NUMERO: 1875A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Barbero Alessandra

MATERIA: Meccanica delle macchine, Esercitazioni - prof. Eula

MECCANICA DELLE MACCHINE

ESERCITAZIONI

(Professoressa Eula)

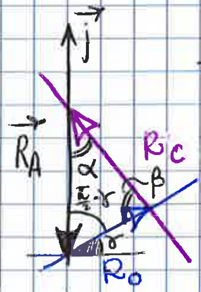
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 100

corpo P : $T_1 = P$

corpo 1 : A) $T_2 r_1 = T_1 r_1$ $\quad T_1 = T_2$ (non devo porli a prescindere uguali, fare questo passaggio!!)

$\uparrow$ $R_A = T_1 + T_2 = 2T_1$

corpo 3 : $\vec{R_A} + \vec{R_O} + \vec{R_C} = 0$



→ Triangolo COMPLETO :
- direzioni forze
- angoli interni triangolo
- versi

$\beta = \pi - \alpha - \frac{\pi}{2} + \gamma$

Sufficiente per calcolare R_C e R_O in MDV ok

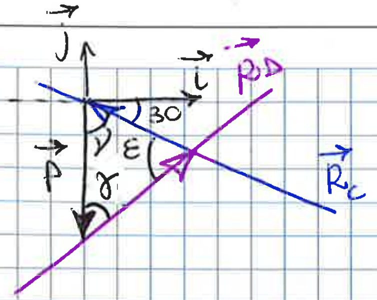
$R_A / \operatorname{sen}\beta = R_O / \operatorname{sen}\alpha = R_C / \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$

corpo 2 : B) $C = T_2' r_2$

$\uparrow$ $T_2' = R_B$ $\quad (\vec{T_2'} \parallel \vec{R_B})$

corpo 4: $|\vec{R_C}| = |\vec{R_D}|$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 100

4) 

$\vec{P} + \vec{R_D} + \vec{R_c} = 0$

$\hat{\nu} = 90° - 30° = 60°$

$\frac{P}{\operatorname{sen} \varepsilon} = \frac{R_D}{\operatorname{sen} \nu} = \frac{R_c}{\operatorname{sen} \gamma}$

3) $\vec{R_B} \parallel \vec{R_C}$

$|\vec{R_B}| = |\vec{R_C}|$

$\vec{R_N} \parallel \vec{R_M}$

$|\vec{R_N}| = |\vec{R_M}|$

$\Rightarrow R_M b = R_c a$

$R_M = \frac{R_c a}{b}$

2) $|\vec{R_A}| = |\vec{R_B}|$

1) $O\circlearrowleft \quad C - r_1 R_A$

$\vec{R_A} \parallel \vec{R_o}$

$|\vec{R_A}| = |\vec{R_o}|$

.A.

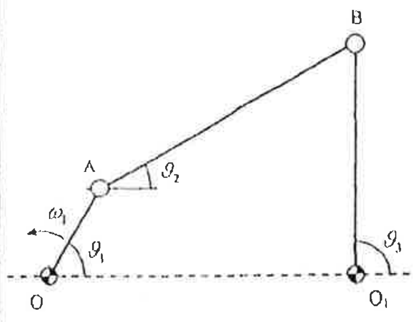
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 100

ESERCITAZIONE 1

1

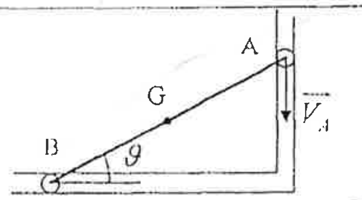
La manovella OA ruota con velocità angolare uniforme ω_1=157 rad/s. Nota la geometria del sistema, determinare, nella configurazione data:
1. i gradi di libertà del sistema;
2. la velocità angolare ω_2 e l'accelerazione angolare $\dot{\omega}_2$ della biella AB; [ω_2 = 34 rad/s; $\dot{\omega}_2$=8322 rad/s^2]
3. la velocità angolare ω_3 e l'accelerazione angolare $\dot{\omega}_3$ del bilanciere O_1B. [ω_3 =41 rad/s; $\dot{\omega}_3$=11979 rad/s^2]

Dati:
$\overline{OA}$ =2.3 cm (manovella), ϑ_1=60°; $\overline{AB}$=6.1 cm (biella); ϑ_2=30°; ϑ_3 =90°; A bottone di manovella o testa di biella; B piede di biella.
BO_1 = 5 cm; OO_1 = 6.5 cm



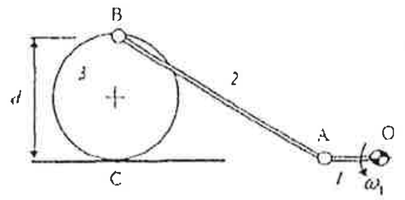
2

La barretta rigida AB, di lunghezza 200 mm, ha le estremità che scorrono in due guide ortogonali. L'estremità A ha una velocità costante verso il basso di 2 m/s. Determinare, nell'istante in cui ϑ=30°:
1. la velocità angolare della barretta; [11.5 rad/s]
2. la velocità del punto medio G; [1.1 m/s]
3. l'accelerazione del punto medio G. [15.3 m/s^2]



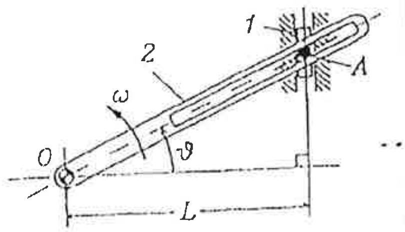
3

Nel meccanismo raffigurato la manovella 1 ruota alla velocità ω_1 e comanda il moto del disco 3 tramite la biella 2. Il disco 3 rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Sono dati: $\overline{AB}$=200 mm; d=100 mm; $\overline{AO}$=40 mm; ω_1=50 rad/s.
Nella situazione raffigurata (manovella orizzontale, asse BC verticale) determinare:
1. la velocità del punto B; [1.1 m/s]
2. la velocità angolare della biella 2; [11.5 rad/s]
3. la velocità angolare del disco 3. [11.5 rad/s]



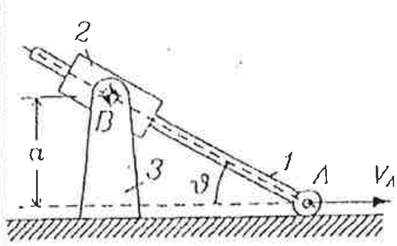
4

Nel meccanismo indicato in figura il corpo 1 è vincolato a scorrere lungo una guida prismatica verticale ed è dotato di un perno A vincolato a scorrere in una scanalatura longitudinale presente nel braccio 2. Il braccio 2 è incernierato in O e ruota alla velocità angolare ω che si mantiene costante per un certo tratto. Sono dati ω=1 rad/s (costante); L=200 mm.
Determinare, sia nel caso in cui l'angolo ϑ sia pari a 0°, che a 20°:
1. la velocità del perno A relativa al braccio 2; [0 m/s; 0.077 m/s]
2. la velocità assoluta del perno A. [0.200 m/s; 0.226 m/s]

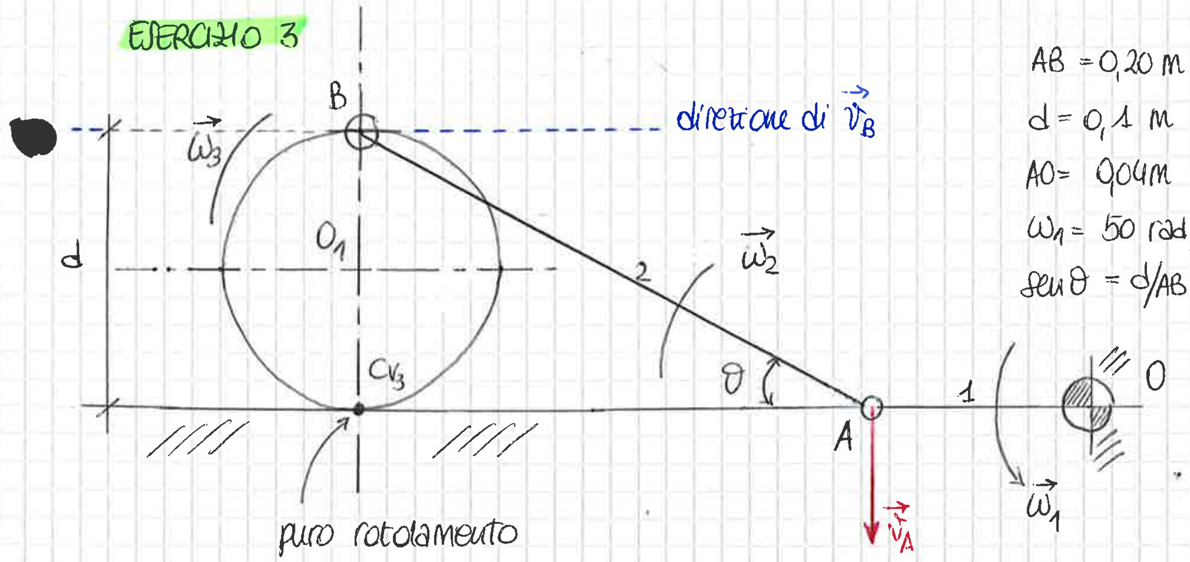


5

L'asta 1 scorre nella guida prismatica 2, la quale è incernierata in B ad un supporto fisso 3. All'estremità A è montata una rotella che scorre su un piano orizzontale. La distanza di B dalla linea del moto di A è a=25 cm. Nell'istante considerato è assegnata ad A una velocità verso destra pari ad 1 m/s, mentre l'asta è inclinata rispetto al piano di scorrimento dell'angolo ϑ=30°.
Determinare:
1. la velocità angolare dell'asta 1; [1 rad/s]
2. il valore della velocità dell'asta 1 relativa alla guida prismatica 2. [0.866 m/s]



ESERCIZIO 3



$AB = 0{,}20\ m$

$d = 0{,}1\ m$

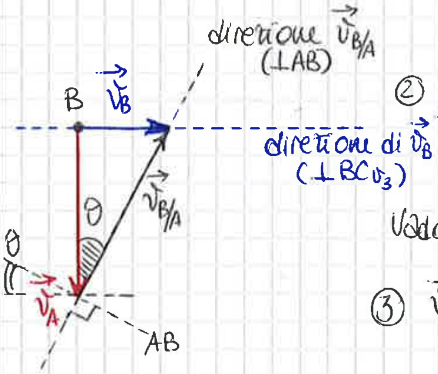
$AO = 0{,}04\ m$

$\omega_1 = 50\ rad/s$

$\sin\theta = d/AB = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 30°$

MOTO SEMPLICE: ① $\vec{v}_A = \cancel{\vec{v}_O} + \vec{v}_{A/O}$ (parto dal corpo 1 perché ho nota ω_1)

$\hookrightarrow = \omega_1 \vec{k} \wedge (A-O)$ $\begin{cases} M & \omega_1 \overline{AO} = 2\ m/s \\ D & \perp AO \\ V & \omega_1 \end{cases}$



② $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_A + \omega_2 \vec{k} \wedge (B-A)$ (direzione) (Mi mancano informazioni su $\vec{v}_B$)

Vado ad analizzare il corpo 3

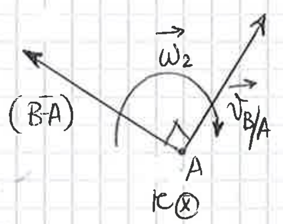
③ $\vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_{C_{v_3}}} + \vec{v}_{B/C_{v_3}} = \omega_3 \vec{k} \wedge (B - C_{v_3})$ $\begin{cases} M & \omega_3 \overline{BC_{v_3}} \ ? \\ D & \perp BC_{v_3} \\ V & \omega_3 \ ? \end{cases}$

posso risolvere l'equazione sopra

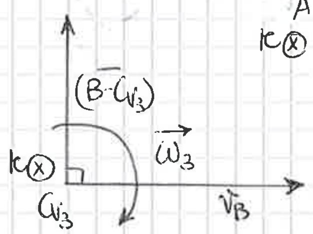
$|\vec{v}_B| = |\vec{v}_A| \tan\theta = 1{,}15\ m/s$

$|\vec{v}_{B/A}| = |\vec{v}_A| / \cos\theta = 2{,}31\ m/s$

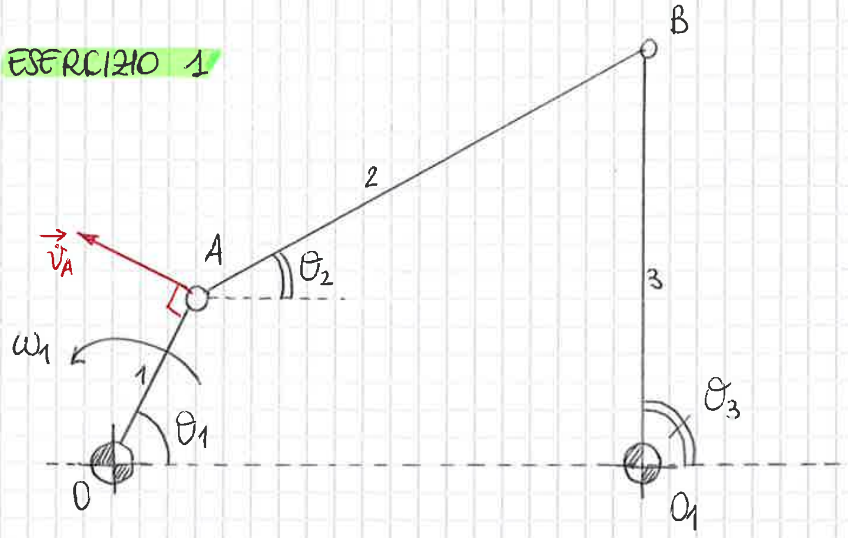
$\omega_2 = \dfrac{|\vec{v}_{B/A}|}{AB} = 11{,}55\ rad/s$



$\omega_3 = \dfrac{|\vec{v}_B|}{BC_{v_3}} = 11{,}55\ rad/s$



ESERCIZIO 1



$\omega_1 = 157$ rad/s
OA = 2,3 cm (manovella)
$\theta_1 = 60°$
AB = 6,1 cm (biella)
$\theta_2 = 30°$
$\theta_3 = 90°$
BO = 5 cm
= 6,5 cm

1) Gdl ?

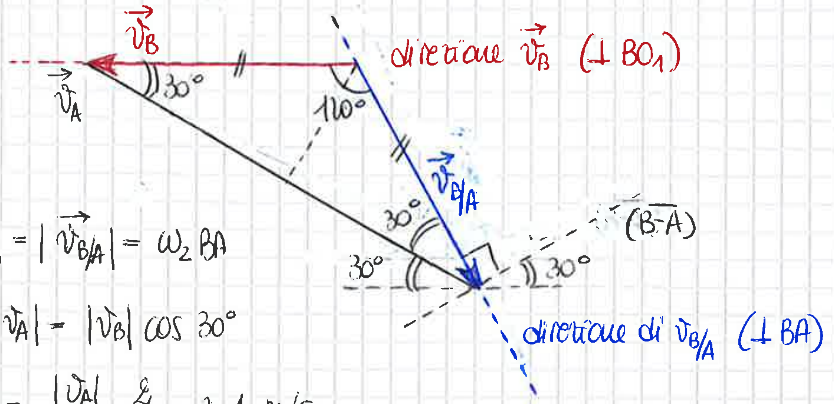
$$x = 3(m-1) - 2C_1 - C_2 = 9 - 4 - 2 = 3$$

2) $\vec{\omega}_2$?

$$\vec{v}_A = \cancel{\vec{v}_O} + \vec{v}_{A/O} = \omega_1 \vec{k} \wedge (A-O) = \begin{cases} M & \omega_1 AO = 157 \cdot 0{,}023 = 3{,}6 \ m/s \\ D & \perp AO \\ V & \omega_1 \end{cases}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_A + \omega_2 \vec{k} \wedge (B-A)$$

$$\vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_{O_1}} + \vec{v}_{B/O_1} = \omega_3 \vec{k} \wedge (B-O_1) \qquad \begin{cases} M & \omega_3 BO_1 \ ? \\ D & \perp BO_1 \\ V & \omega_3 \ ? \end{cases}$$

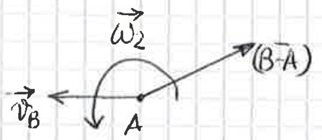


$$|\vec{v}_B| = |\vec{v}_{B/A}| = \omega_2 BA$$

$$1/2 |v_A| = |v_B| \cos 30°$$

$$|\vec{v}_B| = \frac{|v_A|}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2{,}1 \ m/s$$

$$2{,}1 = \omega_2 \, 0{,}061 \Rightarrow \omega_2 = 34 \ rad/s$$

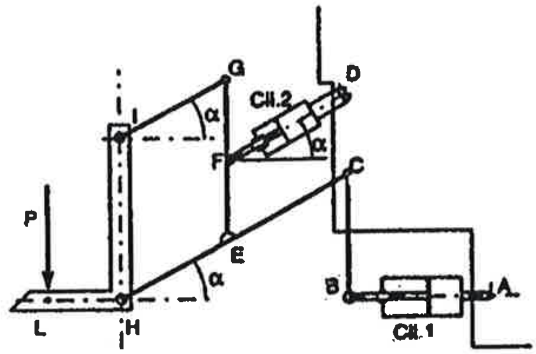


ESERCITAZIONE n.2

1 **Pala caricatrice**

Calcolare le pressioni nei cilindri 1 e 2 della pala caricatrice di figura. Sono dati:
HI=EG=572 mm; IG=HE=1066 mm; HC=2600 mm; BC=572 mm; LH=250 mm; FE=FG=GE/2=286 mm; α=30°; Φ_1=160 mm; ϕ_1 =60 mm; Φ_2=120 mm; ϕ_2=60 mm (alesaggi cilindri); P=60000N.

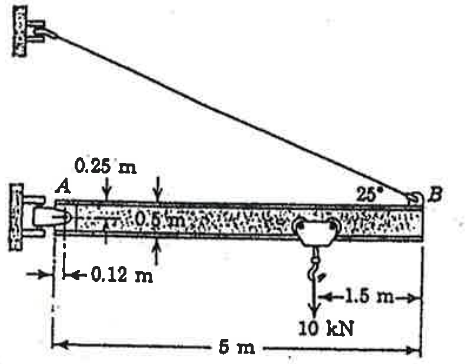
[p1=117 bar; p2=71 bar]



2 **Braccio di supporto**

Determinare la tensione T del cavo ed il modulo della reazione vincolare in A, nel caso della trave ad I di figura, avente massa 95 kg/m, alla quale è sospeso un carico di 10kN.

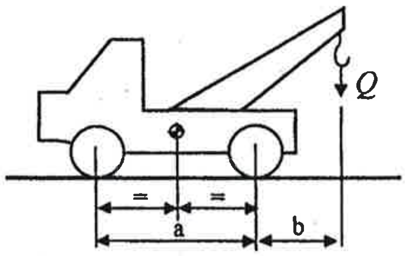
[T=19.61 kN; R_A=18.88 kN]



3 **Carro attrezzi**

Un carro attrezzi di massa 20000 kg sostiene un carico Q. Determinare le reazioni tra ruote anteriori e terreno, ruote posteriori e terreno nel caso di Q=4000 kg e Q=6000 kg. Determinare inoltre il valore del carico Q che provoca il ribaltamento del mezzo.
Dati: a=3.7 m; b=5 m. (1 t = 1000 kg)

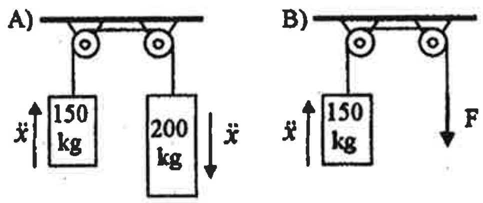
[Ra=4.59 t; Rb=19.41 t; Ra=1.35t; Rb=25.05 t; Q=7.4 t]



4 **Masse con carrucole**

Calcolare l'accelerazione verticale a di un cilindro avente massa 150 kg per ognuno dei due casi illustrati. Trascurare l'attrito e la massa delle pulegge.
Nel caso B) è applicata alla fune una forza F=1962 N.

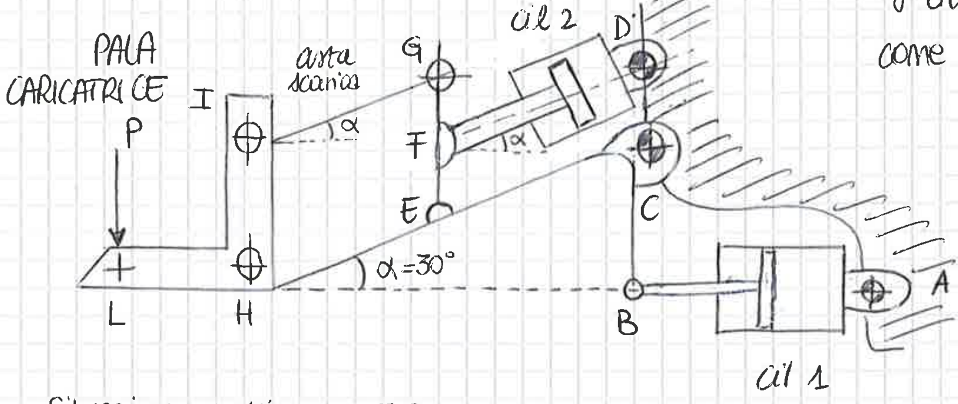
[a_A=1.4 m/s2; a_B=3.27 m/s^2]



20/3/15

ESERCITAZIONE 2

ESERCIZIO 1

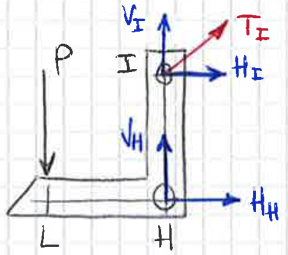


I cilindri vengono trattati come aste scariche

NB: ci sono due motori ⇒ ho due gdl
- rotazione della pala intorno ad H
- traslazione pala

Situazione statica: $\alpha = 30°$

METODO ANALITICO: uso le componenti



Scelgo arbitrariamente il verso delle reazioni vincolari la prima volta che le incontro, poi devo rispettare il principio di AZIONE-REAZIONE

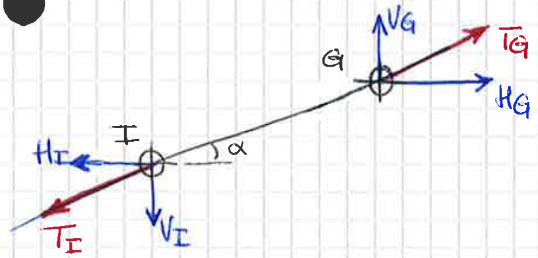
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

$+\uparrow \quad V_I + V_H - P = 0$

$\overset{+}{\rightarrow} \quad H_I + H_H = 0$

$\circlearrowleft^{+} H) \quad -H_I\,(HI) + P\,(LH) = 0$

4 incognite ma solo 3 equazioni! Come lo risolvo? Via a via nella risoluzione del problema ci vengono in aiuto equazioni della cinematica o altro. In questo caso (sistema fermo) vado a cercare le aste scariche!



T è la risultante delle reazioni vincolari

$V_I = H_I \,\mathrm{tg}\,\alpha$ (4 equazione)

$\Rightarrow H_I = 26224\,N$

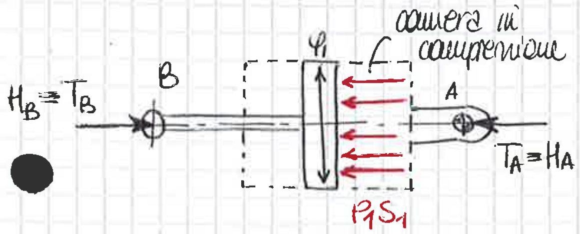
$\Rightarrow V_I = 15140\,N$

$\Rightarrow V_H = 44860\,N$

$\Rightarrow H_H = -26224\,N$

$\Rightarrow V_G = V_I$

$\Rightarrow H_G = H_I$

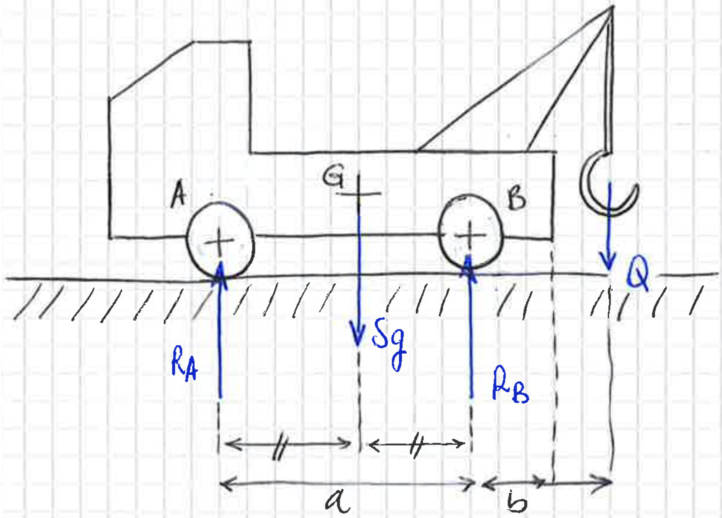


sono quando analizzo l'equilibrio del cilindro metto le forze nel verso giusto

$$S_1 = \frac{\pi \Phi_1^2}{4}$$

$$p_1 = \frac{T_B}{\frac{\pi \Phi_1^2}{4}} = 117,47 \text{ bar}$$

ESERCIZIO 3



$a = 3,7$ m
$b = 5$ m
$S_g = 20$ t
$Q = \left< \begin{matrix} 4t \\ 6t \end{matrix} \right.$

$+\uparrow \quad R_A + R_B - S_g - Q = 0$

$\xrightarrow{+} \quad 0 = 0$

$\overset{+}{\circlearrowleft} B) \quad -R_A a + S_g \frac{a}{2} - Q b = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{S_g}{2} - Q\frac{b}{a} = \begin{cases} 4t \Rightarrow 4,59t \\ 6t \Rightarrow 1,89t \end{cases}$

$\Rightarrow \quad R_B = S_g + Q - R_A = \begin{cases} 4t \Rightarrow 19,41t \\ 6t \Rightarrow 24,11t \end{cases}$

Il Q limite si trova imponendo $R_A = 0$

$Q_{limite} = S_g/2 \cdot a/b = 7,4t$

3 equazioni ma 4 incognite $\Rightarrow$ serve un'altra equazione

Le due accelerazioni sono diverse perché applicate in punti diversi e perché di tipo diverso
Ci serve qualcosa per legarle così da avere la quarta equazione.

La puleggia 3 rotola senza strisciare $\Rightarrow$ puro rotolamento

$\dot{x}_{O_3} = \dot{x} = \omega_3 r_3$

$\dot{x}_H = \omega_3 (2r_3)$

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}_{O_3} &= \ddot{x} = \dot{\omega}_3 r_3 \\ \ddot{x}_H &= \dot{\omega}_3 (2r_3) = 2\ddot{x} \end{aligned}\right\}$$ (accelerazioni tangenziali) $\ddot{x}_{tg}$

$\ddot{x}_H = \ddot{x}_P = \dot{\omega}_2 r_2 = 2\ddot{x}$ (5) $\dot{\omega}_2 r_2 = 2\ddot{x}$

Moto uniformemente accelerato:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \cancel{\dot{x}_0} + \ddot{x} \cdot t \\ x(t) = \cancel{x_0} + \cancel{\dot{x}_0} t + \frac{1}{2} \ddot{x} \cdot t^2 \end{cases} \longrightarrow t = \frac{\dot{x}}{\ddot{x}}$$

$x(t) = \frac{1}{2} \frac{\dot{x}^2}{\ddot{x}}$

$\dot{x}_B = v_B = \sqrt{2 \ddot{x} x_{AB}}$

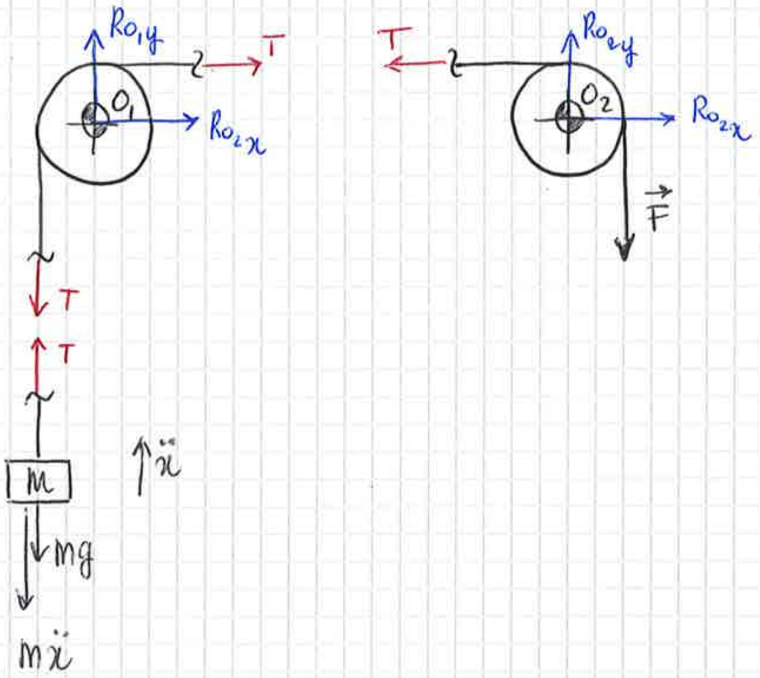
$$\ddot{x} = \frac{2(T_A/2) - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1} = \frac{2\left(F - I_0 \frac{2\ddot{x}}{r_2^2}\right) - (m_1 g \operatorname{sen}\alpha)}{m_1}$$

$\frac{T_A}{2} = F - I_0 \frac{\dot{\omega}_2}{r_2}$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{2F - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{\underbrace{m_1 + 4I_0/r_2^2}_{m_1 + \frac{4}{\cancel{r_2^2}} \frac{m_2 \cancel{r_2^2}}{2}}} = \frac{2F - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1 + 2m_2} = 4{,}69 \ m/s^2$$

$\Rightarrow \dot{x}_B = v_B = \sqrt{2(4{,}69) \cdot 2} = 4{,}33 \ m/s$

b)



eq. equilibrio $\quad T = mg + m\ddot{x}$

$O_1)\ O_2) \quad T = F$

$\Rightarrow \ddot{x} = \dfrac{F - mg}{m} = 3{,}27\ m/s^2$

c'è il contributo inerziale che rallenta

27/3/15

ESERCITAZIONE 3

ESERCIZIO 4

$\alpha = 1°$ (cost)

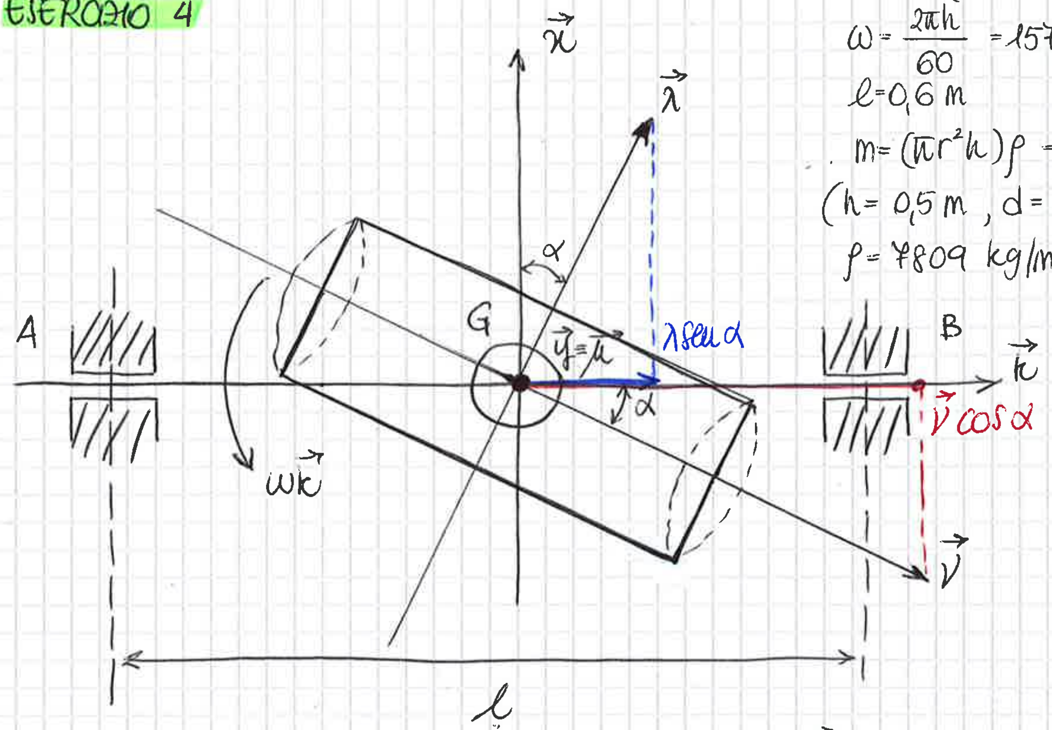
$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 157{,}08$ rad/s²

$\ell = 0{,}6$ m

$m = (\pi r^2 h)\rho = 275{,}6$ kg

($h = 0{,}5$ m, $d = 0{,}3$ m, $AG = \ell/2 = 0{,}3$ m

$\rho = 7809$ kg/m²)



CALCOLARE LE AZIONI DI INERZIA: esiste l'accelerazione $\vec{a}_{G_n} = -\omega^2(G-G) = 0 \qquad \vec{F}_{in_G} = -m\overset{0}{\vec{a}_G}$ centrifuga

la terna $[\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}]$ è solidale con il rotore ed è una terna centrale di inerzia

$$\vec{M}_{in_G} = -\frac{d\vec{k}_G}{dt}$$

Esiste una coppia d'inerzia!

momento d'inerzia assiale

momento quantità di moto $= \vec{k}_G = J_\lambda\, p\, \vec{\lambda} + J_\mu\, q\, \vec{\mu} + I_\nu\, r\, \vec{\nu}$

(diametrale) $J_\lambda = J_\mu = J$ (per simmetria) $= \frac{m}{4}\left[r^2 + \frac{h^2}{3}\right] = 7{,}3$ kg m²

(assiale) $I_\nu = \frac{mr^2}{2} = 3{,}1$ kg m²

$$\begin{cases} p = \vec{\omega} \times \vec{\lambda} = \omega\, sen\,\alpha \\ q = \vec{\omega} \times \vec{\mu} = 0 \\ r = \vec{\omega} \times \vec{\nu} = \omega\cos\alpha \end{cases}$$

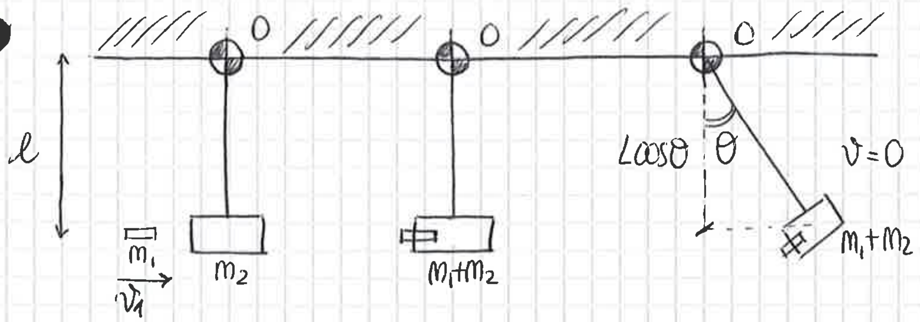
?

$\vec{k} = sen\,\alpha\,\vec{\lambda} + \cos\alpha\,\vec{\nu}$

$\vec{\omega} = \omega\vec{k} = \omega\, sen\,\alpha\,\vec{\lambda} + \omega\cos\alpha\,\vec{\nu}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 100

ESERCIZIO 3



$m_1 = 60g$ $\quad$ v ?

$m_2 = 30\,kg$ $\quad$ E_{persa}?

$L = 3m$

$\theta = 15°$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ext_i} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \qquad Q = cost$$
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ext_i} = 0$$

a,b) $\quad Q_i = Q_f \qquad m_1 v = (m_1+m_2)\, v_f$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad$? $\qquad\qquad$?

b,c) $\quad \underbrace{\cancel{L_{F_{est}}}}_{0} + \underbrace{\cancel{L_i}}_{0} = \Delta E_c + \Delta E_{p_g} + \underbrace{\cancel{\Delta E_{el}}}_{0}$

$$\frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)}\, v_f^2 = \cancel{m} g h$$

$$v_f = \sqrt{2g(L - L\cos\theta)}$$

$$v = \frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{2g(L - L\cos\theta)} = 709{,}41 \ m/s$$

a,b) Energia persa $\quad \Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v^2 = -15067{,}9$

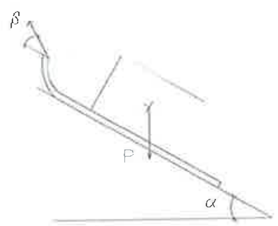
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 100

ESERCITAZIONE 4

1°Esercizio *Slitta su piano inclinato*

Una slitta di massa m=500 kg è trainata su una rampa avente pendenza del 30%.
Il coefficiente di attrito tra slitta e terreno è f=0.2. Determinare l'angolo che la direzione della forza di trazione deve formare con il piano di scorrimento affinchè questa sia minima; calcolare il valore di tale forza K.

[$\beta=\phi=11.31°$; K=2.3 kN]



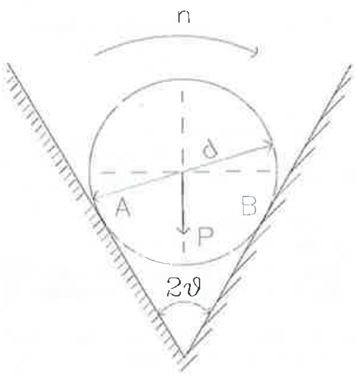
2°Esercizio *Cuscinetto a V ad attrito secco*

Un albero rotante è sostenuto da un cuscinetto a V ad attrito secco. Il contatto fra l'albero e il cuscinetto avviene in A e B. Calcolare:
1. la coppia C necessaria a vincere gli attriti a velocità costante;
2. la quantità di calore Q (in kcal/h) dissipata nell'unità di tempo;
3. il tempo T necessario perchè, eliminando ogni coppia esterna applicata all'albero, questo si fermi.

Dati.:

diametro dell'albero	d=30 mm
velocità di rotazione	n=100 giri/min
angolo semiap. cuscinetto	θ=30'
peso di tutte le parti rotanti	P=100 kg
raggio inerzia parti rotanti	ρ=0.2m
coeffic. d'attrito albero/cuscinetto	f=0.25

[C=6.9 Nm; Q=62.2 kcal/h; T=6.06 s]



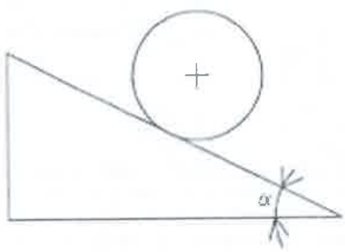
3°Esercizio *Rullo su piano inclinato*

Un rullo si muove su un piano inclinato dell' angolo α rispetto all'orizzontale. Determinare per $\alpha=10°$ e per $\alpha=45°$ il tempo impiegato dal rullo a percorrere un tratto di piano inclinato lungo 200 metri e il numero di giri effettuato in tale periodo. Il rullo parte con velocità iniziale nulla.

Dati:

Diametro del rullo	d=1 m
Peso del rullo	P=10000 kg
Coefficiente di aderenza	f_a=0.20
Coefficiente di attrito	f=0.15
Param.di attrito di rotolam.	u=2 cm

[$\alpha=10°$: T=21.38 s, Ng= 63.68 giri; $\alpha=45°$: T=8.24 s, Ng=16.48 giri]



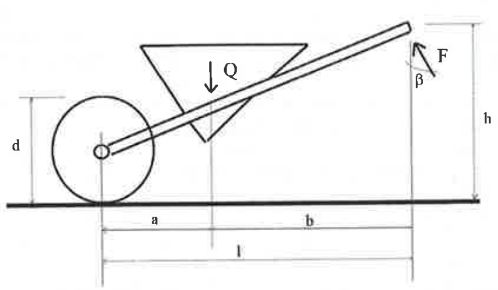
4° Esercizio *Carriola*

Nella carriola in figura con baricentro in G determinare la forza F necessaria a farla avanzare a velocità costante e l'angolo di cui la forza è inclinata rispetto alla verticale.

Dati:

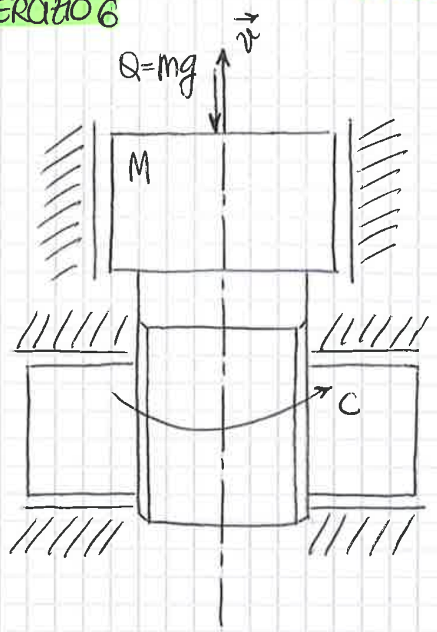
Peso della carriola e del suo carico	Q=80 kg
Parametro di attrito volvente	u=10 mm
Diametro del perno	d_p =30 mm
Coefficiente di attrito nel perno	f=0.2
Quote geometriche	l=1.2 m
	a=0.7 m
	b=0.5 m
	d=0.4 m
	h = 0.9 m

[F= 444.66 N; β= 2.84°]



ESERCITAZIONE 4

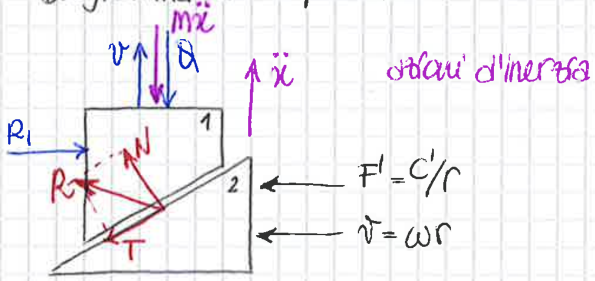
ESERCIZIO 6



- Diagramma di corpo libero ?
- coppia C ?
- $\dot{v} = \ddot{x}$ $C' > C \rightarrow C' = 5\,Nm$?

$M = 100\,kg$
$d = 30\,mm$
$\alpha = 3°$
$f = 0{,}1$

Diagramma di corpo libero



$\varphi = \operatorname{arctg} f$

$C = rQ\,tg(\alpha+\varphi) = 2{,}25\,Nm$

$\eta = 0{,}34$

Applicando $C' > C$ nasce un'azione d'inerzia dovuta al carico.

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ +\uparrow\ -Q + R\cos(\alpha+\varphi) - M\ddot{x} = 0 \\ 2)\ \overset{+}{\rightarrow}\ R\,sen(\alpha+\varphi) - F' = 0 \end{array}\right\} \quad R = \frac{F'}{sen(\alpha+\varphi)} = \frac{C'}{r\,sen(\alpha+\varphi)} \rightarrow -Q + \frac{C'}{r\,tg(\alpha+\varphi)} - M\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \left[\frac{C'}{r} - Q\,tg(\alpha+\varphi)\right] \Big/ M\,tg(\alpha+\varphi) = 11{,}45\,m/s^2$$

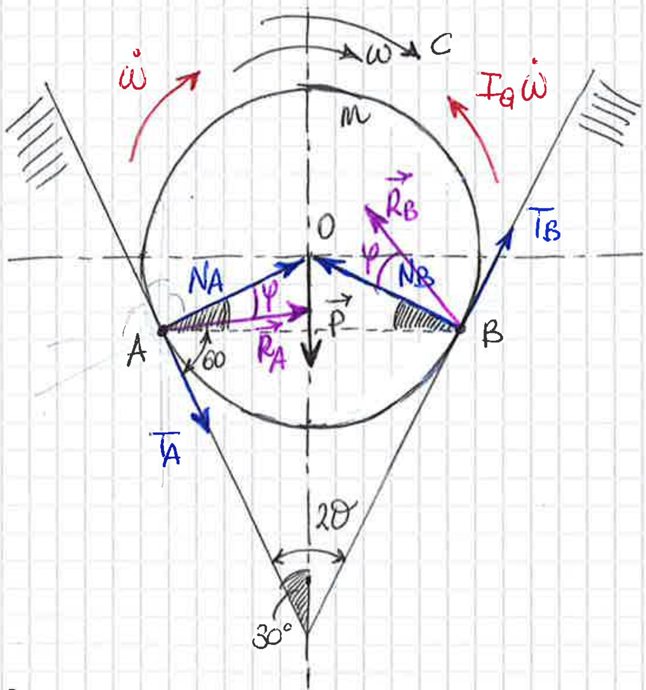
Faccio un'approssimazione: considero il punto di tangenza H' e non H

$H' \curvearrowleft^{+} \quad \underbrace{N(u+\rho_p)}_{\text{per l'approssimazione}} = T\frac{d}{2} \qquad (4)$

$$tg\beta = \frac{(l-a)(u+\rho_p)}{r(a+u)-h(u+\rho_p)} = 0{,}0496 \quad \Rightarrow \beta = 2{,}84°$$

$$\Rightarrow F = Q\,\frac{(a+u)}{\cos\beta(l+u)+\sin\beta(u)} = 444{,}66\ N$$

ESERCIZIO 2



$d = 30\ mm$
$n = 100$ giri/min
$\rho_i = 0{,}20$
$f = 0{,}25$
$m = 100\ kg$

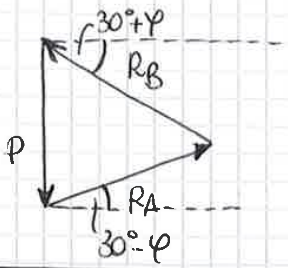
C ?
Q ? (kcal/h)
t per fermare il sistema
↓
tempo T'

$I_G = m\rho_i^2 = 4\ kg\,m^2$

$\varphi = arctg\, f = 14°$

A, B: un punto è più caricato dell'altro perché ruota

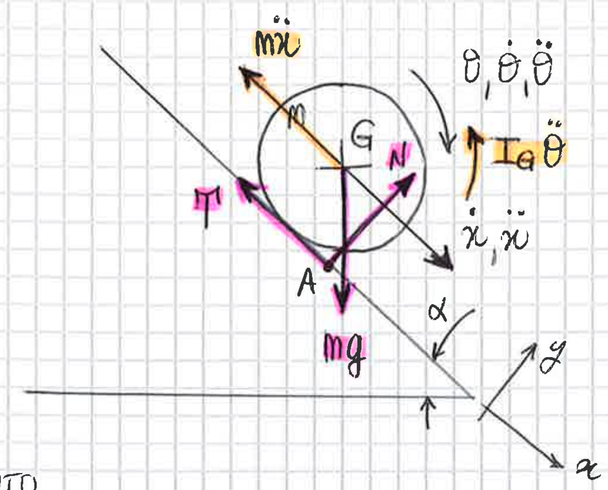
Azioni risultanti P, R_A, R_B ⇒ triangolo delle forze



$$\begin{cases} +\uparrow \quad P = R_B \sin(30°+\varphi) + R_A \sin(30°-\varphi) & (1) \\ +\rightarrow \quad R_B \cos(30°+\varphi) = R_A \cos(30°-\varphi) & (2) \end{cases}$$

$R_B = 1088{,}88\ N \qquad R_A = 814{,}8\ N$

ESERCIZIO 3



ATTRITO VOLVENTE N spostato verso il basso (come verso del moto)

EQUILIBRIO : x) $-T - m\ddot{x} + mg\,\mathrm{sen}\,\alpha = 0$ ① $\Rightarrow T = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - m\ddot{x}$ $\ddot{\theta}r$

y) $N - mg\cos\alpha = 0$ ② $\Rightarrow N = mg\cos\alpha$

$I_G\ddot{\theta} + Nu - Tr = 0$ ③ $\Rightarrow \ddot{\theta} = \dfrac{Tr - Nu}{I_G} = \dfrac{r(mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - m\ddot{x}) - u(mg\cos\alpha)}{I_G}$

Ipotesi aderenza : $T \le f_a N \Rightarrow \ddot{x} = r\ddot{\theta}$ (da verificare)

$N = mg\cos\alpha$ — $\alpha = 10°$: 96609,64 N $\rightarrow f_a N = 19121{,}9$ N
— $\alpha = 45°$: 69367,17 N $\rightarrow f_a N = 13873{,}4$ N

$\ddot{\theta} = mg[r\,\mathrm{sen}\,\alpha - u\cos\alpha] / (I_G + mr^2)$ — $\alpha = 10°$: 1,75 rad/s² $\rightarrow$
— $\alpha = \cancel{45°}$: 8,88 $\cancel{\text{rad}}$/s² $\rightarrow$

$T = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - m\ddot{x} = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - m\ddot{\theta}r$

$\rightarrow T = 8284{,}88$ N

$\rightarrow T = 24967{,}17$ N

$\Rightarrow \alpha = 10°$ $T < f_a N$ VERIFICATA ADERENZA $\Rightarrow \ddot{x} = r\ddot{\theta}$

$\Rightarrow \alpha = 45°$ $T > f_a N$ NON VERIFICATA ADERENZA $\Rightarrow \ddot{x} \ne r\ddot{\theta}$

$\Rightarrow T = fN$

$\alpha = 10°$ $\boxed{\ddot{x} = r\ddot{\theta} = 0{,}875}$ m/s²

$\alpha = 45°$ $\ddot{x} \ne r\ddot{\theta}$

$T = fN$ ④ $\rightarrow$ uso le 4 equazioni $\Rightarrow$ $\boxed{\ddot{x} = 5{,}89 \text{ m/s}^2}$

$\ddot{\theta} = 3{,}05$ rad/s²

ESERCITAZIONE 5

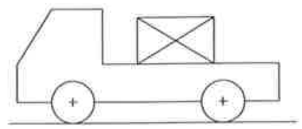
1° Esercizio *Frenatura di un autocarro (freno a ceppi acc.rigido)*

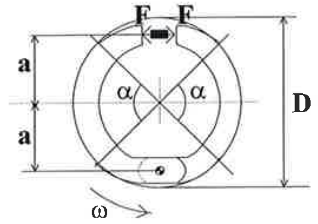
Un autocarro compie una brusca frenata con una decelerazione costante di 3 m/s^2, partendo da una velocità iniziale di 50 km/h. Sul pianale dell'autocarro è posta una cassa. L'azione frenante è ottenuta mediante due coppie di freni ceppi posti sulle ruote posteriori. Ogni coppia ha le dimensioni indicate in figura. Calcolare:

1. tempo e spazio di frenata;
2. il minimo valore del coefficiente di aderenza cassa/pianale affinchè in frenata la cassa non scivoli in avanti;
3. la forza F che deve essere applicata all'estremità di ogni ceppo.

Peso autocarro	P=3600 kg
Peso cassa	Q=400 kg
Coeff. attrito ceppo/tamburo	f=0.25
Diametro ruote autocarro	d=0.8 m
Quote geometriche	D=60 cm; a=20 cm; α=90°

[t_f=4.63 s; x_f=32.15 m; fa_{MIN}=0.3; F=6875 N]



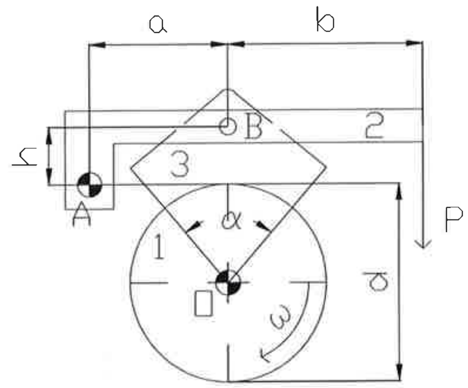


2°Esercizio *Freno a ceppi ad accostamento libero*

Il tamburo 1 è soggetto all'azione frenante del peso P di massa m=10 kg agente tramite la leva 2 ed il ceppo 3. Calcolare la coppia C necessaria a mantenere in rotazione il tamburo a velocità costante, le reazioni in O, A, B.

Coeff. attrito ceppo/tamburo	f=0.4
Coeff. aderenza ceppo/tamburo	f_a=0.6
Quote geometriche	a=15 cm; b=30 cm
	d=22 cm
	h=5 cm; α=80°

[C=13.71 Nm; R_O=R_B=334.43 N; R_A=240.88 N]

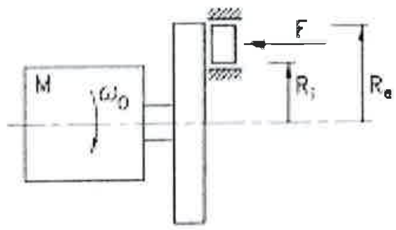


3°Esercizio *Freno a disco ad accostamento rigido*

E' dato il freno a disco di figura.
La geometria del pattino (pastiglia) è assimilabile ad un settore anulare di raggio interno Ri e raggio esterno Re. Si supponga valida l'ipotesi dell'usura. Calcolare la forza F che deve essere applicata per arrestare il sistema in un tempo pari a 10 secondi.
Dati:

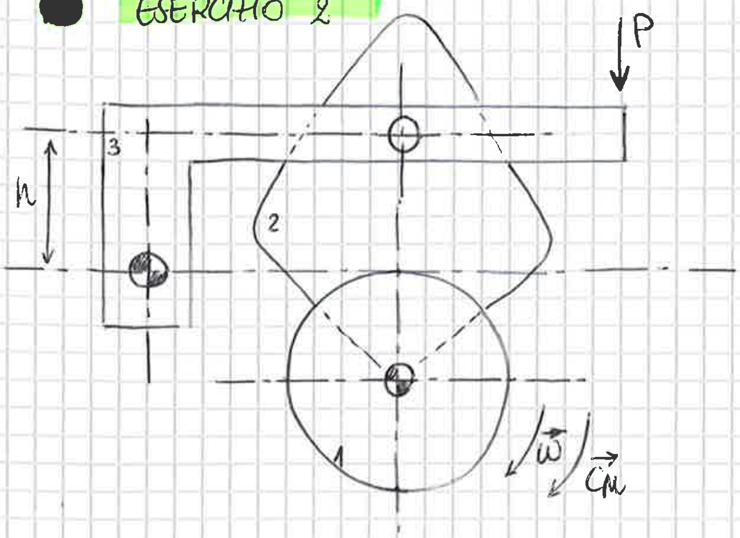
- M = 100 kg (massa delle parti rotanti);
- ρ_i = 0.3 m (raggio di inerzia delle parti rotanti);
- ω_0 = 1500 giri/min;
- R_i = 15 cm (raggio interno pastiglia);
- R_e = 20 cm (raggio esterno pastiglia);
- f = 0.3 (coefficiente di attrito del freno).

[F=2692.79 N]

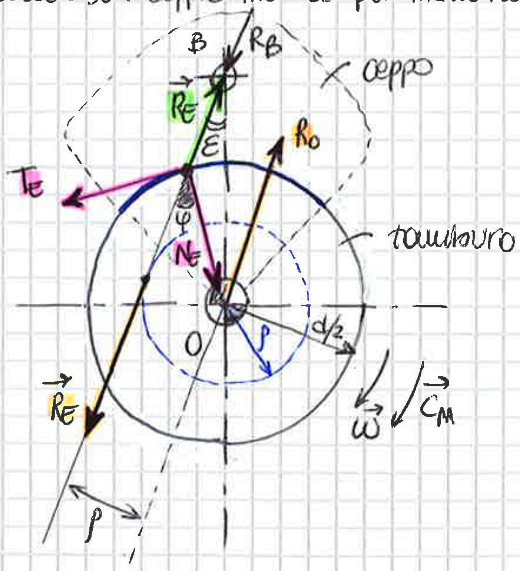


ESERCITAZIONE 5

ESERCIZIO 2



Si trascurano tutti i pesi
Calcolare la coppia motrice per mantenere il sistema a velocità costante.



partiamo sempre dall'elemento da frenare
cui è quello cui stabilire il verso di T

Utilizziamo il cerchio d'attrito per considerare le azioni scambiate tra ceppo e tamburo

$\rho = r \operatorname{sen} \varphi$

$\varphi = \operatorname{arctg} f = 21{,}8$

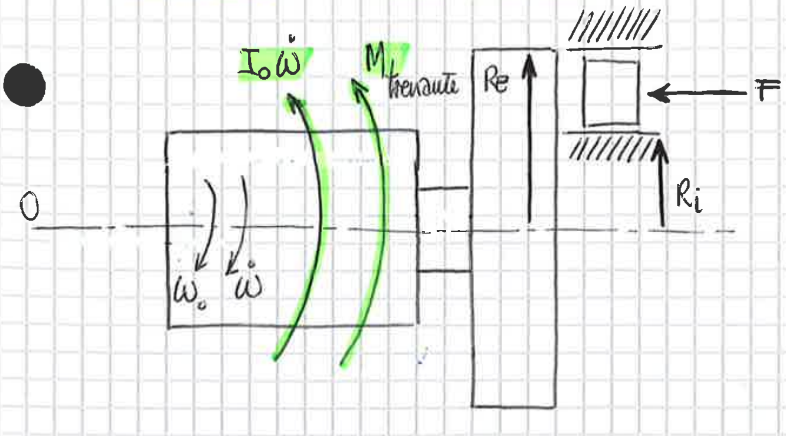
$\rho = 0{,}041$

per l'equilibrio del ceppo

R_E : tg al cerchio d'attrito, passante per B, opposta al ω

R_0 : deve formare con R_E una coppia di forze opposta a C_M

ESERCIZIO 3 FRENI A DISCO



$M = 100\,kg$

$\rho_i = 0{,}3\,m$

$\omega_o = \frac{2\pi n}{60} = 157{,}07\ rad/s$

$R_i = 0{,}15\,m$

$R_e = 0{,}20\,m$

$f = 0{,}3$

$? \vec{F}$ per frenare il sistema in $T = 10\,sec$

- FORMULE MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$\omega(t) = \omega_o + \dot{\omega} t$$

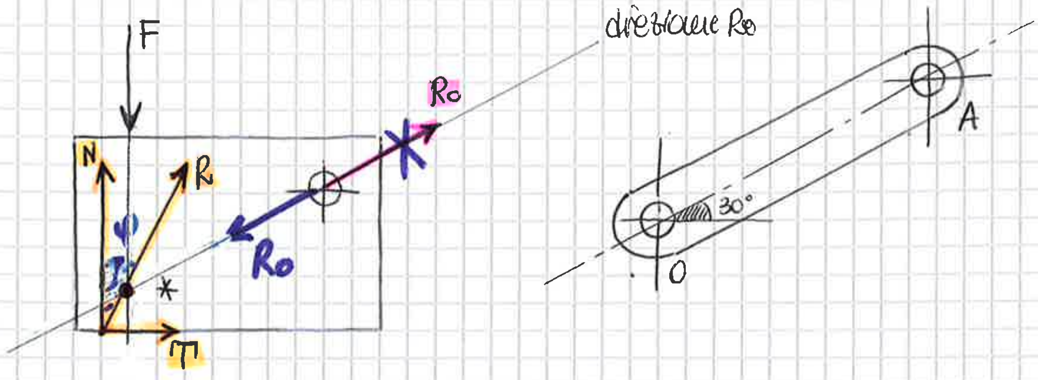
$$0 = \omega_o + \dot{\omega} T \Rightarrow \dot{\omega} = -\frac{\omega_o}{T} = -15{,}707\ rad/s^2$$

- EQUILIBRIO intorno all'asse del sistema

$$O\circlearrowleft \quad M_{fr} + I_o\dot{\omega} = 0$$

$$I_o = M\rho_i^2 = 9\,kgm^2 \qquad \Rightarrow \quad M_{fr} = 141{,}37\ Nm$$

$$M_{fr} = fF\,\frac{R_e + R_i}{2} \Rightarrow F = \frac{2M_{fr}}{f(R_e+R_i)} = \boxed{2692{,}79\ N}$$

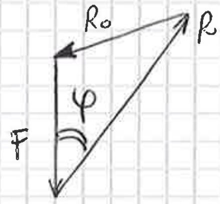


Asta scarica
⇒ direzione reaz. vincolari A e O
⇒ riporto la direzione sul pattino

F: forza generata dal cilindro

⇒ trovo il punto * ⇒ trovo R che deve passare per *

⇒ verso di R_o



Equilibrio:

$$R \operatorname{sen}\varphi = R_o \cos 30° \Rightarrow R_o = 5197{,}31\ N$$

$$-F + R\cos\varphi - R_o \operatorname{sen} 30° = 0 \Rightarrow F = 21\,085{,}63\ N$$

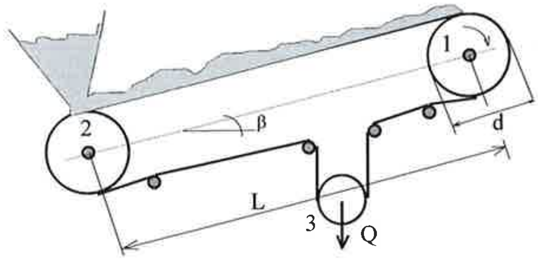
ESERCITAZIONE 6

3° Esercizio Nastro trasportatore

E' assegnato il nastro trasportatore di figura dove 1 rappresenta il tamburo motore, 2 il tamburo di rinvio e 3 il tenditore. Supponendo nullo l'attrito ai perni e ogni altra causa di perdite di potenza, considerando il sistema in condizioni di regime, calcolare:

1. La potenza necessaria al tamburo motore; [P_M = 1223.77 W]
2. Il valore minimo di Q per effettuare il trasporto [Q_{MIN} = 536.92 N].

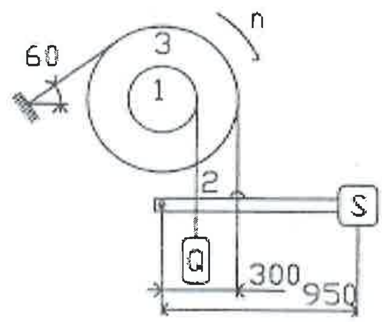
Peso unitario materiale trasportato	q=20 kg/m
Angolo avvolgimento tamburo motore	θ=200°
Coeffic. attrito nastro/tamburo	f=0.4
Velocità del nastro	V=1.5 m/s
d=60 cm	
L=20 m	
β=12°	



4° Esercizio Freno di emergenza a nastro

Un apparecchio di sollevamento è costituito dal tamburo 1 su cui si avvolge la fune 2. Sullo stesso asse del tamburo 1 è calettato il tamburo 3 facente parte di un freno a nastro di emergenza che deve intervenire in caso di mancanza di corrente al motore. In tale caso viene liberato il peso S che è collegato tramite una leva ad una estremità del nastro del freno che così interviene. Alla fune del tamburo 1 è appeso un carico Q=420 Kg. Supponendo che, quando il tamburo sta ruotando alla velocità n_0=32 giri/min nel senso indicato (carico in discesa) manchi corrente al motore e intervenga istantaneamente il freno, calcolare la coppia frenante C del freno [C_{fr} = 774.2 Nm] e il tempo necessario perchè il carico Q si arresti [t*= 1.188 s].

Diametro del tamburo 1	D_1=350 mm
Momento inerzia delle parti rotanti	I=52 kg m^2
Parametro scostamento elastico fune	e_1=2 cm
Coefficiente aderenza nastro/tamburo	f_a=0.34
Diametro del tamburo 3	D_3=800 mm
Peso del freno di sicurezza	S=80 kg
Parametro scostamento anelast. fune	e_2=5 cm
Coefficiente di attrito nastro/tamburo	f=0.22
a=300 mm	
b=950 mm	



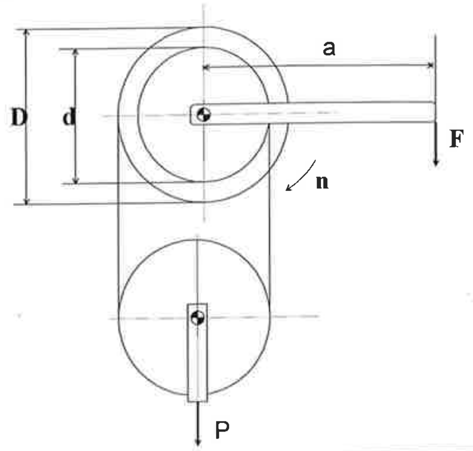
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 100

ESERCITAZIONE 6

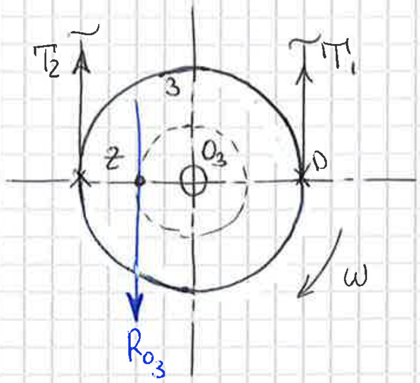
5° Esercizio Paranco differenziale

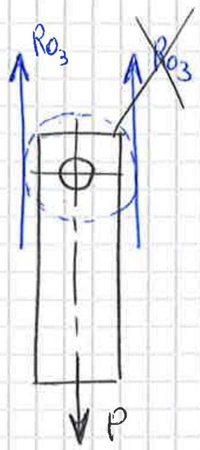
Col paranco differenziale raffigurato si vuole sollevare il carico P=500 kg. Considerando la manovella nella posizione indicata, calcolare la forza F che deve essere applicata [407.93 N], la velocità di salita del carico [v_s = 0.0785 m/s] ed il rendimento del paranco [η = 0.6].

Dati:
raggio dei perni: r=80 mm
coefficiente d'attrito dei perni: f=0.1
D=500 mm
d=400 mm
a=500 mm
n=30 rpm



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 100





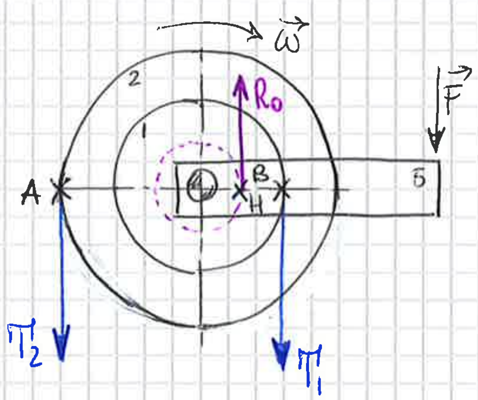
$\uparrow^{+}\ R_{O_3} = P$

$\uparrow^{+}\quad T_1 + T_2 = P = R_{O_3}$

$D)\circlearrowleft^{+}\quad -T_2(d_3) + R_{O_3}\left(\frac{d_3}{2} + \rho_p\right) = 0$

$T_2 = 2539\,N$

$T_1 = 2365\,N$



$H)\circlearrowleft^{+}\quad -F(a-\rho_p) - T_1\left(\frac{d}{2} - \rho_p\right) + T_2\left(\frac{D}{2} + \rho_p\right) = 0$

$$\Rightarrow F = \frac{T_2\left(\frac{D}{2} + \rho_p\right) - T_1\left(\frac{d}{2} - \rho_p\right)}{(a-\rho_p)} = \boxed{407{,}93\,N}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P v_5}{\underbrace{(Fa)}_{\text{coppia motrice}}\omega} = \boxed{0{,}6}$$

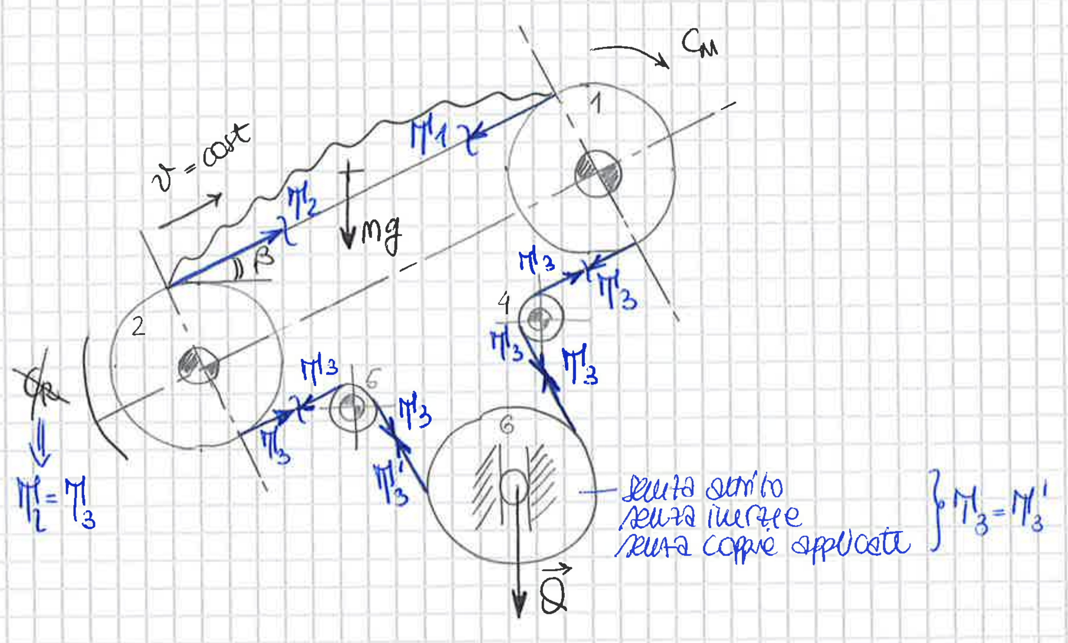
Aderenza fune-puleggia $\quad v = \omega R \quad \omega = \frac{v}{R} = 2\ rad/s$

$P_M = C_M \omega = \boxed{2236{,}6\ W}$

$$\frac{T_1 - qv^2}{T_2 - \cancel{qv^2}} \sim e^{f\vartheta_1^*} \Rightarrow \vartheta_1^* = 1{,}1\ rad$$

non mi danno la massa della fune quindi la trascuro

ESERCIZIO 3



$m = qL = 400\ kg$

$\vartheta_{1_{AVV}} = 200° = 3{,}49\ rad$

$f = 0{,}4$

$\beta = 12°$

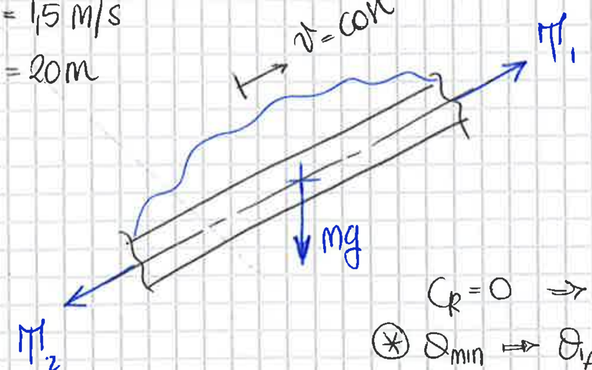
$v = 1{,}5\ m/s$

$L = 20m$

P_{M_1}? $\quad Q_{min}$?

$C_M = (T_1 - T_2)\frac{d}{2}$

(*) $2T_3 = Q_{min} \quad \frac{T_1}{T_2} \sim e^{f\vartheta_1^*} = e^{f\vartheta_{AVV}}$



$T_1 - T_2 - mg\,sen\beta = 0$

$(T_1 - T_2) = mg\,sen\beta = 815{,}84\ N$

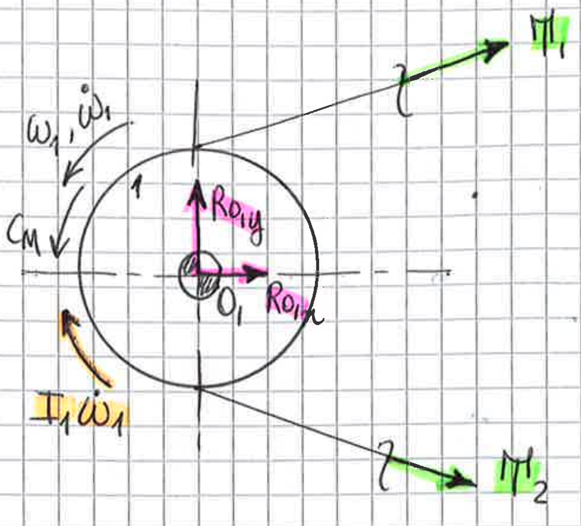
$P_u = (mg\,sen\beta)v = 1223{,}77\ W$

$C_R = 0 \Rightarrow P_m = P_u = 1223{,}77\ W$

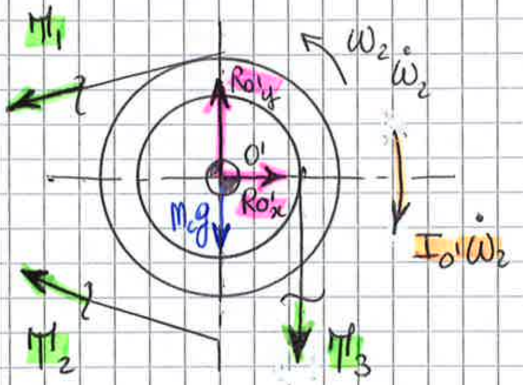
(*) $Q_{min} \Rightarrow \vartheta_{1_{AVV}} = \vartheta_1^*$ condizione di strisciamento totale

$T_2 = 268{,}40\ N \quad \Rightarrow Q_{min} = 2T_2 = 536{,}92\ N \quad$ (perché $T_2 = T_3$)

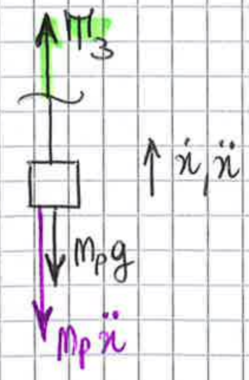
DIAGRAMMI CORPO LIBERO



① O_1 ↺+ $\quad C_M = \boxed{(T_1 - T_2)}\,\frac{d_1}{2} + I_{O_1}\boxed{\dot\omega_1}$



② $(T_1 - T_2)\,\frac{d_2}{2} = \boxed{T_3}\,\frac{d_t}{2} + I_{O'}\boxed{\dot\omega_2}$



③ $T_3 = m_p g + m_p\boxed{\ddot x}$

Rendimento cinghia : $\eta_c = \frac{v_2}{v_1} \simeq 1 \Rightarrow \omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2}$

④ $\dot\omega_1 \frac{d_1}{2} = \dot\omega_2 \frac{d_2}{2}$

ESERCITAZIONE 7

1°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

Date due ruote dentate cilindriche a denti diritti aventi velocità angolari rispettivamente di **ω_1=70 rad/s** e **ω_2=40 rad/s**, angolo di pressione **α=20°**, numero di denti della ruota 1 pari a **z_1=10** e raggio primitivo pari a **r_1=100 mm**, potenza trasmessa **W_1=2 kW**, rendimento **η=1**, calcolare:

- il modulo m; [20 mm]
- il rapporto di trasmissione i; [1.75]
- il raggio primitivo della ruota 2, r_2;[175 mm]
- l'interasse a tra le ruote; [275 mm]
- il numero di denti della ruota 2, z_2; [18]
- la forza F_{12} esercitata dalla ruota 1 sulla 2. [309 N]

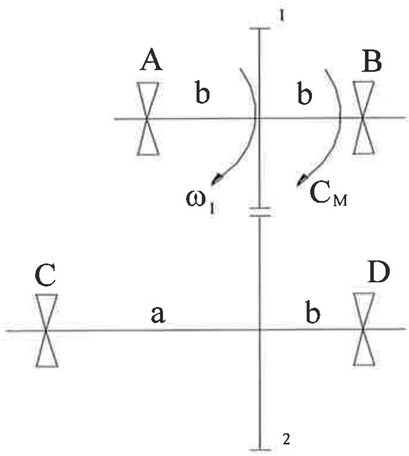
2°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

In figura sono illustrate due ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui la ruota 1 è quella motrice. I supporti A e B della prima ruota sono equidistanti da questa (lunghezza b), mentre la ruota 2 dista dai rispettivi supporti secondo le due diverse lunghezze a e b. Sapendo che:

- C_M = 30 Nm (coppia motrice);
- η = 1 (rendimento della trasmissione);
- z_1 = 13 (n.denti ruota 1);
- $i = \omega_1/\omega_2 = 3$ (rapporto di trasmissione);
- m = 4 mm (modulo);
- α = 20° (angolo di pressione);
- $\omega 1$ = 20 rad/s (vel.angolare ruota 1);
- a = 100 mm (vedi figura);
- b = 50 mm (vedi figura);

determinare:

- il numero di denti della ruota 2, z_2; [39]
- i raggi primitivi delle due ruote, R_1 e R_2; [R_1=26 mm; R_2=78 mm]
- la coppia resistente C_R agente sulla ruota 2; [90 Nm]
- la forza F esercitata sulla ruota 2 da parte della ruota 1; [1227.89 N]
- le reazioni R_C R_D sui supporti C e D. [R_C = 818.58 N; R_D = 409.29 N



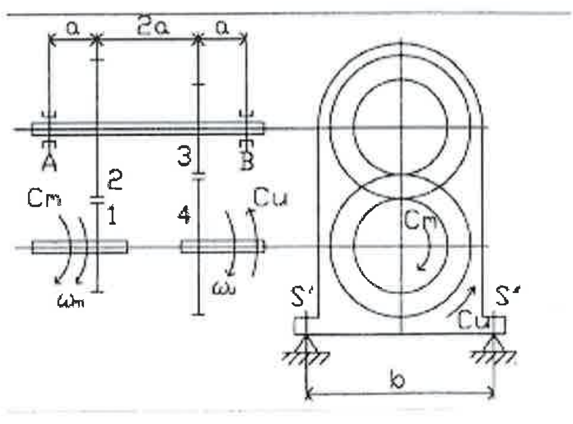
3°Esercizio Ruote cilindriche a denti diritti

Il sistema in figura trasmette il moto da un gruppo motore ad un gruppo utilizzatore.

Dati: b = 180 mm; $Z_1 = Z_3 = 17$; $Z_2 = Z_4 = 52$
C_m = 10 Nm; ω = 3000 rpm = 314,16 rad/s
m = 2,5 mm; θ = 20°

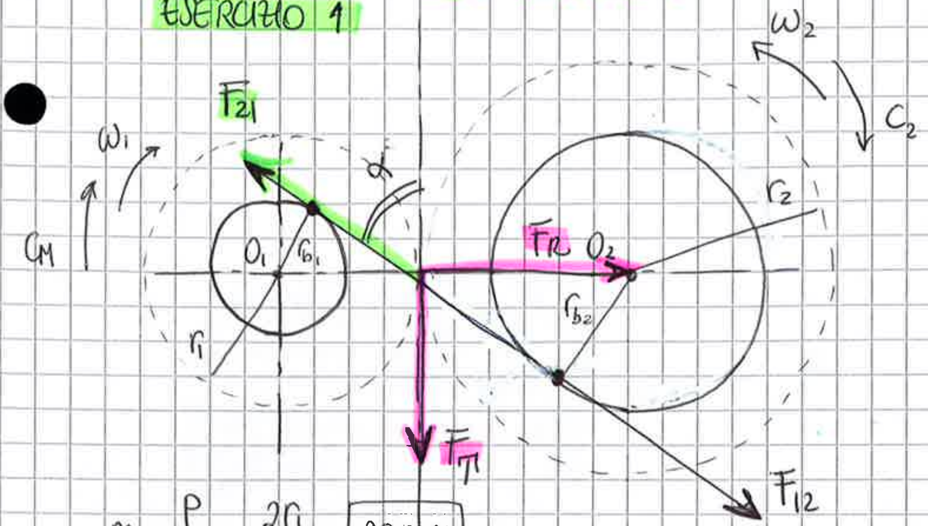
Determinare:

1. $i = \frac{\omega_m}{\omega_u}$; [9.36]
2. i raggi primitivi R_1 e R_2; [R_1= R_3= 21.25 mm; R_2=R_4= 65 mm]
3. la coppia di reazione C_S e le forze $R_{S'}$ ed $R_{S''}$ sui supporti. [C_S= 83.56 Nm; R_S'=R_S''= 458.3N]



ESERCITAZIONE 7

ESERCIZIO 1



$$m = \frac{P}{\pi} = \frac{2r_1}{z_1} = \boxed{20\,mm}$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{70}{40} = \boxed{1{,}75}$$

$$r_2 = i\,r_1 = \boxed{175\,mm}$$

$$a = O_1O_2 = r_1 + r_2 = \boxed{275\,mm}$$

$z_2 = i z_1 = 17{,}5$ numero decimale ?! → dobbiamo approssimare sempre all'intero superiore

$\hookrightarrow \boxed{18}$

$$C_M = F_{21}\,r_{b_1} = F_{21}\,r_1\cos\alpha \Rightarrow F_{21} = \frac{C_M}{r_1\cos\alpha} = \frac{W_1/\omega_1}{r_1\cos\alpha} = 309\,N$$

ESERCIZIO 2

(vedi disegno sopra) z_2? r_1, r_2? $C_R = C_2$? F_{12}? R_C, R_D?

C, D: supporti ruota 2

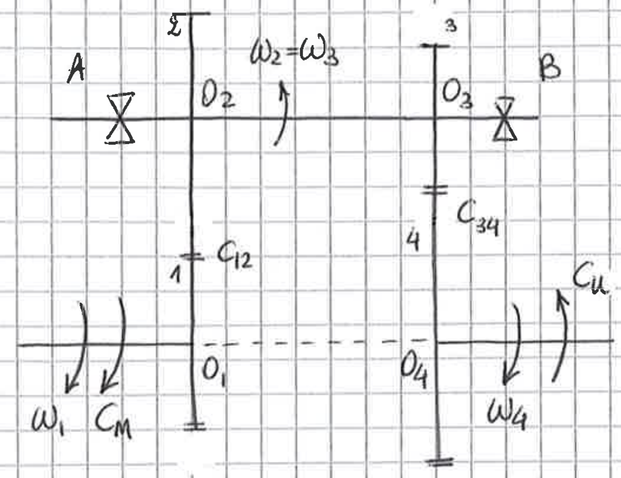
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} = 3 \rightarrow z_2 = i\,z_1 = \boxed{39}$$

$$m = \frac{2r_1}{z_2} = \frac{2r_2}{z_2} \Rightarrow r_1 = \frac{m z_1}{2} = \boxed{26\,mm} \qquad r_2 = \frac{m z_2}{2} = \boxed{78\,mm}$$

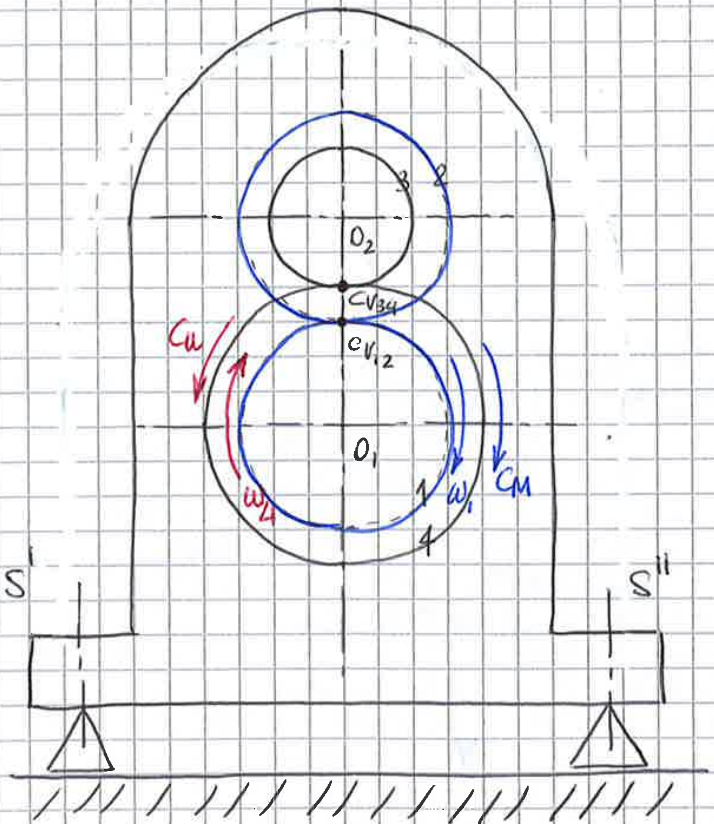
$$\eta = \frac{C_R\,\omega_2}{C_M\,\omega_1} = \frac{C_R}{C_M\,i} \qquad C_R = \eta\,i\,C_M = \boxed{90\,Nm}$$

ESERCIZIO 3

ROTISMO ORDINARIO



Ruote tutte esterne possono ruotare solo intorno al loro asse



$$i = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\left(\frac{\omega_3}{\omega_4}\right) = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \boxed{9{,}356}$$

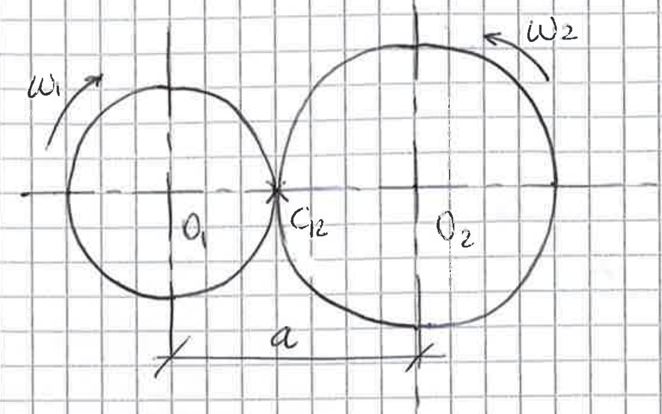
$$m = \frac{2r}{z} \quad \Rightarrow r_1 = \frac{m z_1}{2} = \boxed{21{,}25}\ mm = r_3$$

$z_1 = z_3$

$$r_2 = \frac{m z_2}{2} = \boxed{65\ mm} = r_4$$

RUOTE CILINDRICHE A DENTI ELICOIDALI

ESERCIZIO 4



$\alpha_n = 20°$

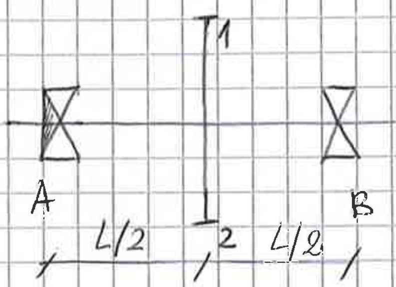
$m_n = 2{,}75$ mm

$i = \omega_1/\omega_2 = 2$

$a = O_1O_2 = 155$ mm

$\beta \cong 12$

$L = 76$ mm



z_1, z_2?

β_{esatto}?

$F_{radiale} >$?

$(se\ P_m = 1CV = 735\,W)$

$$\begin{cases} i = \dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{z_2}{z_1} = 2 \\ a = r_1 + r_2 = 155 \text{ mm} \end{cases}$$

$$r_1 = \frac{m z_1}{2} = \frac{m_n}{\cos\beta}\frac{z_1}{2}$$

$$r_2 = \frac{m z_2}{2} = \frac{m_n}{\cos\beta}\frac{z_2}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_n}{2\cos\beta}(z_1 + 2z_1) = 155 \Rightarrow z_1 = 36{,}7$$

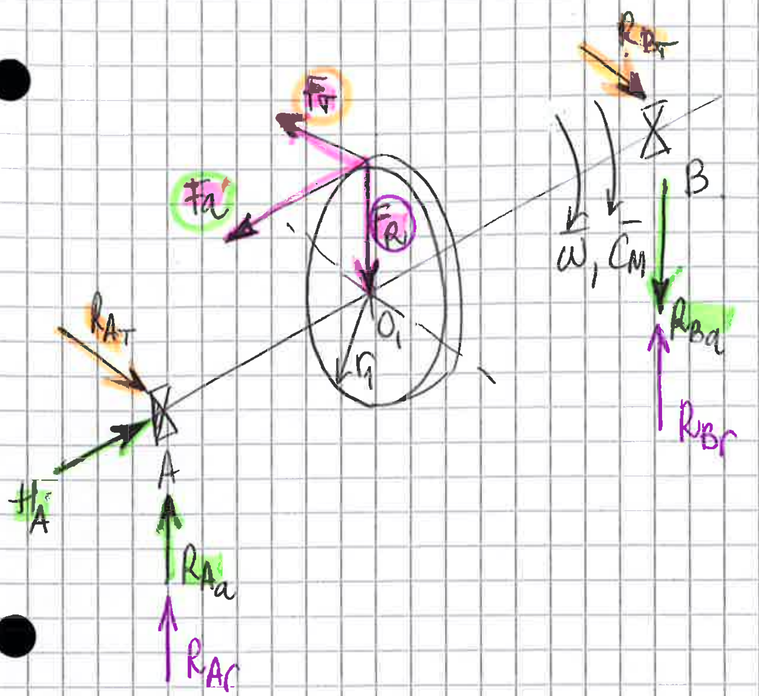
$$\boxed{z_1 = 37}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_2 = 74}$$

$$a = \frac{m_n}{2\cos\beta}(3z_1) \Rightarrow \beta_{effettivo} = 10{,}04°$$

$$\begin{cases} r_1 = 51{,}66 \text{ mm} \\ r_2 = 103{,}33 \text{ mm} \end{cases}$$

$$C_M = \frac{P_m}{\omega_1} = 9{,}75 \text{ Nm}$$



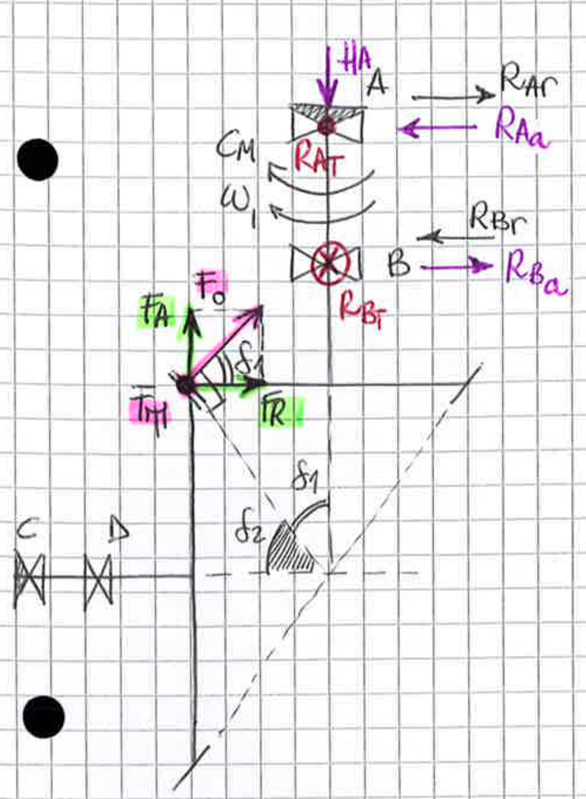
F_A ASSIALE
$$\begin{cases} H_A = F_A = 33{,}4\,N \\ R_{A_a} = R_{B_a} = \dfrac{F_a r_1}{L} = 22{,}71\,N \end{cases}$$

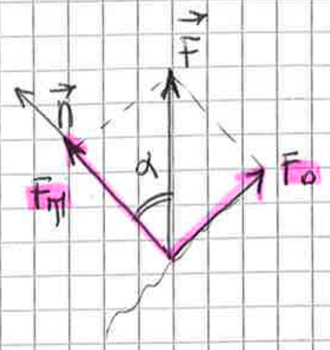
F_R radiale $R_{Ar} = 34{,}9N = R_{Br}$

F_{T1} tangente $R_{A_T} = 94{,}35N = R_{B_T}$

$$\left.\begin{cases} F_A = H_A = 33{,}4\,N \\ R_A = \sqrt{R_{A_T}^2 + (R_{A_a} + R_{A_r})^2} = 110{,}55\,N \end{cases}\right\} (A)$$

$$R_B = \sqrt{R_{B_T}^2 + (R_{B_r} - R_{B_a})^2} = 95{,}13\,N \quad (B)$$





n: perpendicolare al piano degli assi

$P_M = 20\,000 \text{ W}$

$$C_M = \frac{P_M}{\omega_1} = \frac{P_M}{2\pi n_1 / 60} = 127{,}38 \text{ Nm}$$

$$F_T = F\cos\alpha = \frac{C_M}{r_1} = \frac{P_M}{\omega_1 r_1} = 1273{,}88 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_T}{\cos\alpha} = 1355{,}64 \text{ N}$$

$$F_o = F\,\text{sen}\,\alpha = 463{,}65 \text{ N}$$

$$F_R = F_o \cos\delta_1 = 414{,}72 \text{ N}$$

$$F_A = F_o\,\text{sen}\,\delta_1 = 207{,}31 \text{ N}$$

- CALCOLARE LE REAZIONI SUI SUPPORTI

F_A ASS.

H_A genera una coppia che viene bilanciata da R_{Aa} e R_{Ba} con F_A

$H_A = F_a = 207{,}31 \text{ N}$

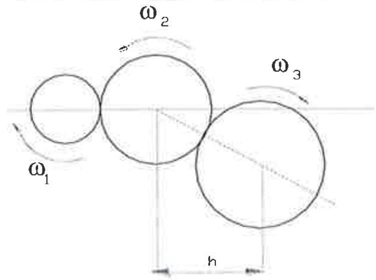
$R_{Aa} = R_{Ba} = F_a r_1 / a = 103{,}65 \text{ N}$

ESERCITAZIONE 8

1° Esercizio Rotismo ordinario

E' dato il rotismo ordinario di figura, realizzato con ruote cilindriche a denti diritti, aventi modulo m=3 mm ed angolo di pressione α=20°, ed i cui numeri di denti sono rispettivamente pari a z_1=16, z_2=18, z_3=72, e trasmette una potenza di 3kW.
Nell'ipotesi che la distanza h indicata in figura valga h= 5 mm e che non esistano fenomeni dissipativi di attrito e che la ruota motrice 1 giri in verso orario alla velocità angolare ω_1=1725 giri/min, si determinino:

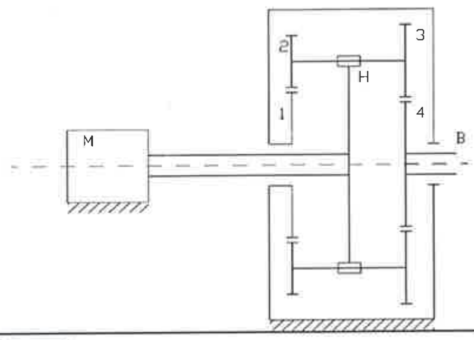
a) i valori delle velocità angolari ω_2 ed ω_3 e della velocità periferica nel punto di contatto tra le ruote 1 e 2; -1533.3 giri/min; 383.3 giri/min]
b) il valore della forza agente sulla ruota 1. [736 N]



2° Esercizio Riduttore epicicloidale

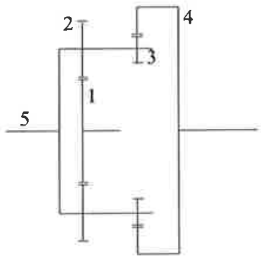
Un motore M erogante una potenza W = 1.2 kW alla velocità di 300 giri/min fa ruotare l'albero B attraverso un rotismo epicicloidale formato dal portatreno H e da varie ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui si conoscono il modulo m=5 mm, i numeri di denti Z_1=97, Z_2=17, Z_3=18 e l'angolo di pressione α=20°.

Calcolare:
1. il rapporto di trasmissione ω_H / ω_B realizzato dal riduttore; [-14.55]
2. la coppia di reazione della struttura di sostegno. [C*= 578.73 Nm]



3° Esercizio Rotismo epicicloidale

Nel rotismo di figura, il solare 1 ruota a 400 giri/min e la corona 4 ruota a 50 giri/min. I versi di rotazione sono quelli indicati. Le ruote hanno i numeri di denti seguenti: z_1=15, z_2=25; z_3=15, z_4=55. Le ruote 2 e 3 sono rigidamente collegate tra loro.
Calcolare: la velocità angolare Ω del portatreno 5 [13.28 giri/min], la velocità angolare della ruota 2 [-218.75 giri/min], il rapporto di trasmissione k_{15} [30.11].



4° Esercizio Riduttore epicicloidale

Nel rotismo epicicloidale di figura sono noti la velocità angolare in ingresso e la coppia in uscita. Per il calcolo viene ipotizzato un rendimento unitario.

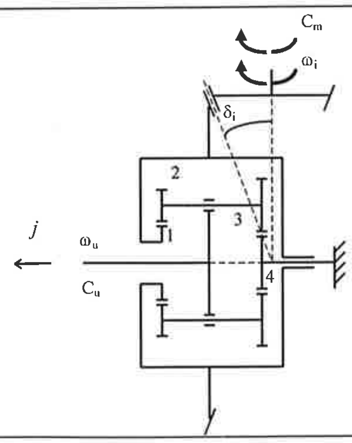
Dati:
n_i= 30 giri/min z_1= 15 z_3= 15 z_4= 45 δ_i= 30° C_u=10 Nm
Ricavare:

espressione letterale di ω_u

valore di ω_u [-0.226 rad/s]

valore di C_m [0.721 Nm]

verso di ω_u coincidente con $\vec{j}$? [opposta]



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 100

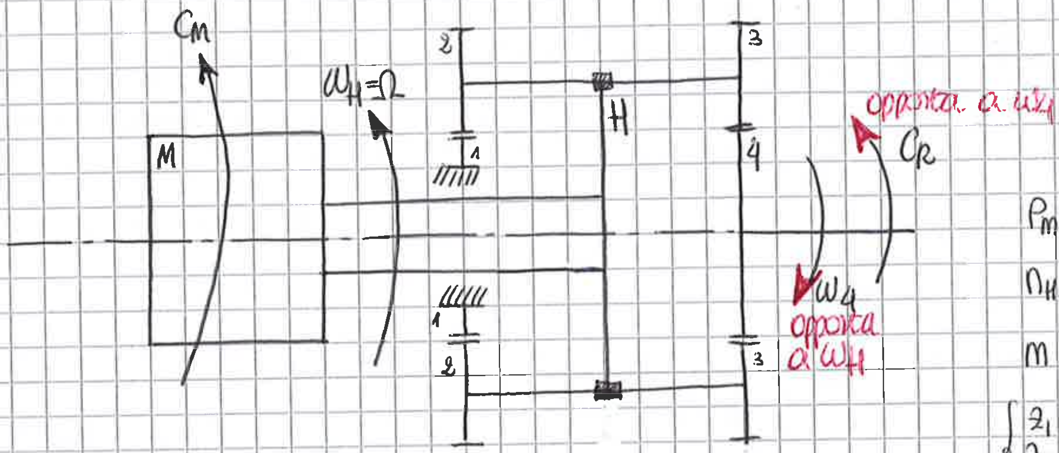
$\omega_2 = ?$ $\quad i_{1,2} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}$ NO!

sempre una Willis (tranne col portatreno che posso inserire i valori assoluti)

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} = -\frac{z_2}{z_1} \Rightarrow \omega_2 = \boxed{-218,75 \text{ giri/min}}$$

ESERCIZIO 2

RIDUTTORE EPICICLOIDALE



$\omega_1 = 0$

$P_m = 1200$ W

$n_H = 300$ giri/min

$m = 5$ mm

$\begin{cases} z_1 = 97 \\ z_2 = 17 \\ z_3 = 18 \end{cases}$

$\alpha = 20°$

$i_{riduttore}$? $= \dfrac{\omega_H}{\omega_4}$ $\quad C_R = ?$ $\quad C_{telaio}$?

H: portatreno

1,4: solari

2,3: satelliti

$r_1 + r_2 = r_3 + r_4$

$m = \dfrac{2r}{z} \Rightarrow r = \dfrac{mz}{2} \propto z \Rightarrow z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \Rightarrow z_4 = 96$

$i_{riduttore} = \dfrac{\omega_H}{\omega_4}$

Rapporto di trasmissione del rotismo reso ordinario (Willis 1,4)

$$i_{14} = (i_{1,2})(i_{3,4}) = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega} \cdot \frac{\omega_3 - \Omega}{\omega_4 - \Omega} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right)$$

Willis $\quad$ 2,1 "esterni" $\quad$ 3,4 "esterni"

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 100

$r_1 + r_2 = r_3 + r_4$

$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \Rightarrow z_2 = 45°$

$\delta_1 + \delta_i = 90 \Rightarrow \delta_1 = 60°$

$i_c = \frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{\operatorname{sen} \delta_i}{\operatorname{sen} \delta_1} = 1{,}732$

$i_{1,4} = \frac{\omega_1 - \Omega}{\cancel{\omega_4}^{0} - \Omega} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \Rightarrow \omega_1 z_1 z_3 - \Omega z_1 z_3 = -z_2 z_4 \Omega$ ($\Omega = \omega_u$)

$i_{RID} = \frac{\omega_1}{\omega_u} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = -8$

$i_{TOT} = (i_c)(i_{RID}) = \frac{\omega_i}{\omega_u} = \frac{\operatorname{sen} \delta_i}{\operatorname{sen} \delta_i}\left(1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}\right) \Rightarrow \omega_u = \frac{\omega_i}{i_{TOT}} = \boxed{-0{,}27 \text{ rad/s}}$

$i_{TOT} \rightarrow -13{,}85$

(ω_u discorde da $\vec{j}$)

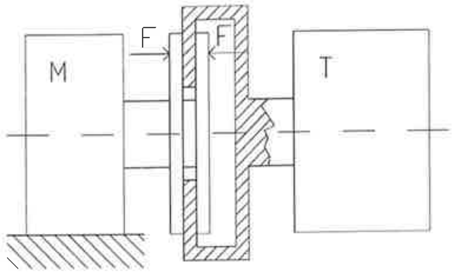
$\eta = \frac{\omega_i C_u}{\omega_i C_m} = \frac{C_u}{C_m \, i_{TOT}} \cong 1 \rightarrow C_m = \frac{C_u}{|i_{TOT}|} = \boxed{0{,}421 \text{ Nm}}$

ESERCITAZIONE 10

1°Esercizio Innesto a frizione

Un motore è accoppiato ad un tamburo rotante per mezzo di un innesto a frizione, costituito da un disco su cui vengono premuti da entrambi i lati due anelli di materiale di attrito. I diametri interno d_i ed esterno d_e di ciascun anello sono rispettivamente 200 e 300 mm, il coefficiente di attrito è f=0.3 e la spinta assiale su ciascun anello è F=150 kg. Il motore sviluppa una coppia costante netta C_m=5 kgm e la sua inerzia è equivalente a quella di un rotore di peso P_m=25 kg e raggio di inerzia ρ_m=0.3 m. Il tamburo pesa P_t=60 kg, il suo raggio di inerzia è ρ_t=0.5 m. La coppia necessaria a vincere l'attrito nei cuscinetti è C_r=1 kgm.

Se l'innesto è inserito quando la velocità angolare del motore è n_0=500 giri/min e il tamburo è a riposo, calcolare la coppia C* trasmessa attraverso il disco a frizione [110.36 Nm], la velocità ω* quando la frizione cessa di slittare [ω*= 10.32 rad/s], il tempo t* per cui dura lo slittamento [1.54 s], la quantità di calore totale Q sviluppata per attrito sulle due facce del disco a frizione [1 kcal]. Calcolare inoltre il tempo totale T necessario affinchè il tamburo raggiunga la velocità n_0=500 giri/min [20s].



2° Esercizio Argano di sollevamento

Un motore è collegato ad un argano di sollevamento secondo lo schema indicato in figura. Sull'albero motore è inserita una frizione conica, che trasmette a sua volta il moto ad una coppia di ruote dentate cilindriche elicoidali a profilo ad evolvente di cerchio.

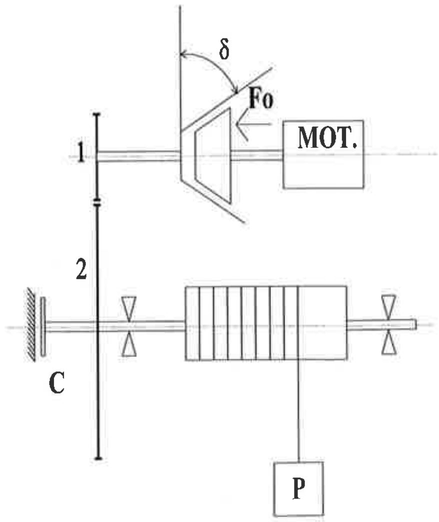
Sull'albero della ruota 2 è posto un argano di sollevamento capace di sollevare il carico P. Il motore fornisce una coppia variabile linearmente con la velocità; la coppia è Co=50 kgm a motore fermo, mentre è nulla quando il motore ruota a 300 rpm.

Sono dati inoltre:

- peso delle parti rotanti del motore: P_M=40 kg
- raggio d'inerzia delle stesse ρ_M=15 cm
- angolo della frizione (come indicato in figura): δ=65°
- raggio interno del disco di frizione: r_i=20 cm
- raggio esterno del disco di frizione: r_e=24 cm
- numero di denti della ruota 1 Z_1=17
- numero di denti della ruota 2: Z_2=90
- modulo normale delle ruote: m_N=4 mm
- angolo di pressione nel piano frontale: α=20°
- angolo dell'elica sui cilindri primitivi: β=12°
- diametro dell'argano di sollevamento: d=40 cm
- momenti d'inerzia dell'argano: I=4 $kg_f\,m\,s^2$

Determinare:

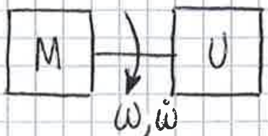
1. la velocità di salita a regime di un carico P=1000 kg e la potenza fornita in CV e in kW;[0.29 m/s; 2.841 kW= 3.8 CV]
2. il valore della forza F_O da applicare alla frizione secondo il suo asse affinchè il motore possa trasmettere la coppia di avviamento Co, sapendo che il coefficiente di aderenza vale f_a=0.3 e il coefficiente di attrito f=0.1; [3.14 kN]
3. il tempo necessario per raggiungere il 90% della velocità di regime quando il motore deve sollevare un carico P'=200 kg e la forza esercitata sul cuscinetto reggispinta C all'istante iniziale. [ω_{MR}'=26.66 rad/s; Fa= 2114.09 N]



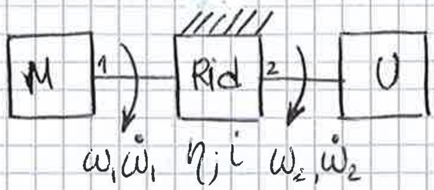
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 100

TRANSITORI

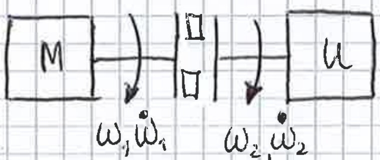
1) ACCOPPIAMENTO DIRETTO MOTORE-CARICO



2) ACCOPPIAMENTO MOTORE RIDUTTORE CARICO



3) ACCOPPIAMENTO MOTORE FRIZIONE CARICO



non si parla di albero 1 e 2 perchè dopo il primo periodo di strisciamento l'albero è unico e ruota alla stessa ω

A regime: il transitorio porta da uno stato stabile ad un altro.

A regime $\dot{\omega} = 0 \Rightarrow C_M = C_R$

dal grafico $\rightarrow C_M(\omega) = C_0\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) \overset{\text{a regime}}{=} C_{Res}$

$$C_0\left(1 - \frac{\omega_R}{\omega_0}\right) = C_{Res} \qquad C_0 - \frac{\omega_R}{\omega_0} C_0 = C_{Res}$$

$$\omega_R = \frac{(C_0 - C_{Res})}{C_0}\omega_0$$

$$\omega_R = \omega_0\left(1 - \frac{mg\,d_t}{2C_0}\right) = 21{,}7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_R\, d_t/2 = \boxed{v_R = 3{,}17 \text{ m/s}}$$

$$C_M = C_R + I_{eq}\dot{\omega}$$

$$C_0\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) = C_R + I_{eq}\dot{\omega}$$

$$C_0 - C_0\frac{\omega}{\omega_0} = C_R + I_{eq}\dot{\omega}$$

$$\underbrace{\frac{C_0 - C_R}{I_{eq}}}_{A} - \underbrace{\frac{C_0}{\omega_0 I_{eq}}}_{B}\omega = \frac{d\omega}{dt}$$

$$A - B\omega = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\int_0^t dt = \int_0^\omega \frac{d\omega}{A - B\omega} \Rightarrow t = -\frac{1}{B}\Big[\log(A - B\omega)\Big]_0^\omega = -\frac{1}{B}\log\frac{A - B\omega}{A}$$

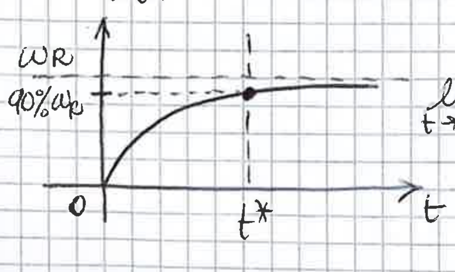
$$t \Rightarrow \boxed{\omega(t) = \frac{A}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)}$$

$$Bt = -\ln\frac{A - B\omega}{A}$$

$$e^{-Bt} = \frac{A - B\omega}{A}$$

$$Ae^{-Bt} = A - B\omega$$

$$B\omega = A(1 - e^{-Bt})$$



$$\lim_{t \to \infty} \omega(t) = \omega_R$$

$$t^* = -\frac{1}{B}\ln\frac{A - B\,0{,}9\,\omega_R}{A} = \boxed{0{,}31 \text{ s}}$$

$$\eta i C_m - C_R - \eta i I_1 \dot{\omega}_1 - I_2 (\underbrace{\dot{\omega}_1 / i}_{\dot{\omega}_2}) = 0$$

$$\boxed{C_m - \frac{C_R}{\eta i} - \left[I_1 + \frac{I_2}{\eta i^2} \right] \dot{\omega}_1 = 0}$$

(2) Equazioni del moto ridotta all'albero dell'utilizzatore

$$\begin{cases} C_2 = C_r + I_2 \dot{\omega}_2 \\ C_2 = \eta i C_1 = \eta i [C_m - I_1 \dot{\omega}_1] \end{cases}$$

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_2 i$$

$$C_r + I_2 \dot{\omega}_2 = \eta i C_m - \eta i^2 I_1 \dot{\omega}_2$$

$$C_r - \eta i C_m + \left[I_2 + \eta i^2 I_1 \right] \dot{\omega}_2 = 0$$

$$\boxed{\eta i C_m - C_r - \left[I_2 + \eta i^2 I_1 \right] \dot{\omega}_2 = 0}$$

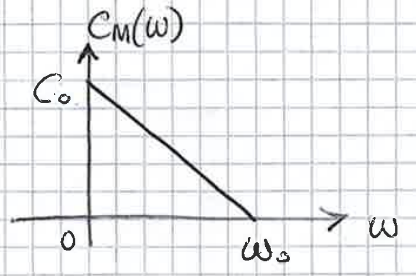
1) $C_M - C_{R_1} - I_M \dot{\omega}_1 = 0$

$$C_{R_1} = \frac{1}{\eta i}\left[\frac{P d_t}{2} + \ddot{x}\left(\frac{2 I_t}{d_t} + \frac{P d_t}{2g}\right)\right]$$

$$C_R = C_M - I_M \frac{i \ddot{x}}{d_t/2}$$

$\eta = 0{,}9 \rightarrow \boxed{\ddot{x} = 8{,}1 \ m/s^2}$

2° parte: C_M non più costante



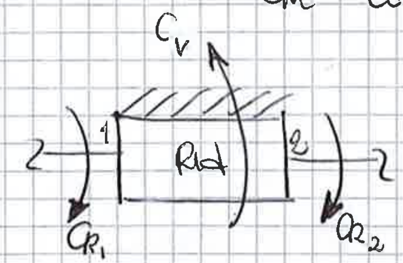
$C_0 = 100$ Nm
$\omega_0 = 300$ rad/s

ω a regime?

$$C_M = \frac{P d_t}{2\eta i} + \left[I_M + \frac{I_t}{\eta i^2} + \frac{d_t^2 P}{4 g \eta i^2}\right]\dot{\omega}_1$$

A regime: $\dot{\omega}_1 = 0$

$$C_M = C_0\left(1 - \frac{\omega_{1R}}{\omega_0}\right) = \frac{P d_t}{2\eta i} \rightarrow \boxed{\omega_{1_R} = 189}$$



$C_V = C_{R_1} + C_{R_2}$

C_V a regime?

Dall'equilibrio del motore si ha: $C_M - C_{R_1} - I_M \dot{\omega}_1 = 0$

A regime $\dot{\omega}_1 = 0 \rightarrow C_{R_1} = C_M = C_0\left(1 - \frac{\omega_{1R}}{\omega_0}\right) = 37$ Nm

$$\eta = \frac{C_{R_2}\omega_2}{C_{R_1}\omega_1} = \frac{C_{R_2}}{C_{R_1} i}$$

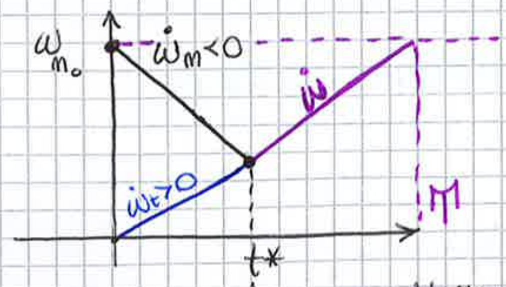
$$C_{R_{2_R}} = \eta i C_{R_1} = 100 \text{ Nm}$$

$$C_V = C_{R_1} + C_{R_2} = \boxed{137 \text{ Nm}}$$

perché sono concordi

$\omega_m(t) = \omega_0 + \dot{\omega}_m t$

$\omega_t(t) = \cancel{\omega_{t_0}} + \dot{\omega}_t t$



↳ tempo di fine transitorio

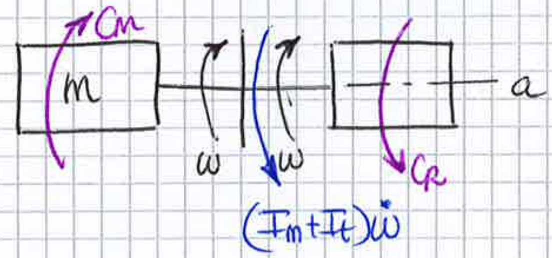
$t^* \Rightarrow \quad \omega_m = \omega_{tr} = \omega^*$

$\omega_0 + \dot{\omega}_m t^* = \dot{\omega}_t t^* \rightarrow t^* = \dfrac{\omega_0}{-\dot{\omega}_m + \dot{\omega}_t} = 1{,}54\ s$

$\omega^* = \omega_M(t^*) = \omega_T(t^*) = \boxed{10{,}32\ rad/s}$

$E_{dissipata} = \int_0^{t^*} \underbrace{C^*(\omega_m - \omega_t)}_{\text{potenza dissipata}} dt = 4455{,}95\ J = 1{,}07\ kcal$

terminato il transitorio il sistema è ad albero unico



a) $C_m - C_R - (I_m + I_t)\dot{\omega} = 0$

$\dot{\omega} = \dfrac{C_m - C_R}{I_m + I_t} = 2{,}27\ rad/s^2$

$\omega(t) = \omega^* + \dot{\omega}(t - t^*)$

$\omega_{m_0} = \omega^* + \dot{\omega}T - \dot{\omega} t^*$

$T = \dfrac{\omega_{m_0} - \omega^* + \dot{\omega} t^*}{\dot{\omega}} = 20\ sec$

Equazione del moto del sistema ridotto all'albero motore

1) Ricavo $\Rightarrow C_{R_2}$ dalla 4° e 2° equazione $\Rightarrow$ le eguaglio
2) " $\Rightarrow C_{R_1}$ dalla 1°
3) sostituisco C_{R_1}

$$C_{R_2} = C_u + I_u \dot{\omega}_2$$

$$C_{R_2} = \eta i C_{R_1} = \eta i (C_m - I_m \dot{\omega}_1)$$

$$\Rightarrow C_u + I_u \underbrace{\dot{\omega}_2}_{\dot{\omega}_1 / i} = \eta i C_m - \eta i I_m \dot{\omega}_1$$

$$C_u + \frac{I_u \dot{\omega}_1}{i} = \eta i C_m - \eta i I_m \dot{\omega}_1$$

$$C_m - \frac{C_u}{\eta i} - \left(I_m + \frac{I_u}{\eta i^2}\right)\dot{\omega}_1 = 0$$

$$C_u = k_u \omega_2 = k_u \frac{\omega_1}{i} \Rightarrow$$

$$C_m - \underbrace{\frac{k_u}{\eta i^2}}_{A = 0{,}9\ Nms} \omega_1 - \underbrace{\left(I_m + \frac{I_u}{\eta i^2}\right)}_{I_{eq} = 12{,}27\ kg m^2} \dot{\omega}_1 = 0$$

$$C_m = A\omega_1 + I_{eq}\dot{\omega}_1$$

$$= I_{eq}\frac{d\omega_1}{dt} + A\omega_1$$

$$C_m - A\omega_1 = I_{eq}\frac{d\omega_1}{dt}$$

A regime $\Rightarrow$ $C_m - A\omega_{1_R} = 0$ $\qquad \omega_{1_R} = C_m / A = 787{,}5\ rad/s$

$$\omega_{2_R} = \omega_{1_R}/i = 78{,}75\ rad/s$$

$$\frac{I_{eq}\, d\omega_1}{C_m - A\omega_1} = dt$$

$$\int_0^{\omega_1} \frac{I_{eq}}{C_m - A\omega_1} d\omega_1 = \int_0^t dt$$

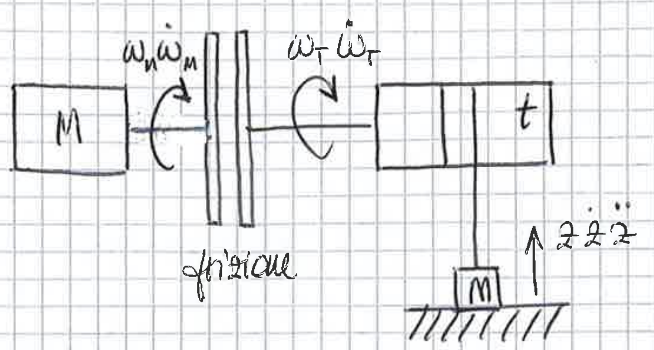
$$-\frac{1}{A} I_{eq}\left[\ln C_m - A\omega\right]_0^{\omega_1} = t$$

$$-\frac{I_{eq}}{A}\ln\frac{C_m - A\omega_1}{C_m} = t \quad\Rightarrow\quad t^*(\omega_1 = 0{,}9\,\omega_{1R}) = \boxed{31{,}78\,s}$$

MOTORE FRIZIONE CARICO

Esercizio 3

Esercitazione 9



$I_M = 0{,}1 \ kgm^2$

$I_T = 3 \ kgm^2$

$M = 50 \ kg$

$D_T = 0{,}3 \ m$

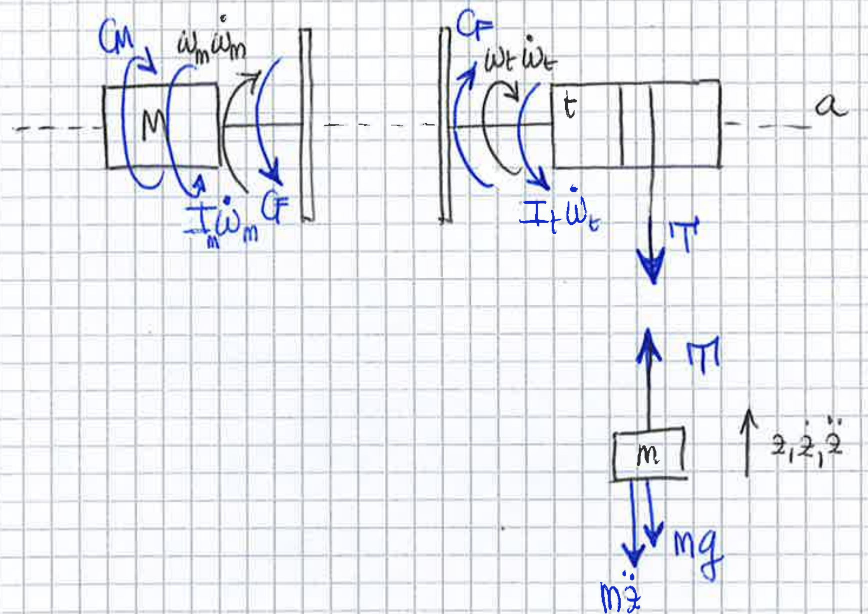
$C_M = 50 \ Nm$

$C_F = 80 \ Nm = fF \frac{re + ri}{2}$

$\begin{cases} \omega_M = 100 \ rad/s \\ \omega_{T_0} = 0 \end{cases}$

$z_0 = 0 \quad \dot{z}_0 = 0$

$\dot{\omega}_M$? $\dot{\omega}_T$? $t^*_{\text{strisciam}}$? z^* in t^* ?



motore a) $C_M - I_m \dot{\omega}_m - C_F = 0$

tamburo a) $C_F - I_t \dot{\omega}_t - T \frac{D_t}{2} = 0$

carico $\uparrow$ $T = mg + m\ddot{z}$

$\ddot{z} = \dot{\omega}_t \frac{D_t}{2}$

$$C_F - I_T \dot{\omega}_T - mg \frac{D_t}{2} - m \frac{D_t}{2} \dot{\omega}_t \frac{D_t}{2} = 0$$

$$\dot{\omega}_T = \frac{C_F - mg \frac{D_t}{2}}{I_t + m \frac{D_t^2}{4}} = \boxed{1{,}56 \ rad/s^2}$$

$$\dot{\omega}_M = \frac{C_M - C_F}{I_m} = \boxed{-300 \ rad/s^2}$$

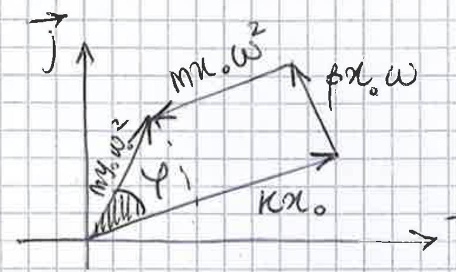
$\boxed{x_0 \text{ e } \varphi}$?

Solut. A regime:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \varphi)$$
$$\dot{x}(t) = -x_0 \omega \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$$
$$\ddot{x}(t) = -x \omega^2 \cos(\omega t - \varphi)$$

→ sostituisco nella 1

$$-\boxed{m x_0 \omega^2} \cos(\omega t - \varphi) - \boxed{\beta x_0 \omega} \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) + \boxed{k x_0} \cos(\omega t - \varphi) = \boxed{m y_0 \omega^2} \cos \omega t$$



$$(m y_0 \omega^2) = \sqrt{(\beta x_0 \omega)^2 + (k x_0 - m x_0 \omega^2)^2}$$

$$tg\varphi = \frac{\beta x_0 \omega}{k x_0 - m x_0 \omega^2} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\beta \omega}{k - m\omega^2} =$$

$$= 1 \Rightarrow \boxed{\varphi = 45°}$$

$$x_0 = \frac{m y_0 \omega^2}{\sqrt{(\beta\omega)^2 + (k - m\omega^2)^2}} = \boxed{1{,}44 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

Controllare sistema decisivo → in termoforale

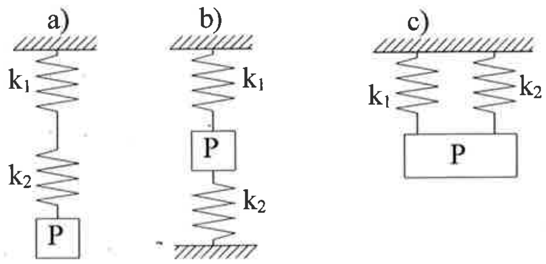
ESERCITAZIONE 11

5° Es. Rigidezze elastiche

1. Volendo calcolare la frequenza propria del sistema, calcolare la rigidezza elastica dei sistemi in figura (supponendo noti k_1, k_2, P)

2. Un peso di 5 kg è sospeso ad una molla di rigidezza k=1 kg/cm, calcolare il periodo T per le oscillazioni verticali.
[ω_n= 14 rad/s; f_n= 2.22 Hz; T= 0.448 s]

3. Se una tensione T=2 kg produce l'allungamento di 1 cm, calcolare la frequenza di oscillazione quando all'estremo della molla sia sospeso un peso P=0.5 kg.
[k= 1962 N/m; ω_n= 62.64 rad/s; f_n = 9.96 Hz]

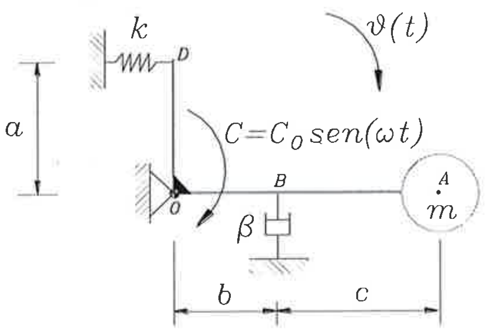


6° Es. Oscillazioni forzate

Nel sistema di figura l'asta DOA, di massa trascurabile, è incernierata in O, collegata nel punto D ad una molla di rigidezza k e nel punto B ad uno smorzatore di coefficiente β. In A è applicata la massa m. Sono dati:
m = 40 kg
k = 4000 N/m
β = 4000 Ns/m
a = 0.5 m b= 0.2 m c = 0.6 m.
Nell'ipotesi di piccole oscillazioni intorno ad O, ed avendo le seguenti condizioni iniziali $\theta(0) = 2°$, $\dot{\vartheta}(0) = 0°$, risolvere i seguenti punti:

- disegnare il D.C.L. dell'asta DOA;
- ricavare l'equazione del moto in θ(t);
- ricavare il valore della pulsazione dell'oscillazione libera smorzata ω_s; [5.41 rad/s]
- calcolare il periodo T_s; [1.16 s]
- calcolare l'espressione e tracciare l'andamento di θ(t).

Nell'ipotesi poi che venga applicata al sistema la coppia $C=C_0\text{sen}(\omega t)$, con C_0 = 50 Nm e ω = 3 rad/s, calcolare l'ampiezza θ_0 e la fase ϕ delle oscillazioni forzate. [θ_0 = 0.055 rad; φ = 31°]



o) $F_M\, a + I_G \ddot{\theta} + F_{in_G} \cdot c + F_{sm} \cdot b = 0$ TUTTI CONCORDI!

$$\begin{cases} F_M = k(x_A - \cancel{x_{telaio}}) \\ F_{sm} = \beta(\dot{x}_B - \cancel{\dot{x}_{telaio}}) \\ F_{in_G} = m\ddot{x}_G \end{cases}$$

$$k x_A a + \beta \dot{x}_B b + m\ddot{x}_G c + I_G \ddot{\theta} = 0$$

$$k\theta a^2 + \beta\dot{\theta} b^2 + m\ddot{\theta}c^2 + I_G\ddot{\theta} = 0$$

$$[I_G + mc^2]\ddot{\theta} + \beta b^2 \dot{\theta} + ka^2\theta = 0$$ equazione standard

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{\beta b^2}{I_G + mc^2}\right)\dot{\theta} + \left(\frac{ka^2}{I_G + mc^2}\right)\theta = 0$$ equazione canonica

$$\ddot{\theta} + (2\zeta\omega_n)\dot{\theta} + (\omega_n^2)\theta = 0$$ equazione generalizzata

$$\frac{\beta b^2}{I_G + mc^2} = 2\zeta\omega_n \rightarrow \zeta = \frac{\beta b^2}{2\omega_n(I_G + mc^2)} \rightarrow \beta = \frac{\zeta\, 2\omega_n(I_G + mc^2)}{b^2} = \boxed{2291\ Ns/m}$$

$$\frac{ka^2}{I_G + mc^2} = \omega_n^2 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{ka^2}{I_G + mc^2}} = 49{,}10 \text{ rad/s}$$

1) $(I_G + mc^2)\ddot{\theta} + \beta b^2 \dot{\theta} + ka^2\theta = a\, F_0 \operatorname{sen} \Omega t$

2) $\ddot{\theta} + \left(\dfrac{\beta b^2}{I_G + mc^2}\right)\dot{\theta} + \left(\dfrac{ka^2}{I_G+mc^2}\right)\theta = \left(\dfrac{aF_0}{I_G+mc^2}\right) \operatorname{sen} \Omega t$

3) $\ddot{\theta} + (2\xi\omega_n)\dot{\theta} + (\omega_n^2)\theta = \left(\dfrac{aF_0}{I_G+mc^2}\right) \operatorname{sen} \Omega t$

$\dfrac{ka^2}{I_G+mc^2} = \omega_n^2 \qquad \omega_n = 49{,}10 \text{ rad/s} \qquad \omega_n < \Omega \Rightarrow \dfrac{\Omega}{\omega_n} > 1$

$\dfrac{\beta b^2}{I_G+mc^2} = 2\xi\omega_n \qquad \xi = 0{,}5$

Trovare ampiezza e fase della risposta a regime:

$F(t) = F_0 \operatorname{sen} \Omega t$

$\theta(t) = \theta_0 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi) \longleftarrow$ risposta del sistema

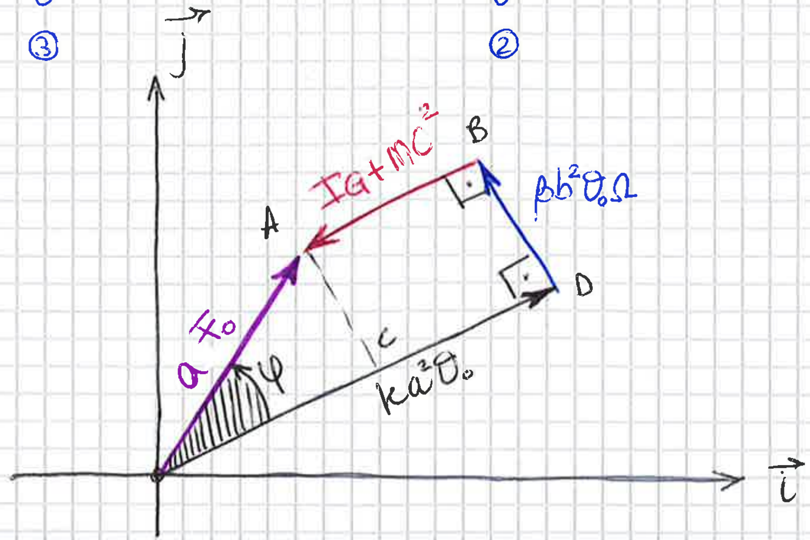
$\dot{\theta}(t) = \Omega\theta_0 \cos(\Omega t - \varphi)$

$\ddot{\theta}(t) = -\theta_0 \Omega^2 \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi)$

posso inserire nella 1, 2, 3 e applicare il metodo dei vettori rotanti

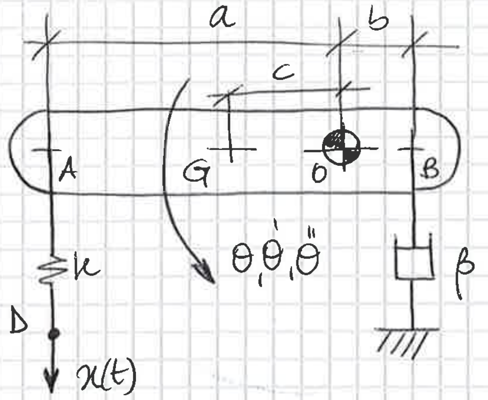
↳ è indifferente

→ 1) $-\underbrace{\boxed{(I_G+mc^2)\theta_0\Omega^2}}_{\ddot{\theta}\ ③} \operatorname{sen}(\Omega t-\varphi) + \underbrace{\boxed{\beta b^2\theta_0\Omega}}_{\dot{\theta}\ ②} \cos(\Omega t - \varphi) + \underbrace{\boxed{ka^2\theta_0}}_{\theta\ ①} \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi) = \boxed{aF_0} \operatorname{sen}\Omega t$



ESERCIZIO 3

oscillazioni forzate smorzate



$x(t) = x_0 \sin \Omega t$

$f = 7$ Hz (frequenza forzante)

$\Omega = 2\pi f = 43{,}98$ rad/s

$a = 1{,}2$ m

$b = 0{,}8$ m

$m = 80$ kg (distribuita

$k = 50000$ N/m

$\beta = 2291$ Ns/m

$x_0 = 10$ mm

$I_G = m\frac{(a+b)^2}{12} = 26{,}66 \text{ kg m}^2$

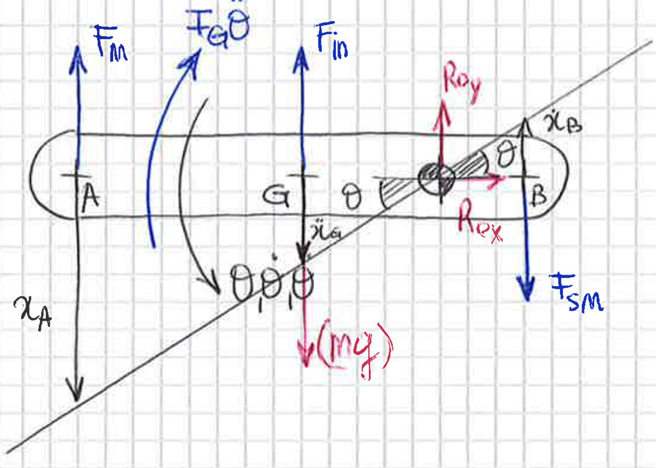
$c = a - \frac{a+b}{2} = 0{,}2$ m

D.C.L

$x_A \cong a\theta$

$\dot x_B \cong b\dot\theta$

$\ddot x \cong c\ddot\theta$



la forzante é uno spostamento non una forza o una coppia (non la segno ancora)

$F_M = k\Delta x = k(x_{asta} - x_{telaio}) = k(x_A - x_D) = k(x_A - x(t)) =$

$= k x_A - k x(t)$

↓

deve essere positivo! perche' nel d.c.l F_M lo metto già opposto allo spostamento

$F_{in_G} = m\ddot x_G$

$C_{in_G} = I_G\ddot\theta$

$$\begin{cases} \cdot\ F_M = k(x_A - x(t)) = k(a\theta - x(t)) = \underbrace{ka\theta}_{(A)} - \underbrace{kx(t)}_{(D)} \\ \cdot\ F_{SM} = \beta(\dot x_B) = \beta b\dot\theta \\ \cdot\ F_{in_G} = m\ddot x_G = mc\ddot\theta \end{cases}$$