



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1891A -

ANNO: 2016

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Casari Silvia

MATERIA: Elettronica (Appunti + temi esame) - Prof. Pirola

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# Elettronica

Maurizio MARTINA

(DET) 4205

maurizio.martina@polito.it

CONSULENZA

lunedì 15-17

Beccari Circ. Elettrici lineari - ANALISI DEL COMPORTAMENTO DINAMICO Clut

Jaeger Microelettronica

Graziano Zamboni Introd. all'analisi dei sistemi elettronici

ESAME

Prova scritta SINGOLA O DOPPIA (esercizi anche sui laboratori)

DOPPIA → una di seguito all'altra

la prima dev'essere di minimo 15/30 per potere fare la seconda

Prova orale obbligatoria tra 15 e 18

$$R_1 = \min \{R_1, R_2\}$$

$R_1$  e  $R_2$  sono in PARALLELO

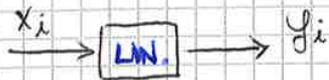
$$R_{TOT} = R_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \leq 1$$

$\Rightarrow$  per forza  $R_{TOT}$  sarà uguale o minore della resistenza più piccola

5 marzo 2015

## PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Si può applicare SOLO SE il circuito è LINEARE

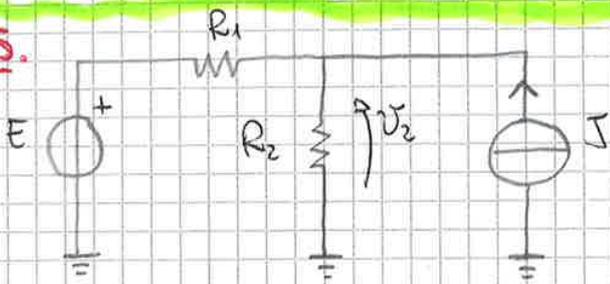


Metodo di analisi,  
NON di laboratorio

$$\sum_i a_i x_i$$

$$\sum_i a_i y_i$$

es.

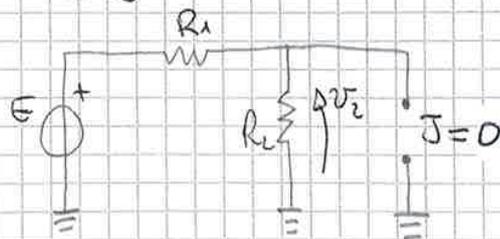


$$v_2 = v_2|_E + v_2|_J$$

$v_2$  dovuta ad E                   $v_2$  dovuta a J

Analizzo il circuito COME SE avessi spento il generatore.

•  $v_2|_E$

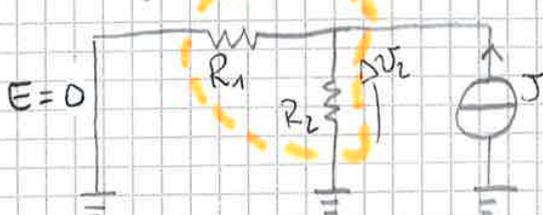


PARTITORE TENSIONE

$$v_2|_E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$

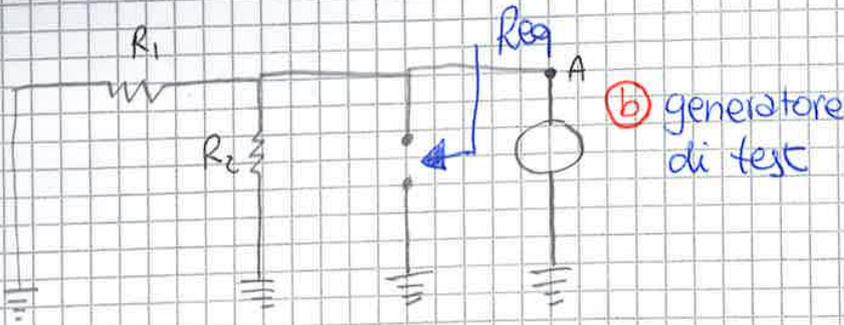
•  $v_2|_J$

sono in parallelo



$$v_2|_J = J \cdot (R_1 \parallel R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot J$$

$$v_2 = v_2|_E + v_2|_J = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot J$$



Se il generatore di test è

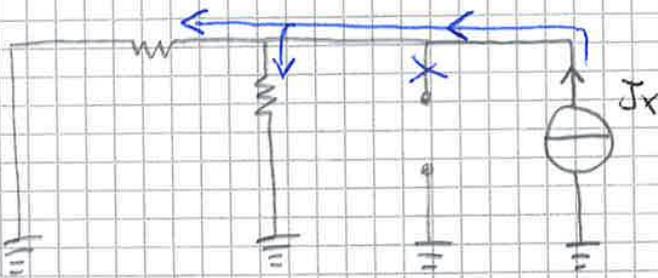
→ DI CORRENTE (preferibile)

$$V_A = f(R_1, R_2, J_x)$$

$$f'(R_1, R_2) \cdot J_x$$

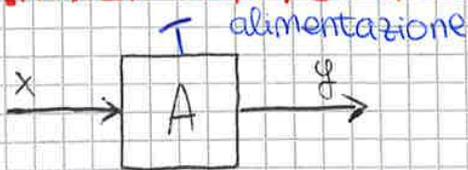
→ DI TENSIONE

$$I_y = g(R_1, R_2) v_x$$

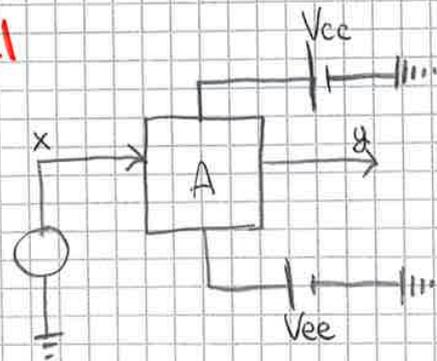


$$v_A = (R_1 || R_2) \cdot J_x$$

## AMPLIFICATORI OPERAZIONALI



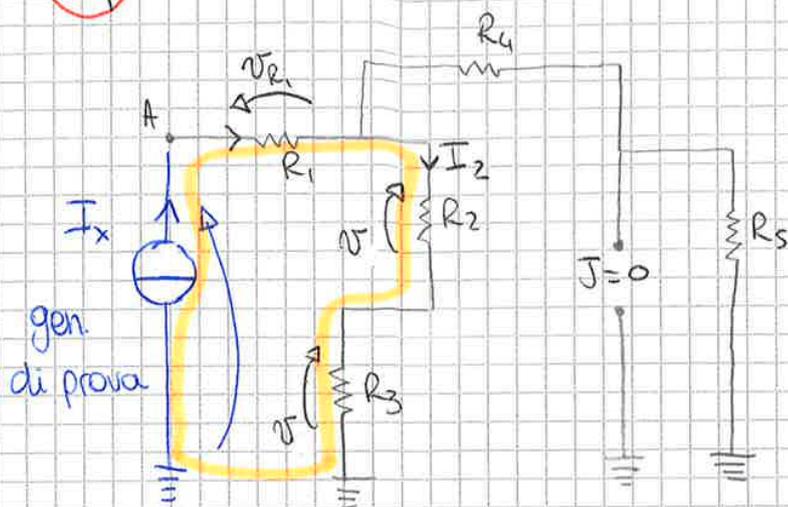
$$\left| \frac{y}{x} \right| > 1$$



alimentazione → fornisce energia,  
per questo in uscita  
ho un'energia maggiore

$$E_{eq} = V_A = \frac{R_5 (R_2 + R_3)}{R_4 + R_2 + R_3 + R_5} \cdot J$$

• Req



$$R_{eq} = \frac{V_A}{I_x}$$

$$(R_2 + R_3) \parallel (R_4 + R_5)$$

$V_A$  ?

$$V_A - V_{R_1} - V_{R_2} - V_{R_3} = 0 \Rightarrow V_A = V_{R_2} + V_{R_1} + V_{R_3} = R_1 \cdot I_x + (R_2 + R_3) I_2$$

$$V_A = R_1 I_x + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} I_2$$

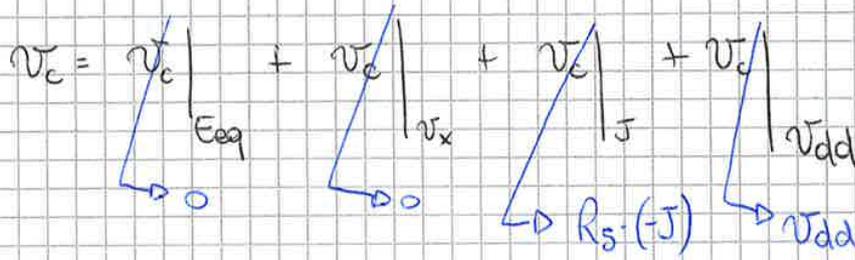
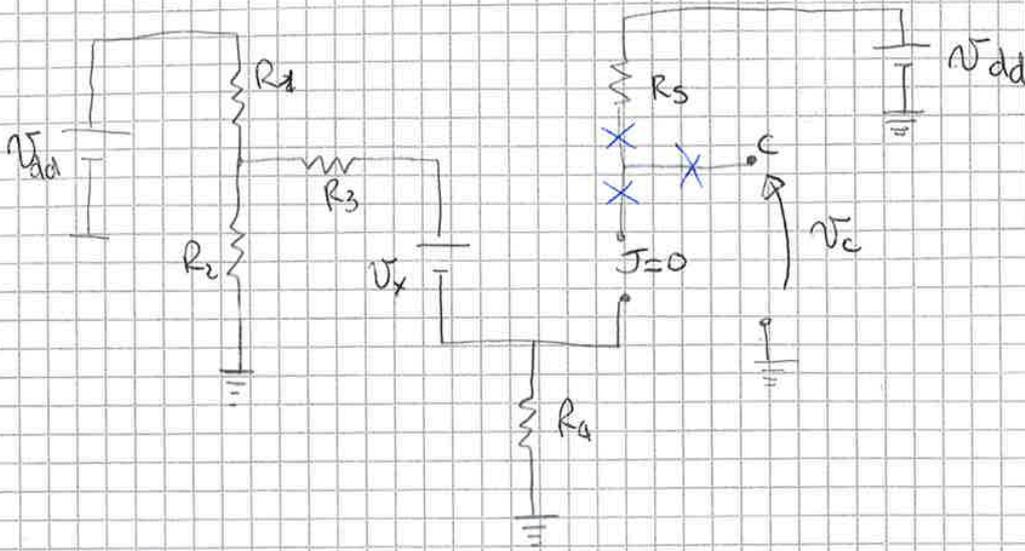
$$I_2 = I_x \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

$$R_{eq} = \frac{V_A}{I_x} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

9 marzo 2015

... esercizio 2 - CONTINUAZIONE

### 3) Equivalente Thevenin al nodo C



$$V_c = V_{dd} - R_5 \cdot J$$

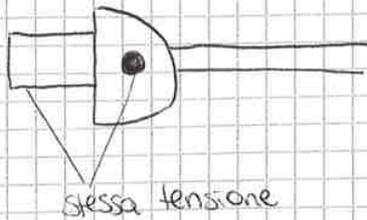
### ANALISI della sperimentazione di laboratorio

ALIMENTATORE → oggetto che genera **TENSIONI/CORRENTI COSTANTI**

Una boccia collegata a un potenziometro permette di impostare il livello di tensione/corrente desiderato visualizzato poi su un display

**OUTPUT** → tasto che dà il via alla tensione/corrente desiderata che impongo

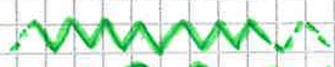
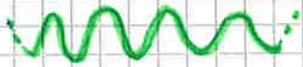
Vi sono due boccie +/- attraverso le quali si genera la tensione (differenza di potenziale)



GENERATORE DI SEGNALI → strumento che permette di imporre una TENSIONE NON COSTANTE

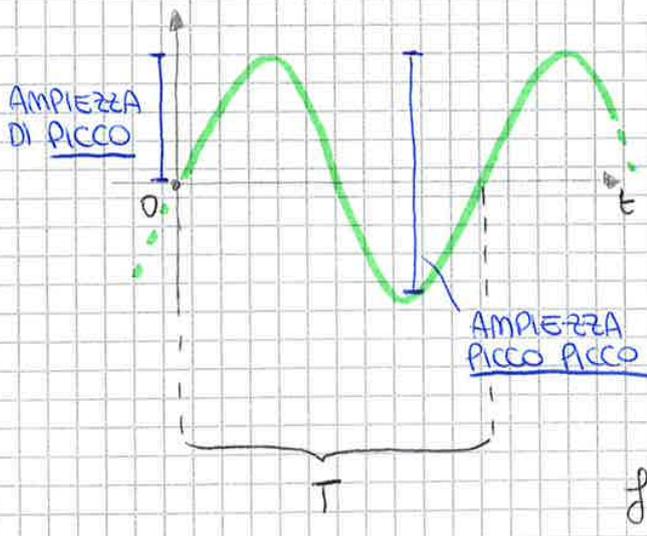
Ce ne sono di diversi tipi, ma tutti hanno delle caratteristiche comuni:

① tipo di segnale

- a) ONDA QUADRA Segnale a 2 livelli: basso o alto. 
- b) ONDA TRIANGOLARE 
- c) SEGNALE SINUSOIDALE 

OUTPUT per far uscire realmente il segnale impostato

② Parametri



- a) AMPIEZZA
- b) PERIODO (o FREQUENZA)
- c) OFFSET → regola la traslazione verticale (lungo l'asse y)  
È una tensione (traslata su o giù) perciò si esprime in Volt

## Resistenza

↳ ANELLINO DORATO → TOLLERANZA

Ad ogni colore corrisponde un numero (ricavabili da una tabella)

39 · 10 <sup>④</sup> - arancione → esponente

Il VOLTMETRO potrebbe darci la misura di picco o la misura picco picco o il VALORE EFFICACE, o un altro valore dato dal prodotto fra un parametro e il valore efficace.

## VALORE EFFICACE

↳ valore di tensione costante che dovrei mettere per avere la stessa potenza

Se la TENSIONE NON è costante

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

x(t) periodica  
↳ spesso sinusoidali

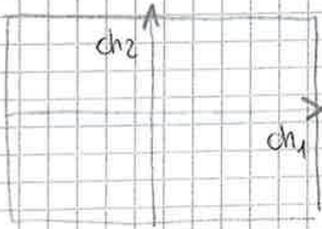
$$x(t) = \underbrace{V_{max}}_{\substack{\text{AMPIEZZA} \\ \text{di picco}}} \text{Sen}(t)$$

$$V_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T V_{max}^2 \text{sen}^2(t) dt = \frac{V_{max}^2}{2}$$

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

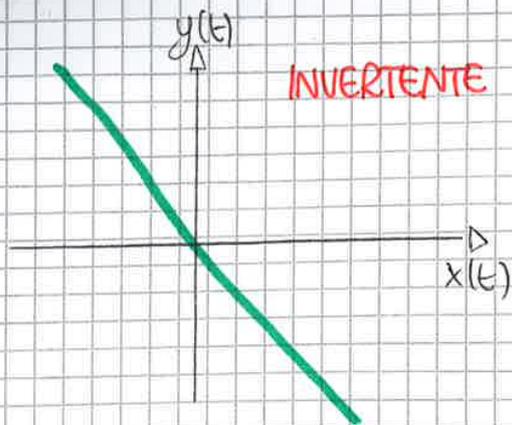
VALE SOLO per segnali sinusoidali  
x(t) = sin(...)

Modalità XY → utile per studiare amplificatori lineari



Come fa a visualizzare il segnale?

Generalmente scorre. Noi sincronizziamo il segnale con livello di refresh?



AMPLIFICA ma scambia la fase del segnale in ingresso

- se ho un max in ingresso ho un min in uscita
- se ho un min in ingresso ho un max in uscita

## AMPLIFICATORI

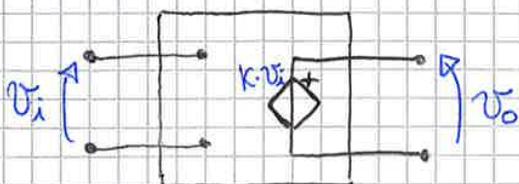
X	Y	
V	V	TENSIONE
I	I	CORRENTE
I	V	TRANS-IMPEDENZA
V	I	TRANS-AMMETTENZA

## → DOPPIO BIPOLIO



- 2 morsetti in ingresso <sup>PORTA</sup>
- 2 morsetti in uscita <sup>PORTA</sup>

deve garantire che  $v_o = k \cdot v_i$      $|k| > 1$



Il gen. di segnali e l'utilizzatore non li posso modificare.  
 Ciò che posso modificare è l'AMPLIFICATORE: scelgo al meglio i parametri.

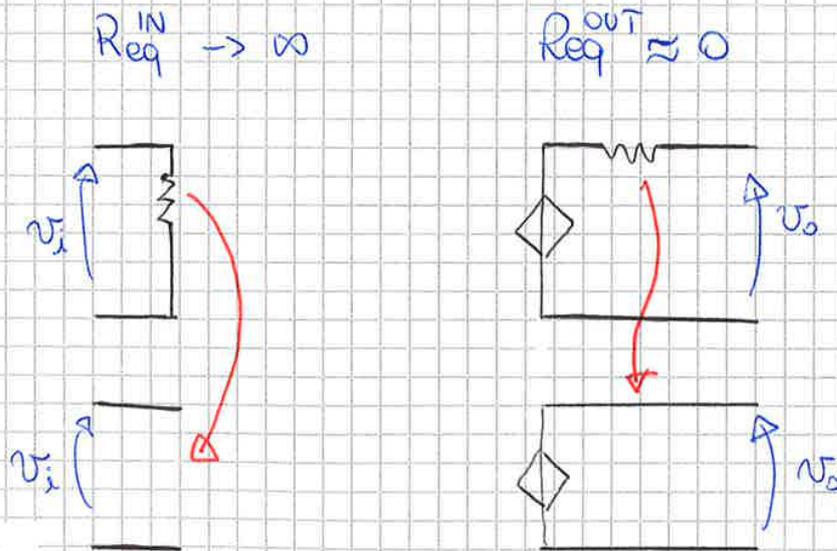
lo scelgo con una R in uscita MOLTO PICCOLA, al limite NULLA

$$v_o = \frac{R_L}{R_L + R_{eq}^{out}} \cdot A_{ov} \cdot \frac{R_{eq}^{in}}{R_{eq}^{in} + R_s} \cdot v_s$$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 $R_{eq}^{out}$   $R_{eq}^{in}$   
 PICCOLA GRANDE  
 $\approx 0$   $\rightarrow \infty$

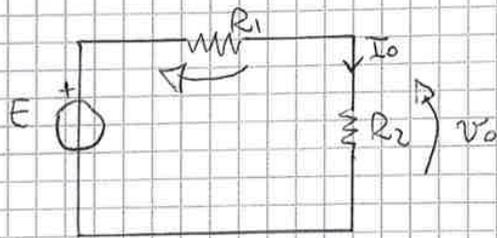
**AMPLIFICATORE DI TENSIONE IDEALE**

13 marzo 2015



# Se volessimo massimizzare la potenza?

Consideriamo  $R_2$  variabile



$$E - R_1 I_0 - R_2 I_0 = 0$$

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$P = v_0 I_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E \cdot \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot E^2$$

ricordiamoci che  $R_2$  è variabile...

...Derivo rispetto a  $R_2$  e impongo = 0.

$$\frac{\partial P_0}{\partial R_2} = \frac{(R_1 + R_2)^2 - R_2 \cdot 2(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)^4} \cdot E^2 = 0$$

Perché valga zero lavoro sul numeratore

$$(R_1 + R_2)^2 - R_2 \cdot 2(R_1 + R_2) = 0$$

$$(R_1 + R_2) \cdot [(R_1 + R_2) - 2R_2] = 0$$

$$(R_1 + R_2) \cdot [R_1 + R_2 - 2R_2] = 0$$

$$(R_1 + R_2) \cdot [R_1 - R_2] = 0$$

$$R_2 = R_1$$

La potenza è massima quando  $R_2 = R_1$

CONDIZIONE DI ADATTAMENTO

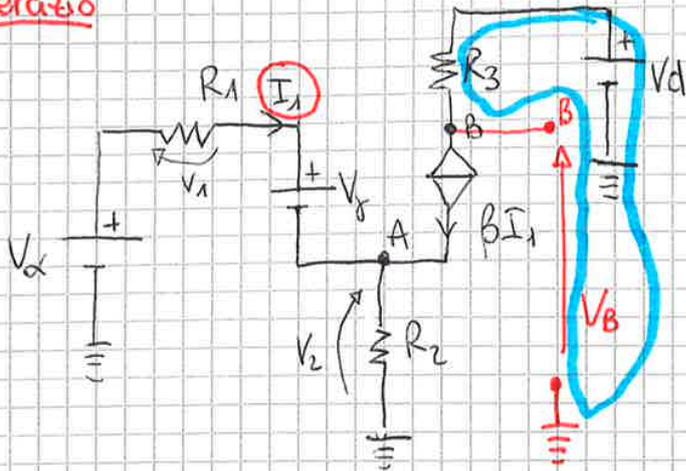
$$P_0 = \frac{R_1}{(R_1 + R_1)} E^2 = \frac{R_1}{4R_1} E^2 = \frac{E^2}{4R_1} \rightarrow \text{POTENZA DISPONIBILE}$$

$$P_0 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} E^2 = \frac{R_2 \cdot 4R_1}{4R_1 (R_1 + R_2)^2} E^2 = \frac{4R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \frac{E^2}{4R_1} = \frac{4 \frac{R_2}{R_1}}{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + 2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot \frac{E^2}{4R_1}$$

Pois

19 Marzo 2015

Esercizio



$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$      $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$   
 $R_3 = 2,2 \text{ k}\Omega$   
 $\beta = 100$      $V_x = 2 \text{ V}$   
 $V_y = 0,6 \text{ V}$      $V_b = ?$   
 $V_d = 12 \text{ V}$

• Metodo del pilota

↳ DETERMINO la grandezza PILOTA in funzione dei generatori INDIPENDENTI

$$I_1 = f(V_x, V_y, V_d)$$

$$I_1 = I_1|_{V_x} + I_1|_{V_y} + I_1|_{\text{gen.pil.}} + I_1|_{V_d} = \frac{V_x}{R_1+R_2} - \frac{V_y}{R_1+R_2} - \frac{R_2}{R_1+R_2} \beta I_1$$

•  $I_1|_{V_x}$      $I_1' = \frac{V_x}{R_1+R_2}$

•  $I_1|_{V_y}$      $V_1 + V_y + V_2 = 0 \Rightarrow I_1'' = -\frac{V_y}{R_1+R_2}$

•  $I_1|_{\text{g.p.}}$     Partitore corrente     $I_1''' = -\frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \beta \cdot I_1$

•  $I_1|_{V_d}$      $I_1'''' = 0$

$$\Rightarrow I_1 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1+R_2} \beta\right) = \frac{V_x - V_y}{R_1+R_2} \Rightarrow I_1 (R_1+R_2 + R_2 \beta) = V_x - V_y$$

$$I_1 = \frac{V_x - V_y}{R_1 + R_2 + R_2 \beta}$$

$$v_2'' = R_2 i_2 = -R_2 \frac{R_1 \parallel (R_2 + R_3)}{R_5 + [R_1 \parallel (R_2 + R_3)]} v_5$$

$$v_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{R_1 \parallel (R_2 + R_3)}{R_5 + [R_1 \parallel (R_2 + R_3)]} v_5 - \frac{g_m R_2 R_3}{R_3 + [R_2 + (R_1 \parallel R_2)]} v_2$$

$$v_2 \left( 1 + \frac{g_m R_2 R_3}{R_3 + [R_2 + (R_1 \parallel R_2)]} \right) = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{R_1 \parallel (R_2 + R_3)}{R_5 + [R_1 \parallel (R_2 + R_3)]} v_5$$

$$v_2 = \frac{R_3 + [R_2 + (R_1 \parallel R_2)]}{R_3 + [R_2 + (R_1 \parallel R_2)] + g_m R_2 R_3} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 \parallel (R_2 + R_3)}{R_5 + [R_1 \parallel (R_2 + R_3)]} v_5$$

$$A_{v1} = \frac{v_0'}{v_5} \quad v_0' = f(v_5)$$

$$v_0' = R_4 i_4 = -g_m R_4 v_2$$

$$A'' v = \frac{v_0''}{v_5} \quad v_0'' = f(v_5)$$

$$\begin{aligned} v_0'' &= i_3 R_3 = R_3 \left( \frac{v_2}{R_2} + g_m v_2 \right) = \\ &= R_3 \left( \frac{1}{R_2} + g_m \right) v_2 \end{aligned}$$

### • Analisi diretta

$$A_{v1} = \frac{v_0'}{v_5} \quad v_0' = f(v_5)$$

$$v_0' = -g_m R_4 v_2$$

$$i_3 = \frac{v_2}{R_2} + g_m v_2$$

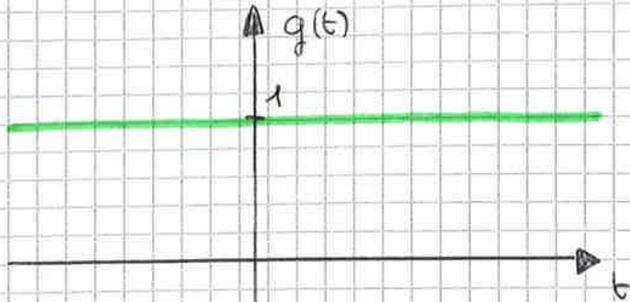
$$v_0'' = R_3 i_3$$

$$v_A = v_2 + v_0'' = v_2 + R_3 \left( \frac{v_2}{R_2} + g_m v_2 \right)$$

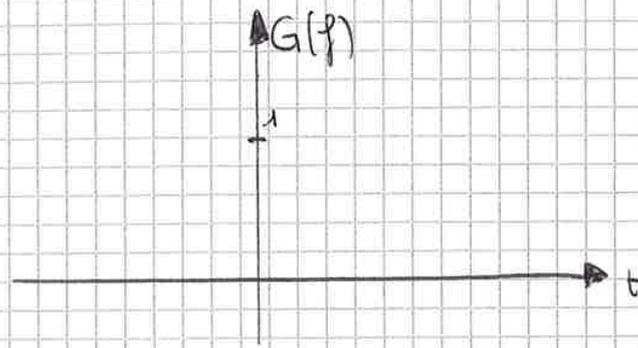
$$i_5 = \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_A}{R_1}$$

$$v_5 = R_5 i_5 + v_A = R_5 \left( \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_A}{R_1} \right) + v_A =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft} dt = \delta(f)$$



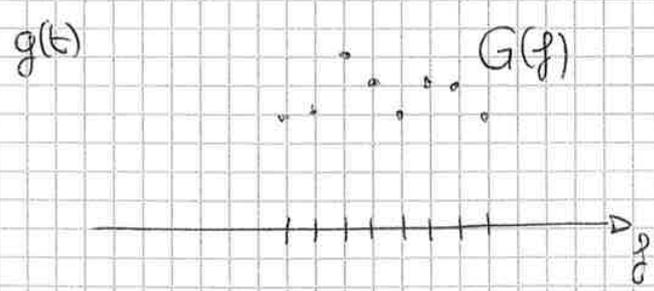
$$g(t) = 1$$



$$G(f) = \delta(t)$$

↳ Segnale costante, non varia nell'unità di tempo  
 => la velocità con cui varia nel tempo è NULLA

CONTINUA → segnale **COSTANTE** CONTINUO a FREQUENZA NULLA



Il risultato della trasformata mi dice qual è il **contributo** in frequenza contenuto in un segnale (frequenza per frequenza)

base

Nuova BASE più utile per rappresentare i segnali:

$$e^{st}$$

$$s = \sigma + j\underbrace{\omega}_{2\pi f}$$

se  $\sigma = 0$

ho nuovamente  $e^{j2\pi ft}$  (Fourier)

Dato il segnale  $g(t)$ :

$$g(t) \xrightarrow[\text{unilatera}]{\mathcal{L}} G(s) = \int_0^{+\infty} g(t) e^{-st} dt \quad \text{TRASFORMATA DI LAPLACE}$$

Non tutti i segnali sono trasformabili secondo Fourier, perciò useremo Laplace

$s \rightarrow$  variabile indipendente  $\in \mathbb{C}$

$G(s) \rightarrow$  in generale  $\in \mathbb{C}$

### ANTITRASFORMATA SECONDO LAPLACE

$$G(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \underline{G(s)} e^{st} \underline{ds} \quad \left. \begin{matrix} ds \\ G(s) \end{matrix} \right\} \text{Complessi}$$

$\ll$  troppo complicata  $\Rightarrow$  NON si calcola

### Proprietà:

- LINEARITÀ

Usiamo la trasformata per segnali ricavati dai circuiti (tensioni e/o correnti).

$\ll$  In elettronica  $G(s)$  può essere SOLO una funzione RAZIONALE ovvero una funzione del tipo

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Vediamo cosa succede se applichiamo la trasformata di Laplace alle relazioni costitutive che caratterizzano induttore e condensatore:

$$v(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) \quad \square \quad V(s) = L \cdot s \cdot I(s)$$

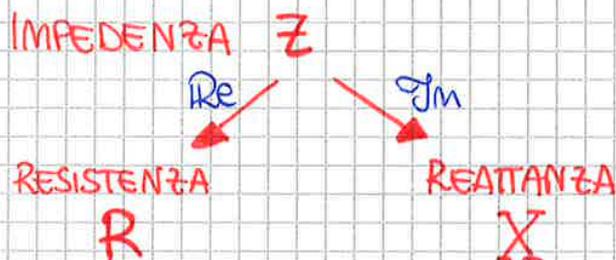
$$i(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} I(s) \quad \triangle \quad I(s) = C \cdot s \cdot V(s)$$

da integro-differenziale  
ad algebrico

□ divido ambo i membri per  $I(s)$

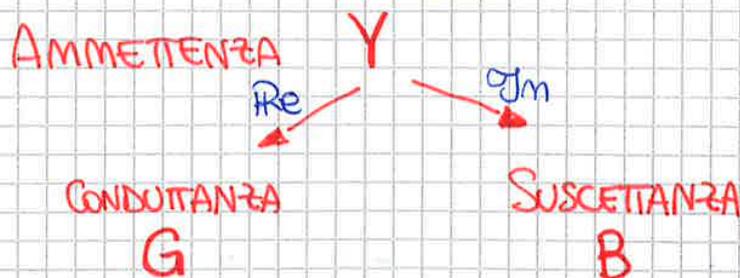
$$\frac{V(s)}{I(s)} = L \cdot s = L \cdot (\sigma + j\omega)$$

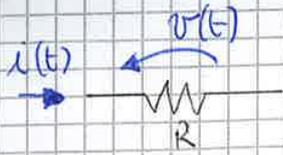
Puramente reale, puramente immaginario o complesso



△ divido ambo i membri per  $V(s)$

$$\frac{I(s)}{V(s)} = C \cdot s = C \cdot (\sigma + j\omega)$$

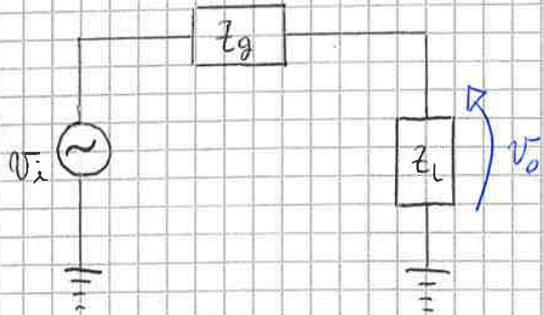




$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$\Downarrow \mathcal{L}$$

$$v(s) = R \cdot I(s)$$



$z_g, z_L \rightarrow$  impedenze

$$v_o = \frac{z_L}{z_g + z_L} v_i$$

$$i = \frac{v_i}{z_g + z_L}$$

$$|v_o| = \frac{|z_L|}{|z_g + z_L|} |v_i|$$

Ogni elemento  $z_i$  è della forma

$$z_i = R_i + jX_i \quad |z_i| = \sqrt{R_i^2 + X_i^2}$$

**PARTITORE**

$$|v_o| = \frac{\sqrt{R_L^2 + X_L^2} \cdot |v_i|}{|R_g + jX_g + R_L + jX_L|} = \frac{\sqrt{R_L^2 + X_L^2} |v_i|}{|(R_g + R_L) + j(X_g + X_L)|}$$

$$= \frac{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_g + R_L)^2 + (X_g + X_L)^2}} |v_i|$$

CORRETTA MA POCO INFORMATIVA

$$\frac{z_L}{z_g} = \frac{R_L}{R_g} = \frac{X_L}{X_g}$$

$$= \frac{|z_L|}{\sqrt{R_g^2 + R_L^2 + 2R_gR_L + X_g^2 + X_L^2 + 2X_gX_L}} |v_i| = \frac{|z_L| |v_i|}{\sqrt{|z_g|^2 + |z_L|^2 + 2(R_gR_L + X_gX_L)}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{|z_g|^2 + |z_L|^2 + 2(R_gR_L + X_gX_L)}{|z_L|^2}}} |v_i| =$$

**MASSIMIZZARE  $V_o$**

Dividendo sopra e sotto per  $sC$  otteniamo

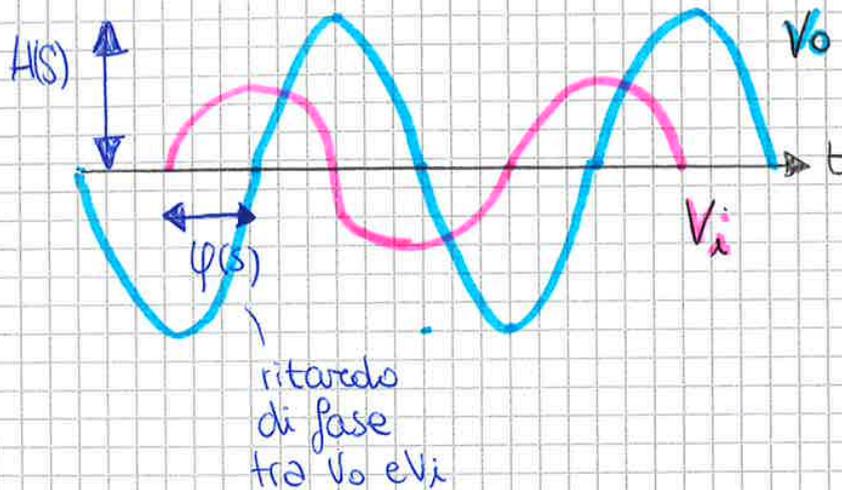
$$z_c(s) = \frac{1}{sC}$$

$$= \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sRC + 1} \rightarrow \in \mathbb{C}$$

$H(s)$  è una funzione complessa

$|H(s)|$  → dice quanto  $V_o$  è più o meno ampia di  $V_i$

$\angle H(s)$  → descrive la differenza di fase tra  $V_o$  e  $V_i$



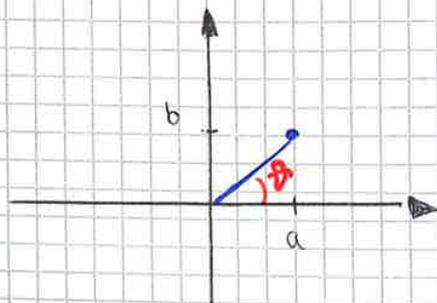
$$H(s) = \frac{1}{sRC + 1}$$

$$\sigma = 0$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$H(f) = \frac{1}{j2\pi fRC + 1}$$

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2}}$$



$$C = a + jb$$

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j\theta}$$

$$\theta = \arctg \frac{b}{a}$$

$$\angle H(f) = \angle \frac{1}{j2\pi fRC + 1} = \angle 1 - \angle (1 + j2\pi fRC) = 0 - \arctg \frac{2\pi fRC}{1}$$

$$20 \log_{10} |H(s)| = 20 \log_{10} \left| K \cdot \frac{(s-z_1)^{n_1} (s-z_2)^{n_2} \dots (s-z_m)^{n_m}}{(s-p_1)^{m_1} (s-p_2)^{m_2} \dots (s-p_n)^{m_n}} \right|$$

$$= 20 \log_{10} |K| + \sum_i 20 \log_{10} |(s-z_i)|^{n_i} - \sum_j m_j 20 \log_{10} |(s-p_j)|$$

NON lo consideriamo perché è costante  
 zeri o poli  
 contributo NOMINATORE (+) ZERI  
 contributo DENOMINATORE (-) POLI

$$20 \log_{10} |s - x_i|$$

Il problema si riduce a studiare la funzione  $20 \log_{10} |s - x_i|$

$$s = \sigma + j\omega \xrightarrow{\sigma=0} 20 \log_{10} |j2\pi f - x_i|$$



### $x_i$ REALE

$$20 \log_{10} |j2\pi f - x_i| = 20 \log_{10} (x_i^2 + 4\pi^2 f^2)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 10 \log_{10} (x_i^2 + 4\pi^2 f^2) = 10 \log_{10} \left[ x_i^2 \left( 1 + \frac{4\pi^2 f^2}{x_i^2} \right) \right] =$$

$$= \cancel{10 \log_{10} x_i^2} + 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{4\pi^2 f^2}{x_i^2} \right)$$

$\omega = 2\pi f$   
 $\omega^2 = 4\pi^2 f^2$

$$= 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{\omega^2}{x_i^2} \right)$$

è un numero  $\Rightarrow$  NON INTERESSANTE

$$\frac{|\omega|}{|x_i|} \ll 1$$

$$|\omega| \ll |x_i|$$

$$\frac{|\omega|}{|x_i|} \gg 1$$

$$|\omega| \gg |x_i|$$

Quando  $\omega$  si muove verso zero  $\Rightarrow$  va a zero

Quando  $\omega$  si muove verso  $\infty$   $\Rightarrow$  va a  $\infty$



27 marzo 2015

$$H(s) = k \cdot \frac{(s-z_1)^{\mu_1} (s-z_2)^{\mu_2} \dots (s-z_n)^{\mu_n}}{(s-p_1)^{\mu_{n1}} (s-p_2)^{\mu_{n2}} \dots (s-p_n)^{\mu_{nz}}}$$

$$20 \log_{10} |H(s)|$$

$$s = 0$$

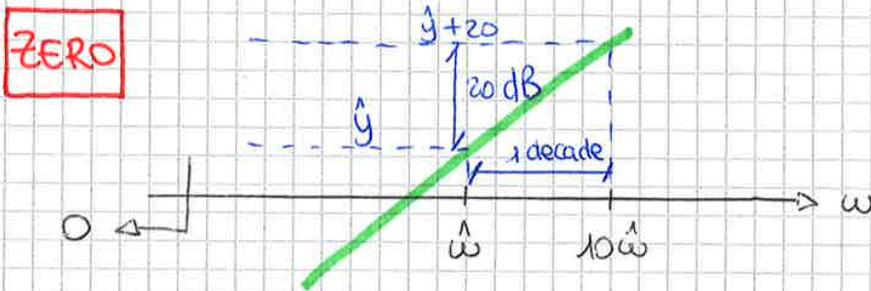
$$\angle H(s)$$

Studiamo il caso

$$20 \log_{10} |s|$$

$$s = \sigma + j\omega$$

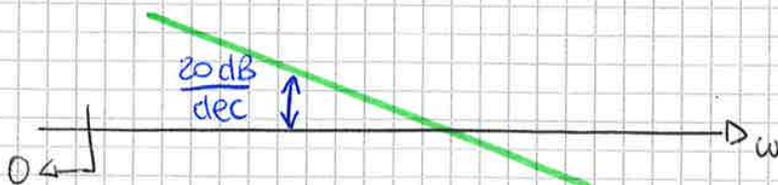
$$20 \log_{10} |j\omega| = 20 \log_{10} \omega$$



$$\hat{y} = 20 \log_{10} \hat{\omega}$$

$$\tilde{y} = 20 \log_{10} (10 \cdot \hat{\omega}) = 20 \log_{10} 10 + 20 \log_{10} \hat{\omega} = 20 + \hat{y}$$

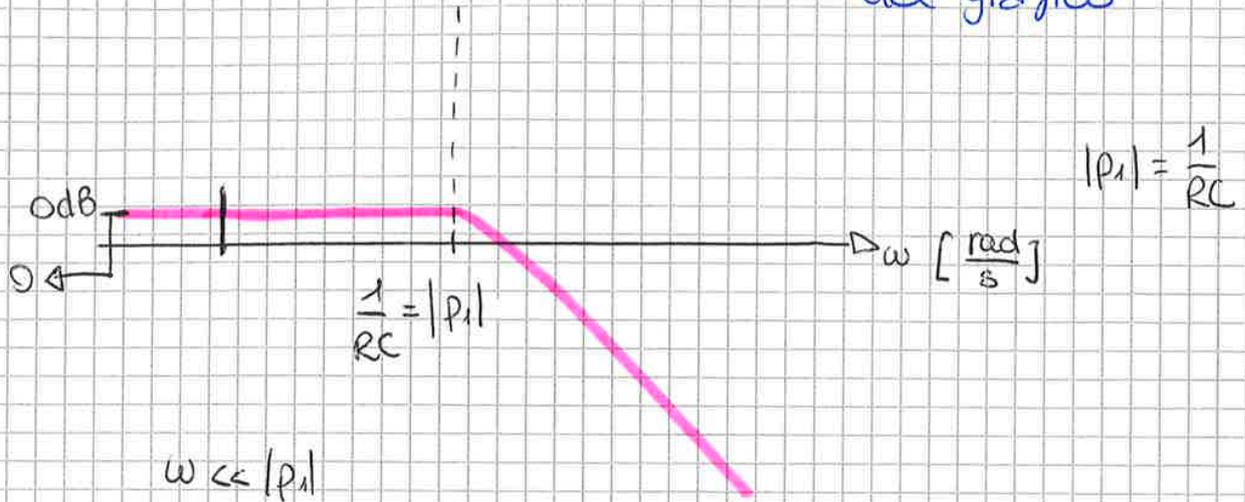
**POLO** Stesso grafico, ma con pendenza OPPOSTA



## Diagramma di Bode del Modulo

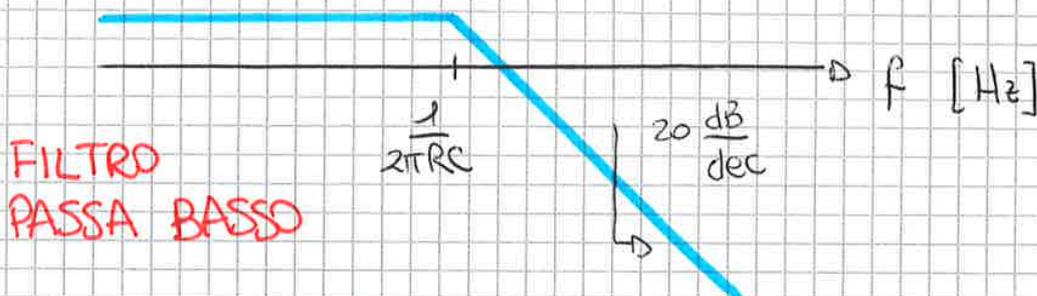
$$20 \log_{10} |H(s)|$$

Per prima cosa rintracciamo le posizioni di zeri e poli  
 In questo caso abbiamo solo un polo  $\Rightarrow$  un solo punto dove può esserci una variazione del grafico



qualunque pulsazione a sinistra di  $|p_1|$  va bene per determinare il modulo

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$



Per frequenze più basse di  $\frac{1}{2\pi RC}$  lascia passare il segnale

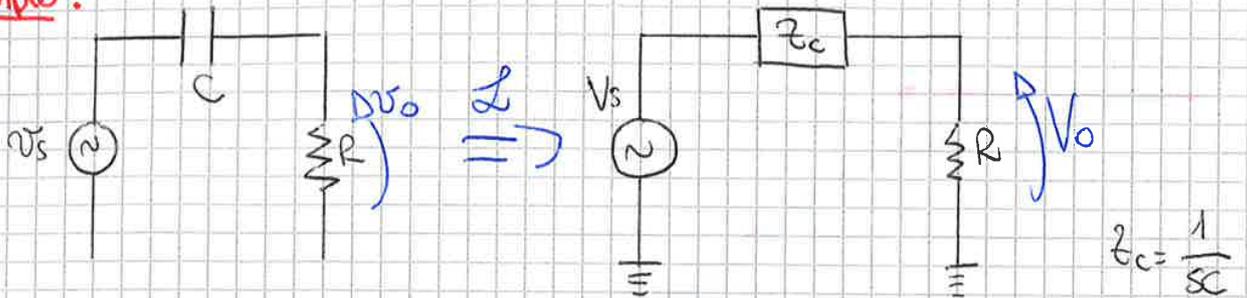
Per frequenze più alte di  $\frac{1}{2\pi RC}$  attenua il segnale

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$20 \log_{10} \left| \frac{V_o}{V_s} \right| = -3 \text{ dB} \Rightarrow \left| \frac{V_o}{V_s} \right| = 10^{-\frac{3}{20}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7$$

Sfasamento di  $-45^\circ$

Esempio:

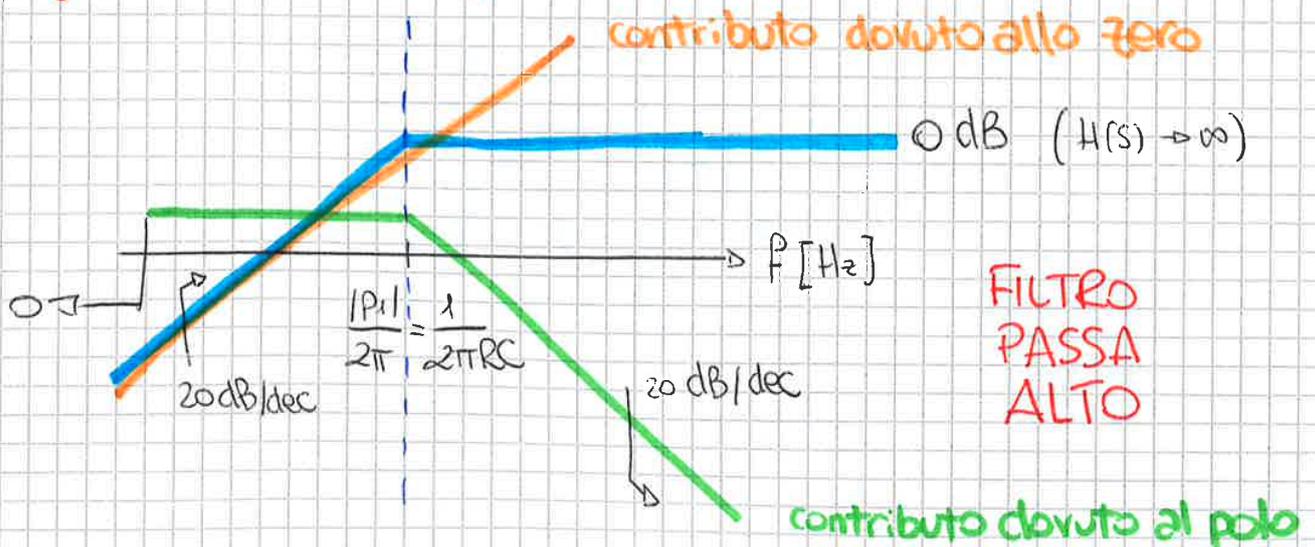


$$H(s) \triangleq \frac{V_o}{V_s} \Rightarrow V_o = \frac{R}{R+z_c} V_s \Rightarrow H(s) = \frac{R}{R+z_c}$$

$$H(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{sRC + 1} = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$z_1 = 0 \quad p_1 = -\frac{1}{RC}$$

Diagramma di Bode del Modulo

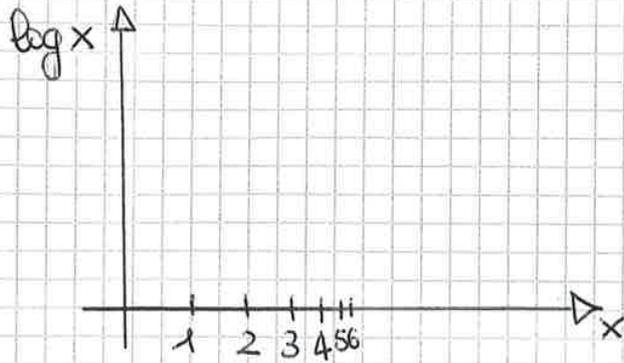


I 2 contributi sono addittivi:

zero vuole far salire di 20 dB/dec  
 polo vuole far scendere di 20 dB/dec }  $\Rightarrow$  Si annullano

13 aprile 2015

# CARTA MILLIMETRATA (LOGARITMICA) (all'esame è così)



l'intervallo si RIDUCE in larghezza

Sui quadretti:

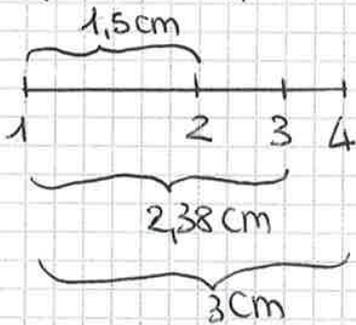
Stabilisco che la decade è ... cm

$$d \cdot \log \frac{f_2}{f_1}$$

d → quanti cm sono una decade

Per es. se una decade vale 5 cm

$$5 \cdot \log \frac{2}{1} \cong 1,5 \text{ cm}$$



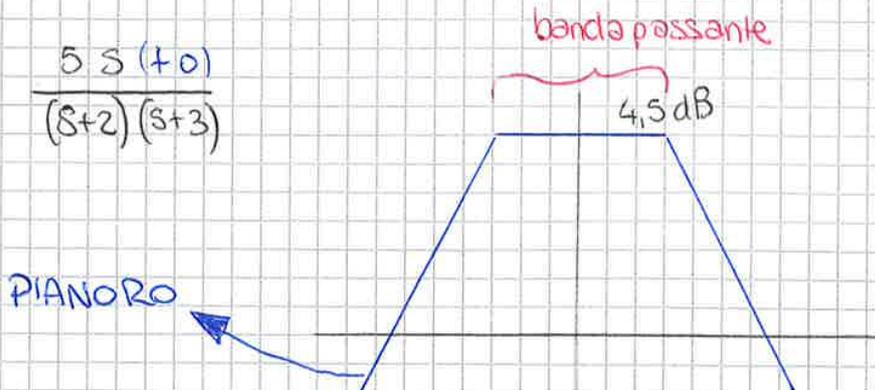
$$5 \cdot \log \frac{3}{1} \cong 2,38 \text{ cm}$$

$$5 \cdot \log \frac{4}{1} \cong 3 \text{ cm}$$

Data la funzione di funzione  $G(f(x))$  NON HO PERDITA DI INFORMAZIONE se e solo se  $G$  è MONOTONA

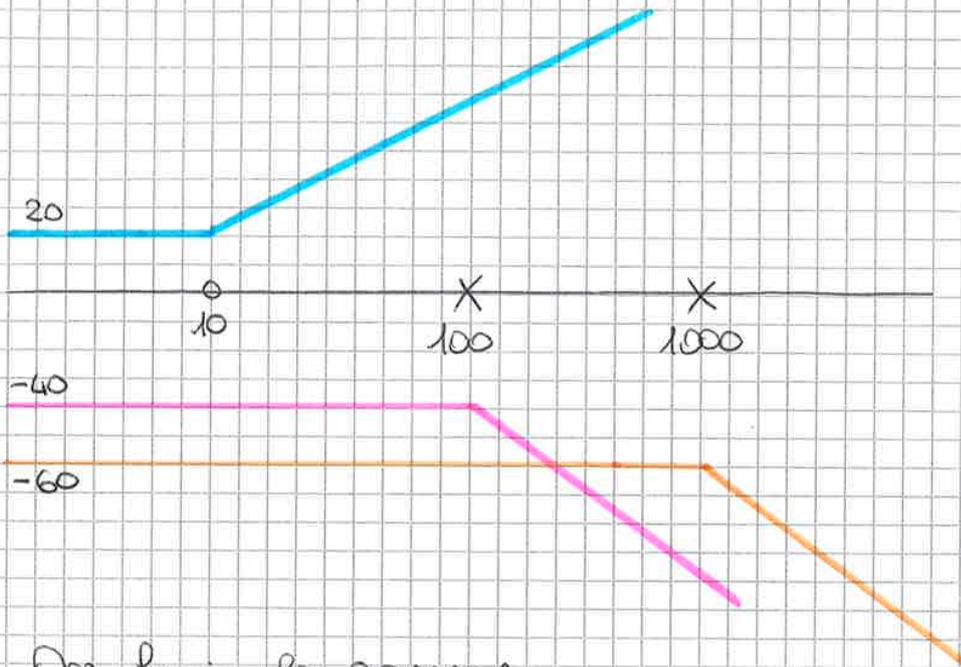
Se  $G$  è la funzione logaritmo non ho perdita di informazioni

$$\frac{5s(s+0)}{(s+2)(s+3)}$$



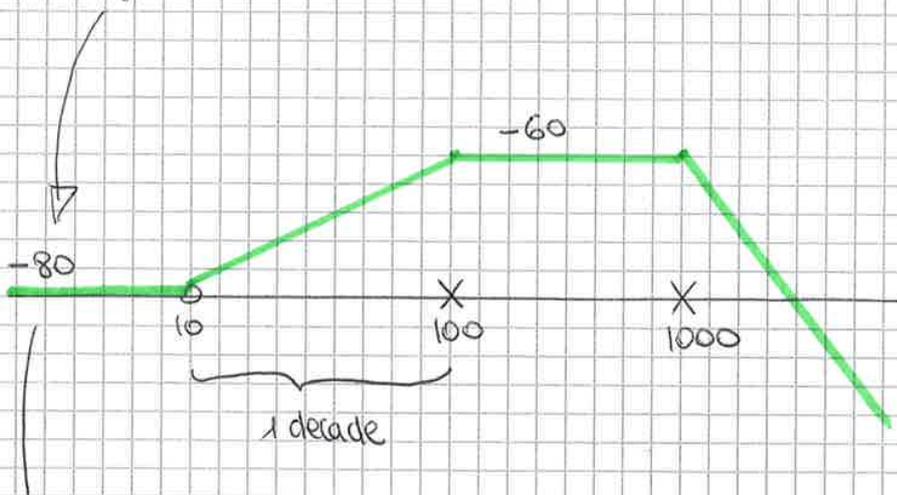
Esempio (2)

$$H(s) = \frac{(s+10)}{(s+100)(s+1000)}$$



Polo va giù con pendenza di 20 dB per decade

Ora faccio la SOMMA



basterebbe vedere il COMPORTAMENTO DI  $H(s)$  a zero, ovvero:

$$\frac{10}{100 \cdot 1000} (s \rightarrow 0)$$

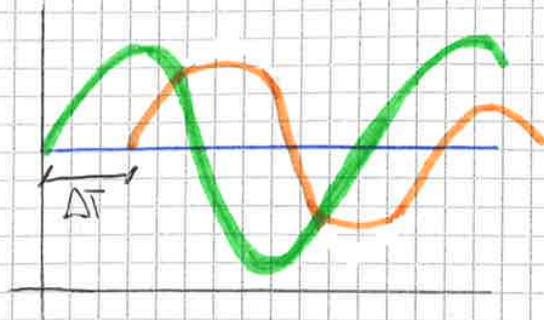
\* Ma se ho un circuito?

Studio a  $s=0 \Rightarrow$  frequenza nulla

CAPACITÀ  $\rightarrow$  C.TO APERTO

INDUTTANZA  $\rightarrow$  CORTO C.TO

L'offset è una continua  
 Il diagramma di Bode vale 0

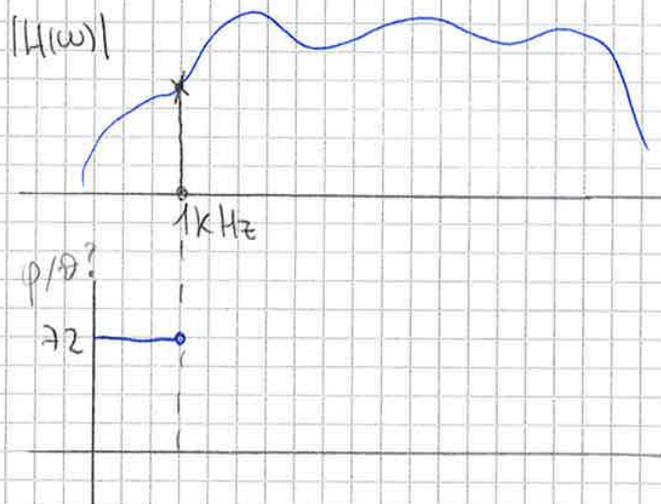


1 kHz → 1 ms  
 200 μs

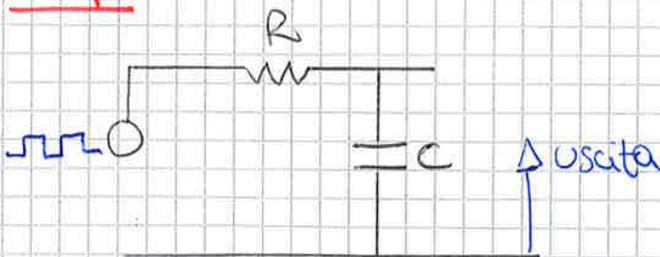
$$\Delta T : P = \varphi_x : 360^\circ$$

$$\varphi_x = \frac{\Delta T \cdot 360^\circ}{P}$$

P → periodo  
 ΔT → differenza di fase



Esempio:



C = 1 μF  
 R = 1 kΩ

partizione

$$\frac{V_a}{V_i} = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{1}{1 + RSC} = \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

polo

$$-10^3 \cdot s^{-1} = p = -\frac{1}{RC}$$

(secondi)

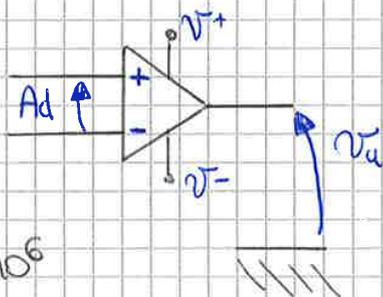
$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{T/4} \cos(n\omega_0 t) dt + \int_{T/4}^{3/4T} (-\cos(n\omega_0 t)) dt + \int_{3/4T}^T \cos(n\omega_0 t) dt \right]$$

16 aprile 2015

## 2° LABORATORIO

### AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Gli amplificatori operazionali hanno anche altri due ingressi che alimentano la tensione, collegati a un generatore d'ENERGIA TOTALE dev'essere positiva

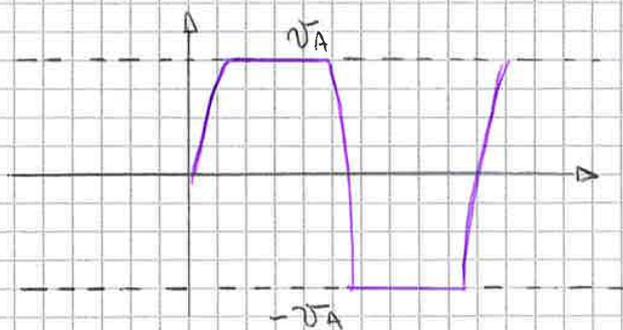


$$v_u = A d v_i$$

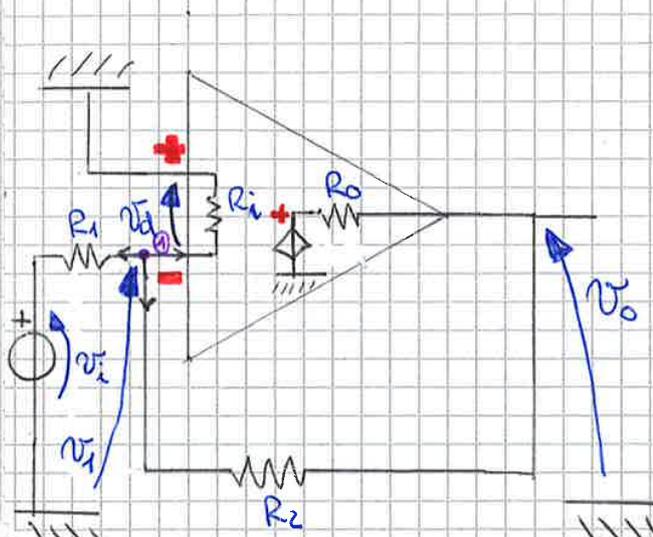
$$v_i = \frac{v_u}{A d}$$

$$A d = 10^6$$

La  $v_u$  dev'essere compresa tra i valori di  $v^-$  e  $v^+$

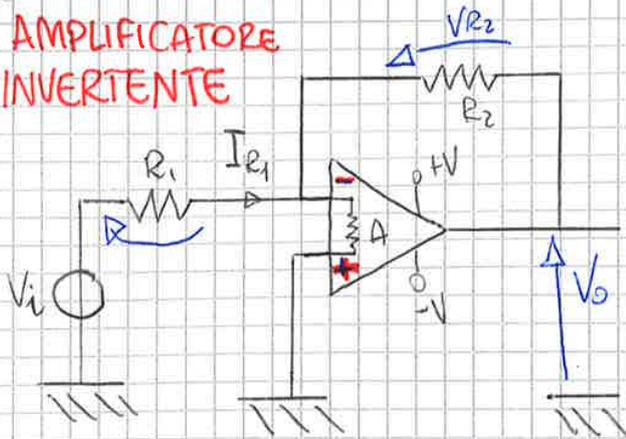


Se  $A d = 10^6$  e alimento  $v^+$  con  $+10$  o  $+15$  e  $v^-$  con  $-10$  o  $-15 \Rightarrow v_u$  NON PUÒ SUPERARE  $-15/+15$  o  $-10/+10$



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{v_i - v_i}{R_1} + \frac{v_i - v_o}{R_2} + \frac{v_i}{R_1} &= \phi \\ v_i + v_d &= \phi \text{ perché sono entrambi collegati a massa} \\ \frac{v_o - A d v}{R_o} + \frac{v_o - v_i}{R_2} &= 0 \end{aligned} \right.$$

## AMPLIFICATORE INVERTENTE



$$I_{R_1} = \frac{V_i}{R_1}$$

l'amplificatore deve guadagnare tanto. |

$$V_{R_2} = I_{R_1} R_2 = \frac{V_i}{R_1} R_2$$

imposto dalle resistenze esterne, non da A

$$V_o + V_{R_2} = 0$$

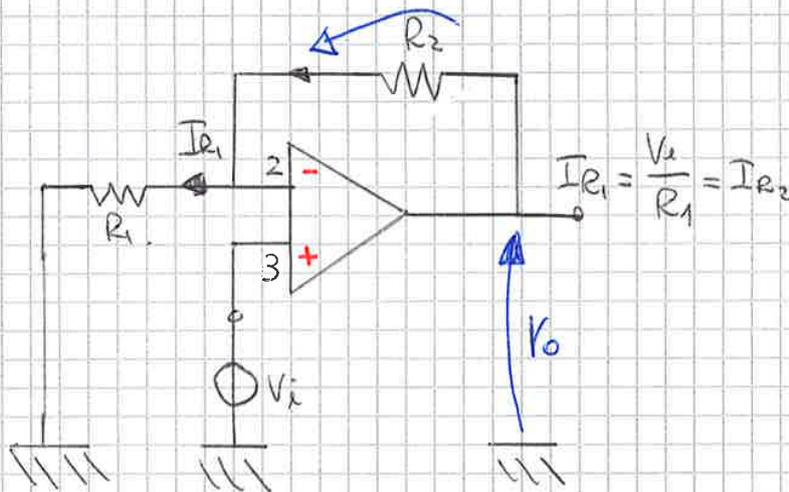
$$V_o = -V_{R_2} \rightarrow V_o = -\frac{V_i}{R_1} R_2$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

NON SI PUÒ FARE UN FEEDBACK COL +

↳ Se voglio fare un **NON INVERTENTE** devo CAMBIARE CIRCUITO

## AMPLIFICATORE NON INVERTENTE



C'è un feedback negativo

$$V_{R_1} = -V_i$$

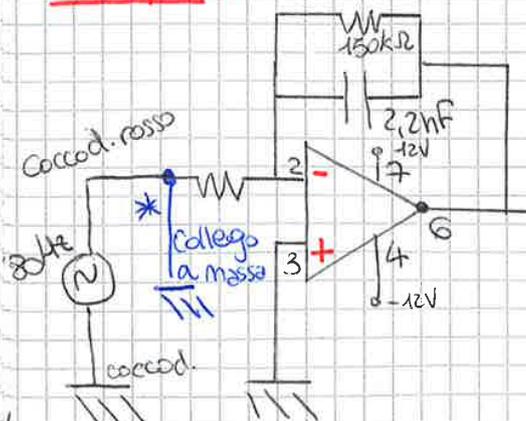
$$V_o + V_{R_2} + V_{R_1} = 0$$

$$V_o + (-I_{R_2}) R_2 + V_{R_1} = 0$$

$$V_o + \left(-\frac{V_i}{R_1}\right) R_2 - V_i = 0$$

$$V_o = V_i \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

esempio:



\* dopo va tolto

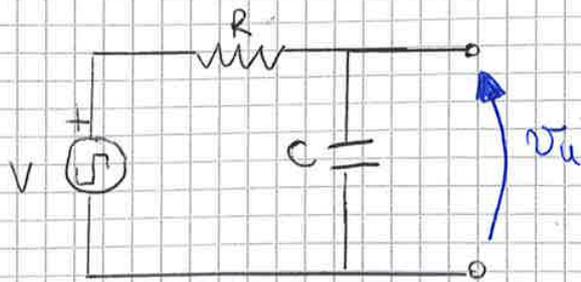
$$Z_2 = \frac{R_2}{R_2 s C + 1}$$

$$f_z \text{ transf} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2}{(R_2 s C + 1) R_1} = -\frac{R_2}{R_1 R_2 C} \frac{1}{s + \frac{1}{R_2 C}} =$$

$$P = -\frac{1}{R_2 C}$$

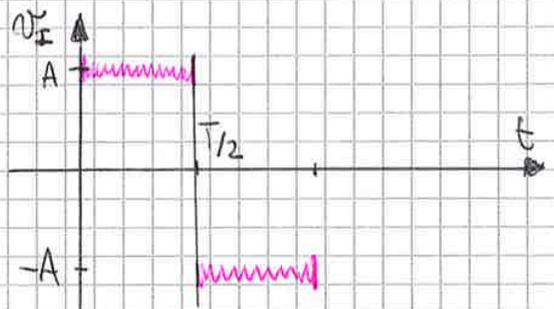
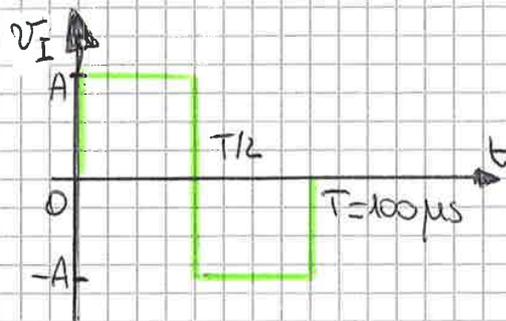
23 aprile 2015

## RISPOSTA ONDA QUADRA



$$H(\omega) = \frac{1}{Rj\omega C + 1}$$

• Sviluppiamo il segnale di ingresso in serie di Fourier



$$v_I(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega_0 t]$$

• Determiniamo i fasori di ingresso a partire dallo sviluppo

$$v_I(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)\omega_0 t]$$

Scriviamo  $v_I(t)$  nel formato  $A \cos(n\omega_0 t + \varphi)$  e il fasore risulta  $Ae^{j\varphi}$

Siccome  $\sin(x) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

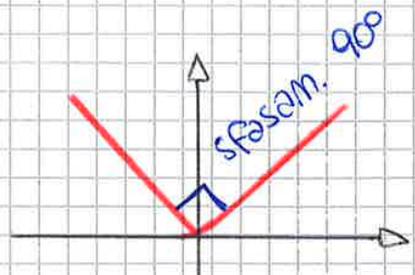
abbiamo che i fasori sono:

$$v_I[(2n-1)\omega_0 t] = -j \frac{4A}{\pi} \frac{1}{2n-1}$$

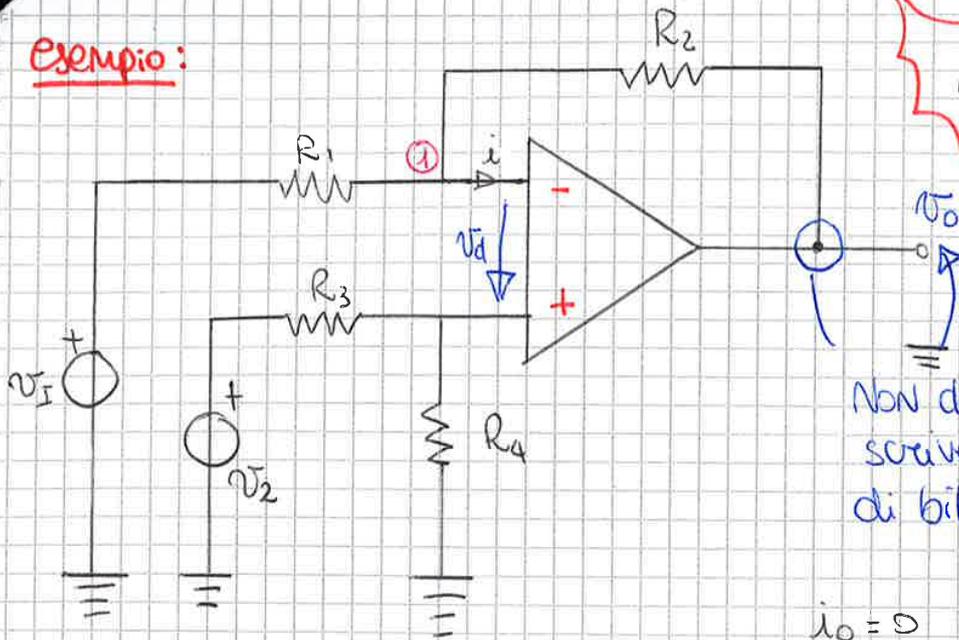
$$A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A \sin(\omega t + \varphi)$$

$Ae^{j\varphi}$  FASORE



Esempio:



$$v_0 = A (v_2 - v_1)$$

$$A = \frac{R_2}{R_1}$$

Non devo mai scrivere l'eq. di bilancio qui

$i_0 = 0$  per la RETROAZIONE

Scrivo l'eq. di bilancio in ①

$$\textcircled{1} \left\{ \begin{aligned} \frac{v^- - v_0}{R_2} + \frac{v^- - v_1}{R_1} &= 0 \\ \frac{v^+}{R_4} + \frac{v^+ - v_2}{R_3} &= 0 \end{aligned} \right.$$

2 equazioni, 3 incognite  
ma so che  $v^- = v^+$   
quindi correggo l'eq. ①

$$v^+ = \frac{v_2}{R_3} \left( \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2$$

$$\frac{-v_0}{R_2} = \frac{v_1 - v^+}{R_1} - \frac{v^+}{R_2} \Rightarrow v_0 = R_2 \frac{v^+ - v_1}{R_1} + v^+$$

$$v_0 = -\frac{R_2}{R_1} v_1 + \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2$$

l'equaglio  $\Rightarrow$  amplificatore

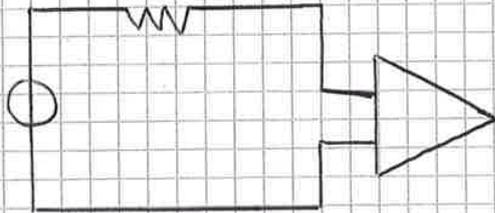
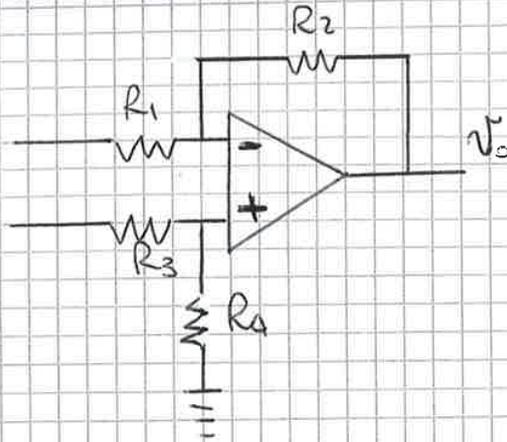
$$\frac{R_2}{R_1} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_4 + R_3} \Rightarrow (R_4 + R_3) R_2 = (R_1 + R_2) R_4$$

$$\Rightarrow R_3 R_2 = R_1 R_4 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

**fattore di amplificazione**  $\rightarrow v_0 = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$

$$V_u = V_d \frac{R_2}{R_1}$$

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$



l'amplificatore NON assorbe corrente, NON VA A PERTURBARE (o comunque deve perturbare nel minor modo possibile)

$$V_u = -V_1 \frac{R_2}{R_1} + \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \frac{R_4}{R_4 + R_3} V_2$$

$$\frac{V_u}{V_c} = -\frac{R_2}{R_1} + \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

$$R_1 = R_1 + \Delta R$$

$$R_2 = R_2 + \Delta R$$

$$V_u = 0 + \alpha \Delta R$$

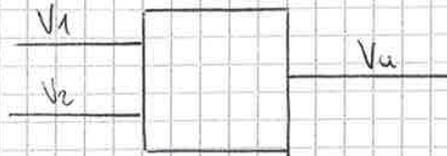
$$f(R_1, R_2, R_3, R_4) = \underbrace{f(R_1, R_2, R_3, R_4)}_{\text{Nominati}} + \frac{\partial f}{\partial R_1} \Delta R + \frac{\partial f}{\partial R_2} \Delta R + \frac{\partial f}{\partial R_3} \Delta R + \frac{\partial f}{\partial R_4} \Delta R$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial R_1} \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

fattore di errore relativo della resistenza si trasforma in errore assoluto

amplificatore 20 log<sub>10</sub>

4 maggio 2015



$$V_{u,c} |_{V_1=V_2}$$

$$V_{u,d} |_{V_1=-V_2}$$

$$A_c = \frac{V_u |_{V_1=V_2}}{V_1}$$

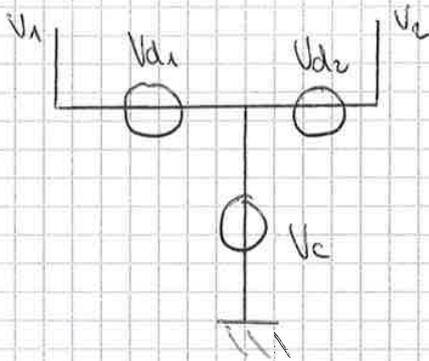
guadagno quando  $V_1=V_2$

$$A_d = \frac{V_u |_{V_1=-V_2}}{V_1}$$

guadagno quando  $V_1=-V_2$

### GUADAGNO DIFFERENZIALE

### GUADAGNO COMUNE



$$\begin{cases} V_1 = V_c + \frac{V_d}{2} \\ V_2 = V_c - \frac{V_d}{2} \end{cases}$$

$$V_c = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

$$V_d = V_1 - V_2$$

$$A_d = 20 \text{ dB}$$

$$\text{CMRR} = 60 \text{ dB}$$

$$V_1 = 1V$$

$$V_2 = 1,1V$$

$$A_c V_c + A_d V_d = A_c \frac{V_1 + V_2}{2} + A_d (V_1 - V_2)$$

$A_d = 20 \text{ dB} \rightarrow$  significa che lo amplifica di 10

$$A_d = 10$$

$$\frac{A_d}{A_c} = 1000$$

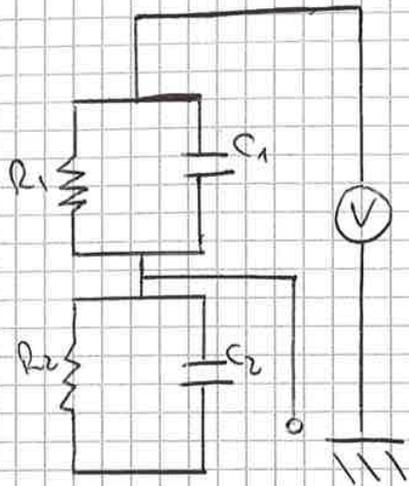
$$V_u = 10 \cdot 0,1 + 10^{-2} \cdot \frac{1+1,1}{2} = 1V + 1,05 \cdot 10^{-2}$$

$$= 1V + 10,5 \text{ mV}$$

### SOVRAPP. DEGLI EFFETTI

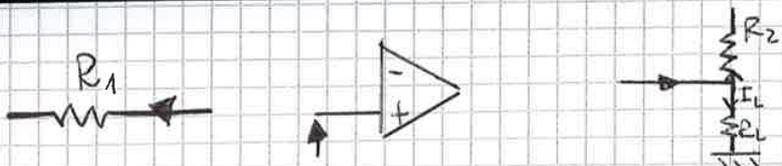
$$z_{1,2} = -a \pm jb$$

$$(s+a+jb)(s+a-jb) = (s+a)^2 + b^2 = s^2 + \underbrace{2a}_{\frac{\omega_0}{Q} s} s + \underbrace{a^2+b^2}_{\omega_0^2}$$



$$\begin{aligned} \frac{V_o}{V_{in}} &= \frac{\frac{R_2}{R_2 s C_2 + 1}}{\frac{R_2}{R_2 s C_2 + 1} + \frac{R_1}{R_1 s C_1 + 1}} = \\ &= \frac{R_2 (R_1 s C_1 + 1)}{R_2 (R_1 s C_1 + 1) + R_1 (R_2 s C_2 + 1)} = \\ &= \frac{R_2 R_1 C_1}{R_2 R_1 (C_1 + C_2)} \frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}} \end{aligned}$$

$$\frac{R_2 (R_1 s C_1 + 1)}{R_2 (R_1 s C_1 + 1) + R_1 (R_2 s C_2 + 1)}$$



$$\frac{v^+ - v_{INP}}{R_1} + 0 + \frac{v^+ - v_u}{R_2} + \frac{v}{R_L} = 0$$

$$v^+ = v^- = \frac{v_u R_3}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{v^-}{R_L} = \frac{v^+}{R_L}$$

$$\frac{v^- - v_{INP}}{R_1} + \frac{v^+ - \left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right) v^+}{R_2} + \frac{v^+}{R_L} = 0$$

$$\frac{v^+ - v_{INP}}{R_1} - \frac{v^+ R_4}{R_3 R_2} + \frac{v^+}{R_L} = 0$$

$$v^+ \left( \frac{1}{R_1} - \frac{R_4}{R_3 R_2} + \frac{1}{R_L} \right) = \frac{v_{INP}}{R_1}$$

$$v^+ = \frac{v_{INP} / R_1}{\frac{1}{R_1} - \frac{R_4}{R_3 R_2} + \frac{1}{R_L}}$$

$$I_L = \frac{v^+}{R_L} = \frac{v_{INP} / R_1}{\frac{1}{R_1} - \frac{R_4}{R_3 R_2} + \frac{1}{R_L}} \cdot \frac{1}{R_L} = \frac{\cancel{R_3 R_2} v_{INP}}{\cancel{R_3 R_2} R_L - \cancel{R_4} R_L + R_1 \cancel{R_3 R_2}}$$

$$R_3 R_L = R_4 R_1 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$I_L = \frac{v_{INP}}{R_1} \quad v^+ = \frac{v_{INP}}{R_1} R_L$$

$$v_u = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{v_{INP}}{R_1} R_L \quad v_u < V_{AL}$$

$$R_L < \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(\frac{R_1}{v_{INP}}\right) V_{AL} \quad R_L < \frac{V_{AL}}{I_L} \cdot \frac{1}{2}$$

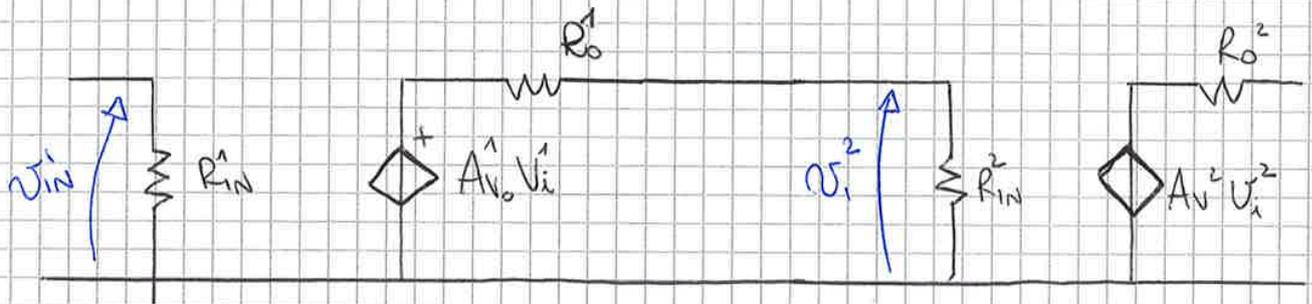
$\frac{R_1}{v_{INP}} = I_L^{-1}$

GUADAGNO I    GUADAGNO II

$$\frac{v_u}{v_{in}} \cdot \frac{v_x}{v_x} = \frac{v_u}{v_x} \cdot \frac{v_x}{v_{in}}$$

Se a un amplificatore metto in cascata un altro amplificatore => **MOLTIPLICO I GUADAGNI**

Nelle parte destra del circuito arrivano valori già amplificati



$$v_i^2 = A_{V1} v_i^1 \frac{R_{IN}^2}{R_{IN}^2 + R_O^1}$$

$$v_{u0} = A_{V2} A_{V1} \frac{R_{IN}^2}{R_{IN}^2 + R_O^1} v_{IN}^1$$

Si moltiplicano quando la quantità di riduzione è 1

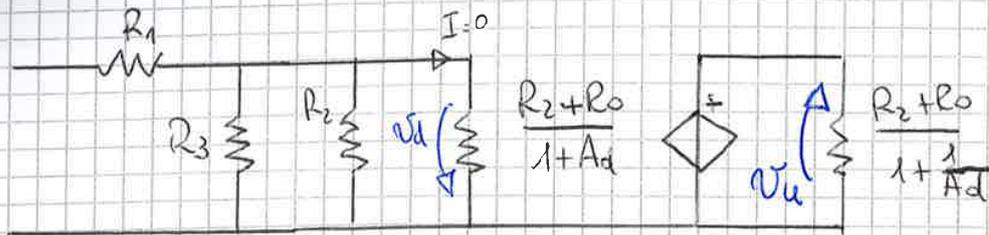
Il secondo pezzo mi dà un guadagno che vale

$$G_2 = \frac{R_4}{R_5} + 1 \rightarrow \text{guadagno in continua}$$

Consideriamo il nodo ①:

$$\begin{cases} \frac{v_i - v_{IN}}{R} + \frac{v_i - v^+}{R} + (v_i - v^+) sC = 0 \\ v^+ sC + \frac{v^+ - v_i}{R} = 0 \end{cases}$$

$\alpha^1$  operazionale  
NON assorbe corrente  
né dal - né dal +



$$A_d \rightarrow \infty$$

$$V_{out} = V_u - \frac{(V_u + V_d)}{R_2 + R_o} \cdot R_o$$

$$V_u = A_d V_d - A_d \frac{R_3 \parallel R_i \parallel \frac{R_2 + R_o}{1 + A_d}}{R_1 + R_3 \parallel R_4 \parallel \frac{R_2 + R_o}{1 + A_d}} =$$

$$V_i = -V_{i1}$$

$$= \frac{A_d \frac{R_2 + R_o}{1 + A_d}}{R_1 + \frac{R_2 + R_o}{1 + A_d}} V_i = -A_d V_{i1} \frac{(R_2 + R_o)}{R_1(1 + A_d) + R_2 + R_o} =$$

$$= - \frac{V_{i1} (R_2 + R_o)}{R_1}$$

$$V_{out} = - \frac{V_{i1} (R_2 + R_o)}{R_1} \left( 1 - \frac{R_o}{R_2 + R_o} \right)$$

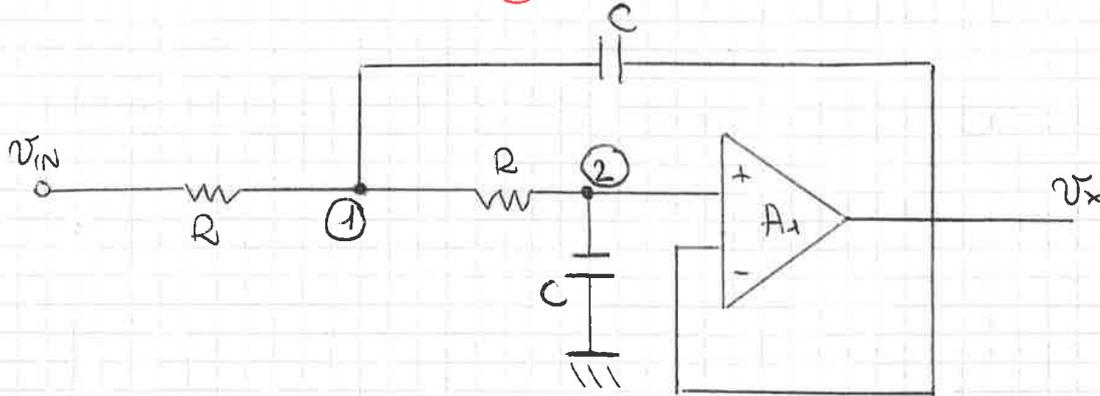
$$I_{R_o} = \frac{A_d V_d}{R_o}$$

La corrente di corto circuito è uguale a  $I_{R_o}$  perché l'altra è nulla.

$$\frac{V_o}{I_{cc}} = 0$$

8 Maggio 2015

... continuo esercizio ② del 06/05



$R = 3,3k\Omega$   
 $R_3 = R_5 = R_7 = 1k\Omega$   
 $R_4 = R_6 = 10k\Omega$   
 $C = 1nF$

$$\frac{v_1 - v_{IN}}{R} + \frac{v_1 - v_x}{R} + (v_1 - v_x) sC = 0$$

$$\frac{v_x - v_1}{R} + v_x sC = 0$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{R} + sC & -\frac{1}{R} - sC \\ -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} + sC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_x \end{pmatrix} = \frac{v_{IN}}{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_x = \frac{-\frac{v_{IN}}{R} \left(-\frac{1}{R}\right)}{\left(\frac{2}{R} + sC\right) \left(\frac{1}{R} + sC\right) - \frac{1}{R} \left(\frac{1}{R} + sC\right)}$$

$\leftarrow$  determinante matrice con  $\left(\frac{v_{IN}}{R}\right)$  al posto della 2<sup>a</sup> colonna

$\leftarrow$  determinante matrice

$$= \frac{\frac{v_{IN}}{R^2}}{s^2 C^2 + s \left(\frac{C}{2R} + C \frac{1}{R}\right) + \frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^2} - \frac{sC}{R}}$$

La mia funzione di trasferimento sarà:

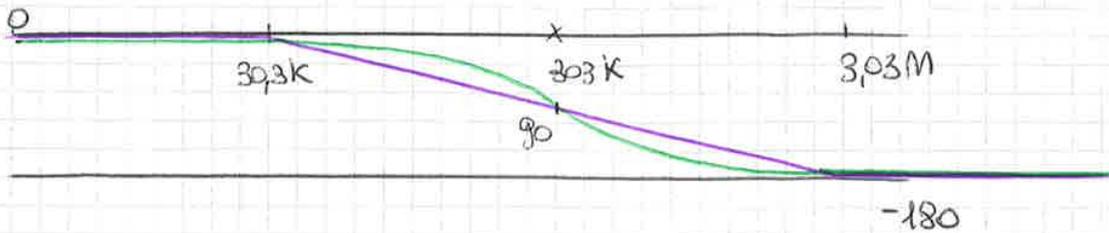
$$\frac{v_x}{v_{IN}} = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + \frac{1}{R^2}}$$

$$\frac{v_x}{v_{IN}} = \frac{1}{R^2} \frac{1}{\left(sC + \frac{1}{R}\right)^2} = \frac{1}{R^2 C^2} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{R}\right)^2}$$

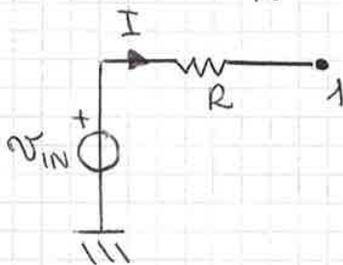
ha un doppio POLO

FASE

reale: 2 arctg ω RC



$$R_{IN} = \frac{V_{IN}}{\frac{V_{IN} - V_1}{R}} = \frac{R}{1 - \frac{V_1}{V_{IN}}}$$



$$R_{IN} = \frac{V_{IN}}{I}$$

$$I = \frac{V_{IN} - V_1}{R}$$

Ora devo fare il determinante della matrice con  $\begin{pmatrix} \frac{V_{IN}}{R} \\ 0 \end{pmatrix}$  al posto della 1a colonna

$$\frac{\frac{1}{R} \left( \frac{1}{R} + sC \right)}{s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + \frac{1}{R^2}} = \frac{V_1}{V_{IN}}$$

$$\frac{R}{s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + \frac{1}{R^2} - \frac{sC}{R}} = R \frac{s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + \frac{1}{R^2}}{s^2 C^2 + \frac{sC}{R}}$$

$$s^2 C^2 + \frac{2sC}{R} + \frac{1}{R^2}$$

$$\frac{R \left( sC + \frac{1}{R} \right)^2}{sC \left( sC + \frac{1}{R} \right)} = \frac{R \left( s + \frac{1}{RC} \right)}{s}$$

In continua i condensatori sono CIRCUITI APERTI

## MODO COMUNE

$v_{IN1}$  e  $v_{IN2}$  in corto  $\rightarrow$  collego a  $v_e$

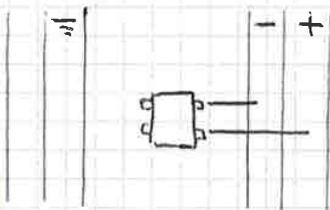
d'inseguitore (OA2) NON perturba

$\hookrightarrow$  collego a  $v_e$  e NON al filo che entra nel + dell'OA2 perché vedrei i 50  $\Omega$  del generatore  $v_e$  che non è ideale (in laboratorio)

Siccome dovrebbe guadagnare  $\approx 0$  <sup>poco</sup> dovrei scegliere una  $v_e$  molto grande

$\hookrightarrow$  Nel modo differenziale, invece,  $v_e$  piccolo (100 mV)  
se metto 1V  $\rightarrow 1 - (-1) = 2$   
e moltiplicato per  $\approx 24 \Rightarrow 56$  dB!

Siccome abbiamo 3 operazionali  $\Rightarrow$  3 integrati



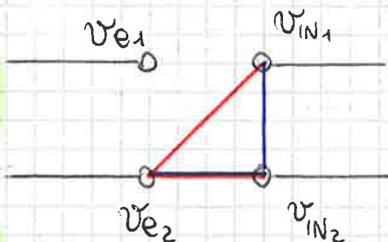
PL 081 1 operazionale all'interno

PL 082 2 operazionali all'interno

Fig. 4 Circuito da ottenere

**ATTENZIONE!**

$$v_d = 2v_e$$



MODO COMUNE: 2 modi per collegare; lascio perdere  $v_{e1}$  che serve solo per quello DIFFERENZIALE

$$CMRR = \frac{A_d}{A_c}$$

L'errore relativo è lo stesso, l'errore assoluto cambia da resistenza a resistenza

$$\Delta R_{31} = \frac{\Delta R}{R} R_{31} = 165 \Omega$$

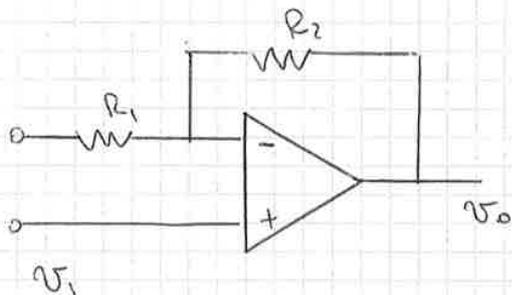
= 0,05

$$\Delta R_{41} = \frac{\Delta R}{R} R_{41} = 4,1 \text{ k}\Omega$$

$$\Delta A_c = \frac{A_d}{1+A_d} (2\Delta R_{31} + 2\Delta R_{41})$$

Calcoliamo ora il CMRR

$$\text{CMRR} = \frac{A_d}{A_d} \frac{(1+A_d)}{2(\Delta R_{31} + \Delta R_{41})}$$



$$A_N = 1 + \frac{R_{2\text{max}}}{R_{1\text{min}}}$$

$$R_{1\text{max}} \rightarrow R_1 \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$R_{1\text{min}} \rightarrow R_1 \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$R_{2\text{max}} \rightarrow R_2 \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$R_{2\text{min}} \rightarrow R_2 \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$A_{\text{max}} (R_{2\text{max}}, R_{1\text{min}})$$

$$A_{\text{min}} (R_{2\text{min}}, R_{1\text{max}})$$

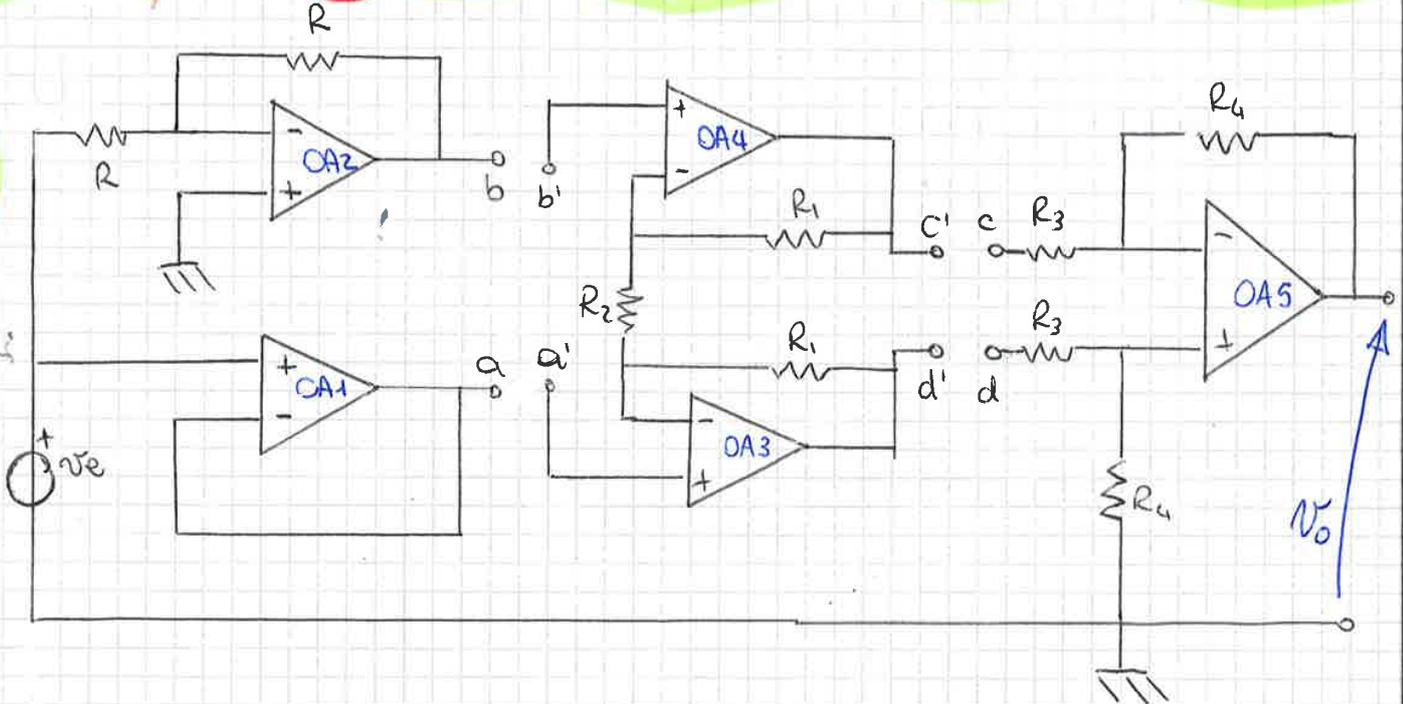
$$\frac{\partial A}{\partial R_2} \cdot \frac{R_2}{A} = \frac{1}{R_1} \frac{R_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{2R_2}{R_1 + R_2} \frac{\Delta R}{R} = \frac{2 \cdot 10}{11} \left( \frac{\Delta R}{R} \right) = 9,018$$

divido per  $R_1$  sopra e sotto

$$\frac{2 \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = 2 \frac{(A-1)}{A}$$

## LAB ④

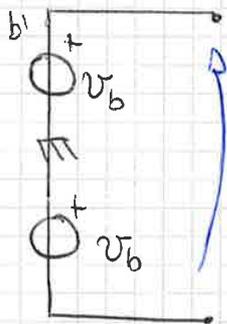


$R = 10 \text{ k}\Omega$     $R_1 = 4,7 \text{ k}\Omega$     $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$     $R_3 = 3,3 \text{ k}\Omega$     $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$

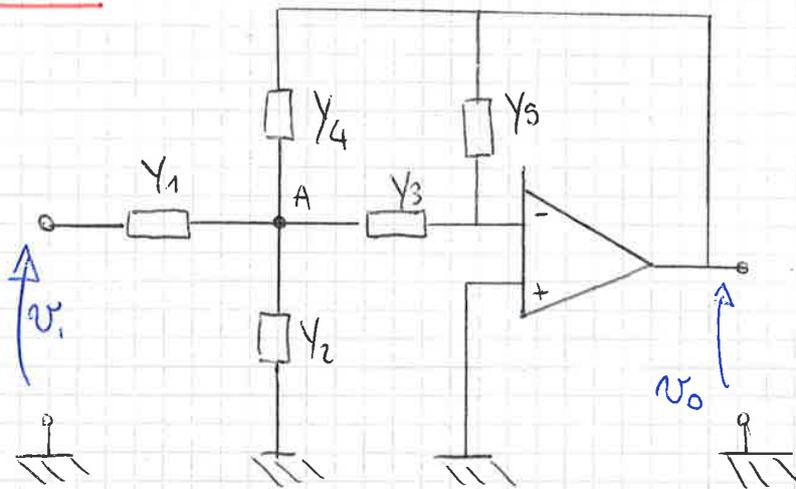
$$\frac{V_{c'}}{V_{b'}} = \left( 1 + \frac{R_1}{\frac{R_2}{2}} \right)$$

$$\frac{V_{c'} - V_{d'}}{V_{b'}} = 2 \left( 1 + \frac{R_1}{\frac{R_2}{2}} \right)$$

$$\frac{V_{c'} - V_{d'}}{2V_{b'}} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot 2$$



## Esercizio



$$(v_A - v_i) Y_1 + (v_A - v_o) Y_4 + (v_A - 0) Y_3 + (v_A - 0) Y_2 = 0$$

$$(0 - v_A) Y_3 + (0 - v_o) Y_5 = 0$$

$$-v_A Y_3 - v_o Y_5 = 0$$

$$v_A = -\frac{v_o Y_5}{Y_3}$$

$$-\frac{v_o Y_5}{Y_3} (Y_1 + Y_3 + Y_2 + Y_4) - v_o Y_4 = v_i Y_1$$

$$-\frac{v_o}{Y_3} [Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4] = v_i Y_1$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

PASSA  
BASSO



quadragno

$$\frac{A \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

21 maggio 2015

## LAB ⑥

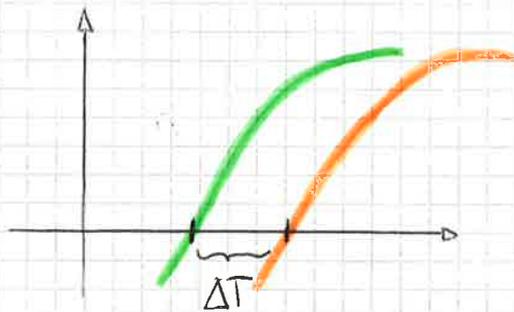
Diagramma di Bode si comporta come un FILTRO  
poi inizia a scendere.

Deve prendere l'ingresso e portarlo in uscita così com'è

### D. DI BODE

Rapporto di trasferimento  $\rightarrow$  uscita / ingresso

Posso misurare col multimetro in AC uscita e ingresso e poi fare il rapporto



$$\Delta T : x = T \cdot 360$$

Phase  
cercata

lo misuro con l'oscilloscopio

$$x = \frac{\Delta T \cdot 360}{T} = \Delta T \cdot 360 \cdot f$$

## LAB ⑤

Questo filtro è un "imbuto" e dev'essere centrato a 50Hz

Gen. segnali  $\rightarrow$  50Hz

Devo avere un'ampiezza minima di uscita

3°  $\rightarrow$  l'uscita va collegata al passa basso

2°  $\rightarrow$  l'uscita dell'amplificatore per strumentazione va collegata a quello che taglia i 50Hz

1°  $\rightarrow$  l'uscita va collegata a  $\oplus$ ve

Per essere un PASSA BASSO

$$A \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$Q$  fattore di merito

$Y_1, Y_3, Y_4 \rightarrow$  resistenze

$Y_2, Y_5 \rightarrow$  condensatori.

Per essere un PASSA ALTO

$$A \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$Y_1, Y_3 \rightarrow$  condensatori.

$Y_2, Y_4, Y_5 \rightarrow$  resistenze

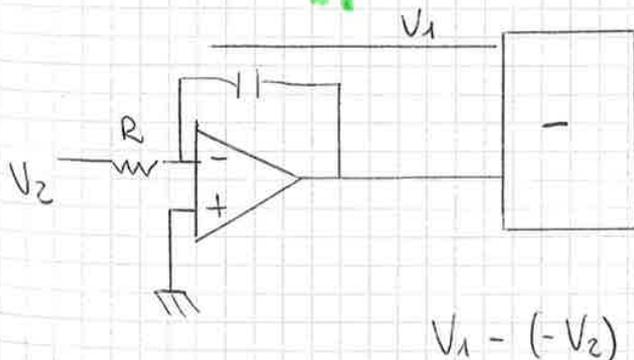
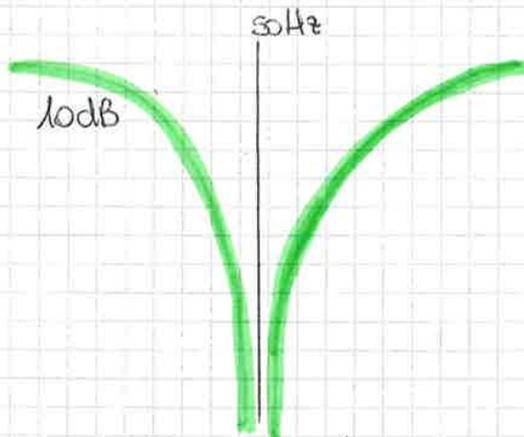
Per essere un PASSA BANDA

$Y_2, Y_1, Y_5 \rightarrow$  resistenze

$Y_3, Y_4 \rightarrow$  condensatore

### Esercizio ③ pag 101

Rigetta banda  $\rightarrow$  fa passare tutto e ad una certa frequenza stoppa la banda



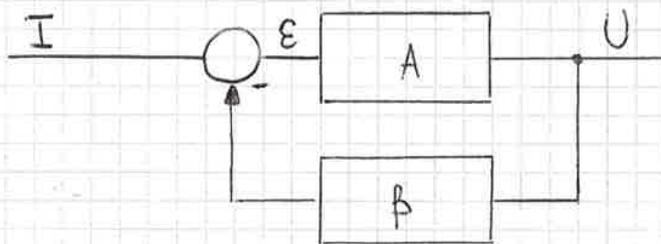
Il 3° nodo "non parla" con  $V_{OA1}$

Incognita: la 3ª  $\Rightarrow$  vado a mettere  $V_e$  <sup>termine noto</sup> nella 3ª colonna **CRAMER**

$$\begin{pmatrix} pC_2 & 0 & \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_1} + pC_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_7} & \frac{1}{R_8} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{OA1} \\ V_{OA2} \\ V_u \end{pmatrix} = -V_e \begin{pmatrix} 1/R_5 \\ 1/R_4 \\ 1/R_6 \end{pmatrix}$$

Il picco-picco di uscita è uguale al picco-picco di ingresso, ma la fase sarà diversa

## TRASDUTTORE pag. 37 dispense!



$$U = \epsilon A$$

|  
errore

$$\epsilon = I - U\beta$$

**A · β** guadagno dell'anello  $(A\beta \gg 1)$

il guadagno viene fissato solo dal trasduttore β

$$Af = \frac{U}{I} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$U = (I - U\beta)A$$

$$A\beta + 1 \approx A\beta$$

$$\frac{U}{I} \approx \frac{1}{\beta}$$

$$\epsilon = \frac{U}{A}$$

$$\frac{\epsilon}{I} = \frac{1}{1 + A\beta}$$

Esempio Amplificatore con  $f_p = 5 \text{ Hz}$  e  $A_0 = 110 \text{ dB}$

$$A = \frac{10^{\frac{110 \text{ dB}}{20 \text{ dB}}}}{1 + j \frac{f}{5 \text{ Hz}}} = \frac{3,2 \cdot 10^5}{1 + j \frac{f}{5 \text{ Hz}}}$$

$$\frac{A}{1 + A\beta} = \frac{\frac{A_0}{1+s}}{1 + \beta \frac{A_0}{1+s}} = \frac{A_0}{1+s\tau + \beta A_0} = \frac{A_0}{1+s \frac{\tau}{1+A_0\beta}}$$

$A \cdot \beta = 1$  INSTABILITÀ

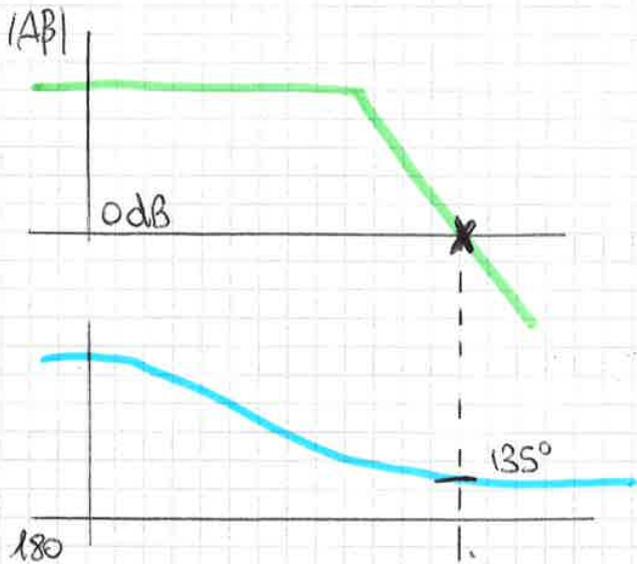
$A \cdot \beta > 1$  quasi sempre INSTABILITÀ

**MARGINE DI GUADAGNO (GM)** → valore di  $|AB|$  in dB alla frequenza per la quale la fase  $\varphi$  vale  $-180^\circ$

$GM < 0$  → indica il valore in dB di cui potrebbe aumentare  $|AB|$  senza avere delle oscillazioni

$GM \geq 0$  → il SISTEMA AD ANELLO CHIUSO È STABILE

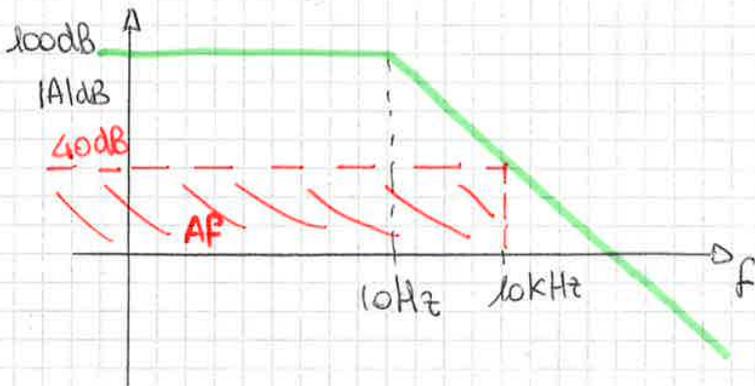
**MARGINE DI FASE ( $\varphi_M$ )** →  $180^\circ$  meno la fase di  $AB$  alla frequenza corrispondente alla quale  $AB=1$ , ovvero  $|AB|_{\text{dB}} = 0$



180 - 135  
Margine di fase

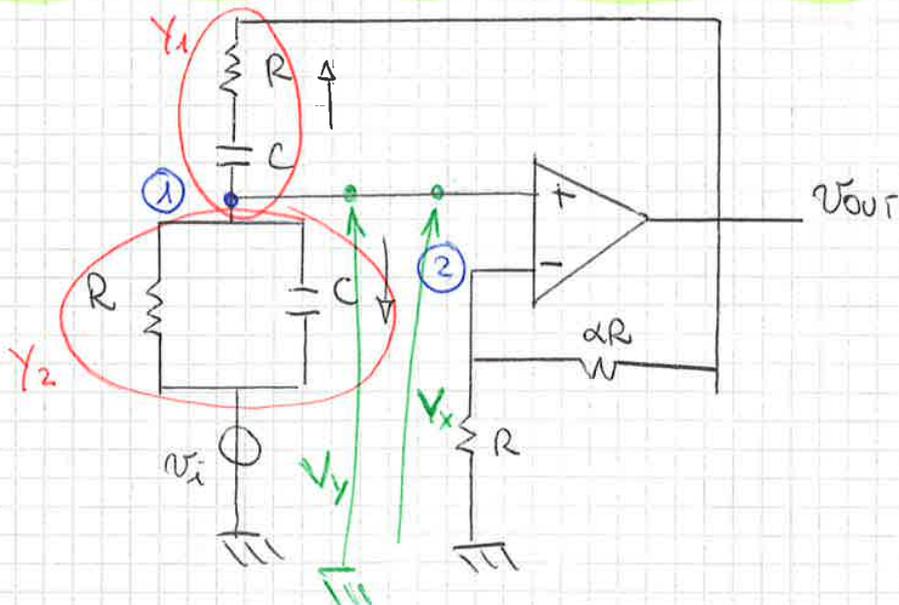
Prodotto banda guadagno → sempre uguale, anche senza reazione

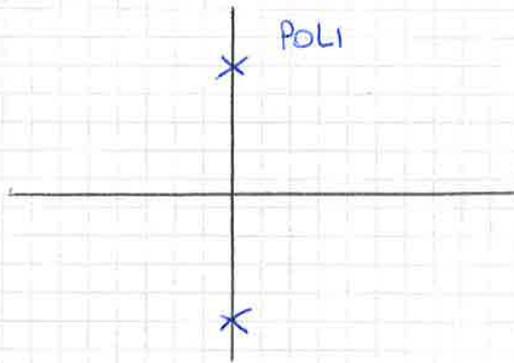
↳ perché cambi, devo usare un operazionale diverso



Esercizio

$\frac{V_{out}}{V_i} = ?$





se  $\alpha < 2 \rightarrow 2$  poli complessi coniugati sul piano sinistro

se  $\alpha > 2 \rightarrow$  poli a destra

Oscillatore con frequenza

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\frac{V_y}{V_x} = (1+\alpha) \frac{\frac{SC}{RSC+1}}{\frac{SC}{RSC+1} + \frac{RSC+1}{R}} = (1+\alpha) \frac{RSC}{RSC+|RSC+1|^2} =$$

$$= \frac{(1+\alpha) RSC}{3 RSC+1+S^2 C^2 R^2} = \frac{1+\alpha}{3}$$

$$S^2 C^2 R^2 = -1$$

Tutti gli oscillatori iniziano con guadagno  $> 1$

### Esercizio

