI (lib. di pol. che libere)
 (q_{lib} = cariche che si possono accumulare/estrarre da un materiale)
 (q_p non libere) → legate alla struttura del materiale, dai dipoli permanenti in esso contenuti
 → x estrarre bisogna interporre la struttura fisica del materiale)

$$q_{lib} = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{u}_n dS = \epsilon_0 \epsilon_r \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n dS \Rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n dS = \frac{q_{lib}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

↳ COST. (x materiali omogenei/isotropi)

↳ flusso di \vec{E} attraverso un materiale < rispetto ad una sup. che include il vuoto!

Nei casi differenziabili

$$\Phi_E = q / \epsilon_0 \Rightarrow \text{div} \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\Phi_D = q_{lib} \Rightarrow \text{div} \vec{D} = \rho_{lib}$$

RIASSUNTO

• $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

• $\sigma_{lib} = \vec{D} \cdot \vec{u}_n$

• $q_{lib} = \oint_S \sigma_{lib} dS = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{u}_n dS$ (x Gauss)

• $\text{div} \vec{D} \equiv \nabla \cdot \vec{D} = \rho_{lib}$ (x Gauss in forma differenziabile)

→ il cilindro magnetizzato equivale, dal punto di vista macroscopico ad una distribuzione superficiale di corrente che circola sulla superficie del materiale

Questa corrente è l'insieme dovuto ai momenti magnetici di dipolo elementari → CORRENTE AMPERIANA o di MAGNETIZZAZIONE

⇒ un materiale magnetico = attivato percorso da i di magnetizzazione

VECTORE MAGNETIZZAZIONE

analogia con \vec{P}

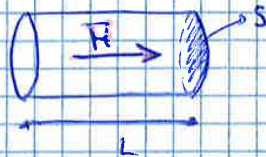
$\vec{M} = m \vec{m}^*$

m^* di momenti magnetici
x unità di volume

no se tutti gli $\vec{m} \parallel$ ma loro VECTORE di MAGNETIZZAZIONE MACROSCOPICA della MATERIA

→ relazione tra \vec{H} e \vec{M}

Considero un tratto di cilindro → magnetizzato (tutti i \vec{m} orientati lungo l'asse del cilindro)



⇒ $\exists \vec{H}$

$H=0$ all'esterno
 H, m uniforme

$H \cdot l \cdot S$ = momento magnetico totale sul cilindro

È equivalente a un cilindro su cui circola una I_H



→ corrisponde ad una spira percorsa da corrente x tutti gli avvolgimenti lungo l

$I_H \cdot l \cdot S$ → momento della spira

Essendo equivalenti i due circuiti

⇒ $I_H = H$

la corrente di magnetizzazione x unità di lunghezza = vettore magnetizzazione

$[H] = \frac{[corrente]}{[lunghezza]} = \frac{A}{m}$

I_H è la componente di $\vec{M} \parallel$ in \forall punto della sp., ad un punto q della sp. nel punto considerato

CAMPI B e H in un MATERIALE MAGNETIZZABILE

Il senso di percorrenza I_H è sempre l'opposto di \vec{M}

Inserisco il cilindro magnetizzato/magnetizzabile in un solenoide ideale con stessa sezione del cilindro e di lunghezza ∞

Il solenoide genera nel materiale un campo α della corrente che circola nelle spire del solenoide ideale

$B_0 = \mu_0 n I$
è nel solenoide cioè tutto uniforme

x principio di sovrapposizione dei campi, nel materiale

→ $B_{TOT} = B_0 + B_H = \mu_0 [n I + I_H]$
↳ campo B prodotto da I_H

B_0 dato dalle due correnti

Essendo $I_H = H$ ⇒ $B_{TOT} = \mu_0 [n I + H]$

campo totale nel solenoide

(non considero i vettori tanto ho solo componente \parallel asse del cilindro)

SUSCETTIVITÀ MAGNETICA

rapporto tra \vec{H} e \vec{B} ? (come χ_e ma \vec{P} e \vec{E}) NO!

$\vec{H} = \chi_m \vec{H}$ fattore di prop. ma $\vec{H} = \vec{H}$

$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{H})$ (valide in + condizioni)

$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$

μ_r (permeabilità relativa del mezzo, adimensionale) $\sim \epsilon_r = 1 + \chi_e$

$\Rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$ (come $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$)
 μ x materiali dielettrici

per caso di sistemi isotropi e omogenei (μ non dipende dal punto)

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = \oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{e} = I_{ab}$

e $\mu = \text{cost} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu I_{ab}$ con $\mu = \mu_0 \mu_r$

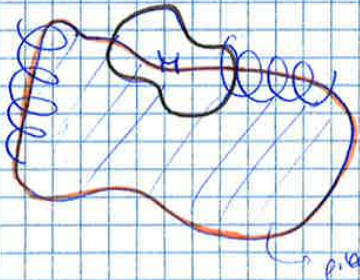
\Rightarrow due formulazioni del TEOR. di AMPÈRE

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I_{tot}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu I_{ab}$

Ho un oggetto magnetico con all'interno una certa distribuzione di \vec{H}

ci sono correnti elettriche \rightarrow quanto vale \vec{H} lungo - ?



- percorso che passa dove ci sono I_{ab} e anche I_r (sul ramo magnetizzato)

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_{ab}$ SEMPRE
 Calcolabile direttamente se conosci il valore $\oint \vec{B}$

Nella pratica si usa il concetto di poli magnetici, quando in realtà il campo \vec{B} è solenoidale, cioè privo di poli \Rightarrow se si parla di poli ci si riferisce al campo \vec{H}

In forma integrale $\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_{ab}$

In forma differenziale (è analoga a quella di Laplace di \vec{B})

$\text{rot} \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{ab}$
 (densità di I_{ab})

Per la magnetostatica, \vec{B} non ha poli magnetici $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$ (teo. Gauss)

In forma diff. $\text{div} \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

MA $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{H})$ poiché div è un operatore lineare

$\Rightarrow \text{div} [\mu_0 (\vec{H} + \vec{H})] = 0$

$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{H}$

⇒ se si parla di polarità si intende di \vec{H} e non di \vec{B}

SOSTANZE MAGNETIZZABILI

Diamagnetiche - paramagnetiche - ferromagnetiche
 dipendono dal valore di χ_m

1) SOSTANZE DIAMAGNETICHE

$\chi_m < 0$ ($|\chi_m| \sim 10^{-5}$)

→ $\mu_r = 1 + \chi_m < 1$
 ↳ di poco

2) SOSTANZE PARAMAGNETICHE

$\chi_m > 0$ ($\sim 10^{-5}$)

→ $\mu_r = 1 + \chi_m > 1$
 ↳ di poco

3) SOSTANZE FERROMAGNETICHE

$\chi_m > 0$ ($10^3 - 10^5$)

→ $\mu_r \gg 1$ essendo χ_m [↑] χ_m (permeabilità \rightarrow di quella dell'aria)

⇒ diamagnetiche & paramagnetiche hanno permeabilità ~ 1 quindi \sim a quella dell'aria (perché la permeabilità relativa indica la differenza di permeabilità di un mezzo rispetto a quella dell'aria)

DIAMAGNETISMO

fenomeno diffuso sempre presente anche nelle sostanze ferro o paramagnetiche

Un campo \vec{B} agisce su una carica in moto \times la forza di Lorentz
 → effetto di modificare lo stato di moto → la magnetizzazione diminuisce in presenza di $\vec{B} \Rightarrow \chi_m < 0$

PARAMAGNETISMO

nel caso di polarizzazione \times orientamento di materiali dielettrici
 → se \exists momenti di dipolo \vec{p} indipendenti in un materiale
 → un campo \vec{E} esterno ne modifica l'orientamento, orientandosi complessivamente lungo la direzione di \vec{E} (condotta i dipoli)

Allo stesso modo \times un materiale paramagnetico:
 ci sono dipoli magnetici non interagenti fra loro



subito l'effetto di \vec{B} \rightarrow si orientano lungo \vec{B} est.

↳ competizione ma agibilità termica che disordina i momenti magnetici ($\vec{M}_{tot} = 0$ \times somma dei singoli \vec{m} , che si annullano) e l'effetto ordinatore del campo magnetico esterno

\times basse T o alto H \rightarrow saturazione

In questi materiali (paramagnetici) l'effetto ordinatore di un \vec{B} esterno

MA i dipoli magnetici interagenti anche no con l'esterno \rightarrow fondamentale nei materiali ferromagnetici

alle temp. critica T_c di (line) la χ spontanea scompare (anche per $T > T_c$)
 → per avere M a $T > T_c$ occorre un campo B applicato (prima presente anche in assenza del campo applicato)

$\chi_T \Rightarrow$ maggior ferromagnetico per $T \sim$ ambiente
 (ferro $\rightarrow T_c \sim 1000 K$)
 mentre $T_{amb} \approx 300 K$

Apparentemente, però, un materiale non viene magnetizzato

→ 7 direzioni lungo \vec{H} sono \vec{M} coincidenti con direzioni cristallografiche (materiali cristallini) → fenomeno di ANISOTROPIA MAGNETICA
 ↳ direzione di magnetizzazione preferita

si ha una suddivisione in domini → > domini → < ex. magnetotattica

→ x un materiale ferromagnetico conviene dividerlo in vari domini dell'interno dei quali la magnetizzazione è uniforme, ma nella regione adiacente a \vec{H} sia omni/

→ domini di WEISS

x raggiungere stabilità, ogni materiale ferromagnetico ha un certo n° di domini preferibili

→ un materiale ferromagnetico diviso in domini NON presenta un χ spontaneo complessivo (ogni dominio ha \vec{M} che si bilancia con un altro vicino)

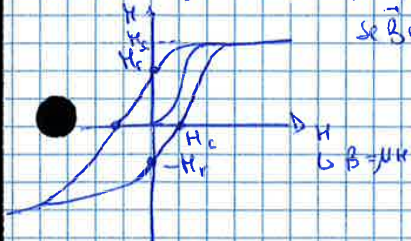
es. ferro NON è magnetizzato macroscopicamente, ma solo microscopicamente
 → se applico B si magnetizza anche "

↳ il vostro interesse

→ in campo B esterno cetera la struttura in domini, perché i dipoli magnetici tendono ad allinearsi lungo la direzione di B in N domini
 → aumento di regioni allineate a scapito di quelle non allineate

↳ aumento spostamento delle pareti che i domini magnetici
 o x rotazione della magnetizzazione

B NON genera \vec{H} , ma stabilisce i domini con \vec{H} microscopico



se B cresce → \vec{H} cresce fino a saturazione (cioè tutto magnetizzato nella stessa direzione) $\hookrightarrow H_s$

se B diminuisce → comportamento con il campo a causa dei domini → a. $B=0$ $H \neq 0$ (magnetizzazione residua)

x avere $\vec{H}=0$ → dato avere $\vec{B} \neq 0$ \hookrightarrow RITORNATA

ottenuto per saturazione di un \vec{B} e aumento $B \rightarrow$ ottenno $-H_r$
 se aumento ancora $B \rightarrow$ ottenno $H=0$ e poi di saturazione (positiva)

↳ CICLO DI ISTRESI MAGNETICA

dovuto all'alternanza complicità dei domini già magnetizzati

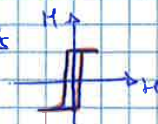
dove Ho $H=0 \Rightarrow$ indico \vec{H} con H_c (campo coercitivo o coercività)

$> H_c \Rightarrow$ + largo il ciclo di istresi
 $+ \text{altro } H_r \Rightarrow$ + ripido il ciclo di istresi

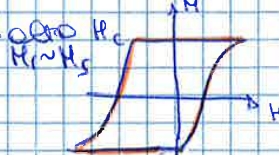
↳ piccole correnti

→ distribuzione tra materiali

basso H_c e $H_r \sim H_s$



per il vostro piacere la H cambia poco materiale ad alta risposta permeabilità χ_m alta materiali dolci



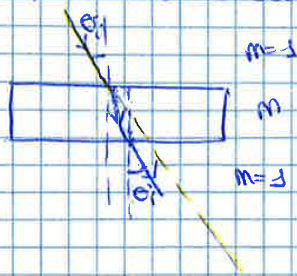
MATERIALI DURI (ciclo difficile da magnetizzare e poi che smagnetizza) → MAGNETI PERMANENTI

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{\frac{v_1}{n_2}} = n_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = n_2$$

↳ definito nel mezzo 2

solitamente $m_1 = m_{\text{aria}} \approx 1$

se il mezzo è scuro \Rightarrow riflessione diffusa



in un materiale

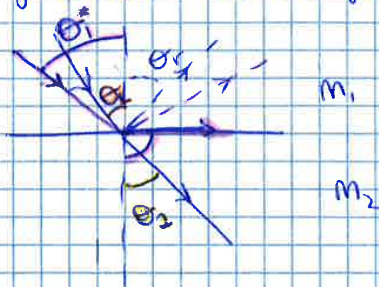
$$\theta_i = \theta_r$$

Ma c'è uno spostamento dovuto al mezzo (fascio deviato) non derivabile

- caso ideale senza mezzo

ANGOLO ULTIME

nel fenomeno della rifrazione



$$\theta_1 = \theta_i \quad \theta_2 = \theta_r$$

$$m_1 \sin \theta_1 = m_2 \sin \theta_2 \quad \times \text{sen} \theta_2$$

se $m_1 > m_2$

$$\Rightarrow m_{21} = \frac{m_2}{m_1} < 1$$

$$\Rightarrow \sin \theta_c = \frac{m_2}{m_1} \sin \theta_2 \quad \text{applicate ad} \\ \text{sen} \theta_2 = 1 \quad \text{essendo } m_1 > m_2 \\ \Rightarrow \theta_2 > \theta_c$$

da parte di n_1 viene riflesso (spesso mascherabile)

se $\theta_2 \rightarrow \pi/2$, anche $\sin \theta_2 \rightarrow 1 \Rightarrow \sin \theta_1^* = m_2$

↳ questo ha soluzione essendo $m_2 < 1$

\Rightarrow se aumento θ_1 , aumento θ_2 fino a $\pi/2$ (MAX)
 ~ ANGOLO ULTIME

$\theta_1^* \rightarrow$ angolo x cui la luce è rifratta a $\pi/2$ (// alla sup. rifratt.)
 si dice anche angolo massimo di rif. diffusa

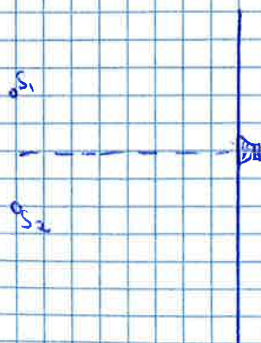
Se aumento ancora θ_1 , e quindi $\sin \theta_1 > \sin \theta_1^*$
 \Rightarrow non c'è più alcun massimo, ma solo riflessione \rightarrow RIFLESSIONE TOTALE (per θ_i grandi $> \theta_1^*$)

INTERFERENZA

fenomeno di ottica ondulatoria (EB, luce, ms)

Combinano due sorgenti ad una certa distanza

↳ es. di onde coerente alla stessa frequenza (SINCRONE)



colloco un ricevitore su una retta ad una certa distanza
 ↳ in 2D e // alla congiungente (piano in 3D) le 2 sorgenti

posso muovere il ricevitore lungo la retta

il suono ricevo ha caratteristiche ipiche delle sorgenti emettenti (NON cambia la frequenza, CAMBIA l'intensità del suono ricevuto a seconda della posizione del ricevitore)

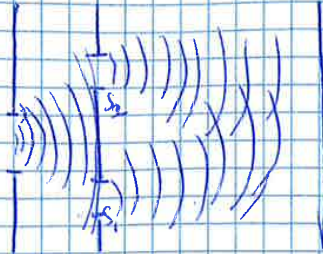
→ come se ci fossero tante sorgenti di luce che emettono onde di λ stesso

24

ESPERIMENTO di YOUNG

x misurare l'interferenza della luce

se ho una fenditura che aprisce da scoperta e tra essa e lo schermo interpongo un altro schermo opaco con 2 fenditure → ogni fenditura si comporta da sorgente di onde che interferiscono (causa = 0 se in opposizione di fase)



→ su uno schermo vedo un insieme di frange di interferenza (10 illuminazione uniforme)

Perché ho S_1 che S_2 vengono colpite dallo stesso fronte d'onda allo stesso istante di tempo → le onde sono parziali con la stessa differenza di fase (se in fase → resto in fase se non in → "non")

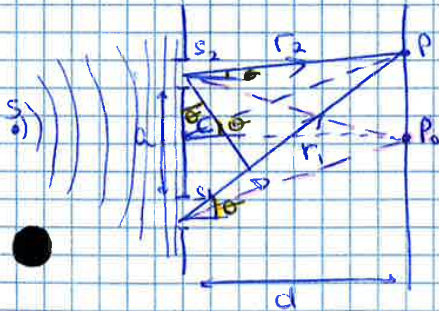
→ si hanno rapporti o indeterminate periodici dovuti all'interferenza delle 2 onde, risultando solo visibili sullo schermo

→ 2 sorgenti coerenti che riflettono il comportamento delle onde omogenee sullo schermo si hanno massimi & minimi di illuminazione

sorgenti di onde con stessa frequenza, fase iniziale uguale e uguale e campo parallelo (nel caso di onde p)

INTERFERENZA di YOUNG

fenomeni di interferenza in dispositivi a doppia fenditura



colloco uno schermo ad una distanza d dal piano delle fenditure

la sorgente è così piccola che le onde da essa emesse arrivano al disp. a doppia fenditura come se fossero piani (i raggi sono // tra loro)

→ solo se collocata a grande distanza

inoltre le fenditure devono essere molto piccole x evitare diffrazione

Altre esatte

Considero un punto P sullo schermo → indico le onde

$\overline{S_1P} = r_1$ $\overline{S_2P} = r_2$

θ = angolo formato dalla congiungente il centro delle distanze tra S_1 e S_2 (a/2) con il punto P

→ gli angoli generati dalle onde da S_1 e S_2 sono $\neq \theta$

MA se P è punto a $d = \infty$ (cioè $d \gg a$)

→ trascuro le differenze angolari e considero sempre θ da quei onde (→ come se $r_2 // r_1$)

le onde che arrivano a P a partire da S_1 e S_2 percorrono tragitti \neq ($r_1 \neq r_2$)

$r_2 < r_1$ per un fattore dato da $\overline{S_1P} = a \sin \theta$

→ $r_1 - r_2 = a \sin \theta$

essendo $d = \infty$ → trascuro la direzione → prodotto scalare e non vettoriale

densità frange = $\frac{d}{\lambda a}$

• **CONDIZIONE di MASSIMO di INTERFERENZA** ($\cos\delta = +1$)
 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta = 2m\pi$
 $\Rightarrow a \sin\theta = m\lambda$ $m=0, 1, 2, 3$

• **CONDIZIONI di MINIMO** ($\cos\delta = -1$)
 $a \sin\theta = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{2}$ $m=0, 1, 2, 3, \dots$
 \hookrightarrow mezza λ

Metodo

valido se $\lambda \ll a$ (a un po' troppo grande rispetto a λ)

Se punto P abbiamo onde che provengono da due sorgenti e viaggiano con la stessa velocità, MA percorrono tratti $\neq \Rightarrow$ SE PARTONO IN FASE arrivano SFASATE

possiamo associare in fase, MA caso particolare

Se le due onde arrivano in fase \Rightarrow condizione di massimo
 (è indicato i punti solo se siamo in cui le onde provenienti da S_1 e da S_2 sono IN FASE)

Se le due onde arrivano in fase \Rightarrow condizione di massimo

A meno dello schermo (in P_0) i raggi che arrivano dalle due fenditure percorrono tragitti simmetrici $(r_1=r_2)$ incompensate del centro c

\Rightarrow in P_0 le onde arrivano in FASE (partendo anche in fase) con stessa frequenza e velocità

in $P_0 \Rightarrow \theta = 0$ (in $m=0 \rightarrow a \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ PUNTO di MAX)

Se $E_{01} = E_{02} = E_0 \Rightarrow E_p = 2E_0 \cos \frac{\delta}{2}$

$I = E_p^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$
 \hookrightarrow intensità risultante

se $\delta/2$ è un multiplo di $\pi/2 \Rightarrow I = 0$

Se cresce il n° di fenditure $\Rightarrow \exists$ max e zeri e massimi secondari

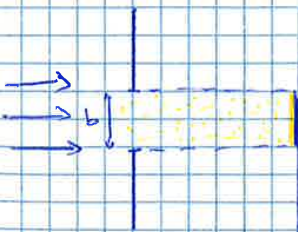
Se ho N sorgenti coerenti \rightarrow STESSO conferimento x 2 sorgenti coerenti!!!

$I = \frac{I_1}{I_2}$ diminuisce al crescere di m
 ($m \rightarrow \infty \Rightarrow$ solo spettri max principali)
 I_2 misurabile rispetto a I_1 .

Direzionale

si ha grande la luce attraverso una fenditura con dimensioni paragonabili alla λ della luce stessa \Rightarrow la luce viene KONGREOMATICA

considero una fenditura su uno schermo con lunghezza b e uno schermo della stessa fenditura a dx (o sx) di loro \rightarrow sorgente dell'onda



considero l'onda come un flusso di particelle con stessa v

\Rightarrow lo schermo fermo le particelle vengono mosse che sotto fenditura

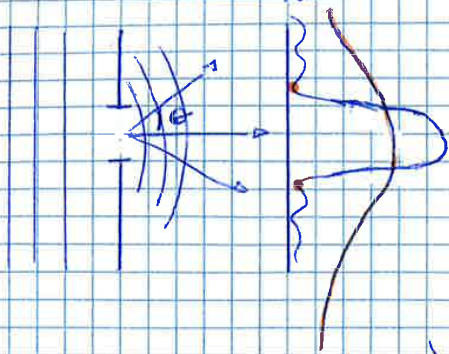
\Rightarrow luce corrispondente alle dimensioni della fenditura

MA nella realtà è \neq (onde \neq particelle con vel. rettilinea)

- se considero $\lambda = b \Rightarrow \sin \theta = m \frac{\lambda}{b} \Rightarrow \sin \theta = m$ ($m = 1, 2, 3, \dots$)

\Rightarrow unica soluzione $\times m = 1$ (perché $-1 \leq \sin \theta \leq 1$)

$\Rightarrow \theta = \pi/2$ (luce diffratta \perp alla direzione di incidenza)



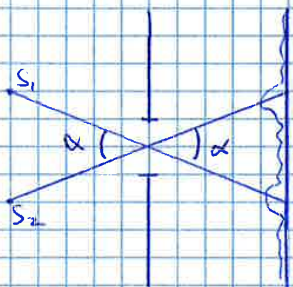
\Rightarrow la posizione delle coppie (\pm) di zeri (simmetriche rispetto al centro) si sposta e occupa tutto lo schermo (luce omogenea)

- se $\lambda < b \Rightarrow \sin \theta = m \frac{\lambda}{b} \Rightarrow \sin \theta \leq 1 \Rightarrow \theta = m \frac{\lambda}{b}$

ho zeri corrispondenti a valori interi di $\frac{\lambda}{b}$

1° zero (\pm minimo) $\theta_1 = \frac{\lambda}{b}$ ($m = 1$)

Se ho 2 sorgenti e cui onde (microonde) tendono in angolo α



θ_1 da cui si ricava l'angolo della figura di diffrazione

se lo schermo si allarga 2 figure di diffrazione relative alle 2 sorgenti

solo zero spostate sullo schermo avendo angoli \neq

se $\alpha \gg \theta_1 \Rightarrow$ si distinguono le 2 figure di diffrazione

se $\alpha \leq \theta_1 \Rightarrow$ le figure di diffrazione tendono a sovrapporsi (se $\alpha = \theta_1$ si distinguono ancora se $\alpha < \theta_1$ NON si distinguono)

$\frac{\lambda}{b}$ come se ci fosse 1 sola sorgente

\rightarrow POTREbbe SEPARARSE di UNA FONTE

POLARIZZAZIONE delle onde

proprietà delle onde EB e delle onde E di \neq tipo di onde

onda POLARIZZATA LINEARMENTE \rightarrow campo di vibrazione contenuto in un piano \perp alla direzione di propagazione dell'onda

\times campi EB associati ad un'onda (progressiva o stazionaria) NON succede un'onda EB ha la direzione di propagazione = a quella dell'energia associata all'onda stessa e un campo E che vibra \perp alla direzione di propagazione e so piano che contiene o la direzione stessa

quando la luce è emessa da una sorgente MOVENTE \rightarrow il piano di vibrazione del campo E associato all'onda EB stessa è ALTERNATO (cambia nel tempo in modo casuale istante \times istante) \Rightarrow NON POLARIZZATA (NON \exists un piano specifico di vibrazione)

$\exists \neq$ stati di polarizzazione della luce \leftarrow LINEARI / CIRCOLARI \rightarrow di ordine del campo E