NUMERO: 1864A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Massa Beatrice

MATERIA: Ingegneria della qualità, Esercizi +Temi d'esame risolti - prof. Galetto, Franceschini

LIBRO "ESERCIZI DI INGEGNERIA DELLA QUALITÀ" Franceschini - Galetto

ES. 1.1 CAP 1 METODI STATISTICI PER IL CONTROLLO QUALITÀ

Ogni giorno escono 6 prodotti difettosi in media

a) P di ottenere 4 difettosi al giorno?

b) P di ottenere 10 difettosi in 2 giorni consecutivi?

a) Distrib. Poisson: x = 4 (difettosi) $\lambda = 6$

$$P(x=4) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-6} \cdot 6^4}{4!} = 0{,}1338$$

b) Ipotesi: gli eventi che si verificano in 2 giorni consecutivi sono indipendenti si hanno i seguenti casi:

1. Ø pezzi difettosi al 1° giorno, 10 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^{10}}{10!} = 0{,}000102$
2. 1 pezzo difettoso al 1° giorno, 9 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^1}{1!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^9}{9!} = 0{,}00102$
3. 2 pezzi difettosi al 1° giorno, 8 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^2}{2!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^8}{8!} = 0{,}0046$
4. 3 pezzi difettosi al 1° giorno, 7 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^3}{3!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^7}{7!} = 0{,}01228$
5. 4 pezzi difettosi al 1° giorno, 6 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^4}{4!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^6}{6!} = 0{,}02149$
6. 5 pezzi difettosi al 1° giorno, 5 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!} = 0{,}0257$
7. 6 pezzi difettosi al 1° giorno, 4 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^6}{6!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^4}{4!} = 0{,}02149$
8. 7 pezzi difettosi al 1° giorno, 3 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^7}{7!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^3}{3!} = 0{,}01228$
9. 8 pezzi difettosi al 1° giorno, 2 pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^8}{8!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^2}{2!} = 0{,}0046$
10. 9 pezzi difettosi al 1° giorno, 1 pezzo difettoso al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^9}{9!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^1}{1!} = 0{,}00102$
11. 10 pezzi difettosi al 1° giorno, Ø pezzi difettosi al 2° giorno $\left.\right\}$ $\frac{e^{-6} \cdot 6^{10}}{10!} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} = 0{,}000102$

$$P = 0{,}000102 + 0{,}00102 + 0{,}0046 + 0{,}01228 + 0{,}02149 + 0{,}0257 + 0{,}02149 + 0{,}01228 + 0{,}0046 + 0{,}00102 + 0{,}000102 = 0{,}10468$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 130

ES. 1.3

In 360 rilevazioni consecutive su una linea di produzione, si sono riscontrate le seguenti fermate giornaliere dovute ad un guasto.
Det. P che si verifichino 0, 1, 2, 3, 4, 5 fermate al giorno

N° fermate al giorno n_i	N° giorni (f_i) in cui si verifica il n° di fermate corrispondente
0	92
1	110
2	68
3	48
4	29
5	7
6	4
7	2

Distribuzione Poisson:

$$\boxed{\lambda = \frac{\Sigma n_i \cdot f_i}{N° \text{ rilevazioni}}}$$

$$\lambda = \frac{(92\cdot 0)+(110\cdot 1)+(68\cdot 2)+(48\cdot 3)+(29\cdot 4)+(7\cdot 5)+(4\cdot 6)+(2\cdot 7)}{360} =$$

$$= \frac{579}{360} = 1{,}608 \simeq 1{,}61$$

$$P(X=0) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^0}{0!} = 0{,}1999$$

$$P(X=1) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^1}{1!} = 0{,}3218$$

$$P(X=2) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^2}{2!} = 0{,}259$$

$$P(X=3) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^3}{3!} = 0{,}139$$

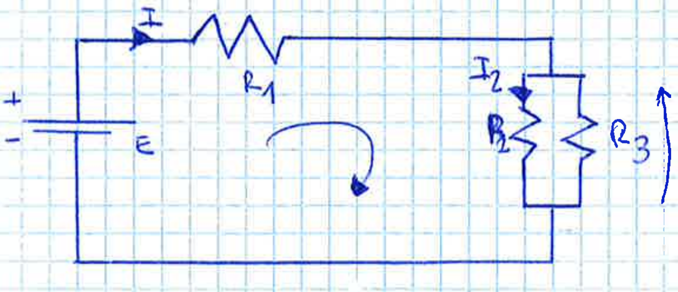
$$P(X=4) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^4}{4!} = 0{,}0559$$

$$P(X=5) = \frac{e^{-1,61}\cdot 1{,}61^5}{5!} = 0{,}018$$

ES. 1.5

Dato il circuito in figura, det. evidenziando le ipotesi introdotte, i valori della media e della varianza della corrente I_2 sapendo che i valori nominali dei componenti e delle rispettive tolleranze naturali valgono:

$E = 100 \pm 3\,V \quad R_1 = 10.0 \pm 1.5\,\Omega, \quad R_2 = 20 \pm 0.9\,\Omega, \quad R_3 = 20 \pm 0.9\,\Omega$



R_2 e R_3 sono in parallelo

$$R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$-E + IR_1 + R_{eq} I \rightarrow I = \frac{E}{R_1 + R_{eq}}$$

$$I_2 (R_2 + R_3) - I R_3 \rightarrow I_2 = \frac{I R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_1 + R_{eq}} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{E}{R_1 + \left(\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}\right)} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\mu_{I_2} = \frac{100}{10 + \left(\frac{20 \cdot 20}{20 + 20}\right)} \cdot \frac{20}{20 + 20} = \frac{100}{20} \cdot \frac{20}{40} = 2{,}5$$

Conoscendo la tolleranza naturale: $\frac{TN}{2} = 3\sigma$

Calcolo le varianze di tutti gli elementi:

$$E = 3V \rightarrow E = \frac{3V}{3\sigma} = \frac{1V}{\sigma} \Rightarrow \sigma_E = 1V$$

$$R_1 = 1{,}5\,\Omega \rightarrow R_1 = \frac{1{,}5\,\Omega}{3\sigma} = \frac{0{,}5\,\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R_1} = 0{,}5\,\Omega$$

$$R_2 = 0{,}9\,\Omega \rightarrow R_2 = \frac{0{,}9\,\Omega}{3\sigma} = \frac{0{,}3\,\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R_2} = 0{,}3\,\Omega$$

$$R_3 = 0{,}9\,\Omega \rightarrow R_3 = \frac{0{,}9\,\Omega}{3\sigma} = \frac{0{,}3\,\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R_3} = 0{,}3\,\Omega$$

Per calcolare la varianza mi serve la LEGGE DI COMPOSIZIONE DELLA VARIANZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 130

ES. 1.6

2 parti meccaniche A e B sono assemblate in modo da soddisfare i requisiti di specifica 10.000 ± 0.020 mm. Se il prodotto assemblato fuoriesce da questi limiti, viene scartato.
Produzione di A e di B seguono distribuzione normale con i seguenti valori di media e scarto tipo:

$\mu_A = 3.000$ mm $\quad \sigma_A = 0{,}004$ mm $\quad \mu_B = 7.000$ mm $\quad \sigma_B = 0{,}006$ mm

Le parti sono assemblate in maniera casuale.
Det. la % di prodotti assemblati che saranno scartati.

A e B vengono prodotti in modo indipendente:

$$\mu = \mu_A + \mu_B = 3.000 + 7.000 = 10.000 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} = \sqrt{0{,}004^2 + 0{,}006^2} = 0{,}007 \text{ mm}$$

La probabilità che un prodotto assemblato sia scartato è data dall'area esterna ai limiti di specifica 10.000 ± 0.020 mm della distribuzione gaussiana di parametri $\mu = 10.000$ mm e $\sigma = 0{,}007$ mm

$$\boxed{z_+ = \frac{LSS - \mu}{\sigma}} = \frac{(10.000 + 0{,}02) - 10.000}{0{,}007} = \frac{10.02 - 10}{0{,}007} = 2{,}86$$

$$\boxed{z_- = \frac{LSI - \mu}{\sigma}} = \frac{(10.000 - 0{,}02) - 10.000}{0{,}007} = -2{,}86$$

$$P(X > 2{,}86) + P(z < -2{,}86) = \phi(-2{,}86) + 1 - \phi(2{,}86) =$$

$$= 0{,}0021 + 1 - 0{,}9979 = 0{,}0042 = 0{,}42\%$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{(7950-7940)^2 + (7890-7940)^2 + (7900-7940)^2 + (8140-7940)^2 + (7920-7940)^2 + (7840-7940)^2}{6-1}} = \sqrt{\frac{10^2 + (-50)^2 + (-40)^2 + 200^2 + (-20)^2 + (-100)^2}{5}} =$$

$$= 104 \text{ g}$$

$$n_2 = 6$$

$$S_{pool} = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}} = \sqrt{\frac{(6-1)\cdot 380^2 + (6-1)\,104^2}{6+6-2}} = 279$$

$$t = \frac{(8082-7940)-0}{279\cdot\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}} = \frac{142}{161{,}08} = 0{,}88$$

H_0 accettata se $|t_{calc}| < t_{n_1+n_2-2,\,1-\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0{,}01}{2} = 0{,}995$

$$t_{n_1+n_2-2,\,1-\frac{\alpha}{2}} = t_{6+6-2,\,0.995} = t_{10,\,0.995} = t_{10,\,\underbrace{1-0.995}_{0.005}} = 3{,}169$$

$t_{calc} = 0{,}88 < 3{,}169 \Rightarrow H_0$ si accetta

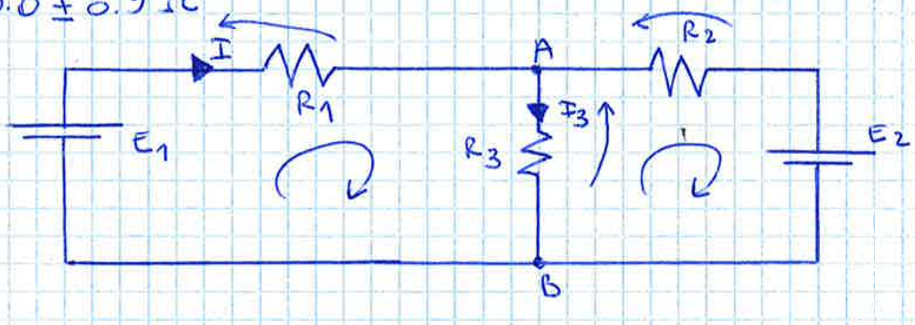
E' vero che non esiste differenza tra i 2 processi

ES. 1.9

Dato il circuito, det. i valori approssimati di media e varianza di I_3 sapendo che:

$E_1 = 100 \pm 3\,V \qquad E_2 = 50 \pm 3\,V \qquad R_1 = 10.0 \pm 1{,}5\,\Omega \qquad R_2 = 10.0 \pm 1{,}5\,\Omega$

$R_3 = 20.0 \pm 0.9\,\Omega$



R_1 e R_2 in serie $\rightarrow$ $R_{eq} = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1+R_2}$$

$$V_{AB} = E_1 - IR_1 = E_1 - \left(\frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}\right)R_1 = E_1 - \left(\frac{E_1R_1 - E_2R_1}{R_1+R_2}\right) =$$

$$= \frac{E_1(R_1+R_2) - E_1R_1 + E_2R_1}{R_1+R_2} = \frac{\cancel{E_1R_1} + E_1R_2 - \cancel{E_1R_1} + E_2R_1}{R_1+R_2} = \frac{E_1R_2 + E_2R_1}{R_1+R_2}$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial R_3} = \frac{\cancel{0(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)} - (E_1R_2+E_2R_1)(R_1+R_2)}{(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)^2} =$$

$$= \frac{-(100\cdot 10+50\cdot 10)(10+10)}{(10\cdot 10+10\cdot 20+10\cdot 20)^2} = \frac{-30'000}{250'000} = -0{,}12$$

$E_1 = 3\,V \rightarrow E_1 = \frac{3V}{3\sigma} = 1\frac{V}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{E_1} = 1V$

$E_2 = 3V \rightarrow E_2 = \frac{3V}{3\sigma} = 1\frac{V}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{E_2} = 1V$

$R_1 = 1{,}5\,\Omega \rightarrow R_1 = \frac{1{,}5\,\Omega}{3\sigma} = 0{,}5\,\frac{\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R1} = 0{,}5\,\Omega$

$R_2 = 1{,}5\,\Omega \rightarrow R_2 = \frac{1{,}5\,\Omega}{3\sigma} = 0{,}5\,\frac{\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R2} = 0{,}5\,\Omega$

$R_3 = 0{,}9\,\Omega \rightarrow R_3 = \frac{0{,}9\,\Omega}{3\sigma} = 0{,}3\,\frac{\Omega}{\sigma} \Rightarrow \sigma_{R3} = 0{,}3\,\Omega$

$$\sigma_{I_3}^2 = \left(\frac{\partial I_3}{\partial E_1}\right)^2 \cdot \sigma_{E1}^2 + \left(\frac{\partial I_3}{\partial E_2}\right)^2 \cdot \sigma_{E2}^2 + \left(\frac{\partial I_3}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R1}^2 + \left(\frac{\partial I_3}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R2}^2 + \left(\frac{\partial I_3}{\partial R_3}\right)^2 \sigma_{R3}^2 =$$

$$= 0{,}02^2\cdot 1^2 + 0{,}02^2\cdot 1^2 + (-0{,}08)^2\cdot 0{,}5^2 + 0{,}02^2\, 0{,}5^2 + (-0{,}12)^2\cdot 0{,}3^2 = 0{,}0038\ A^2$$

$$\sigma_{I_3} = \sqrt{0{,}0038} = 0{,}06 \rightarrow 3\cdot\sigma = 3\cdot 0{,}06 = 0{,}18$$

$$I_3 = 3.00 \pm 0{,}18\ A$$

ES. 1.10

In una linea produttiva in media si verifica un guasto tale da determinare la sospensione della produzione ogni 3 mesi. Supponendo una distribuzione esponenziale negativa determinare:

a) P di non avere incidenti per almeno 8 mesi

b) P di non avere incidenti entro 1 mese se sono passati 8 mesi senza incidenti

Unità di misura = 1 mese

λ = n° pezzi che possono rompersi in 1 mese $\rightarrow \lambda = \frac{1}{3}$

a) $P(t>8) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{1}{3}\cdot 8} = 0{,}0695 = 6{,}95\%$

b) $P(t>9 \mid t>8) = \frac{P(t\geq 9)}{P(t>8)} = \frac{e^{-\frac{1}{3}\cdot 9}}{e^{-\frac{1}{3}\cdot 8}} = \frac{0{,}0497}{0{,}0695} = 0{,}716 \simeq 71{,}6\%$

ES. 1.13

2 laboratori di prova che hanno eseguito un campionamento del peso di uno stesso prodotto (con distribuzione gaussiana), hanno trovato varianze pari a $s_1^2 = 12,5\,g^2$ e $s_2^2 = 6,4\,g^2$ con campioni di 20 e 40 elementi.

Verificare se le 2 varianze campionarie sono compatibili con un unico valore, con livello di significatività del 2%.

Test ipotesi su differenza di varianze:

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1 - \sigma_2 = 0 \\ H_1: \sigma_1 - \sigma_2 \neq 0 \end{cases}$$

Si usa la F di Fisher:

$$F_{calc} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{12,5}{6,4} = 1,953 \qquad \alpha = 0,02 \quad \frac{\alpha}{2} = 0,01 \quad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,99$$

$$F_{\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2} < F_{calc} < F_{1-\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2}$$

$$F_{0.01, 20, 40} < 1,953 < F_{0.99, 20, 40}$$

$$2,37 < 1,953 < 1 - 2,37 = -1,37 \quad \text{NO!!}$$

Rifiuto se:

$$\begin{cases} F \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}, m_1-1, m_2-1} & \text{NON RISPETTATA} \\ F \geq F_{\frac{\alpha}{2}, m_1-1, m_2-1} & \text{NON RISPETTATA} \end{cases}$$

Non posso rifiutare

c) Stima intervallare della media, σ non nota

$$\boxed{L_i = \bar{x} - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}} \qquad \boxed{L_s = \bar{x} + t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$n-1 = 30-1 = 29$

$\alpha = 0,05 \qquad 1-\frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$

$t_{29,0.975} = 2,045$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{361,7}{30} = 12,06$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4,154}{29}} = 0,378$$

$$L_i = 12,06 - 2,045 \cdot \frac{0,378}{\sqrt{30}} = 11,92$$

$$L_s = 12,06 + 2,045 \cdot \frac{0,378}{\sqrt{30}} = 12,20 \qquad (L_i, L_s) = (11.92, 12.20)$$

Stima intervallare della varianza

$$\boxed{L_i = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}} \qquad \boxed{L_s = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}}$$

$\chi^2_{29,\underbrace{0.975}_{=0.025}} = 45,722 \qquad \chi^2_{29,\underbrace{0.025}_{=0.975}} = 16,047$

$$L_i = \frac{29 \cdot 0,378^2}{45,722} = 0,09 \qquad L_s = \frac{29 \cdot 0,378^2}{16,047} = 0,26$$

$$(L_i, L_s) = (0.09, 0.26)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 130

$\bar{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}}{m}$ $\bar{R} = \frac{\Sigma R_i}{m}$

$\bar{\bar{x}} = \frac{1331,84}{25} = 53.27$

$\bar{R} = \frac{14.5}{25} = 0.58$

CARTA $\bar{x}$ $n = 4$

$\boxed{LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}}$ $\boxed{LIC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}}$ $A_2 \rightarrow$ dalla tavola

$LSC_{\bar{x}} = 53.27 + 0.729 \cdot 0,58 = 53,69$

$\boxed{LC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}} = 53.27$

$LIC_{\bar{x}} = 53.27 - 0.729 \cdot 0,58 = 52.85$

CARTA R: $n=4$

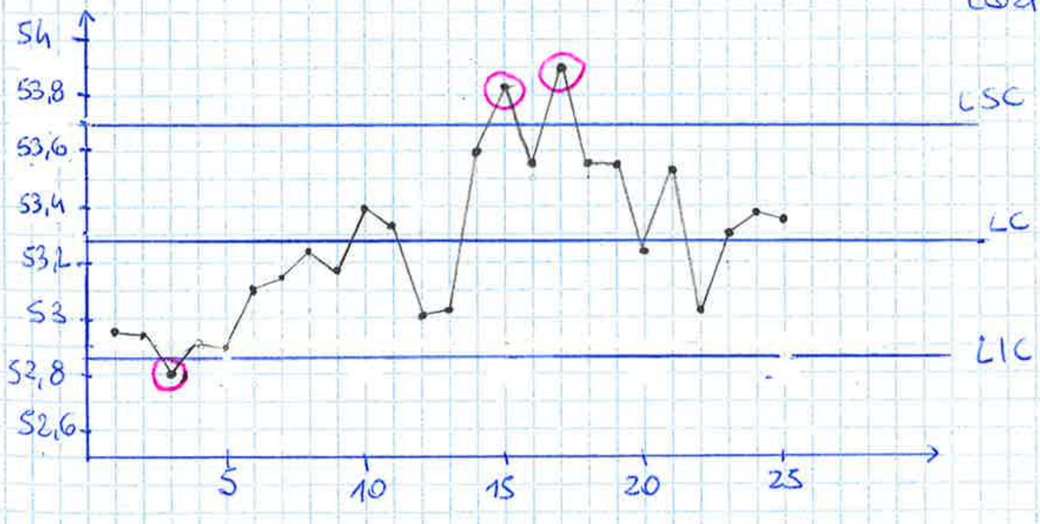
$\boxed{LSC_R = D_4 \cdot \bar{R}}$ $\boxed{LIC_R = D_3 \cdot \bar{R}}$

$LSC_R = 2,282 \cdot 0,58 = 1.32$ $LIC_R = 0 \cdot 0,58 = 0$

$\boxed{LC_R = \bar{R}} = 0.58$

Disegno carte di controllo

Carta della media



Non é in controllo $\rightarrow$ 3, 15 e 17 fuori controllo

d) Assumendo che i limiti di specifica siano (53.5 ± 0.3 mm) che % di prodotti cade fuori dai limiti di specifica nell'ipotesi che la popolazione segue una distribuz. normale?

$$P(\underset{LSS}{x \geq 53.8}) + P(\underset{LSI}{x \leq 53.2})$$

$$= P\left[z \leq \frac{LSI - \mu}{\sigma}\right] + 1 - P\left[z \leq \frac{LSS - \mu}{\sigma}\right] =$$

$$= P\left[z \leq \frac{53.2 - 53.27}{0,28}\right] + 1 - P\left[z \leq \frac{53.8 - 53.27}{0,28}\right] =$$

$$= \Phi(-0,25) + 1 - \Phi(1,89) = 0,4013 + 1 - 0,9706 = 0,4307$$

e) Con quale incertezza sono stimate le medie di ogni singolo campione e la media delle medie?

INCERTEZZA DELLA STIMA DELLE MEDIE

$$U_i = t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad Hp$$

FATTO?

ES. 2.4

La specifica sulla finitura superficiale di una classe di cuscinetti a rotolamento prescrive una rugosità massima di 0.40 μm.
Nel processo industriale di rettifica si verifica il fenomeno di usura degli utensili di rettifica (mole). I dati prelevati su un campione di 5 cuscinetti esaminati giornalmente sono in tabella.

a) Si costruisca una carta di controllo $\bar{X} - R$

	giorno 1	giorno 2	giorno 3	giorno 4	giorno 5
$\bar{X}$	0,26	0,33	0,38	0,43	0,51
R	0,07	0,05	0,05	0,08	0,08

Carta R:

$$LC_R = \bar{R} = \frac{\Sigma R_i}{5} = \frac{0{,}07 + 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}08 + 0{,}08}{5} = 0{,}066$$

$$LIC_R = D_3 \cdot \bar{R} = 0 \cdot 0{,}066 = 0$$

$$LSC_R = D_4 \cdot \bar{R} = 2{,}115 \cdot 0{,}066 = 0{,}14$$

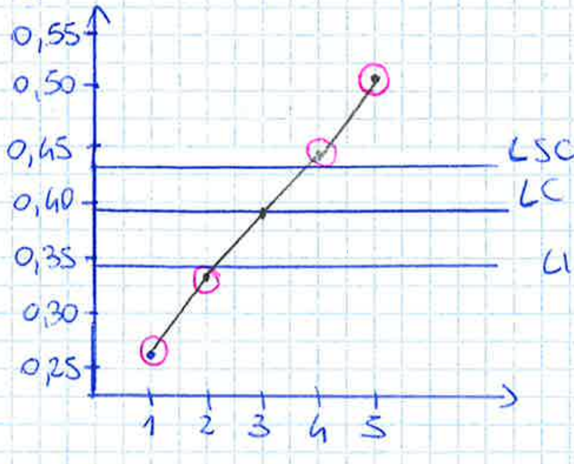
Carta $\bar{X}$:

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{0{,}26 + 0{,}33 + 0{,}38 + 0{,}43 + 0{,}51}{5} = 0{,}382$$

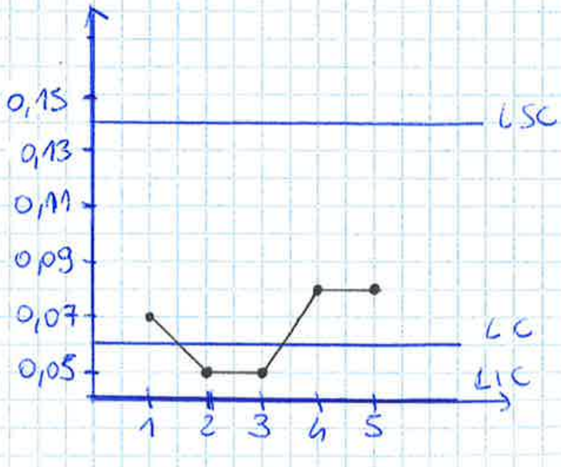
$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 0{,}382 - 0{,}577 \cdot 0{,}066 = 0{,}344$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 0{,}382 + 0{,}577 \cdot 0{,}066 = 0{,}42$$

Disegno carta $\bar{X}$:



Disegno carta $\bar{R}$:



Non è in controllo.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 130

CARTE PER ATTRIBUTI

ES. 2.8

Per un dato prodotto ligneo sono considerati difetti le occlusioni (variazioni cromatiche) presenti sullo strato superficiale di finitura se hanno un'area superiore a $0,5\,mm^2$.
Ogni ora viene ispezionata un'area di $20\,cm^2$.
N° difetti in 21 campioni è: 0, 0, 2, 3, 2, 0, 1, 0, 1, 1, 2, 1, 4, 3, 2, 0, 1, 4, 2, 0, 1.

a) Qual è l'unità di riferimento per il campione?
Il campione è costituito da un'area di $20\,cm^2$

b) I dati ottenuti sperimentalmente possono essere trattati secondo una distribuzione di Poisson?

c) Riportare i dati su una carta c e su una carta per valori singoli. Le 2 carte riportano le stesse informazioni sui dati? Che interpretazione si può dare all'utilizzo delle due carte?

CARTA C

$$\bar{c} = \frac{N° \text{ difetti in tutti i campioni}}{N° \text{ campioni}}$$

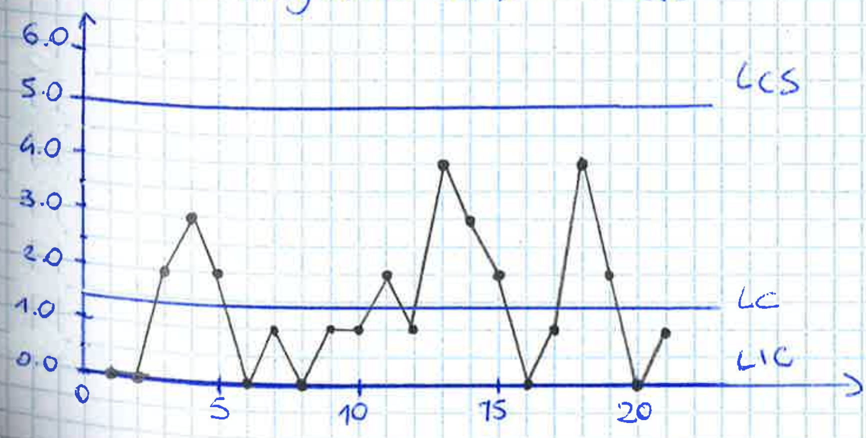
N° campioni = 21 N° difetti = 30

$$\bar{c} = \frac{30}{21} = 1,43$$

$$\boxed{LCS = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}} = 1,43 + 3\sqrt{1,43} = 5,016$$

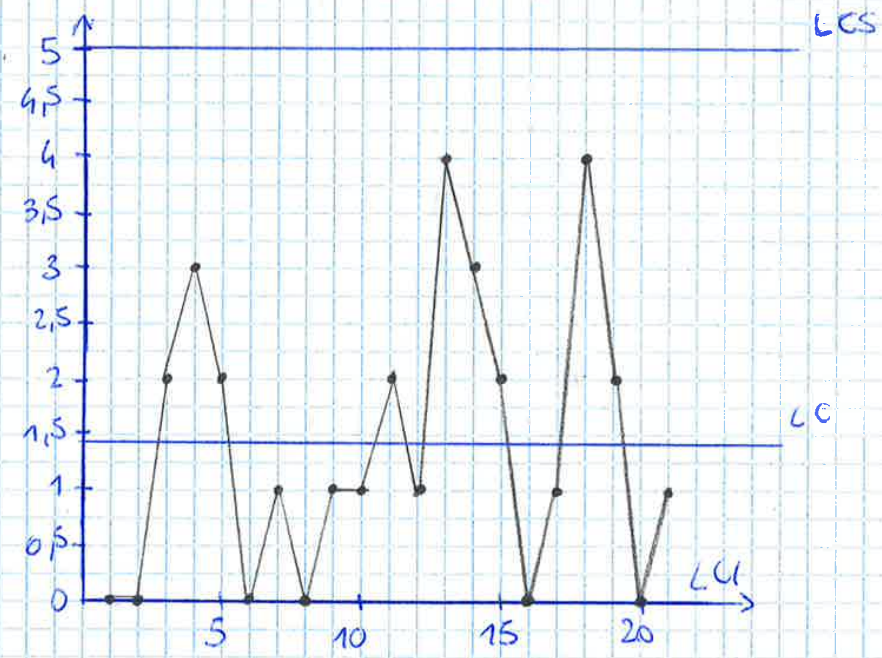
$$\boxed{LCI = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}} = 1,43 - 3\sqrt{1,43} = -2,16 \simeq 0$$

Poiché LCI è negativo si fissa LIC = 0



No fuori controllo

⇒ è in controllo



No fuori controllo
→ è in controllo

Carta per valori singoli ha lo stesso andamento della carta c: queste 2 carte portano lo stesso tipo di informazioni.
Carta c è una carta per attributi, quella per valori singoli è una carta per variabili
La carta del range mobile consente di monitorare l'andamento della dispersione di tali valori nel tempo.

Es. 2.9

Ditta produce diodi per circuiti stampati in lotti da 1000 unità. Il controllo della produzione è effettuato estraendo un campione di 64 elementi per ogni lotto.

a) Se la frazione di pezzi non conformi è $p = 0,1$ si determinino i limiti della carta di controllo.

CARTA P

$$LSC_p = p + 3\sigma = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0,1 + 3\sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{64}} = 0,2125$$

$$LIC_p = p - 3\sigma = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0,1 - 3\sqrt{\frac{0,1(1-0,1)}{64}} = -0,0125 \simeq 0$$

b) A quale livello deve crescere la frazione di non conformi per portare il rischio di II specie β al valore di 0,5?

$$\beta = P(\hat{p} < LCS \mid p') - P(\hat{p} \le LCI \mid p')$$

$$0,5 = \phi\left(\frac{LCS - p'}{\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}}\right) - \underbrace{\phi\left(\frac{LCI - p'}{\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}}\right)}$$

Trascurando questo termine

b) Che valore dovrebbero avere i limiti della carta utilizzando una carta np?

$$LCS_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$
$$LCI_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$\boxed{\begin{aligned} LCS_{np} &= n \cdot LCS_p \\ LC_{np} &= n \cdot LC_p \\ LCI_{np} &= n \cdot LCI_p \end{aligned}}$$

$$LCS_{np} = 400 \cdot 0{,}05 + 3\sqrt{400 \cdot 0{,}05(1-0{,}05)} = 33{,}07$$

$$LCI_{np} = 400 \cdot 0{,}05 - 3\sqrt{400 \cdot 0{,}05(1-0{,}05)} = 6{,}92$$

$$LC_{np} = n\bar{p} = 400 \cdot 0{,}05 = 20$$

c) Qual è la numerosità del campione in grado di dare un limite di controllo inferiore pari a 0,02 per la carta tracciata?

$$LCI_p = \bar{p} - L \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$0{,}02 = 0{,}05 - 2{,}8\sqrt{\frac{0{,}05(1-0{,}05)}{n}}$$

$$-0{,}03 = -2{,}8\sqrt{\frac{0{,}0475}{n}}$$

$$0{,}0009 = 7{,}84 \cdot \frac{0{,}0475}{n}$$

$$\frac{0{,}0009}{7{,}84 \cdot 0{,}0475} = \frac{1}{n} \Rightarrow 0{,}0024 = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 414$$

d) Qual è la P che una deriva verso il valore $p' = 0{,}03$ venga rilevata con il 1° campione successivo all'evento?

$1-\beta \rightarrow$ P di accorgersi della deriva al 1° campionamento

$$\boxed{\begin{aligned} \beta &= P(\hat{p} < LSC \mid p') - P(\hat{p} \leq LIC \mid p') = \\ \beta &= \phi\left(\frac{LSC - p'}{\sigma_p}\right) - \phi\left(\frac{LIC - p'}{\sigma_p}\right) \end{aligned}}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}03(1-0{,}03)}{400}} = 0{,}0085$$

$$\beta = \phi\left(\frac{0{,}0809 - 0{,}03}{0{,}0085}\right) - \phi\left(\frac{0{,}0191 - 0{,}03}{0{,}0085}\right) = \overbrace{\phi(5{,}99)}^{1} - \phi(-1{,}28) =$$

$$= 1 - 0{,}1003 = 0{,}8997$$

$$1 - \beta = 1 - 0{,}8997 = 0{,}1$$

Si discuta perché il suggerimento non è adeguato.
Calc. limiti di controllo per questo modello con $\bar{c} = 4,6$ e confrontare i risultati con quelli ottenuti al punto b)

$$LCS_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 4,6 + 3\sqrt{4,6} = 11,03$$

$$LC_c = \bar{c} = 4,6$$

$$LCI_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 4,6 - 3\sqrt{4,6} = -1,83 \sim 0$$

I limiti non risentono dei livelli di produzione giornaliera
=> la carta c non è adeguata se cambia la numerosità del campione

d) Assumendo che il valor medio del processo si sposti da 4,6 a 7,6 non conformità per 100 unità, qual è la P di individuare la deriva del processo al 1° campionamento? Assumere che la produzione giornaliera sia di 900 unità.

$$\beta = P(x < LCS \mid \mu') - P(x \leq LCI \mid \mu') \qquad \sigma = \sqrt{\frac{K\bar{u}}{m/K}} = \sqrt{\frac{7,6}{900/100}} = 0,92$$

$$\beta = \phi\left(\frac{LCS - \mu'}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{LCI - \mu'}{\sigma}\right)$$

$$\beta = \phi\left(\frac{6,74 - 7,6}{0,92}\right) - \phi\left(\frac{2,45 - 7,6}{0,92}\right)$$

$$\beta = \phi(-0,98) - \underbrace{\phi(-5,6)}_{0} = 0,1635 - 0 = 0,16$$

$$1 - \beta = 1 - 0,16 = 0,84$$

e) Qual è la P di individuare la deriva del processo al 1° campionamento se la produzione giornaliera è di 1500 unità?

$$\sigma = \sqrt{\frac{7,6}{1500/100}} = 0,71$$

$$\beta = \phi\left(\frac{LSC - \mu'}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{LIC - \mu'}{\sigma}\right)$$

$$LSC_u = 4,6 + 3\sqrt{\frac{4,6}{1500/100}} = 6,3 \qquad LIC_u = 4,6 - 3\sqrt{\frac{4,6}{1500/100}} = 2,9$$

$$\beta = \phi\left(\frac{6,3 - 7,6}{0,71}\right) - \phi\left(\frac{2,9 - 7,6}{0,71}\right) = \phi(-1,83) - \underbrace{\phi(-6,62)}_{0} =$$

$$= 0,0336 - 0 = 0,0336 \rightarrow 1 - \beta = 1 - 0,0336 = 0,966$$

All'aumentare della produzione → aumenta la P di osservare una deriva del processo

b) Quale dovrebbe essere la numerosità del campione per ottenere LIC=0?

$$LIC_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 0$$

$$n \cdot 0{,}168 - 3\sqrt{n \cdot 0{,}168(1-0{,}168)} = 0$$
$$0{,}168\, n - 3\sqrt{n \cdot 0{,}139} = 0$$
$$0{,}028\, n^2 - 9 \cdot n \cdot 0{,}139 =$$
$$0{,}028\, n^2 - 1{,}251\, n = 0 \qquad n(0{,}028\, n - 1{,}251) = 0 \rightarrow n = 0$$
$$0{,}028\, n - 1{,}251 = 0 \qquad n = \frac{1{,}251}{0{,}028} = 44{,}67 \simeq 45$$

c) Con riferimento ai dati in tabella, qual è la P di individuare una deriva nel processo della percentuale dei non conformi al valore di 0.3 dopo il 1° campionamento?

$$\boxed{1-\beta = P(np' < LIC \mid p') - P(np' > LSC \mid p')} \qquad p' = 0{,}3$$

$$\beta = \phi\left(\frac{LIC - np'}{\sigma}\right) + 1 - \phi\left(\frac{LSC - np'}{\sigma}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{np'(1-p')} = \sqrt{100 \cdot 0{,}3(1-0{,}3)} = 4{,}58$$

$$\phi\left(\frac{5{,}6 - 100 \cdot 0{,}3}{4{,}58}\right) + 1 - \phi\left(\frac{28 - 100 \cdot 0{,}3}{4{,}58}\right) =$$

$$\underbrace{\phi(-5{,}327)}_{0} + 1 - \phi(-0{,}43) = 1 - 0{,}336 = 0{,}664$$

d) Qual è la P di individuare la deriva del processo entro il 3° campionamento?

$$\beta^2(1-\beta)$$

$$(1-\beta) = 0{,}6 \rightarrow \beta = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

$$\beta(1-\beta) = 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}24 \rightarrow \text{individuare al 2° campionamento}$$

$$\beta^2(1-\beta) = 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 = 0{,}096 \rightarrow \text{individuare al 3° campionamento}$$

ES. 2.16

Una sostanza chimica prodotta in lotti.
I risultati delle analisi della viscosità degli ultimi 15 giorni (che seguono andamento normale) sono:
35 39 38 42 37 37 39 37 37 40 39 39 38 42 36
Limite inferiore di specifica = 25 → LSI

a) Verificare se il processo è in controllo
Uso carta per valori singoli e quella del range mobile

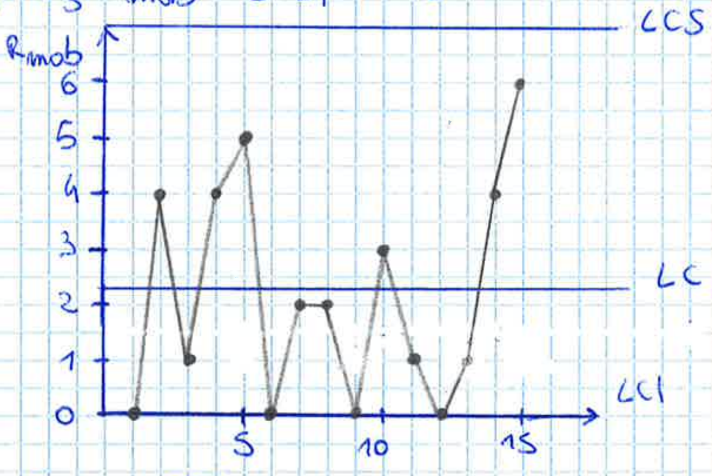
Giorni	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Viscosità	35	39	38	42	37	37	39	37	37	40	39	39	38	42	36
R mobile	–	4	1	4	5	0	2	2	0	3	1	0	1	4	6

$\bar{R}_{mobile} = \frac{\Sigma R_{mobile}}{m-1} = \frac{33}{15-1} = 2,36 \qquad m=2$

$LCS_{Rmob} = D_4 \cdot \bar{R}_{mob} = 3,267 \cdot 2,36 = 7,7$

$LC_{Rmob} = \bar{R}_{mob} = 2,36$

$LCI_{Rmob} = D_3 \cdot \bar{R}_{mob} = 0 \cdot 2,36 = 0$

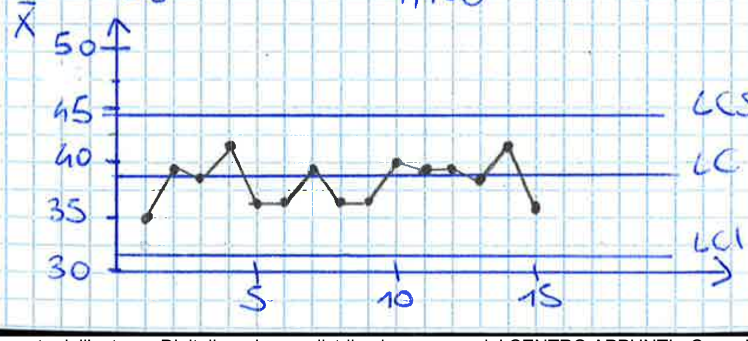


In controllo

$\bar{\bar{X}} = LC = \frac{\Sigma x}{m} = \frac{575}{15} = 38,3$

$LCS_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{R}}{d_2} = 38,3 + \frac{3 \cdot 2,36}{1,128} = 44,6$

$LCI_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{R}}{d_2} = 38,3 - \frac{3 \cdot 2,36}{1,128} = 32,02$



In controllo

b) Calc. c_p e c_{pk} del processo

$$C_p = \frac{LSS - LSI}{6\sigma} = \frac{(15{,}9+0{,}15)-(15{,}9-0{,}15)}{6 \cdot 0{,}011} = \frac{16{,}05 - 15{,}75}{0{,}066} = 4{,}55$$

$$\boxed{C_{pl} = \frac{\mu - LSI}{3\sigma}} = \frac{15{,}886 - 15{,}75}{3 \cdot 0{,}011} = 4{,}12$$

$$\boxed{C_{pu} = \frac{LSS - \mu}{3\sigma}} = \frac{16{,}05 - 15{,}886}{3 \cdot 0{,}011} = 4{,}97$$

$C_{pl} = 4{,}12 \geq 1{,}33 \Rightarrow$ il processo è capace

è un valore fisso

ES 2.18

I dati in tabella sono le deviazioni del valore nominale del diametro di un foro. I valori rappresentano le deviazioni dal valore nominale espresse in decimi di micrometro ($+10 = 0{,}001\,mm$).

a) Costruire la carta di controllo $\bar{X}-R$. Il processo è in controllo?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}_i$	8	0	6	8	12	4	-2	12	2	24
$\bar{R}_i$	80	110	80	70	90	80	40	100	40	40

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{X}_i$	16	26	4	6	18	4	16	16	20	18
$\bar{R}_i$	40	30	60	80	60	40	50	70	60	50

$$\bar{\bar{X}} = \frac{218}{20} = 10{,}9 \qquad \bar{R} = \frac{127}{20} = 63{,}5 \qquad n=5$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{63{,}5}{2{,}326} = 27{,}3$$

$$LSC_R = D_4\bar{R} = 2{,}115 \cdot 63{,}5 = 134{,}3$$

$$LIC_R = D_3\bar{R} = 0 \cdot 63{,}5 = 0$$

$$LC_R = \bar{R} = 63{,}5$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 10{,}9 + 0{,}577 \cdot 63{,}5 = 47{,}5$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 10{,}9 - 0{,}577 \cdot 63{,}5 = -25{,}7$$

$$LC_{\bar{X}} = 10{,}9$$

d) La media del processo si sposta di +30. Det la % di prodotti scartati e il nuovo indice di capacità del processo.

$$P_{scarto} = P(x \geq LSS \mid \mu') + P(x \leq LSI \mid \mu') =$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{LSS - \mu'}{\sigma}\right) + \phi\left(\frac{LSI - \mu'}{\sigma}\right) = \qquad [\mu' = 10{,}9 + 30 = 40{,}9$$

$$= 1 - \phi\left(\frac{100 - 40{,}9}{27{,}3}\right) + \phi\left(\frac{-100 - 40{,}9}{27{,}3}\right) = 1 - \phi(2{,}16) + \cancel{\phi(-5{,}16)}_{\to 0} =$$

$$= 1 - 0{,}9846 = 0{,}0154 = 1{,}5\%$$

$$C_p = 1{,}22$$

$$C_{pl} = \frac{40{,}9 - (-100)}{3 \cdot 27{,}3} = 1{,}72 \qquad C_{pu} = \frac{100 - 40{,}9}{3 \cdot 27{,}3} = 0{,}72$$

$$\boxed{C_{pk} = \min(C_{pl}, C_{pu})} = \min(1.72,\ 0.72) = 0.72 < 1{,}33$$

il processo non è capace

ES. 2.19

Processo di realizzazione di un pezzo meccanico è estratto un campione di 5 elementi ogni ora. Per ogni elemento viene controllato il diametro di un foro e calcolato la media e la dispersione del campione.

Analisi di 25 campioni risulta:

$$\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i = 662{,}5\ mm \qquad \sum_{i=1}^{25} R_i = 9\ mm$$

a) Det. limiti di controllo per la carta $\bar{x}$ - R e la tolleranza naturale di processo. $n = 5$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{662{,}5}{25} = 26{,}5 \qquad \bar{R} = \frac{9}{25} = 0{,}36 \qquad \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0{,}36}{2{,}326} = 0{,}15$$

$$LCS_R = D_4 \cdot \bar{R} = 2{,}115 \cdot 0{,}36 = 0{,}76 \qquad LCI_R = 0 \cdot 0{,}36 = 0 \qquad LC = \bar{R} = 0{,}36$$

$$LCS_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 26{,}5 + 0{,}577 \cdot 0{,}36 = 26{,}7 \qquad LC_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = 26{,}5$$

$$LCI_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 26{,}5 - 0{,}577 \cdot 0{,}36 = 26{,}3$$

$$TN = 6\sigma = 6 \cdot 0{,}15 = 0{,}9$$

~~b) se il processo è in controllo con limiti di specifica pari a 26,4 ± 0,5 mm. si stimi la frazione di unità~~

$1-\alpha = 0,95$

$\mu = 0,984 \qquad \sigma = 0,015$

$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{6,959}{7} = 0,9941$

$\hat{s} = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{7-1}} = 0,0013$

TEST SULLE MEDIE:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_0 = 0,984 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_0 = 0,984 \end{cases}$$

Si usa la t Student:

$$\boxed{t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}} = \frac{0,9941-0,984}{0,0013/\sqrt{7}} = 20,56$$

se $|t_{calc}| > t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$ $\Rightarrow$ si rifiuta H_0

$\alpha = 1-0,95 = 0,05 \qquad 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0,05}{2} = 0,975$

$t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} = t_{6,0.975} = 2,447$

$20,56 > 2,447 \Rightarrow$ si rifiuta H_0 $\Rightarrow$ l'additivo porta a una significativa variazione del peso medio

TEST SULLA VARIANZA

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_0^2 = 0,015^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_0^2 = 0,015^2 \end{cases}$$

Si usa χ^2

$$\boxed{\chi^2_{calc} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}} = \frac{(7-1)\cdot 0,0013^2}{0,015^2} = 0,045$$

se χ^2_{calc} non è compreso tra $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ $\Rightarrow$ si rifiuta H_0

$\chi^2_{0.025,6} = 14,449 \qquad \chi^2_{0.975,6} = 1,237$

$14,449 < 0,045 < 1,237$? NO $\Rightarrow$ si rifiuta H_0

$\Rightarrow$ l'additivo porta a una significativa variazione della dispersione con il nuovo additivo:

Calo di peso: $\Delta X = 1{,}025 - 0{,}9941 = 0{,}0309\ kg = 30{,}9\ g$

$$Y = \frac{50-30{,}9}{20{,}3} = 0{,}94$$

il processo con il nuovo additivo ha una dispersione minore e una capacità maggiore del corrispondente standard.
Per la scelta del nuovo additivo è necessario utilizzare la minima quantità che consente di soddisfare i limiti di capacità del processo.

ES. 2.21

Dati relativi a un processo di produzione di alimentatori.
Variabile di interesse è l'uscita espressa in Volt. $n=5$

a) Det. limiti di controllo della carta $\bar{X}-R$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\Sigma \bar{X}}{m} = \frac{2081}{20} = 104{,}05$$

$$\bar{R} = \frac{\Sigma R_i}{m} = \frac{79}{20} = 3{,}95$$

$LCI_R = D_3 \bar{R} = 0 \cdot 3{,}95 = 0$

$LCS_R = D_4 \bar{R} = 2{,}115 \cdot 3{,}95 = 8{,}35$

$LC_R = 3{,}95$

$LCI_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 104{,}05 - 0{,}577 \cdot 3{,}95 = 101{,}77$

$LCS_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 104{,}05 + 0{,}577 \cdot 3{,}95 = 106{,}33$

$LC = \bar{\bar{X}} = 104{,}05$

b) se l'uscita dell'alimentatore è distribuita normalmente, stimare lo scarto tipo del processo. Calc. limiti della tolleranza naturale.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{3{,}95}{2{,}326} = 1{,}7 \qquad TN = 6\hat{\sigma} = 6 \cdot 1{,}7 = 10{,}19$$

$\boxed{LS = \bar{X} + 3\sigma} = 104{,}05 + 3 \cdot 1{,}7 = 109{,}15$

$\boxed{LI = \bar{X} - 3\sigma} = 104{,}05 - 3 \cdot 1{,}7 = 98{,}95$

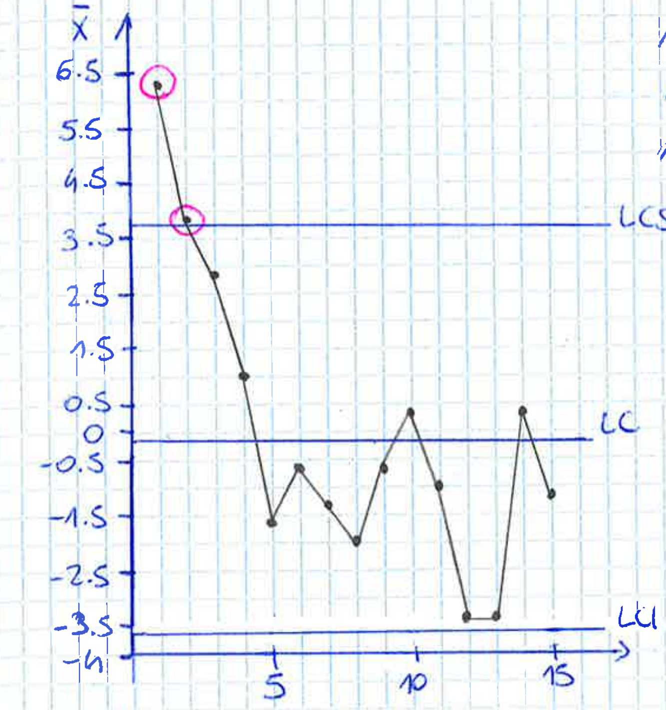
c) Det. % alimentatori non conformi essendo i limiti di specifica pari a $103 \pm 4\ V$.

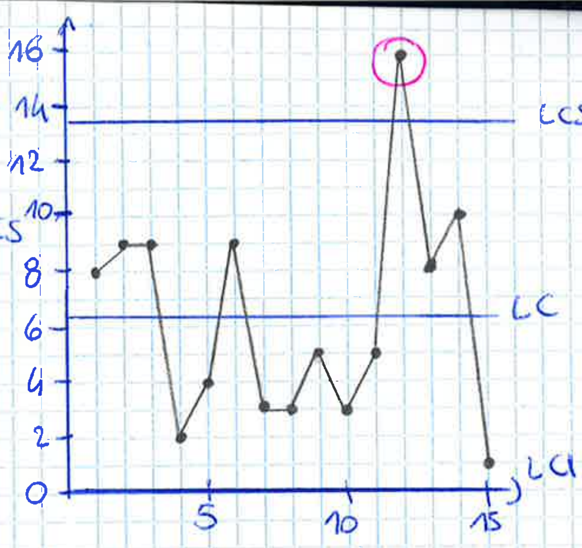
$$P_{non\ conf.} = P(X < LSI \mid \mu') + P(X > LSS \mid \mu') =$$

$$= \phi\left(\frac{LSI - \mu'}{\sigma}\right) + 1 - \phi\left(\frac{LSS - \mu'}{\sigma}\right) =$$

$$= \phi\left[\frac{(103-4) - 104{,}05}{1{,}7}\right] + 1 - \phi\left[\frac{(103+4) - 104{,}05}{1{,}7}\right] =$$

$$= \phi(-2{,}97) + 1 - \phi(1{,}74) = 0{,}0015 + 1 - 0{,}9591 = 0{,}0424$$





2 Fuori controllo

1 Fuori controllo

Eliminando i campioni 1,2 e 12 si ottengono i valori:

$\bar{R} = \frac{62}{12} = 5,17$

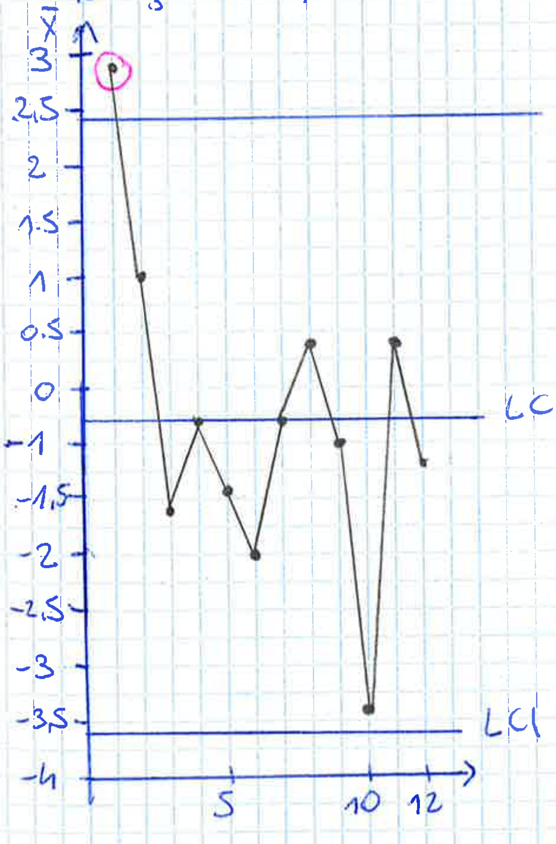
$\bar{\bar{X}} = \frac{-7,2}{12} = -0,6$

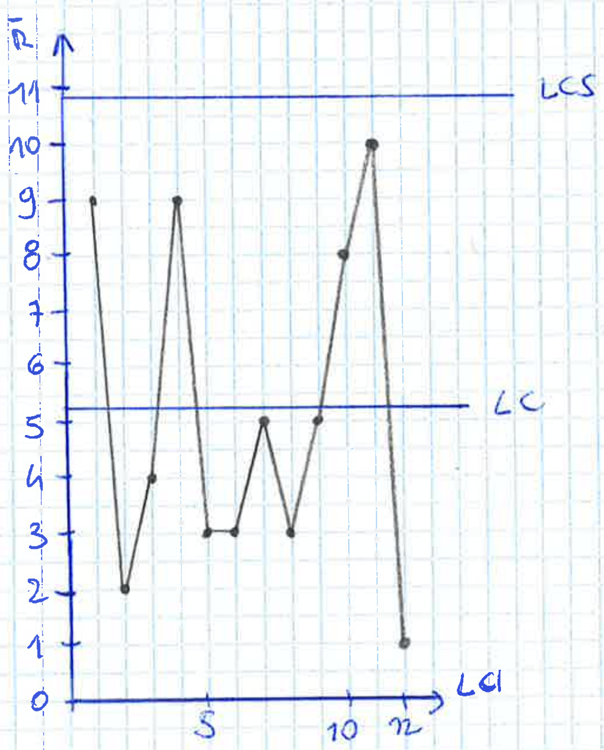
$LCS_R = D_4 \bar{R} = 2,115 \cdot 5,17 = 10,93$

$LCS_{\bar{X}} = -0,6 + 0,577 \cdot 5,17 = 2,38$

$LCI_R = D_3 \cdot \bar{R} = 0 \cdot 5,17 = 0$

$LCI_{\bar{X}} = -0,6 - 0,577 \cdot 5,17 = -3,58$





1 Fuori controllo

No fuori controllo

e) Calc. P di rilevare la deriva nel 2° campionam.
Calc. indice ARL.

2° camp. → $\beta(1-\beta)$

$$\beta = P(x < LSS \mid \mu') - P(x < LSI \mid \mu') = \phi\left(\frac{LSS-\mu'}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{LSI-\mu'}{\sigma}\right) =$$

$$= \phi\left(\frac{3-[(-0{,}6+2)-(-0{,}6)]}{2{,}22/\sqrt{5}}\right) - \phi\left(\frac{-3-[(-0{,}6+2)-(-0{,}6)]}{2{,}22/\sqrt{5}}\right) =$$

$$= \phi(1) - \underbrace{\phi(-5{,}03)}_{0} = 0{,}8413 - 0 = 0{,}8413$$

$$\beta(1-\beta) = 0{,}8413(1-0{,}8413) = 0{,}1335$$

$$\boxed{ARL = \frac{1}{1-\beta}} = \frac{1}{1-0{,}8413} = 6{,}3$$

La deriva viene individuata entro circa 6 campioni

ES. 2.25

Spina di centraggio (x_2) è inserita durante il montaggio in un foro (x_1). Distrib. di x_1 e x_2 ~N con $\mu_1 = 20.0$ µm $\mu_2 = 19.6$ µm e $\sigma_1 = 0.3$ mm e $\sigma_2 = 0.4$ mm

Specifiche del gioco tra le parti assemblate sono $0{,}5 \pm 0{,}4$ mm.

a) Quale frazione di assemblati sarà fuori dai limiti di specifica?

$LSS = 0{,}5 + 0{,}4 = 0{,}9$ $\qquad LSI = 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}1$

$X = X_1 + X_2$

$\mu_X = \mu_{X_1} + \mu_{X_2} = 20 + 19{,}6 = 39{,}6$ m $= 0{,}396$ mm

$\sigma_X = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2} = 0{,}5$

$$P_{NON\ CONF.} = P(x \le LSI \mid \mu,\sigma) + P(x \ge LSS \mid \mu,\sigma) =$$

$$= P\left(x \le \frac{LSI-\mu}{\sigma}\right) + P\left(x \ge \frac{LSS-\mu}{\sigma}\right) = \phi\left(\frac{LSI-\mu}{\sigma}\right) + 1 - \phi\left(\frac{LSS-\mu}{\sigma}\right) =$$

$$= \phi\left(\frac{0{,}1-0{,}396}{0{,}5}\right) + 1 - \phi\left(\frac{0{,}9-0{,}396}{0{,}5}\right) = \phi(-0{,}592) + 1 - \phi(1) =$$

$$= 0{,}2776 + 1 - 0{,}8413 = 0{,}4363 = 43{,}63\%.$$

b) Det. indici di capacità

$$C_p = \frac{LSS-LSI}{6\sigma} = \frac{0{,}9-0{,}1}{6 \cdot 0{,}5} = 0{,}27$$

$$C_{pl} = \frac{\mu-LSI}{3\sigma} = \frac{0{,}396-0{,}1}{3 \cdot 0{,}5} = 0{,}197 \qquad C_{pu} = \frac{LSS-\mu}{3\sigma} = \frac{0{,}9-0{,}396}{3 \cdot 0{,}5} = 0{,}336$$

$C_p = \min(0{,}197, 0{,}336) = 0{,}197 < 1{,}33$ proc. capace!

b) Calc. valore dello scarto tipo e tolleranza naturale

$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = 0,32 \qquad TN = 6\sigma = 6 \cdot 0,32 = 1,92$

d) quale potrebbe essere il valore max della dispersione del processo se si vuole ottenere un valore di $c_p \geq 1,33$?

$$c_p = \frac{LSS - LSI}{6\sigma} \geq 1,33$$

$$\sigma = \frac{LSS - LSI}{6 \cdot c_p} = \frac{32 - 28}{6 \cdot 1,33} = 0,5$$

e) Calc. valore dell'indice c_{pk} per le condizioni indicate al punto d).

$$c_{pl} = \frac{\mu - LSI}{3\sigma} = \frac{29,91 - 28}{3 \cdot 0,5} = 1,27$$

$$c_{pu} = \frac{LSS - \mu}{3\sigma} = \frac{32 - 29,91}{3 \cdot 0,5} = 1,39$$

$c_{pk} = \min(1.27, 1.39) = 1,27 < 1,33$ processo non capace

$$= \sum_{i=0}^{2} 0{,}02^{i} (1-0{,}02)^{20-i} \frac{20!}{i!(20-i)!} = 0{,}667 + 0{,}272 + 0{,}0528 = 0{,}99$$

- Se $p = 0{,}04$

$$P_{accett.} = \sum_{i=0}^{2} 0{,}04^{i} (1-0{,}04)^{20-i} \frac{20!}{i!(20-i)!} = 0{,}442 + 0{,}368 + 0{,}146 = 0{,}95$$

All'aumentare della difettosità, diminuisce la probabilità di accettazione

Es. 3.2

Piano campionamento singolo richiede ispezione di 75 articoli su un lotto di 1500. Lotto accettato se nel campione non ci sono elem. difettosi, altrim. è rifiutato.

a) se il lotto ha difettosità dell'1% con quale P verrà accettato?

$N = 1500 \qquad n = 75 \qquad c = 0 \qquad p = 0{,}01$

$$P_{accett.} = \sum_{i=0}^{c} 0{,}01^{i} (1-0{,}01)^{75-i} \frac{75!}{i!(75-i)!}$$

75! non si può calcolare → troppo grande

⇒ Si usa distribuzione di Poisson:

$$\boxed{P_{accett.} = \sum_{i=0}^{c} \frac{(np)^{i} \cdot e^{-n \cdot p}}{i!}} = \sum_{i=0}^{0} \frac{(75 \cdot 0{,}01)^{i} \cdot e^{-75 \cdot 0{,}01}}{i!} = 0{,}472$$

b) Se si adotta un campionamento doppio con $n_2 = 50$ e $c_2 = 2$ come varia la P accettazione?

$$P_a = P_a' + P_a''$$

P_a' = prob. di accettaz. del 1° campione

P_a'' = prob. di accettaz. del 2° campione

$$\boxed{P_a = P_0' + P_1' (P_1'' + P_0'') + P_2' \cdot P_0''}$$

n° di difettosi   piano di campion.

Usando la binomiale:

$$P_0' = \binom{75}{0} (0{,}01)^{0} \cdot (1-0{,}01)^{75-0} = \underbrace{\frac{75!}{0!(75-0)!}}_{1} \cdot 0{,}01^{0} (1-0{,}01)^{75} = 0{,}471$$

$$P_1' = \binom{75}{1} 0{,}01^{1} (1-0{,}01)^{75-1} = \frac{75!}{1!(75-1)!} 0{,}01^{1} (1-0{,}01)^{74} = 0{,}357$$

$$P_2' = \binom{75}{2} 0{,}01^{2} (1-0{,}1)^{75-2} = \frac{75!}{2!(75-2)!} \cdot 0{,}01^{2} (1-0{,}1)^{73} = 0{,}133$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 130

$$(1-p)^{48}\left[(1-p)^2+50p(1-p)+1225p^2\right]=0{,}1$$

$$(1-p)^{48}\left[1+p^2-2p+50p-50p^2+1225p^2\right]=0{,}1$$

$$(1-p)^{48}\left[1176p^2+48p+1\right]=0{,}1$$

Risolvendo iterativamente:

Hp: $p=0{,}09 \rightarrow P=0{,}16$ troppo alto

Hp: $p=0{,}11 \rightarrow P=0{,}076$ troppo basso

Hp: $p=0{,}10 \rightarrow P=0{,}11$

$p=0{,}101 \rightarrow P=0{,}1076$

$p=0{,}102 \rightarrow P=0{,}1036$

$p=0{,}103 \rightarrow P=0{,}099$

è un valore compreso tra $p=0{,}102$ e $0{,}103$

c) La direzione contesta l'uso del piano di campionam. proposto e decide di utilizzarne uno con $c=0$, dicendo che è in linea con il programma zero-difetti. Commentare la decisione.

Non è detto che utilizzando $c=0$ il lotto abbia zero difetti

d) Progettare un piano di campionamento con $c=0$ e che dia una $P_{rifiuto}=0{,}9$ dei lotti che hanno una difettosità pari a quella del punto b).

$$P=\sum_{i=0}^{c}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}=\underset{\downarrow\,1}{\binom{n}{0}}\underset{\downarrow\,1}{p^0}(1-p)^n=(1-p)^n=1-0{,}9$$

$$0{,}1=(1-p)^n \rightarrow \ln 0{,}1=\ln(1-p)^n$$

$$\ln 0{,}1=n\ln(1-p) \Rightarrow n=\frac{\ln 0{,}1}{\ln(1-0{,}103)}=21{,}18\sim 22$$

e) Se i lotti in arrivo hanno difettosità del 0,5%, qual è la P di rifiutare i lotti per i 2 piani al punto a) e d)? Calcolare per entrambi l'indice ATI. Quale piano è da preferire e perché?

- $p=0{,}005$ $n=50$ $c=2$

$P_{rifiuto}=1-P_{accettaz.}$

$$P_{accett.}=\binom{50}{0}p^0(1-p)^{50-0}+\binom{50}{1}p^1(1-p)^{50-1}+\binom{50}{2}p^2(1-p)^{50-2}=$$

$$=1\cdot 1\ (1-0{,}005)^{50}+50\cdot 0{,}005(1-0{,}005)^{49}+1225\cdot 0{,}005^2(1-0{,}005)^{48}=$$

$$=0{,}7783+0{,}1955+0{,}024=0{,}9978$$

- Ci si attende che i lotti abbiano essenzialmente la stessa quantità
- Chi esegue il campionamento non ha motivo di ritenere che il lotto controllato sia di qualità inferiore rispetto a quello immediatamente precedente
- ci dovrebbe essere una buona raccolta e monitoraggio ~~delle~~ dei dati riguardanti le prestazioni di qualità da parte del venditore
- Chi esegue il campionamento deve aver fiducia nel fornitore e ritenere che quest'ultimo non tragga vantaggio dal verificarsi di buoni risultati registrati fino ad un dato istante per presentare un lotto di cattiva qualità, sapendo che tale lotto ha una maggiore probabilità di essere accettato.

ES. 3.5

Azienda produttrice di guarnizioni per impianti idraulici decide di fare un piano di campionam. per il controllo di accettazione dei propri lotti di fornitura.

Azienda produce lotti con $N = 50$ costruire per punti la curva caratteristica operativa del campionamento per campioni con $n = 10$ e $c = 2$

Calc. inoltre il rischio del fornitore α e quello del committente β con $AQL = 8\%$ e $LTPD = 10\%$

$$\boxed{\begin{cases} 1-\alpha = \dfrac{\sum_{i=0}^{c} \binom{N-N\cdot AQL}{n-i}\binom{N\cdot AQL}{i}}{\binom{N}{n}} \\[2ex] \beta = \dfrac{\sum_{i=0}^{c} \binom{N-N\cdot LTPD}{n-i}\binom{N\cdot LTPD}{i}}{\binom{N}{n}} \end{cases}}$$

$$\begin{cases} 1-\alpha = \dfrac{\sum_{i=0}^{2} \binom{50-50\cdot 0{,}08}{10-i}\binom{50\cdot 0{,}08}{i}}{\binom{50}{10}} = \dfrac{\binom{46}{10-0}\binom{4}{0}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{46}{10-1}\binom{4}{1}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{46}{10-2}\binom{4}{2}}{\binom{50}{10}} = (1) \\[2ex] \beta = \dfrac{\sum_{i=0}^{2} \binom{50-50\cdot 0{,}1}{10-i}\binom{50\cdot 0{,}1}{i}}{\binom{50}{10}} = \dfrac{\binom{45}{10-0}\binom{5}{0}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{45}{10-1}\binom{5}{1}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{45}{10-2}\binom{5}{2}}{\binom{50}{10}} = (2) \end{cases}$$

$$+\binom{150}{4}0{,}05^4(1-0{,}05)^{146}+\binom{150}{5}0{,}05^5(1-0{,}05)^{145}$$

$$\binom{150}{0}=1 \qquad \binom{150}{1}=150 \qquad \binom{150}{2}=\frac{150!}{2!\,148!}=\frac{\cancel{148!}\cdot 149\cdot 150}{2!\,\cancel{148!}}=11'175$$

$$\binom{150}{3}=\frac{150!}{3!\,147!}=\frac{\cancel{147!}\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{3!\,\cancel{147!}}=551'300$$

$$\binom{150}{4}=\frac{150!}{4!\,146!}=\frac{\cancel{146!}\cdot 147\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{4!\,\cancel{146!}}=20'260'275$$

$$\binom{150}{5}=\frac{150!}{5!\,145!}=\frac{\cancel{145!}\cdot 146\cdot 147\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{5!\,\cancel{145!}}=591'600'030$$

$$P_{acc}=1\,(1-0{,}05)^{150}+0{,}05\,(1-0{,}05)^{149}\cdot 150+11'175\cdot 0{,}05^2(1-0{,}05)^{148}+551'300\cdot 0{,}05^3(1-0{,}05)^{147}+$$

$$20'260'275\cdot 0{,}05^4(1-0{,}05)^{146}+591'600'030\cdot 0{,}05^5(1-0{,}05)^{145}=0{,}2344=23{,}44\%$$

~~$=0{,}000455+0{,}00359+0{,}0141+0{,}0336+0{,}0708+0{,}01088=0{,}1633$~~

$$\boxed{\begin{matrix}N\gg m\\ AOQ=P_a\cdot p\end{matrix}}=0{,}2344\cdot 0{,}05=0{,}011=1{,}1\%$$

← Difettosità in uscita di un piano con rettifica

b) Det. n° medio di controlli da fare per ogni lotto (ATI) se $p=0{,}15$.

$$ATI=m+(1-P_a)(N-m)$$

$$P_a=\binom{150}{0}0{,}15^0(1-0{,}15)^{150}+\binom{150}{1}0{,}15^1(1-0{,}15)^{149}+\binom{150}{2}0{,}15^2(1-0{,}15)^{148}+$$

$$+\binom{150}{3}0{,}15^3(1-0{,}15)^{147}+\binom{150}{4}0{,}15^4(1-0{,}15)^{146}+\binom{150}{5}0{,}15^5(1-0{,}15)^{145}=$$

$$=(1-0{,}15)^{150}+150\cdot 0{,}15(1-0{,}15)^{149}+\frac{\cancel{148!}\cdot 149\cdot 150}{2!\,\cancel{148!}}\cdot 0{,}15^2(1-0{,}15)^{148}+$$

$$+\frac{\cancel{147!}\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{3!\,\cancel{147!}}\cdot 0{,}15^3(1-0{,}15)^{147}+\frac{\cancel{146!}\cdot 147\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{4!\,\cancel{146!}}\cdot 0{,}15^4(1-0{,}15)^{146}+$$

$$+\frac{\cancel{145!}\cdot 146\cdot 147\cdot 148\cdot 149\cdot 150}{5!\,\cancel{145!}}\cdot 0{,}15^5(1-0{,}15)^{145}\simeq 0$$

$$ATI=150+(1-0)(2500-150)=2500$$

ES. 3.9

Considerare la curva caratt. operativa per un campionamento a catena.

a) Calc. valore della P di accettazione con $p=0,05$, $n=20$ e $c=0$, $i=2$

$$P_a = P(0,n) + P(1,n)\left[P(0,n)\right]^i$$

$$P(0,n) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} = \binom{20}{0} 0,05^0 (1-0,05)^{20} = 0,358$$

$$P(1,n) = \binom{n}{1} p^1 (1-p)^{n-1} = \binom{20}{1} 0,05^1 (1-0,05)^{19} = 0,3773$$

$$P_a = 0,358 + 0,3773 \cdot 0,358^2 = 0,4063$$

b) Calc. valore della P di accettazione con $p=0,05$, piano camp. semplice con $n=20$ $c=0$.

Che considerazioni si possono fare considerando i risultati ottenuti in a) e b)?

$$P_{accett.} = \binom{20}{0} 0,05^0 (1-0,05)^{20} = 0,3585$$

Il piano a catena ha una probabilità di accettazione più alta, questo determina una minor selettività del piano

b) Si assimilino le categorie della scala a quelle del modello di Kano; se si ripete la progettazione del servizio dopo 3 anni cosa ci si aspetta?
Dopo 3 anni la classificazione non è più valida a causa dell'invecchiamento delle categorie degli attributi.

c) Un secondo membro del gruppo sostiene che la trasformazione della scala può avvenire se si utilizza una scala Likert per raccogliere le informazioni dei clienti. Commentare l'affermazione.
Non si può perché la scala Likert gode di proprietà almeno di ordinamento (superiori a quella nominale).

ES. 4.3

Aziende A e B utilizzano una scala convenzionale con proprietà di intervallo per valutare la tempestività del servizio erogato.
I dati medi di 12 mesi dell'anno sono in tabella.

Mese	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[h]	2	4	3	3	5	2	3	1	3	5	2	4
B[h]	6	8	5	6	9	6	7	3	6	8	7	6

a) Commentare l'affermazione "Si possono fare dei confronti solo se la distribuzione dei dati è normale". Che tipo di trattamento dati può essere effettuato per le due aziende?
FALSO: la conoscenza del tipo di distribuzione (normale) può facilitare l'uso di particolari test, ma non è indispensabile.
Se i dati provengono da distribuzioni non normali si possono fare dei confronti, x esempio, sui valori medi e sulle dispersioni dei campioni.

b) Descrivere un metodo per operare un confronto diretto delle prestazioni delle 2 aziende.
Hp: i dati provengono da una distrib. normale, si calcolano le medie e le dev. standard e si fa un test sulle varianze e sulle medie

$$\bar{x}_A = \frac{37}{12} = 3{,}083 \qquad \sigma_A = \sqrt{\frac{16{,}916}{12-1}} = 1{,}24$$

$$\bar{x}_B = \frac{77}{12} = 6{,}417 \qquad \sigma_B = \sqrt{\frac{26{,}917}{12-1}} = 1{,}56$$

c) Si può affermare che il tempo medio impiegato da A nel mese di febbraio è metà di quello impiegato da B?

FALSO perché le scale sono convenzionali con proprietà di intervallo, ossia sono riferite a uno zero convenzionale e i valori potrebbero essere tutti derivati dalla differenza con un valore di riferimento costante (es. $x_0 = 10h$). In queste condizioni il rapporto tra valori della scala non è consentito. ?

d) Quali prestazioni dovrebbe considerare un concorrente C prima del suo ingresso nel mercato?

Il concorrente C deve garantire prestazioni migliori del migliore concorrente (in questo caso essendo $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ il migliore concorrente è quello con media minore, quindi A).

La prestazione di C deve essere: $\bar{x}_C < \bar{x}_A$

Il test da fare è di differenza tra le due medie:

$$\begin{cases} H_0: \mu_C = \mu_A \\ H_1: \mu_C < \mu_A \end{cases} \qquad Hp: n_A = n_C$$

$$T_{calc} = \frac{\bar{x}_C - \bar{x}_A}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n_C} + \frac{1}{n_A}}} < -t_{n_A+n_C-2,\ \alpha} = -t_{12+12-2,\,0.5} = -t_{22,\,0.5}$$

$$\frac{\bar{x}_C - \bar{x}_A}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{12}}} < -1{,}717 \qquad \bar{x}_C - x_A < -1{,}717 \cdot S_{pool} \cdot 0{,}408$$

prendo quella di prima

$$\bar{x}_C < -1{,}717 \cdot 1{,}409 \cdot 0{,}408 + \bar{x}_A = -0{,}987 + 3{,}083 = 2{,}096$$

$$\Rightarrow \bar{x}_C < 2{,}096$$

b) Riportare il profilo di prodotto di 2 concorrenti sul mercato e definire, ad esempio con l'algoritmo a-benchy il profilo tecnico del nuovo prodotto che tecnicamente risulti migliore (ragionamento in ottica cliente) dei concorrenti.

L'attenzione del progettista viene "guidata" dal peso relativo w_J^* che il cliente indirettamente attribuisce alle diverse caratteristiche tecniche.

Il peso $w_J = \sum_{i=1}^{n} d_i \cdot r_{iJ}$

~~$w_1 = (4 \cdot 1) + (4 \cdot 9) = 40$~~

~~$w_2 = (5 \cdot 9) + (5 \cdot 1) = 50$~~

~~$w_3 = (4 \cdot 1) + (4 \cdot 3) + (4 \cdot 9) = 52$~~

~~$w_4 = 3 \cdot 9 = 27$~~

~~$w_5 = 3 \cdot 3 = 9$~~

~~$w_6 = 2 \cdot 9 = 18$~~

SBAGLIATO

Calcolo dei pesi relativi delle caratt. tecniche

$w_1 = 24 \cdot 9 + 1 \cdot 19 = 235$

$w_2 = 19 \cdot 3 + 14 \cdot 9 + 14 \cdot 3 = 225$

$w_3 = 19 \cdot 1 + 24 \cdot 1 + 19 \cdot 9 = 214$

$w_4 = 19 \cdot 9 = 171$

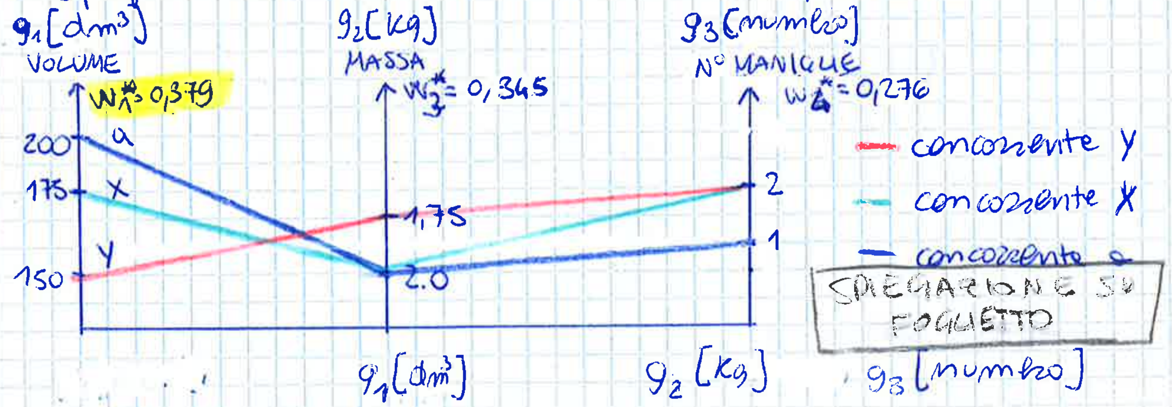
$w_5 = 10 \cdot 9 = 90$

I pesi relativi valgono (considerando solo volume, massa e N° maniglie): $\Sigma W = 235 + 214 + 171 = 620$

$w_1^* = \frac{235}{620} = 0{,}379 = 37{,}9\%$ $\quad w_3^* = \frac{214}{620} = 34{,}5\%$ $\quad w_4^* = \frac{171}{620} = 0{,}276 = 27{,}6\%$

$\cancel{w_4^* = \frac{27}{196} = 0{,}14 = 14\%}$ $\quad \cancel{w_5^* = \frac{9}{196} = 0{,}05 = 5\%}$ $\quad \cancel{w_6^* = \frac{18}{196} = 0{,}09 = 9\%}$

Gli ipotetici profili dei prodotti dei concorrenti X e Y limitatamente alle caratteristiche tecniche indicate ci permette di costruire il profilo delle caratteristiche del nuovo prodotto.



Valore superiore (della scala)	200	1,5	3
Valore intermedio	175	1,75	2
Valore inferiore (della scala)	150	2	1

Il test di concordanza può essere formulato come segue:

$$\begin{cases} \dfrac{W^+ + W^=}{W} \geq K \\[2ex] \dfrac{W^+}{W^-} \geq 1 \end{cases}$$

W = somma totale dei pesi ($W = 1$ poiché si parla di pesi relativi)
K (soglia di concordanza) = parametro decisionale compreso tra 0 e 1

ELECTRE:

(a, a')	$J^+(a,a')$	$J^=(a,a')$	$J^-(a,a')$	$\frac{W^+ + W^=}{W}$	$\frac{W^+}{W^-} \geq 1$	$a S a'$ ($K = 0{,}66$)
(a_x, a_y)	{1}	{3}	{2}	$\frac{0{,}379 + 0{,}276}{1} = 0{,}655$	$\frac{0{,}379}{0{,}345} = 1{,}09 > 1$ SI	$0{,}655 > 0{,}66$? NO
(a_x, a)	{3}	(2)	(1)	$\frac{0{,}276 + 0{,}345}{1} = 0{,}621$	$\frac{0{,}276}{0{,}379} = 0{,}728 < 1$ NO	$0{,}621 > 0{,}66$? NO
(a_y, a_x)	(2)	(3)	(1)	$\frac{0{,}345 + 0{,}276}{1} = 0{,}621$	$\frac{0{,}345}{0{,}379} = 0{,}91 < 1$ NO	$0{,}621 > 0{,}66$? NO
(a_y, a)	(2, 3)	-	(1)	$\frac{0{,}345 + 0{,}276}{1} = 0{,}621$	$\frac{0{,}345 + 0{,}276}{0{,}379} = 1{,}6 > 1$ SI	$0{,}621 > 0{,}66$? NO
(a, a_x)	(1)	(2)	(3)	$\frac{0{,}379 + 0{,}345}{1} = 0{,}724$	$\frac{0{,}379}{0{,}276} = 1{,}4 > 1$ SI	$0{,}724 > 0{,}66$? SI
(a, a_y)	(1)	-	(2,3)	$\frac{0{,}379}{1} = 0{,}379$	$\frac{0{,}379}{0{,}345 + 0{,}276} = 0{,}61 < 1$ NO	$0{,}379 > 0{,}66$? NO

La soluzione non prevale su quella dei 2 concorrenti a confronto
=> Si considera il 2° criterio in ordine di importanza => si pone a 1,75 kg

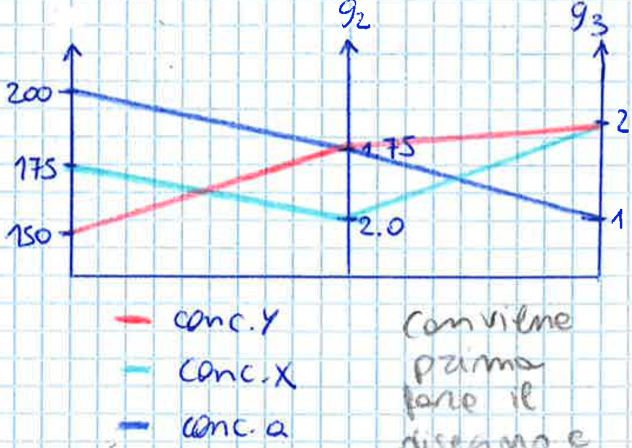
SOLUZIONE SUCCESSIVA: [200, 1,75, 1]

Le nuove relazioni sono:

$g_1: a \succ a_x \succ a_y \qquad w_1^* = 0{,}379$

$g_2: a \sim a_y \succ a_x \qquad w_2^* = 0{,}345$

$g_3: a_x \sim a_y \succ a \qquad w_3^* = 0{,}276$



conviene prima fare il disegno e poi scrivere le preferenze

b) Si determini un ordinamento delle caratteristiche tecniche sia con il metodo Independent Scoring (ISM) sia con il metodo ELECTRE II. Confrontare e commentare i risultati ottenuti

• UTILIZZANDO INDEPENDENT SCORING METHOD:

$w_1 = 4 \cdot 9 + 3 \cdot 1 = 429$ $\qquad w_1^* = \frac{429}{1221} = 0{,}35$

$w_2 = 33 \cdot 9 = 297$ $\qquad w_2^* = \frac{297}{1221} = 0{,}24$

$w_3 = 33 \cdot 3 = 99$ $\qquad w_3^* = \frac{99}{1221} = 0{,}08$

$w_4 = 22 \cdot 9 = 198$ $\qquad w_4^* = \frac{198}{1221} = 0{,}16$

$w_5 = 22 \cdot 9 = 198$ $\qquad w_5^* = \frac{198}{1221} = 0{,}16$

$\Sigma w = 1221$

Requisiti \ Caratt. tecniche	Importanza dei bisogni	Importanza relativa	Dimensioni [dm]	Massa [kg]	Materiale [elenco]	Forma [tipo]	Colore [codice]
Piccolo	4	44%	9				
Leggero	3	33%	1	9	3		
Gradevole esteticam.	2	22%				9	9
Importanza della caratteristica			429	297	99	198	198
Importanza relativa della caratteristica			35%	24%	8%	16%	16%

ordinamento: dimensioni > massa > forma, colore > materiale

• UTILIZZANDO ELECTRE II

$g_1: a_1 \succ a_2 \sim a_3 \sim a_4 \sim a_5$ $\qquad w_1 = 44\%$

$g_2: a_2 \succ a_3 \succ a_1 \succ a_4 \sim a_5$ $\qquad w_2 = 33\%$

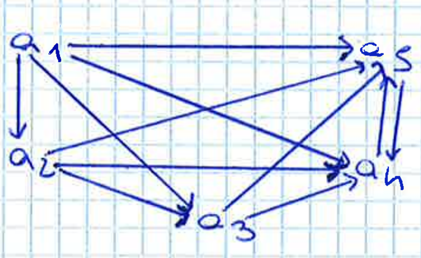
$g_3: a_4 \sim a_5 \succ a_1 \sim a_2 \sim a_3$ $\qquad w_3 = 22\%$

g_1, g_2, g_3 sono i 3 requisiti

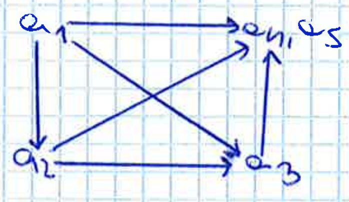
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 130

(a_5, a_1)	(3)	-	(1,2)	$\frac{0,22}{1} = 0,22$	$\frac{0,22}{0,44+0,33} = 0,28 < 1$ NO	$0,22 \geq 0,66$? NO
(a_5, a_2)	(3)	(1)	(2)	$\frac{0,22+0,44}{1} = 0,66$	$\frac{0,22}{0,33} = 0,66 < 1$ NO	$0,66 \geq 0,66$? SI ma non è risp. la prec. cond. ⇒ NO
(a_5, a_3)	(3)	(1)	(2)	$\frac{0,22+0,44}{1} = 0,66$	$\frac{0,22}{0,33} = 0,66 < 1$ NO	$0,66 \geq 0,66$? SI ⇒ NO
(a_5, a_4)	-	(1,2,3)	-	$\frac{0,22+0,33+0,44}{1} = 1$	$\frac{0}{0} > 1$ SI	$1 \geq 0,66$? SI

GRAFO DI SURCLASSAMENTO:



Si possono mettere insieme a_5 e a_4 visto che sono in un ciclo



ordinamento: dimensioni > massa > materiale > (forma, colore)

I due ordinamenti con i due metodi sono diversi perché nel metodo ISM si è usata una conversione numerica arbitraria sui simboli della matrice delle relazioni.

ES 5.4

Utilizzando QFD per il progetto di un tavolo da cucina sono stati individuati come bisogni del cliente: la leggerezza (2), scomponibilità (3), robustezza (5), trasportabilità (2), i numeri tra parentesi indicano le importanze dei requisiti.

caratteristiche tecniche: volume d'ingombro, superficie del tavolo, resistenza meccanica, massa, altezza del pianale.

a) Costruire Casa della qualità e det. un ordinamento delle caratt. tecniche con il metodo ELECTRE II

(a_2,a_4)	(2,3)	-	(1,4)	$\frac{0,25+0,417}{1}=$ 0,667	$\frac{0,25+0,417}{0,167+0,167}\simeq 2$ >1 SI	0,667 > 0,66? SI
(a_2,a_5)	-	(1,4)	(2,3)	$\frac{0,167+0,167}{1}=$ 0,334	$\frac{-}{0,25+0,417}\simeq 0$ <1 NO	0,334 > 0,66? NO
(a_3,a_1)	(2,3)	-	(1,4)	$\frac{0,25+0,417}{1}=$ 0,667	$\frac{0,25+0,417}{0,167+0,167}\simeq 2$ >1 SI	0,667 > 0,66 SI
(a_3,a_2)	(2,3)	(1,4)	-	$\frac{0,25+0,417+0,167+0,167}{1}=$ 1	$\frac{0,25+0,417}{-}=\infty>1$ SI	1 > 0,66? SI
(a_3,a_4)	(2,3)	-	(1,4)	$\frac{0,25+0,417}{1}=$ 0,667	$\frac{0,25+0,417}{0,167+0,167}\simeq 2$ >1 SI	0,667 > 0,66? SI
(a_3,a_5)	-	(1,2,3,4)	-	$\frac{0,167+0,25+0,417+0,167}{1}=$ $=1$	$\frac{-}{-}>1$ SI	1 > 0,66? SI
(a_4,a_1)	(1,4)	(2)	(3)	$\frac{0,167+0,167+0,25}{1}=$ 0,584	$\frac{0,167+0,167}{0,417}=0,8$ <1 NO	0,584 > 0,66 ? NO
(a_4,a_2)	(1,4)	-	(2,3)	$\frac{0,167+0,167}{1}=$ 0,334	$\frac{0,167+0,167}{0,25+0,417}=$ 0,5 <1 NO	0,334 > 0,66? NO
(a_4,a_3)	(1,4)	-	(2,3)	$\frac{0,167+0,167}{1}=$ 0,334	$\frac{0,167+0,167}{0,25+0,417}=$ 0,5 <1 NO	0,334 > 0,66? NO
(a_4,a_5)	(1,4)	-	(2,3)	$\frac{0,167+0,167}{1}=$ 0,334	$\frac{0,167+0,167}{0,25+0,417}=$ 0,5 <1 NO	0,334 > 0,66? NO
(a_5,a_1)	(2,3)	-	(1,4)	$\frac{0,25+0,417}{1}=$ 0,667	$\frac{0,25+0,417}{0,167+0,167}\simeq 2$ >1 SI	0,667 > 0,66? SI
(a_5,a_2)	(2,3)	(1,4)	-	$\frac{0,25+0,417+0,167+0,167}{1}=$ 1	$\frac{0,25+0,417}{-}=\infty>1$ SI	1 > 0,66? SI
(a_5,a_3)	-	(1,2,3,4)	-	$\frac{0,167+0,25+0,417+0,167}{1}=$ 1	$\frac{-}{-}>1$ SI	1 > 0,66? SI
(a_5,a_4)	(2,3)	-	(1,4)	$\frac{0,25+0,417}{1}=$ 0,667	$\frac{0,25+0,417}{0,167+0,167}\simeq 2$ >1 SI	0,667 > 0,66? SI

SOLUZIONE INIZIALE: [1.5; 1.25; 21]

g_1: $a_x \succ a_y \sim a$ $\quad w_1 = 0,18$

g_2: $a_y \succ a_x \sim a$ $\quad w_2 = 0,33$

g_3: $a \succ a_x \sim a_y$ $\quad w_3 = 0,49$

Applicando ELECTRE II:

(a,a')	$J^+(a,a')$	$J^=(a,a')$	$J^-(a,a')$	$\frac{W^+ + W^=}{W}$	$\frac{W^+}{W^-} \geq 1$	$a S a'$ $(k = 0,66)$
(a_x, a_y)	(1)	(3)	(2)	$\frac{0,18+0,49}{1} = 0,67$	$\frac{0,18}{0,33} = 0,55$ <1 NO	$0,67 \geq 0,66 \to$ SI ma non rispetta la prec. condiz. $\Rightarrow$ NO
(a_x, a)	(1)	(2)	(3)	$\frac{0,18+0,33}{1} = 0,51$	$\frac{0,18}{0,49} = 0,37$ <1 NO	$0,51 > 0,66$? NO
(a_y, a_x)	(2)	(3)	(1)	$\frac{0,33+0,49}{1} = 0,82$	$\frac{0,33}{0,18} = 1,8$ >1 SI	$0,82 > 0,66$? SI
(a_y, a)	(2)	(1)	(3)	$\frac{0,33+0,18}{1} = 0,51$	$\frac{0,33}{0,49} = 0,67$ <1 NO	$0,51 > 0,66$? NO
(a, a_x)	(3)	(2)	(1)	$\frac{0,49+0,33}{1} = 0,82$	$\frac{0,49}{0,18} = 2,7$ >1 SI	$0,82 > 0,66$? SI
(a, a_y)	(3)	(1)	(2)	$\frac{0,49+0,18}{2} = 0,67$	$\frac{0,49}{0,33} = 1,5$ >1 SI	$0,67 > 0,66$? SI

La soluzione proposta supera direttamente quella dei due concorrenti a confronto.

a surclassa sia a_x che a_y

ES. 2

I dati dell'ultimo mese sul numero di clienti insoddisfatti per un campione di 100 unità di un centro servizi mensa sono riportati in tabella

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
9	10	13	8	14	9	10	15	13	6	3	5	13	10	14

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
7	6	9	8	11	12	14	6	5	14	11	9	13	12	9

a) Costruire una carta di controllo adeguata per il monitoraggio del processo. Il processo è in controllo statistico?

CARTA np : n costante (non cambia per ogni campione)

$$LCS = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \qquad n = 100 \qquad k = 30$$

$$LC = n\bar{p}$$

$$LCI = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

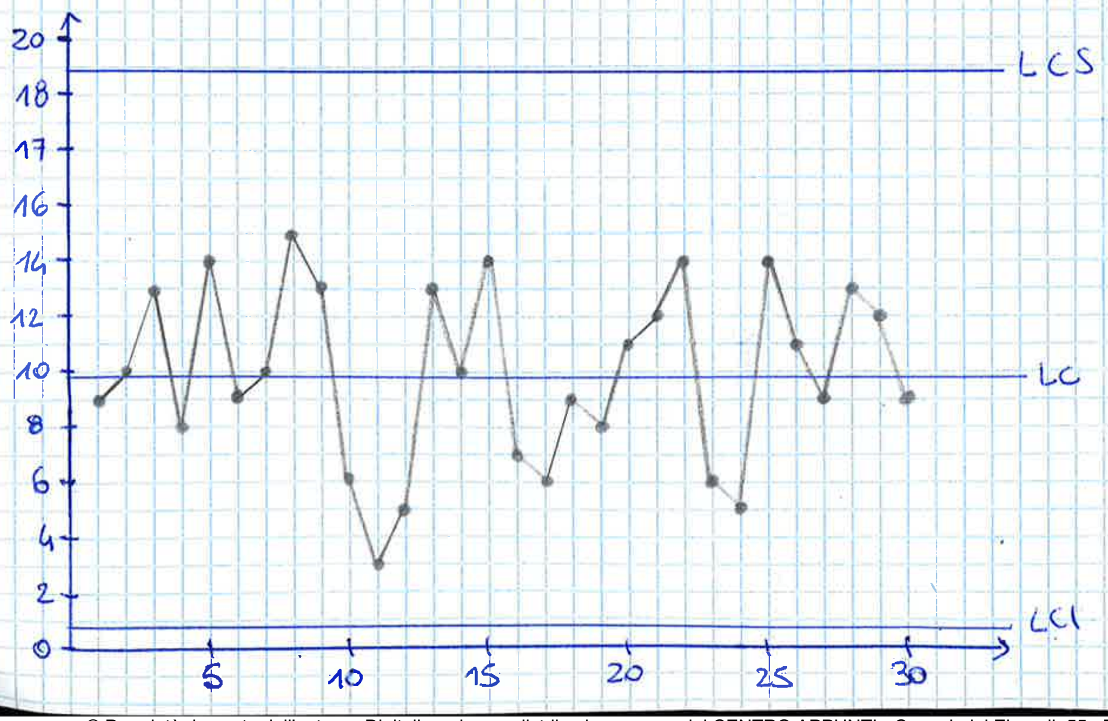
$$\boxed{p = \frac{\Sigma p_i}{n}} = \frac{298}{100} = 2,98 \qquad \boxed{\bar{p} = \frac{p}{k}} = \frac{2,98}{30} = 0,099$$

n ↑ campione

$$LCS = 100 \cdot 0,099 + 3\sqrt{100 \cdot 0,099\,(1-0,099)} = 18,86$$

$$LC = 100 \cdot 0,099 = 9,9$$

$$LCI = 100 \cdot 0,099 - 3\sqrt{100 \cdot 0,099\,(1-0,099)} = 0,94$$



Il processo è in controllo

$$\phi\left(\frac{18,86-0,15m}{\sqrt{0,1275m}}\right)=\underbrace{1-0,7}_{0,3}$$ → cerco questo valore nella tavola in mezzo

$$-0,525=\frac{18,86-0,15m}{\sqrt{0,1275m}} \qquad \left(-0,525\sqrt{0,1275m}\right)^2=\left(18,86-0,15m\right)^2$$

$$0,525^2\cdot 0,1275m = 18,86^2+0,15^2m^2-5,658m$$

$$0,035m = 355,7+0,0225m^2-5,658m$$

$$0,0225m^2-5,693m+355,7=0$$

$$\Delta = 5,693^2-4\cdot 0,0225\cdot 355,7 = 0,397$$

$$m_{1,2}=\frac{5,693\pm\sqrt{0,397}}{2\cdot 0,0225}= \begin{cases}140,5\\112,5\end{cases}$$

ES.3

Un fornitore e un committente concordano per l'accettazione di una fornitura di componentistica auto secondo un piano di campionamento doppio con $n_1=50$, $c_1=1$, $n_2=100$, $c_2=3$

L'ispezione dei lotti ($N=1000$) è del tipo con rettifica e con sostituzione degli elementi difettosi.

a) Se la difettosità in ingresso è pari al 5% si determini la difettosità media in uscita dell'accettazione

Difettosità → $p=5\%$

Difettosità in uscita di piano con rettifica:

$$AOQ = P_a\cdot p$$

$$P_{accett.}=P_a'+P_a''$$

Piano campionamento doppio con rettifica:

$$\boxed{AOQ=\frac{\left[P'(N-n_1)-P''(N-n_1-n_2)\right]p}{N}}$$

Usando binomiale:

$$P'=\binom{50}{0}0,05^0(1-0,05)^{50}+\binom{50}{1}0,05^1(1-0,05)^{49}=0,28$$

$$\boxed{P''=P_2'\cdot(P_0''+P_1'')+P_3'\cdot P_0''}$$

$$P_2'=\binom{50}{2}0,05^2(1-0,05)^{48}=0,26$$

$$P_3'=\binom{50}{3}0,05^3(1-0,05)^{47}=0,219$$

$$P''_0 = \binom{100}{0} 0{,}05^0 (1-0{,}05)^{100} = 0{,}0059$$

$$P''_1 = \binom{100}{1} 0{,}05^1 (1-0{,}05)^{99} = 0{,}0311$$

$$\Rightarrow P'' = 0{,}26 \cdot (0{,}0059 + 0{,}0311) + 0{,}219 \cdot 0{,}0059 = 0{,}0109$$

~~$P_{acc} = P' + P'' = 0{,}28 + 0{,}0109 = 0{,}29$~~

$$AOQ = \frac{[0{,}28(1000-50) - 0{,}0109(1000-50-100)] \cdot 0{,}05}{1000} = 0{,}013 = 1{,}3\%$$

b) Si commentino le 2 affermazioni:

1) "Più la difettosità in ingresso è elevata, meno l'ispezione con rettifica è efficace (riduzione difettosità in uscita"

2) "Più la difettosità in ingresso è elevata, meno l'ispezione con rettifica è efficiente (rapporto tra il numero di lotti non controllati a tappeto e numero totale dei lotti)".

1) FALSA. All'aumentare di p diminuisce la P_a al 1° campionamento → si passa più spesso al 2°.
- All'aumentare di p diminuisce anche la P_a al 2° campionamento ⇒ la rettifica viene effettuata in più casi → il n° di difettosi in uscita DIMINUISCE

2) VERA. Più p è elevata più è elevata la P di passare a tappeto i lotti sia dopo il 1° campionamento che dopo il 2° camp.
Il piano doppio favorisce il fornitore per valori bassi di p.

c) Come risulta modificata l'espressione AOQ nel caso di non sostituzione degli elementi difettosi?

$$\boxed{AOQ = \frac{[P_a'(N-n_1) + P_a''(N-n_1-n_2)]\,p}{P_a'(N-n_1p) + (1-P_a')(N-Np) + P_a''(N-n_1p-n_2p) + (1-P_a'')(N-Np)}} =$$

$$= \frac{[0{,}28(1000-50) + 0{,}0109(1000-50-100)] \cdot 0{,}05}{0{,}28(1000-50\cdot0{,}05) + (1-0{,}28)(1000-1000\cdot0{,}05) + 0{,}0109(1000-50\cdot0{,}05-100\cdot0{,}05) + (1-0{,}0109)(1000-1000\cdot0{,}05)} =$$

$$= \frac{13{,}76325}{1913{,}76} = 0{,}007$$

c) Si valuti la P di identificare almeno un pezzo che determini un fermo macchina in un campione di 50 unità.

$n = 50$

Distribuz. fermo macchina → uso binomiale

$\cancel{P(X \geq 1) = \sum_{i=0}^{1} \binom{50}{i} p^i (1-p)^{50-i}}$ p → è quella della proporzione dei fermi macchina

$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{50}{0} p^0 (1-p)^{50} =$
$= 1 - 1 \cdot 1 \cdot (1-p)^{50} = 1 - (1-p)^{50} = 1 - (1 - 0{,}0668)^{50} = 0{,}9684 = 96{,}84\ \%$

ES. 2

La tabella riporta il n° di clienti insoddisfatti di un servizio mensa per un campione di 100 unità.

Giorno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Insoddisfatti	12	15	18	10	12	11	5	9	13	13

Giorno	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Insoddisfatti	10	7	12	8	9	15	10	6	12	13

a) Costruire carta di controllo adeguata per il monitoraggio per il processo. Il processo è in controllo statistico?

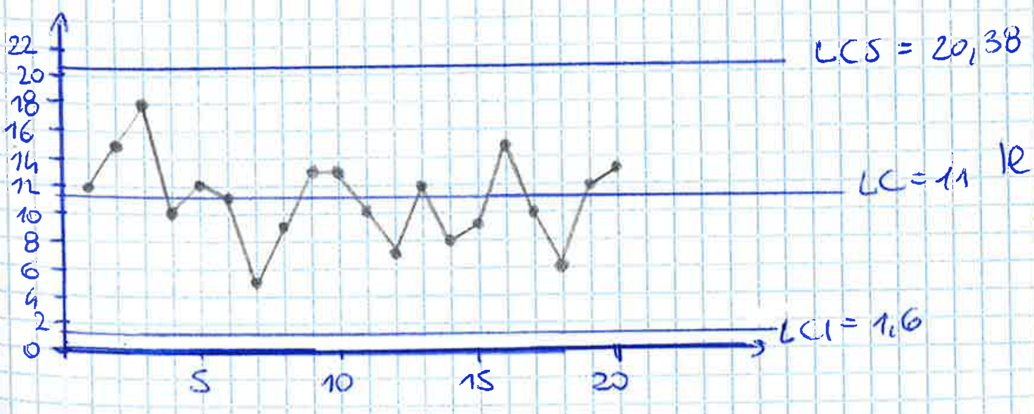
CARTA np

$p = \frac{\sum p_i}{100} = \frac{220}{100} = 2{,}2 \qquad \bar{p} = \frac{2{,}2}{20} = 0{,}11 \quad \to \bar{p} \cdot n = 0{,}11 \cdot 100 = 11$

$LCS_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0{,}11 + 3\sqrt{\frac{0{,}11(1-0{,}11)}{100}} = 0{,}2038 \quad \to LCS \cdot n = 20{,}38$

$LC_p = \bar{p} = 0{,}11 \quad \to LC_{np} = 100 \cdot 0{,}11 = 11$

$LCI_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0{,}11 - 3\sqrt{\frac{0{,}11(1-0{,}11)}{100}} = 0{,}016 \quad \to LCI \cdot n = 1{,}6$



Il processo è in controllo

Si usa il METODO K:

K è il limite di accettazione

Ho solo il limite inferiore

$$\left.\begin{array}{l} Z_{LSI} \geq K \\ Z_{LSS} < K \end{array}\right\} \text{valori x accettazione}$$

$$\boxed{P_a = P\left(z < -(K + z_p)\sqrt{m}\right)} = P\left(z < -(1{,}97 + z_{0{,}03})\sqrt{25}\right) =$$

$$= \phi\left[-(1{,}97 - 1{,}88)\cdot 5\right] = \phi\left[-0{,}45\right] = 0{,}3264 = 32{,}64\%$$

b) Responsabile qualità suggerisce di utilizzare piano singolo per attributi con parametri $m = 50$ $c = 1$ in sostituzione del piano per variabili. E' sensato il suo ragionamento? quali requisiti richiede la sua applicabilità?

Se non è necessario tenere traccia delle misurazioni ma è sufficiente un controllo del tipo idoneo - non idoneo, il suggerimento è sensato
=> diminuiscono i costi per la gestione delle info in più legate al piano per variabili.

REQUISITI PER L'APPLICABILITÀ DEL PIANO PER ATTRIBUTI:

il controllo per attributi prevede la definizione di un
- piano di campionamento → definisce la numerosità del campione
- livello di qualità accettabile (AQL)
- livello di qualità tollerabile (LTPD)

} definiscono la curva operativa

$$P_a = \binom{50}{0} 0{,}03^0 (1-0{,}03)^{50} + \binom{50}{1} 0{,}03^1 (1-0{,}03)^{49} = 0{,}555 = 55{,}5\%$$

Siccome 55,5% è maggiore di 32,64% è preferibile il piano per attributi

c) Quale dei due piani è più severo?

il piano più severo è quello con P_a più basso
=> piano per variabili

Ordinamento con condorcet: $b > a > c$ → stesso ordinamento

c) Quale dei due e' preferibile e perche'?

Nessuno e' migliore dell'altro in quanto si ottiene lo stesso ordinamento

L'indice di Borda e' sensibile alle alternative irrilevanti.

Il metodo di condorcet non soddisfa la proprieta' transitiva.

Sono indicatori indipendenti tra di loro e non esiste alcuna trasformazione matematica in grado di ottenere l'ordinamento di Borda a partire da quello di Condorcet e viceversa

d) Gli indicatori godono della proprieta' di monotonia al variare del n° di candidati (prodotti)?

Se si elimina b:

BORDA:

$a \rightarrow 23 \cdot 1 + 17 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 10 \cdot 0 + 8 \cdot 0 = 25$

$c \rightarrow 23 \cdot 0 + 17 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 8 \cdot 1 = 35$ $\quad c > a$

CONDORCET:

$I_{cp}(a) = (23+2) - (10+17+8) = 25 - 35 = -10$

$I_{cp}(c) = (17+10+8) - (23+2) = 35 - 25 = 10$ $\quad c > a$

Il nuovo ordinamento e': $c > a$

⇒ Al variare del n° di candidati (prodotti) l'ordinamento cambia

⇒ gli indicatori NON godono della proprieta' di monotonia

e) Gli indicatori godono della proprieta' di compensazione?

Borda e Condorcet NON godono della proprieta' di compensazione al variare del n° di prodotti.

ES 2

Un fornitore spedisce lotti di componenti di numerosita' $N = 5000$.

Accettazione: mediante piano di camp. singolo con parametri $n = 500$ e $c = 2$. I lotti rifiutati sono controllati completam. e i difettosi vengono sostituiti con elementi conformi.

a) Det. curva operativa del piano e il valore di P di accettazione corrispondente a $p = 1\%$ e $p = 5\%$.

• Se $p = 0{,}01$

$$P_a = \sum_{i=0}^{c} \binom{500}{i} p^i (1-p)^{500-i} = \binom{500}{0} 0{,}01^0 (1-0{,}01)^{500} + \binom{500}{1} 0{,}01^1 (1-0{,}01)^{499} +$$

d) la direzione contesta l'uso del piano di campionamento e vuole $c=0$ difetti. Commentare la decisione.
Non è detto che cambiando il piano di camp. si abbiano 0 difetti
$\Rightarrow$ la decisione non è corretta
Si tratta solo di un piano più severo dove si rischia di rifiutare pezzi che invece potrebbero andare bene

e) Progettare un piano di camp. con $c=0$ che dia P di rigetto $=0{,}9$ dei lotti con difettosità pari a quella del punto c)

$$p = 0{,}0105$$

$$0{,}1 = \binom{500}{0} 0{,}0105^0 (1-0{,}0105)^{500} = 0{,}005 \simeq 0{,}5\%$$

f) Indice ATI e ASN con difettosità $p=0{,}5\%$

$$ATI = n + (1-P_a)(N-n)$$

$\boxed{ASN = n}$ $\rightarrow$ in un piano singolo

$$P_a = \binom{500}{0} 0{,}005^0 (1-0{,}005)^{500} + \binom{500}{1} 0{,}005^1 (1-0{,}005)^{499} + \binom{500}{2} 0{,}005^2 (1-0{,}005)^{498} =$$

$$= (1-0{,}005)^{500} + 500 \cdot 0{,}005 (1-0{,}005)^{499} + \frac{499 \cdot 500}{2!} 0{,}005^2 (1-0{,}005)^{498} =$$

$$= 0{,}5435$$

$$ATI = 500 + (1-0{,}5435)(5000-500) = 2554{,}3$$

$$ASN = n = 500$$

ES.3

Calcolare la P che 2 su 3 elementi siano fuori controllo in una carta di controllo, cioè che cadano ad una distanza compresa tra 2 e 3σ rispetto a μ o oltre.

Usando la binomiale: $n=3$ $\quad x=2$ $\quad p=?$

$$p = P[x>2] + P[x<-2] = 1-P(x<2) + 1 - P(x<2) = 2(1-P(x<2)) =$$

$$= 2(1-\phi(2)) = 2(1-0{,}97725) = 0{,}0455 \rightarrow p$$

$$P(x=2) = \binom{3}{2} 0{,}0455^2 (1-0{,}0455)^{3-2} = 0{,}0059 \simeq 0{,}006 = 0{,}6\%$$

b) Le 2 strategie di misura portano agli stessi risultati? Se no, quale strategia è da preferire? Commentare i risultati ottenuti.

Le 2 strategie non hanno gli stessi risultat.

E' da preferire la 2ª strategia in quanto presenta un'analisi più severa: presenta dei valori + bassi, quindi ne deriva una maggiore sensibilità.

ES. 2

XYZ costruisce compact disk. Ogni giorno sono selezionati 50 dischi dalla produzione. Ragionando su una delle caratteristiche del prodotto, l'ispettore della linea classifica i dischi come idonei o non idonei. I dati rilevati nell'ultimo mese sono:

Giorno	1	2	3	4	5	6	7	8	~~9~~	10
Dischi non idonei	3	10	13	4	12	14	8	7	~~19~~	1

Giorno	~~11~~	12	13	~~14~~	15	16	~~17~~	18	19	20
Dischi non idonei	~~0~~	4	9	~~22~~	7	6	~~18~~	3	9	7

a) Costruire una carta di controllo adeguata x il monitoraggio del processo. Il processo è in controllo statistico? Stimare la dev. standard del processo.

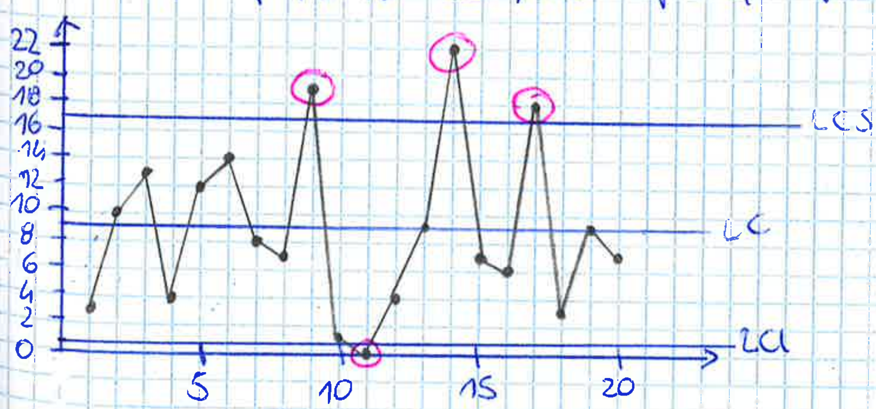
Carta np:

$$p = \frac{\Sigma p}{n} = \frac{176}{50} = 3{,}52 \qquad \bar{p} = \frac{3{,}52}{K=20} = 0{,}176$$

$$LCS = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 50 \cdot 0{,}176 + 3\sqrt{50 \cdot 0{,}176\,(1-0{,}176)} = 16{,}87$$

$$LC = n\bar{p} = 50 \cdot 0{,}176 = 8{,}8$$

$$LCI = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = 50 \cdot 0{,}176 - 3\sqrt{50 \cdot 0{,}176(1-0{,}176)} = 0{,}721$$



Processo NON in controllo → punti fuori controllo: 9, 11, 14, 17

d) Si dimensioni la numerosità del campione in modo da avere una P del 60% di individuare una deriva al valore 0,16.

$$0,6 = \underbrace{P(X < LCI)}_{=0} + P(X > LCS) = P(X < LCI) + 1 - P(X < LCS)$$

$$LCS = \frac{14,8}{50} = 0,296$$

$$0,6 = 1 - \phi\left(\frac{LCS - p'}{\sigma_p}\right) = 1 - \phi\left(\frac{\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} - p'}{\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}}\right) =$$

$$= 1 - \phi\left[\frac{0,146 + 3\sqrt{\frac{0,146(1-0,146)}{n}} - 0,16}{\sqrt{\frac{0,16\,(1-0,16)}{n}}}\right] =$$

$$1 - \phi\left[\frac{0,146 + 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} - 0,16}{\sqrt{\frac{0,1344}{n}}}\right] = 0,6$$

$$\underbrace{1 - 0,6}_{0,4} = \phi\left[\frac{0,146 + 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} - 0,16}{\sqrt{\frac{0,1344}{n}}}\right]$$

$$-0,25 = \frac{0,146 + 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} - 0,16}{\sqrt{\frac{0,1344}{n}}} \rightarrow -0,25\sqrt{\frac{0,1344}{n}} = 0,146 + 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} - 0,16$$

$$-0,25\sqrt{\frac{0,1344}{n}} = 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} - 0,014 \rightarrow -0,25\sqrt{\frac{0,1344}{n}} - 3\sqrt{\frac{0,125}{n}} = -0,014$$

$$-0,25 \cdot \frac{0,367}{\sqrt{n}} - 3\,\frac{0,353}{\sqrt{n}} = -0,014$$

$$\frac{-0,092}{\sqrt{n}} - \frac{1,059}{\sqrt{n}} = -0,014 \rightarrow -\frac{1,151}{\sqrt{n}} = -0,014$$

$$\sqrt{n} = \frac{1,151}{0,014} = 82,2 \Rightarrow n = 82,2^2 = 6759$$

??

e) Prelevando un campione di 50 dischi in una ispezione qual è la P di trovarne almeno 2 non idonei?

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - \sum_{i=0}^{2} \binom{50}{i} 0,146^i (1-0,146)^{50-i} =$$

$$= 1 - \left[\binom{50}{0} 0,146^0 (1-0,146)^{50} + \binom{50}{1} 0,146^1 (1-0,146)^{49} + \binom{50}{2} 0,146^2 (1-0,146)^{48}\right]$$

$$= 1 - [0,000374 + 0,0032 + 0,0134] = 0,98 = 98\%$$

b) Le 2 strategie portano allo stesso ordinamento complessivo?
NO, nel 1° caso: $IG_A > IG_B$, nel 2° caso: $IG_B > IG_A$

c) Quale delle 2 normalizzazioni dei punteggi è ritenuta migliore e perchè?
La 2ª è migliore perchè al denominatore si considera il totale delle performance delle 2 linee

d) L'indicatore IG gode della proprietà di monotonia stretta, relativamente all'indicatore N_i?
Sì perchè se aumenta N_i => aumenta anche IG

e) Det. il tasso di sostituzione dei 2 sottoindici N_1 e N_2. Il tasso dipende dal punto di lavoro.

	Importanza dei bisogni	Scarto quadratico medio	caratteristiche di prodotto 1) C1	2) C2	3) C3	4) C4	5) C5
1) R1	3	1,2	●			○	
2) R2	3	0,8		●	○		○
3) R3	5	0,6	○	○	○	Δ	
4) R4	2	0,5	Δ			●	Δ
	TOT 13						

Importanza delle caratteristiche					
Importanza relativa					

Metodo Independent Scoring Method

1) Trovare i pesi delle caratteristiche (PESI ASSOLUTI)

$W1 = 3 \cdot 9 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 44$

$W2 = 3 \cdot 9 + 5 \cdot 3 = 42$

$W3 = 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 24$ $\qquad \sum w_i = 44 + 42 + 24 + 32 + 11 = 153$

$W_4 = 3 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 9 = 32$

$W_5 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 11$

2) Calcolo PESI RELATIVI

$w_1 = \frac{44}{153} = 0,287 \qquad w_2 = \frac{42}{153} = 0,274$

$1 > 2$

3) Calcolo anche delle varianze, visto che abbiamo le dispersioni

$\sigma_1^2 = 1,2^2 \cdot 9^2 + 0,6^2 \cdot 3^2 + 0,5^2 \cdot 1^2 = 120,13$

$\sigma_2^2 = 0,8^2 \cdot 9^2 + 0,6^2 \cdot 3^2 = 55,08 \qquad 55,08 < 120,13$

4) Test d'ipotesi su uguaglianza varianze (poi si fa quello su uguaglianza medie)

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

uso F di Fisher:

$F_{calc} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{120,13}{55,08} = 2,18 \qquad Hp: \alpha = 0,05$