



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1900A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Contadin Stefania

MATERIA: Aeroelasticità (esercitazioni svolte) - prof. Carrera

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



Corso di Aeroelasticità

Esercitazioni svolte

Anno accademico 2015/2016

Stefania Contadin S214240

Ex. 1b

Let us consider a cantilever thin-walled rectangular cross-section beam (Fig. 2) having the following geometrical characteristics: $L = 4$ [m], $h = 0.1$ [m], $b = 1$ [m] and $t = 0.005$ [m]. Three load cases have to be considered: case 1 ($F_b = 0$ [N], $F_c = -1000$ [N], $F_d = 0$ [N], $F_e = 0$ [N]), case 2 ($F_b = 0$ [N], $F_c = -1000$ [N], $F_d = 1000$ [N], $F_e = 0$ [N]), case 3 ($F_b = -1000$ [N], $F_c = 0$ [N], $F_d = 0$ [N], $F_e = 1000$ [N]). Points coordinates are: A $(0, L, +h/2)$, B $(b/2, L, +h/2)$, C $(b, L, +h/2)$, D $(0, L, -h/2)$, E $(b/2, L, -h/2)$. A 20 B4 mesh has to be adopted and an isotropic material is used with $E = 70$ GPa and $\nu = 0.3$.

Assessments

1. Validation of the FE model: set load case 1 and evaluate the transverse displacement, u_z , at point C by using EBBT. Results have to be compared with those by the well-known formula; $u_z = \frac{FL^3}{3EI}$, where I is the cross-section inertia moment.
2. N -order effect study: set load case 1 and evaluate the transverse displacement, u_z , at points A and C by means of EBBT, TBT, $N = 1, N = 2, N = 3, N = 4$. Describe and discuss the deformed configuration of the structure (pure bending or not?).
3. N -order effect study and torsion: set load case 2 and evaluate the transverse displacement, u_z , at points A, B, C, D, E by means of EBBT, TBT, $N = 1, N = 2, N = 3, N = 4$.
4. N -order effect study and pinched beam: set load case 3 and evaluate the transverse displacement, u_z , at points A, B, C, D, E by means of EBBT, TBT, $N = 1, N = 2, N = 3, N = 4, N = 5, N = 6$.

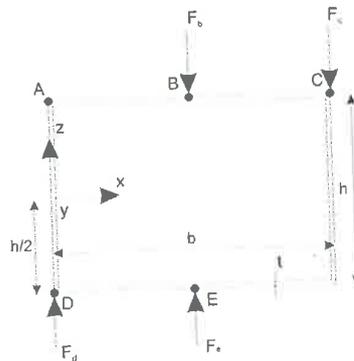


Figure 2: Rectangular thin-walled cross-section.

Svolgimento:

1) Per questo primo punto $L = 10$ m. Dobbiamo calcolare lo spostamento trasversale u_z all'estremità libera utilizzando una mesh con 10 elementi di tipo B4. Bisogna infine confrontare il risultato con quello fornito dalla teoria di Eulero-Bernoulli.

Vediamo innanzitutto come impostare il programma per svolgere i calcoli.

a. Aprire la cartella "INPUT FILES"

b. Aprire il file "MATERIAL", su di esso scrivere:

1

isotr 1 70.0D9 0.3 2700

Dove l'"1" in alto a sinistra rappresenta il numero di materiali presenti, "isotr" indica che il materiale è isotropo mentre gli altri numeri sono, rispettivamente, il modulo di Young, il modulo di Poisson e la densità del materiale.

c. Aprire il file "LAMINATION", scrivere:

1

isotr 1 1

Dove il primo "1" indica il numero di laminazioni, "isotr" indica che il materiale da laminare è isotropo, e i due "1" seguenti indicano rispettivamente il numero di laminazioni e il numero di materiali da laminare.

d. Aprire il file "PRE-INPUT" e compilarlo nel modo seguente:

- Nella prima riga scrivere la geometria della sezione della trave, nel nostro caso quindi scriveremo "SQUARE"
- Nelle tre righe seguenti scriveremo le dimensioni della trave, in ordine b , L , h . Le misure vanno scritte nel modo seguente, ad esempio h :

0.3D+0
- Nella riga successiva si trova l'informazione riguardo all'angolo di freccia Λ , che per ora non modificheremo
- Nella sesta riga inserire il numero "101", che corrisponde al codice per l'analisi
- Nella riga numero 7 inserire la sigla corrispondente alla teoria utilizzata, nel nostro caso inseriremo "EULE" per Eulero-Bernoulli
- La riga seguente contiene un numero che rappresenta l'ordine della teoria, nel caso della teoria di Eulero-Bernoulli sarà 1

- g. Aprire il file "AERO_GENERAL" e modificare solamente la penultima riga inserendo il numero "4", poiché sono presenti in totale 4 pannelli (in quanto si hanno 2 nodi lungo X e 2 nodi lungo Y)
- h. Aprire il file "POST_PROCESSING_TAYLOR" ed inserire nella terz'ultima e penultima riga le coordinate dei punti in cui si vuole la soluzione (lasciare invariato il resto), nel nostro caso:

```
1    0.15D0  10.0D0  0.0D0
2    0.15D0   5.0D0  0.05D0
```

La seconda terna di coordinate si inserisce nel caso si voglia valutare la soluzione anche in mezz'ora (in questo caso inserire nella terza riga del file il numero "2", che sta ad indicare che vogliamo la soluzione in due punti).

- i. A questo punto cliccare su "input_files_construction" per verificare che non ci siano errori o dimenticanze nei file di input.
- j. Cliccare infine su "mul2_1d_aero_class" per far sì che il programma compili la soluzione.

I risultati si trovano all'interno della cartella "Matrices", in particolare nel file "SINGULAR_POINT_POST".

Lo spostamento u_z (corrispondente all'incognita w nel file) all'estremità libera della trave è pari a:

$$u_z = -0,1905E-03 \text{ m}$$

Si riportano anche le tensioni:

$$\sigma_{xx} = 0 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{yy} = 0,1E+05 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{zz} = 0 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{yz} = -0,3331E+02 \text{ Pa}$$

Notiamo che la tensione σ_{yy} in mezzeria è positiva, questo perché sotto l'azione del carico l'asse della trave subisce un allungamento, mentre le tensioni σ_{xx} e σ_{zz} sono nulle, in quanto nel modello scelto (Eulero-Bernoulli) la sezione è indeformabile. È presente anche la tensione σ_{yz} , poiché, anche se nella teoria di Eulero-Bernoulli il taglio dovrebbe essere nullo, nella realtà questo non accade perché la rigidità a taglio è alta ma non infinita, come invece prevedrebbe il modello.

Andiamo ora a confrontare il risultato ottenuto per lo spostamento u_z con quello fornito dalla formula della teoria di Eulero-Bernoulli. Si ha che:

$$u_z = \frac{FL^3}{3EI} \quad (1.1)$$

Dove L è la lunghezza della trave, F è la forza applicata, E è il modulo di Young del materiale ed I è il momento di inerzia minore della sezione rispetto all'asse x , in questo caso pari a:

$$I = 2,5E-05 \text{ m}^4$$

Otteniamo uno spostamento u_z :

$$u_z = -0,1905E-03 \text{ m}$$

I due risultati coincidono. Possiamo quindi concludere che il codice ad elementi finiti utilizzato fornisce soluzioni valide.

Si nota che più la trave è tozza, più la soluzione trovata con la teoria ETDN, all'aumentare dell'ordine, differisce da quella trovata con la teoria di Eulero-Bernoulli, in quanto quest'ultima è valida per travi snelle, con $L/h > 50$. Al di sotto di tale rapporto, infatti, il modello non fornisce più risultati accurati, poiché l'effetto dovuto alla presenza del taglio diventa non trascurabile. Occorre quindi ricorrere ad altre teorie, ad esempio la teoria di Timoshenko, la quale però non risulta sufficientemente accurata per poter studiare il fenomeno della torsione. A tal proposito, si utilizzano teorie di ordine superiore, il cui modello presenta un'espansione in serie con termini di grado più elevato, come ad esempio la teoria ETDN. Si osserva inoltre che, nel caso di travi tozze, il risultato trovato con la teoria ETDN con $N = 1$ coincide con il risultato trovato con la teoria di Timoshenko ma non con quello trovato con il modello di Eulero-Bernoulli, poiché, come già detto, quest'ultimo non prende in considerazione il taglio.

Svolgimento:

1) In questo primo punto considereremo il caso di carico numero 1 e andremo a calcolare lo spostamento trasversale u_z nel punto C della sezione d'estremità, utilizzando una mesh strutturale di 20 elementi B4 ed applicando il modello di Eulero-Bernoulli.

Settiamo i parametri richiesti all'interno dei file "LOADS", "POST_PROCESSING_TAYLOR" e "PRE_INPUT". All'interno di quest'ultimo file scriveremo "RETHIN" nella prima riga, per indicare che la sezione è a parete sottile. In questo modo, date le dimensioni della sezione, il programma calcolerà automaticamente lo spessore, pari a $t = 0.005$ m. Non andiamo a modificare i parametri all'interno del file "MATERIAL" poiché il materiale di cui è costituita la trave rimane invariato.

Lanciando il programma otteniamo il seguente risultato:

$$u_z = -0,1314E-01 \text{ m}$$

Procedendo come fatto nella prima parte di questa esercitazione, andiamo ora a confrontare questo risultato con quello fornito dalla formula della teoria di Eulero-Bernoulli. Riprendendo la formula (1.1), si ha che:

$$u_z = \frac{FL^3}{3EI}$$

dove I è il momento di inerzia minore della sezione, in questo caso pari a:

$$I = 2,3198E-05 \text{ m}^4$$

Otteniamo infine uno spostamento u_z :

$$u_z = -0,1314E-01 \text{ m}$$

Il risultato coincide con quello trovato con il codice, possiamo quindi concludere che il codice ad elementi finiti utilizzato fornisce soluzioni valide.

3) Consideriamo ora il caso di carico numero 2 e andiamo a calcolare lo spostamento trasversale u_z nei 5 punti A, B, C, D, E, utilizzando sempre i modelli di Eulero-Bernoulli e di Timoshenko e la teoria di ordine superiore.

Settiamo il nuovo caso di carico nel file "LOADS", aggiungiamo i punti da considerare nel file "POST_PROCESSING_TAYLOR" e modifichiamo di volta in volta le teorie applicate nel file "PRE_INPUT". Otteniamo i risultati riportati in **Tabella 1.6**:

		LOAD CASE 2				
		Point A	Point B	Point C	Point D	Point E
EULE	$u_z =$	0,1202E-10	-0,1214E-12	-0,1226E-10	0,1226E-10	0,1214E-12
FSDT	$u_z =$	0,1201E-10	-0,1214E-12	-0,1226E-10	0,1226E-10	0,1214E-12
N = 1	$u_z =$	0,3681E-04	-0,3204E-04	-0,1009E-03	0,1009E-03	0,3204E-04
N = 2	$u_z =$	0,7766E-03	-0,3987E-06	-0,7776E-03	0,7776E-03	0,3987E-06
N = 3	$u_z =$	0,8199E-03	-0,1618E-05	-0,8247E-03	0,8247E-03	0,1618E-05
N = 4	$u_z =$	0,8806E-03	-0,1606E-05	-0,8859E-03	0,8859E-03	0,1606E-05

Tabella 1.6: risultati ottenuti con il load case 2

In questo caso le teorie di Eulero-Bernoulli e di Timoshenko forniscono uno spostamento praticamente nullo (dell'ordine di 10^{-12}), perché entrambi considerano la sezione rigida ed essendo i carichi applicati uguali ed opposti il campo di spostamento risultante è pari a 0. Non si riesce ad ottenere lo 0 assoluto nel campo di spostamenti perché dovremmo inserire una rigidezza infinita, ma questo non è possibile all'interno di un codice numerico. La teoria di ordine superiore EDTN, invece, fornisce dei risultati più accurati. In particolar modo, notiamo che il punto C subisce uno spostamento verso il basso (u_z negativo), mentre il punto D subisce uno spostamento uguale ed opposto (u_z positivo ma uguale in modulo). Stessa cosa dicasi per i punti B ed E. Il punto A subisce uno spostamento verso l'alto, che diventa pressoché uguale a quello subito dal punto D a partire da un ordine $N = 2$. In generale, i risultati ottenuti con la teoria EDTN variano molto al variare del numero di termini presenti nell'espansione in serie, ovvero dell'ordine N .

Possiamo inoltre calcolare con i risultati ottenuti l'angolo di torsione φ dei punti A e C, attraverso la formula:

$$\varphi_A = \arctg\left(\frac{w_A}{b/2}\right) \tag{1.3}$$

$$\varphi_C = \arctg\left(\frac{w_C}{b/2}\right) \tag{1.4}$$

dove w_A e w_C corrispondono allo spostamento u_z dei rispettivi due punti.

Academic Year 2015/2016

01AAJMT Aeroelasticity

Ex. 2

Ex. 2a

Let us consider a thin-walled rectangular cross-section beam (Fig. 1) having the following geometrical characteristics: $L = 7$ [m], $h = 0.1$ [m], $b = 1.0$ [m] and $t = 0.005$ [m]. The beam is cantilevered and the same isotropic material of Ex. 1 is used ($E = 75$ GPa, $\nu = 0.33$, $\rho = 2700$ Kg/m³).

Assessments

1. Check on input data: by using EULE and a mesh of 20 B4 elements, compute the first and the second bending fundamental frequencies. They have to be compared with those obtained by the formula (achieved via Euler-Bernoulli's beam theory) $f_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_k}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$, where A is the cross-section area and K_i is the constraint factor, for a clamped beam is equal to: $K_1 = 1.875104$ (First mode) and $K_2 = 4.694091$ (Second Mode)
2. Mesh convergence study: compute the first and the second bending fundamental frequencies by means of EULE and $N = 4$, for different mesh (3, 5, 10, 20 B4 elements). Set opportunely one of the adopted mesh for the following points.
3. N -order effect study: by means of EULE, FSDT, $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$, $N = 4$, compute and describe the first 10 natural modes of the beam. Discern bending and torsional natural modes.

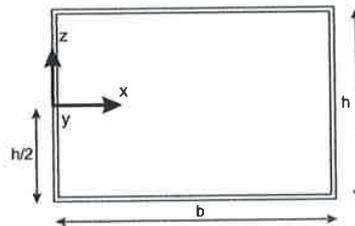


Figure 1: Rectangular thin-walled cross-section.

Ex. 2b

Let us consider the structure previously analyzed. An orthotropic material is now introduced, with the following characteristics: $E_L = 20.5$ GPa, $E_T = 10$ GPa, $\nu_{TL} = \nu_{LL} = 0.25$, $G_{TL} = G_{LL} = 5$ GPa, $\rho = 1600$ Kg/m³.

ESERCITAZIONE 2

In questa seconda esercitazione inizieremo ad analizzare la *stabilità dinamica*, introducendo le forze inerziali e la relativa matrice di massa [M], la quale è proporzionale alla densità del materiale di cui è costituita la trave, ρ . L'equazione differenziale che deve essere risolta è la seguente:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

In cui poniamo $\mathbf{F} = 0$ poiché andremo a studiare le frequenze proprie del sistema. Svolgeremo quindi un'analisi di tipo dinamico in cui determineremo le forme modali del sistema, definite a meno di una costante e corrispondenti ciascuna ad una determinata frequenza propria. Per la visualizzazione dei modi di vibrazione utilizzeremo il programma "gnuplot" fornitoci.

Dati:

- Trave incastrata ad un'estremità
- Sezione rettangolare in parete sottile con $b = 1$ m, $h = 0.1$ m e $t = 0.005$ m, rappresentata in **Figura 2.1**. Il sistema di riferimento utilizzato è lo stesso dell'esercitazione precedente.
- Lunghezza della trave pari ad $L = 7$ m

Non viene applicato un sistema di carichi in quanto nell'analisi dinamica essi non vengono considerati.

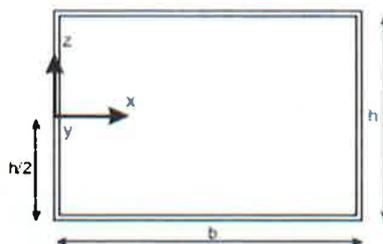


Figura 2.1: sezione rettangolare in parete sottile

In **Figura 2.2** e **2.3** sono riportati i primi due modi vibrazionali.



Fig. 2.2: modo 1: flessionale attorno all'asse x ad una semionda



Fig. 2.3: modo 2: flessionale attorno all'asse x a due semionde

Andiamo ora a confrontare questo risultato con quello fornito dalla formula ricavata dalla teoria di Eulero-Bernoulli. Si ha che:

$$f_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_i}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.1)$$

dove A è l'area della sezione, I è il momento di inerzia della sezione rispetto all'asse x (calcolato nella precedente esercitazione), L è la lunghezza della trave, E è il modulo di Young del materiale, ρ è la densità del materiale e K_i è il constraint factor, che per una trave incastrata è uguale a:

- $K_1 = 1.875104$ (primo modo)
- $K_2 = 4.694091$ (secondo modo)

Otteniamo le seguenti frequenze:

- $f_1 = 2,7763$ [Hz]
- $f_2 = 17,3989$ [Hz]

Calcoliamo l'errore relativo percentuale attraverso la seguente formula:

$$\text{errore relativo} = \frac{f_{teorica} - f_{analisi}}{f_{teorica}} \quad (2.2)$$

Per le frequenze considerate si ottengono i seguenti risultati:

- $\text{err } \% f_1 = 0,014 \%$
- $\text{err } \% f_2 = 0,074 \%$

Poiché l'errore percentuale relativo per le prime due forme modali risulta più che accettabile, possiamo concludere che il codice ad elementi finiti utilizzato fornisce soluzioni valide.

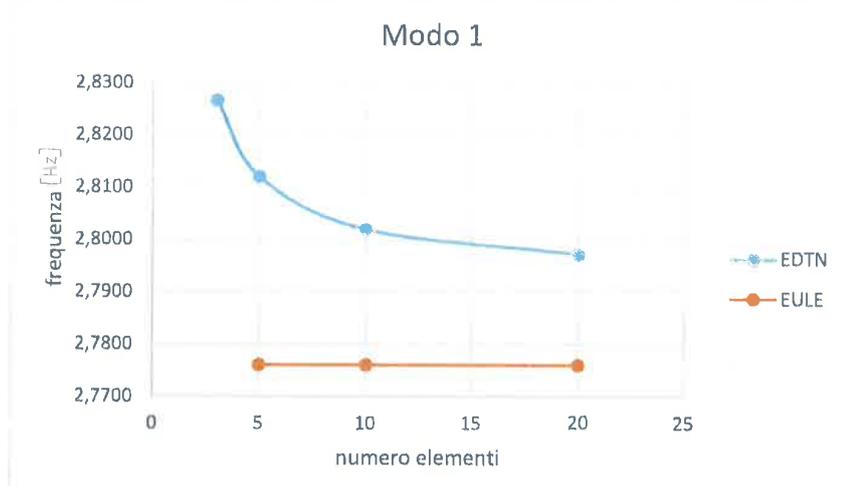


Grafico 2.1: frequenze del modo 1 al variare del numero di elementi finiti con EULE ed $N = 4$



Grafico 2.2: frequenze del modo 2 al variare del numero di elementi finiti con EULE ed $N = 4$

Come si può notare dai risultati ottenuti, già con una mesh di 10 elementi si soddisfa il criterio di convergenza stabilito, riducendo il costo computazionale rispetto ad una mesh di 20 elementi. Inoltre, possiamo notare che, mentre per il primo modo di vibrazione la teoria di ordine superiore tende asintoticamente a quella di Eulero-Bernoulli, nel secondo modo essa se ne discosta notevolmente all'aumentare del numero di elementi utilizzato, come illustrato nei grafici 1 e 2. Questo perché, mentre nel primo modo si ha un modo rigido di pura flessione, nel secondo interviene anche il taglio che non viene considerato nel modello di Eulero-Bernoulli.

Andiamo ora a visualizzare graficamente i principali modi di vibrazione. Per il modello **EULE** sono riportati i modi di vibrazione illustrati da **Figura 2.2** a **Figura 2.11**.

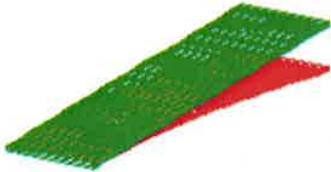


Figura 1.2: modo 1: flessionale ad una semionda



Figura 2.3: modo 2: flessionale a due semionde

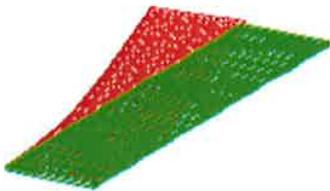


Figura 2.4: modo 3: flessionale attorno all'asse z ad una semionda



Figura 2.5: modo 4: flessionale attorno all'asse x a tre semionde



Figura 2.6: modo 5: flessionale attorno all'asse x a quattro semionde

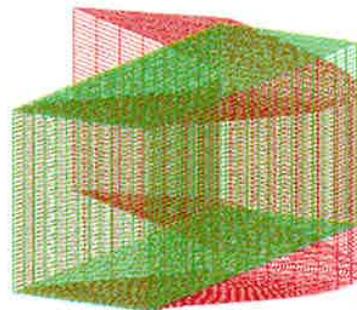


Figura 2.7: modo 6: flessionale attorno all'asse z a due semionde

Con il modello **EDTN 1** si hanno notevoli differenze negli ultimi quattro modi di vibrazione rispetto alle teorie appena trattate, in quanto appaiono modi locali di vibrazione del pannello, come illustrato da **Figura 2.13** a **Figura 2.16**.

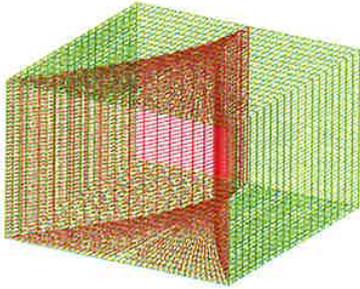


Figura 2.13: modo 7: vibrazione locale del pannello attorno all'asse z

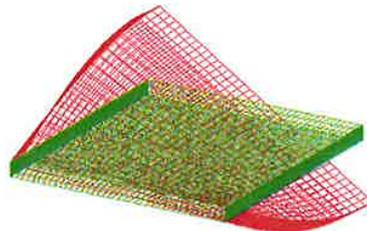


Figura 2.14: modo 8: modo torsionale a due semionde

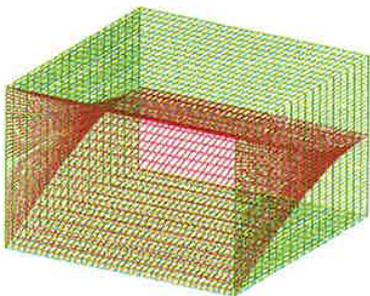


Figura 2.15 : modo 9: vibrazione locale attorno all'asse x

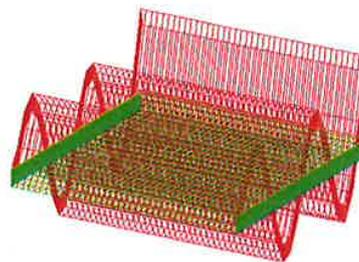


Figura 2.16 : modo 10: flessionale attorno all'asse x a cinque semionde



Fig. 2.23: modo 7: torsionale a due semionde



Figura 2.24: modo 8: flessionale attorno all'asse z a due semionde



Figura 2.25: modo 9: flessionale attorno all'asse x a cinque semionde



Figura 2.26: modo 10: torsionale a tre semionde

Sono stati presi in considerazione i modi di vibrazione del modello EDTN 2.

Dall'analisi effettuata si può notare che, nel caso dei modelli di Eulero-Bernoulli e Timoshenko, compaiono solamente modi flessionali e assiali, mentre utilizzando i modelli di ordine superiore si riescono a visualizzare anche i modi torsionali. Questo perché, anche se nella teoria di Timoshenko si introduce la presenza del taglio, a differenza del modello di Eulero-Bernoulli, questo modello non è sufficientemente accurato per poter studiare il fenomeno della torsione, in quanto sono necessari nell'espansione termini in serie di grado superiore. Per quanto riguarda il primo modo torsionale, si osserva una certa convergenza delle frequenze all'aumentare dell'ordine del modello utilizzato. Inoltre, con il modello EDTN 1 si hanno anche dei modi di schiacciamento della sezione.

In **Tabella 2.5** sono riportate le frequenze ed i modi di vibrazione ottenuti al variare dell'angolo θ . Nel caso di fibre orientate non si hanno modi di flessione o torsione pura, in quanto l'orientamento genera un accoppiamento flessio-torsionale. E' stato quindi riportato e specificato il modo di vibrazione prevalente per ciascuna vibrazione.

		frequenze [Hz] /modi									
θ [°]		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-90	1,3178	8,1440	8,7660	18,1386	22,3283	42,5040	50,5900	54,4605	67,8339	89,3787	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	fless z 2	tors 2	fless x 5	allung	
-60	1,3765	8,4962	9,1447	19,1892	23,2721	44,2495	52,8950	57,5454	70,5333	93,1611	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	fless z 2	tors 2	fless x 5	allung	
-30	1,6247	9,9605	10,7459	19,7011	27,0733	50,9720	59,1032	60,9806	80,3910	98,5290	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	tors 2	fless z 2	fless x 5	tors 3	
0	1,8830	11,4795	12,4091	18,3377	30,8768	55,3712	57,3751	68,0862	89,2003	93,4290	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	tors 2	fless x 4	fless z 2	fless x 5	tors 3	
30	1,6247	9,9605	10,7459	19,7011	27,0733	50,9720	59,1032	60,9806	80,3910	98,5290	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	tors 2	fless z 2	fless x 5	tors 3	
60	1,3765	8,4962	9,1447	19,1892	23,2721	44,2495	52,8950	57,5454	70,5333	93,1611	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	fless z 2	tors 2	fless x 5	allung	
90	1,3178	8,1440	8,7660	18,1386	22,3283	42,5040	50,5900	54,4605	67,8339	89,3787	
	fless x 1	fless x 2	fless z 1	tors 1	fless x 3	fless x 4	fless z 2	tors 2	fless x 5	allung	

Tabella 2.5: frequenza al variare di θ . Legenda celle: modo di vibrazione; asse di riferimento attorno al quale la trave ruota; numero semionde - 1/2

Possiamo notare che, al variare dell'angolo di orientamento, vi è uno scambio nei modi di vibrazione 6-7-8 tra: modo flessionale attorno all'asse x a tre semionde, modo flessionale attorno all'asse z ad una semionda e modo torsionale ad una semionda. Inoltre, come si può osservare dal **Grafico 2.3**, il comportamento è simmetrico nelle frequenze e nei modi di vibrazione 6-7-8 per angoli di orientamento θ uguali in modulo ma di segno opposto.

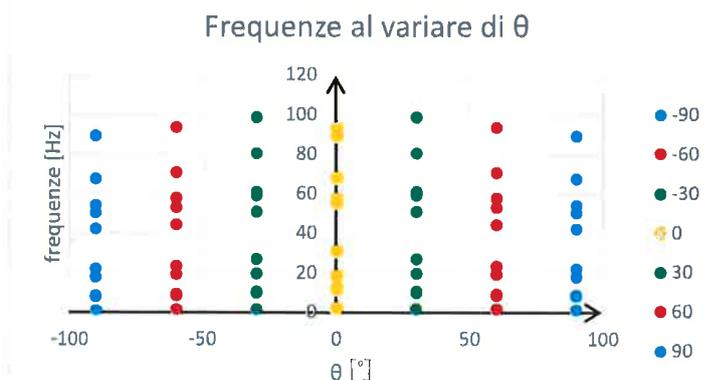


Grafico 2.3: frequenze al variare di θ

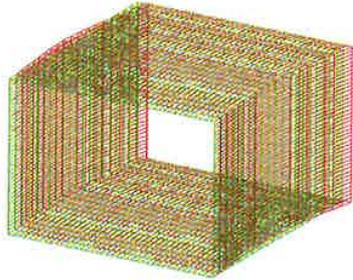


Figura 2.33: modo 7: flesso - torsionale attorno all'asse z a due semionde

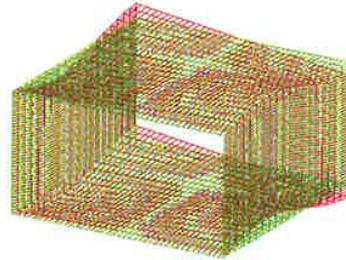


Figura 2.34: modo 8: flesso - torsionale a tre semionde attorno all'asse y

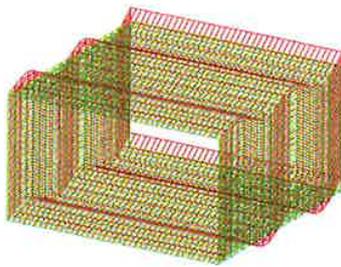


Figura 2.35: modo 9: flesso-torsionale attorno all'asse x a cinque semionde

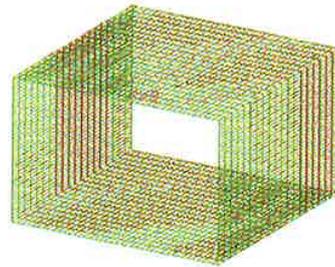


Figura 2.36: modo 10: assiale di allungamento

Sono stati presi come riferimento i modi di vibrazione relativi a $\theta = -90^\circ$.

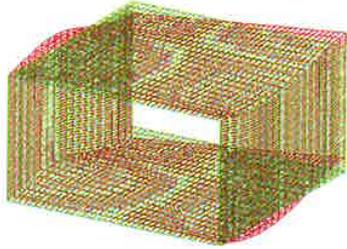


Figura 2.43: modo 7: flesso - torsionale a due semionde attorno all'asse y

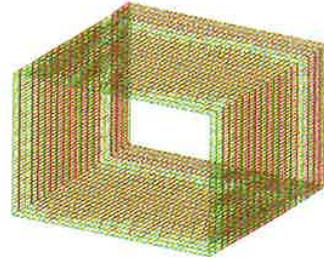


Figura 2.44: modo 8: flesso - torsionale attorno all'asse z a due semionde

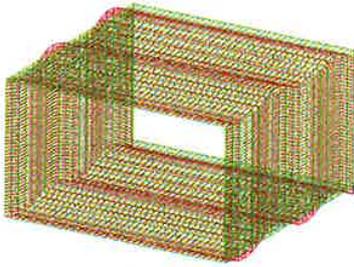


Figura 2.45: modo 9: flesso - torsionale attorno all'asse x a cinque semionde

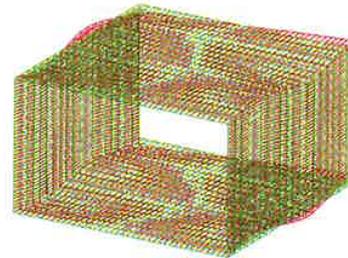


Figura 2.46: modo 10: flesso - torsionale attorno all'asse y a tre semionde

Sono stati considerati i modi di vibrazione relativi a $\theta = -30^\circ$.

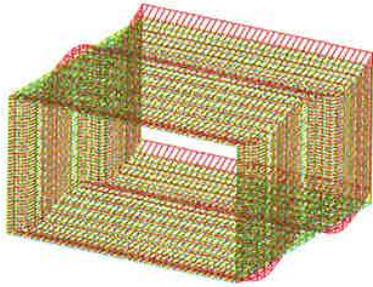


Figura 2.53: modo 7: flesso - torsionale attorno all'asse x a quattro semionde

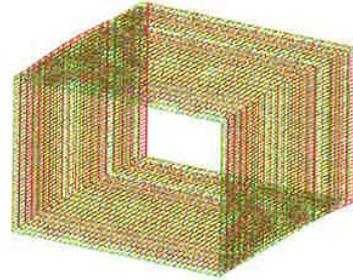


Figura 2.54: modo 8: flesso - torsionale attorno all'asse z a due semionde

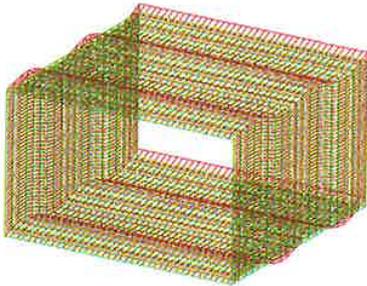


Figura 2.55: modo 9: flesso - torsionale attorno all'asse x a cinque semionde

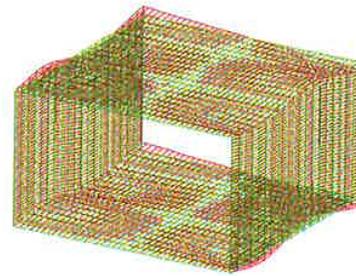


Figura 2.56: modo 10: flesso - torsionale attorno all'asse y a tre semionde

Come nel caso dell'angolo di orientamento delle fibre, anche l'introduzione dell'angolo di freccia genera un accoppiamento flessio-torsionale. In **Tabella 2.6** sono quindi riportati i modi prevalenti di vibrazione per ciascuna frequenza:

Λ [°]	frequenze [Hz] / modi				
	1	2	3	4	5
-20	1,5799 fless x 1	8,7693 allung y	9,6688 fless x 2	17,1847 tors 1	26,1642 fless x 3
-15	1,6398 fless x 1	9,7090 allung y	10,0408 fless x 2	17,9361 tors 1	27,1784 fless x 3
-10	1,6668 fless x 1	10,2106 fless x 2	10,4130 allung y	18,6706 tors 1	27,6688 fless x 3
-5	1,6613 fless x 1	10,1810 fless x 2	10,8077 allung y	19,3085 tors 1	27,6303 fless x 3
0	1,6247 fless x 1	9,9605 fless x 2	10,7459 allung y	19,7011 tors 1	27,0733 fless x 3
5	1,5611 fless x 1	9,5758 fless x 2	10,2118 allung y	19,7520 tors 1	26,0646 fless x 3
10	1,4771 fless x 1	9,0671 fless x 2	9,3678 allung y	19,5143 tors 1	24,7143 fless x 3
15	1,4771 fless x 1	9,0671 allung y	9,3678 fless x 2	19,5143 tors 1	24,7143 fless x 3
20	1,3788 fless x 1	8,3743 allung y	8,4719 fless x 2	19,0763 tors 1	23,1274 fless x 3

Tabella 2.5: frequenza al variare di Λ . **Legenda celle:** modo di vibrazione; asse di riferimento attorno al quale la trave ruota; numero semionde - 1/2

Al variare dell'angolo di freccia si può notare che, come nel caso dell'angolo di orientamento delle fibre, si ha una simmetria nei modi di vibrazione per angoli Λ uguali in modulo ma di segno opposto.

Possiamo infatti osservare che, per angoli di freccia pari a -20°; -15°; 15°; 20°, si hanno gli stessi modi di vibrazione, così come per gli angoli -10°; -5°; 5°; 10°. Per un'ala senza angolo di freccia i modi di vibrazione sono uguali a quelli ottenuti per questi ultimi angoli. Si nota inoltre che, passando da un angolo di freccia di -15° ad uno di -10°, così come passando da un angolo di freccia di 10° ad uno di 15°, si ha uno scambio del secondo e del terzo modo di vibrazione.

Mentre gli altri tre modi di vibrazione che restano invariati al variare dell'angolo di freccia sono illustrati da **Figura 2.60** a **Figura 2.62**:

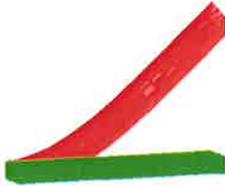


Figura 2.60: modo 1: flesso - torsionale attorno all'asse x ad una semionda

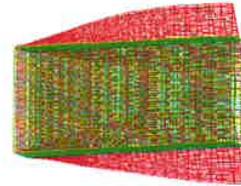


Figura 2.61: modo 4: flesso - torsionale attorno all'asse y ad una semionda

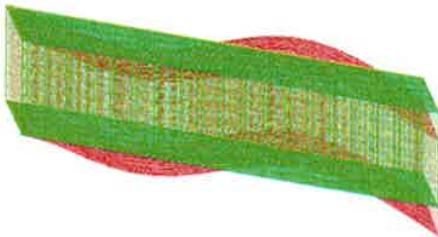


Figura 2.62: modo 5: flesso - torsionale attorno all'asse x a tre semionde

cross-section ($y = 5$) has to be evaluated (the rotation can be computed by considering u_z of points A and C).

3. In the case of $N = 4$, plot point B transverse displacement and cross-section rotation for each free-stream velocity considered. The difference between SSA and SAA cases has to be evaluated as V_∞ increases.

Ex. 3b

Material 1 has to be adopted and $N = 4$. Set $V_\infty = 100$ [m/s]. For SAA, the effect of the sweep angle Λ on point B transverse displacement and cross-section rotation has to be investigated for $\Lambda = -20^\circ, -15^\circ, -10^\circ, -5^\circ, 0^\circ, +5^\circ, +10^\circ, +15^\circ$ and $+20^\circ$.

Ex. 3c

Material 2 has to be adopted and $N = 4$. Set $V_\infty = 80$ [m/s]. For SAA, the effect of the fiber orientation angle on point B transverse displacement and cross-section rotation has to be investigated for $\theta = -60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, +30^\circ, +60^\circ$ ($\Lambda = 0^\circ$).

La semiala viene immersa in una corrente libera d'aria avente V_∞ , densità $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ ed un angolo di incidenza $\alpha = 5^\circ$ rispetto all'asse della semiala. Effettueremo due diversi tipi di analisi: un'analisi strutturale statica (SSA, identificata nel codice con il numero "102"), in cui le forze aerodinamiche dipendono solamente dalla configurazione iniziale, ed un'analisi aeroelastica completa (SAA, numero "144" nel codice), nella quale le forze aerodinamiche sono calcolate attraverso il *Vortex Lattice Method* (VLM) ed aggiunte al vettore delle forze nodali equivalenti, si ha quindi accoppiamento tra forze elastiche ed aerodinamiche. Nell'analisi SAA, le forze aerodinamiche diventano dipendenti non solo dalla configurazione iniziale, ma anche in seguito dalla configurazione deformata. La deformazione fa variare l'angolo di incidenza α , che a sua volta fa variare le forze aerodinamiche che creano una nuova configurazione deformata, la quale fa di nuovo variare α e via dicendo, fino a che il ciclo iterativo creatosi non giunge a convergenza. Il sistema da risolvere risulta quindi più complesso. In questo tipo di analisi, inoltre, l'effetto della rigidità aerodinamica viene incluso all'interno della matrice di rigidità aerodinamica.

Verrà utilizzata una mesh strutturale pari a 10 elementi B4 e considereremo i risultati ottenuti nei seguenti tre punti del profilo: A ([0, 5, 0], bordo d'attacco), B ([0.5, 5, 0]), C ([1, 5, 0], bordo di fuga).

Es. 3A

1) Iniziamo, come di consueto, con uno studio di convergenza, in cui andremo a variare il numero di pannelli aerodinamici lungo le direzioni x e y ($N_{AP} \times N_{AP}$: 2 x 20, 3 x 30, 4 x 40, 5 x 50, 6 x 60), al fine di scegliere la mesh aerodinamica più adatta per i punti successivi. Effettueremo un'analisi statica strutturale utilizzando come sezione il profilo alare precedentemente descritto ed una teoria di tipo EDTN con $N = 4$. Verrà inoltre introdotta una velocità V_∞ pari a 60 m/s.

Il materiale utilizzato è il materiale n° 1 (isotropo).

Il file "PRE_INPUT" verrà quindi modificato nel modo seguente:

```
AIRF          !!!!! CROSS-SECTION SHAPE - C
1.00000000D+0 !!!!! b [m] CROSS-SECTION DIM
5.0D+0        !!!!! L [m] LENGTH OF THE BEAM
0.15000000D+0 !!!!! h [m] CROSS-SECTION DIM
0D+0         !!!!! LAMBDA [deg] LEADING EDGE S
102          !!!!! ANALYSIS TYPE, = "101" : St
EDTN         !!!!! THEORY TYPE, EDTN, FSDT OR
4           !!!!! THEORY ORDER
4           !!!!! Element Type (2 = B2, 3 = E
10          !!!!! Number of Finite Elements
10          !!!!! OUTPUT EIGENVALUES AND EIGE
5.0D+0      !!!!! ANGLE OF ATTACK [deg]
4           !!!!! AERO MESH ELEMENTS ALONG X
40          !!!!! AERO MESH ELEMENTS ALONG Y
```

Dove il numero "102" indica che stiamo effettuando un'analisi statica strutturale, "AIRF" definisce il tipo di sezione scelta e gli ultimi 3 numeri rappresentano l'angolo di incidenza scelto ed il numero di pannelli lungo x e y (che verranno modificati volta per volta).

Successivamente si dovrà andare a modificare il file "AERO_GENERAL", in cui introdurremo il numero di pannelli totali della mesh aerodinamica scelta, la velocità del flusso e la sua densità.

```
100.0D0      V_INF (F
1.225D0      ADENSITY
0.0D0        MACH (Mac
1            N_WS (Nur
160          N_AP (Nur
1            FSYM (FS)
```

Nel file "MATERIAL" verranno inserite le caratteristiche del materiale isotropo e nel file "LAMINATION" si indicherà l'utilizzo di questo materiale.

Infine, nel file "CONSTRAINS" si inserirà la condizione di trave incastrata come visto nelle esercitazioni precedenti, mentre nel file "LOADS" verrà messo pari a 0 il modulo dei carichi strutturali in quanto non presenti.

Non verrà impostato il file "POSTPROCESSING_TAYLOR" in quanto i risultati saranno visualizzati all'interno del file "DATA_FILE".

SAA

V_{inf} = 20 m/s

V_{inf} = 40 m/s

	EULE	N = 3	N = 4		EULE	N = 3	N = 4
uz A [m]	0,002197	0,002153	0,002158	uz A [m]	0,008789	0,008617	0,008638
uz B [m]	0,002197	0,002142	0,002148	uz B [m]	0,008789	0,008574	0,008600
uz C [m]	0,002197	0,002131	0,002138	uz C [m]	0,008789	0,008531	0,00851
Φ [°]	0	0,001234	0,001132	Φ [°]	0	0,004938	0,004530

V_{inf} = 60 m/s

V_{inf} = 80 m/s

	EULE	N = 3	N = 4		EULE	N = 3	N = 4
uz A [m]	0,01978	0,01942	0,01946	uz A [m]	0,03516	0,03458	0,03467
uz B [m]	0,01978	0,01932	0,01938	uz B [m]	0,03516	0,03441	0,03451
uz C [m]	0,01978	0,01922	0,01929	uz C [m]	0,03516	0,03424	0,03435
Φ [°]	0	0,01112	0,01020	Φ [°]	0	0,01977	0,01813

V_{inf} = 100 m/s

	EULE	N = 3	N = 4
uz A [m]	0,05493	0,05417	0,05429
uz B [m]	0,05493	0,05390	0,05405
uz C [m]	0,05493	0,05363	0,05380
Φ [°]	0	0,03092	0,02834

Tabella 3.3: risultati ottenuti con analisi aeroelastica completa al variare di V_∞.

Si può notare che l'analisi SAA fornisce risultati più accurati, e che le differenze rispetto ad una semplice analisi strutturale statica si notano maggiormente all'aumentare dell'ordine della teoria e della velocità.

	$V_{inf} = 20 \text{ m/s}$	$V_{inf} = 40 \text{ m/s}$	$V_{inf} = 60 \text{ m/s}$	$V_{inf} = 80 \text{ m/s}$	$V_{inf} = 100 \text{ m/s}$
Err % Φ [°]	0,0051	0,0202	0,0455	0,0806	0,1249

Tabella 3.5: errore percentuale della rotazione della sezione tra le due analisi al variare della velocità

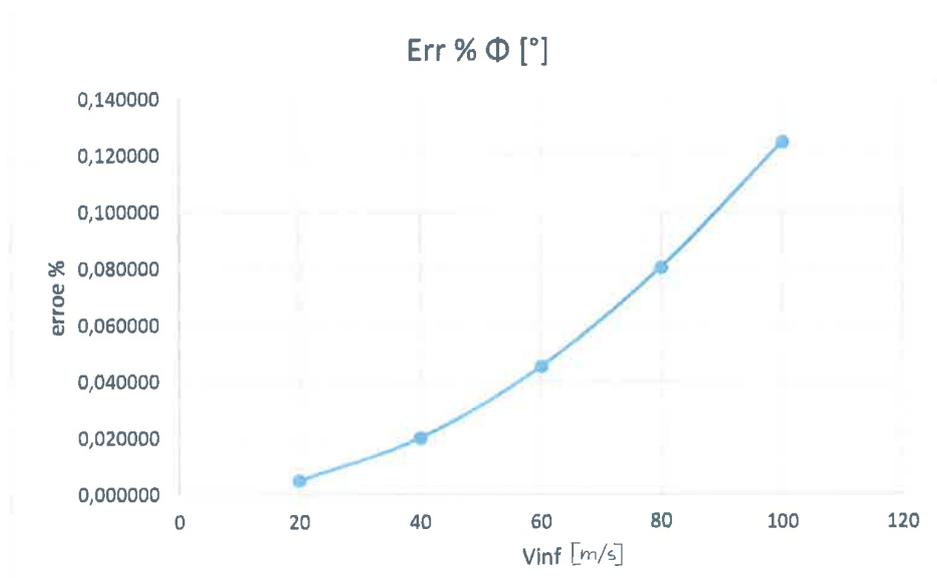


Grafico 3.2: andamento errore percentuale sulla rotazione della sezione

Si può chiaramente osservare che l'errore percentuale aumenta notevolmente all'aumentare della velocità del flusso, ed è maggiore nel caso dello spostamento trasversale u_{zB} . L'errore percentuale tra le due teorie non arriva comunque all'1% in quanto l'ala considerata è tozza.

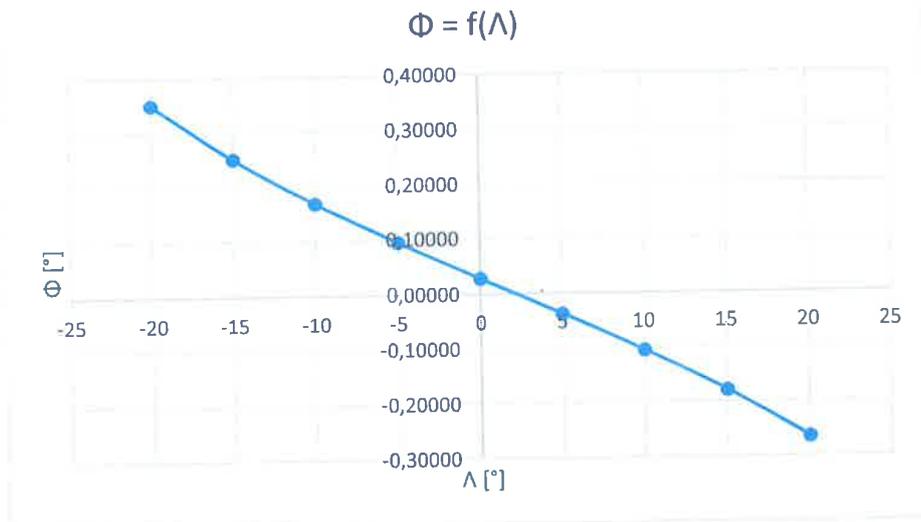


Grafico 3.4: andamento della rotazione della sezione al variare dell'angolo di freccia

Si ha rotazione positiva della sezione per angoli di freccia negativi, viceversa per angoli di freccia positivi si ha una rotazione in senso orario, quindi negativa.

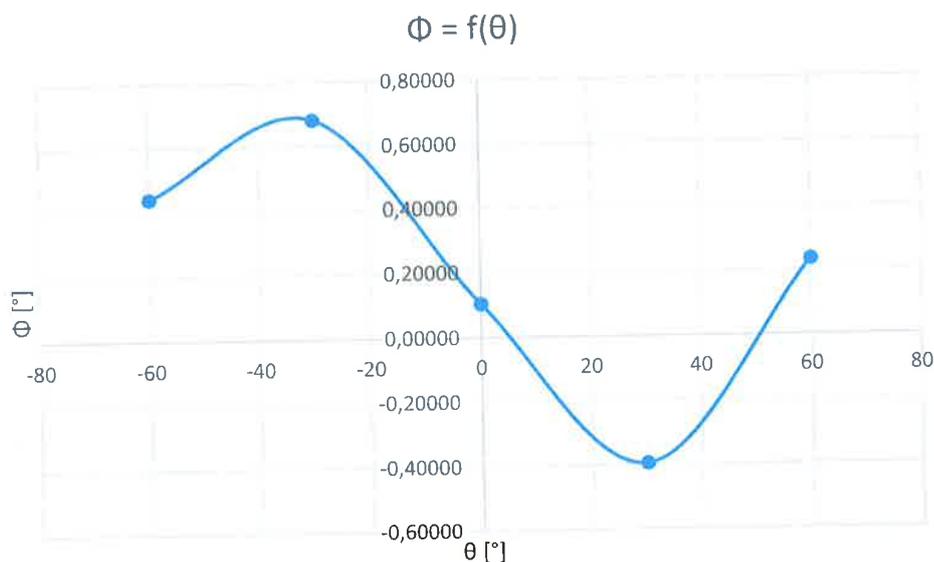


Grafico 3.6: andamento della rotazione della sezione in funzione dell'angolo di orientamento delle fibre

Anche in questo caso si hanno angoli di rotazione positivi per θ negativi e viceversa.

Sia nel caso della presenza di fibre orientate che dell'angolo di freccia, il comportamento della rotazione mostra la presenza di accoppiamenti flesso-torsionali. Infatti, il carico di portanza è un carico di flessione, ma si può notare che, anche con $\Lambda, \theta = 0^\circ$, si ha una rotazione diversa da 0. Questo perché la portanza è applicata al quarto anteriore della corda, che non coincide con la posizione dell'asse elastico, quindi produce un primo effetto torsionale della sezione dovuto all'accoppiamento *aerodinamico*. Questo effetto aumenta all'aumentare dell'angolo di freccia o di orientamento delle fibre poiché, come si può osservare dai grafici, la rotazione è maggiore, in quanto vengono introdotti altri tipi di accoppiamento.

Infatti, possiamo notare che si hanno rotazioni positive per angoli Λ o θ negativi, viceversa per angoli positivi. Anche questo comportamento è dovuto alla presenza di accoppiamenti flesso-torsionali. In particolare, l'angolo di freccia comporta un accoppiamento di tipo *geometrico*, mentre l'angolo di orientamento delle fibre introduce un accoppiamento di tipo *meccanico* legato al procedimento del *tayloring*, per il quale posso variare il segno del coefficiente di accoppiamento meccanico K in base al segno dell'angolo θ di orientamento delle fibre.

Nel caso di rotazioni positive, cioè con Λ o θ negativi, l'ala tende a cabrare e quindi si avvicina alla condizione di divergenza. Viceversa, angoli di freccia o di orientamento delle fibre positive portano l'ala a picchiare, quindi tendono a mantenerla nella configurazione di equilibrio senza farla avvicinare alla condizione di divergenza. Inoltre, il fenomeno dell'instabilità dovuto ad angoli di freccia negativi (freccia in avanti) può essere contrastato andando ad agire sul segno del coefficiente di accoppiamento meccanico K , quindi sull'orientamento delle fibre attraverso il *tayloring*. Questo fenomeno verrà analizzato in maniera più dettagliata nella prossima esercitazione.

ESERCITAZIONE 4

In questa esercitazione verrà calcolata la *velocità di divergenza* V_D . Il fenomeno della divergenza è un fenomeno aeroelastico *statico* per il quale la deformazione dell'ala θ tende ad infinito. Il velivolo dovrà quindi essere progettato ad una velocità di divergenza maggiore rispetto alle sue condizioni operative attraverso dei coefficienti di sicurezza. Inoltre, questo fenomeno è strettamente legato agli accoppiamenti visti nell'esercitazione precedente (aerodinamico, geometrico, meccanico). Per lo studio di questo fenomeno approssimeremo per semplicità l'ala ad una trave semplicemente incastrata ed effettueremo un'analisi di stabilità, nella quale saranno nuovamente considerati solamente i carichi aerodinamici e le forze elastiche, tralasciando quindi le forze inerziali, poiché trattasi, come detto in precedenza, di un fenomeno statico. Una volta definita la configurazione di volo iniziale, andremo a valutare la risposta del sistema ad una perturbazione generante una sollecitazione che può modificare il carico. Questa risposta potrà essere: *stabile*, se l'ala torna nella propria condizione di equilibrio; *instabile*, se l'ala diverge fino a rompersi per cercare una nuova condizione di equilibrio; *indifferente*, se l'ala non modifica la sua configurazione. Si otterranno diverse velocità limite e considereremo come velocità critica di divergenza la minore tra di esse. Al di sotto di questa velocità l'ala possiede una configurazione stabile, al di sopra, invece, applicando una piccola perturbazione l'ala divergerà.

Dati:

- Trave incastrata ad un'estremità
- Materiale ortotropo con:
 - $E_L = 20.5 \text{ GPa}$
 - $E_T = 10 \text{ GPa}$
 - $\nu_{TL} = \nu_{LL} = 0.25$
 - $G_{TL} = G_{LL} = 5 \text{ GPa}$
 - $\rho = 1600 \text{ Kg/m}^3$
- Lunghezza della trave pari ad $L = 11 \text{ m}$
- Sezione rettangolare piena con $b = 1 \text{ m}$, $h = 0.1 \text{ m}$, riportata in **Figura 4.1**
- Densità dell'aria ad un'altitudine di 1500 m: $\rho_\infty = 1.058 \text{ Kg/m}^3$

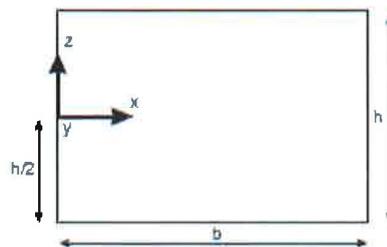


Figura 4.1: sezione rettangolare compatta

Possiamo notare come, nel caso dei modelli di Eulero-Bernoulli e di Timoshenko, l'analisi non riesca a fornire delle velocità di divergenza. Questo è un problema del modello utilizzato in quanto, trovandoci con $\Lambda = 0^\circ$ nel caso della *divergenza torsionale* e poiché questi due modelli contemplano invece solamente il caso della flessione, non riescono ad individuare il fenomeno della torsione dell'ala che porta alla divergenza. Inoltre, si può osservare una certa convergenza nel valore della velocità V_D all'aumentare dell'ordine del modello. Anche questo andamento è correlato all'accuratezza con cui i modelli descrivono il fenomeno della torsione, legata al numero di termini presenti nell'espansione. Si può notare come già con la presenza di termini di secondo grado sia abbia una netta convergenza della velocità di divergenza.

2) In questo secondo punto andremo invece a valutare il fenomeno della divergenza al variare dell'angolo di orientamento della fibre nei casi di angolo di freccia $\Lambda = -20^\circ, 0^\circ$. Per effettuare l'analisi è stato scelto il modello EDTN con $N = 4$. Sono stati ottenuti i risultati riportati in **Tabella 4.2** e **Tabella 4.3** e nel **Grafico 4.2**:

$\Lambda = 20^\circ$

	V_D [m/s]
$\theta = -90^\circ$	66,971
$\theta = -75^\circ$	62,22
$\theta = -60^\circ$	59,613
$\theta = -45^\circ$	57,715
$\theta = -30^\circ$	56,913
$\theta = -15^\circ$	58,703
$\theta = 0^\circ$	65,013
$\theta = 15^\circ$	78,351
$\theta = 30^\circ$	98,971
$\theta = 45^\circ$	109,107
$\theta = 60^\circ$	93,641
$\theta = 75^\circ$	76,658

Tabella 4.2: risultati ottenuti con un angolo di freccia pari a $\Lambda = -20^\circ$ al variare dell'angolo θ

$\Lambda = 0^\circ$

	V_D [m/s]
$\theta = -90^\circ$	225,348
$\theta = -75^\circ$	155,254
$\theta = -60^\circ$	120,202
$\theta = -45^\circ$	102,131
$\theta = -30^\circ$	99,006
$\theta = -15^\circ$	116,011
$\theta = 0^\circ$	227,381
$\theta = 15^\circ$	-
$\theta = 30^\circ$	-
$\theta = 45^\circ$	-
$\theta = 60^\circ$	-
$\theta = 75^\circ$	-

Tabella 4.3: risultati ottenuti con un angolo di freccia pari a $\Lambda = 0^\circ$ al variare dell'angolo θ

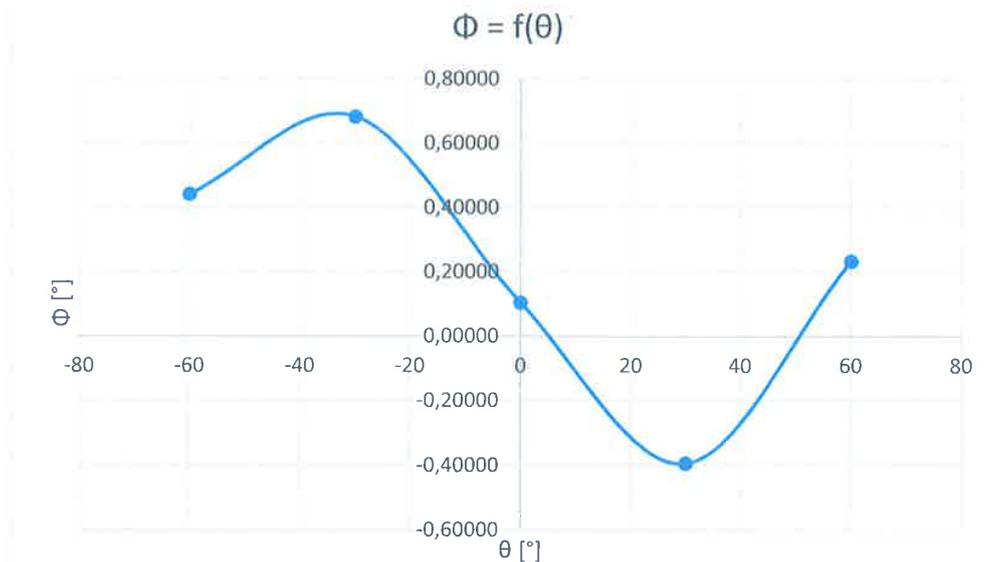


Grafico 3.6: andamento della rotazione della sezione in funzione dell'angolo di orientamento delle fibre

Possiamo osservare che, nel caso $\Lambda = -20^\circ$, si ha velocità di divergenza per tutti gli angoli θ considerati. Essa è maggiore nel caso di angoli θ positivi.

Nel caso $\Lambda = 0^\circ$, si ha invece che la velocità di divergenza è presente solamente nel caso di angoli θ negativi, per alcuni valori dei quali raggiunge valori molto elevati. Il fatto che essa non sia presente per angoli di orientamento delle fibre positivi si ricollega alla presenza, per $\Lambda = 0^\circ$, di divergenza puramente torsionale. Infatti, notiamo che per θ negativi si ha una rotazione positiva della sezione (l'ala *cabra*), ovvero essa ruota verso l'alto e si avvicina alla condizione di divergenza. Per angoli θ negativi, invece, si ha una rotazione negativa della sezione (l'ala *picchia*), la quale ruota verso il basso riportando l'ala nella configurazione di equilibrio. In altri termini, per ali dritte si ha che, nel caso di angoli di orientamento delle fibre negativi, il sistema è *instabile*, ovvero l'ala si allontana dalla configurazione di equilibrio a seguito di una perturbazione. Viceversa, nel caso di angoli positivi, il sistema è *stabile*, ovvero esso torna nella configurazione di equilibrio dopo essere stato perturbato. Lo stesso discorso può essere effettuato al variare dell'angolo di freccia nel caso di $\theta = 0^\circ$. Nel caso di angoli di freccia positivi (all'indietro) si avrebbe una configurazione di equilibrio stabile, mentre per angoli di freccia negativi si avrebbe una configurazione di equilibrio instabile.

Dai grafici si può inoltre notare come il valore della velocità di divergenza dipenda fortemente dal valore dell'angolo θ scelto. Questo perché, attraverso il procedimento del *tayloring*, già citato nella precedente esercitazione, l'orientamento delle fibre influenza il segno del fattore di accoppiamento meccanico K . Facendo variare il segno di questo fattore, è possibile far variare le condizioni di divergenza, portando la V_D a raggiungere valori molto elevati, tendenti ad infinito, in modo da operare in condizioni di volo sicure. Inoltre, grazie all'accoppiamento meccanico è possibile contrastare i fenomeni di instabilità dovuti alla presenza di angoli di freccia negativi (in avanti), riuscendo anche in questo caso a rendere l'ala intrinsecamente stabile.

2. Compute flutter for each of the following sweep angles: -20° , -15° , -10° , -5° , 0° , $+5^\circ$, $+10^\circ$, $+15^\circ$ and $+20^\circ$.
3. Plot damping vs velocity and frequency vs velocity in 2-3 cases.

Ex. 5c

Let us consider a swept, cantilever rectangular cross-section beam (Fig. 1) having the following geometrical characteristics: $h = 0.01$ m, $b = 1.0$ m, $L = 5$ m, sweep angle: -20° . An orthotropic material is adopted: $E_L = 132.5$ GPa, $E_T = 10.8$ GPa, $E_Z = 10.8$ GPa, $\nu_{TL} = \nu_{LL} = 0.24$, $G_{TL} = G_{LL} = 5.7$ GPa, $\rho = 1800$ Kg/m³. A 20 B4 mesh must be used. Density of the air: 1.225 Kg/m³.

Assessments

1. N -order effect study: compute flutter conditions for EULE, FSDT, $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$, $N = 4$. $\theta = -60^\circ$. One of the six beam models must be chosen for all the following analyses.
2. Compute flutter for each of the following lamination angles: $\theta = -60^\circ$, -30° , 0° , $+30^\circ$, $+60^\circ$.
3. Plot damping vs velocity and frequency vs velocity in 2-3 cases.

ESERCITAZIONE 5

In quest'ultima esercitazione andremo ad analizzare il fenomeno del *flutter*. Esso consiste in una vibrazione aeroelastica autoeccitata che si instaura in una struttura in moto relativo rispetto a un fluido. Il flutter è un fenomeno aeroelastico *dinamico*: verranno quindi considerate, oltre alle forze elastiche ed aerodinamiche, anche le forze inerziali. Le *condizioni di flutter* (velocità e frequenza) verranno calcolate nel caso di *flutter classico*. In tali condizioni, le oscillazioni della struttura tendono ad infinito, fino a portare alla rottura della struttura stessa.

Vediamo ora come si traducono, nel nostro sistema, le forze considerate:

- Forze elastiche $F_e \rightarrow$ matrice di rigidezza **[K]**
- Forze inerziali $F_i \rightarrow$ matrice di massa **[M]**
- Forze aerodinamiche $F_a \rightarrow$ matrice di rigidezza aerodinamica **[K_a]** e matrice di smorzamento aerodinamico **[D_a]**

Per il calcolo delle condizioni di flutter, verrà utilizzato un nuovo programma, il quale si basa su:

- *Doublet Lattice Method (DLM)*, per la parte aerodinamica, estensione del Vortex Lattice Method (VLM) al caso dinamico. Si definisce una griglia aerodinamica e su ogni pannello di tale griglia si calcolano le forze in gioco. In questo modo si calcola la matrice di influenza aerodinamica servendosi dell'aerodinamica instazionaria.
- *G-method*, utilizzato per lo studio della stabilità del sistema aeroelastico. Questo metodo esprime le forze aerodinamiche in funzione della frequenza, che a sua volta però dipende dalle forze aerodinamiche. Si tratta quindi di un problema implicito, per la risoluzione del quale occorre procedere in modo *iterativo*. Il g-method fornisce soluzioni valide solamente nell'intorno delle condizioni di flutter.

I file di input del programma si costruiscono come visto nelle precedenti esercitazioni, ad eccezione del file "AERO_GENERAL", costruito nel seguente modo:

```

1D+0      V MIN (MIN Freestream velocity (directed along + x!)) [m/s]
100.0D+0  V MAX (MAX Freestream velocity (directed along + x!)) [m/s]
1.225D+0  ADENSITY (Air density) [kg/m3]
0.0D0     MACH (Mach Number)
0.0       REDUCED OMEGA MIN (omega*reference_length/V_inf)
2.0       REDUCED OMEGA MAX
0.5       reference length [m] (usually chord/2)
1         N_WS (Number of wing segments in the whole structure) !!!!! NO MODIFICATI
200       N_AP (Number of aerodynamic panels in the whole structure)
1         FSYM=0:SYMMETRY condition ISN'T imposed;FSYM=1: IS imposed !!!!! NO MODIFI
500       n_step (Number of reduced frequency steps for the G-Method) !!!!! NO MODIF
20        n_step_v (Number of velocity steps for the G-Method)

```

IMPORTANT: N_{AP} must be consistent with the number of subdivisions.
For example, in the case of two surfaces with subdivisions 3x4 and 6x7, the number of panels is 12 + 42 = 54. So N_{AP} must be 54

Per la nostra analisi, approssimiamo l'ala ad una trave avente le seguenti caratteristiche:

Dati:

- Trave incastrata ad un'estremità
- Lunghezza della trave pari ad $L = 5$ m
- Sezione rettangolare piena con $b = 1$ m, $h = 0.01$ m, riportata in **Figura 5.1**. Il sistema di riferimento scelto è quello riportato in figura.
- Densità dell'aria: $\rho = 1.225$ Kg/m³

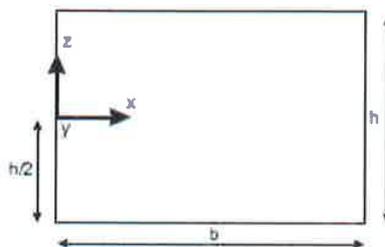


Figura 5.1: sezione rettangolare compatta

È stata scelta una trave sottile in modo che il flutter compaia all'interno del range di velocità scelto.

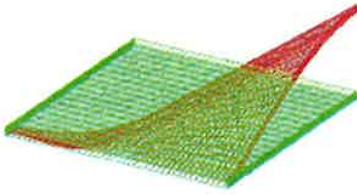


Figura 5.4: modo 3: torsionale a una semionda

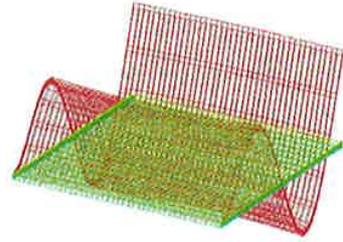


Figura 5.5: modo 4: flessionale a tre semionde



Figura 5.6: modo 5: torsionale a due semionde

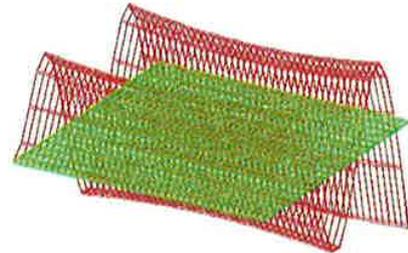


Figura 5.7: modo 6: flessionale a quattro semionde

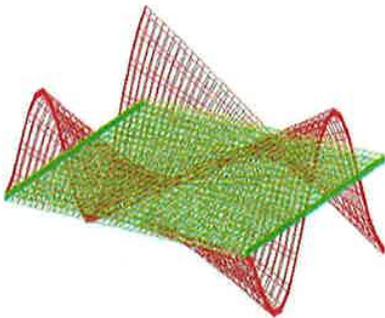


Figura 5.8: modo 7: torsionale a tre semionde

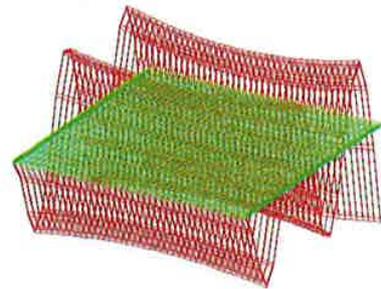


Figura 5.9: modo 8: flessionale a cinque semionde

3) Si esegue a questo punto uno studio delle condizioni di flutter al variare del modello strutturale considerato. I modelli scelti sono EULE, FSDT, N = 1, N = 2, N = 3, N = 4.

Per trovare la velocità di flutter si esegue un'interpolazione lineare tra il punto in corrispondenza del quale si ha un valore di smorzamento positivo ed il punto precedente, in cui lo smorzamento ha ancora un valore negativo. Il punto in cui la retta passante tra due punti così costruita interseca l'asse delle velocità identificherà la velocità di flutter V_F . Una volta trovata la velocità di flutter si procede analogamente per le frequenze, effettuando nuovamente un'interpolazione lineare ed individuando così la frequenza di flutter f_F .

I risultati ottenuti si trovano in **Tabella 5.3**:

	V_F [m/s]	f_F [Hz]
EULE	-	-
FSDT	-	-
N = 1	-	-
N = 2	29,8271	2,5503
N = 3	30,1148	2,4934
N = 4	30,1131	2,4928

Tabella 5.3: condizioni di flutter al variare del modello strutturale

Rappresentiamo ora l'andamento della velocità e della frequenza di flutter al variare del modello strutturale (**Grafico 5.2**, **Grafico 5.3**):

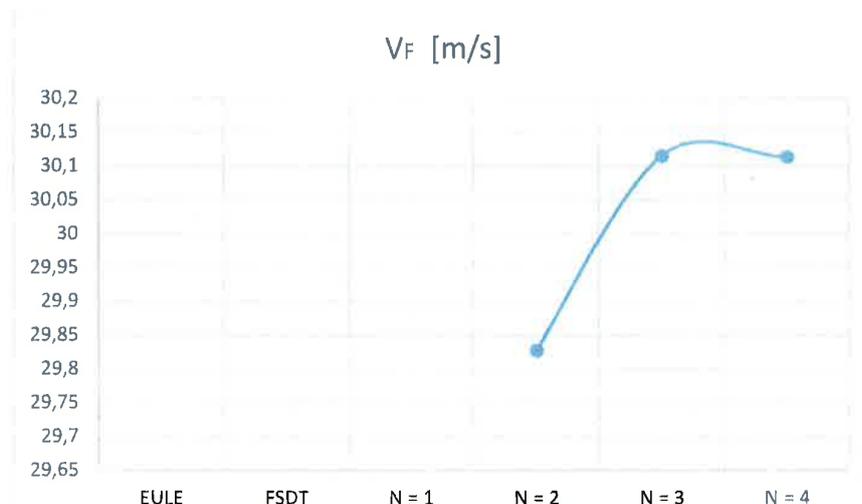


Grafico 5.2: velocità di flutter al variare del modello strutturale

4) Vengono ora rappresentati gli andamenti dello smorzamento e della frequenza in funzione della velocità per i primi dieci modi, con attenzione particolare ai primi tre modi (da **Grafico 5.4** a **Grafico 5.7**). Il modello strutturale scelto è EDTN con $N = 4$.

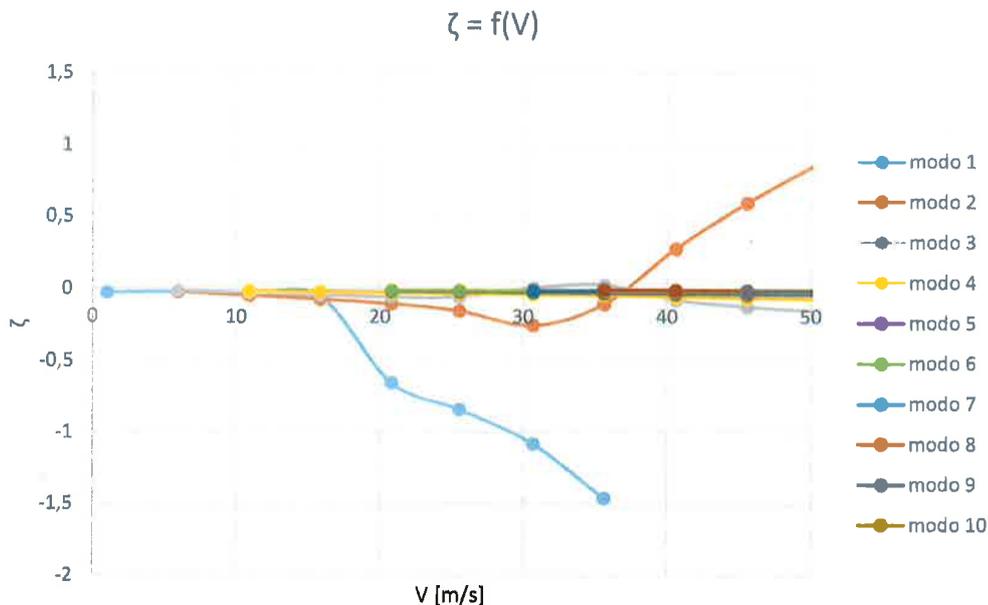


Grafico 5.4: andamento dello smorzamento in funzione della velocità per i primi 10 modi

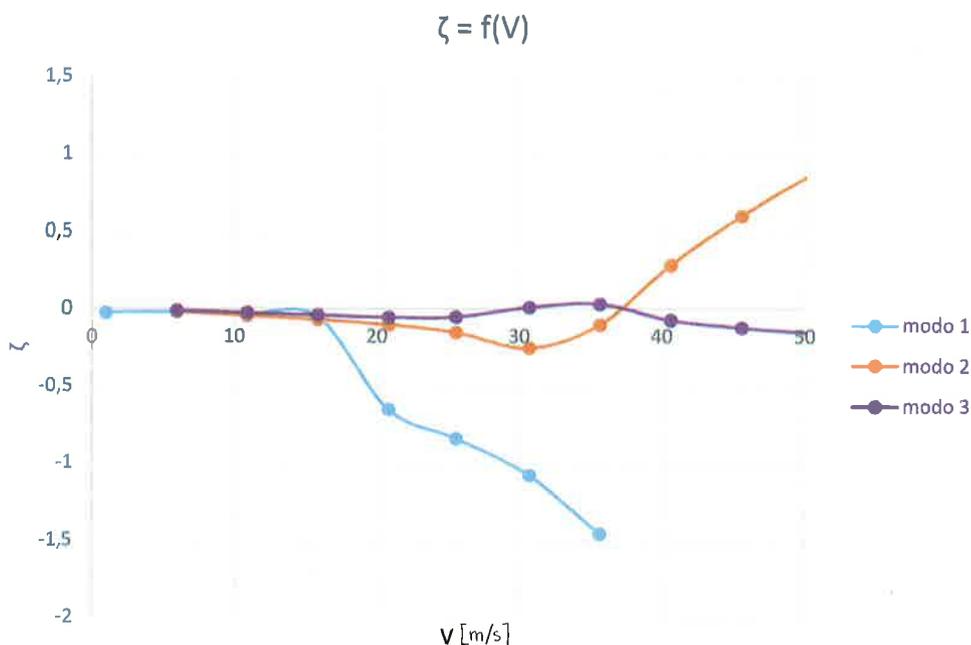


Grafico 5.5: andamento dello smorzamento in funzione della velocità per i primi 3 modi

Questi grafici permettono di fare alcune importanti osservazioni:

- Il modo 1 sparisce ad una velocità di circa 40 m/s. La velocità in corrispondenza della quale la frequenza del modo 1 andrà a 0 è la velocità di divergenza, poiché tale fenomeno porta ad avere una deformazione dell'ala che tende ad infinito, ovvero una rigidezza strutturale che tende a 0, e poiché $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, anche la frequenza tenderà a 0.
- Il modo 2 ed il modo 3 vanno in coalescenza, ovvero si accoppiano, in prossimità della velocità di flutter $V_F \approx 30,1131$ m/s, dove lo smorzamento del modo 3 diventa positivo.
- A conferma di quanto detto nelle osservazioni del punto 2), il modo che va in flutter è il modo 3, ovvero il primo modo torsionale, che non viene colto dai modelli EULE, FSDT ed EDTN con $N = 1$.

Gli andamenti della velocità e della frequenza di flutter al variare dell'angolo di freccia sono riportati rispettivamente nel **Grafico 5.8** e nel **Grafico 5.9**:

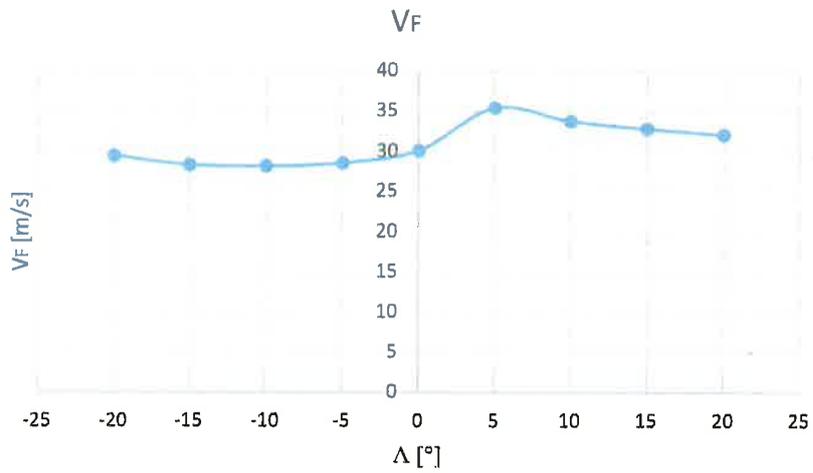


Grafico 5.8: andamento della velocità di flutter al variare dell'angolo di freccia

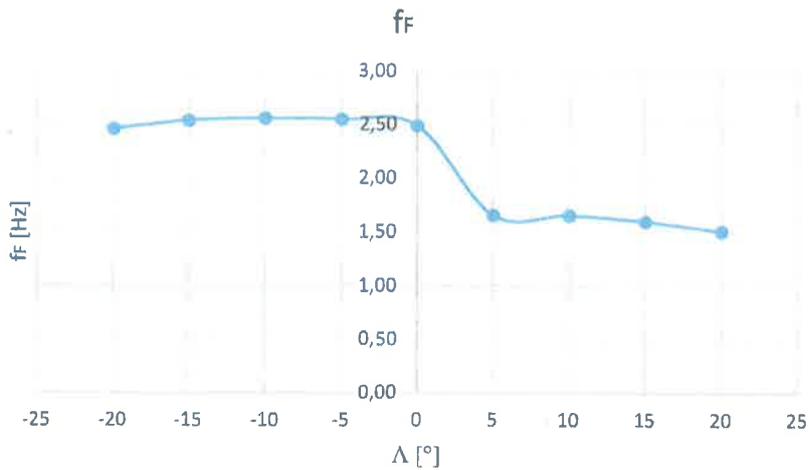


Grafico 5.9: andamento della frequenza di flutter al variare dell'angolo di freccia

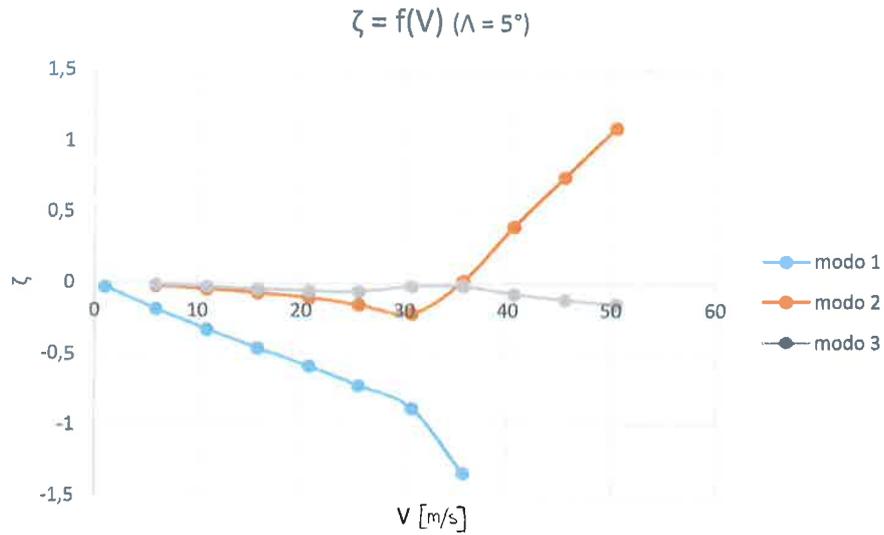


Grafico 5.12: andamento dello smorzamento con angolo di freccia $\Lambda=5^\circ$

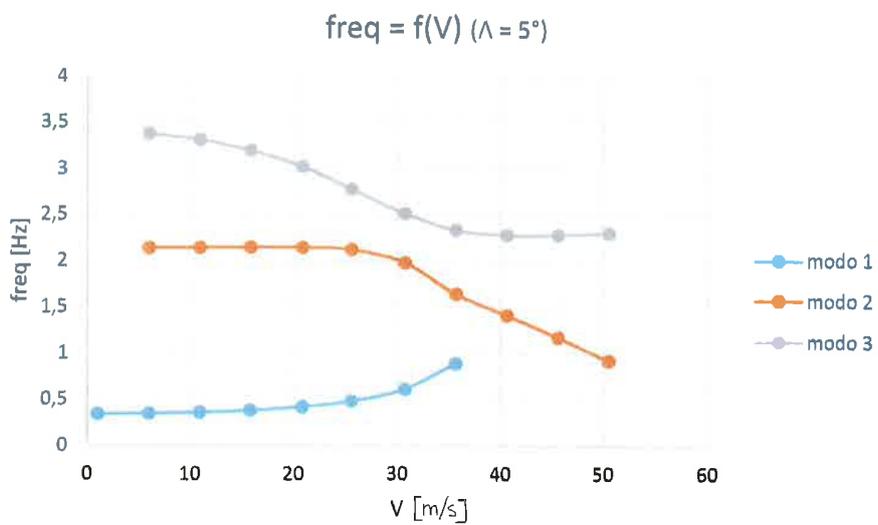


Grafico 5.13: andamento della frequenza con angolo di freccia $\Lambda = 5^\circ$

Da questi grafici è possibile notare che:

- Per angoli di freccia negativi (freccia in avanti), come rappresentato dal caso $\Lambda = -15^\circ$, il primo modo va a 0, ovvero si ha velocità di divergenza, già ad una velocità di circa 20 m/s. Questo è dovuto al fatto che la freccia in avanti rende l'ala intrinsecamente instabile, quindi più soggetta al fenomeno della divergenza.
- Per angoli di freccia positivi, invece, la velocità di divergenza viene raggiunta a circa 40 m/s ($\Lambda = 5^\circ$) e, nel caso $\Lambda = 15^\circ$, il primo modo non va in divergenza, ma coalesce e si unisce con il modo 2 a formare un nuovo modo in prossimità della velocità di flutter.
- Nel caso $\Lambda = -15^\circ$, è il modo 3 ad entrare per primo in flutter, poiché il suo smorzamento diventa positivo ad una $V_F \approx 28,3459$ m/s. In prossimità di questo valore il modo 2 si unisce al modo 3 e nasce un nuovo modo di vibrazione dato dall'accoppiamento di questi due modi. I rispettivi smorzamenti seguono lo stesso comportamento
- Nel caso $\Lambda = 5^\circ$, è il modo 2 a raggiungere per primo le condizioni di flutter. Il suo smorzamento diventa positivo ad una $V_F \approx 35,4190$ m/s ed in corrispondenza di questo valore modo 2 e modo 3 vanno in coalescenza.
- Nel caso $\Lambda = 15^\circ$, infine, è nuovamente il modo 2 ad entrare per primo in flutter, ad una $V_F \approx 32,8123$ m/s. Esso però si unisce, a differenza dei casi precedenti in cui si coalesce con il modo 3, al modo 1 a creare un nuovo modo di vibrazione. Anche i rispettivi smorzamenti si accoppiano a formare lo smorzamento del nuovo modo di vibrare.

2) Dopo aver scelto il modello strutturale, andiamo a calcolare le condizioni di flutter al variare dell'angolo di orientamento delle fibre. I casi da analizzare sono: $\theta = -60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$.

Si sono ottenuti i risultati riportati in **Tabella 5.7**:

$$\Lambda = -20^\circ$$

$\theta [^\circ]$	$V_F [m/s]$	$f_f [Hz]$
-60	13,5452	1,4467
-30	22,2532	1,8437
0	29,8427	1,9486
30	16,7236	1,5976
60	22,7210	2,1212

Tabella 5.7: condizioni di flutter al variare dell'angolo di laminazione

Gli andamenti della velocità e della frequenza di flutter al variare dell'angolo di laminazione sono rappresentati rispettivamente nel **Grafico 5.16** e nel **Grafico 5.17**:

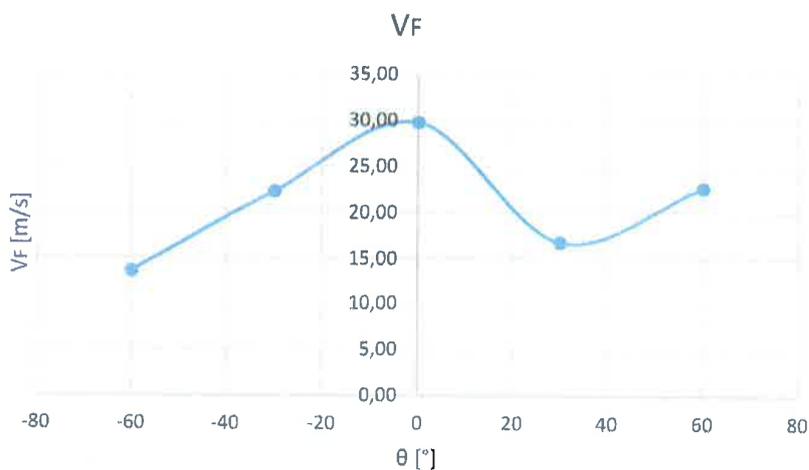


Grafico 5.16: andamento della velocità di flutter al variare dell'angolo di laminazione

3) Si sono scelti come casi rappresentativi quelli con angolo di laminazione $\theta = -60^\circ, 0^\circ, 30^\circ$. Di questi si sono rappresentati gli andamenti di smorzamenti e frequenze dei primi tre modi al variare della velocità (da **Grafico 5.18** a **Grafico 5.23**):

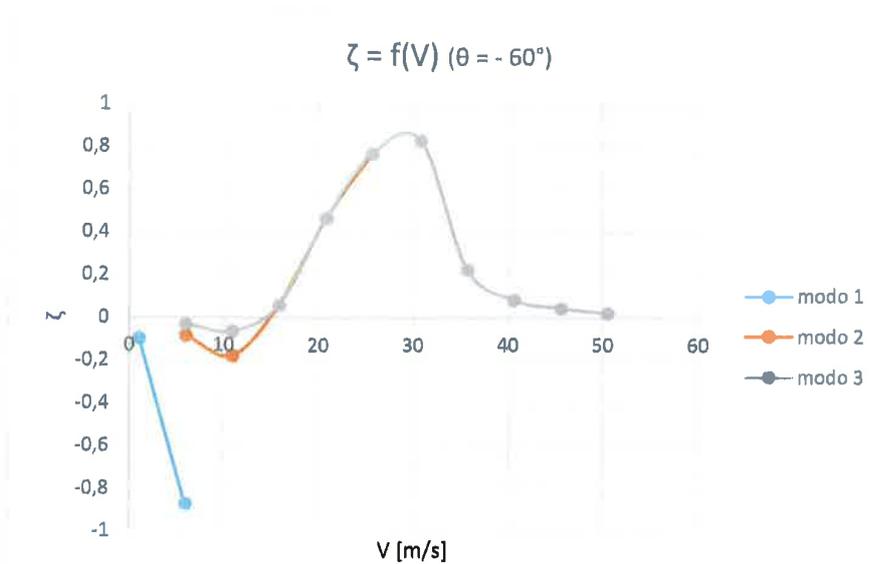


Grafico 5.18: andamento dello smorzamento con angolo di laminazione $\theta = -60^\circ$

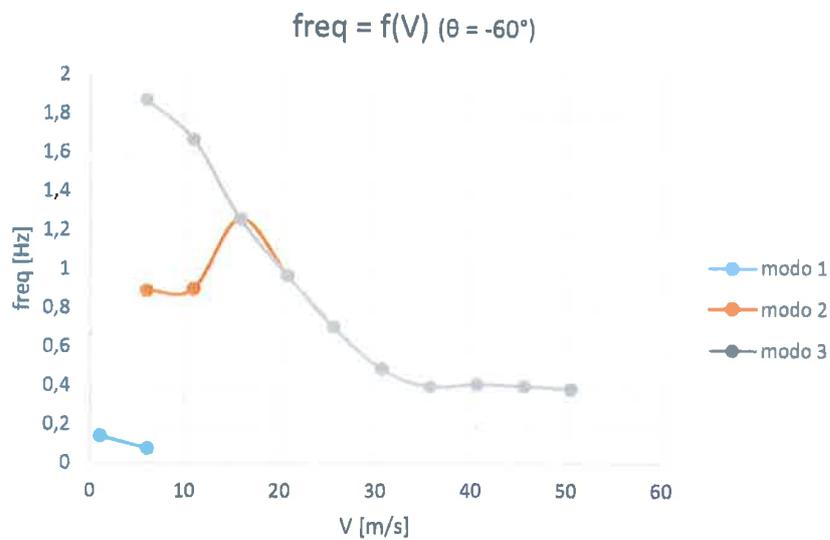


Grafico 5.19: andamento della frequenza con angolo di laminazione $\theta = -60^\circ$

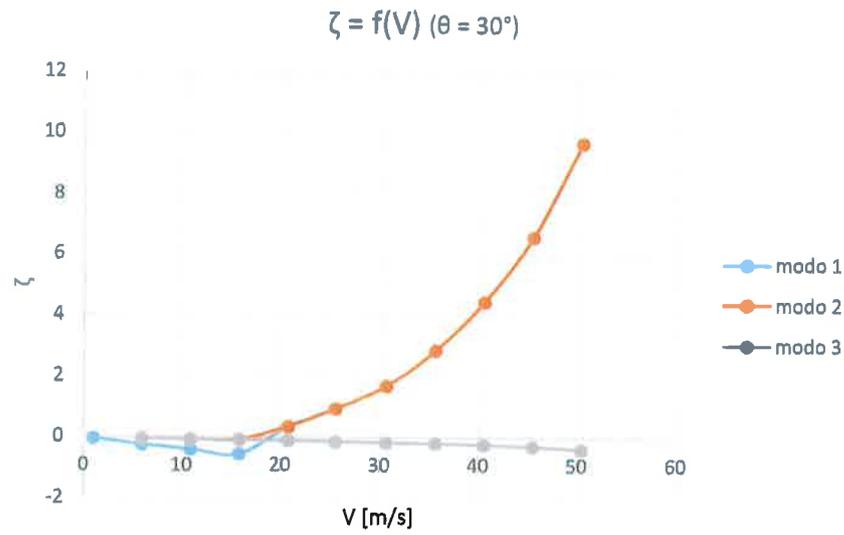


Grafico 5.22: andamento dello smorzamento con angolo di laminazione $\theta = 30^\circ$

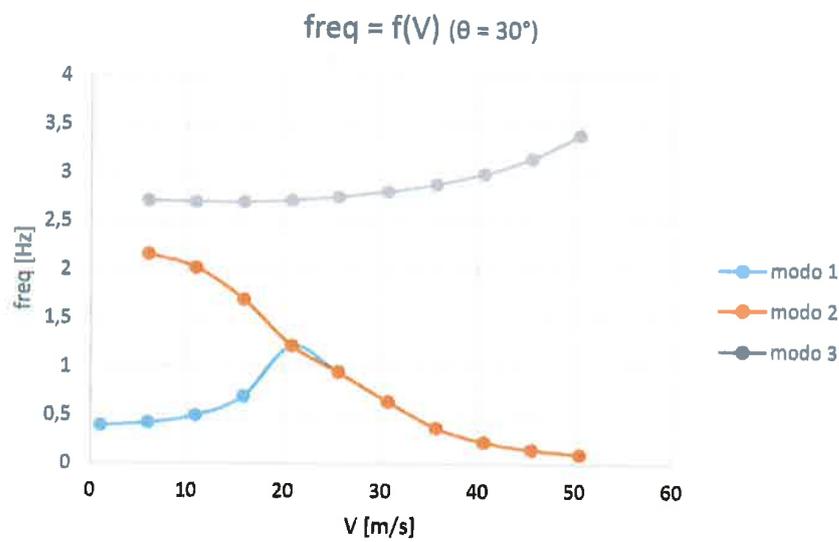


Grafico 5.23: andamento della frequenza con angolo di laminazione $\theta = 30^\circ$