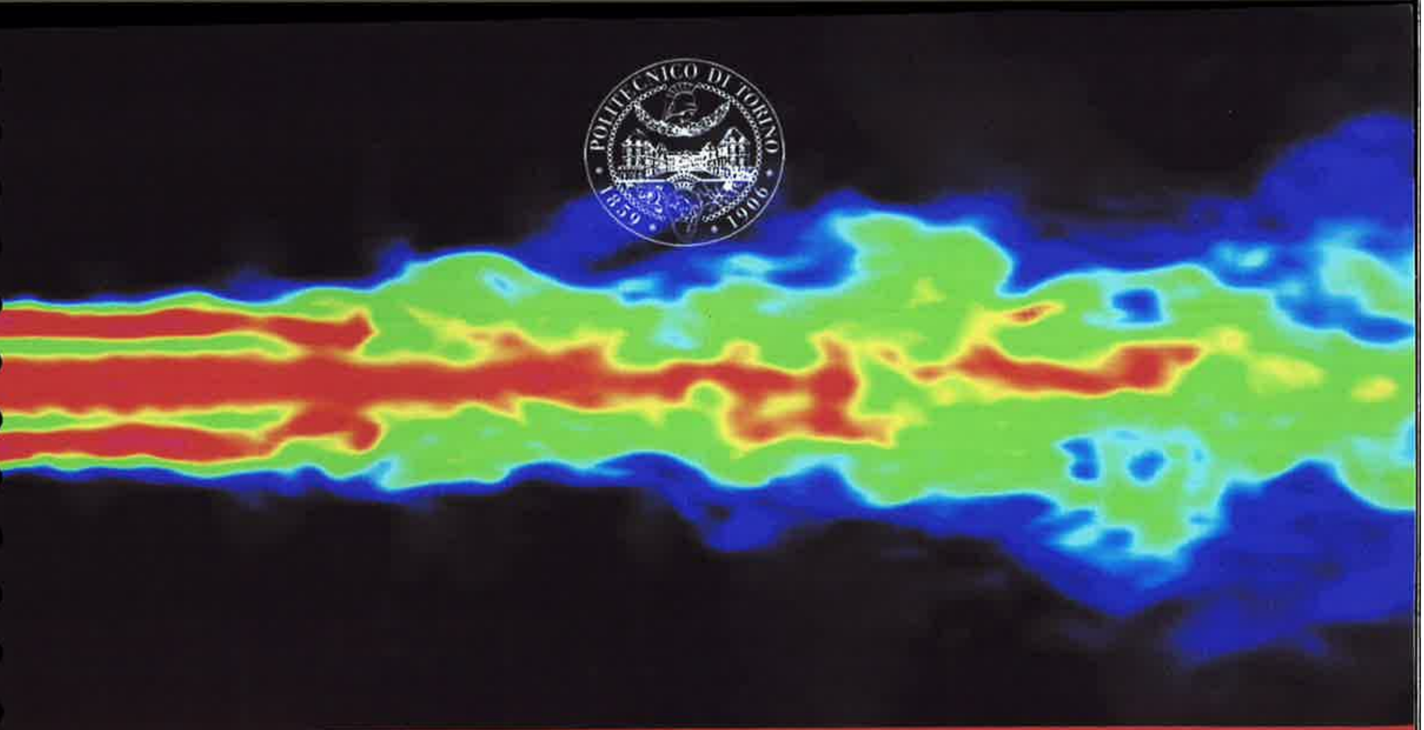
NUMERO: 1870A - ANNO: 2016

A P P U N T I

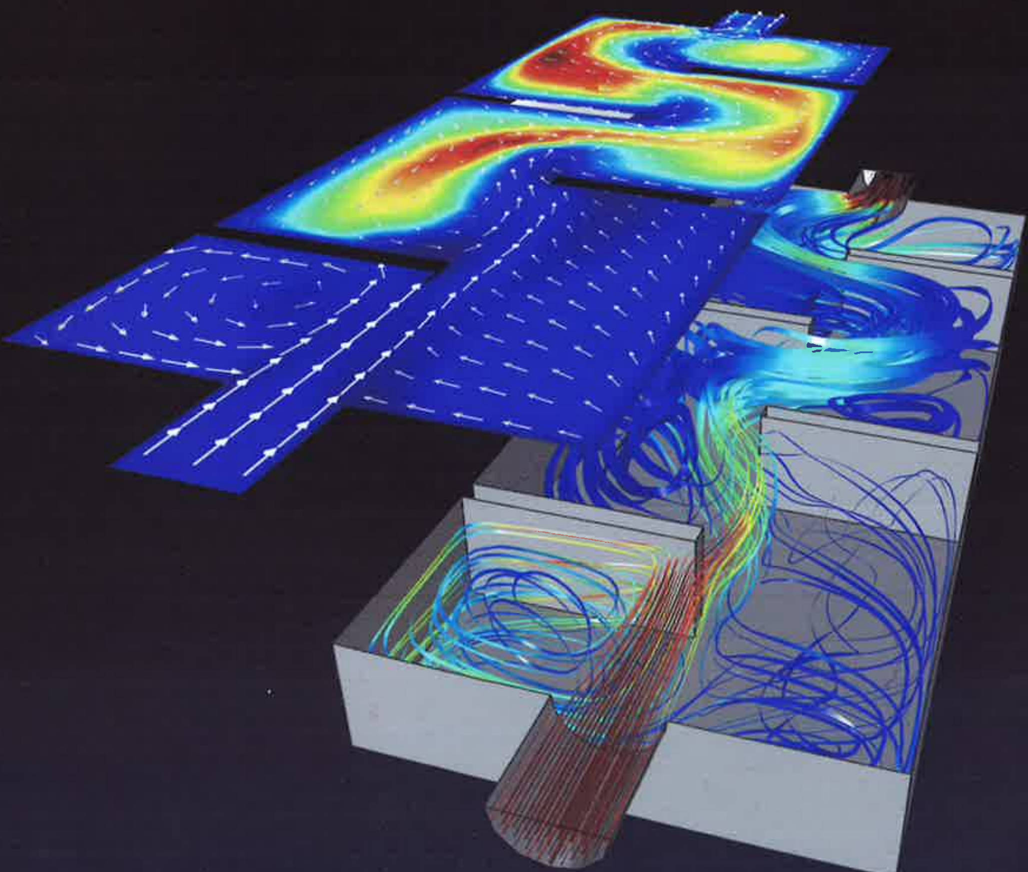
STUDENTE: Faraci Alessio

MATERIA: Idraulica Esercitazioni - prof. Ridolfi



ESERCITAZIONI IDRAULICA

studente: **FARACI ALESSIO** *195203*



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 116

$P_{D①} = \gamma_1 \cdot y = \gamma_1 (a - x)$

$P_{D②} = \gamma_2 \cdot \delta \quad \Rightarrow \quad P_{D①} = P_{D②}$

$\gamma_1 (a-x) = \gamma_2 \delta \rightarrow \delta = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(a-x) = \left[\frac{9800}{11240}(1-0,27)\right] m = 0,64\ m$

h deve trovarsi alla stessa altezza del p.c.i.r. ②

$h = b + \delta = (1 + 0,64)\ m = 1,64\ m$

$P_M = \gamma_2 (h - z_m) = 11\,240 \frac{N}{m^{3}} (1,64 - 0,7)\ m = 10565,6\ Pa \cong 0.104\ atm$

P_M = h è la pressione del manometro metallico

poichè 1 atm = 101325 Pa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 116

$P_{A①} = \gamma_1 \cdot a = 9800 \frac{N}{m^3} \cdot a \quad \rightarrow \quad a = z_{1*} - z_B = 4{,}8 - 1 = 3{,}8\ m$

$P_{A②} = \gamma_2 x \longrightarrow \quad x = \frac{P_{A②}}{\gamma_2} = \frac{P_{A①}}{\gamma_2} = 9800 \frac{\cancel{N}}{\cancel{m^3}} \cdot 3{,}8\ m \cdot \frac{1}{7840 \frac{\cancel{N}}{\cancel{m^3}}} = 4{,}75\ m$

$P_M = \gamma_2 \cdot b = \gamma_2 (z_B + x - z_m) = 7840 \frac{N}{m^3}_{\gamma_2} (1 + 4{,}75 - 1.4) \cancel{m} = 34104\ Pa = 0.348 \frac{Kg}{cm^2}$

$\parallel$

h

$1 \frac{Kg}{cm^2} = 98066{,}5\ Pa$

$z_2 = x + z_B = 4.75 + 1 = 5.75\ m$

Qualora disponessimo la cerniera in B

$\overset{\curvearrowleft}{B})\quad P_y \operatorname{sen} 45° \cdot \frac{l}{2} - S\left(l + \frac{a}{\operatorname{sen} 45°} - \xi\right) = 0$

$$P_y = \frac{S\left(l + \frac{a}{\operatorname{sen} 45°} - \xi\right)}{\operatorname{sen} 45°} = 15884\ N$$

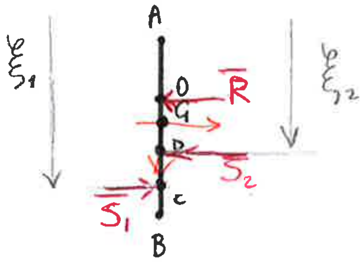
$$\Delta p = \cancel{p_M} + \gamma h + \gamma x - \cancel{p_M} - \Delta \gamma_m + \gamma y$$

$$= 9500 \frac{N}{m^{3}}\left(0.135 + 0.485\right) \cancel{m} - 0.15 \cancel{m} \cdot 8600 \frac{N}{m^{3}} = 4615 \text{ Pa}$$

$$\xi_2 = x_{G2} + \frac{I_{Oy2}}{M_{S2}}$$

$$x_{G2} = \delta + a + \frac{l}{2} = 0.3 + 0.2 + 0.5 = 1 \text{ m}$$

$$\xi_2 = x_{G2} + \frac{b l^3}{12} \frac{1}{x_G (l^2)} = 1 + \frac{1}{12} = 1{,}08 \text{ m}$$



$$\overline{CD} = \xi_1 - (\xi_2 - \delta) = 0.04 \text{ m}$$

$$OC = \frac{\vec{S}_2 \cdot \overline{CD}}{R} = 0.14 \text{ m}$$

$$GD = 0.08 \text{ m}$$

$$GC = 0.08 + 0.04 = 0.12 \text{ m}$$

$\downarrow$ rispetto $G \rightarrow 0.12 - 0.14 \Rightarrow O = -0.02$ m

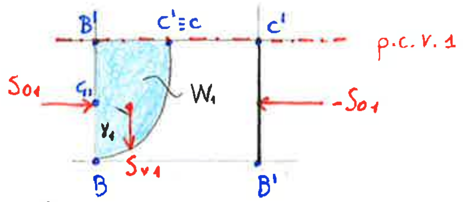
Calcoliamo separatamente la spinta su AB e su BC $\Rightarrow \vec{S} = \vec{S}_{AB} + \vec{S}_{BC}$

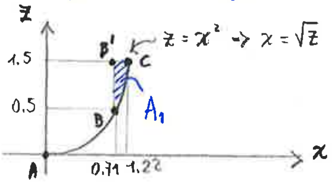
(BC) → fluido 1 → p.c.i.r. ① ≡ con la superficie libera

H_2 lo ricavo dalla definizione di carico piezometrico

$$H_2 = z_B + \frac{p_B}{\gamma_2} = h_2 + \underbrace{\frac{h_1 \cdot \gamma_1}{\gamma_2}}_{\text{affondamento rispetto al p.c.}} = 0.5 + \frac{1 \cdot 9800}{11\,760} = 1.3$$

Applichiamo il metodo delle componenti





COMPONENTE VERTICALE DI SPINTA

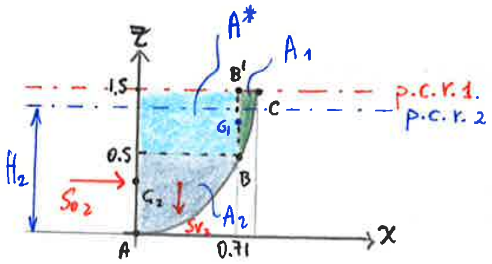
$$S_{v1} = \gamma_1 \cdot W_1 = 9800 \frac{N}{m^3}(1 \cdot 0.289)\, m^3 = 2832\ N$$

$$A_1 = \int_{0.5}^{1.5}\left(\int_{0.71}^{\sqrt{z}} 1\, dx\right) dz = \int_{0.5}^{1.5} [x]_{0.71}^{\sqrt{z}}\, dz =$$

$$= \int_{0.5}^{1.5} (\sqrt{z} - 0.71)\, dz = \left[\frac{z^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_{0.5}^{1.5} - 0.71[z]_{0.5}^{1.5} = 0.289\ m^2$$

COMPONENTE ORIZZONTALE DI SPINTA

$$S_{o1} = p_{G1} \cdot A_{BB'} = \Big(\gamma_1 \cdot \underbrace{\frac{h_1}{2}}_{\text{affondamento di } G_1}\Big)(h_1 \cdot 1) = 6368\ N$$



COMPONENTE SPINTA VERTICALE

$$S_{v2} = \gamma_2 \cdot W_2 + \gamma_1 \cdot W^* = \gamma_2 \cdot A_2 \cdot 1 + \gamma_1 \cdot A^* \cdot 1$$

$$A^* = 0.71 \cdot 1 = 0.71\ m^2$$

$$A_2 = \int_0^{0.5}\left(\int_0^{\sqrt{z}} 1\, dx\right) dz = \left[\frac{z^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_0^{0.5} = \frac{2}{3} \cdot 0.35 = 0.233\ m^2$$

$$G_2 = \frac{H_2}{2}$$

$$S_{v2} = 11\,760 \cdot 1 \cdot 0.233 + 9800 \cdot 0.71 \cdot 1 = 9698.08\ N$$

$$S_{o2} = p_{G2} \cdot A_{AB'} = \gamma_2\left(\frac{H}{2} - \frac{h_2}{2}\right)(h_2 \cdot 1) = 4880.4\ N$$

$$S_{TOT} = \sqrt{S_{vTOT}^2 + S_{oTOT}^2} = \sqrt{(S_{v1} + S_{v2})^2 + (S_{o1} + S_{o2})^2} = 16\,800\ N$$

Con che angolo agisce S rispetto l'orizzontale:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{vTOT}}{S_{oTOT}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_{v1} + S_{v2}}{S_{o1} + S_{o2}}\right) = 47°$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 116

$$S_V = S_{TOT} = \gamma_{acq} W_{TOT}$$
$$= \gamma_{acq} \cdot (W_1 + W_2)$$
$$= 9800 \frac{N}{\cancel{m^3}} (4.5 \cdot 10^{-3}) \cancel{m^3}$$
$$= 44,61\ N$$

$$h_1 = z_B + \frac{p_B}{\gamma_1} = 4 + \frac{-31851{,}9}{7800} = -3.5\ m$$

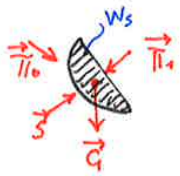
$$\frac{\frac{D}{2}}{R} \text{ sen}\varphi \Rightarrow \varphi = 37°$$

$$A_S = \frac{\pi}{4} D^2 = 7\ m^2$$

Volume calotta sferica: $W_S = \frac{\pi}{3} h_s^2 (3R - h_s) = 1.83\ m^3$

$h_s = R - R\cos\varphi = 0.5\ m$

METODO EQUILIBRIO GLOBALE



$$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$$

$$\vec{G} + \vec{\Pi}_0 + \vec{\Pi}_1 = 0$$

$$\vec{S} = -\vec{\Pi}_0 = \vec{G} + \vec{\Pi}_1$$

$$G = \gamma_2 \cdot W_S = 9800 \cdot 1.83 = 17963\ N$$

$\Pi_1 = p_G \cdot A = -286062\ N \Rightarrow$ segno negativo $\Rightarrow$ cambio verso a $\vec{\Pi}_1$

$$\begin{cases} A = A_S \\ p_G = (h_2 - z_0) \cdot \gamma_2 \end{cases}$$

$\vec{\Pi}_1 \begin{cases} \text{componente orizzontale} \\ \text{componente verticale} \end{cases}$

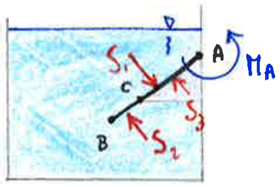
$(\rightarrow)\quad \Pi_{1,o} = |\Pi_1| \cos\alpha$

$(\uparrow)\quad \Pi_{1,v} = |\Pi_1| \text{ sen}\,\alpha$

$$S_{TOT} = \sqrt{S_o^2 + S_v^2} = \sqrt{-G^2 + \Pi_{1,v}^2 + \Pi_{1,o}^2} = 277517\ N$$

$$\beta = \text{arctg}\left(\frac{S_v}{S_o}\right) = 27°$$

angolo di inclinazione di S



$\overset{\curvearrowleft}{A}$) $M_A + S_1 \cdot b_1 - S_2 \cdot b_2 - S_3 \cdot b_3 = 0$

sbagliato

$S_1 = \sqrt{S_{o1}^2 + S_{v1}^2}$

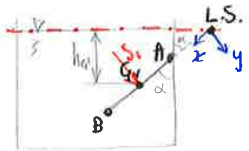
↓

Calcolo poi il CENTRO DI APPLICAZIONE

$S_2 = \sqrt{S_{o2}^2 + S_{v2}^2}$ ⟶

calcolo poi i rispettivi centri d'applicazione

$S_3 = \sqrt{S_{o3}^2 + S_{v3}^2}$ ⟶

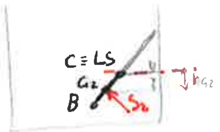


$|S_1| = p_{G1} \cdot \Omega_1 = \gamma h_{G1} \, AB \cdot 1 = 9800\left(a + \frac{b}{2}\right) \cdot 2 = 34300\,N$

$\xi_1 = x_{G1} + \frac{I_{oy1}}{M_s} = x_{G1} + \frac{AB^{\cancel{3}\,2}}{12} \cdot \frac{1}{x_{G1} \cdot \cancel{AB}} = x_{G1} + \frac{1}{3 x_{G1}} = 2.47\,m$

$LA = \frac{a}{\cos\alpha} = 1,33$ $\quad AG = \frac{AB}{2} = 1\,m \Rightarrow LG = x_{G1} = 2.33\,m$

S_1 agisce a ξ_1 rispetto L ⇒ rispetto ad A agisce a → $b_1 = \xi_1 - LA = 1,14\,m$



$|S_2| = p_{G2} \cdot \Omega_2 = \gamma h_{G2} \cdot CB \cdot 1 = 330,8\,N$ $\quad$ ($h_{G2} = \frac{CB}{2} \cos\alpha$)

$CB = \frac{(b - x)}{\cos\alpha} = 0.3\,m$

$\xi_2 = x_{G2} + \frac{CB^{\cancel{3}\,2}}{12} \cdot \frac{1}{x_{G2} \cdot \cancel{CB}} = x_{G2} + \frac{7.5 \cdot 10^{-3}}{x_{G2}} = 0,2\,m$

$x_{G2} = \frac{CB}{2} = 0,15\,m$

S_2 agisce rispetto C a ξ_2 ⇒ rispetto ad A agisce a ⟶ $b_2 = \xi_2 + CA = 1.9\,m$

$\overset{\curvearrowleft}{A}$) $M_A + S_1 b_1 - S_2 b_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = S_2 b_2 - S_1 b_1$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 116

Per calcolare $A_{BB'C} = A_0$

(1) calcolo $A_{BB'CC'} = A_1$

(2) calcolo $A_{BOC} = A_2$

(3) calcolo $A_{CC'O} = A_3$

(4) $A_0 = A_1 - (A_2 - A_3)$

$B'C = B''A = AB \cos\beta = 4,33 \text{ m}$

$A_1 = B'C \cdot b = 60,62 \text{ m}^2$

$C'C = b = R \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{b}{R}\right) = 35,68°$

$\pi : 180° = x : 35,68° \Rightarrow \alpha^{(rad)} = 0,622$

$$A_3 = \frac{CC' \cdot C'O}{2} = \frac{b \, R\cos\alpha}{2} = 136,46 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{R^2 \, \alpha^{(rad)}}{2} = 179,136 \text{ m}^2$$

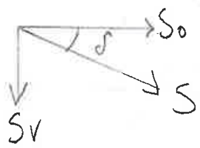
$$A_0 = A_1 - (A_2 - A_3) = 17,944 \text{ m}^2$$

$$S_v = \gamma W = \gamma \cdot A_0 \cdot 1 = 9800 \cdot 17,944 \cdot 1 = 175851,2 \text{ N}$$

$$S_o = p_{G_2} \cdot A_{BB'} = \gamma \cdot h_{G_2} \cdot A_{BB'} = \gamma\left(\frac{b}{2} + a\right) \cdot b \cdot 1 = 1303400 \text{ N}$$

$$S = \sqrt{S_v^2 + S_o^2} = 1315209,18 \text{ N}$$

$$\delta = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_v}{S_o}\right) = 7,6°$$



$U_A = \dfrac{Q}{A} = U_{A'}$ perchè la portata rimane costante, e anche l'area A

$\Rightarrow$ da (1) $\rightarrow$ $h_A = h_{A'}$

- manometro

$$h_{A'} - h_{B'} = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \Delta$$

$$h_{B'} = -\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta + h_{A'} = -\frac{133300 - 9800}{9800} \cdot 0.1 + 0 = -1,26 \text{ m}$$

$\downarrow < h_{A'} \Rightarrow$ CORRETTO per come si dispone il fluido manometrico

- CONDOTTA 2

$$U_B = U_{B'} \Rightarrow h_B = h_{B'} = -1.26 \text{ m}$$

$$h_B = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} \rightarrow h_B = -1.26 \text{ m} = z_B$$

$=0$ xkè B a contatto con l'aria

- Portata sezione 2

$$H_{serb} = H_B$$

$$\underset{=5\text{ m}}{H} = h_B + \underset{=1}{\alpha} \frac{U_B^2}{2g} \Rightarrow U_B = \sqrt{(H - h_B)\, 2g} = 11 \text{ m/s}$$

$$Q = U_B \cdot A_B = 11 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi = 0.087 \text{ m}^3/\text{s}$$

Nota: {più abbasso z_B + aumento la portata}

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 116

mettendo insieme (1) e (2)

$$\frac{dh}{dt} = -\underbrace{\boxed{\frac{0.6\,(\pi/4)\,d^2\sqrt{2g}}{4\,\Omega}}}_{K} \cdot \sqrt{h(t)}$$

$$\frac{dh}{dt} = -K\,h^{\frac{1}{2}}$$

$$h^{-\frac{1}{2}} \cdot dh = -K\,dt$$

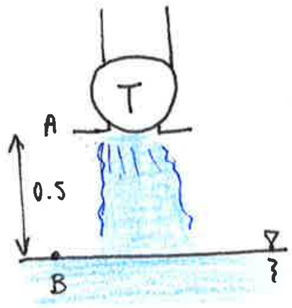
$$\int_H^0 h^{-\frac{1}{2}}\,dh = -K\int_0^T dt \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\sqrt{H}}{K} \cong 500 \text{ sec} \cong 8 \text{ min}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 116

Nel caso ①

$$H_{B1} = \underset{=0}{\cancel{z_B}} + \underset{=0}{\cancel{\frac{p_B}{\gamma}}} + \underset{1}{\cancel{\alpha}} \frac{U_2^2}{2g} = \frac{1.6^2}{2 \cdot 9.81} = 0.13 \text{ m}$$

Nel caso ②



$$H_{B2} = H_A$$

$$H_A = z_A + \underset{\simeq 0}{\cancel{\frac{p_A}{\gamma}}} + \frac{U_1^2}{2g}$$

$$H_{B2} = 0.5 + \frac{7.41^2}{2 \cdot 9.81} = 3.3 \text{ m}$$

$$\Delta H = H_{B1} - H_{B2} = -3.3 + 0.13 = -3.17 \text{ m}$$

- Bernoulli

$$H_A = H_C$$

$$2 = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \underset{1}{\underset{\uparrow}{\alpha}} \frac{U^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{p_C}{\gamma} = 2 - \underset{0}{\underset{\shortparallel}{\cancel{z_C}}} - \frac{U_C^2}{2g}$$

$$p_C = \gamma \left(2 - \frac{U_C^2}{2g} \right)$$

$$U_C = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_1^2} = \frac{0.0277}{\frac{\pi}{4} 0{,}05^2} = 14{,}11 \ m/s$$

$$p_C = 9800 \left(2 - \frac{14{,}11^2}{2g} \right) = -79{,}8 \ kPa$$

$$\Delta = \frac{0.4}{15.38} = 0.026 \text{ m}$$

↑ indicazione nel manometro differenziale

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 116

$$A = \pi \frac{D^2}{4} = 3.14 \cdot \frac{0.25^2}{4} = 0,05 \ m^2$$

$$Q = 0,05 \cdot 3,54 = 0,177 \ \frac{m^3}{s}$$

$$P = \gamma \, Q \, \Delta H = 12258 \cdot 0,177 \cdot 17.8 = 37700 \ W = 37,7 \ kW$$

- caso c

$Q = A \cdot v$

$A = \frac{D^2}{4}\pi = 2.96 \cdot 10^{-3}\, m^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (1{,}10 + 0{,}8)} = 6{,}12\ m/s$

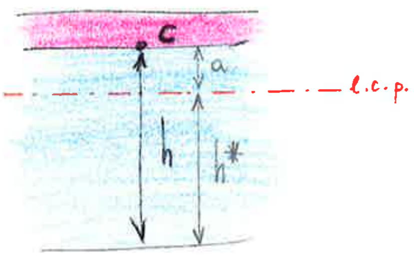
$Q = A \cdot v = 12\ \ell/s$

- caso d

$Q = A_c \cdot v$

$A_c = c_c \frac{D^2}{4}\pi = 1{,}1775 \cdot 10^{-3}\ m^2$

$v = \sqrt{2gh^*} = 3{,}83\ m/s$



$p_c = -3430\ Pa$

$p_c = \gamma \cdot a$

$a = \frac{p_c}{\gamma} = -0{,}35\ m$

$\Rightarrow h^* = h - |a| = (1{,}1 - 0{,}35)\, m = 0{,}75\ m$

$Q = 4{,}5\ \ell/s$

$U_c = \sqrt{2gh^*}$ con $h^* = h + \frac{d}{2}$ $\Rightarrow$ $U_c = \sqrt{2g(h+\frac{d}{2})} = 4{,}54 \ m/s$

$U_F = \sqrt{2gh_*}$ con $h_* = h + \frac{d}{2} + H \Rightarrow U_F = \sqrt{2g(h+\frac{d}{2}+H)} = 9 m/s$

$A_c = C_c \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 0.6 \cdot \frac{3.14}{4} \cdot 0.1^2 = 4.8 \cdot 10^{-3} \ m^2$

poichè $Q = cost = U \cdot A$

$$U_c \cdot A_c = U_F \cdot A_F \rightarrow A_F = \frac{U_c A_c}{U_F} = 2.3 \cdot 10^{-3} \ m^2$$

- $G = \Pi_F - \Pi_c$

$Q = U_c \cdot A_c = 0.021 \ m^3/s$

$\Pi_c = \underset{1}{\beta} \underset{1000}{\rho} Q U_c = 95{,}34 \ N$

$\Pi_F = \underset{1}{\beta} \underset{1000}{\rho} Q U_F = 189 \ N$

$G = \rho Q (U_F - U_c) = 100 \ N$ $\rightarrow$ peso del getto

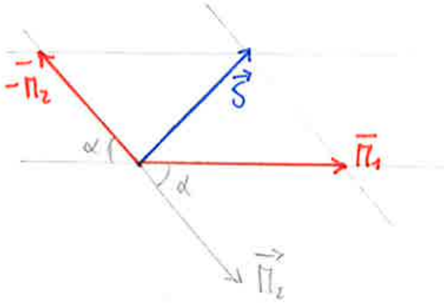
Consideriamo adesso il volume di controllo ②

$$\vec{G} + \vec{\Pi_0} + \vec{\Pi_F} - \cancel{\vec{\Pi_2}}^{0} = 0$$

$$\vec{\Pi_0} = -\vec{G} - \vec{\Pi_F}$$

$$\vec{S} = -\vec{\Pi_0} = \vec{G} + \vec{\Pi_F} = \gamma \cdot W + \Pi_F = 9800 \left(\cdot D \cdot \frac{h}{2} \cdot 1\right) + 189 = 4051 \ N$$

↑
Spinta dinamica



$(\uparrow)$ $S_v = M_2 \operatorname{sen}\alpha = 160\ kN \cdot \operatorname{sen} 45° = 113{,}14\ kN$

$(\rightarrow)$ $S_o = M_1 - M_2 \cos\alpha = 46{,}86\ kN$

$\vec{S} = \sqrt{S_v^2 + S_o^2} = 122\ kN$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 116

$$\Pi_1 = \gamma\,(\underbrace{1304{,}2 - z_C}_{h_C})\,A = 3054.9\ kN$$

$$\Pi_2 = \gamma\,(\underbrace{1304.2 - z_D}_{h_D})\,A = 3122.8\ kN$$

$$M_1 = M_2 = \beta\,\rho\,Q\,U = 56\ kN$$

$$(\downarrow)\quad S_v = G + (\Pi_1 + M_1)\,\mathrm{sen}\,\beta = 2371.7\ kN$$

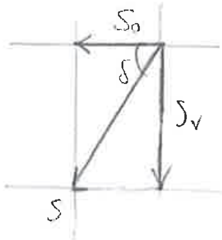
$$(\rightarrow)\quad S_o = (\Pi_1 + M_1)\cos\beta - \Pi_2 - M_2 = -\,1439{,}2\ kN$$

↳ F spinge da ←

Mera ⊕ ma nell'equazione è ⊖

$$S = \sqrt{S_v^2 + S_o^2} = 3087{,}6\ kN$$

$$\delta = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_v}{S_o}\right) = 62°$$



{40}

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{86,2 \cdot 10^{-3} \ \frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4} D_1^2} = 1,22 \ m/s$$

$$M_1 = \beta \rho Q V_1 = 1956 \ N$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{86,2 \cdot 10^{-3} \ \frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4} D_2^2} = 2,7 \ m/s$$

$M_2 = \beta \rho Q V_2 = 5187 \ N \rightarrow -5187 N$ xkè direzione opposta a $\overrightarrow{M_1}$

$(\uparrow) \ S_v = 2524 = G$

$(\rightarrow) \ S_o = \Pi_1 + M_1 + M_2 = 13741 \ N$

$$S = \sqrt{S_v^2 + S_o^2} = 13983,7 \ N$$

$$\Pi_2 = p_2 \frac{\pi D^2}{4} = \gamma \left(\frac{V_c^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} \right) \frac{\pi D^2}{4} = 2542 \, N$$

$$S_0 = \vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} = 2904 \, N$$

- VELOCITÀ

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}028}{\frac{D^2}{4} \cdot \pi} = 3{,}6 \ m/s$$

- BILANCIO ENERGETICO

$$H_1 - H_2 = J \cdot L$$

H_1 ↑ altezza serbatoio 1; H_2 ↑ $h_2 + \frac{U^2}{2g}$

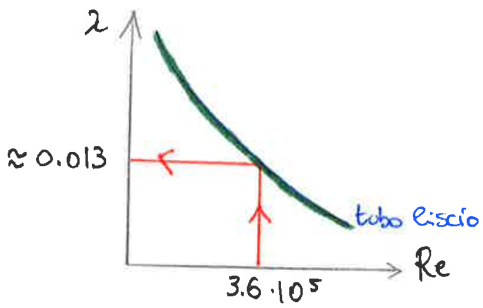
$$\underbrace{h_1 - h_2}_{= \Delta Y} = J \cdot L + \frac{U^2}{2g} \Rightarrow \Delta Y = h_1 - h_2 = JL + \frac{U^2}{2g}$$

- Calcolo Reynolds

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{\rho U D}{\mu} = 3.6 \cdot 10^5$$

ν ↗ $10^{-6} \frac{m^2}{s}$ per H_2O

- Uso il grafico di Moody per trovare λ (tracciato a matita) ↓ oppure analiticamente



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{Re\sqrt{\lambda}}{2.51} \leftarrow \text{la risolvo per tentativi}$$

$$\lambda = 0.014 = 1.4 \ \%$$

$$J = \lambda \frac{U^2}{2gD} = 0{,}09 = 9 \ \%$$

$$\Delta Y = J \cdot L + \frac{U^2}{2g} = 0.9 + 0.65 = 1.55 \ m$$

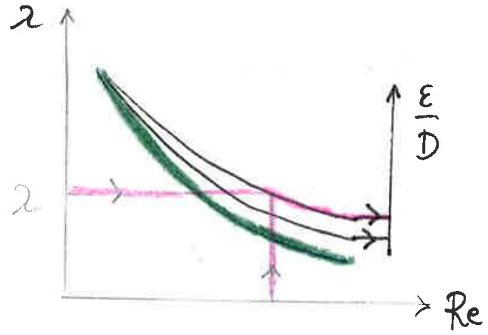
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 116

$$J = \lambda \frac{U^2}{2gD}$$

$$\lambda = \frac{J\,2gD}{U^2} = \frac{0.175 \cdot 2 \cdot 9.81 \cdot 0.025}{1.57^2} = 0{,}035 = 3.5\,\%$$

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} = 4 \cdot 10^4$$

dal diagramma di Moody ricavo $\frac{\varepsilon}{D}$ → mettendo λ e Re (nota: sul grafico è tracciato di nero)



$$\frac{\varepsilon}{D} = 0{,}007$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = 0{,}007 \cdot D = 0{,}2 \text{ mm}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 116

$J = \lambda \frac{U^2}{2gD}$; $U = \frac{Q}{A}$ => $\lambda = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^5}$ ma non so ancora quanto vale λ

poichè $\lambda = f(D)$ → non riesco a calcolarlo col diagramma di Moody

⇒ uso la LEGGE DI COLEBROOK - WHITE

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon/D}{3.71} \right) & (1) \\ J = \frac{\lambda 8 Q^2}{g \pi^2 D^5} & (2) \end{cases}$$

Risolvo il sistema per tentativi → so che varia tra circa 1 - 2 - 3 %

1° Tentativo: $\lambda^{(1)} = 0.01$ ← supposta da me

↓

uso (2) → ricavo $D^{(1)} = \dots$

uso $D^{(1)}$ in (1) e ricavo $\lambda^{(2)}$

se $\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)}$ → Ok → LAMBDA CORRETTA

altrimenti ipotizzo un'altra $\lambda^{(3)}$ ....

Si trova:

$D = 0.21$ m per $\lambda = 0.025$

$$H_1 = \underbrace{h_A + \frac{U^2}{2g}}_{H_2 \rightarrow H_B} + iL$$

$H_1 - H_2 = JL$ → $H_1 = 8.6$ m

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 116

Ricavato $Re\sqrt{\lambda}$ posso metterlo nella (1) e trovare λ:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2.51}{53873,62} + \frac{10^{-3}}{3.71}\right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 7 \Rightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \lambda = 0.02$$

Conosco $\frac{\varepsilon}{D}$ → conosco λ → ricavo Re da Moody: (in rosso)

$$Re = 4.3 \cdot 10^5$$

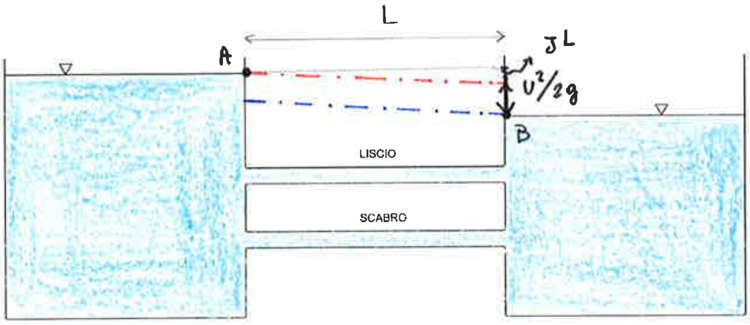
$$Re = \frac{UD}{\nu} \Rightarrow U = \frac{Re\,\nu}{D} = \frac{4.3 \cdot 10^5 \; 1.3 \cdot 10^{-6}}{0.5} = 1.118 \text{ m/s}$$

$$Q = U \cdot A = 1.118 \cdot \frac{0.5^2}{4} \cdot \pi = 0.200 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_A = h_B + JL + \frac{U^2}{2g} = 4.9 + 0.002 \cdot 100 + \frac{1.118^2}{2 \cdot 9.81} = 5,16 \text{ m}$$

Esercizio #6

Tracciare qualitativamente le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici



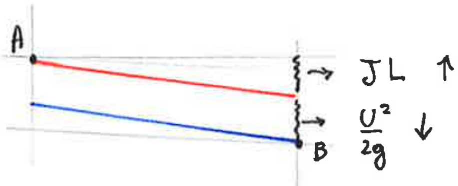
CASO TUBO LISCIO

Nel caso di Tubo scabro cambia la pendenza delle curve poichè A e B rimangono invariate ma $J \uparrow$

infatti $J = \lambda \dfrac{U^2}{2gD}$ $\quad \lambda = f\left(\dfrac{\varepsilon}{D}\right) \Rightarrow$ se $\dfrac{\varepsilon}{D} \uparrow \rightarrow \lambda \uparrow$

mentre $U \downarrow$

quindi:



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 116

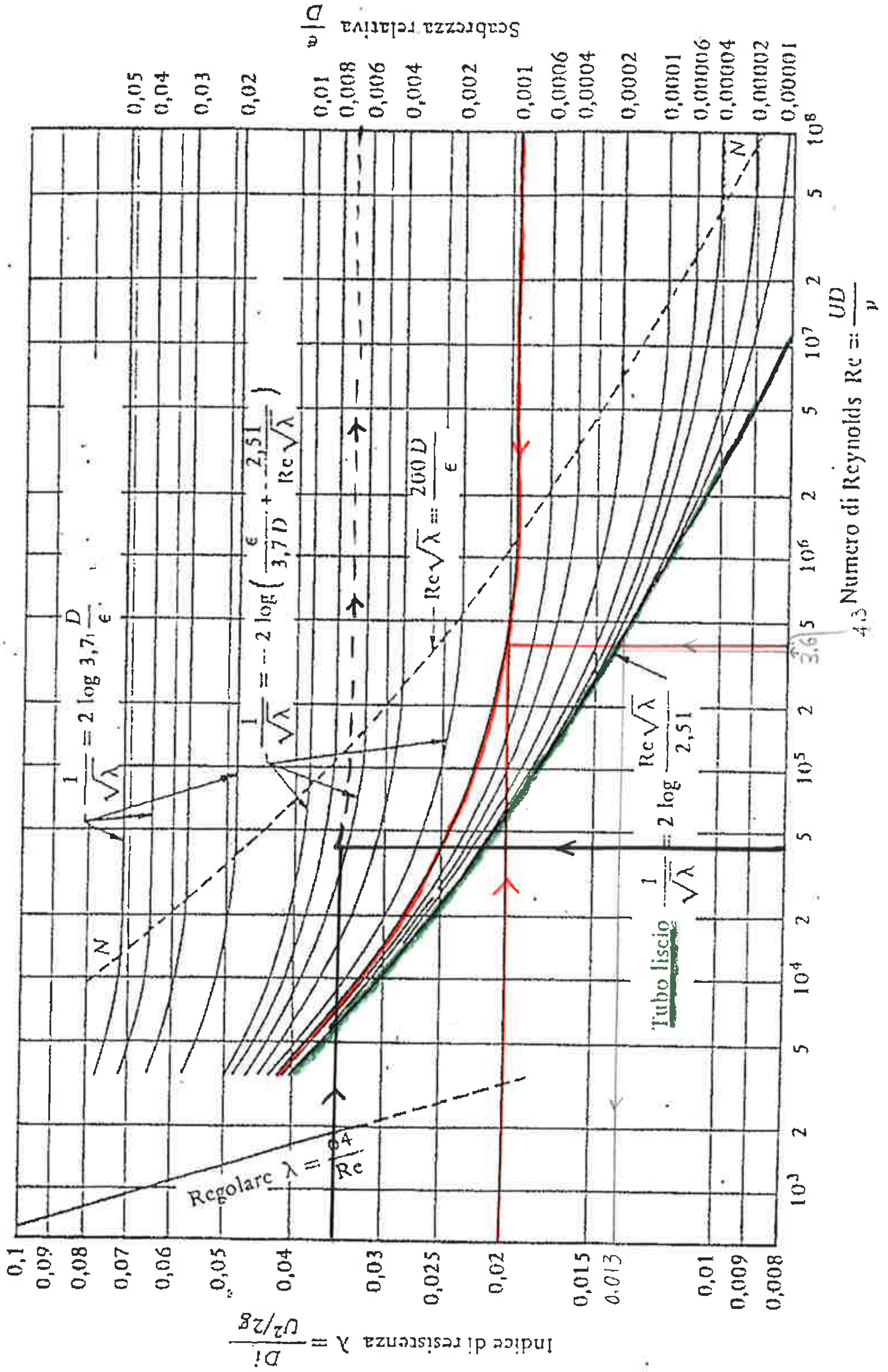


Fig. 8.1 - Diagramma di Moody.

ABBIAMO: (1) Tubo addizionale interno

(2) Brusco restringimento $\Rightarrow \frac{U_1^2}{2g} < \frac{U_2^2}{2g} \rightarrow K \cong 0.28$

$$J = \frac{\beta Q^2}{D^5}$$

LEGGE DI DARCY

$\beta = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$

$$J = \lambda \frac{U^2}{2gD} = \frac{\lambda (Q/A)^2}{2g D} = \boxed{\frac{\lambda 8}{g \pi^2}} \frac{Q^2}{D^5} \longrightarrow \text{CASO GENERALE}$$

In questo caso:

$$\beta = a + \frac{b}{D} = 0.0164 + \frac{0.0000462}{D} \longleftarrow \text{formula empirica con } a \text{ e } b = f(\text{materiale}).$$

per moto assolutamente turbolento

$$\beta_1 = a + \frac{b}{D_1} = 1.73 \cdot 10^{-3} \ s^2/m$$

$$\beta_2 = a + \frac{b}{D_2} = 1.79 \cdot 10^{-3} \ s^2/m$$

$$H_1 - H_2 = \sum \Delta H_{dist} + \sum \Delta H_{conc}$$

$$z_1 - \left(z_2 + \frac{U_2^2}{2g} \right) = \overbrace{\frac{U_1^2}{2g}}^{conc} + \underbrace{\beta_1 \frac{Q^2}{D_1^5} \ell_1}_{dist\ (J \cdot \ell_1)} + \overbrace{0.28 \frac{U_2^2}{2g}}^{conc} + \underbrace{\beta_2 \frac{Q^2}{D_2^5} \cdot \ell_2}_{dist\ (J \cdot \ell_2)}$$

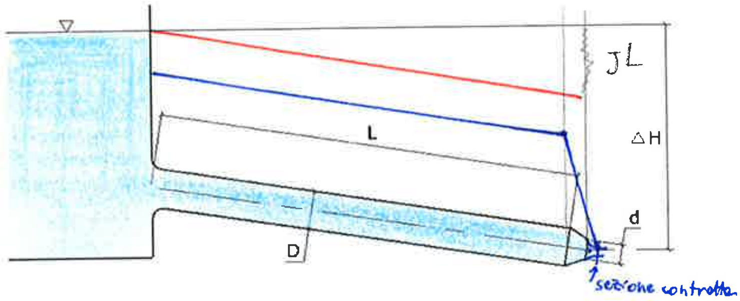
$(k = 1)$

$$z_1 - z_2 = Q^2 (\ldots + \ldots + \ldots)$$

$$Q = 0.367 \ m^3/s$$

Esercizio #3

Calcolare la portata effluente all'aria sotto il carico ΔH attraverso il condotto di lunghezza L e diametro D e tracciare le linee dei carichi totali e piezometrici nei due casi [$J=U^2 / (C^2 R)$]:
a) efflusso con bocchello terminale di diametri D e d; [Q = 4.6 l/s]
b) efflusso senza bocchello. [Q = 14.8 l/s]
Dati: D = 8 cm; d = 4 cm; L = 3 m; C_c = 0,85; ΔH = 1 m; k (Strickler) = 93 $m^{1/3} s^{-1}$.



LEGGE DI CHEZY

$$\boxed{J = \frac{U^2}{C^2 R}}$$

f(ε)

con $R = \frac{A}{P}$ ← area ← contorno bagnato

raggio idraulico, f(D)

STRICKLER → $C = K_s R^{\frac{1}{6}}$

coeff f(ε)

(a) $$J = \frac{U^2}{K_s^2 R^{\frac{4}{3}}} = \frac{(Q/A)^2}{K_s^2 \left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{4}{3}}} = \frac{10.29}{K_s^2} \frac{Q^2}{D^{5.33}}$$

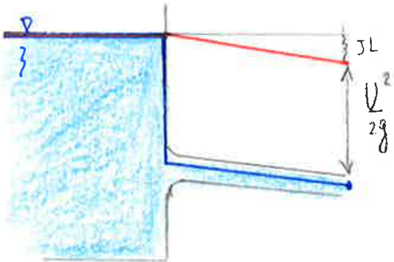
β'

$$\Delta H = H_1 - H_2 = J \cdot L \qquad U_c = Q / A_{contr} = Q / C_c \frac{\pi}{4} d^2 = 4.3 \text{ m/s}$$

$$z_1 - \left(z_2 + \frac{U_c^2}{2g}\right) = JL \rightarrow \Delta H = JL + \frac{U_c^2}{2g} = \frac{10.29}{K_s} \frac{Q^2}{D^{5.33}} L + \frac{Q^2}{A_c^2 \cdot 2g}$$

$Q = 4.6$ l/s.

(b)



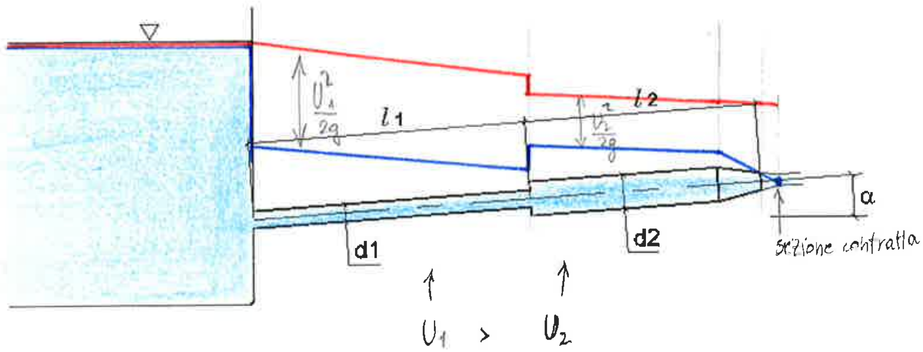
$$\Delta H = JL + \frac{U^2}{2g}$$

$$\Delta H = \frac{10.29}{K_s^2} \frac{Q^2}{D^{5.33}} L + \frac{Q^2}{2g A^2}$$

$U = 3$ m/s $\quad Q = 14.8$ l/s

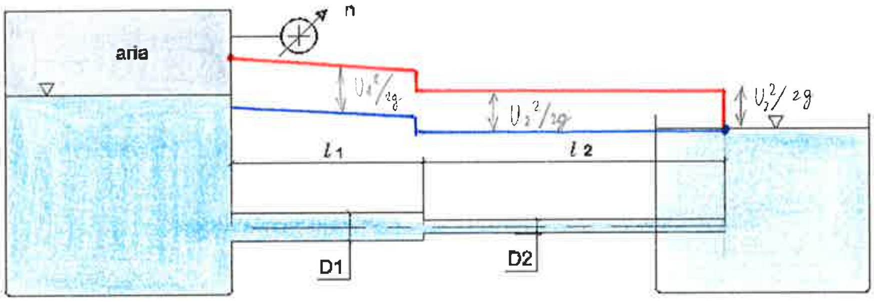
Esercizio #5

Tracciare qualitativamente le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici



Esercizio #7

Tracciare qualitativamente le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici



$U_1 < U_2$

CALCOLO DEL DIAMETRO:

$$z_1 - z_2 = iL \rightarrow i = \frac{z_1 - z_2}{L} = \frac{200-55}{1200} = 0.12 \text{ m}$$

$$i = \beta_{usat} \frac{Q^2}{D^n} \Rightarrow 0.12 = 0.021 \frac{(85 \cdot 10^{-3})^2}{D^{5.33}} \Rightarrow D_{Teorico} = 186 \text{ mm}$$

↑ confronto con i diametri in commercio

$$\underset{175}{D_1} < \underset{186}{D_{TEOR}} < \underset{200}{D_2}$$

→ Spezzo allora la condotta in 2 pezzi:
- 1 tratto con D_1 e lunghezza L_1
- 1 tratto con D_2 e lunghezza L_2

$$i_1 = \beta_u \frac{Q^2}{D_1^{5.33}} = 0.021 \cdot \frac{(85 \cdot 10^{-3})^2}{175 \cdot 10^{-3}} = 0.16$$

$$i_2 = \beta_u \frac{Q^2}{D_2^{5.33}} = 0.08$$

$$\begin{cases} z_1 - z_2 = i_1 \cdot L_1 + i_2 L_2 \\ L_1 + L_2 = L \end{cases} \qquad \begin{cases} 200 - 55 = 0.16 \cdot L_1 + 0.08 \cdot L_2 \\ L_1 + L_2 = 1200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = 575 \text{ m} \\ L_2 = 625 \text{ m} \end{cases}$$

- Con TUBI NUOVI → cambio β_N (dissipo meno energia ⇒ $i \downarrow$)

$$i_1' = \beta_N \frac{Q^2}{D_1^{5.33}} = 0.1$$

$$i_2' = \beta_N \frac{Q^2}{D_2^{5.33}} = 0.05$$

$$\underbrace{\Delta H_V}_{\text{Valvola}} + i_1' L_1 + i_2' L_2 = z_1 - z_2$$

$\Delta H_V = 57$ m → necessari per mantenere la stessa portata

$$\rightarrow \begin{cases} Q_1 = 135 \ l/s \\ Q_3 = 100 \ l/s \\ H_N = 11 \ m \end{cases}$$

- Bilancio di energia della condotta

$$H_N - \beta \frac{Q_2^2}{D_2^n} L_2 + \Delta H_p = H_B$$

$$\Delta H_p = (H_B - H_N) + \beta \frac{Q_2^2}{D_2^n} L_2 = 4.7 \ m$$

- Potenza Teorica ($\eta = 100\%$)

$$P_{Teor} = \gamma Q_2 \Delta H_p = 1.6 \ kW$$

$$P_{eff} = \frac{P_{Teo}}{\eta} = 2.4 \ kW$$

1ª ITERAZIONE

$$\Delta Q_{①} = \frac{l_{AB}\ 100\,|100|}{2\,l_{AB}\,|100|} = -50\ l/s$$

↑ maglia

$$\Delta Q_2 = \frac{l_{BC}\,(-100)\,|-100| + l_{CD}\,(-50)\,|-50|}{2\left[l_{BC}\,|-100| + l_{CD}\,|-50|\right]}$$

2ª ITERAZIONE

$$\Delta Q_1 = \frac{l_{AB}\ 50\,|50| + l_{AE}\,(-50)\,|50| + l_{BE}\,(13.9)\,|13.9|}{2\left[l_{AB}\,|50| + \ldots + l_{BE}\,|13.9|\right]} = -1{,}8\ l/s$$

$\Delta Q_2 = \ldots\ldots = 5.9\ l/s$ → mi fermo per un ΔQ piccolo

Esercizio #1

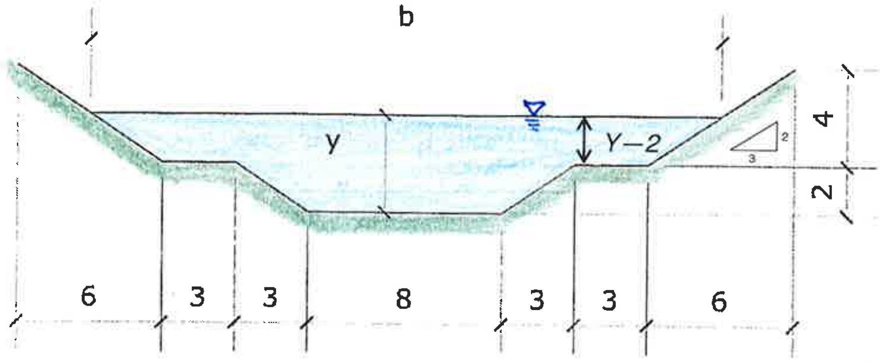
Tracciamento del grafico, in funzione della profondità, delle seguenti grandezze relative alla sezione della corrente cilindrica rappresentata nella figura 1 (le misure indicate sono in metri):

- carico specifico E(Y) con la portata Q_0=150 $m^3 s^{-1}$;
- portata Q(Y) per dato carico E_0=4.60 m.

Calcolo delle profondità critiche relative ai predetti valori di portata Q_0 e, rispettivamente, di carico specifico E_0.

[Y_c = 2.70 m (per Q= Q_0); Y_c = 3.50 m (per E = E_0)]

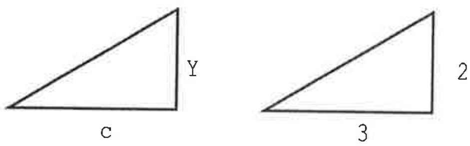
Figura 1



$$E = Y + \frac{Q^2}{2g\Omega^2} \quad (1) \qquad Q_0 = cost = 150\, m^3/s$$

$$3 : c = 2 : Y$$

$$c = \frac{3}{2} Y$$



$per \rightarrow Y \in (0;2)$

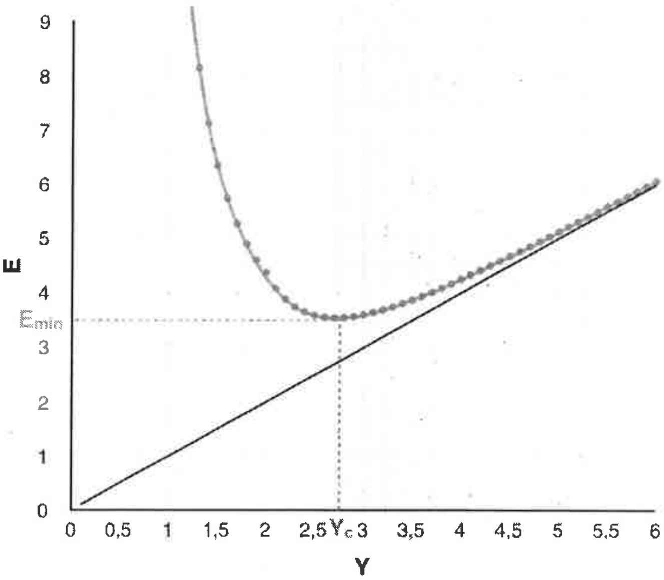
$$\Omega_i = b_{0,i} \cdot Y_i + 2\frac{c_i \cdot Y_i}{2} = b_{0,i} \cdot Y_i + \left(\frac{3}{2} Y_i\right) \cdot Y_i$$

Ω_{20} = *area alveo di magra*

$per \rightarrow Y \in (2;4)$

$$\Omega_i = b_{0,i} \cdot (Y_i - 2) + 2\frac{c_i \cdot (Y_i - 2)}{2} + \Omega_{20} = b_{0,i} \cdot (Y_i - 2) + \left(\frac{3}{2}(Y_i - 2)\right) \cdot (Y_i - 2) + \Omega_{20}$$

3,7	2,55	20	60,34	4,02
3,8	2,70	20	62,86	4,09
3,9	2,85	20	65,42	4,17
4,0	3,00	20	68,00	4,25
4,1	3,15	20	70,62	4,33
4,2	3,30	20	73,26	4,41
4,3	3,45	20	75,94	4,50
4,4	3,60	20	78,64	4,59
4,5	3,75	20	81,38	4,67
4,6	3,90	20	84,14	4,76
4,7	4,05	20	86,94	4,85
4,8	4,20	20	89,76	4,94
4,9	4,35	20	92,62	5,03
5,0	4,50	20	95,50	5,13
5,1	4,65	20	98,41	5,22
5,2	4,80	20	101,36	5,31
5,3	4,95	20	104,34	5,41
5,4	5,10	20	107,34	5,50
5,5	5,25	20	110,38	5,59
5,6	5,40	20	113,44	5,69
5,7	5,55	20	116,54	5,78
5,8	5,70	20	119,66	5,88
5,9	5,85	20	122,82	5,98
6,0	6,00	20	126,00	6,07

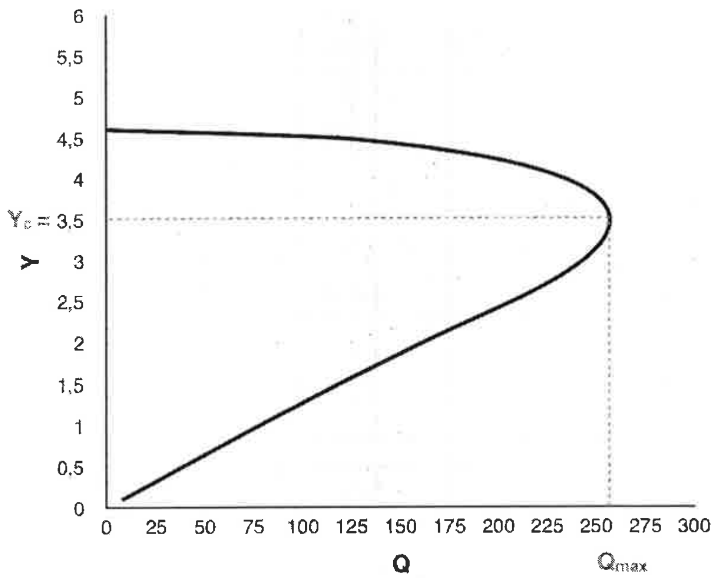


Graficamente si ricava
dal minimo della funzione

$Y_c = 2.7$ m

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 116

3,5	2,25	20	55,38	257,25
3,6	2,40	20	57,84	256,20
3,7	2,55	20	60,34	253,54
3,8	2,70	20	62,86	249,04
3,9	2,85	20	65,42	242,42
4,0	3,00	20	68,00	233,31
4,1	3,15	20	70,62	221,17
4,2	3,30	20	73,26	205,23
4,3	3,45	20	75,94	184,23
4,4	3,60	20	78,64	155,78
4,5	3,75	20	81,38	113,98
4,6	3,90	20	84,14	0,00



Graficamente si ricava dal massimo della funzione

$Y_c = 3.7$ m

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{2\cdot 9,81\cdot 4\cdot 0,59\cdot 0,001}{U^2}}} = -2\ Log\left(\frac{2,51}{\frac{4\cdot 0,59\,U}{10^{-6}}\sqrt{\frac{2\cdot 9,81\cdot 4\cdot 0,59\cdot 0,001}{U^2}}} + \frac{\varepsilon}{3,71\ \ 4\cdot 0,59}\right)$$

$$\frac{1}{\frac{0,215}{U}} = -2\ Log\left(\frac{2,51}{507400} + \frac{\varepsilon}{8,756}\right)$$

$$U = -0.215\cdot 2\ Log\left(\frac{2,51}{507400} + \frac{\varepsilon}{8,756}\right)$$

ε [m]	**U** [m/s]	**Q** [m³/s]
0,00015	2,00	5,19
0,00016	1,98	5,14
0,00017	1,97	5,11
0,00018	1,97	5,09
0,00019	1,96	5,07
0,0002	1,95	5,05

Esercizio #4

Un corso d'acqua scorre in un alveo costituito da una parte centrale, trapezia, larga al fondo 4.10 m e sponde inclinate 1/1 fino ad un'altezza di 2.05 m e da due aree golenali laterali larghe ciascuna 5.00 m e con sponde inclinate 2/3 (v. figura 2 – misure espresse in metri). L'alveo centrale è rivestito con blocchi di pietra naturale ben sistemati (n = 0.022 $m^{-1/3}/s$), mentre le golene sono in terra regolarizzata e ricoperta d'erba (n = 0.025 $m^{-1/3}/s$). La pendenza del fondo è del 3‰.

- Tracciare l'andamento della scala di deflusso Q(Y);
- Calcolare la portata di moto uniforme con un'altezza d'acqua di 1 m sulle golene.

Figura 2

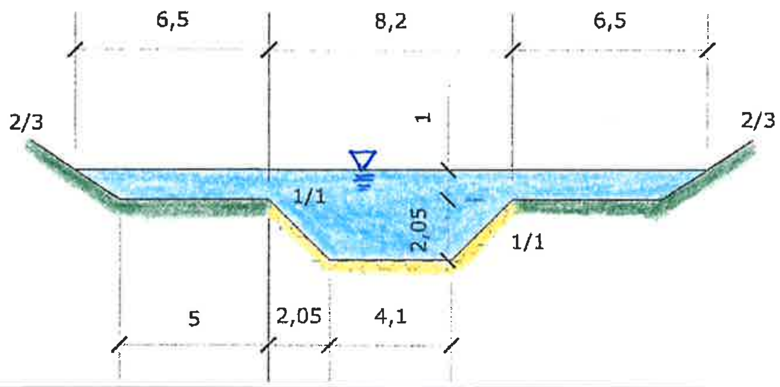


Tabella C.7. Coefficienti di scabrezza per i canali (modificata da Marchi, E., Rubatta, A., *Meccanica dei Fluidi*, UTET, 1981)

Tipo di canale	*Scabrezza equivalente* ϵ (mm)	*Bazin* m ($m^{1/2}$)	*Kutter* γ ($m^{1/2}$)	*Gauckler-Strickler* k ($m^{1/3}\,s^{-1}$)
Pareti di cemento lisciato, di legno piallato, metalliche senza giunti, senza curve	0.15 ÷ 0.2	0.06	0.12	100 ÷ 90
idem ma con curve	0.2 ÷ 0.4	0.10	0.18	90 ÷ 85
Pareti di cemento non lisciato, muratura di mattoni regolare e pareti metalliche chiodate	0.4 ÷ 1.0	0.15	0.20 ÷ 0.25	85 ÷ 75
Pareti di cemento non lisciato, muratura ordinaria, legno grezzo	2 ÷ 5	0.23 ÷ 0.36	0.35 ÷ 0.55	70 ÷ 65
Pareti di cemento parzialmente intonacate, muratura irregolare, terra regolare senza vegetazione	8	0.46	0.55 ÷ 0.75	60
Terra abbastanza regolare, muratura vecchia	15 ÷ 30	0.60 ÷ 0.85	0.75 ÷ 1.25	50
Terra con erba, corsi d'acqua naturali regolari	70	1.30	1.50	40
Terra in cattive condizioni, corsi d'acqua naturali con ciottoli	120 ÷ 200	1.75	2.00	35
Canali in abbandono con vegetazione, corsi d'acqua con alveo in ghiaia o scavati in roccia	300 ÷ 400	2.0 ÷ 2.3	3.00	30

$Q_{TOT} = Q_I + Q_{II} + Q_{III} = Q_I + 2\ Q_{II}$

Y [m]	Ω_I [m²]	P_I [m]	$\mathcal{R}_I$ [m²]	X_I [m³/s]	Q_I [m³/s]	HG [m]	P_{II} [m]	HK [m]	Ω_{II} [m²]	$\mathcal{R}_{II}$ [m²]	X_{II} [m³/s]	Q_{II} [m³/s]	Q_{TOT} [m³/s]
0,10	0,62	4,38	0,14	32,77	0,41	-	-	-	-	-	-	-	0,41
0,20	1,23	4,67	0,26	36,40	1,26	-	-	-	-	-	-	-	1,26
0,30	1,85	4,95	0,37	38,56	2,38	-	-	-	-	-	-	-	2,38
0,40	2,46	5,23	0,47	40,08	3,70	-	-	-	-	-	-	-	3,70
0,50	3,08	5,51	0,56	41,24	5,19	-	-	-	-	-	-	-	5,19
0,60	3,69	5,80	0,64	42,16	6,80	-	-	-	-	-	-	-	6,80
0,70	4,31	6,08	0,71	42,91	8,51	-	-	-	-	-	-	-	8,51
0,80	4,92	6,36	0,77	43,55	10,32	-	-	-	-	-	-	-	10,32
0,90	5,54	6,65	0,83	44,09	12,20	-	-	-	-	-	-	-	12,20
1,00	6,15	6,93	0,89	44,56	14,14	-	-	-	-	-	-	-	14,14
1,10	6,77	7,21	0,94	44,97	16,14	-	-	-	-	-	-	-	16,14
1,20	7,38	7,49	0,98	45,34	18,19	-	-	-	-	-	-	-	18,19
1,30	8,00	7,78	1,03	45,66	20,28	-	-	-	-	-	-	-	20,28
1,40	8,61	8,06	1,07	45,96	22,40	-	-	-	-	-	-	-	22,40
1,50	9,23	8,34	1,11	46,22	24,56	-	-	-	-	-	-	-	24,56
1,60	9,84	8,63	1,14	46,46	26,75	-	-	-	-	-	-	-	26,75
1,70	10,46	8,91	1,17	46,68	28,96	-	-	-	-	-	-	-	28,96
1,80	11,07	9,19	1,20	46,89	31,20	-	-	-	-	-	-	-	31,20
1,90	11,69	9,47	1,23	47,07	33,46	-	-	-	-	-	-	-	33,46
2,00	12,30	9,76	1,26	47,24	35,74	-	-	-	-	-	-	-	35,74
2,05	12,61	9,90	1,27	47,32	36,88	-	-	-	-	-	-	-	36,88
2,15	13,43	9,90	1,36	47,82	40,97	0,18	5,18	0,15	0,51	0,10	27,16	0,24	41,45
2,25	14,25	9,90	1,44	48,30	45,23	0,36	5,36	0,30	1,03	0,19	30,39	0,75	46,73
2,35	15,07	9,90	1,52	48,75	49,65	0,54	5,54	0,45	1,57	0,28	32,41	1,48	52,61
2,45	15,89	9,90	1,61	49,18	54,23	0,72	5,72	0,60	2,12	0,37	33,90	2,40	59,02
2,55	16,71	9,90	1,69	49,60	58,98	0,90	5,90	0,75	2,69	0,46	35,09	3,49	65,95
2,65	17,53	9,90	1,77	50,00	63,88	1,08	6,08	0,90	3,27	0,54	36,07	4,74	73,35
2,75	18,35	9,90	1,85	50,38	68,94	1,26	6,26	1,05	3,87	0,62	36,91	6,15	81,23
2,85	19,17	9,90	1,94	50,75	74,15	1,44	6,44	1,20	4,48	0,70	37,65	7,70	89,55
2,95	19,99	9,90	2,02	51,10	79,51	1,62	6,62	1,35	5,11	0,77	38,31	9,41	98,33
3,05	20,81	9,90	2,10	51,45	85,02	1,80	6,80	1,50	5,75	0,85	38,89	11,26	107,54

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 116

ESERCITAZIONE N°9

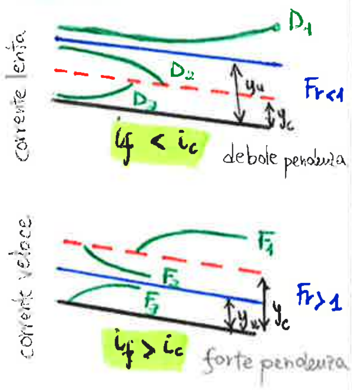
Moto permanente delle correnti a pelo libero

Esercizio #1

Rappresentazione qualitativa di profili di correnti a pelo libero in moto permanente.

a) Correnti in alveo cilindrico con pendenza del fondo i_f minore della pendenza critica i_c per la portata data (alveo fluviale):

RICHIAMI



CARICO SPECIFICO

$$\boxed{E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2g\Omega^2}}$$

• C.V. → influenzata da monte

• C.L. → influenzata da valle

⇒ passaggio CV → CL attraverso IL RISALTO IDRAULICO

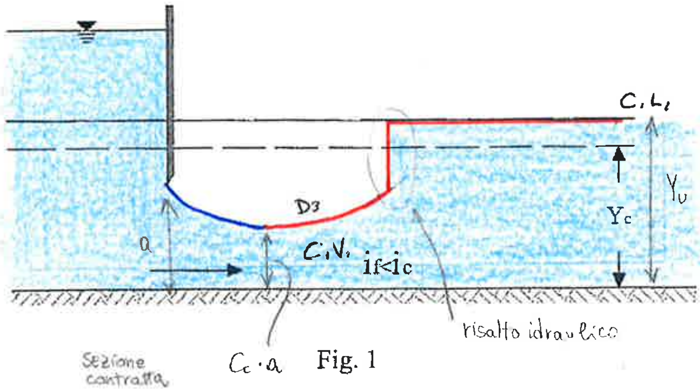


Fig. 1

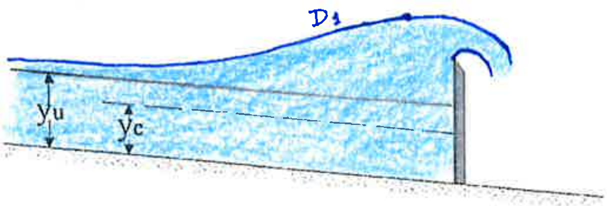
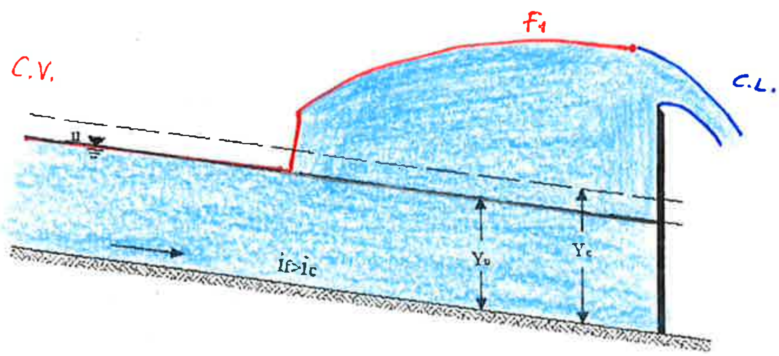


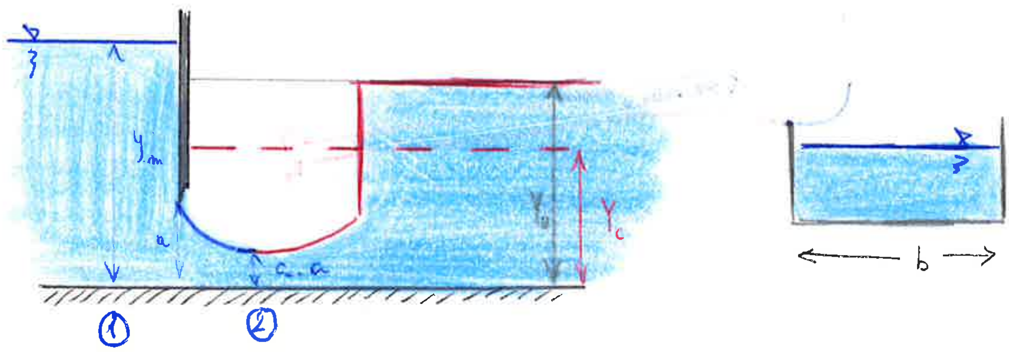
Fig. 2

b) Correnti in alveo cilindrico con pendenza del fondo i_f maggiore della pendenza critica i_c per la portata data (alveo torrentizio):



Esercizio #2

Facendo riferimento allo schema di fig.1, calcolare la portata nel canale di sezione rettangolare nelle seguenti ipotesi: larghezza del canale b=6 m; profondità a monte della paratoia Ym = 4 m; apertura della paratoia a=1.2 m; coefficiente di contrazione Cc=0.9. [Q = 49 m³/s]



$$H = z_f + E = cost \quad (\text{tra } 1 \text{ e } 2)$$
$$z_f = cost \Rightarrow E = cost$$

$E_1 = E_2$

$$y_m = C_c \cdot a + \frac{U_2^2}{2g} = C_c \cdot a + \frac{Q^2}{2g A^2}$$
$$A^2 = (b y_2)^2 = (b \cdot C_c \cdot a)^2$$

$$Q = b \cdot C_c \cdot a \sqrt{2g (y_m - C_c \cdot a)}$$

$$\left(Q = \Omega \sqrt{2g (E - y_2)} \right)$$

$$Q = 49 \ m^3/s$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 116

Esercizio #4

Tracciare i profili della superficie libera per i seguenti casi. Si indichi quale tipo di corrente ci si aspetta a valle del dosso. y_2 è maggiore o minore di y_1?

①

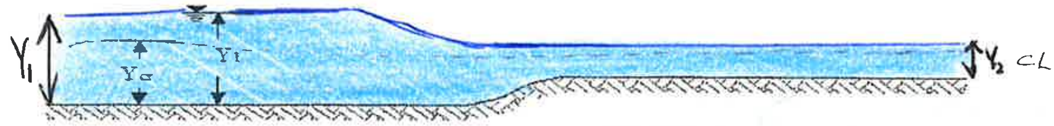


Fig. 7

②

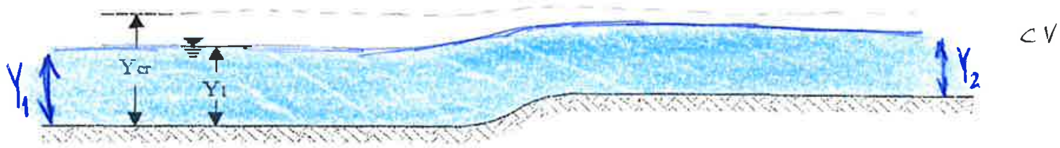
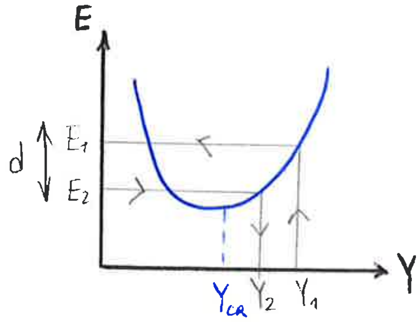


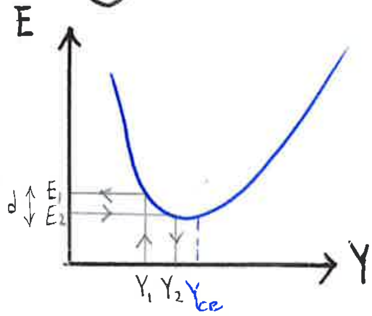
Fig. 8

①



$Z_f \nearrow$ $E \searrow$

②

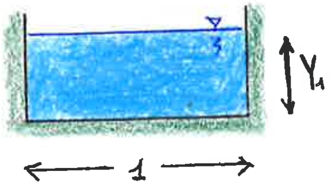


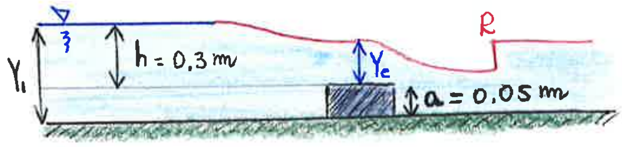
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 116

Esercizio #6

In un canale rettangolare di larghezza pari a 1 m è presente una soglia di fondo di altezza pari a 0.05 m. La superficie libera è ad un'altezza di 0,3 m al di sopra della superficie della soglia ad una buona posizione a monte della stessa. Qual è la portata della corrente? [$Q = 0.36\ m^3/s$]

(il problema ci dice implicitamente che sopra la soglia si ha Y_c)





Espressione carico specifico a monte

$E_1 = E_c + a \longrightarrow E_c = \frac{3}{2} Y_c$

$E_1 = Y_1 + \frac{U_1^2}{2g} = Y_1 + \frac{Q^2}{2g\, Y_1^2 b^2}$

Si ricava dunque: $Y_1 + \frac{Q^2}{2 Y_1^2 g\, b^2} = \frac{3}{2} Y_c + a$

$Y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ poiché $q = \frac{Q}{b} \Rightarrow \frac{Q^2}{g\, b^2} = Y_c^3$ (1)

$\Rightarrow Y_1 + \frac{Y_c^3}{2 Y_1^2} = \frac{3}{2} Y_c + a$

$\Rightarrow Y_c^3 - 3 Y_1^2 Y_c + 2 Y_1^2 h = 0 \longrightarrow Y_c =$ incognita

$Y_c = 0.24\ m$

da (1) $\rightarrow Q^2 = \sqrt[2]{Y_c^3\, g\, b^2} = 0.36\ m^3/s$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 116

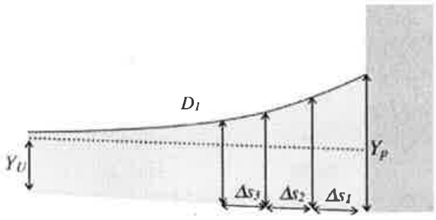
Si ricava lo zero della funzione F_U tramite un metodo di calcolo impostato su parametri noti, considerando un incremento $\Delta Y = 0{,}05\ m$

$$\Omega = B \cdot Y \qquad P = B + 2Y \qquad \Re = \frac{\Omega}{P} \qquad \chi = \frac{\Re^{1/6}}{n}$$

Y [m]	Ω [m²]	P [m]	$\Re$ [m]	χ [m^{1/2}/s]	F_U
0,05	2,50	50,10	0,05	15,17	599,54
0,10	5,00	50,20	0,10	17,02	598,53
0,15	7,50	50,30	0,15	18,20	597,11
0,20	10,00	50,40	0,20	19,09	595,34
0,25	12,50	50,50	0,25	19,81	593,25
0,30	15,00	50,60	0,30	20,41	590,87
0,35	17,50	50,70	0,35	20,94	588,21
0,40	20,00	50,80	0,39	21,40	585,29
0,45	22,50	50,90	0,44	21,82	582,12
0,50	25,00	51,00	0,49	22,20	578,72
0,55	27,50	51,10	0,54	22,55	575,09
0,60	30,00	51,20	0,59	22,87	571,24
0,65	32,50	51,30	0,63	23,17	567,17
0,70	35,00	51,40	0,68	23,45	562,91
0,75	37,50	51,50	0,73	23,71	558,44
0,80	40,00	51,60	0,78	23,96	553,78
0,85	42,50	51,70	0,82	24,20	548,93
0,90	45,00	51,80	0,87	24,42	543,90
0,95	47,50	51,90	0,92	24,63	538,69
1,00	50,00	52,00	0,96	24,84	533,30
1,05	52,50	52,10	1,01	25,03	527,74
1,10	55,00	52,20	1,05	25,22	522,02
1,15	57,50	52,30	1,10	25,40	516,13
1,20	60,00	52,40	1,15	25,57	510,08
1,25	62,50	52,50	1,19	25,74	503,87
1,30	65,00	52,60	1,24	25,90	497,51
1,35	67,50	52,70	1,28	26,05	490,99
1,40	70,00	52,80	1,33	26,20	484,32
1,45	72,50	52,90	1,37	26,35	477,51
1,50	75,00	53,00	1,42	26,49	470,55
1,55	77,50	53,10	1,46	26,63	463,46
1,60	80,00	53,20	1,50	26,76	456,22
1,65	82,50	53,30	1,55	26,89	448,84

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 116

3,70	185,00	57,40	3,22	30,38	47,27
3,75	187,50	57,50	3,26	30,44	35,42
3,80	190,00	57,60	3,30	30,50	23,49
3,85	192,50	57,70	3,34	30,56	11,47
3,90	195,00	57,80	3,37	30,62	-0,63



Il valore che approssima meglio lo zero della funzione F_U risulta essere $Y_U = 3,90\ m$. Si nota che $Y_C < Y_U < Y_P$, quindi l'alveo a debole pendenza è attraversato da una corrente lenta.

Poiché lenta, il punto di partenza per tracciare il profilo va ricercato a valle. Y_p è il primo punto, si risale poi verso monte con intervalli $\Delta Y = 5\ cm$, fino al valore $Y = 3,95\ m$ che rappresenta l'ultimo valore ammissibile in quanto il profilo D_1 è un profilo asintotico (non si raggiungerà mai il valore Y_U di moto uniforme).

$$J_i = \frac{Q^2}{\chi_i^2\, \Re_i\, \Omega_i^2} \qquad \Delta E_i = \Delta Y + \frac{Q^2}{2g\,\Omega_i^2} - \frac{Q^2}{2g\,\Omega^2_{i+1}}$$

$$\Delta s_i = \frac{\Delta E_i}{i_f - J_i} \qquad s = \sum_i \Delta s_i$$

Y [m]	Ω [m²]	P [m]	$\mathcal{R}$ [m]	χ [m$^{1/2}$/s]	i_f-J	Δs [m]	s [m]	ΔE [m]
6,00	300,00	62,00	4,84	32,51	0,00	22,54	0,00	0,05
5,95	297,50	61,90	4,81	32,48	0,00	21,19	-22,54	0,05
5,90	295,00	61,80	4,77	32,44	0,00	21,35	-43,73	0,05
5,85	292,50	61,70	4,74	32,40	0,00	21,53	-65,08	0,05
5,80	290,00	61,60	4,71	32,37	0,00	21,71	-86,61	0,05
5,75	287,50	61,50	4,67	32,33	0,00	21,91	-108,32	0,05
5,70	285,00	61,40	4,64	32,29	0,00	22,11	-130,22	0,05
5,65	282,50	61,30	4,61	32,25	0,00	22,33	-152,34	0,05
5,60	280,00	61,20	4,58	32,21	0,00	22,57	-174,67	0,05
5,55	277,50	61,10	4,54	32,17	0,00	22,82	-197,24	0,05
5,50	275,00	61,00	4,51	32,13	0,00	23,09	-220,06	0,05
5,45	272,50	60,90	4,47	32,09	0,00	23,37	-243,15	0,05
5,40	270,00	60,80	4,44	32,05	0,00	23,68	-266,52	0,05
5,35	267,50	60,70	4,41	32,01	0,00	24,01	-290,20	0,05
5,30	265,00	60,60	4,37	31,97	0,00	24,36	-314,20	0,05
5,25	262,50	60,50	4,34	31,93	0,00	24,74	-338,56	0,04
5,20	260,00	60,40	4,30	31,89	0,00	25,15	-363,30	0,04
5,15	257,50	60,30	4,27	31,84	0,00	25,60	-388,46	0,04