



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1853A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Tortorici

MATERIA: Biomeccanica e biodinamica sperimentale - Prof.
Audenino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

BIOMECCANICA E BIODINAMICA SPERIMENTALE

Lezioni: Audenino

INDICE

1. Introduzione.....	4
1.1- Applicazioni di sperimentazione e misura nell'ingegneria.....	4
1.1.1: misura nella sperimentazione ingegneristica.....	4
1.1.2: misure in sistemi operativi.....	5
1.2- Obiettivo.....	5
1.3- Dimensioni e unità di misura.....	5
2. Caratteristiche generali dei sistemi di misura.....	6
2.1 – sistemi di misura in generale.....	6
2.2 – validità di una misura.....	6
2.2.1: errori di misura e definizioni correlate.....	6
2.2.2: calibrazione di sistemi di misura.....	13
2.3 – misure dinamiche.....	15
3. Sistemi di misura con segnali elettrici.....	17
3.1- sistemi di misura con segnali elettrici.....	17
3.2 – sistema di condizionamento del segnale.....	17
3.2.1: caratteristiche generali dell'amplificazione di segnale.....	18
3.2.3: attenuazione del segnale.....	21
3.2.4: aspetti generali del filtraggio di segnali.....	23
3.2.6: circuiti per integrazione, derivazione, comparazione.....	24
3.3 – strumenti per indicare e registrare.....	24
3.3.1: Multimetri e voltmetri.....	24
3.3.2: oscilloscopi.....	25
3.3.3: registratori a carta.....	25
3.3.4: sistemi di acquisizione dati.....	25
3.4 – trasmissione elettrica di segnali tra componenti.....	26
3.4.1: trasmissione di segnali tramite bassa tensione.....	26
3.4.2: trasmissione di segnali tramite alta tensione.....	27
3.4.3: trasmissione del segnale in corrente.....	27
3.4.4: trasmissione del segnale digitale.....	27
4. Sistemi di acquisizione dati computerizzati.....	28
4.1- introduzione.....	28
4.2 – sistemi computerizzati.....	28
4.2.1: sistemi computerizzati di acquisizione dati.....	28
4.2.2: componenti di un sistema computerizzato.....	29
4.3 – componenti per l'acquisizione dati.....	29
4.3.1: multiplexer.....	29
4.3.2: conoscenze base sui convertitori A/D.....	30
4.3.3: convertitori A/D in pratica.....	31
4.3.4: convertitori D/A.....	33
4.3.5: sistemi di sample and hold simultanei.....	33
4.4 - Configurazione dei sistemi di acquisizione dati.....	34
4.4.1: Sistemi con scheda da inserire nel computer.....	34
4.4.2: Sistemi esterni.....	34
4.4.3: Connettività digitale.....	35
4.4.4: Strumenti virtuali.....	36
4.4.5: Oscilloscopi digitali.....	36
4.4.6: Data loggers.....	37
4.5 – Software per sistemi di acquisizione dati.....	37
4.5.1: Pacchetti di software commerciali.....	37
5. Digitalizzazione del dato analogico.....	38
5.1 – Teorema del campionamento.....	38

9.1.2: trasduttori di pressione.....	92
9.2 – Misure di temperatura.....	93
9.2.1: termocoppie.....	93
9.2.5: termometri a radiazione (pirometri)	96
9.4 – strumenti a fibra ottica.....	98
9.4.1: fibre ottiche.....	98
9.4.2: caratteristiche dei sensori a fibra ottica.....	99
9.4.3: sensori di spostamento a fibra ottica.....	100
9.4.4: sensori di T a fibra ottica.....	101
9.4.5: sensori di pressione a fibra ottica.....	102
11. Comportamento dinamico dei sistemi di misura.....	102
11.1 – ordine di un sistema di misura dinamico.....	102
11.2 – sistemi di misura di ordine 0.....	103
11.3 – sistemi di misura del primo ordine.....	103
11.3.1: equazioni di base.....	103
11.3.2: forzante a gradino.....	104
11.3.3: forzante a rampa.....	104
11.3.4: forzante sinusoidale.....	105
11.3.5: termocoppie come sistemi del primo ordine.....	105
11.4 – sistemi di misura del secondo ordine.....	106
11.4.1: equazioni di base.....	106
11.4.2: forzante a gradino.....	106
11.4.3: forzante sinusoidale.....	107
11.4.4: trasduttori di forza come sistemi del secondo ordine.....	108
11.4.5: strumenti di misura della pressione come sistemi del secondo ordine.....	109
11.4.6: sistemi del secondo ordine per accelerazione e vibrazione.....	113

potrebbero aver bisogno di riparazioni e potrebbero essere necessari degli strumenti supplementari al momento del test.

I sistemi di misura per test di prodotto sono generalmente strumenti stabiliti con caratteristiche ben definite. I sistemi devono essere affidabili e non deve essere richiesta una significativa interpretazione di ambiguità nei valori misurati in quanto chi esegue il test è spesso un tecnico.

Spesso organizzazioni professionali di ingegneri, come ASME (American Society of Mechanical Engineers), IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers), ISA (International Society of Automation), hanno stabilito procedure dettagliate per i test di prodotto.

1.1.2: Misure in sistemi operativi

Molti sistemi dinamici sono strumentati per scopi di monitoraggio e controllo. Tali sistemi vanno dalle semplici caldaie per riscaldare le case agli estremamente complicati aerei. Un sistema di monitoraggio e controllo molto sofisticato ma anche molto comune è il sistema di controllo del motore delle moderne automobili. Questi sistemi hanno sensori per misurare variabili quali il flusso d'aria, la velocità del motore, la temperatura dell'acqua e la composizione dei gas di scarico e usano un computer per determinare la corretta portata di carburante. Questi sistemi di controllo del motore sono molto compatti e ingegnerizzati per la specifica applicazione.

Sistemi di controllo e di misura elaborati sono richiesti in stabilimenti complicati come raffinerie di petrolio, centrali elettriche a vapore e impianti di trattamento delle acque nere. Tali sistemi possono avere centinaia di sensori e sfruttare computer per raccogliere e interpretare i dati e controllare il processo. Questa particolare classe di applicazioni è talmente vasta che è campo specializzato a se stante, chiamato controllo di processo. Mentre il sistema di misura completo per simili applicazioni è specificamente ingegnerizzato, le singole componenti sono generalmente modulari e standardizzate.

La strumentazione per sistemi operativi deve essere molto durevole e affidabile. Sensori che richiedono una frequente calibrazione sono un problema in questa applicazione. In molti casi il sistema di misura deve essere progettato in modo che per ridondanza o per altre tecniche si possa individuare subito un componente non funzionante, in modo che il sistema operativo possa continuare a lavorare correttamente o almeno possa essere spento in sicurezza.

1.2 – Obiettivo

L'obiettivo del corso è quello di fornire le abilità necessarie a eseguire un esperimento in modo sistematico. Un approccio sistematico include una pianificazione accurata e una progettazione analitica dell'esperimento prima che esso venga costruito, una dimostrazione della validità dell'apparato di test, una analisi dei risultati e un report dei risultati finali.

1.3 – Dimensioni e unità di misura

Il Sistema Internazionale (SI) è il sistema di unità di misura più usato al mondo grazie alla sua consistenza e semplicità. Tuttavia negli USA e in alcuni altri paesi si usano ancora unità basate sul vecchio sistema di misura inglese.

Il mondo fisico è descritto da una serie di dimensioni, quali lunghezza, massa, tempo e temperatura. Quando si assegna un valore numerico a una dimensione, bisogna farlo in un sistema di unità. Lista delle unità di base del SI e delle corrispondenti unità britanniche:

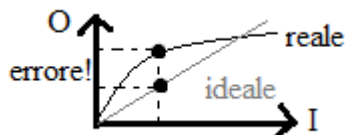
DIMENSIONE	SI	BRITANNICA
massa	kg	lbm
lunghezza	m	ft
tempo	s	s
temperatura	K	°R
Corrente elettrica	A	A
Intensità luminosa	cd	cd
Quantità di materia	mol	mol

una misura. Se il valore vero del misurando fosse noto, non ci sarebbe bisogno di fare una misura (eccetto nel caso di una calibrazione). Quello che lo sperimentatore può stimare, tuttavia, è l'intervallo di incertezza (o semplicemente incertezza) della misura. L'incertezza è una stima (con un certo livello di confidenza) dei limiti dell'errore nella misura. Per esempio, si potrebbe affermare che con il 95% di confidenza, l'incertezza di una misura di voltaggio sia ± 1 V. Questo significa che l'errore sarà maggiore di 1 V in meno del 5% dei casi per i quali abbiamo fatto questa predizione di incertezza. Intervalli di incertezza stretti sono ottenuti tramite sistemi di misura calibrati e di alta qualità. Un buon sistema di misura ha una incertezza minore dello 0.1 %; se si vuole ridurre la possibilità di errore, si deve aumentare l'intervallo di confidenza.

Gli errori negli esperimenti in generale rientrano in 2 categorie: errori sistematici ed errori casuali. Sebbene entrambi i tipi di errore diminuiscano la validità dei dati, le loro cause sono diverse e bisogna usare metodi diversi per minimizzarli.

Gli errori **sistematici** sono costanti e ripetibili. Per esempio, un sistema di misura potrebbe fornire una lettura costantemente maggiore del 10%; in altri casi, l'output potrebbe essere più basso di una quantità fissa per tutte le letture. In generale, se lo stesso sistema di misura è usato nello stesso modo più di una volta per misurare lo stesso valore del misurando, l'errore sistematico sarà lo stesso tutte le volte. Gli errori sistematici possono essere rappresentati da una variabile deterministica. Le possibili cause di errori sistematici sono:

- 1- **Errore di calibrazione:** se il processo di calibrazione ha un errore, tale errore verrà trasmesso alla misura come un errore sistematico. Anche le calibrazioni più esatte avranno sempre un errore sistematico residuo. Una causa molto comune dell'errore sistematico di calibrazione è la non linearità: molti sistemi di misura moderni sono trattati come se avessero una relazione lineare tra input e output, ma la reale non linearità del sistema causa errori.

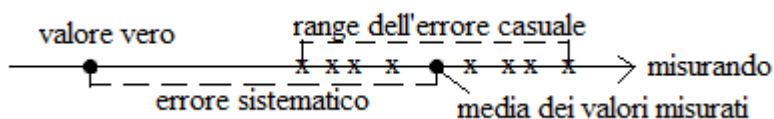


- 2- **Loading errors:** l'aggiunta del sensore al sistema reale modifica il sistema reale stesso, alterando il misurando. Per esempio, connettere uno strumento di misura della temperatura a una superficie di fatto cambia la temperatura locale della superficie. Il termometro è uno strumento di misura *invasivo* e produce un loading error significativo. Gli strumenti di misura con loading error trascurabile sono detti *non invasivi*. Per esempio, ci sono strumenti che misurano la temperatura tramite le radiazioni infrarosse emesse: uno strumento simile ha un effetto trascurabile sulla temperatura misurata, quindi viene detto non invasivo.
- 3- **Errore di tipo spaziale:** il sistema di misura è affetto da variabili diverse dal misurando. Per esempio, un termometro usato per misurare la temperatura dell'aria in una stanza offrirà una lettura più bassa, a causa degli effetti della radiazione termica, se i muri sono più freddi dell'aria. Oppure se il misurando varia in una regione spaziale ma si usa una sola misura (o un numero limitato di misure) per determinare il valore medio nella regione, si avrà un errore spaziale. Per esempio, una cella di carico dovrebbe sentire solo le forze lungo l'asse, ma avverte anche eventuali componenti trasversali.

Gli errori sistematici potrebbero non essere facilmente individuabili: il sistema di misura mostra chiari e costanti cambiamenti nell'output in risposta a cambiamenti nel misurando, eppure potrebbe avere un errore significativo. Nell'allestire un esperimento, potrebbe essere richiesto molto tempo per l'individuazione e la minimizzazione di errori sistematici. Gli errori sistematici possono essere identificati e ridotti con il processo di calibrazione. In certi casi l'errore sistematico può essere rimosso dopo la misura tramite la correzione analitica dei dati.

Gli errori **casuali** sono quelli causati da una carenza di ripetibilità nell'output del sistema di misura. Sono rappresentati da variabili aleatorie.

La differenza tra errori casuali e sistematici può essere rappresentata graficamente come:



La dispersione nei dati rappresenta l'errore casuale, mentre la differenza tra la media delle letture e il valore vero mostra l'errore sistematico.

(ESAME!!!!) Un sistema di misura è progettato per operare solo su uno specifico range di misurandi. Il **range** di un sistema di misura descrive i valori del misurando ai quali il sistema di misura risponderà correttamente; i valori al di fuori del range non produrranno un output utilizzabile. Per es, un voltmetro potrebbe avere un range da 0 a 10V e non darebbe una risposta corretta per misurandi di -5 o 13V. Lo **span** di un sistema di misura è la differenza tra il valore maggiore e quello minore del range. Per es, un voltmetro con un range di ± 3 V ha uno span di 6V.

RANGE: intervallo entro il quale ci si aspetta che il sensore dia misure corrette.

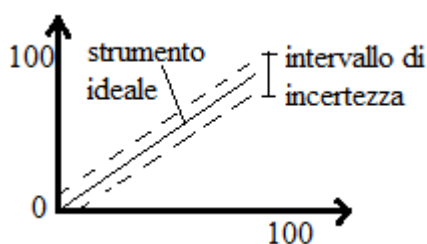
Definito tramite un limite superiore e uno inferiore.

SPAN: come il range, ma definito tramite un intervallo.

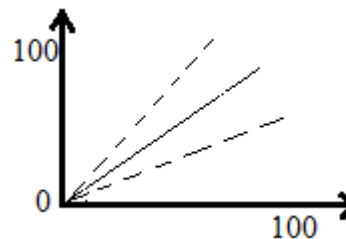
L'**accuratezza**, definita come la vicinanza tra un valore misurato e il valore vero, è un termine comunemente usato per specificare l'incertezza. I fabbricanti di dispositivi di misura spesso forniscono un valore di accuratezza come parte delle specifiche; anche se si usa il termine accuratezza, in realtà si fornisce l'inaccuratezza. Nell'uso comune, le specifiche di accuratezza del fabbricante descrivono l'incertezza residua che esiste quando un dispositivo è stato calibrato convenientemente ed è usato in un modo specifico. Le specifiche di accuratezza generalmente includono gli errori casuali e sistematici residui nel sistema di misura in sé. L'accuratezza può essere data o per un componente del sistema di misura (per es un sensore) o per il sistema completo e per lo più è specificata come una percentuale dell'output di fondo scala. Per es, se l'output di un dispositivo può andare da 0 a 5 V e l'accuratezza è fornita come $\pm 5\%$ del fondo scala, l'incertezza è di ± 0.25 V, a prescindere dalla lettura. La procedura per determinare l'accuratezza si basa sulle informazioni contenute in ANSI/ISA (1979). Se si usa più di un componente per misurare un singolo misurando, si deve determinare un'incertezza combinata.

ACCURATEZZA: somma di tutti gli errori possibili (sistematici e casuali).

È la distanza totale tra valore vero e lettura. Un buon sensore ha accuratezza di 0.1% del fondo scala.



Se si definisce l'accuratezza come % di fondo scala, si assegna una banda di incertezza costante. L'errore aumenta quanto più piccola è la lettura.



Si può anche definire l'incertezza come % fissa della lettura, ma è meno usata.

Un sensore andrebbe usato nella metà superiore del suo range per avere errori bassi!

La prima figura mostra un tipico strumento di misura con accuratezza definita come percentuale del fondo scala (per esempio $\pm 5\%$ del fondo scala); per letture inferiori al fondo scala, l'incertezza sarà superiore al 5%. Per letture verso il limite inferiore del range, la percentuale di incertezza potrebbe essere assolutamente non soddisfacente. Questo problema di avere un'alta incertezza al limite inferiore del range è una delle maggiori preoccupazioni nel scegliere un sistema di misura. Per minimizzare l'incertezza, lo sperimentatore dovrebbe scegliere sistemi di misura tali che le letture importanti cadano a metà o nella porzione superiore del range. Per es, l'incertezza sarebbe negativamente influenzata se si usasse un termometro con range 0-200°C per misurare la temperatura di una stanza intorno ai 20°C; un termometro da 0 a 30°C sarebbe decisamente più appropriato.

Ci sono altre definizioni di accuratezza, per esempio l'accuratezza definita come percentuale della lettura. I fabbricanti di strumenti di alta qualità normalmente danno abbastanza informazioni sui loro prodotti da permettere allo sperimentatore di determinare l'incertezza di una misura che è dovuta al sistema di misura stesso. Lo sperimentatore potrebbe dover allargare l'intervallo di incertezza per tener conto di altre fonti di errore che risultano dall'applicazione specifica.

La **precisione** è un altro termine frequentemente usato per descrivere un sistema di misura o un suo componente e caratterizza l'errore casuale. Un sistema di misura altamente preciso darà lo stesso valore ogni volta che viene letto, ma potrebbe non essere molto accurato: semplicemente potrebbe dare la stessa risposta

È inutile essere in grado di distinguere una lettura in un intervallo inferiore al livello di incertezza della misura.

La **ripetibilità** è l'abilità di uno strumento di produrre lo stesso output quando si applica lo stesso misurando con la stessa procedura. L'incapacità di ripetere esattamente la stessa misura, un errore casuale noto come *errore di ripetibilità*, di solito fa parte delle specifiche del costruttore sull'accuratezza dello strumento. Si nota che l'isteresi non è una causa di errori di ripetibilità: è un errore separato. Il concetto di errore casuale di una misura è più generale della ripetibilità di uno strumento e può includere fattori variabili nel processo di misura non causati dallo strumento, come la variazione di parametri non controllati.

RIPETIBILITÀ: è la non abilità del sistema di ripetere una misura.

È dovuta al sensore stesso, mentre la precisione include i parametri non controllati.

Anche se non è necessario per un sistema di misura, è altamente desiderabile che esso abbia una relazione **lineare** tra input e output. Ciò significa che la variazione dell'output è proporzionale a quella del misurando. Una risposta lineare è particolarmente utile, in quanto semplifica il processo di calibrazione o il controllare che lo strumento abbia un errore basso. Se si sa che il sensore è lineare e ha una buona precisione, si devono controllare solo due punti nello span. Uno strumento altamente non lineare deve essere calibrato in diversi punti. La deviazione dalla vera linearità quando si assume linearità è un errore sistematico noto come *errore di non linearità*.

Di solito l'errore di non linearità fa parte delle specifiche di accuratezza. Ci sono molti modi per determinare le specifiche di linearità e sono presentati in ANSI/ISA (1979). Nel metodo che determina la linearità basata sugli estremi, si tira una linea che connette i valori di output agli estremi dello span. L'errore di non linearità è la massima differenza tra la linea retta e l'output del dispositivo. Normalmente viene indicato come percentuale del range o percentuale dello span.

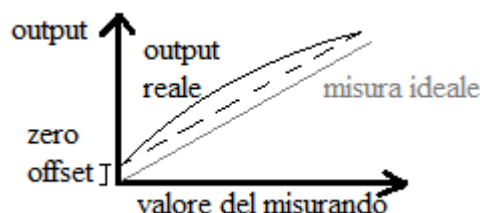
ERRORE DI NON LINEARITÀ: si vuole linearità perchè rende tutto più facile.

Per descrivere il sensore si possono usare solo due parametri: intercetta (spesso trascurata) e pendenza (sensività).

Normalmente i sistemi di misura hanno un punto nel loro range chiamato **punto zero**. Per es, una bilancia dovrebbe leggere 0 kg quando non ci sono pesi sulla piattaforma. La maggior parte degli strumenti hanno un qualche tipo di meccanismo per regolare lo zero e qualsiasi errore nel posizionamento dello zero avrà effetto su ogni misura effettuata con lo strumento. Se lo strumento non ha l'output corretto al punto zero, si dice che ha una *zero offset*. Inoltre, se lo zero offset non viene contato nell'usare il dispositivo, ne risulterà un errore sistematico detto *errore di zero*. In certi casi il punto zero non corrisponde al valore zero per il misurando o per l'output, ma è semplicemente un valore di misurando a cui lo strumento deve essere riferito. Le specifiche del fabbricante di solito partono dall'assunzione che lo zero sia stato posizionato correttamente. Il fabbricante può anche specificare l'errore di zero massimo previsto, spesso usando il termine *zero balance*. È normale controllare lo zero prima di usare uno strumento e grandi variazioni nello zero possono indicare che lo strumento è stato danneggiato o non sta funzionando correttamente.

ERRORE DI ZERO: la retta interpolante non passa per lo zero.

Non è grave e può essere corretto anche a posteriori.



Una caratteristica importante di un sistema di misura è la **sensività**, definita come il rapporto della variazione in ampiezza dell'output e della variazione in ampiezza del misurando:

$$\text{sensività} = \frac{d(\text{output})}{d(\text{input})} \approx \frac{\Delta \text{output}}{\Delta \text{input}}$$

Per un termometro, può essere la variazione in altezza della colonna di mercurio nel capillare rapportata alla variazione in gradi di temperatura. Negli strumenti di misura meccanici la sensibilità è una caratteristica

Nella misura non si devono fornire cifre (decimali o no) al di sotto della ripetibilità! Non ha senso fare l'indicatore più preciso del sensore. È importante rispettare il range perchè a volte al di fuori di esso i sensori non hanno comportamento lineare. Per la calibrazione i punti di controllo vanno distribuiti in modo uniforme in tutto il range.

Spesso nella calibrazione è utile costruire il grafico degli scostamenti, in cui si riporta la differenza tra il valore vero e la lettura in funzione del valore vero. Dal grafico si nota subito se c'è isteresi perchè gli errori in salita e in discesa occupano porzioni di grafico distinte: per definizione, l'isteresi è la differenza tra salita e discesa; per calcolarla si considera la massima differenza tra le due. Inoltre si può misurare subito l'accuratezza, definita come l'intervallo che contiene tutti gli errori. L'errore di ripetibilità è rappresentato dal massimo intervallo di scattering. Per tutte le considerazioni che è possibile fare, è sempre importante costruire questo grafico dei residui. Se gli errori di ripetibilità non sono distribuiti in modo casuale nel grafico, significa che il sensore non è lineare. Si possono fare le medie degli scostamenti in salita e in discesa, poi la media tra queste due medie: a questo punto si può valutare se il sensore è lineare (errori non distribuiti in modo uniforme → sensore non lineare). Se l'andamento è circa lineare, la retta di calibrazione si ricava tramite la minimizzazione dello scarto quadratico. L'errore di non linearità è la massima distanza tra la media delle medie e la retta caratteristica del sensore ottenuta tramite calibrazione.

2.2.2: Calibrazione di sistemi di misura

A un certo punto tutti i sistemi di misura devono subire una calibrazione, processo in cui vengono fatte una serie di misure di valori di misurando che possono essere determinati indipendentemente. Le letture vengono comparate con i valori veri conosciuti e vengono determinati gli errori. Il numero di valori di misurando richiesto per la calibrazione dipende dal tipo di sistema di misura e dall'applicazione. In alcuni processi di calibrazione, il valore del misurando è noto perchè è uno *standard*; in altri, un altro sistema di misura di accuratezza nota viene usato per determinare il valore del misurando. L'uso di standard è l'approccio più affidabile, ma il secondo è spesso l'approccio più pratico.

Standard per la calibrazione: gli standard per le misure sono importanti da molto per il commercio, in quanto per l'acquirente è importante sapere che il peso o la lunghezza di un acquisto sono accurati. La relativamente recente espansione della scienza ha aumentato drasticamente la necessità di standard. Conferenze internazionali hanno stabilito standard *primari* che definiscono le unità per 7 variabili fisiche: tali unità sono note come Sistema Internazionale (SI).

Lo standard per la *massa* è il Prototipo di Kilogrammo Internazionale, che è un cilindro di platino-iridio custodito all'International Bureau di Pesì e Misure in Francia. È l'unica grandezza non riproducibile in ogni laboratorio.

Lo standard per il *tempo*, il secondo, è stato definito come “la durata di 9'192'631'770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato base dell'atomo di cesio 133” (Wildhack e Jennings, 1992). Anche se può sembrare oscuro, è uno standard riproducibile in ogni laboratorio ben equipaggiato.

Lo standard per la *lunghezza*, il metro standard, è definito come “la lunghezza del percorso compiuto dalla luce nel vuoto durante il periodo di tempo di 1/229'792'458 secondi” (Wildhack e Jennings, 1992).

Lo standard per la *temperatura* è più complicato perchè deve essere specificato in un ampio range di valori. Lo standard è noto come International Temperature Scale del 1990 (ITS-90) (Preston-Thomas, 1990). La misura della temperatura è la temperatura termodinamica e la sua unità è il grado kelvin, definito come 1/273.15 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua, la temperatura alla quale esistono insieme in equilibrio termico le fasi solida, liquida e gassosa dell'acqua pura. La scala di temperatura standard si estende da 0.65 K fino alle più alte temperature che possono essere determinate misurando la radiazione termica. Nel range di maggior interesse per gli ingegneri, lo standard è abbastanza semplice. Dal punto triplo dell'idrogeno (13.8033 K) al punto di congelamento dell'argento (961.78 K), la scala è definita per mezzo di un termometro al platino, che è calibrato in un gruppo di punti fissi. Al di sopra del punto di congelamento dell'argento, lo standard di temperatura è basato sulla relazione esistente tra radiazione termica da un oggetto alla temperatura misurata e la radiazione termica di un oggetto alla temperatura di congelamento di argento, oro o rame. Le linee guida per l'uso dello standard ITS-90 sono fornite da Mangum e Furukawa (1990).

Lo standard per la *corrente elettrica*, l'ampere, è “quella corrente costante che, se mantenuta in due conduttori rettilinei paralleli di lunghezza infinita e di sezione circolare trascurabile e posti a 1 metro di distanza nel vuoto, produrrebbe una forza pari a 2×10^{-7} newton per metro” (Wildhack e Jennings, 1992).

il misurando sta crescendo o decrescendo prima della misura. Spesso si usa un processo di calibrazione in cui i valori del misurando sono selezionati casualmente. Con una calibrazione random potrebbe essere difficile separare gli errori di isteresi da quelli di ripetibilità e l'isteresi potrebbe dover trattare come parte dell'errore casuale. Questa limitazione potrebbe non essere importante.

La calibrazione sequenziale non determina la stabilità termica e il drift. Inoltre non tiene conto di errori associati all'applicazione, come l'errore spaziale, nè tiene conto di effetti dinamici (variabili col tempo). Per esperimenti specifici potrebbero essere richieste calibrazioni aggiuntive.

Esempio 2.3:

2.3 – Misure dinamiche

Se un misurando non varia nel tempo e se il sistema di misura mostra istantaneamente una risposta di equilibrio al misurando, il processo di misura viene detto *statico*. In generale, però, quando il misurando cambia nel tempo e il sistema di misura non mostra una risposta istantanea, il processo di misura viene detto *dinamico*. Per es, l'uso di un termometro per misurare la temperatura corporea di una persona è una misura dinamica, in quanto il processo di misura deve essere prolungato per diversi minuti prima che il termometro arrivi all'equilibrio con la temperatura corporea. Nel fare misure dinamiche si deve tener conto delle caratteristiche dinamiche del sistema di misura, delle interazioni dinamiche tra il sistema di misura e il sistema misurato e delle caratteristiche dinamiche del sistema misurato.

Quando una misura è dinamica, di solito si introduce un errore nella misura, che va minimizzato. Per es, si consideri la misura della T dell'acqua in un beaker che sta venendo scaldato su una piastra. Considerando il bulbo del termometro come un sistema, si può applicare la prima legge della termodinamica. Dato che non c'è il termine del lavoro, si ottiene:

$$q = h A(T_w - T_t) = mc \frac{dT_t}{dt}$$

Oppure:

$$(T_w - T_t) = \frac{mc}{hA} \frac{dT_t}{dt}$$

Dove la legge di Newton sul raffreddamento [$q = hA(T_w - T_t)$] è stata usata per stimare q e i simboli rappresentano:

A = area di superficie del bulbo;

T_w = T dell'acqua;

T_t = T del termometro;

h = coefficiente di trasferimento del calore;

m = massa del bulbo;

c = calore specifico del bulbo;

dT_t/dt = gradiente di variazione della T dell'acqua nel tempo.

Non ci sarebbero errori nella misura se $T_w = T_t$. Tuttavia, poiché l'acqua sta venendo scaldata, dT_t/dt non è nullo, quindi $T_w - T_t$ non è nullo ed esiste un errore di misura dinamico inerente. Il termine mc/hA , chiamato costante di tempo del sistema, ha le dimensioni di un tempo e di solito viene indicato con τ . Per minimizzare l'errore dinamico di questa situazione, τ dovrebbe essere reso il più piccolo possibile.

La risposta dinamica di un sistema di misura di solito può essere posta in una di tre categorie: ordine zero, primo ordine, secondo ordine. Queste categorie si basano sull'ordine dell'equazione differenziale necessaria a descrivere la risposta dinamica. Il sistema ideale di **ordine zero** risponde istantaneamente al misurando, anche se nessuno strumento è davvero di ordine zero. Tuttavia la risposta dinamica di molti strumenti è approssimativamente di ordine zero se si misurano misurandi che variano lentamente. I sistemi di misura di **primo ordine** mostrano effetti di immagazzinamento dell'energia di tipo capacitivo. Gli analoghi meccanici delle capacità sono molle e dispositivi che immagazzinano energia termica. Il termometro è un esempio di strumento del primo ordine. I sistemi di **secondo ordine** hanno effetti inerziali di induttanza o di massa accelerata insieme all'effetto di tipo capacitivo. I sistemi massa-molla sono di secondo ordine: la bilancia meccanica ne è un esempio. I sistemi di secondo ordine hanno una caratteristica chiamata *smorzamento*, che dissipa energia. I sistemi di secondo ordine con basso smorzamento sono detti *sottosmorzati* e possono mostrare una risposta oscillante. I sistemi di secondo ordine con alto smorzamento sono detti *sovrasmorzati* e

dispositivo oscillerà per un certo tempo alla frequenza naturale. In molti casi, la risposta dinamica è degradata se il misurando varia a frequenze maggiori di 0.2-0.4 volte la frequenza naturale. Ma ci sono anche dispositivi che operano correttamente solo a frequenze maggiori di quella naturale.

Di solito sono disponibili specifiche dei costruttori sulla risposta dinamica che possono essere utili per molti componenti del sistema di misura. Tuttavia per alcuni sensori e trasduttori non è possibile per il produttore fornire tutte le specifiche dinamiche necessarie. Questo perchè la risposta dinamica del trasduttore dipende non solo dalle caratteristiche del trasduttore stesso, ma anche dalla maniera in cui esso è usato. Per es, il rise time di un termometro usato per misurare la T di un fluido dipende anche dalle proprietà e dal moto del fluido, oltre che dal termometro.

3 – SISTEMI DI MISURA CON SEGNALI ELETTRICI

I sistemi di misura che usano segnali elettrici per trasmettere informazioni tra i componenti hanno vantaggi sostanziali rispetto a sistemi completamente meccanici e di conseguenza sono largamente usati.

3.1 – Sistemi di misura con segnali elettrici

Quasi tutte le misure ingegneristiche moderne possono essere fatte usando strumenti di misura con un output elettrico. Significa che il misurando provoca la variazione di una proprietà elettrica del dispositivo, direttamente o indirettamente. Più comunemente, il misurando provoca una variazione in resistenza, capacità o tensione. In alcuni casi, però, l'output del sensore è una corrente, frequenza o carica elettrica che dipende dal misurando. Gli elementi sensibili con output elettrico hanno alcuni vantaggi significativi rispetto agli strumenti meccanici:

- 1- Facilità di trasmissione del segnale dal punto di misura al punto di raccolta dei dati;
- 2- Facilità di amplificazione, filtraggio o altre modifiche del segnale;
- 3- Facilità di registrare il segnale.

In certi casi, però, sistemi di misura completamente meccanici sono i più appropriati.

Il tipico sistema di misura include 3 elementi concettuali, che nei sistemi meccanici possono non essere facilmente individuabili; nei sistemi elettronici, invece, lo sono e spesso sono anche forniti come elementi separati: sensore/trasduttore, sistema di condizionamento del segnale, display/processatore/recorder.

Gli elementi sensibili con output elettrico sono chiamati a volte *sensori* e a volte *trasduttori*. Un trasduttore è uno strumento che cambia o converte informazioni nel processo di misura (modifica del segnale). Un sensore è uno strumento che produce un output in risposta al misurando, quindi è un trasduttore. Molti strumenti elettrici di misura prevedono due stadi: in uno, il misurando provoca una variazione fisica ma non elettrica nel sensore; nel secondo si converte quella variazione fisica in un segnale elettrico. Il termine trasduttore può riferirsi anche a strumenti che includono certi condizionatori di segnale. Non solo i termini trasduttore e sensore spesso sono interscambiabili, ma ci sono anche altre parole usate per indicare trasduttori per particolari applicazioni: indicatore, cella, pickup, trasmettitore, ecc.

I trasduttori con output elettrici sono disponibili per quasi tutte le misure. Una lista non completa include trasduttori per misurare spostamento, velocità lineare, velocità angolare, accelerazione, forza, pressione, T, flusso di calore, flusso di neutroni, umidità, intensità di luce, caratteristiche chimiche e composizione chimica. Se c'è una domanda commerciale per un trasduttore, probabilmente è disponibile.

Nei sistemi più semplici, lo stadio del sistema di misura subito dopo il condizionatore di segnale potrebbe semplicemente registrare il segnale, o stamparlo, o mostrare un valore numerico del misurando. Nei sistemi più sofisticati, lo stadio finale comprende un computer, che non solo registra i dati, ma può anche gestirli tramite manipolazione numerica.

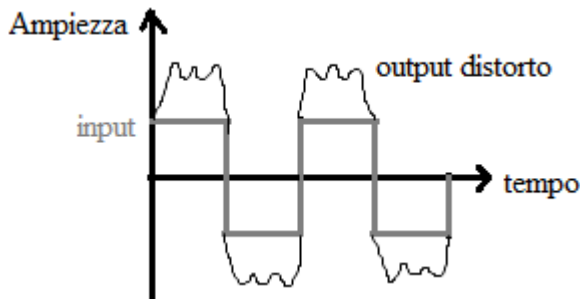
Mentre le tre componenti dei sistemi di misura sono gli elementi più complicati, le caratteristiche dei cavi di connessione possono avere effetti deleteri sul segnale.

3.2 – Sistema di condizionamento del segnale

Ci sono molte possibili funzioni dello stadio di condizionamento del segnale. Le più comuni sono:

- Amplificazione;
- Attenuazione;
- Filtraggio (passa alto, passa basso, passa banda, stoppa banda);

cui G è costante è noto come *banda*. Le f superiore e inferiore che delimitano la banda, chiamate *f di taglio*, sono definite come le f in cui G è ridotto di 3 dB. La maggior parte dei moderni amplificatori ha G costante alle f più basse, persino a $f = 0$ (corrente continua); tuttavia tutti gli amplificatori hanno la f di taglio superiore.



Un amplificatore con banda stretta cambia la forma di un segnale di input variabile nel tempo con un effetto noto come **distorsione in frequenza**.

In figura, un segnale quadrato è distorto dalla distorsione in frequenza.

Questo, però non è un problema molto frequente ed è facilmente risolvibile usando amplificatori con banda opportuna.

Anche se G di un amplificatore è relativamente costante nella banda, un'altra caratteristica del segnale di output, l'angolo di fase, può cambiare significativamente. Se la tensione di input dell'amplificatore è espressa come:

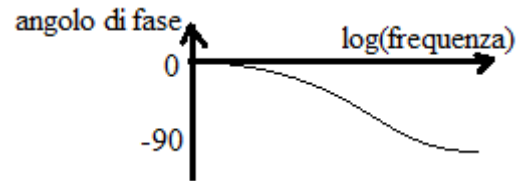
$$V_i(t) = V_{mi} \sin(2\pi ft)$$

Dove f è la frequenza e V_{mi} è l'ampiezza del seno di input, il segnale di output è:

$$V_o(t) = GV_{mi} \sin(2\pi ft + \varphi)$$

Dove φ è l'angolo di fase. Nella maggior parte dei casi l'angolo di fase è negativo e la forma d'onda di output seguirà quella di input con un ritardo di $\frac{\varphi}{2\pi f}$ nel tempo.

Di solito la risposta di fase di un amplificatore è rappresentata in un grafico che pone l'angolo di fase in funzione del logaritmo della f . Il grafico che mostra la risposta in ampiezza e quello che mostra la risposta in fase insieme sono chiamati *diagramma di Bode* di un sistema dinamico.



Per forme d'onda puramente sinusoidali, il ritardo di fase non è un problema. Tuttavia per forme d'onda periodiche più complicate potrebbe risultare in un problema noto come **distorsione di fase**. Le forme d'onda periodiche possono essere rappresentate come una serie di termini sinusoidali con frequenze diverse (serie di Fourier). Se l'angolo di fase varia con la f , l'amplificatore può distorcere la forma dell'onda. Se l'angolo di fase varia linearmente con la f , allora l'onda non sarà distorta e sarà solo ritardata nel tempo. Questo perché il ritardo di fase cresce linearmente nel tempo (per es 1 ms a 1 Hz, 2 ms a 2 Hz e così via), quindi tutte le armoniche che compongono il segnale sono shiftate di un tempo costante. Se il ritardo di fase non è lineare, tutte le f sono shiftate di quantità diverse e il segnale ne risulta distorto.



Di solito non c'è distorsione di fase solo nella metà inferiore della banda di un amplificatore.

Un'altra caratteristica importante di un amplificatore è il **common mode rejection ratio (CMRR)**. Quando ai due terminali di ingresso sono applicate tensioni differenti, l'input viene chiamato *tensione di modo differenziale*. Quando vi si applicano due tensioni uguali (riferite al terreno), l'input è noto come *tensione di modo comune*. Un amplificatore ideale produce un output in risposta a tensioni di modo differenziale e non in risposta a tensioni di modo comune. Amplificatori reali producono output in risposta a entrambi i modi, ma la risposta al modo differenziale è molto maggiore. La misura della risposta relativa del modo differenziale rispetto al modo comune è il CMRR, definito come:

$$V_i = \frac{R_i V_s}{R_i + R_s}$$

Analogamente si può risolvere la maglia per VL, ottenendo:

$$V_L = \frac{R_L G V_i}{R_o + R_L}$$

Sostituendo, si ottiene:

$$V_L = \frac{R_L}{R_o + R_L} G \frac{R_i}{R_i + R_s} V_s$$

Idealmente si vorrebbe che la tensione del carico fosse:

$$V_L = G V_s$$

Si vede che se $R_L \gg R_o$ e $R_i \gg R_s$, l'equazione reale approssima quella ideale, ovvero non ci sono effetti di carico. Quindi l'amplificatore (o condizionatore di segnale) ideale ha una resistenza in ingresso infinita e una resistenza in uscita nulla. Si può generalizzare per segnali sinusoidali dicendo che l'impedenza di ingresso deve essere infinita, quella di uscita deve essere nulla.

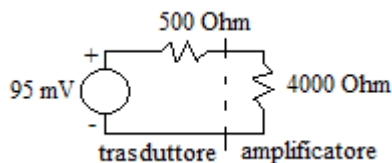
Gli effetti del carico risultano in errori sistematici. Nei casi reali, la resistenza di ingresso deve essere circa 1 MΩ, mentre quella di uscita 1-3 Ω. Per ragionamenti analoghi a quelli fatti per l'amplificatore, si può dire che il sensore ideale debba avere una impedenza di uscita nulla e un lettore ideale debba avere una impedenza di ingresso infinita.

Esempio 3.1: un trasduttore che misura una forza ha una tensione di output a circuito aperto di 95 mV e una impedenza di output di 500 Ω. Per amplificare la tensione del segnale, viene connesso a un amplificatore con $G = 10$. Stimare l'errore di carico in input se l'amplificatore ha una impedenza di input di

- a) 4 kΩ o
- b) 1 MΩ

Soluzione:

- a) Il trasduttore collegato all'amplificatore può essere modellizzato come in figura. Risolvendo per la corrente:



$$I = \frac{V}{R} = \frac{0.095}{500+4000} = 0.0211 \text{ mA}$$

La tensione sulla resistenza di input dell'amplificatore è:

$$V = RI = 4000 \times 0.0211 \times 10^{-3} = 84.4 \text{ mV}$$

L'errore di carico quindi è 10.6 mV, cioè l'11% della tensione del trasduttore senza carico- è troppo alto!

- b) Si ripete la stessa analisi variando la resistenza dell'amplificatore. Si ottiene un errore di 0.047 mV, cioè del 0.05% (accettabile).

Si possono ottenere amplificatori per strumentazione completi e di alta qualità senza alimentazione su un singolo chip. Amplificatori per strumentazione con alimentazione e elementi di controllo su guadagno e zero sono disponibili commercialmente.

Gli amplificatori sono soggetti ad errori come gli altri componenti della strumentazione (errori di non linearità, di isteresi, di stabilità termica). Se il guadagno non è quello predetto, c'è un errore di guadagno (errore di sensibilità).

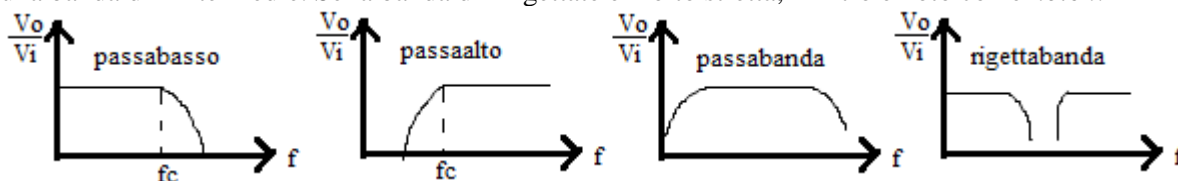
3.2.3: Attenuazione del segnale

essere ridotto riducendo R1+R2, ma questo aumenterebbe la potenza dissipata nei resistori, ch      gi   di circa 14 W.

3.2.4: Aspetti generali del filtraggio di segnali

In molte situazioni di misura, il segnale    una tensione complicata e tempovariante che pu   essere considerata come la somma di molte onde sinusoidali a frequenze e ampiezze differenti. Spesso    necessario rimuovere alcune di queste frequenze tramite un processo chiamato *filtraggio*. Ci sono due situazioni molto comuni in cui    richiesto filtraggio: la prima    quella in cui c'   rumore spurio (per es interferenza di rete a 50-60 Hz) nel segnale; la seconda avviene quando un sistema di acquisizione campiona il segnale a tempi discreti (invece che continuamente). Nel secondo caso, il filtraggio    necessario per eliminare il problema di *aliasing*.

Un filtro    un dispositivo tramite il quale un segnale tempovariante    modificato volutamente in dipendenza della sua frequenza. I filtri si dividono in 4 tipi: passa basso, passa alto, passa banda, rigetta banda. Il pi   comune    il passabasso. Un *passabasso* consente alle basse f di passare senza attenuazione, ma a partire da una certa frequenza f_c , detta frequenza di taglio, attenua le componenti ad alta f del segnale. La banda di frequenze con guadagno approssimativamente costante (V_o/V_i) tra $f=0$ e f_c    nota come banda passante. Il range di frequenze con attenuazione significativa    noto come banda attenuata. La regione tra f_c e la banda attenuata    la banda di transizione. Un filtro *passaalto* consente il passaggio delle alte f, ma blocca quelle basse. Un filtro *passabanda* attenua sia le basse che le alte f, ma consente a un certo range di f di passare senza attenuazione. Infine un filtro *rigettabanda* consente il passaggio sia di alte che di basse f, ma attenua una banda di f intermedie. Se la banda di f rigettate    molto stretta, il filtro    noto come *notch*.



Anche se molti circuiti funzionano come filtri, i pi   usati sono 4 classi di filtri: Butterworth, Chebyshev, ellittico, Bessel. Ogni classe di filtri ha caratteristiche uniche che la rendono la pi   adatta a un particolare uso. Ognuna di queste classi pu   avere un'altra caratteristica, l'*ordine*: per una particolare classe di filtri, maggiore    l'ordine, maggiore sar   l'attenuazione del segnale nella banda attenuata. Per dimostrare alcune delle caratteristiche generali di classi e ordini di filtro, si discutono i passabasso.

I filtri di *Butterworth* hanno la caratteristica di essere massimamente piatti nella banda passante. Questo significa che il guadagno    sostanzialmente costante nella banda passante. Per filtri passabasso di Butterworth con guadagno unitario inalterata, il guadagno come funzione di frequenza (f) e ordine (n)    dato da:

$$G = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^{2n}}}$$

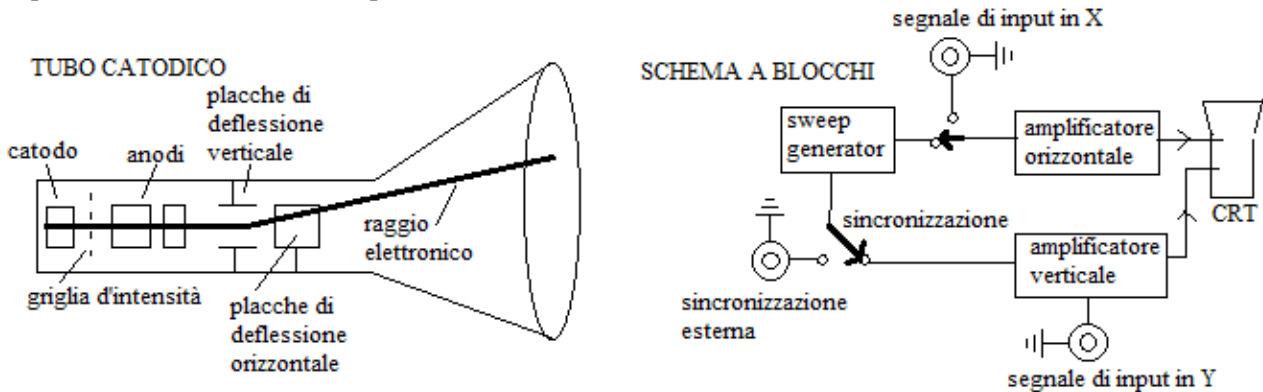
Per alte f ($f/f_c \gg 1$), il guadagno G diventa $(f/f_c)^{-n}$. Per filtri di ordine $n=1$, questo significa che ogni volta che la frequenza raddoppia, il guadagno sar   ridotto di un fattore 2. Un dimezzamento del guadagno corrisponde ad una attenuazione di 6 dB. Dal momento che un'ottava    un raddoppiamento (o un dimezzamento) della f , la discesa di attenuazione di un filtro di Butterworth di ordine 1    6 dB/ottava (ovvero 20 dB/dec). In generale, la discesa di un rigetta banda    $6n$ dB/oct: per es per $n=8$    48 dB per ottava. Ovvero al crescere di n il filtro scende pi   rapidamente.

I filtri di Butterworth di ordine alto, mentre provvedono alte pendenze alle frequenze in banda attenuata, nella regione di transizione vicina a f_c il guadagno non ha una variazione molto netta nella pendenza. I filtri di *Chebyshev* hanno una variazione molto pi   repentina in pendenza, ma al prezzo di un ripple nel guadagno di banda passante. Questo comporta una distorsione in banda passante. La grandezza del ripple    controllata da dettagli di progettazione e a limite i filtri di Chebyshev senza ripple in banda passante hanno la stessa risposta in frequenza dei filtri di Butterworth. I filtri di Chebyshev di ordine altro danno risultati migliori di quelli di Butterworth per filtri notch. I filtri *ellittici* hanno una transizione molto netta tra banda passante e banda attenuata, ma consentono ripple sia nella banda attenuata che in quella passante.

Come avviene per gli amplificatori, i filtri alterano la fase delle componenti del segnale in funzione della frequenza. Per es, lo shift dell'angolo di fase per un filtro di Butterworth di ordine 8    di 360° alla f_c . Per filtri di ordine maggiore, questa risposta in fase pu   introdurre una forte distorsione anche all'interno della banda passante. Spesso si usano i filtri di *Bessel* perch   hanno una variazione dell'angolo di fase quasi

3.3.2: Oscilloscopi

Se l'output di un sensore varia rapidamente, un voltmetro digitale non è un indicatore ideale e un oscilloscopio è più appropriato. Storicamente, gli oscilloscopi sfruttavano circuiti analogici e un tubo catodico (CRT), che è una versione accuratamente costruita del tubo delle vecchie tv. Gli oscilloscopi basati su CRT sono ancora molto usati nei laboratori, ma adesso si stanno diffondendo oscilloscopi digitali con schermi allo stato solido. Gli oscilloscopi digitali si basano su componenti di computer. Nei vecchi oscilloscopi CRT la tensione di output del condizionatore di segnale è usata per deflettere un raggio di elettroni. Il CRT consiste di un catodo riscaldato che genera elettroni liberi, un anodo che è usato per accelerare il raggio, due set di piastre di deflessione e uno schermo coperto di fosforo. Quando tensioni di ampiezza adatta sono applicate alle piastre di deflessione, il raggio elettronico viene deflesso e quindi provocherà una luminosità dei fosfori dello schermo in particolari posizioni. La deflessione visibile è proporzionale alla tensione di input.



Normalmente, il segnale di input da mostrare è connesso all'amplificatore che controlla la tensione delle placche verticali. Un generatore di sweep è connesso all'amplificatore che controlla la tensione delle placche orizzontali. Questo sweep fa muovere il raggio ripetutamente da sinistra a destra a una velocità controllata dall'utente. Il risultato è che la tensione di input è mostrata come funzione del tempo ogni volta che il raggio spazza attraverso lo schermo. Per segnali di input periodici è possibile sincronizzare lo sweep orizzontale in modo tale che cominci allo stesso punto del ciclo della tensione di input per ogni sweep. In questo modo la tracce degli sweep ripetuti si sovrappongono ed è più facile interpretare i dati sullo schermo. È anche possibile usare un trigger, che fa in modo che l'amplificatore orizzontale spazzi lo schermo solo una volta.

Tensioni di segnali separati possono essere connesse a entrambi gli amplificatori, orizzontale e verticale. In questo caso, una tensione di input è plottata in funzione dell'altra. Questo approccio è utile se entrambe le tensioni di input hanno la stessa frequenza e si desidera esaminare la relazione di fase tra loro.

Gli oscilloscopi analogici con CRT possono mostrare segnali con frequenze molto alte (fino a 100 MHz) ma l'accuratezza della lettura della tensione normalmente non è buona come quella dei voltmetri digitali. Nella maggior parte dei casi lo spessore del raggio elettronico e altri problemi limitano l'accuratezza all'1-2%.

Se è richiesta solo un'informazione semplice, lo sperimentatore può osservare i risultati sullo schermo e riportarli su carta. Si fanno anche videocamere che si attaccano all'oscilloscopio e permettono di scattare fotografie dello schermo; possono anche essere usate per fare una registrazione permanente del display.

3.3.3: Registratori a carta

Nel passato uno dei metodi più comuni per registrare tensioni variabili nel tempo era il registratore a carta. In questi dispositivi la tensione di input viene usata per muovere una penna, che scrive su una striscia di carta che si muove ad angolo retto rispetto al movimento della penna mentre si srotola da un avvolgimento continuo. Alcune penne usano inchiostro su normale carta, altre usano una punta riscaldata su carta sensibile al calore. In entrambi i casi viene stampata sulla striscia di carta una traccia continua della tensione di input. I registratori a carta possono essere accurati fino al 0.5% di fondo scala e possono registrare frequenze fino a qualche centinaio di Hz. Anche se i registratori a carta sono ancora molto usati, specialmente nel controllo di processo, i sistemi di acquisizione dati computerizzati possono registrare segnali variabili con maggior versatilità e minor costi.

Il registratore a carta ha il problema delle forze di inerzia se deve andare molto veloce. Per risolvere il problema si usano pennini termici o raggi di luce (deflessa con specchi) su carta fotografica.

3.3.4: Sistemi di acquisizione dei dati

- 2- Tenere i due fili del segnale molto vicini; è meglio che siano attorcigliati l'uno sull'altro. Questo crea una condizione bilanciata, in cui entrambi i conduttori sono affetti da rumore allo stesso modo (segnale di modo comune invece che di modo differenziale). Andrebbero intrecciati anche i conduttori della corrente perchè minimizza il rumore dovuto a campi magnetici, in quanto si formano spire piccolissime, in cui la forza elettromotrice è minima. Bisogna evitare di mettere i fili di segnale troppo vicini a quelli della corrente.
- 3- Se possibile usare una sola terra per l'intero complesso sperimentale. Questo minimizza i problemi legati a loop di terra. Ogni schermo dovrebbe essere connesso a terra con un'unica connessione.
- 4- Amplificare tutti i segnali con amplificatori con input realmente differenziali e alto CMRR.
- 5- Usare fonti di energia di alta qualità. In certi casi potrebbe essere meglio usare batterie per gli strumenti piuttosto che le linee di corrente per minimizzare l'interferenza di rete.

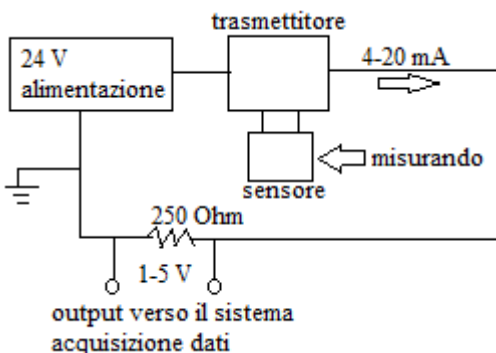
Si dovrebbe sempre controllare che non ci siano segnali di rumore prima di acquisire i dati. Un modo per farlo è osservare i risultati sull'indicatore (o registratore) con un misurando statico applicato al trasduttore. Qualsiasi variazione di output nel tempo rappresenta rumore. Con sistemi da mV con cablaggio improprio non è raro trovare un rumore con ampiezza maggiore di quella del segnale desiderato.

3.4.2: Trasmissione del segnale in alta tensione

La tensione di output di alcuni trasduttori è più alta di 100 mV, di solito è di 0-10 V. Questi trasduttori sono più costosi rispetto a quelli con output in bassa tensione, ma i segnali sono molto meno suscettibili a interferenza. Il motivo per cui sono più costosi è che di solito si include un amplificatore direttamente nel trasduttore. Questi segnali possono essere trasmessi per distanze di 30-100 ft senza gravi problemi.

3.4.3: Trasmissione del segnale in corrente

In questi sistemi l'output del sensore viene convertito in una corrente piuttosto che in una tensione. Nel range del trasduttore, questa corrente può variare tra i 4 e i 20 mA. Questo sistema, un cui esempio è riportato in figura, ha vantaggi significativi ed è ampiamente usato in applicazioni quali centrali elettriche e raffinerie.



A livello del trasduttore, un dispositivo chiamato trasmettitore converte l'output del sensore in una corrente. Questa corrente è poi trasformata in una tensione al terminale ricevente. Se la corrente minima è 4 mA significa che circuiti aperti nei cavi sono facili da individuare: una lettura di 0 mA è possibile solo in caso di circuito aperto.

I segnali di corrente sono molto meno suscettibili a interferenze ambientali rispetto a quelli di tensione perchè la potenza associata al segnale di corrente è molto maggiore se comparata a quella di molti sistemi a tensione analogica. Nei secondi, l'impedenza dell'indicatore/registratore è di solito molto alta (1 MΩ o di più) e la corrente, e di conseguenza la potenza, sono quasi nulle. I segnali di corrente possono essere trasmessi per 2 miglia senza degradazione significativa dovuta al rumore. Tuttavia cavi molto lunghi impongono un limite alle alte frequenze del segnale.

3.4.4: Trasmissione di segnale digitale

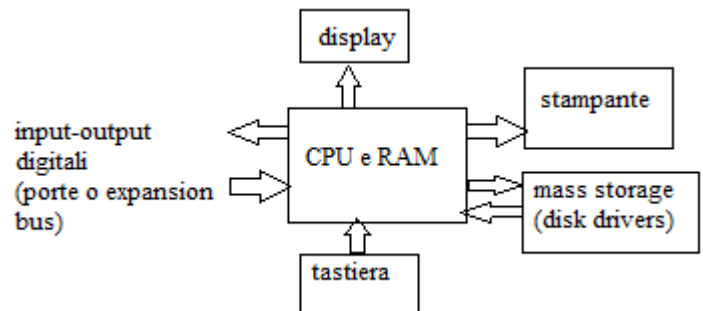
La trasmissione digitale del segnale è di gran lunga il metodo più affidabile, ma spesso il più difficile e costoso da implementare. Nella trasmissione digitale di un segnale, l'informazione del segnale del trasduttore è convertita in una serie di impulsi di tensione, chiamati bits, che trasmettono l'informazione in codice digitale. Se la tensione degli impulsi oltrepassa un certo livello, l'impulso è "on"; se la tensione è al di sotto di un altro livello, l'impulso è "off". C'è una banda tra i due livelli per evitare ambiguità. Quando questi sistemi sono progettati adeguatamente, i segnali sono praticamente immuni da rumore ambientale. I segnali provenienti da satelliti lontani milioni di miglia sono trasmessi con successo tramite onde radio codificate digitalmente. In questi casi il rumore di fondo relativo a segnali radio è molto alto, eppure è possibile estrarre dati di qualità.

computer incorporati sono usati in un'ampia varietà di dispositivi, dalle apparecchiature per imaging clinico ai robot per assemblaggio.

4.2.2: Componenti di un sistema computerizzato (solo leggere. Continua su libro)

Anche se alcuni computer usati per l'acquisizione dati sono altamente specializzati (per es il controllo computerizzato del motore nelle automobili), i computer usati normalmente sono abbastanza standard e hanno le seguenti componenti:

- Central processing unit (CPU);
- Programma (software);
- Random access memory (RAM);
- Mass storage system;
- Display;
- Strumenti di input per l'utente (tastiera, mouse, ecc);
- Stampanti e plotter.



La *central processing unit* (CPU) controlla tutti gli aspetti

delle operazioni del sistema computerizzato e compie tutte le operazioni aritmetiche (moltiplicazioni, addizioni, ecc). Le operazioni della CPU seguono le istruzioni contenute nei programmi forniti dall'utente.

La CPU segue anche istruzioni dai programmi del sistema operativo e da programmi built-in.

La maggior parte dei personal computer ha un singolo processore centrale, ma può avere processori simili che controllano alcuni dispositivi periferici, come lo schermo e la tastiera. Tuttavia, dal momento che c'è un solo processore centrale, per la maggior parte i computer eseguono le istruzioni in maniera sequenziale. Ciò significa che può essere eseguita una sola istruzione alla volta.

Il *programma* provvede un insieme di istruzioni che spingono il computer a svolgere specifiche funzioni. Il programma viene spesso chiamato *software* per distinguerlo dalle componenti elettroniche e meccaniche del computer, note come *hardware*. Il software può essere completamente scritto dall'utente o può essere un software commerciale in cui l'utente specifica solo alcuni input. In certi casi (e spesso nel campo di acquisizione dati), l'utente può combinare la sua programmazione e un software commerciale.

La *random access memory* è un sottosistema del computer che può temporaneamente immagazzinare informazioni. In particolare, immagazzina le istruzioni del programma e i dati numerici quando il computer è in uso. La RAM è costituita solo da componenti elettroniche, senza parti meccaniche in movimento. Ne risulta che possa fornire informazioni al processore centrale ad alta velocità (e immagazzinare informazioni alla stessa velocità). Le informazioni nella RAM possono prontamente essere modificate dalla CPU. La RAM è volatile e tutte le informazioni immagazzinate sono perse quando si interrompe l'alimentazione al computer. Di conseguenza, i programmi e i dati sono immagazzinati permanentemente in strumenti di mass storage. Di solito c'è un altro tipo di memoria nel computer, la *read only memory* (ROM), usata per immagazzinare permanentemente le informazioni richieste dal computer per operare. Di solito l'utente non può modificare le informazioni contenute nella ROM.

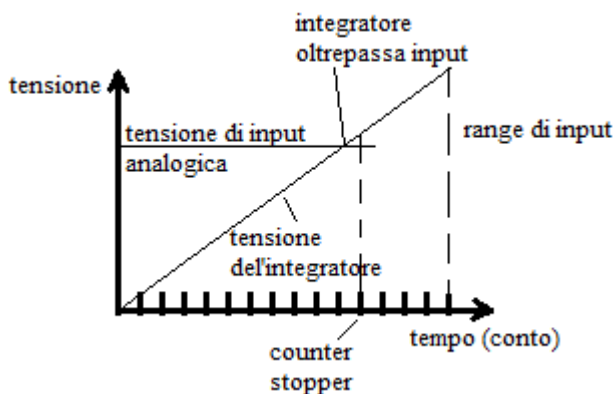
4.3 – Componenti per l'acquisizione dati

Per rendere un computer un sistema di acquisizione dati sono richieste alcune componenti aggiuntive. Multiplexer e convertitori A/D sono quasi sempre presenti e altre componenti sono aggiunte se necessarie. Se è necessario leggere diversi misurandi nello stesso esatto momento, sono necessari strumenti di sample and hold (o sistemi correlati). Se è necessario controllare l'esperimento (o il processo), il computer deve fornire gli output in forma analogica o digitale. Se il segnale di controllo necessario è analogico (per controllare componenti come valvole o riscaldatori), l'output digitale del sistema computerizzato deve essere processato attraverso un convertitore D/A.

4.3.1: Multiplexers

Come detto prima, i computer eseguono le istruzioni in maniera sequenziale. Di conseguenza il metodo più semplice per acquisire dati è leggere gli output dei sensori sequenzialmente. Nella maggior parte dei casi il computer legge le informazioni dai vari canali uno alla volta usando uno strumento chiamato *multiplexer* (MUX). Il MUX, usato in questa applicazione, è essenzialmente un interruttore elettrico. Il computer istruisce il MUX su quale canale selezionare e i dati sono letti e processati. Poi il computer comanda al MUX

digitale significativa. Il range di input può essere classificato come unipolare o bipolare. Un convertitore *unipolare* può rispondere solo a input analogici con lo stesso segno. Esempi del range di input sono 0-5 V o 0- -10V. I convertitori *bipolari* possono convertire input analogici sia positivi che negativi, con range tipicamente di $\pm 5V$ o $\pm 10V$. Molti sistemi computerizzati offrono all'utente la possibilità di scegliere tra modalità unipolare o bipolare.



Un tipo concettualmente semplice di ADC, chiamato convertitore unipolare integrante a singola pendenza (??), serve a dimostrare il processo di conversione.

In questo dispositivo una tensione fissa di riferimento è usata per caricare un integratore a velocità costante. La tensione di output dell'integratore, quindi, cresce linearmente col tempo. Un clock digitale (contatore) viene fatto partire nello stesso momento in cui comincia la carica. La tensione di output dell'integratore viene comparata continuamente con la tensione di input analogica usando un comparatore. Quando la tensione dell'integratore oltrepassa quella di input, il clock digitale viene fermato. Il conto del clock è l'output digitale dell'ADC.

Dal momento che l'output di un ADC cambia in step discreti (un LSB) c'è un errore di risoluzione (incertezza) noto come *errore di quantizzazione*, che viene trattato come un errore casuale. Questo errore di quantizzazione è ± 0.5 LSB. Nelle unità di input, equivale a:

$$\text{errore di risoluzione} = \pm 0.5 \frac{V_{ru} - V_{rl}}{2^N} V$$

dunque cambiamenti nell'input grandi come questa risoluzione possono non essere mostrati nell'output digitale. Per un convertitore a 8 bit, l'errore è di circa $\pm 0.2\%$ del range di input; per un convertitore a 12 bit è di circa 0.01% . L'utente deve scegliere un convertitore con risoluzione adatta per ottenere un'accuratezza accettabile.

Esempio 4.7: un ADC a 12 bit ha un range di input di $\pm 10 V$. Trovare l'errore di risoluzione del convertitore per l'input analogico.

Soluzione: usando l'equazione precedente, si ha:

$$\text{errore di risoluzione in input} = \pm 0.5 \frac{10 - (-10)}{2^{12}} = \pm 0.00244$$

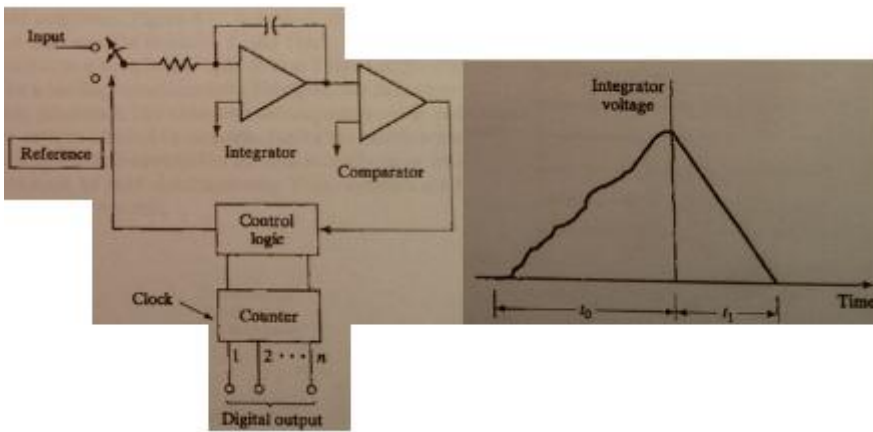
Un'incertezza di risoluzione di $\pm 0.00244 V$ è la migliore che possa essere raggiunta.

Commento: se la tensione di input fosse $0.1 V$ (che si colloca vicino al limite inferiore del range), l'errore di quantizzazione rappresenterebbe il $\pm 2.5\%$ della lettura, che probabilmente non sarebbe accettabile. La soluzione a questo problema è amplificare l'input (con un guadagno ben definito, per es 10) prima che il segnale entri nel convertitore.

Se il segnale di input varia rapidamente, l'ADC causa un altro errore dovuto al tempo di apertura del convertitore, che è il tempo richiesto per convertire il segnale di input. Poiché il tempo di apertura è sempre maggiore di zero, la tensione di input in generale cambierà durante il processo di conversione. Il valore dell'input all'inizio della conversione può essere solo valutato con un certo errore, che dipende dal tempo di apertura e dalla velocità a cui il segnale di input varia. Per minimizzare questo problema, in sistemi di acquisizione dati computerizzati si inserisce un componente aggiuntivo, chiamato *sample and hold*, tra il MUX e l'ADC. Questo strumento legge il valore di input molto rapidamente e poi mantiene un valore costante per l'input dell'ADC durante il tempo di conversione. Per es, il tempo di conversione è tipicamente di 10-25 μs , ma un *sample and hold* può leggere i dati in 1.5 μs o meno.

4.3.3: convertitori A/D in pratica

Il tipo più comune di ADC usato in sistemi di acquisizione dati, il *convertitore per approssimazioni successive*, impiega una tecnica di dimezzamento degli intervalli. In questo dispositivo viene creata una serie di tensioni analogiche note e viene comparata alla tensione di input analogica. Al primo tentativo, un intervallo di tensione di metà dello span di input è comparato con la tensione di input. Questo confronto



Un ADC comunemente usato nei voltmetri digitali è il *dual-slope integrating converter* (schema a blocchi e rappresentazione grafica dell'operazione in figura). In questo dispositivo, la tensione di input V_i è connessa a un integratore per un periodo di tempo fisso t_0 . Questo processo risulta in una tensione nell'integratore. In seguito la tensione

di input analogica viene disconnessa dall'integratore e una tensione di riferimento V_r di polarità opposta a V_i viene connessa all'integratore. Un contatore viene usato per misurare il tempo t_1 necessario per ridurre la tensione dell'integratore a zero. Matematicamente il tempo t_1 può essere espresso come:

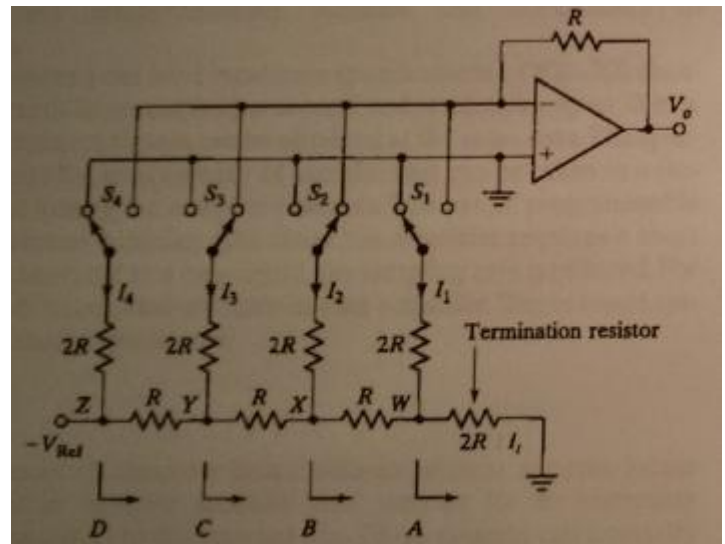
$$t_1 = t_0 \frac{V_i}{V_r}$$

Poiché t_0 e V_r sono fissi, t_1 è proporzionale a $V_i t_1$, che è l'output del contatore e quindi è in forma digitale: è una rappresentazione digitale della tensione di input. Questi dispositivi sono probabilmente il tipo più accurato di ADC e hanno il vantaggio di integrare l'input nel tempo, rimuovendo il rumore per averaging. Il tempo di conversione è piuttosto alto (4-8 ms), quindi i dispositivi sono adatti solo per i sistemi di misura più lenti.

4.3.4: Convertitori D/A

In certi casi il sistema di acquisizione dati è usato solo per raccogliere dati, ma non è raro che il computer sfrutti i dati raccolti per cambiare alcuni aspetti del sistema di misura. Negli impianti, questa sarà una funzione di controllo. Negli esperimenti, potrebbe essere un controllo o una variazione di variabili indipendenti dell'apparato sperimentale. Per es, se si sta determinando la prestazione di un semiconduttore in funzione della T, il computer potrebbe acquisire tutti i dati rilevanti, poi far variare la potenza di un riscaldatore per far variare la T, monitorare la T finché non si sia stabilizzata di nuovo e poi acquisire altri dati.

La maggior parte degli strumenti usati per controllare un sistema, come solenoidi, riscaldatori e valvole, sono strumenti analogici e funzionano in base a tensioni di input analogiche. Per farli operare sotto il controllo di un computer, i suoi segnali digitali vanno convertiti in segnali analogici. Se lo strumento analogico è semplicemente una componente on-off, si possono usare relè controllati digitalmente. Se lo strumento analogico richiede un controllo proporzionale, allora è necessario un convertitore D/A (o DAC). I vari bit del segnale digitale sono usati per operare un set di interruttori elettronici. La tensione analogica di output sarà proporzionale al numero di input digitali. I DAC hanno le stesse specifiche degli ADC: numero di bit di input, range dell'output analogico e velocità di conversione. Come per gli ADC, si usano svariati codici.



In generale la potenza dell'output di un DAC è insufficiente a far funzionare un dispositivo direttamente: bisogna usare un amplificatore.

4.3.5: Sottosistemi di sample and hold simultanei

Quando un DAS usa un MUX, i canali individuali non sono letti esattamente allo stesso tempo. Se i segnali di input variano lentamente rispetto al tempo necessario a completare tutte le letture, questo non è un problema. In certi casi è importante che tutti i canali (o un loro sottoinsieme) siano letti esattamente allo stesso momento. Per risolvere questo problema i canali di interesse possono essere connessi a un sottosistema di sample and hold simultanei. I sample and hold sono programmati in modo da effettuare la lettura allo stesso momento. Tuttavia i dati da questi canali non sono immediatamente processati: il computer

Tipi più elaborati di sistemi di acquisizione dati basati su pc collocano le componenti in moduli separati che si connettono al computer tramite porte o adattatori. Questi sistemi normalmente possono gestire un maggior numero di canali (migliaia). Questi componenti esterni di solito sono connessi l'uno all'altro da sistemi di cavi digitali specializzati.

I computer per il controllo di processi, usati in linee di produzione automatizzate, impianti chimici o petroliferi e centrali elettriche, sono più sofisticati dei normali pc. Questi sistemi possono acquisire dati da centinaia di sensori, eseguire calcoli in tempo reale e controllare i processi. Di solito queste applicazioni hanno un ambiente ostile e richiedono sistemi duraturi e affidabili.

4.4.3: Connettività digitale

C'è un gran numero di connessioni standard tra strumenti digitali, ciascuna trasmette il messaggio in maniera diversa, ma tipicamente è basata sull'invio di impulsi a frequenze sincronizzate o tramite clock. In questo modo il livello di tensione può essere letto periodicamente (per es ogni 10 ns per un segnale a 100 MHz) e il suo valore (alto o basso) costituisce un singolo bit. I dettagli tecnici di ogni standard definiscono un gran numero di questioni, per es come il segnale di clock venga sincronizzato tra trasmettitore e ricevitore, regole per assicurarsi che i dispositivi stiano comunicando, livelli di tensione, tipi di connessione, numero di linee, ecc. Gli standard moderni consentono una comunicazione in due direzioni, compatibilità inversa e invio di energia. La maggior parte dei componenti di un sistema acquisizione dati esistono in diversi formati, garantendo all'utente un'ampia flessibilità nella progettazione del sistema.

Il modo più diretto per connettere uno strumento digitale a un pc è lo slot PCI, di solito costruito direttamente nella scheda madre. Un PCI slot standard usa un clock a 33 MHz per trasmettere una segnale in parallelo a 32 bit, con una velocità di trasferimento dei dati di 1066 Mbit/s (o 133 MB/s): questa è la velocità di riferimento. Questi slot forniscono anche un'alimentazione in corrente dalla scheda madre al dispositivo. Varianti di questa architettura di base comprendono PCI-X (PCI extended) e PCIe (PCI express), che migliorano la velocità di trasferimento dati e la geometria rispetto alla PCI standard. L'uso di slot PCI collega direttamente il dispositivo alla CPU e consente al dispositivo di sfruttare la potenza di calcolo del pc; inoltre le connessioni dirette forniscono la maggior velocità di trasferimento dati. Questi dispositivi, però, sono limitati dal numero di slot disponibili nella scheda madre, dall'alimentazione disponibile e dalla relativa immobilità una volta dei dispositivi una volta che sono stati installati su un pc. In più i normali computer potrebbero non essere adatti in ambienti industriali, dove le vibrazioni eccessive e le variazioni di temperatura possono compromettere le prestazioni. In questi casi si può ricorrere a una piattaforma dedicata, come la PXI (PCI extension Instrumentation), che ha gli stessi standard tecnici della PCI, ma ha dei miglioramenti che la rendono più adatta all'uso in ambienti simili.

In aggiunta alle connessioni interne dirette, molti componenti DAQ possono essere presi con opzioni di connessione esterna tramite cavo che usano standard come USB, IEEE1394, ethernet, RS-232, RS-422 e IEEE488 (GPIB). La porta USB non è stata originariamente pensata per la strumentazione; tramite ethernet si possono creare reti di sensori complesse, delocalizzando l'esperimento.

Dal punto di vista dell'acquisizione dati, l'utente è interessato alla velocità e alla distanza su cui si può trasmettere l'informazione dal dispositivo esterno al pc. In molti casi, la velocità di trasferimento e la lunghezza dei cavi dipendono da altri fattori, come il tipo di cavo e la presenza di rumore elettromagnetico nel sistema. Per aumentare la lunghezza si possono usare ripetitori; la distanza è stata aumentata notevolmente con i recenti avanzamenti nelle comunicazioni basate su fibra ottica. Ciascuna famiglia di standard ha un design unico del connettore, cosa che consente la rapida identificazione del tipo di dispositivo usato e previene la connessione accidentale ad altri tipi di standard. Molti standard (come USB) sono compatibili con quelli precedenti, in modo che i dispositivi basati su vecchi standard possano comunicare con dispositivi o pc più recenti, sebbene con la velocità delle vecchie specifiche. Inoltre molti standard recenti hanno una fornitura di energia per il dispositivo connesso, eliminando la necessità di una fonte di energia esterna per dispositivi che ne richiedono poca.

Di recente sono diventate prevalenti le connessioni wireless. Gli standard che si trovano più comunemente nelle case sono IEEE802.11b e IEEE802.11g, che consentono la connessione dei dispositivi entro una distanza limitata. In più i cellulari consentono la connessione remota di molti dispositivi a un pc tramite internet. La velocità e la lunghezza delle connessioni wireless dipende molto dalla forza del segnale tra ospite e ricevitore e generalmente sono più lente degli equivalenti connessioni fisiche. Tuttavia la connessione wireless consente la mobilità, in modo tale che un sistema di misura non sia confinato a un singolo luogo.

sceglie un oscilloscopio per una particolare misura. Il primo è l'*ampiezza di banda*, definita come la frequenza alla quale un segnale di input sinusoidale è attenuato di -3 dB (cioè l'output è il 70.7% dell'ampiezza di input) ed è anche il parametro più influente sul costo. L'ampiezza di banda tiene in considerazione la risposta in frequenza di tutti gli elementi prima della digitalizzazione (amplificatori, circuiti di connessione, ecc) ed è diversa dalla *frequenza di campionamento*, che si riferisce alla velocità con cui il digitalizzatore campiona il segnale e che tipicamente è molto maggiore dell'ampiezza di banda. Un'ampiezza di banda insufficiente può portare alla distorsione del segnale, specialmente se esso contiene alte frequenze o bordi appuntiti, come è comune nei segnali digitali ad alta velocità. Altri parametri importanti sono la *lunghezza di registrazione*, che è il numero di punti che possono essere acquisiti e immagazzinati per una data forma d'onda, e il *waveform capture rate*, che è una misura di quanto possano essere lette e catturate forme d'onda successive.

4.4.6: Data loggers

Sono usati per raccogliere e immagazzinare dati nello stesso modo dei sistemi di acquisizione dati, ma di solito sono più semplici e specializzati. Non hanno interfaccia con l'esterno: acquisiscono dati lentamente ma per tempi molto lunghi. Si possono trovare in costruzioni, aerei, auto. Alcune caratteristiche comuni dei data logger sono:

- Microprocessore e memoria (spesso non volatile);
- Numero di canali limitato (di solito 4-8);
- Basse frequenze di campionamento (a volte 1 Hz);
- Operazioni automatiche;
- Contenitori durabili;
- Batterie;
- Display e tastiere assenti o limitati;
- Connessione a un pc per programmazione/set up e download dei dati.

I data loggers possono avere un'ampia varietà di caratteristiche, come comunicazioni wireless, connessione a internet, alte frequenza di campionamento per un breve periodo di tempo. Ci sono molte soluzioni disponibili in commercio.

4.5 – Software per sistemi di acquisizione dati

Perchè un sistema di acquisizione dati computerizzato (con possibili funzioni di controllo) funzioni adeguatamente, il sistema deve essere usato sfruttando un apposito software. Per es per acquisire un campione dei dati si devono eseguire le seguenti istruzioni:

1. Comandare al MUX di selezionare un canale;
2. Comandare all'ADC di fare la conversione;
3. Acquisire il risultato e immagazzinarlo in memoria.

Nella maggior parte delle applicazioni sono richieste anche altre istruzioni, come impostare il guadagno dell'amplificatore o far acquisire dati a un sistema simultaneo di sample and hold. Il software necessario dipende dall'applicazione.

4.5.1: Pacchetti di software commerciali

Nell'industria del controllo di processo sono disponibili da un po' di tempo programmi sofisticati. Usando selezioni da vari menù, l'operatore può configurare il programma per la particolare applicazione. I sistemi sono per lo più configurati da tecnici piuttosto che da ingegneri o programmatori, quindi è importante che il software sia semplice. Per funzioni di controllo o di processo più complicate, si possono inserire istruzioni in linguaggi più elevati, come il C.

Ci sono molti pacchetti software molto sofisticati disponibili per sistemi di acquisizione dati basati su pc. Sono molto versatili e vengono configurati per un'applicazione particolare usando menù o icone. Possono permettere l'inclusione di moduli programmati in C: questi pacchetti sono la scelta migliore per la maggior parte degli esperimenti.

frequenze che compaiono nei dati di output, sono solo artefatti del processo di campionamento e non sono presenti in nessun caso nei dati originali.

Con una $f_c = 20.1$ Hz si può interpretare una frequenza di 10 Hz, come quella dei dati originali. Per ogni f_c maggiore di $2 f_m$, la frequenza apparente più bassa sarà uguale alla frequenza reale. (ESAME!!)

Questa imposizione sulla frequenza di campionamento è nota come *teorema del campionamento*, che afferma che la f_c deve essere maggiore del doppio della frequenza più alta presente nel segnale originale per poter ricostruire correttamente la forma d'onda originale:

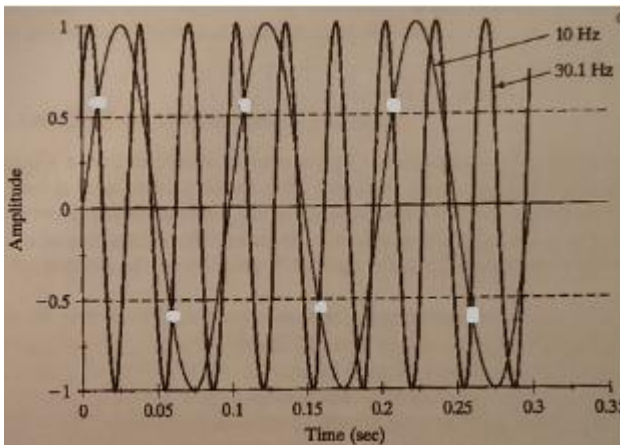
$$f_c > 2 f_m$$

ATTENZIONE: f_m è la massima frequenza presente nel segnale, non la massima frequenza di interesse!

Il teorema garantisce la ricostruibilità del segnale, ma non è detto che la visualizzazione sia ottimale (figura con $f_c = 20.1$ Hz non ha l'aspetto di un seno!).

Se il teorema del campionamento è rispettato, esistono serie che consentono di ricostruire il segnale nel tempo; se non è rispettato, non c'è modo per ricostruire il segnale.

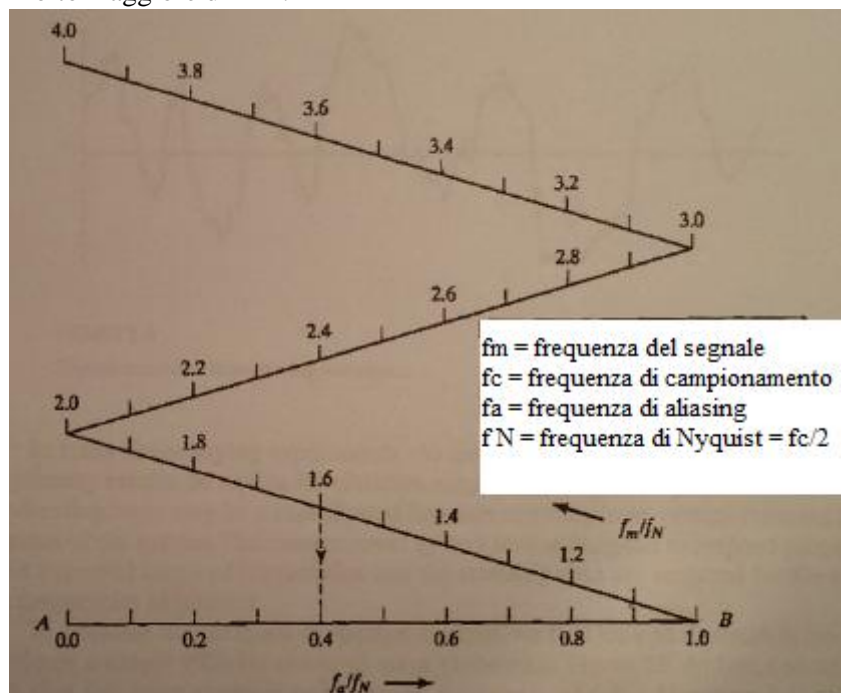
Il teorema del campionamento ha una solida base teorica. C'è qualche prova che riconduce il concetto di base al matematico del XIX sec Augustin Cauchy. Il teorema fu introdotto formalmente nella moderna tecnologia da Nyquist e Shannon ed è fondamentale per la teoria delle comunicazioni. Nel progettare un esperimento, per eliminare gli alias dai dati campionati è fondamentale determinare una f_c e un filtraggio appropriati.



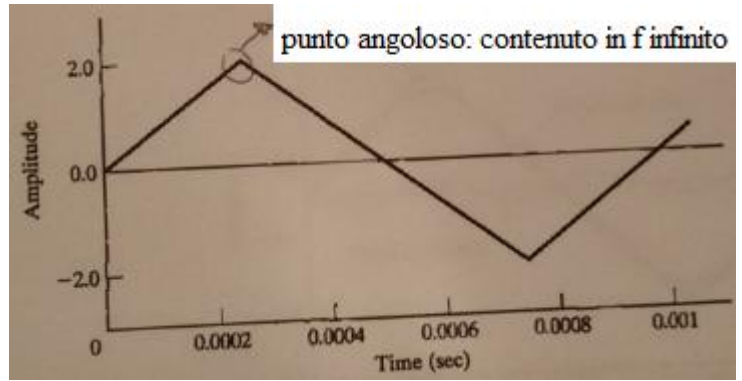
Anche se il segnale è campionato correttamente (cioè a $f_c > 2 f_m$), si possono interpretare i dati come coerenti con frequenze maggiori di quella reale del segnale. Per es in figura si vedono gli stessi campioni ottenuti con $f_c = 20.1$ Hz (pallini). Si nota come essi possano appartenere a un seno con $f_m = 10$ Hz, ma anche con un seno con $f_m = 30.1$ Hz. In realtà ci sono un numero infinito di frequenze più grandi che possono rispecchiare i dati. Tuttavia, se il teorema del campionamento è rispettato (magari anche con un opportuno filtraggio), nei dati non saranno presenti frequenze minori di $f_c/2$ che siano consistenti, eccetto la frequenza corretta. Le frequenze più alte si possono non prendere in considerazione, dato che si sa che non esistono; spesso le si rimuove con un filtro passa basso con frequenza di taglio pari a f_m (filtri anti-aliasing). Alcune

schede filtrano il segnale in automatico, ma sono costose; il segnale va filtrato prima della digitalizzazione, quindi il filtro è analogico. Poichè non esiste un filtro a pendenza infinita, dopo il filtraggio potrebbe esserci ancora aliasing; per questo è meglio se f_c è molto maggiore di $2f_m$.

In certi casi il teorema del campionamento potrebbe non essere stato rispettato e si potrebbe voler stimare la minor frequenza di aliasing, che di solito è la più evidente nei dati campionati. Un metodo semplice per stimarla è usare il diagramma a pieghe, che permette di prevedere le frequenze di alias note la frequenza del segnale e la frequenza di campionamento. Per usare questo diagramma è necessario calcolare la frequenza di Nyquist, $f_N = f_c/2$.



Per esaminare i metodi di analisi spettrale, consideriamo un'onda a dente di sega a 1000 Hz. Si potrebbe pensare che questo segnale contenga una singola frequenza (1000 Hz), ma in realtà contiene tutte le frequenze che sono un intero dispari multiplo di 1000, per es 1000, 3000, 5000 Hz. Il metodo usato per determinare queste frequenze è l'analisi delle serie di Fourier.



Per le serie di Fourier si parte da segnali definiti analiticamente, cosa che sperimentalmente non capita. Dunque, se si ha un segnale periodico e noto analiticamente si può usare la serie di Fourier, che è una serie discreta di termini armonici tutti parenti della frequenza fondamentale (data da $1/T$, con T = periodo). È una serie discreta ma infinita perchè il segnale è analogico. I parametri sono ottenuti per integrazione: è una serie infinita di integrali. Sperimentalmente, un segnale può sempre essere considerato periodico: se si acquisisce per un tempo T , esso viene assunto come periodo.

La frequenza minore mostrata in figura, f_0 , è la *frequenza fondamentale* o *della prima armonica*; ha periodo T_0 e frequenza angolare ω_0 (con $\omega = 2\pi f$, dove $f = 1/T$). Ogni funzione periodica $f(t)$ può essere rappresentata dalla somma di una costante e di una serie di onde seno e coseno. In formula:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + \dots + a_n \cos(n\omega_0 t) + b_1 \sin(\omega_0 t) + \dots + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

La formula è parente dell'antitrasformata di Fourier, ma non ci aiuta a determinare la frequenza massima del segnale (necessaria per determinare la frequenza di campionamento).

La costante a_0 è semplicemente la media temporale della funzione nel periodo T :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

La costante a_n può essere valutata da:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

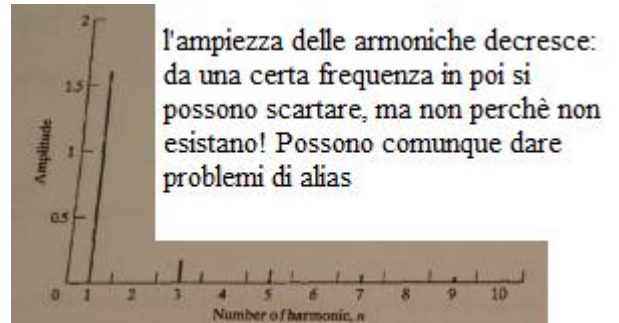
Mentre la costante b_n può essere valutata da:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

Le costanti a_n e b_n possono essere calcolate in maniera diretta per ogni funzione periodica, ma solo per un certo numero di termini (la serie è infinita). Dato che $f(t)$ di solito non può essere espressa in forma di equazione, i coefficienti vengono valutati in modo numerico.

La funzione $f(t)$ è pari se $f(t) = f(-t)$: se è pari, $f(t)$ può essere rappresentata da una serie di Fourier di soli termini coseno. La funzione $f(t)$ è dispari se $f(t) = -f(-t)$; se è dispari, $f(t)$ può essere rappresentata da una serie di Fourier di soli termini seno. Molte funzioni non sono nè pari nè dispari e richiedono i termini sia in seno che in coseno. Se le equazioni appena descritte sono applicate alla funzione dente di sega dell'esempio, si trova che tutti i coefficienti a sono nulli (è una funzione dispari) e che i coefficienti b pari sono nulli anch'essi.

È utile rappresentare le ampiezze delle armoniche in un diagramma ampiezza vs frequenza. Si vede che le armoniche oltre la quinta hanno un'ampiezza molto bassa. Spesso ciò che conta è il contenuto energetico di un segnale e, dato che l'energia è proporzionale al quadrato dell'ampiezza, le armoniche più alte contribuiscono molto poco all'energia del segnale.



La figura seguente mostra la prima e la terza armonica e la loro somma confrontata con la funzione $f(t)$. Si vede che tale somma rappresenta abbastanza bene la funzione dente di sega. Il problema principale sembra essere un arrotondamento del picco, problema che verrebbe ridotto se si considerassero le armoniche più alte (per es la quinta e la settima). Questo tipo di analisi di Fourier può essere molto utile nel determinare la risposta in frequenza di strumenti. Per es, se lo sperimentatore considera la somma di prima e terza armonica

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Negli esperimenti un segnale è misurato solo per un periodo di tempo finito e, con i sistemi di acquisizione dati computerizzati, è misurato solo a tempi discreti. Un segnale simile non è adatto all'analisi con la trasformata di Fourier continua, ma è meglio usare la *trasformata di Fourier discreta* (DFT):

$$F(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t) e^{-j(2\pi k\Delta f)(n\Delta t)}$$

Con $k = 0, 1, \dots, N-1$ (non va a infinito!)

Inoltre si ha $k\Delta f = \omega$.

N è il numero di campioni acquisiti nel periodo di tempo T . Si ha:

$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad \Delta t = \frac{T}{N}$$

In pratica solo scegliendo T si sceglie automaticamente la frequenza fondamentale. Per es:

$$\begin{cases} T = 10 \text{ s} \\ N = 1000 \text{ campioni} \end{cases} \rightarrow f_s = \frac{N}{T} = 100 \text{ Hz}$$

$$\text{Inoltre: } \Delta t = \frac{1}{f_s} = 0.01 \text{ s} \quad \Delta f = \frac{1}{T} = 0.1 \text{ Hz} \quad f_N = \frac{f_s}{2} = 50 \text{ Hz}$$

Dove f_s è la frequenza di campionamento; f_N è la massima frequenza rappresentabile.

Le F ricavate con la DFT sono i coefficienti complessi di una serie di sinusoidi con frequenze $0, \Delta f, 2\Delta f, \dots, (N-1)\Delta f$. L'ampiezza di F per una data frequenza rappresenta il contributo relativo di quella frequenza al segnale originale.

Solo i coefficienti per le sinusoidi con frequenza tra 0 e $(N/2 - 1)\Delta f$ sono usati nell'analisi del segnale. I coefficienti delle restanti frequenze forniscono un'informazione ridondante. Le richieste del teorema del campionamento di Shannon impediscono l'uso delle frequenze al di sopra di $(N/2)\Delta f$. La frequenza di campionamento è N/T , quindi la massima frequenza ammissibile nel segnale campionato sarà meno di metà di quel valore, cioè $N/2T = N\Delta f/2$.

Il segnale originale può essere ricostruito a partire dalla DFT usando la trasformata di Fourier inversa, data da:

$$f(n\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k\Delta f) e^{j(2\pi k\Delta f)(n\Delta t)}$$

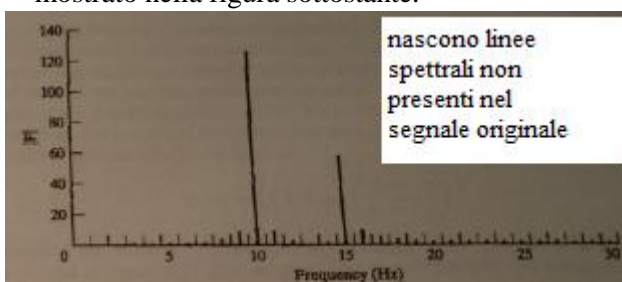
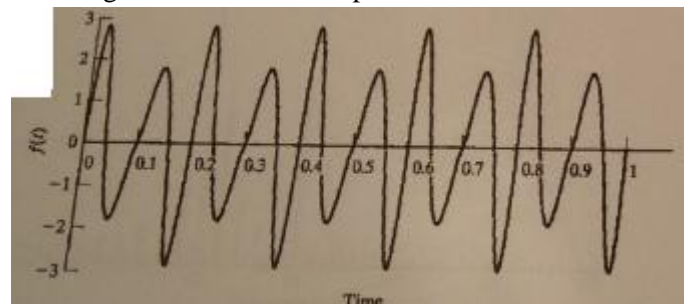
Con $n = 0, 1, \dots, N-1$ (non va a infinito!)

I valori di F possono essere valutati tramite integrazione numerica diretta. Il tempo necessario al pc è più o meno proporzionale a N^2 : per alti valori di N , questo può essere proibitivo. Per calcolare la trasformata di Fourier più velocemente è stato sviluppato un algoritmo chiamato *Fast Fourier Transform* (FFT), che richiede un tempo proporzionale a $N \log_2 N$, molto meno dell'integrazione diretta. L'unica restrizione è che N deve essere una potenza di 2 (128, 256, 512 e così via). Programmi che eseguono la FFT sono inclusi nei principali programmi di calcolo; inoltre l'algoritmo per la FFT è costruito anche in strumenti chiamati *analizzatori di spettro*, che possono discretizzare un segnale analogico e usare la FFT per determinarne le frequenze.

Consideriamo per es una funzione che abbia una componente a 10 e una a 15 Hz.

$$f(t) = 2 \sin 2\pi 10t + \sin 2\pi 15t$$

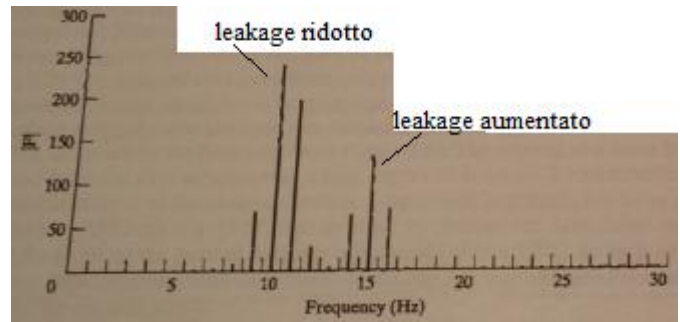
Poiché la funzione è composta da due seni a 10 e 15 Hz, ci aspettiamo di trovare alti valori di F a queste frequenze con l'analisi DFT. Se discretizziamo il segnale in 128 campioni ed eseguiamo una FFT, il risultato è quello mostrato nella figura sottostante.



$$\begin{cases} T = 1 \text{ s} \\ N = 128 \text{ campioni} \end{cases} \rightarrow f_s = \frac{N}{T} = 128 \text{ Hz}$$

Si nota che il periodo di acquisizione T contiene un multiplo intero di periodi per entrambe le componenti del segnale.

distingue di più; tuttavia l'ampiezza del segnale a queste frequenze è sottostimata. Questo è dovuto al fatto che la fenestratura riduce l'ampiezza media del segnale originale. Questo guadagno in risoluzione in frequenza a scapito dell'ampiezza è comune a tutte le funzioni di fenestratura. Le finestre con una buona risoluzione in frequenza ma con una minor determinazione dell'ampiezza sono dette essere di alta risoluzione ma di basso range dinamico. In letteratura sono state definite una gran varietà di finestre: ogni tipo ha le sue caratteristiche uniche. La scelta migliore dipende dall'applicazione e dalle preferenze dell'utente. Alcune finestre comuni sono la rettangolare, di Hamming, di Hann, coseno, Lanczos, Bartlett, triangolare, Gauss, Bartlett-Hann, Blackman, Kaiser, Blackman-Harris, Blackman-Nuttall. La finestra flat top è un esempio di finestra che predilige l'ampiezza corretta rispetto alla forma dello spettro.



Nelle figure precedenti si è usata una scala lineare sia per l'ampiezza che per la frequenza; in realtà è più comune usare uno o entrambi gli assi in scala logaritmica. Nel caso dell'ampiezza è comune plottare la *densità di potenza spettrale*, che tipicamente è rappresentata in dB.

La maggior parte dei segnali incontrati nella pratica avrà lunghezza molto maggiore degli esempi presentati. Si consideri un segnale campionato a 40 kHz per un periodo di 10 s: ci saranno 400 000 campioni. È possibile calcolare la DFT per $N = 400\,000$, ma non è una situazione ottimale e può dare risultati fuorvianti. In questo caso la risoluzione apparente della FFT sarebbe $\Delta f = 0.1$ Hz. Come si è visto, il leakage probabilmente limiterà la risoluzione a valori molto più alti ed è improbabile che serva una risoluzione così alta in pratica. È più comune usare i metodi di Bartlett o di Welch, in cui il segnale campionato è diviso in parti di ugual lunghezza e a ciascuna parte si applica una finestra. Si calcola una FFT per ogni segmento, poi si fa la media per produrre una singola FFT per l'intero segnale. Per es, il segnale precedente potrebbe essere diviso in 390 segmenti con 1024 campioni l'uno; la FFT di ciascun segmento avrebbe una risoluzione di 39.06 Hz, che è sufficiente per molte applicazioni. Il maggior vantaggio di questa forma di analisi è che si riduce ogni incertezza nei coefficienti di Fourier tramite l'operazione di media; questo porta ad avere una curva molto più arrotondata rispetto a quella ottenibile da una singola FFT. Nel metodo di Bartlett non c'è sovrapposizione tra i segmenti, mentre in quello di Welch può esserci (tipicamente al 50%) in modo da prendere in considerazione una parte maggiore del contenuto del segnale.

5.4 – Selezionare la frequenza di campionamento e il filtraggio

5.4.1: Selezionare la frequenza di campionamento (fs)

Si è visto che i segnali possono essere considerati come composti da un gruppo di sinusoidi a frequenze diverse. Nella maggior parte dei casi lo sperimentatore può determinare la maggior frequenza di interesse, indicata con f_c . Di solito, però, il segnale contiene una quantità di energia non indifferente a frequenze maggiori di f_c . Se il segnale viene registrato con uno strumento analogico, tali frequenze maggiori non sono di interesse: saranno o registrate fedelmente o attenuate dallo strumento. Se però il segnale deve essere registrato solo a intervalli discreti di tempo, si possono generare falsi (alias) nella registrazione.

Il teorema del campionamento non dice che per evitare aliasing la frequenza di campionamento deve essere almeno il doppio della frequenza di interesse, ma afferma che la f_s deve essere almeno il doppio della massima frequenza del segnale, indicata con f_m . Per es si consideri un segnale che abbia le componenti sinusoidali di Fourier a 90, 180, 270 e 360 Hz. Se siamo interessati solo alle frequenze minori di 200 Hz, potremmo usare $f_s = 400$ Hz. Tuttavia nel nostro output campionato vedremo frequenze a 130 e 40 Hz, che sono alias causati dalle componenti a 270 e 360 Hz del segnale.

Se la frequenza di campionamento è indicata con f_s , il teorema del campionamento afferma:

$$f_s > 2 f_m$$

Se si imposta la f_s a un valore che sia almeno il doppio di f_m , non dovremmo solo evitare l'aliasing, ma anche essere in grado di ricostruire (almeno in teoria) il segnale originale. Nell'esempio precedente, in cui $f_m = 360$ Hz, si dovrebbe selezionare una $f_s > 720$ Hz.

N.B: anche se di solito è meglio attenersi alla regola $f_s > 2f_m$, in certi casi lo si può evitare in quanto è una richiesta più conservativa di quanto sia necessario per eliminare gli alias nel range 0- f_c . Per f_s comprese tra una frequenza campionata f e il doppio di tale frequenza, la minor frequenza di alias è la differenza tra f e la frequenza di campionamento. Si assuma di aver scelto una f_s tale che la minor frequenza di alias, indicata

adeguato per scopi pratici. Per sistemi che usano un ADC, la decisione può essere basata sulle caratteristiche del convertitore. Per un dato convertitore, c'è una tensione di input al di sotto della quale esso produrrà un output che sarà lo stesso di quello che sarebbe prodotto da un input nullo (è inferiore al LSB).

L'attenuazione di segnale richiesta può essere determinata calcolando un parametro dell'ADC chiamato *range dinamico*. Per un convertitore con N bit, il range dinamico è:

$$\text{range dinamico} = 20 \log_{10}(2^N) \text{ dB}$$

Per convertitori monopolari a 8 o 12 bit, i range dinamici sono rispettivamente 48 e 72 dB. Per convertitori bipolari, N è ridotto di 1 dal momento che un bit è usato per rappresentare il segno dell'input. Per convertitori bipolari a 8 o 12 bit, i range dinamici sono rispettivamente 42 e 66 dB.

Se sappiamo che l'ampiezza di una componente in frequenza di input non oltrepassa il range di input dell'ADC e poi attenuiamo quella componente del segnale di una quantità pari al range dinamico del convertitore, possiamo essere sicuri che essa non produrrà nessun output digitale. Per scegliere un filtro bisogna definire una frequenza di taglio e una pendenza di attenuazione. Nella maggior parte dei casi si può impostare come frequenza di taglio la massima frequenza di interesse f_c ; poi si può determinare f_m in base alla pendenza di attenuazione del filtro (dB/ottava). Seguendo Taylor (1990), usiamo il range dinamico per determinare la frequenza di campionamento necessaria (o al contrario, il filtraggio richiesto per una data frequenza di campionamento). Il numero di ottave richiesto per attenuare un segnale del numero di dB corrispondente al range dinamico è:

$$N_{oct} = \frac{\text{range dinamico}}{\text{pendenza di attenuazione} \left(\frac{dB}{oct}\right)}$$

Dunque f_m può essere valutata come:

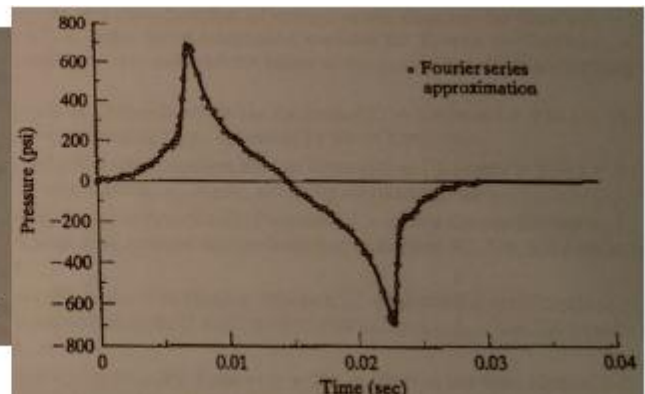
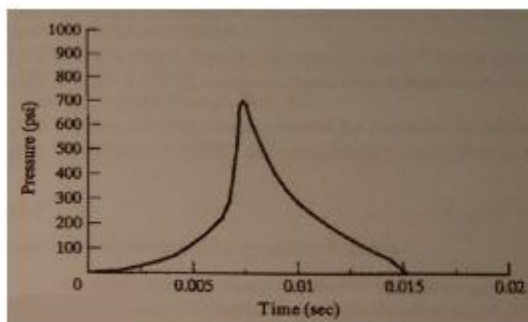
$$f_m = f_c 2^{N_{oct}}$$

Si imposta la frequenza di campionamento come $2f_m$. Se la f_s così determinata è troppo alta per essere pratica, si deve specificare un'attenuazione maggiore.

Questo approccio è vincolante e assume solo che la tensione del segnale composito (la somma di tutti i componenti di Fourier) sia scalata in modo da essere esattamente nel range di input dell'ADC. Nella maggior parte dei casi le componenti a frequenza maggiore del segnale che richiedono attenuazione hanno ampiezze molto minori del segnale composito, quindi richiedono meno attenuazione. Usando un'analisi più dettagliata che tenga conto delle ampiezze reali delle componenti in frequenza al di sopra di f_c , di solito è possibile usare una f_s più bassa o una pendenza di attenuazione del filtro minore.

I filtri antialiasing spesso richiedono sostanziali pendenze di attenuazione. Questi alti livelli di attenuazione presentano dei problemi pratici nei sistemi reali. Per es un filtro di Butterworth attenua solo 6 dB/oct (un'ottava è un raddoppiamento della frequenza) e servono 8 ottave per attenuare un segnale di 48 dB. Di conseguenza di solito servono filtri di ordine maggiore: un filtro di Butterworth di ordine 8 può attenuare un segnale di 48 dB in una sola ottava. Tuttavia i filtri di ordine alto hanno altri effetti, come ampi shift di fase in banda passante. Bisogna trovare un compromesso tra ordine del filtro e frequenza di campionamento.

Esempio 5.3: un sistema di acquisizione dati computerizzato deve essere usato per registrare i dati di un trasduttore di temperatura connesso alla camera di combustione di un motore che gira a 4000 rpm. Il sistema ha un ADC bipolare a 8 bit e una f_s massima di 10000 Hz. Specificare un filtro adatto e la f_s richiesta.

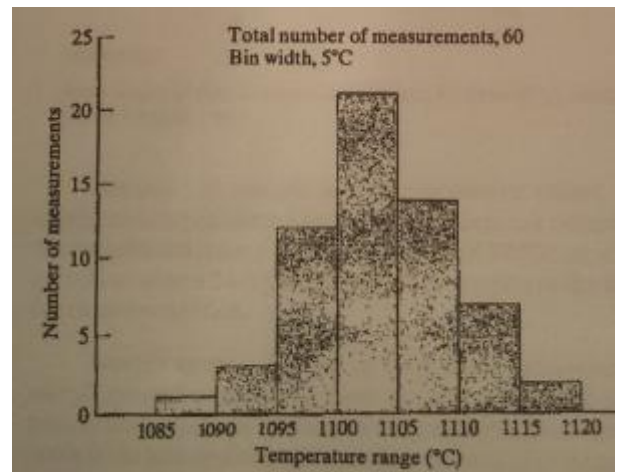


Per aiutarci a visualizzare i dati è utile rappresentarli sotto forma di diagramma a barre: un simile grafico usato per analisi statistiche è chiamato *istogramma*. Per crearlo, si organizzano i dati in gruppi, chiamati *classi* (di solito sono 10-15). Ogni classe ha la stessa ampiezza (range di valori di temperatura): non devono essere troppo piccole, se no potrebbero contenere zero elementi. In seguito si costruisce il grafico in modo che l'altezza di ogni barra sia proporzionale al numero di letture fatte per ogni

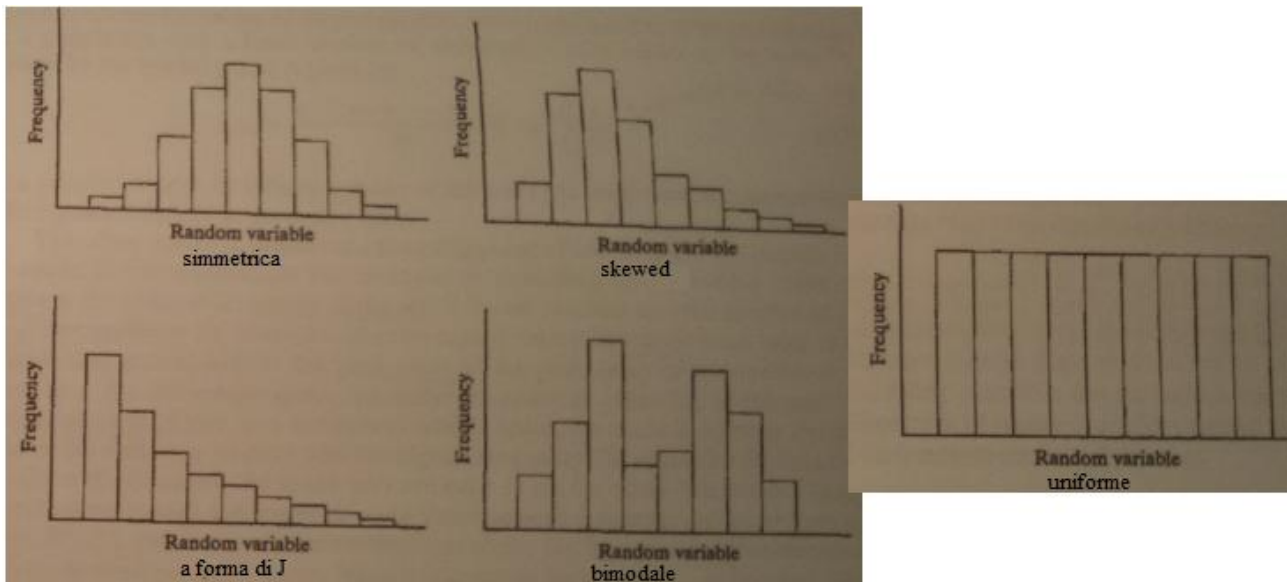
classe (frequenza di occorrenza).

Si nota che c'è un picco nel numero di letture vicino al centro del range di temperatura.

Inoltre il numero di letture minori o maggiori del valore centrale cala rapidamente. Infine, la curva ha forma a campana, non parabolica: il numero di letture lontano dal centro, sebbene piccolo, non è nullo. Queste caratteristiche dei dati sono comuni, ma non si presentano sempre uguali nei risultati sperimentali. La figura sottostante mostra altre possibili forme di distribuzione.



Bin (°C)	Number of measurements
$1085 \leq T < 1090$	1
$1090 \leq T < 1095$	3
$1095 \leq T < 1100$	12
$1100 \leq T < 1105$	21
$1105 \leq T < 1110$	14
$1110 \leq T < 1115$	7
$1115 \leq T < 1120$	2



Alcune linee guida generali vanno applicate alla costruzione di istogrammi. Di solito si hanno dalle 5 alle 15 classi; è più facile se ciascuna delle classi ha la stessa ampiezza (differenza tra il maggior e il minor valore nella classe). Ci sono regole speciali da applicare se si usano classi di ampiezza diseguale. Le classi devono coprire l'intero range dei dati, senza buchi, ma non devono sovrapporsi. Nell'esempio ci sono 7 classi, ciascuna delle quali con ampiezza di 5°C: l'esempio illustra una variabile casuale che può variare con continuità e può assumere qualsiasi valore reale in un certo dominio. Una simile variabile è detta *variabile casuale continua*. Alcuni esperimenti producono risultati discreti (non continui), chiamati *variabili casuali discrete*. Ne sono un esempio i risultati del lancio di un dado o risposte fail/no-fail nel controllo di processo. Per caratterizzare una variabile aleatoria in modo completo serve una funzione densità di probabilità (o il suo integrale, la probabilità cumulata). Per comodità, si estraggono parametri da queste funzioni (valor medio, varianza, ecc). Per ottenere la densità di probabilità si fa tendere a infinito il numero di campioni e a zero l'ampiezza delle classi, ottenendo una funzione continua. Le variabili aleatorie discrete fanno riferimento a funzioni densità di probabilità differenti rispetto alle continue.

Per applicare l'analisi statistica ai dati sperimentali, essi di solito sono caratterizzati tramite la determinazione di parametri che specificano la tendenza centrale e la dispersione dei dati. In seguito si sceglie una funzione di distribuzione teorica che sia adatta per spiegare il comportamento dei dati. Quindi la funzione teorica può essere usata per fare previsioni riguardo a varie proprietà dei dati (in realtà è meglio valutare prima la distribuzione teorica, poi estrarre i parametri da essa).

6.2 – Concetti generali e definizioni

6.2.3: Misure di dispersione

Si tratta di momenti del secondo ordine, in cui la variabile aleatoria compare alla seconda potenza. Indicano quanto gli individui siano distanti dalla media: la *dispersione* è lo sparpagliamento o la variabilità dei dati. Per es, un gruppo di misure che va da 90 a 110 ha una dispersione maggiore di un gruppo che va da 95 a 105. Le quantità più comuni usate per descrivere la dispersione sono le seguenti.

La *deviazione* di ciascuna misura è definita come:

$$di = xi - \bar{x}$$

La *deviazione media* è definita come:

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^n \frac{|di|}{n}$$

Per una popolazione con un numero finito di elementi, la *deviazione standard* è definita come:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(xi - \mu)^2}{N}}$$

Per i campioni la *deviazione standard* si definisce come:

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(xi - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$$

Dove n-1 sono i gradi di libertà disponibili. Ogni campione ha una certa potenza, determinata dal numero di individui; avendo prima fatto il valor medio, non ho più n individui, ma n - 1. La media è l'ennesimo gradi di libertà! Se avessimo μ , potremmo usare n nella formula senza sottostimare la deviazione standard.

La deviazione standard di un campione viene usata quando i dati sono sfruttati per stimare la deviazione standard della popolazione.

La *varianza* è definita come

$$\begin{cases} \sigma^2 & \text{per la popolazione} \\ S^2 & \text{per il campione} \end{cases}$$

6.3 – Probabilità

La *probabilità* è un valore numerico che esprime la possibilità di avvenire di un certo evento in relazione a tutte le possibilità in uno spazio campione. La predizione della probabilità di un evento è uno degli scopi dell'analisi statistica. La probabilità di avvenire di un evento A è definita come il numero di avvenimenti favorevoli (m) diviso per il numero totale di risultati possibili (n) in uno spazio campione, valutato per $n \gg 1$:

$$\text{probabilità dell'evento A} = \frac{m}{n}$$

L'evento può essere rappresentato da una variabile casuale continua x, in tal caso la probabilità sarà rappresentata da P(x). Per una variabile casuale discreta xi, la probabilità sarà P(xi).

Alcune proprietà standard della probabilità sono:

- 1- La probabilità è sempre un numero positivo con massimo 1: $0 \leq P(x \text{ o } xi) \leq 1$;
- 2- Se è certo che un evento A accada, $P(A) = 1$;
- 3- Se è certo che un evento A non accada, $P(A) = 0$;
- 4- Se l'evento \bar{A} è il complementare dell'evento A (significa che se avviene A, \bar{A} non può avvenire), allora: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$;
- 5- Se gli eventi A e B sono mutuamente esclusivi (cioè se la probabilità che A e B avvengano contemporaneamente è zero), allora la probabilità che avvengano l'evento A o l'evento B è:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$
;
- 6- Se gli eventi A e B sono indipendenti l'uno dall'altro (cioè se il loro avvenire non dipende l'uno dall'altro), la probabilità che A e B avvengano insieme è:

$$P(AB) = P(A)P(B)$$
;
- 7- La probabilità che A o B o entrambi avvengano è:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Per una variabile casuale continua, la probabilità che x abbia un singolo e unico valore è nulla. Se i limiti di integrazione sono estesi a $\pm\infty$, si può essere sicuri che la misura sia in quel range e la probabilità sarà 1.

La definizione di $f(x)$ consente di definire la media di una popolazione con funzione densità di probabilità $f(x)$:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

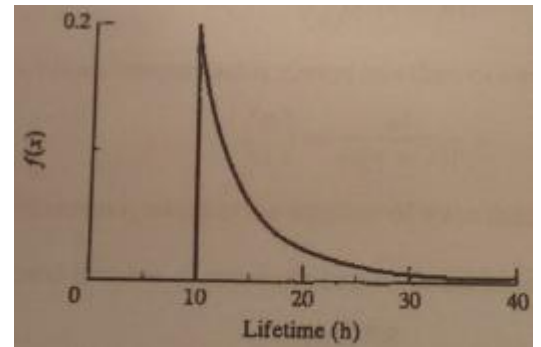
Questo è anche il valore atteso $E(x)$ della variabile casuale. La varianza della popolazione è data da:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

Esempio 6.1: la vita di un dato tipo di cuscinetto può essere caratterizzata da una funzione densità di probabilità:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 10 \text{ h} \\ \frac{200}{x^3} & x \geq 10 \text{ h} \end{cases}$$

- Calcolare la vita attesa del cuscinetto;
- Se si prende un cuscinetto a caso dal lotto, qual è la probabilità che la sua vita (x) sia minore di 20 H, maggiore di 20 h ed esattamente 20h?



Soluzione:

- Si ha:

$$E(x) = \mu = \int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_{10}^{\infty} x \frac{200}{x^3} dx = -\frac{200}{x} \Big|_{10}^{\infty} = 20 \text{ h}$$

- Si ha:

$$P(x < 20) = \int_{-\infty}^{20} f(x) dx = \int_{-\infty}^{10} 0 dx + \int_{10}^{20} \frac{200}{x^3} dx = 0.75$$

Inoltre:

$$P(x \geq 20) = 1 - P(x \leq 20) = 0.25$$

$$P(x = 20) = 0$$

Funzione di distribuzione cumulativa: è un altro metodo per presentare i dati per la distribuzione di una variabile casuale. È usata per determinare la probabilità che una variabile casuale abbia valore minore o uguale a uno specifico valore. La funzione di distribuzione cumulativa per una variabile casuale continua (rv) è definita come:

$$F(rv \leq x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = P(rv \leq x)$$

Per una variabile casuale discreta è definita come:

$$F(rv \leq xi) = \sum_{j=1}^i P(x_j)$$

Le seguenti relazioni derivano dalla definizione della funzione di distribuzione cumulativa:

$$P(a < x \leq b) = F(b) - F(a)$$

$$P(x > a) = 1 - F(a)$$

Esempio 6.2: trovare la probabilità che la vita del cuscinetto dell'esempio precedente sia:

- Minore di 15 h
- Minore di 20 h

Soluzione:

$$a) F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^x 0 dx = 0 \quad \text{per } x \leq 10$$

distribuzione di Poisson può anche essere usata per variazioni spaziali. Per es, se si sa che ci sono in media 2 difetti per metro quadro in un circuito stampato, questa distribuzione può essere usata per predire la probabilità che ci siano 4 difetti in 1 metro quadro.

Si devono fare le seguenti assunzioni:

1. La probabilità che avvenga un evento è la stessa per ciascun intervallo della stessa lunghezza;
2. La probabilità che avvenga un evento è indipendente dall'occorrenza di altri eventi.

La probabilità che avvenga l'evento x è data da:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Dove λ è il valore atteso o la media del numero di occorrenze nel periodo di interesse.

Il valore atteso di x per la distribuzione di Poisson è:

$$E(x) = \mu = \lambda$$

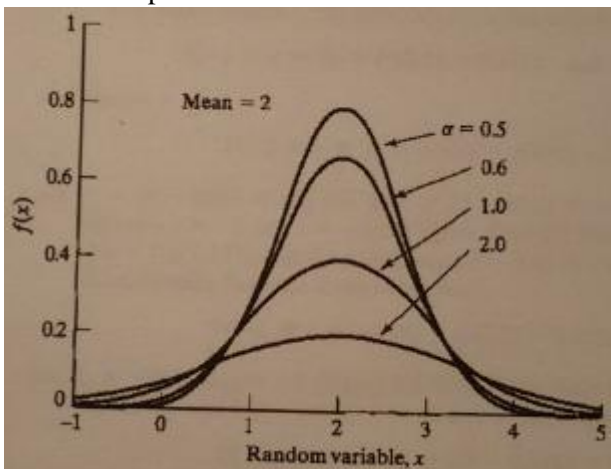
La deviazione standard è:

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

In certi casi si vuole determinare la probabilità che un certo numero di eventi (o meno) avvenga. Per calcolare la probabilità che il numero di occorrenze sia minore o uguale a k , si deve calcolare la somma delle probabilità di $k, k - 1, \dots, 0$ eventi. Lo si può fare con:

$$P(x \leq k) = \sum_{i=0}^k \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!}$$

Distribuzione normale (o gaussiana): è una funzione di distribuzione semplice che è utile in numerosi problemi comuni, incluse le variabili casuali continue. Si è visto che questa distribuzione descrive la dispersione dei dati per misure in cui la variazione nel valore del misurando è dovuta solo a fattori casuali e l'avvenimento di deviazioni positive o negative è ugualmente probabile. L'equazione per la funzione densità di probabilità normale è:



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Dove x è la variabile casuale. La funzione ha due parametri: la deviazione standard della popolazione (σ) e la media della popolazione (μ).

La figura mostra un grafico di $f(x)$ in funzione di x al variare della deviazione standard, mantenendo fissa la media. Si vede che la distribuzione è simmetrica intorno al valor medio; minore è la deviazione standard, maggiore è il valore di picco di $f(x)$ in corrispondenza della media.

Secondo la definizione della funzione densità di probabilità, per una data popolazione la probabilità di avere un singolo valore di x tra un limite inferiore x_1 e un limite superiore x_2 è:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Poichè $f(x)$ è sotto forma di una funzione di errore, l'integrale non può essere valutato in forma analitica; di conseguenza, l'integrazione deve essere svolta numericamente. Per semplificare il processo di integrazione numerica, di solito l'integrando è modificato con un cambio di variabile, in modo tale che l'integrale calcolato numericamente sia generale e utile per tutti i problemi. Si definisce una variabile z adimensionata:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Si definisce la funzione:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Chiamata funzione densità di probabilità standard. Rappresenta la funzione densità di probabilità normale per una variabile casuale z come media nulla e deviazione standard unitaria. Si ha:

$$dx = \sigma dz$$

Si può riscrivere il precedente integrale come:

$$P(-1 \leq z \leq 2) = 0.3413 + 0.4772 = 0.8185 \text{ oppure } 81.85\%$$

- b) $z_1 = (8 - 10)/1 = -2;$
 $z_2 = (9.55 - 10)/1 = -0.45.$

Stiamo cercando l'area sottesa all'intervallo $z = -2 - -0.45$. Guardando la tabella si ricava:

$$P(-2 \leq z \leq -0.45) = P(0 \leq z \leq 2) - P(0 \leq z \leq 0.45) = 0.4772 - 0.1736 = 0.3036 = 30.36\%$$

- c) $z_1 = -\infty;$
 $z_2 = -1.$

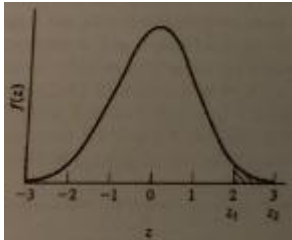
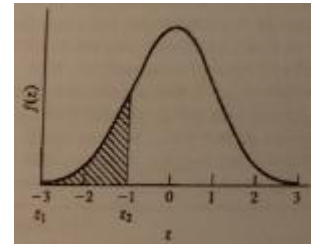
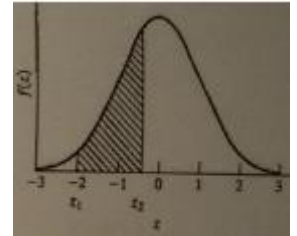
Dalla tabella:

$$P(-\infty \leq z \leq -1) = P(0 \leq z \leq \infty) - P(0 \leq z \leq 1) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587 = 15.87\%$$

- d) $z_1 = (12-10)/1 = 2;$
 $z_2 = \infty.$

Dalla tabella:

$$P(2 \leq z \leq \infty) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228 = 2.28\%$$



È di interesse anche determinare la probabilità che un misurando cada all'interno di una o più deviazioni standard dalla media. Dalla tabella si ricava il valore di 1σ in corrispondenza di $z=1$: la probabilità è 0.3413.

Confidence interval	Confidence level (%)
$\pm 1\sigma$	68.26
$\pm 2\sigma$	95.44
$\pm 3\sigma$	99.74
$\pm 3.5\sigma$	99.96

Poichè stiamo cercando $\pm 1\sigma$, la probabilità totale è 0.6826 (o il 68.26%). Questo significa che se si fa una misura in un ambiente in cui la deviazione dalla media è totalmente influenzata da variabili casuali, possiamo essere sicuri al 68.26% che il valore cada all'interno dell'intervallo $\mu \pm \sigma$; per 2σ , questa probabilità è 95.44% (spesso arrotondato a 95%).

La tabella mostra la probabilità (*livello di confidenza*) per diversi limiti di deviazione standard (*intervallo di confidenza*).

Esempio 6.10: nella produzione di massa di motori a singolo cilindro, la tolleranza nel diametro (D) del cilindro ha distribuzione normale. Il diametro medio dei cilindri (μ) è 4.000 in. La deviazione standard (σ) è 0.002 in. Quali sono le probabilità dei casi seguenti?

- Un cilindro ha $D \leq 4.002$;
- Un cilindro ha $D \geq 4.005$;
- Un cilindro ha $3.993 \leq D \leq 4.003$;
- Se i cilindri con deviazione dal diametro medio maggiore di 2σ sono scartati, quale percentuale del lotto sarà scartata?

Soluzione: la deviazione dal diametro in questo caso è $d = D - \mu$. Poichè il diametro ha distribuzione normale, possiamo usare la tabella per risolvere il problema.

- $z = (D - \mu)/\sigma = (4.002 - 4.000)/0.002 = 1;$
da tabella:
 $P(-\infty \leq z \leq 1) = 0.5 + 0.3413 = 0.8413 = 84.13\%$
- $z = (4.005 - 4.000)/0.002 = 2.5$
da tabella:
 $P(z > 2.5) = 0.5 - 0.4938 = 0.0062 = 0.62\%$
- $z_1 = (3.993 - 4.000)/0.002 = -3.5;$
 $z_2 = (4.003 - 4.000)/0.002 = 1.5;$
da tabella:
 $P(-3.5 \leq z \leq 1.5) = 0.933 = 93.3\%$
- blocchi scartati = $1 - 2 \times P(0 \leq z \leq 2) = 0.0456 = 4.56\%$

Distribuzione lognormale standard: in certe situazioni sperimentali, la variabile misurata può assumere solo valori positivi e di solito tali valori sono piccoli, ma occasionalmente possono essere molto grandi. Se plottati sotto forma di istogramma, questi dati danno una distribuzione skewed con code molto lunghe.

Distribution	Application
Binomial	Used for quality control (rejection of defective products), failure-success, good-bad type of observation. This is a discrete distribution.
Poisson	Used to predict the probability of occurrence of a specific number of events in a space or time interval if the mean number of occurrences is known.
Normal (Gaussian)	Continuous, symmetrical, and most widely used distribution in experimental analysis in physical science. Used for explanation of random variables in engineering experiments, such as gas molecule velocities, electrical power consumption of households, etc.
Student's t	Continuous, symmetrical, used for analysis of the variation of sample mean value for experimental data with sample size less than 30. For sample sizes greater than 30, Student's t approaches normal distribution.
χ^2	Continuous, nonsymmetrical, used for analysis of variance of samples in a population. For example, consistency of chemical reaction time is of prime importance in some industrial processes and χ^2 distribution is used for its analysis. This distribution is also used to determine goodness of fit of a distribution for a particular application.
Weibull	Continuous, nonsymmetrical, used for describing the life phenomena of parts and components of machines.
Exponential	Continuous, nonsymmetrical, used for analysis of failure and reliability of components, systems and assemblies.
Lognormal	Continuous, nonsymmetrical, used for life and durability studies of parts and components.
Uniform	Continuous, symmetrical, used for estimating the probabilities of random values generated by computer simulation.

6.4 – Stima dei parametri

Nella maggior parte degli esperimenti, la dimensione del campione è piccola rispetto alla popolazione, tuttavia lo scopo della statistica è quello di stimare dei parametri che descrivano l'intera popolazione. Il parametro più comunemente stimato è la media della popolazione. In certi casi è necessario stimarne anche la deviazione standard. Una stima della media della popolazione (μ) è la media del campione (\bar{x}) e una stima della deviazione standard (σ) è la deviazione standard del campione (S). Tuttavia una semplice stima di valori per questi parametri non è sufficiente: diversi campioni presi dalla stessa popolazione daranno valori diversi. Di conseguenza, è necessario determinare anche intervalli di incertezza per i parametri stimati.

6.4.1: Stima dell'intervallo della media della popolazione

Si vuole fare una stima della media della popolazione, che prenda forma:

$$\mu = \bar{x} \pm \delta \text{ oppure } \bar{x} - \delta \leq \mu \leq \bar{x} + \delta$$

Dove δ è un'incertezza. L'intervallo $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ è detto *intervallo di confidenza* della media. L'intervallo di confidenza dipende da un concetto chiamato *livello di confidenza* (o anche grado di confidenza). Il livello di confidenza è la probabilità che la media della popolazione cada nell'intervallo specificato:

$$\text{livello di confidenza} = P(\bar{x} - \delta \leq \mu \leq \bar{x} + \delta)$$

Si avrà un livello di confidenza più alto che la media cada in un intervallo largo piuttosto che in uno stretto. Per es, si può affermare che la media sia 11 ± 5 con un livello di confidenza del 95% o che la media sia 11 ± 3 con un livello di confidenza del 60%. Il livello di confidenza viene normalmente espresso nei termini di una variabile α , detta *livello di significatività*:

$$\text{livello di confidenza} = 1 - \alpha$$

Dunque α è la probabilità che la media cada al di fuori dell'intervallo di confidenza.

Il *teorema limite centrale* rende possibile fare una stima dell'intervallo di confidenza con un livello di confidenza adatto. Si consideri la popolazione della variabile casuale x con valor medio μ e deviazione standard σ . Da questa popolazione si possono estrarre numerosi campioni diversi, ciascuno di grandezza n . Ciascuno di questi campioni avrà valor medio \bar{x}_i , ma non ci si aspetta che ciascuna di tali medie abbia lo

l'area tra $z = 0$ e $z = \infty$ è 0.5, l'area tra $z = 0$ e $z = z_{\alpha/2}$ è $0.5 - \alpha/2 = 0.45$. Possiamo usare la tabella della normale standard per cercare il valore di $z_{\alpha/2}$ corrispondente a questo valore di probabilità (area). Tale valore è 1.645. Usando la deviazione standard del campione, S , come approssimazione della deviazione standard della popolazione, si può stimare l'intervallo di incertezza su μ :

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \right) = \left(25 - 1.645 \times \frac{0.5}{6} \leq \mu \leq 25 + 1.645 \times \frac{0.5}{6} \right) = (24.86 \leq \mu \leq 25.14) \Omega$$

Questo indica che la resistenza media è $25 \pm 0.14 \Omega$ con un livello di confidenza del 90%.

Se la dimensione del campione è piccola ($n < 30$), l'assunzione che la deviazione standard della popolazione possa essere rappresentata dalla deviazione standard della popolazione potrebbe non essere accurata (nemmeno se x ha distribuzione normale). A causa delle incertezze nella deviazione standard, per lo stesso livello di confidenza ci aspetteremmo di trovare un intervallo di confidenza più largo. In caso di piccoli campioni, si usa la statistica *t di Student*:

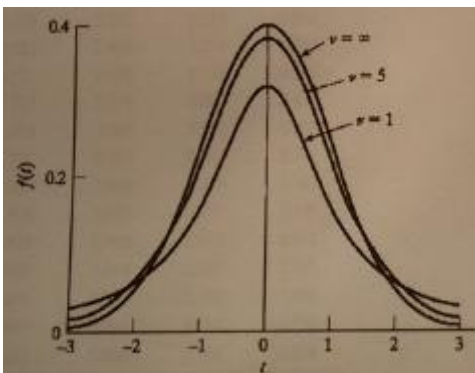
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(si aggiunge aleatorietà perchè si usa S).

In questa formula, \bar{x} è la media del campione, S è la deviazione standard del campione e n è la dimensione del campione. In contrasto con la distribuzione normale, che è indipendente dalle dimensioni del campione, c'è una famiglia di funzioni di distribuzione t che dipende dal numero di elementi del campione. La formula delle distribuzioni t è:

$$f(t, \nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{(\nu+1)/2}}$$

(non sapere a memoria)



Il parametro ν indica i *gradi di libertà*. È dato dal numero di misure indipendenti meno il minimo numero di misure che sono teoricamente necessarie per stimare un parametro statistico. Per la distribuzione t , un grado di libertà è usato per valutare il valor medio di x , quindi $\nu = n - 1$.

La figura mostra la distribuzione t di Student per diversi gradi di libertà ν . Sono tutte curve simmetriche, come per la distribuzione normale. Al crescere del numero di campioni, la distribuzione t si avvicina alla distribuzione normale. Per piccoli valori di ν , la distribuzione è più larga e con un picco più basso. L'integrale della funzione è pari a 1 in ogni caso.

La distribuzione t può essere usata per stimare l'intervallo di confidenza del valor medio di un campione con un certo livello di confidenza per campioni di piccole dimensioni (meno di 30 elementi). La distribuzione t si usa come quella normale, eccetto che la curva per l'appropriato valore di ν è quella in figura. La probabilità che t cada tra $-t_{\alpha/2}$ e $t_{\alpha/2}$ è $1 - \alpha$:

$$P\left[-t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

Sostituendo t si ottiene:

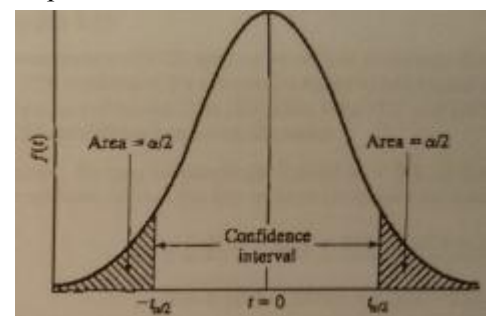
$$P\left[-t_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \leq t_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

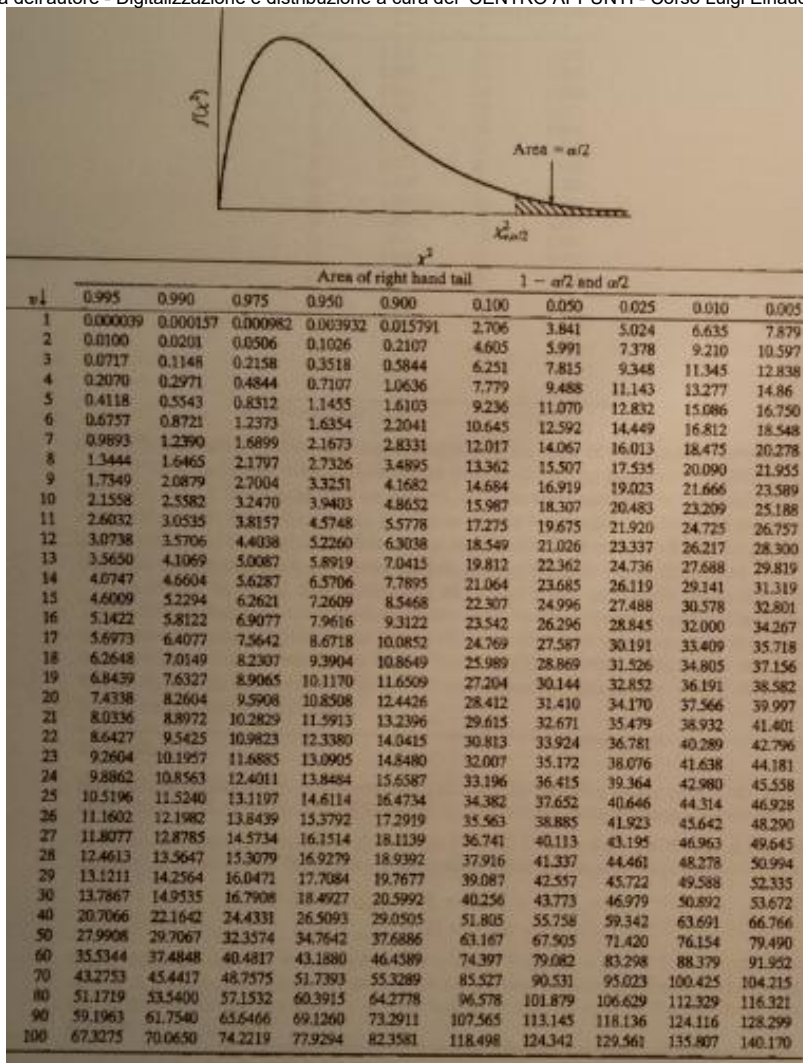
Cioè:

$$P\left[\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

Ovvero:

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \text{ con livello di confidenza } 1 - \alpha$$





6.5 – Criterio per rigettare dati discutibili

In alcuni esperimenti capita che uno o più valori sembrano essere fuori dalle linee rispetto agli altri dati. Se si possono individuare degli sbagli specifici avvenuti nel misurare tali valori, allora dovrebbero essere scartati. Spesso, però, i dati apparentemente sbagliati non possono essere ricondotti a nessun problema specifico. Esistono molti metodi statistici per rigettare tali valori, detti *outlier*: la base di questi metodi è l'eliminazione di valori che abbiano poche probabilità di avvenire. Per es, valori che si discostano dalla media per più di 2 o 3 volte la deviazione standard potrebbero essere rigettati, anche se si è visto che il criterio di rigetto chiamato 2 o 3 sigma di solito deve essere modificato per tener conto della dimensione del campione. Inoltre a seconda di quanto sia buono il criterio di rigetto, si potrebbero eliminare dati validi o tenerne in considerazione di non validi.

Nella *tecnica della τ di Thompson modificata*, se si hanno *n* misure con media \bar{x} e deviazione standard *S*, i dati possono essere ordinati in ordine crescente x_1, x_2, \dots, x_n . I valori estremi (il maggiore e il minore) sono possibili outliers. Per tali punti si calcola la deviazione come:

$$\delta_i = |x_i - \bar{x}|$$

E si seleziona il valore maggiore. Il passo successivo è trovare un valore di τ dalla tabella in base al numero di campioni. Il maggior valore di δ_i deve essere paragonato al prodotto tra τ e la deviazione standard *S*. Se δ supera τS , il dato può essere rigettato come un outlier. Con questo metodo si può eliminare solo un dato alla volta: dopo l'eliminazione, si devono calcolare di nuovo la media e la deviazione standard dei dati rimanenti e si deve ripetere il processo da capo. Si può proseguire finché non si possono più eliminare dati.

Bisogna notare che eliminare un outlier non è un evento totalmente positivo. Tale outlier probabilmente è il risultato di un problema con il sistema di misura. Una delle cause più comuni di outliers, l'errore umano,

Sample size		Sample size	
<i>n</i>	τ	<i>n</i>	τ
3	1.150	22	1.893
4	1.393	23	1.896
5	1.572	24	1.899
6	1.656	25	1.902
7	1.711	26	1.904
8	1.749	27	1.906
9	1.777	28	1.908
10	1.798	29	1.910
11	1.815	30	1.911
12	1.829	31	1.913
13	1.840	32	1.914
14	1.849	33	1.916
15	1.858	34	1.917
16	1.865	35	1.919
17	1.871	36	1.920
18	1.876	37	1.921
19	1.881	38	1.922
20	1.885	39	1.923
21	1.889	40	1.924

Source: ASME (1998).

che negativo). Il valore critico è una funzione del numero di campioni e del livello di significatività α ; i valori riportati in tabella sono i valori limite che si possono ottenere per puro caso. Per ogni valore r_t in tabella, c'è solo una probabilità α che un valore sperimentale di r_{xy} sia maggiore per puro caso. Al contrario, se il valore sperimentale supera il valore della tabella, ci si può aspettare che il valore sperimentale mostri una reale correlazione con un livello di confidenza di $1 - \alpha$. Per scopi ingegneristici, il livello di confidenza viene spesso considerato 95%, che corrisponde a $\alpha = 0.05$ (probabilità del 5% che la relazione trovata sia casuale). Per un dato insieme di dati, si ottiene r_t dalla tabella e lo si compara con l' r_{xy} calcolato a partire dai dati stessi. Se $|r_{xy}| > r_t$, si può presumere che y dipenda da x in maniera non casuale e ci si può aspettare che una relazione lineare offra una qualche approssimazione della reale relazione funzionale.

n	α				
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
3	0.951	0.988	0.997	1.000	1.000
4	0.800	0.900	0.950	0.980	0.990
5	0.687	0.805	0.878	0.934	0.959
6	0.608	0.729	0.811	0.882	0.917
7	0.551	0.669	0.754	0.833	0.875
8	0.507	0.621	0.707	0.789	0.834
9	0.472	0.582	0.666	0.750	0.798
10	0.443	0.549	0.632	0.715	0.765
11	0.419	0.521	0.602	0.685	0.735
12	0.398	0.497	0.576	0.658	0.708
13	0.380	0.476	0.553	0.634	0.684
14	0.365	0.458	0.532	0.612	0.661
15	0.351	0.441	0.514	0.592	0.641
16	0.338	0.426	0.497	0.574	0.623
17	0.327	0.412	0.482	0.558	0.606
18	0.317	0.400	0.468	0.543	0.590
19	0.308	0.389	0.456	0.529	0.575
20	0.299	0.378	0.444	0.516	0.561
25	0.265	0.337	0.396	0.462	0.505
30	0.241	0.306	0.361	0.423	0.463
35	0.222	0.283	0.334	0.392	0.430
40	0.207	0.264	0.312	0.367	0.403
45	0.195	0.248	0.294	0.346	0.380
50	0.184	0.235	0.279	0.328	0.361
100	0.129	0.166	0.197	0.233	0.257
200	0.091	0.116	0.138	0.163	0.180

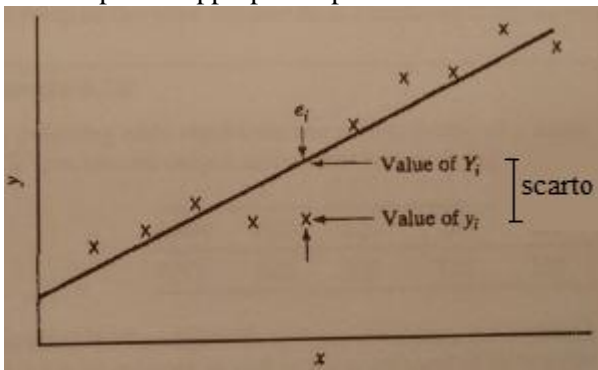
Un valore di r_{xy} inferiore a r_t implica che non si possa essere sicuri che esista una relazione lineare.

Non è necessario che la relazione funzionale sia lineare per calcolare un coefficiente di correlazione significativo. Per es., una relazione parabolica con poco scatter mostrerà un grande coefficiente di correlazione; d'altra parte alcune relazioni (come una funzione circolare) anche se molto forti forniranno bassi valori di r_{xy} .

Usando il coefficiente di correlazione bisogna essere consapevoli di due precauzioni aggiuntive da adottare. Primo, un singolo dato sbagliato può avere un forte effetto su r_{xy} . Se possibile, gli outliers devono essere eliminati prima di calcolare il coefficiente. Secondo, è un errore concludere che un valore di correlazione significativo implichi che una variazione di una variabile provochi una variazione nella seconda variabile. Bisogna determinare relazioni di causalità dalla conoscenza del problema.

6.6.2: Regressione lineare del minimo scarto quadratico

Nella sperimentazione è una richiesta comune il correlare dati sperimentali tramite la regressione di funzioni matematiche, come una retta o un esponenziale. Una delle funzioni più usate è la retta. I fitting lineari sono spesso appropriati per i dati e in altri casi i dati possono essere trasformati in modo da essere approssimativamente lineari.



Se si hanno n coppie di dati (x_i, y_i) , si cerca di interpretarle con una retta nella forma:

$$Y = ax + b$$

Si vogliono ottenere i valori delle costanti a e b . Se si hanno solo due coppie di dati, la soluzione è semplice in quanto i punti determinano completamente la linea retta. Se ci sono più punti si vuole individuare il fit migliore per i dati. Per farlo si può usare il metodo dei *minimi quadrati* o *regressione lineare*. La regressione è una formulazione matematica ben definita che è facilmente automatizzata. Si assuma che i dati del test

consistano in coppie (x_i, y_i) . Per ogni valore di x_i (che viene ipotizzato essere privo di errori) si può predire un valore di Y_i secondo la relazione lineare $Y = ax + b$; per ogni valore di x_i si ha un errore dato da:

$$e_i = Y_i - y_i$$

Dunque si considera lo scarto verticale (sulle y) e non quello orizzontale (sulle x), in quanto si assume che x sia deterministica e che l'aleatorietà sia totalmente a carico di y . Si potrebbe anche fare l'inverso e nei due casi si otterrebbero rette diverse. In realtà spesso sia x che y sono aleatorie: in tal caso si sceglie come x quella con meno aleatorietà. La minimizzazione dello scarto quadratico è un metodo rigoroso solo se x è deterministica e se l'errore di y è indipendente da x , uguale dappertutto e distribuito normalmente (!!!).

Il quadrato dell'errore è:

$$e_i^2 = (Y_i - y_i)^2 = (ax_i + b - y_i)^2$$

Dunque la somma degli errori quadratici per tutti i punti è:

$$y^* = (ax^* + b) \pm S_{yx} t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \sqrt{\frac{n+1}{n} + \frac{(x^* - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}}$$

In molte situazioni pratiche si può essere interessati a costruire un modello lineare della reazione tra le variabili y e x nella forma $y = ax + b$. In tal caso, i valori attesi dei parametri a e b possono essere ricavati dalle equazioni già viste. Spesso è utile determinare gli intervalli di confidenza per questi parametri. Quelli a die lati $(1 - \alpha)$ sono dati da:

$$a \pm \frac{S_{yx} t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}}$$

$$b \pm S_{yx} t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\sum x_i)^2}{n^2(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}}$$

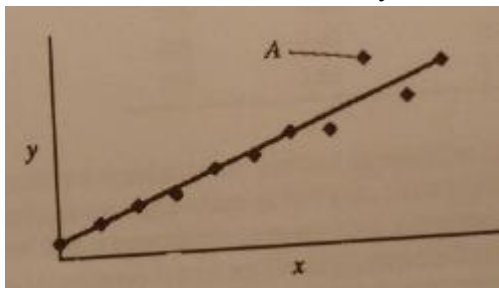
FINE SOLO LEGGERE)

Ci sono alcune important considerazioni da tenere a mente riguardo al metodo dei minimi quadrati:

1. Si assume che la variazione nei dati sia distribuita normalmente e dovuta a cause casuali;
2. Nel ricavare la relazione $Y = ax + b$, si assume che una variazione casuale esista nei valori di y, mentre i valori di x sono considerati privi di errore;
3. Poichè l'errore è stato minimizzato nella direzione y, si raggiungerebbe una conclusione errata se la x fosse stimata in base a un valore di y. La regressione lineare di x in termini di y, $X = cy + d$, non può essere semplicemente derivata da $Y = ax + b$.

6.6.3: Outliers nei data set x-y

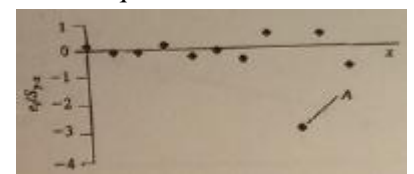
È già stata presentata la tecnica di Thompson per eliminare i dati sbagliati quando si fanno diverse misure di una singola variabile. Quando una variabile y è misurata in funzione di una variabile x indipendente, di solito c'è solo un valore di y misurato per ciascun valore di x. Di conseguenza a ciascuna x ci sono dati insufficienti per determinare una deviazione standard significativa. Un metodo per identificare outliers è quello di plottare dati e linea di regressione: un punto con una deviazione dalla retta molto maggiore di quella degli altri dati può essere identificato come un outlier.



Un metodo più sofisticato, suggerito da Montgomery, è quello di calcolare il rapporto dei residui (e_i) con lo standard error della stima (S_{yx}) e farne un grafico. Questi rapporti, chiamati residui standardizzati, possono essere plottati come funzione della variabile indipendente (x), della variabile dipendente (y) o del tempo o della sequenza in cui le

coppie x-y sono state misurate.

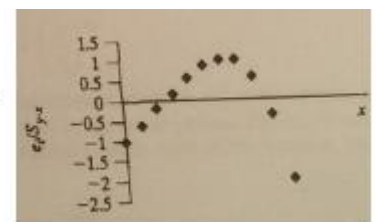
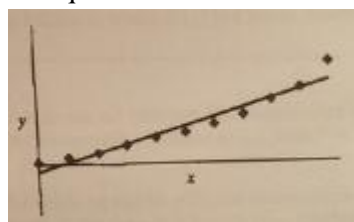
Se si assume che i residui siano distribuiti normalmente, allora ci si aspetta che il 95% dei residui standardizzati sia compreso nel range ± 2 (cioè entro 2 deviazioni standard dalla best fit line). I valori con residui standardizzati maggiori di 2 possono essere considerati outliers, in quanto hanno solo il 5% di probabilità di verificarsi a causa di semplice casualità nella misura.



Tuttavia ci sono diverse complicazioni e il processo di determinare outliers richiede molta attenzione da parte dello sperimentatore.

Il primo problema si ha quando il data set è piccolo. In questo caso un potenziale outliers ha un grande effetto su S_{yx} . Di conseguenza, è improbabile che il residuo standardizzato per questo punto sospetto abbia un grande valore. Il test di Thompson tiene conto di questo effetto tramite la riduzione del valore di τ in funzione del numero di campioni. Non esiste qualcosa di simile per la determinazione di outliers nei data set x-y.

Un secondo problema si ha quando i dati non sono lineari. In tal caso, dati corretti potrebbero avere alti residui standardizzati. Come si vede nelle figure, anche se il residuo standardizzato



6.7 – Funzioni lineari di variabili casuali

Una variabile che sia funzione di altre variabili casuali è essa stessa una variabile casuale. Si consideri il caso più semplice, in cui la variabile y è una funzione lineare delle variabili x_1, x_2, \dots, x_n :

$$y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n$$

Se le x sono indipendenti le une dalle altre, il valor medio e la deviazione standard di y possono essere valutate come:

$$\mu_y = a_0 + a_1\mu_{x_1} + \dots + a_n\mu_{x_n}$$

E

$$\sigma_y = \sqrt{(a_1\sigma_{x_1})^2 + (a_2\sigma_{x_2})^2 + \dots + (a_n\sigma_{x_n})^2}$$

Queste equazioni sono utili per valutare le tolleranze in pezzi fabbricati e in altre applicazioni.

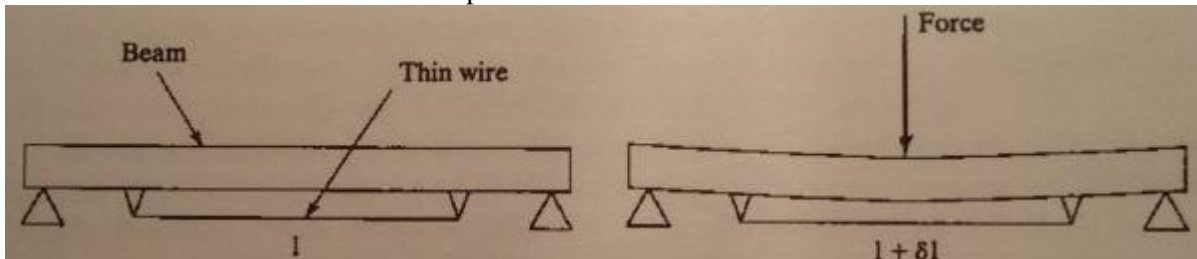
8 – MISURE DI QUANTITÀ MECCANICHE DEI SOLIDI

8.1 – Misure di deformazione

Quando una forza viene applicata a una struttura, le componenti della struttura variano leggermente le loro dimensioni e si dice che sono deformate. Gli strumenti per misurare queste piccole variazioni sono chiamati estensimetri. Tramite la misura diretta di deformazioni e spostamenti si può ricavare la misura indiretta di tensioni e forze, rispettivamente.

8.1.1: Estensimetri elettrici a resistenza

Gli estensimetri elettrici a resistenza sono strumenti molto comuni usati per misurare la deformazione in strutture e anche come elemento di sensing in un ampio assortimento di trasduttori, inclusi quelli per misurare forza, accelerazione e pressione. Gli estensimetri elettrici a resistenza e i condizionatori di segnale associati sono semplici, economici e piuttosto affidabili. Per capirne il funzionamento, si esamina la misura della deformazione in una struttura semplice.



Un trave poggiata su supporti viene piegata dall'applicazione di una forza laterale. Con questo tipo di carico, la trave diventerà più lunga nella parte sottostante e più corta in quella sovrastante. Attaccata alla trave tramite due supporti c'è un filo di lunghezza l , che funge da semplice estensimetro. Quando la trave è caricata, il filo viene stirato e la sua lunghezza diventa $l + \delta l$. Il rapporto $\delta l/l$ è la deformazione e di solito viene indicata con ϵ . Per questo caso di carico semplice, la deformazione nel filo è approssimativamente la stessa che c'è nella parte inferiore della trave. Lo stiramento del filo ne provocherà una variazione nella resistenza elettrica, grazie alla quale il filo è un indicatore di deformazione.

La deformazione ha unità di pollici per pollici o mm per mm, quindi è adimensionata. Nella maggior parte delle strutture i valori di deformazione sono molto piccoli; per es un acciaio a bassa resistenza si snerverà (cioè assumerà una deformazione permanente) a deformazioni di solo 0.0014. Di conseguenza si parla di deformazione in termini di microstrain (μstrain), che è la deformazione reale moltiplicata per 10^6 . Dunque una deformazione di 1400 μstrain è una reale deformazione di 0.0014. Si ha deformazione elastica (e quindi totalmente recuperabile) se $\epsilon < 0.2\%$.

Nel processo di progettazione ingegneristica, spesso è necessario determinare le tensioni in una struttura in modo sperimentale per dimostrare che essa sia solida. È difficile misurare la tensione in modo diretto, ma si può usare un estensimetro per misurare la deformazione, poi si possono usare le proprietà del materiale per determinare la tensione. Per materiali elastici caricati in una sola direzione (tensione uniassiale), la deformazione è legata alla tensione dalla legge di Hooke:

$$\sigma = E \epsilon$$

sensibili e hanno il vantaggio di avere un fattore di strain gage maggiore degli estensimetri metallici (fino a 125). Tuttavia sono meno duttili e possono misurare tensioni solo fino a 3000 $\mu\epsilon$.

In molte situazioni la superficie di una struttura è tensionata contemporaneamente in più di una direzione, portando a una situazione chiamata *tensione biassiale*. Se una struttura è caricata in una sola direzione, esiste una deformazione trasversale ma non una tensione trasversale. Questo effetto viene considerato quando i fabbricanti determinano il fattore di strain gage. In caso di tensione biassiale, c'è una deformazione trasversale che risulta da una tensione trasversale: tale deformazione trasversale influisce sull'output dell'estensimetro e può essere descritta tramite un fattore di strain gage trasverso, S_t :

$$S_t = \frac{\frac{dR}{R}}{\epsilon_t}$$

I fabbricanti misurano un fattore K_t chiamato *sensibilità trasversale*, definito da:

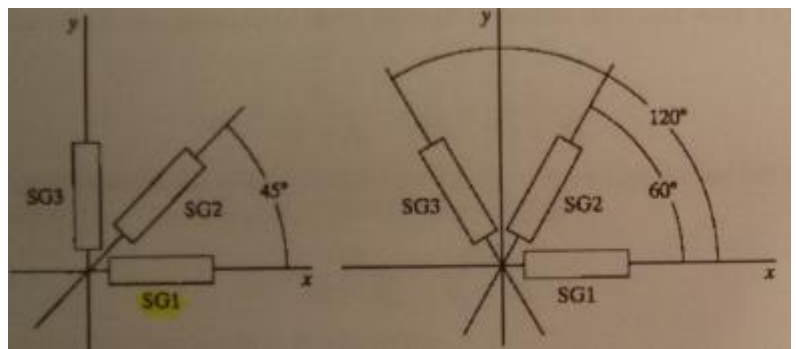
$$K_t = \frac{S_t}{S_a}$$

I valori di K_t sono di solito piuttosto piccoli, anche meno di 0.01; per questo di solito viene trascurato. Per un singolo estensimetro, l'errore nella deformazione assiale dovuto a una tensione trasversale applicata è dato da:

$$\frac{\hat{\epsilon}_a - \epsilon_a}{\epsilon_a} = \frac{K_t}{1 - \nu K_t} \left(\nu + \frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} \right)$$

In questa equazione ϵ_a è la vera deformazione assiale e $\hat{\epsilon}_a$ è la deformazione che risulterebbe dalla misura se si trascurasse la deformazione trasversale. Per $K_t = 0.01$, $\nu = 0.3$ e $\epsilon_t/\epsilon_a = 2$, l'errore nella deformazione assiale è del 2.3%. Per questo gli effetti della sensibilità trasversale sono di solito trascurati negli esperimenti.

Anche se leggermente sensibili alla deformazione trasversale, nella pratica un singolo estensimetro può misurare la deformazione solo in una direzione. Per definire lo stato di tensione su una superficie è necessario specificare due deformazioni lineari ortogonali, ϵ_x e ϵ_y , e una terza deformazione detta *deformazione di taglio*, γ_{xy} , che è la variazione dell'angolo tra due linee inizialmente ortogonali quando il solido è deformato. Tutte queste deformazioni possono essere determinate con 3 estensimetri posizionati opportunamente in una configurazione detta *rosetta*. Le rosette più comuni sono la rettangolare e l'equiangolare. Nella rosetta rettangolare, gli estensimetri sono posizionati ad angoli di 0°, 45° e 90°; in quella equiangolare a 0°, 60° e 120°.



Ciascuno degli estensimetri misura la deformazione lineare lungo il proprio asse.

Secondo Popov, se il campo di deformazione piana in un punto del solido può essere descritto da valori di ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} , la deformazione lineare in una direzione θ rispetto all'asse x può essere espressa da:

$$\epsilon_\theta = \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

Questa equazione può essere applicata a ciascuno degli estensimetri nella rosetta, ottenendo 3 equazioni:

$$\epsilon_{\theta 1} = \epsilon_x \cos^2 \theta 1 + \epsilon_y \sin^2 \theta 1 + \gamma_{xy} \sin \theta 1 \cos \theta 1$$

$$\epsilon_{\theta 2} = \epsilon_x \cos^2 \theta 2 + \epsilon_y \sin^2 \theta 2 + \gamma_{xy} \sin \theta 2 \cos \theta 2$$

$$\epsilon_{\theta 3} = \epsilon_x \cos^2 \theta 3 + \epsilon_y \sin^2 \theta 3 + \gamma_{xy} \sin \theta 3 \cos \theta 3$$

La rosetta fornisce i valori di $\epsilon_{\theta 1}$, $\epsilon_{\theta 2}$, $\epsilon_{\theta 3}$ e noi cerchiamo i valori di ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} . Per la rosetta rettangolare, la soluzione è:

$$\epsilon_x = \epsilon_{0^\circ}$$

$$\epsilon_y = \epsilon_{90^\circ}$$

$$\gamma_{xy} = 2\epsilon_{45^\circ} - (\epsilon_{0^\circ} + \epsilon_{90^\circ})$$

Per la rosetta equiangolare, la soluzione è:

$$\epsilon_x = \epsilon_{0^\circ}$$

$$\epsilon_y = \frac{2\epsilon_{60^\circ} + 2\epsilon_{120^\circ} - \epsilon_{(0^\circ)}}{3}$$

Ottenuta tenendo conto della precedente relazione tra le resistenze. Questa relazione in realtà non sarebbe lineare, ma poiché ΔR_3 è piccola in confronto a R_{3i} , essa può essere trascurata, rendendo V_0 una funzione lineare di ΔR_3 . Si approssima $\Delta R_3 = dR_3$. Sappiamo che:

$$S = \frac{dR}{\varepsilon_a} \rightarrow \varepsilon_a = \frac{dR}{S} = \frac{dR_3}{S}$$

Dalla precedente equazione che esprime V_0 si ricava:

$$\Delta R_3 = \frac{V_0(R_2 + R_{3i})(R_1 + R_4)}{V_s R_1}$$

Ipotizzando che $R_2 + R_{3i} = R_1 + R_4$ e inserendo l'espressione di dR_3 nella formula di ε_a si ottiene:

$$\varepsilon_a = \frac{V_0(R_2 + R_{3i})^2}{V_s R_1 R_{3i} S}$$

Questa analisi è nota come *circuito a 1/4 di ponte* (perché l'estensimetro è inserito solo in uno dei 4 rami del ponte). È una situazione comune quando molti estensimetri sono applicati a una struttura.

Affinchè l'equazione appena scritta sia valida, si è ipotizzato che il ponte fosse inizialmente bilanciato prima che la deformazione fosse applicata all'estensimetro. Tuttavia non è sempre pratico ottenere resistori ed estensimetri che abbiano esattamente i valori corretti in quanto ciascuno presenta incertezze dell'ordine dello 0.1%. Questo significa che V_0 potrebbe avere un valore iniziale non nullo pari a V_{0i} anche prima che la deformazione venga applicata. In alcuni sistemi è possibile regolare un resistore in modo da bilanciare il ponte, ma non è una caratteristica comune a tutti loro. Se non si può portare V_{0i} a zero, il suo valore va sottratto alla lettura prima di inserire la tensione V_0 nell'espressione di ε_a . Se però V_{0i} è molto grande bisogna per forza trovare il modo di alterare un resistore del ponte perchè altrimenti le assunzioni fatte per ricavare l'equazione non sarebbero valide e si avrebbe un errore di misura.

In certi casi è possibile usare estensimetri anche per gli altri lati del ponte. L'uso di più estensimetri aumenta la sensibilità del circuito: per una data deformazione, c'è una variazione maggiore nella tensione di output. Se si assume che ciascuno dei resistori del ponte mostri una variazione ΔR e se si trascurano i termini infinitesimi di ordine superiore, si ha:

$$V_0 = \frac{V_s R_2 R_3}{(R_2 + R_3)^2} \left(\frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Dove R_1, R_2, R_3 e R_4 sono le resistenze degli estensimetri non deformati. Per es se R_1 è un estensimetro identico a R_3 posto in una zona che abbia la stessa deformazione di R_3 , l'output del ponte sarà doppio rispetto a quello con un singolo estensimetro. Se ci fossero 4 estensimetri tutti nello stesso punto, la V_0 sarebbe nulla.

Molte situazioni di carico presentano una simmetria tale che ci siano regioni con la stessa deformazione, ma con segno opposto (regioni simmetriche di trazione e compressione). Succede spesso nei casi in cui gli estensimetri sono usati come sensori nei trasduttori. In tali situazioni si possono mettere R_1 e R_3 in compressione e R_2 e R_4 in trazione: il ponte che ne risulta è un *full bridge* e ha un output pari a 4 volte quello di 1/4 di ponte per la stessa deformazione (aumenta la sensibilità).

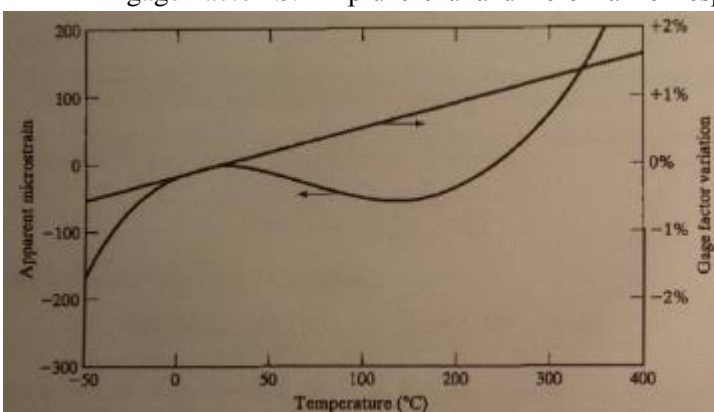
Il vantaggio principale dell'includere più di un estensimetro nel ponte è la *compensazione di temperatura*. La resistività della maggior parte dei metalli dipende fortemente dalla temperatura e la resistività influisce sul gage factor S . In più c'è una differenza nell'espansione termica tra l'estensimetro e il materiale a cui è

collegato. Di conseguenza una variazione nella temperatura di un estensimetro produce una deformazione apparente in assenza di un reale carico sulla struttura. La variazione totale di resistenza è provocata da due effetti, la deformazione reale e la deformazione apparente causata da effetti di temperatura:

$$\Delta R_{totale} = \Delta R_{deformazione} + \Delta R_T$$

In un esperimento, quindi, una variazione di temperatura potrebbe essere confusa con una variazione di deformazione. Questo problema può essere risolto se si pongono due estensimetri sulla struttura di interesse e li si connette nel ponte come R_2 e R_3 . Se la struttura non

viene deformata, ma si ha una variazione di temperatura, queste due resistenze varieranno della stessa

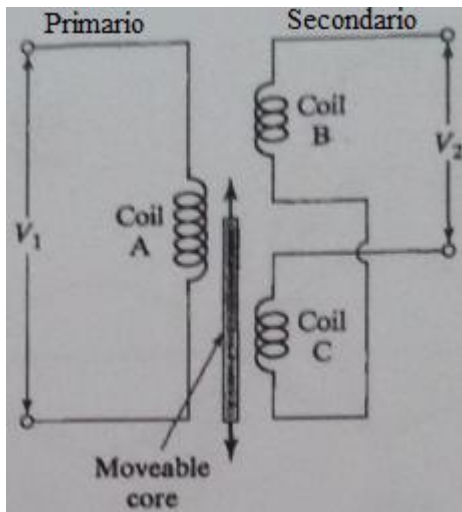


lineari che quelli angolari possono essere progettati in modo da avere una relazione non lineare tra spostamento e tensione di output per applicazioni specializzate.

L'elemento resistivo di un potenziometro può essere costruito in plastica impregnata di carbonio, ma di solito è formato da avvolgimenti di filo intorno a un elemento isolante. Di conseguenza la resistenza varia a scalini discreti mentre la slitta si muove da spira a spira, con i conseguenti limiti sulla risoluzione del dispositivo. Gli strumenti con avvolgimento con la miglior risoluzione usano 2000 spire per pollice e hanno una risoluzione di 0.005 in. I potenziometri hanno alcuni svantaggi. A causa del contatto slittante, sono soggetti a usura e possono avere vita di soli pochi milioni di cicli. Inoltre l'output tende ad avere un po' di rumore elettronico dal momento che il contatto tra slitta e resistore ha una certa resistenza che può influenzare l'output in maniera casuale. Questo effetto peggiora con l'età del dispositivo a causa di contaminazioni della superficie di contatto.

8.2.2: Linear e Rotary Variable Differential Transformers

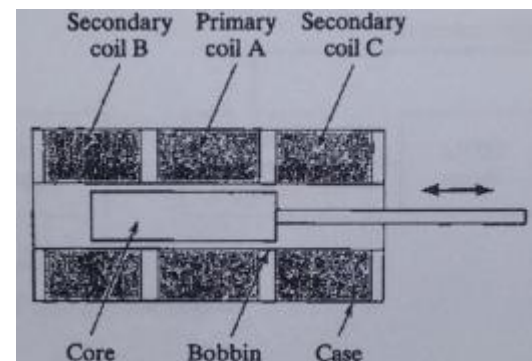
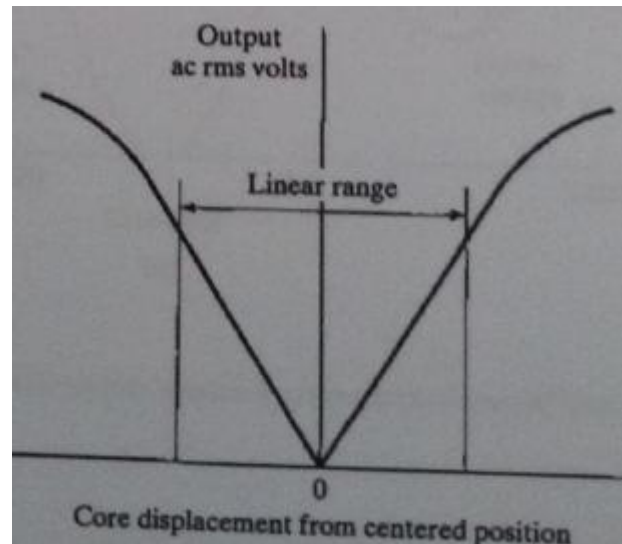
Si tratta di strumenti usati per misurare lo spostamento tramite la modifica della distribuzione spaziale di un campo magnetico alternato; sono un'alternativa ai potenziometri, ma sono più cari. Sono usati per misurare



lo spostamento direttamente oppure come elementi sensibili all'interno di trasduttori, che creano uno spostamento in risposta a un misurando. Un LVDT (linear variable differential transformer) ha avvolgimento primario (coil A) e due avvolgimenti secondari (coil B e C). Una tensione di eccitazione oscillante, di solito tra 50 Hz e 25 kHz, è applicata all'avvolgimento primario; la corrente che scorre in esso genera un campo magnetico alternato, che induce una tensione alternata negli avvolgimenti secondari. Il cuore mobile, fatto in materiale ferromagnetico, tende a concentrare il campo magnetico nelle sue vicinanze e di conseguenza se è più vicino a uno dei due avvolgimenti secondari, la tensione in tale avvolgimento sarà maggiore. Nella situazione in figura si avrà una tensione maggiore nell'avvolgimento C rispetto al B, in quanto il core è posizionato in basso. I due avvolgimenti secondari sono elettricamente connessi, quindi le due tensioni su B e su C sono opposte: $V_2 = V_B - V_C$. Se il cuore è centrato tra i due avvolgimenti secondari e le tensioni su B e C sono le stesse, la tensione di output V_2 sarà nulla (o

minima). Se il core non è centrato, ci sarà una tensione di output. Si devono notare due cose. Prima di tutto l'output, essendo una tensione rms alternata, è sempre positiva e non dà una indicazione ovvia sulla direzione in cui il core si è mosso rispetto alla posizione centrata. Questo è un problema che può essere risolto con un opportuno condizionatore di segnale. In secondo luogo la tensione in funzione dello spostamento è lineare solo fino a un certo punto, ma oltre diventa piuttosto non lineare. Nella pratica gli LVDT operano nella regione lineare.

Gli LVDT sono costruiti avvolgendo sia l'avvolgimento primario che quelli secondari intorno a un tubo vuoto e non magnetico, al cui interno scorre il core. Spesso gli LVDT sono forniti con i condizionatori di segnale e l'alimentazione compatibili. Sono strumenti affidabili e duraturi; non c'è contatto tra le superfici, quindi c'è un'usura trascurabile e non sono influenzati da moderati livelli di contaminazione. Sono disponibili in range da pochi centesimi di pollice fino da diversi pollici. In teoria possono essere costruiti in qualsiasi taglia, ma, poichè la loro lunghezza fisica deve essere 3 volte il range, sono poco pratici per misurare grandi spostamenti. La risoluzione può essere molto buona (fino a circa 20 µm nei dispositivi migliori). I variable differential transformers possono essere costruiti anche per misurare spostamenti angolari: il core rotante ha una forma tale da ottenere una tensione di output lineare rispetto allo spostamento angolare per range fino a $\pm 40^\circ$.

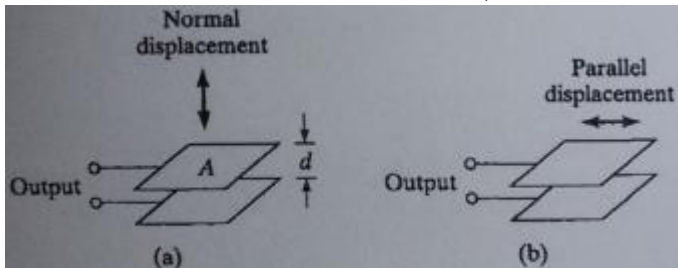


8.2.3: Sensori capacitivi di spostamento

I sensori capacitivi sono i più appropriati per misurare spostamenti molto piccoli (0.0002 – 0.2 mm), anche se range maggiori in certi casi sono più appropriati (al diminuire del range aumentano gli errori). Questi dispositivi si basano sul principio che la capacità di un condensatore sia una funzione della distanza tra le lastre e dell'area delle lastre, cioè:

$$C = K \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

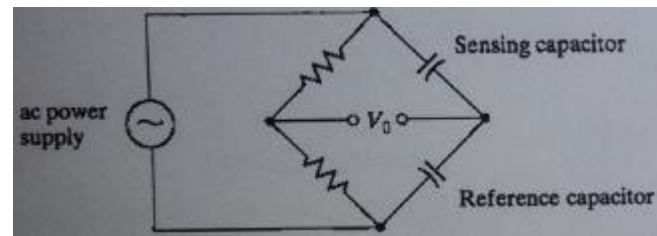
Dove K è la costante dielettrica relativa della sostanza tra le piastre (K = 1 per l'aria), ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto (pari a $8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$), A è l'area sovrapposta delle piastre e d è la loro distanza. Se A è misurata in m^2 e d in m, C avrà farad come unità di misura.



Come si vede in figura, ci sono due modi di usare i trasduttori capacitivi. In (a) una delle piastre viene mossa in modo tale che la distanza d tra di esse vari. In alternativa una delle piastre può essere mossa parallelamente all'altra, in modo da variare l'area sovrapposta A, come viene mostrato in (b). Nel caso (a) la capacità è una funzione non lineare dello spostamento; nel caso (b), invece, la capacità è approssimativamente una funzione lineare dello

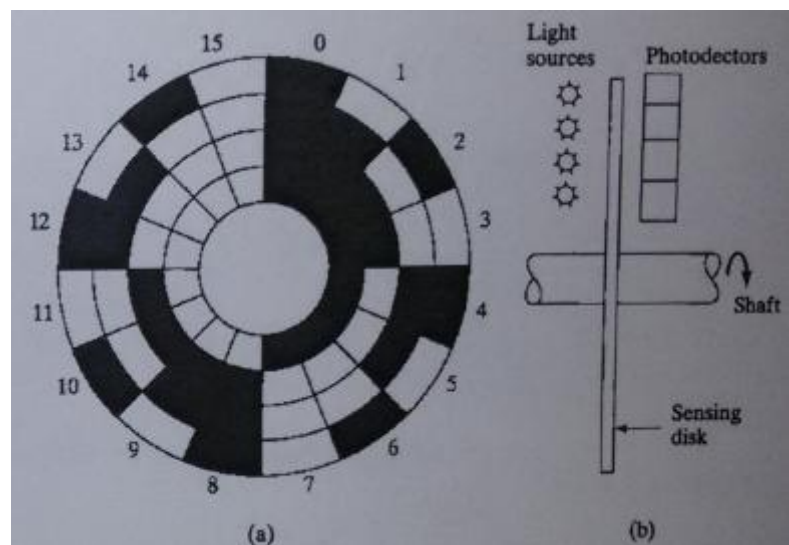
spostamento. Poiché l'output del sensore capacitivo non è una tensione, serve il condizionamento del segnale, ottenuto con un ponte di Wheatstone. Se il condensatore di riferimento ha lo stesso valore iniziale del condensatore del sensore e se i due resistori sono uguali, la tensione di output sarà una funzione della variazione di capacità. Se la variazione di capacità è piccola, la tensione di output avrà con essa una relazione circa lineare.

Tutti i sensori di spostamento visti fino ad adesso possono misurare anche spostamenti costanti e hanno output analogici.



8.2.4: Digital encoders

I digital encoders sono strumenti che convertono uno spostamento direttamente in un segnale digitale. In figura si vede un dispositivo per misurare una posizione angolare. Il disco ha 16 settori e ciascuno di essi è diviso in 4 bande. Ciascuna banda in ciascun settore è opaca oppure trasparente (una finestra). Un vettore radiale di 4 sorgenti luminose è acceso su un lato del disco e un vettore radiale di 4 fotodetector è situato sull'altro lato. In ciascuno dei 16 settori, la combinazione di finestre è unica, quindi i fotodetector rispondono un codice digitale a 4 bit che indica la posizione angolare. Strumenti simili possono anche essere usati per misure lineari. Poiché l'output di ciascun fotodetector è o acceso o spento, il segnale è in forma digitale. In uno strumento tipico, le sorgenti di luce sono LED (light emitting diodes) e i detector sono elementi fotoresistivi, cioè semiconduttori che presentano una netta variazione di resistenza se illuminati. Gli encoders hanno una risoluzione ben definita, che dipende dal numero di bit usati per rappresentare ciascuna posizione. Uno strumento a 4 bit ha solo 16 possibili posizioni. Negli strumenti commerciali si usa un numero maggiore di bit.



Poiché l'output di ciascun fotodetector è o acceso o spento, il segnale è in forma digitale. In uno strumento tipico, le sorgenti di luce sono LED (light emitting diodes) e i detector sono elementi fotoresistivi, cioè semiconduttori che presentano una netta variazione di resistenza se illuminati. Gli encoders hanno una risoluzione ben definita, che dipende dal numero di bit usati per rappresentare ciascuna posizione. Uno strumento a 4 bit ha solo 16 possibili posizioni. Negli strumenti commerciali si usa un numero maggiore di bit.

$$risoluzione = \frac{360^\circ}{2^{N_{bit}}}$$

8.3 – Misure di velocità lineare

8.3.1: Trasduttori di velocità lineare

$$V = \frac{dx(t)}{dt}$$

Tuttavia questo approccio presenta alcuni problemi. I dati di spostamento potrebbero avere una derivata prima discontinua, specialmente se si usano potenziometri. Questo produce picchi nella velocità, risultato di artefatti del processo di differenziazione. Inoltre il procedimento matematico amplifica il rumore ad alta frequenza. Raramente si effettua la derivazione di dati campionari (discontinui), ma prima si esegue un'interpolazione polinomiale.

Se sono disponibili dati di accelerazione nella forma $a(t)$, allora, per integrazione, la velocità può essere stimata come:

$$V(t) = V_0 + \int_{t_0}^t a(t)dt$$

Dove V_0 è la velocità al tempo iniziale t_0 . Se i dati di accelerazione sono di alta qualità, questo processo di integrazione dovrebbe fornire delle velocità piuttosto affidabili. Tuttavia gli integratori sono filtri instabili e possono amplificare il rumore a bassa frequenza e dare errori di zero.

Integrazione e derivazione dei segnali possono essere effettuate matematicamente sui dati di un esperimento o tramite l'uso di appropriati circuiti di condizionamento del segnale.

8.4 – Misura della velocità angolare

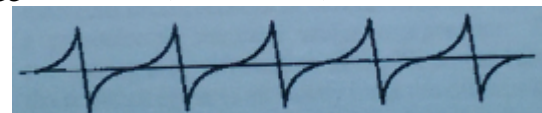
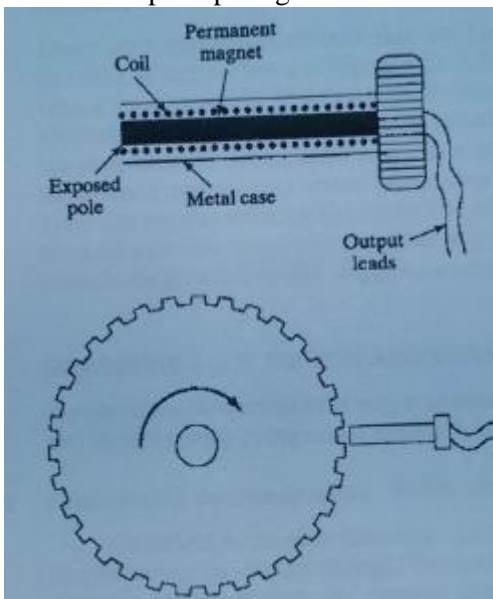
Molti macchinari comuni hanno alberi rotanti di cui è necessario calcolare la velocità angolare (shaft speed). Ci sono diversi tipi di strumenti che svolgono questa funzione, genericamente chiamati tachimetri. Possono nascere problemi nella connessione al sistema di acquisizione.

8.4.1: Dinamo tachimetrica in corrente continua

In questo approccio, un piccolo generatore di corrente continua è collegato alla fine dell'albero. L'output del generatore sarà una tensione che è funzione della velocità angolare dell'albero. La tensione può essere connessa direttamente a un voltmetro, ottenendo un'economica lettura diretta, oppure essere connessa a un sistema di acquisizione dati. In alternativa si può usare anche un generatore di corrente alternata. Anche in questo caso sarebbe possibile misurare la tensione, ma si preferisce misurare la frequenza della tensione di output usando uno strumento standard di misura della frequenza (demodulatore: trasforma la frequenza in una tensione).

8.4.2: Pickup magnetico

Il pickup magnetico è un metodo semplice e affidabile per misurare la velocità angolare, chiamato anche pickup a riluttanza variabile. Un piccolo magnete permanente è avvolto da un avvolgimento di filo isolato; il tutto è contenuto in una custodia metallica. Il magnete permanente provoca la formazione di un campo magnetico nella zona intorno al magnete stesso, passante per l'avvolgimento. Se un pezzo di ferro o un altro materiale magnetico è avvicinato a uno dei poli del magnete, esso distorce il campo magnetico (varia la riluttanza), provocando la generazione di un impulso di tensione nell'avvolgimento. Quando il materiale magnetico viene rimosso, si genera un altro impulso di tensione con segno opposto al primo. Se il pickup è posizionato su un ingranaggio rotante (ruota fonica), verrà generata una sequenza continua di impulsi. La frequenza di questi impulsi è proporzionale alla velocità angolare. Con la forma adatta dei denti dell'ingranaggio, l'onda di output può essere resa sinusoidale (ma non interessa farlo).



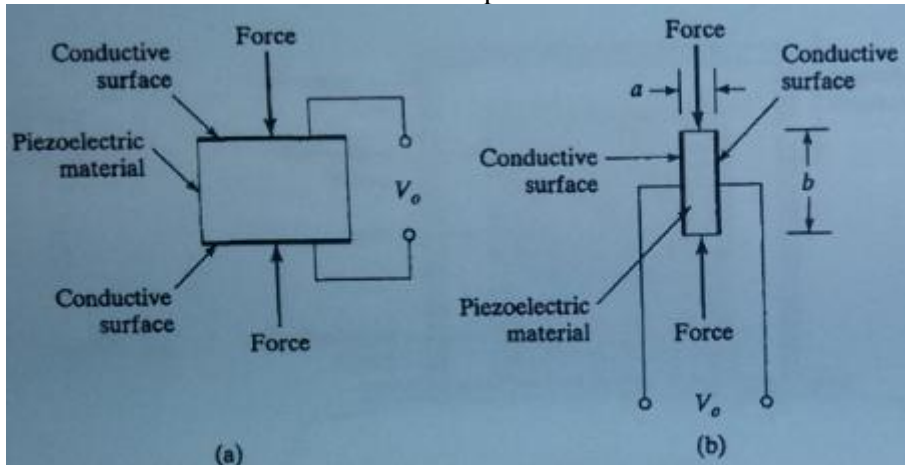
L'output del trasduttore può essere processato in due modi. Si può connettere il trasduttore a un contatore di impulsi che conta ripetutamente il numero di impulsi in un determinato periodo di tempo (per es 1 secondo) e fornisce un risultato digitale, che può essere l'input di un computer, direttamente. In alternativa il trasduttore può essere connesso a un circuito che converte una frequenza in una tensione, cosa che dà come risultato una tensione continua

l'accelerazione. La massa usata varia a seconda delle accelerazioni e delle frequenze a cui si è interessati: l'importante è essere sempre distanti dalla frequenza di risonanza del sistema.

Una massa piccola porta ad accelerometri poco sensibili, adatti a misurare grandi accelerazioni e alte frequenze. Al contrario, per misurare piccole accelerazioni e basse frequenze è meglio usare masse grandi.

8.5.1: Accelerometri piezoelettrici

Elemento di sensing piezoelettrico: certi materiali, quando deformati, sono in grado di generare una carica elettrica: il più noto tra questi è il cristallo di quarzo. La capacità di generare una carica in risposta a una deformazione rende i materiali piezoelettrici dei sensori molto utili in numerosi tipi di trasduttori comuni.



Nella figura (a) si vede un materiale piezoelettrico sotto compressione. Le facce sono state ricoperte con un materiale conduttore, per es argento. Quando il carico viene applicato, gli elettroni si muovono verso una delle facce conduttive e si allontanano dall'altra, il che risulta in una carica che viene immagazzinata nella capacità inerente del materiale piezoelettrico stesso. Per la disposizione mostrata in (a), chiamato *effetto longitudinale*, la carica generata è data da:

$$Q = F \times d$$

Dove F è la forza applicata e d è il coefficiente piezoelettrico del materiale; d dipende dal tipo di materiale e dall'orientazione dei suoi cristalli rispetto alla forza F . Per un tipico elemento di quarzo, $d = 2.3 \times 10^{-12} \text{ C/N}$. Sebbene l'equazione riportata indichi che la carica sia proporzionale alla forza, essa può essere vista come proporzionale allo spostamento. Come altri materiali, un elemento piezoelettrico è leggermente flessibile e l'imposizione di una forza produrrà un piccolo spostamento proporzionale.

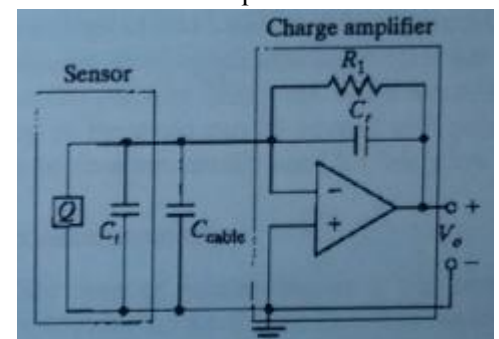
La configurazione mostrata nella figura (b) è chiamata *effetto trasversale* e la carica generata in questa disposizione è data da:

$$Q = F \times d \times \frac{b}{a}$$

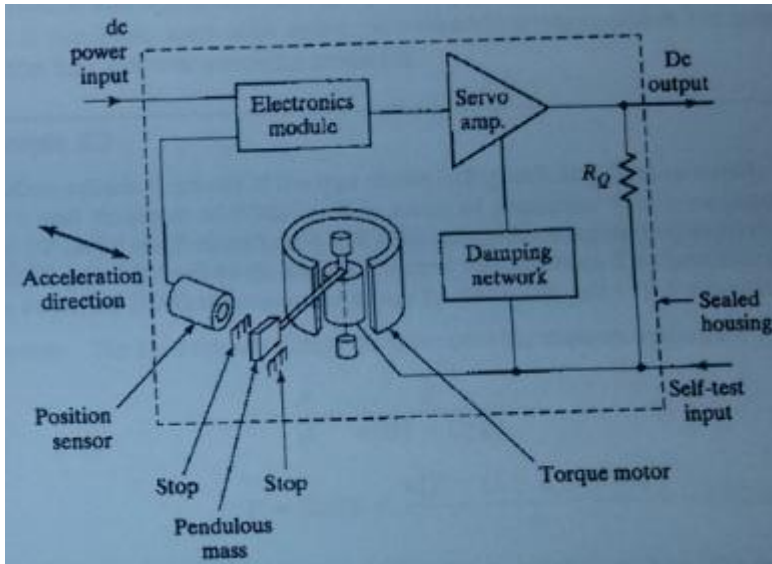
Se il rapporto tra le dimensioni, b/a , è maggiore di 1 (come di solito è), l'effetto trasversale produce una carica maggiore rispetto all'effetto longitudinale, quindi lo strumento che la sfrutta sarà più sensibile. In entrambe le configurazioni la carica è proporzionale alla forza applicata. La carica originerà una tensione, che dipenderà non solo dalla capacità dell'elemento piezoelettrico, ma anche dalle capacità dei cavi di collegamento e dall'input del condizionatore di segnale: per questo è meglio misurare Q e poi convertirla in una tensione. In sostanza questi strumenti sono condensatori che si caricano in funzione della forza di compressione. Gli strumenti reali non lavorano nè con effetto longitudinale, nè con effetto trasversale, bensì di taglio: questo consente di evitare che siano sensibili all'accelerazione in direzioni diverse da quella che si vuole misurare.

Poiché l'elemento piezoelettrico genera una carica quando viene caricato, essa deve essere misurata in una maniera che non la dissipi. Normalmente questo viene fatto con uno strumento chiamato *amplificatore di carica*.

R_1 è molto alta, quindi il circuito genera una corrente molto bassa e produce una tensione di output proporzionale alla carica. Va notato che la capacità dei cavi di collegamento dal trasduttore all'amplificatore è importante e influisce sulla calibrazione. Normalmente l'amplificatore di carica va collocato vicino al trasduttore; vengono di solito forniti dai produttori dei trasduttori piezoelettrici e in certi casi sono incorporati nel trasduttore stesso.



Anche se i sensori piezoelettrici sono in grado di misurare forze quasi costanti, non possono misurare forze completamente costanti in quanto la carica decade nel tempo, un decadimento spesso accelerato dal condizionatore di segnale. Di conseguenza, in molte applicazioni comuni i trasduttori con sensori piezoelettrici hanno un limite inferiore nella risposta in frequenza e non sono adatti per misurandi statici o

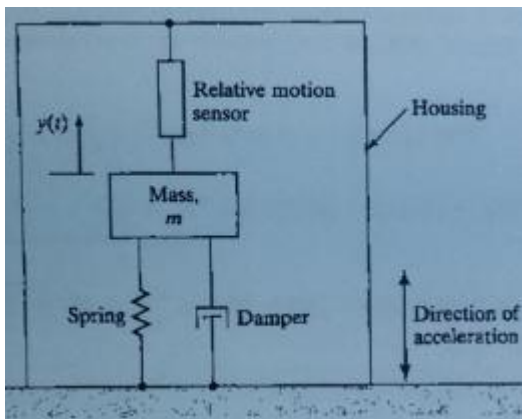


8.5.3: Servo accelerometro

Un altro tipo di accelerometro è il servo accelerometro. In questo dispositivo, l'accelerazione provoca un piccolo movimento della massa appesa (pendulous mass), movimento che viene avvertito e, usando una rete di feedback, si genera una tensione che comanda un motore rotativo, il quale riporta la massa alla sua posizione iniziale. La coppia necessaria per fare ciò è proporzionale all'accelerazione: dunque la tensione usata per guidare il motore è una misura dell'accelerazione. I servo accelerometri sono molto accurati e sono usati frequentemente nei sistemi di navigazione degli aerei e nei sistemi di controllo dei satelliti. Possono essere costruiti

con range di accelerazione lineare fino a $\pm 50g$ e possono essere anche usati per misurare l'accelerazione angolare. Sono usati principalmente per basse frequenze o per misurandi costanti, in quanto hanno basse frequenze naturali (di solito < 200 Hz).

8.5.4: Vibrometri



I vibrometri sono strumenti usati per misurare il movimento del terreno durante i terremoti e a volte per misurare le vibrazioni in macchinari. Anche se le componenti di base sono le stesse degli accelerometri piezoelettrici e con estensimetri, il modo in cui operano è diverso. La molla è molto deformabile e, quando il contenitore si muove, la massa sismica (molto grande) resta quasi immobile. Il moto relativo (y) è grande e viene acquisito con un potenziometro o un LVDT. Questi strumenti sono usati per misurare vibrazioni con frequenze alte rispetto alla frequenza naturale del sistema massa-molla, che spesso è inferiore a 1 Hz (ordine di 0.1 Hz). Anche se accelerazione e spostamento sono matematicamente legati, il vibrometro misura effettivamente lo spostamento della base piuttosto che la sua accelerazione. Quindi questi strumenti sono per lo più

sensibili a vibrazioni con frequenze moderate e ampiezze di spostamento piuttosto grandi. Le vibrazioni con alte frequenze di solito hanno piccoli valori di ampiezza di spostamento e si misurano meglio con gli accelerometri.

In conclusione, i vibrometri lavorano al di sopra della loro frequenza naturale, cioè nella zona dominata dalla massa. Gli accelerometri, invece, lavorano nella zona dominata dalla rigidità, nella quale la massa si muove solidale al vincolo: in questo modo a partire dalla forza di inerzia è possibile ricavare l'accelerazione del vincolo. Nella zona dominata dalla massa, invece, la massa è ferma e si muove solo il vincolo: in questo caso ciò che viene letto è lo spostamento del vincolo.

8.6 – Misure di forza

8.6.1: Celle di carico

In teoria ciascuna semplice struttura di metallo si deforma quando soggetta a una forza e, fin tanto che le tensioni risultanti sono al di sotto della tensione di snervamento del materiale, la deflessione (δ) e le deformazioni risultanti (ϵ) saranno funzioni lineari della forza applicata:

$$F = C1 \delta$$

$$F = C2 \epsilon$$

In queste equazioni, $C1$ e $C2$ sono costanti determinate da analisi o calibrazione. Gli strumenti per la misura di forza più comuni sono le celle di carico con estensimetri. Per questo scopo vengono usate una grande varietà di strutture semplici; in figura si riportano alcuni design comuni. La figura (a) mostra una mensola strumentata con 4 estensimetri, due superiori e due inferiori. Questi 4 estensimetri formano un ponte di

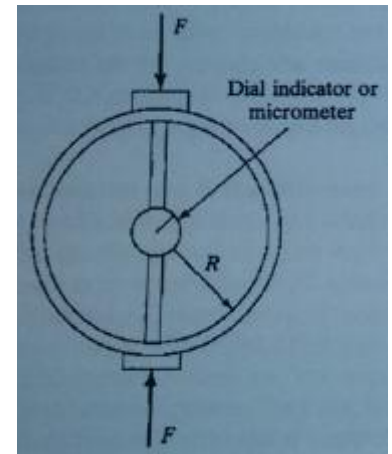
8.6.2: Proving rings

Questi strumenti non consentono misure computerizzate e vengono spesso usati per la calibrazione di dispositivi atti a misurare grandi forze. Per le piccole forze bastano dei pesi, ma non è pratico per grandi forze. Il proving ring è un semplice anello di metallo distorto da un carico trasversale. Per via della loro geometria semplice, i proving rings possono essere fabbricati con accuratezza e la relazione tra forza e deflessione può essere determinata tramite analisi. Per un anello sottile caricato come in figura, la relazione tra la deflessione verticale δ e la forza F è data da:

$$F = \frac{\delta EI}{R^3 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right)}$$

Dove E è il modulo di Young, I è il momento d'inerzia della sezione trasversale dell'anello e R è il raggio tra il centro dell'anello e il centroide della sezione trasversale dell'anello. Anelli spessi richiedono una formulazione più complicata.

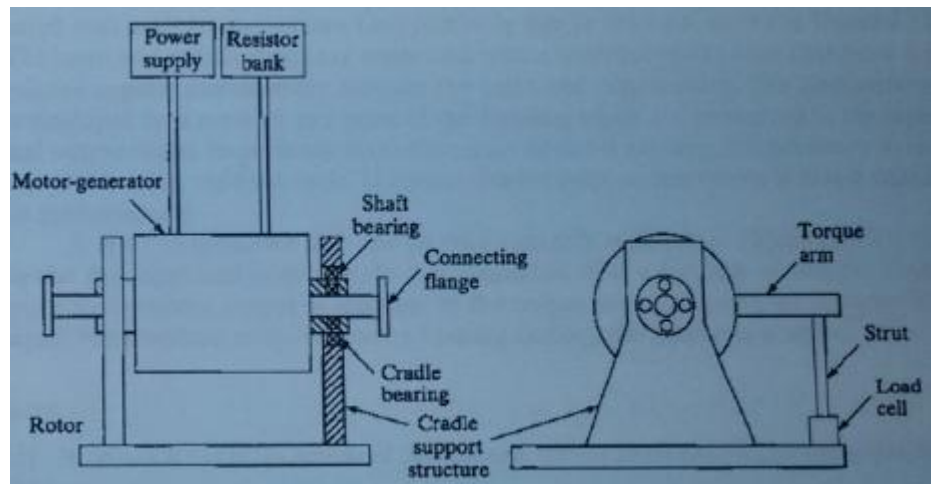
In pratica, è come se l'anello fosse composto da due travi inflesse accostate. Misurando la freccia tramite un comparatore meccanico, si ricava la forza.



8.7 – Misura della coppia di un albero rotante

Spesso è necessario misurare la coppia e la potenza associata a meccanismi rotanti, come pompe, turbine, motori elettrici, generatori elettrici, motori a combustione interna. Per ottenere la potenza bisogna misurare la velocità angolare e la coppia.

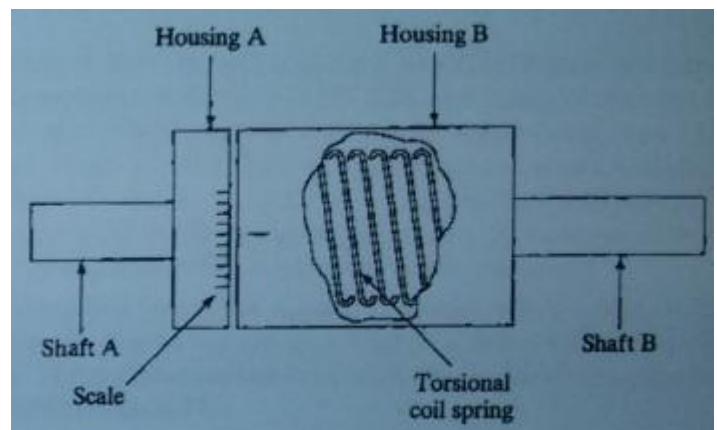
Lo strumento più versatile per la misura della coppia è il dinamometro a motore elettrico, che può essere usato sia per alimentare uno strumento che assorbe energia, come una pompa, (motoring mode), sia per assorbire energia da uno strumento che produce energia, come un motore. Nella modalità di assorbimento, il dinamometro funziona come un generatore elettrico e l'energia assorbita viene dissipata in un banco di resistori connesso. Nella modalità in cui fornisce energia, il dinamometro funziona come un motore elettrico e l'energia fornita è ottenuta da una sorgente di energia in continua.



Come si vede in figura, un motore/generatore elettrico in continua è montato su cuscinetti dentro un supporto. Il motore sarebbe libero di ruotare in relazione al supporto, se non fosse per il torque arm, che si connette al supporto tramite uno strumento che misura la forza. Dunque qualsiasi coppia applicata all'albero del motore/generatore produce una reazione nel corpo del motore/generatore che può essere acquisita moltiplicando la forza nella cella di carico per il braccio. Il motore/generatore in sé è costruito allo stesso modo delle altre macchine in continua.

Lo svantaggio più grande dei dinamometri a motore elettrico è che sono di taglia grande e piuttosto costosi. Quando è necessario solo l'assorbimento di energia, si preferisce usare il dinamometro idraulico.

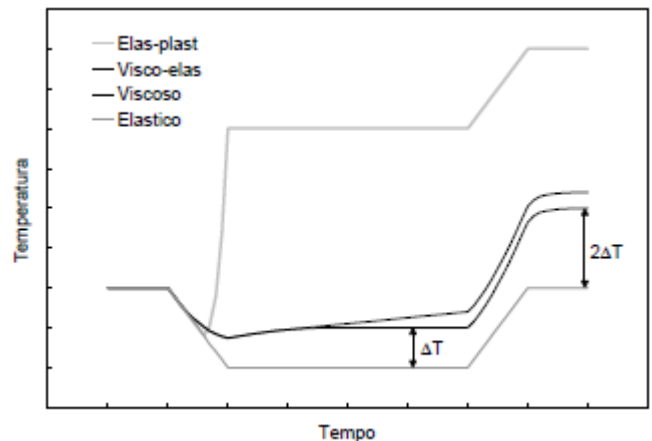
Se altri dispositivi vengono usati per fornire o assorbire energia, la coppia può essere misurata con misuratori di coppia. Uno strumento abbastanza semplice è quello in figura. Gli alberi di input e output sono connessi tramite una molla torsionale in modo tale che ci sia uno spostamento angolare relativo tra i due. Tale spostamento è mostrato su una scala in due parti del



Se il provino è elastico, segue la tensione. Se è elastoplastico e si supera la tensione di snervamento, non si recupera tutta la deformazione una volta rimosso il carico. Se è viscoelastico la sua deformazione dipende dal tempo, ma raggiunge comunque un equilibrio. Se è viscoso, la sua deformazione dipende dal tempo e non trova un equilibrio.

A tali deformazioni del provino sono associate delle variazioni di T: anche in questo caso le variazioni sono diverse a seconda della natura del materiale.

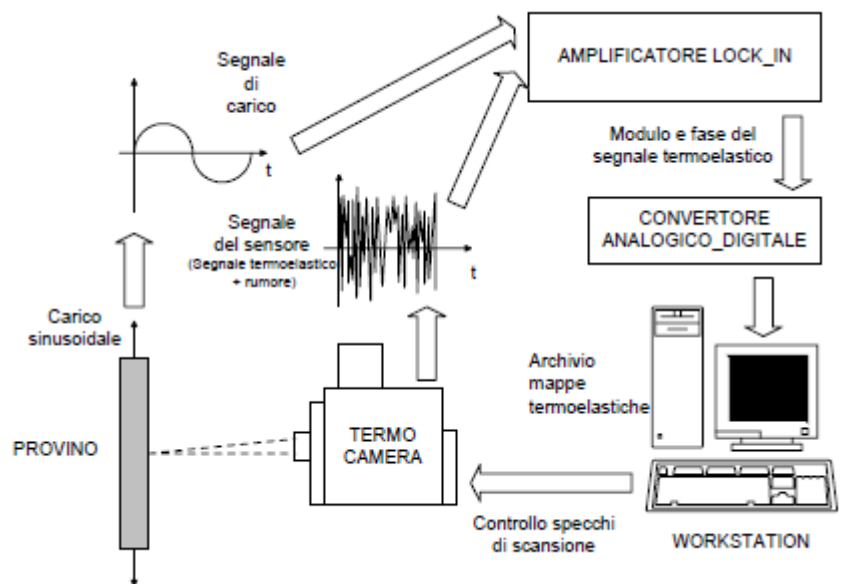
Nel caso di un provino elastico, la variazione di T segue la deformazione, ma con segno opposto. Nel caso elastoplastico, la T cresce molto a causa dei fenomeni dissipativi dovuti alla deformazione plastica. Per provini viscosi o viscoelastici si hanno dissipazioni, quindi la T cresce anche in questo caso.

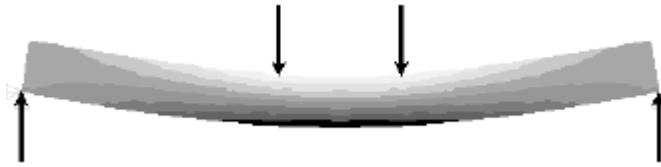


Dunque il comportamento plastico ha degli effetti termici per dissipazione, ma anche il comportamento elastico genera effetti termici. Il vantaggio dell'analisi termoelastica è che si tratta di una tecnica a pieno campo. Si deve, però, lavorare in condizioni adiabatiche, cioè non si devono avere flussi termici apprezzabili verso l'ambiente esterno o interni al materiale, dovuti per esempio a disomogeneità della sua T. Per evitare i flussi termici, carico e scarico devono avvenire a velocità elevate, quindi non si può lavorare staticamente. Si applicano carichi alterni sinusoidali (carico dinamico). Il problema della tecnica è che nei solidi si generano variazioni di T molto piccole, al contrario di quanto avviene nei gas, per i quali l'effetto è macroscopico. Le variazioni di T da misurare sono dell'ordine di 0.001°C, ma le termocamere a IR hanno una risoluzione di 0.01°C: lavorando dinamicamente, però, si può superare questo limite, in quanto si estrae dal segnale termico solo la parte coerente con il carico. Questo consente anche di eliminare il rumore, eccetto quello alla stessa frequenza del carico.

Se si prende un generico punto sulla superficie del materiale e lo si sollecita in modo dinamico, si avrà una variazione di T piccola e coerente con il carico. Nessun materiale, però, è privo di smorzamento interno: a ogni ciclo si dissipa un po' di energia, che scalda il materiale e comporta un aumento di T progressivo. Con una termocamera a IR ordinaria, quindi, dopo un transitorio iniziale si vede un aumento di T medio asintotico a cui è sovrapposta una T alternata (che è il parametro di interesse). L'andamento asintotico è dovuto al fatto che all'aumentare della T del solido, esso ceda calore all'ambiente: l'asintoto è quella T alla quale, date le condizioni ambientali, gli scambi di calore con l'esterno sono uguali a quelli dissipativi interni al materiale. Sollecitando almeno a 10 Hz, si ottiene che i due effetti abbiano frequenze completamente diverse e possano essere distinti. Per l'analisi termoelastica si vuole valutare solo l'ampiezza dell'oscillazione della T. Al problema del riscaldamento del provino si aggiunge quello del rumore del sensore: per eliminare entrambi gli inconvenienti si usa una termocamera differenziale con un amplificatore lock-in. Tale amplificatore acquisisce anche il segnale del carico, quindi estrae dal segnale del sensore solo la parte coerente con esso. Vengono memorizzate delle mappe di T.

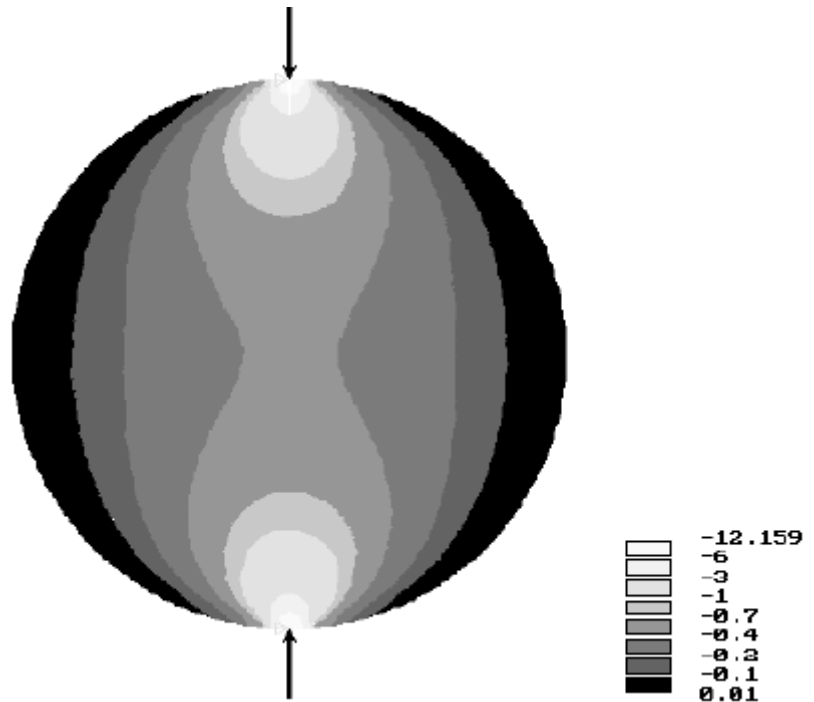
L'amplificatore lock-in può lavorare anche con segnali di confronto diversi da quello sinusoidale, per es il battito cardiaco. Funziona facendo l'interferenza tra il segnale termoelastico e quello della cella di carico normalizzato (in modo che la sua ampiezza non sia influente). I due segnali vengono fatti entrare in un mixer. Il segnale di uscita dal mixer contiene le frequenze somma e differenza di quelle presenti nei due segnali in ingresso. Dal momento che la componente del segnale proveniente dal sensore relativa alla misura termoelastica si trova esattamente alla stessa frequenza del segnale di riferimento, la corrispondente





errori dovuti ad irregolarità superficiali, difetti di ricoprimento con verniciatura ad alta emissività. È però necessario curare l'assialità della direzione di applicazione

del carico; un ottimo espediente è quello di utilizzare cerniere alle estremità del provino per minimizzare i momenti flettenti dovuti proprio alla non corretta assialità. Utilizzando una trave sottoposta a flessione su quattro punti secondo lo schema di figura si ottiene nel tratto centrale un momento costante; l'analisi termoelastica quindi fornisce delle linee isotensione parallele ed equispaziate così come previsto dall'analisi teorica. Mediante tali linee risulta quindi semplice ricavare il fattore di calibrazione per convertire le misure termoelastiche in dati tensionali quantitativi. Un'altra possibilità interessante è quella di utilizzare un provino a disco caricato in due punti diametralmente opposti; in questo caso si ottiene un stato di sollecitazione biassiale caratterizzato da un'ampia area centrale, lontano dagli spigoli che in generale sono più affetti da errori di misura, a tensione praticamente costante. Questo tipo di provino è molto semplice da caricare ed è particolarmente adatto per il rilievo delle caratteristiche dei materiali ortotropi dal momento che è possibile far variare la direzione di applicazione del carico.



Nella prova vera e propria, la scelta dei vincoli è piuttosto difficile, in quanto si devono garantire risultati confrontabili e riproducibili. La deformazione del materiale potrebbe generare movimenti relativi tra carico e oggetto. Se per es si usa un incastro (in quel punto il materiale non si può deformare), si rischia di trasmettere non solo una forza, ma anche un momento, il quale influirà in modo casuale sui risultati. Potrebbero anche nascere forze laterali, cosa evitabile se non c'è disassamento tra i carichi superiori e inferiori. Una isteresi in prove di carico e scarico potrebbe non essere dovuta a non linearità del materiale, bensì a movimenti relativi nei collegamenti. Si può anche avere un comportamento non lineare dovuto alla nascita di momenti. In generale, sono meglio le situazioni di carico isostatiche piuttosto che iperstatiche.

La variazione locale di temperatura è direttamente proporzionale alla variazione del primo invariante $\Delta I_{1,\sigma}$ dello stato tensionale puntuale (somma delle tensioni principali). Si può scrivere:

$$\Delta T = \frac{-\alpha T \cdot \Delta I_{1,\sigma}}{\rho C_\sigma} = -K_m T \cdot \Delta I_{1,\sigma}$$

Dove C_σ è il calore specifico misurato a tensione costante, α è il coefficiente di dilatazione termica, K_m è la costante termoelastica del materiale.

Nel caso di tensione uniassiale:

$$\Delta T = -\frac{\alpha T}{\rho C_\sigma} \Delta \sigma_1$$

Ciò significa che nel caso di un materiale isotropo, la variazione di T è proporzionale al primo invariante secondo un coefficiente calcolabile a priori.

9 – MISURE DI PRESSIONE E TEMPERATURA

9.1 – Misura di pressione

La pressione può essere misurata in tre forme diverse: pressione assoluta, pressione di gage e pressione differenziale. La pressione assoluta è quella usata in termodinamica per determinare lo stato di una sostanza.

applica una pressione, la variazione di altezza all'interno del pozzo è molto piccola in confronto a quella nel tubo. Di conseguenza, è necessaria solo una lettura. Questi strumenti sono fatti in modo che la lettura sia zero quando non c'è una pressione differenziale applicata. Se si usa un manometro a pozzo per misurare la pressione di un gas, si può usare direttamente l'equazione precedente dal momento che p_s è circa nullo; per un liquido, la formula da applicare è più complicata dal momento che pozzo e tubo non sono alla stessa altezza.

I manometri possono essere usati per un range di pressioni piuttosto limitato. Il fluido più denso disponibile è il mercurio, 13.6 volte più denso dell'acqua. Per uno strumento alto 10 ft (per la lettura del quale serve una scala), la massima differenza di pressione possibile è 4 atm. Con altri fluidi, per es olii leggeri, si possono leggere pressioni differenziali fino a 0.5 in di acqua con una risoluzione di ± 0.2 in.

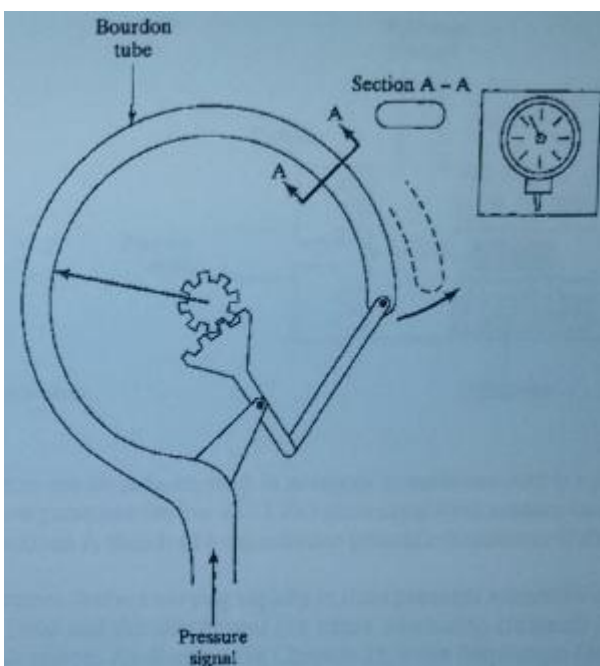
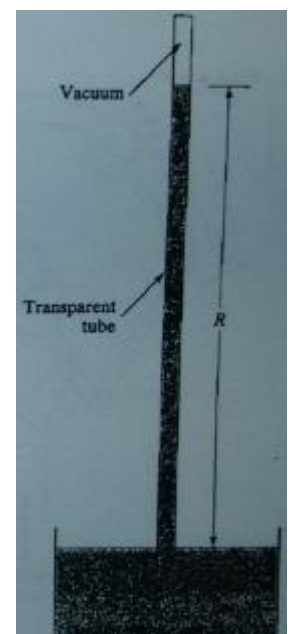
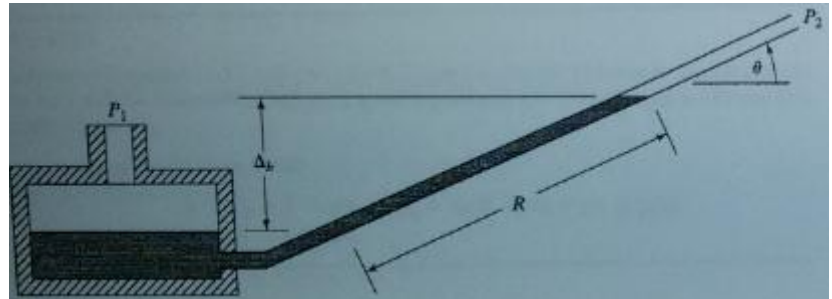
Per pressioni differenziali inferiori, si può usare un *manometro inclinato*, che una sensibilità maggiore e migliora l'accuratezza grazie a una miglior risoluzione. Questi strumenti possono essere usati per misurare pressioni differenziali fino a 0.1 in di colonna d'acqua. Il tubo inclinato fa in modo che una piccola variazione nell'altezza del fluido provochi un grande spostamento in direzione del tubo. Per i gas:

$$\Delta P = \Delta h \rho g = R \sin \theta \rho g$$

Dove R è la lettura e θ è l'angolo tra il tubo del manometro e la direzione orizzontale. Di solito si usa un olio con densità inferiore all'acqua. Nella maggior parte dei casi la scala è stirata in modo che la lettura sia nell'unità di pressione appropriata. Come per il manometro a pozzo, la formula è più complicata se il fluido misurato è un liquido.

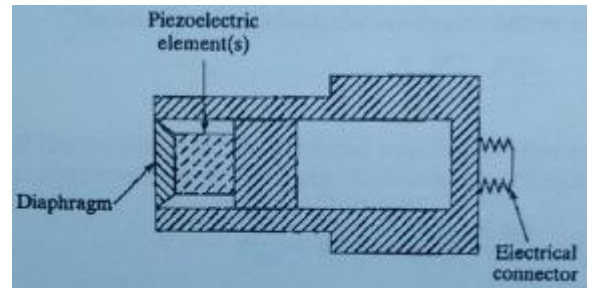
La maggior parte dei laboratori hanno un barometro per determinare la pressione atmosferica assoluta. Questo strumento è essenzialmente un manometro a pozzo in cui un ambiente è evacuato in modo tale che al suo interno ci sia la pressione di vapore del mercurio. I barometri forniscono la lettura direttamente in mmHg, ma bisogna fare una piccola correzione di T per tener conto della pressione di vapore del mercurio e dell'espansione termica differenziale del mercurio e della scala di misura.

Ci sono un gran numero di altre varianti dei manometri, che possono essere usati per pressioni maggiori o minori di quelle presentate.



Sensore di Bourdon: è uno strumento di misura della pressione molto comune, in quanto consente di ottenere misure rapide. Il principio di base è che il tubo appiattito e ricurvo tenderà di raddrizzarsi se soggetto a una pressione interna. La parte terminale del tubo è connessa a un indicatore circolare. Si possono fabbricare sensori di Bourdon un modo economico per misurare un ampio range di pressioni, dal basso vuoto fino a 1500 atm o più. Gli strumenti meno costosi di solito non sono molto accurati, comunemente hanno incertezze fino al 5% del fondo scala. L'accuratezza dei sensori più cari può essere piuttosto buona, fino a 0.5% del fondo scala. A volte i sensori di Bourdon sono usati come strumenti remoti di misura della pressione: la deflessione del tubo è sentita con un LVDT o con un potenziometro, che trasmette un segnale elettrico al sistema di acquisizione dati computerizzato.

elementi in movimento) formano un sistema dinamico del secondo ordine. Se il diaframma è molto flessibile, la frequenza naturale sarà bassa e l'output del trasduttore sarà fuorviante nel caso di variazioni di pressione ad alta frequenza. I trasduttori usati per misure di pressione ad alta frequenza, come nel processo di combustione di un motore, di solito sfruttano un elemento sensibile piezoelettrico.



I trasduttori piezoelettrici di solito sfruttano l'effetto trasversale. Il materiale piezoelettrico è molto rigido, quindi il trasduttore avrà un'alta frequenza naturale (fino a 150 kHz) e sarà usabile fino a 30 kHz.

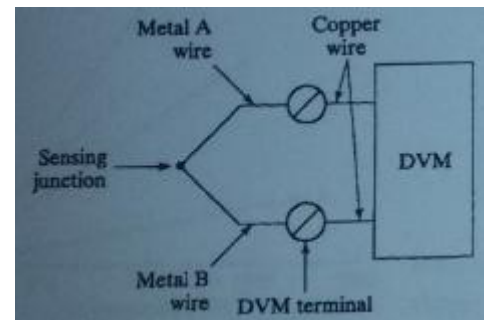
Il design dei trasduttori piezoelettrici è diverso da quello degli altri trasduttori di pressione. Quando sono installati, il diaframma entra a diretto contatto con il fluido su cui si vuole effettuare la misura. Lo si fa per due ragioni: se si avesse una camera come negli altri trasduttori, potrebbe generare un errore di loading; inoltre avrebbe un effetto molla, riducendo la frequenza naturale del trasduttore. Con questo sensore non si possono effettuare misure statiche.

9.2 – Misure di temperatura

Due strumenti tradizionali per la misura della T con uscita elettrica sono ancora molto usati, le termocoppie e gli RDT (resistance temperature detector), ma molti strumenti a semiconduttore stanno trovando applicazioni a T moderate. Si usano ancora i tradizionali strumenti meccanici. Gli strumenti senza contatto chiamati *termometri a radiazione* (prima pirometri) venivano tradizionalmente usati per le alte T, ma adesso sono ampiamente usati anche per le basse T.

9.2.1: Termocoppie

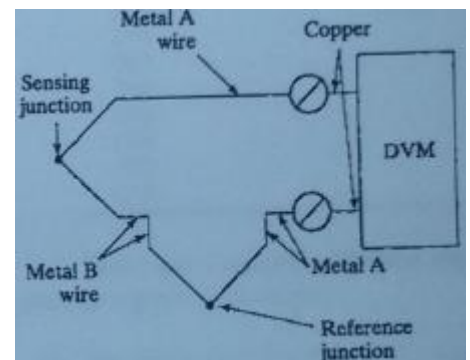
Se due metalli qualsiasi sono connessi, si sviluppa una tensione che è funzione della T alla giunzione. Questa giunzione di due metalli usata come sensore di T è chiamata *termocoppia*. La tensione è generata da un fenomeno termoelettrico chiamato *effetto Seebeck* (come il suo scopritore). In seguito è stato scoperto che la tensione di Seebeck è la somma di due effetti di tensione: l'*effetto Peltier*, generato alla giunzione, e l'*effetto Thompson*, che risulta dal gradiente di T nei cavi. Poichè sono strumenti semplici, le termocoppie sono ampiamente usate come sensori di T. Tuttavia ci sono una serie di complicazioni nel loro uso:



- La misura della tensione deve essere svolta senza flusso di corrente;
- Le connessioni allo strumento di misura della tensione risultano in giunzioni aggiuntive;
- La tensione dipende dalla composizione dei metalli usati nei cavi.

È necessaria l'assenza di flusso di corrente perchè una corrente non solo risulta in una perdita resistiva, ma influenza anche la tensione termoelettrica. Soddisfare questo requisito oggi non è un problema dal momento che sono disponibili voltmetri elettronici e sistemi di acquisizione dati con impedenze di ingresso molto alte. L'impedenza di ingresso di solito è migliore di 1 MΩ e la corrente che passa è trascurabile. In passato, invece, era necessario usare strumenti delicati e costosi chiamati potenziometri bilanciati per la funzione di misura della tensione della termocoppia.

La seconda complicazione riguarda il fatto che in realtà ci sono 3 giunzioni. Oltre alla giunzione di sensing, ci sono due giunzioni in più dove i cavi della termocoppia si connettono al DVM. La lettura della tensione, quindi, è una funzione di tre T (la giunzione di sensing e le giunzioni ai terminali del DVM), due delle quali non sono di interesse. La soluzione a questo problema è mostrata in figura. Si usano due giunzioni nella termocoppia, la seconda delle quali è detta *giunzione di riferimento*. La giunzione di riferimento è mantenuta a una T fissa e nota, di solito alla T di una miscela di acqua pura e ghiaccio a 1 atm (0°C). Esistono strumenti elettronici che simulano la giunzione di riferimento in ghiaccio senza che ci sia bisogno di ghiaccio. Ci sono ancora due giunzioni con i terminali del DVM, ma ciascuna di esse è composta dagli stessi due materiali e se si riesce a mantenere i due terminali alla stessa T, la tensione dovuta ad essi si cancella. I due terminali possono essere tenuti alla stessa T se sono posti nella stessa scatola termicamente isolata, o



- Range di T;
- Costo.

Le termocoppie di tipo R e S sono molto costose e hanno sensitività bassa; tuttavia funzionano bene ad alta T (fino a 1768°C) e sono resistenti a un certo numero di sostanze corrosive. Le termocoppie di tipo C si possono usare fino a T molto alte, ma sono piuttosto costose e non possono essere usate in ambienti ossidanti. Le termocoppie di tipo T sono poco costose e hanno sensitività molto alta, ma si corrodono rapidamente a T superiori a 400°C. Le termocoppie di tipo K sono molto usate dal momento che hanno prezzi moderati, sono abbastanza resistenti alla corrosione e si possono usare per T fino a 1372°C. Hanno anche un output relativamente lineare, cosa che consente, per applicazioni in cui non serve una accuratezza troppo elevata, di calcolare la T assumendo l'esistenza di una relazione lineare tra T e tensione.

Le termocoppie possono essere comprate in un gran numero di forme. Si possono comprare i cavi e formare una termocoppia saldandoli insieme. Si possono anche comprare cavi con la giunzione già fatta.

Una delle configurazioni più comuni è quella di mettere i cavi, la giunzione e un isolante in ceramica (di solito MgO) in un foglio di acciaio inox. Il foglio protegge i cavi della termocoppia da danni o contaminazioni chimiche.

I fabbricanti forniscono anche i cavi per connettere la sonda di sensing allo strumento di misura della tensione. Tali cavi di solito consistono di due conduttori contenuti in un involucro di plastica. Nella maggior parte dei casi, i cavi sono fatti dello stesso materiale delle termocoppie. In tal caso sarebbe possibile formare giunzioni direttamente con i cavi di collegamento, ma la loro composizione non è controllata accuratamente come quella delle termocoppie, dunque possono essere meno accurati. Per le termocoppie fatte di materiali costosi (per es Pt, come le tipo S), i cavi di collegamento sono fatti in materiali più economici ma elettricamente compatibili, chiamati *cavi di compensazione* e quando li si usa non è possibile ottenere giunzioni direttamente dai cavi di collegamento.

Le giunzioni ottenute direttamente dai cavi possono essere molto piccole. I cavi si possono acquistare con diametri fino a 0.0005 in e la giunzione saldata, di forma sferica, ha diametro di circa 3 volte quello del cavo. Una giunzione piccola ha una eccellente risoluzione spaziale (cioè la posizione della T misurata può essere conosciuta accuratamente); inoltre ha un'ottima risposta transiente (abilità di misurare T che variano rapidamente con accuratezza: riduce l'errore di tipo dinamico). Quando servono una buona risoluzione spaziale o una buona risposta transiente, è meglio usare una termocoppia piuttosto che altri sensori di T.

In certi casi numerose termocoppie sono connesse in serie in uno strumento chiamato *termopila*. Quando sono sistemate in questa maniera, la tensione di output che viene mostrata è *n* volte la

Temperature (°C)	Thermocouple type					
	T	E	J	K	R	S
-250	-6.181	-9.719		-6.404		
-200	-5.603	-8.824	-7.890	-5.891		
-150	-4.648	-7.279	-6.499	-4.912		
-100	-3.378	-5.237	-4.632	-3.553		
-50	-1.819	-2.787	-2.431	-1.889		
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.789	1.192	1.019	0.798	0.111	0.113
40	1.611	2.419	2.058	1.611	0.232	0.235
60	2.467	3.683	3.115	2.436	0.363	0.365
80	3.357	4.983	4.186	3.266	0.501	0.502
100	4.277	6.317	5.268	4.095	0.647	0.645
120	5.227	7.683	6.359	4.919	0.800	0.795
140	6.204	9.078	7.457	5.733	0.959	0.950
160	7.207	10.501	8.560	6.539	1.124	1.109
180	8.235	11.949	9.667	7.338	1.294	1.273
200	9.286	13.419	10.777	8.137	1.468	1.440
220	10.360	14.909	11.887	8.938	1.647	1.611
240	11.456	16.417	12.998	9.745	1.830	1.785
260	12.572	17.942	14.108	10.560	2.017	1.962
280	13.707	19.481	15.217	11.381	2.207	2.141
300	14.860	21.033	16.325	12.207	2.400	2.323
350	17.816	24.961	19.089	14.292	2.896	2.786
400	20.869	28.943	21.846	16.395	3.407	3.260
450		32.960	24.607	18.513	3.933	3.743
500		36.999	27.388	20.640	4.471	4.234
600		45.085	33.096	24.902	5.582	5.237
700		53.110	39.130	29.218	6.741	6.274
800		61.022		33.277	7.949	7.345
900		68.873		37.325	9.203	8.448
1000		76.358		41.269	10.503	9.585
1100				45.108	11.846	10.754
1200				48.828	13.224	11.947
1300				52.398	14.624	13.155
1400					16.035	14.368
1500					17.445	15.576
1600					18.842	16.771
1700					20.215	17.942

