



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1822A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Contadin Stefania

MATERIA: Meccanica del volo (esercizi) - prof. Quagliotti

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Esercitazioni svolte di meccanica del volo

Anno accademico 2014/2015

Stefania Contadin

Matricola: 214240

Corso di MECCANICA DEL VOLO

ESERCITAZIONE 1

Esercizio #1

Dati due velivoli H e K, le terne assi corpo relative $F_{B|H}$ ed $F_{B|K}$ hanno un orientamento rispetto alla terna inerziale definito dai tre angoli di Eulero classici:

$$E_{HI} = (\Phi_{HI} \quad \Theta_{HI} \quad \Psi_{HI}) = (60^\circ \quad -45^\circ \quad 30^\circ)$$

$$E_{KI} = (\Phi_{KI} \quad \Theta_{KI} \quad \Psi_{KI}) = (-15^\circ \quad 25^\circ \quad 10^\circ)$$

Determinare l'orientamento del velivolo H rispetto al velivolo K in termini di angoli di Eulero Φ_{HK} , Θ_{HK} , Ψ_{HK} , che definiscono l'orientamento della terna $F_{B|H}$ rispetto alla terna $F_{B|K}$.

Esercizio #2

Dato un velivolo caratterizzato dai seguenti momenti di inerzia nel sistema di riferimento assi corpo generici F_B :

$$\begin{aligned} J_X &= 948 \text{ slug ft}^2 \\ J_Y &= 1346 \text{ slug ft}^2 \\ J_Z &= 1967 \text{ slug ft}^2 \\ J_{XZ} &= -25 \text{ slug ft}^2 \end{aligned}$$

determinare i momenti principali d'inerzia del velivolo e calcolare la matrice di rotazione che permette il passaggio dalla terna assi corpo generici alla terna assi principali d'inerzia F_{PI} .

Esercizio #3

Date le equazioni delle forze nel sistema di riferimento assi verticali locali:

$$\begin{cases} X_V = m \left\{ \dot{V}_N + 2\Omega_E V_E \sin \lambda + \Omega_E^2 R \sin \lambda \cos \lambda + \dot{t} V_E \sin \lambda - \dot{\lambda} V_D \right\} \\ Y_V = m \left\{ \dot{V}_E + 2\Omega_E (V_N \sin \lambda + V_D \cos \lambda) - \dot{t} V_N \sin \lambda - \dot{t} V_D \cos \lambda \right\} \\ Z_V = m \left\{ \dot{V}_D + 2\Omega_E V_E \cos \lambda + \Omega_E^2 R \cos^2 \lambda + \dot{\lambda} V_N + \dot{t} V_E \cos \lambda - g \right\} \end{cases}$$

- semplificare le equazioni nel caso di traiettoria di volo lungo l'Equatore a quota costante;
- ottenuta l'espressione dell'accelerazione lungo z (nelle ipotesi precedentemente proposte), valutarne l'andamento al variare della velocità V_E ;
- valutare il contributo delle varie componenti della accelerazione lungo z. In particolare, individuare tali valori per una quota $h = 15000 \text{ m}$ ed una velocità $V_E = 75 \text{ m/s}$.

$$L_{KI} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{KI} & -\sin \psi_{KI} & 0 \\ \sin \psi_{KI} & \cos \psi_{KI} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{KI} & 0 & \sin \theta_{KI} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{KI} & 0 & \cos \theta_{KI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi_{KI} & -\sin \Phi_{KI} \\ 0 & \sin \Phi_{KI} & \cos \Phi_{KI} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \psi_{KI} \cos \theta_{KI} & \dots \\ \cos \theta_{KI} \sin \psi_{KI} & \dots \\ -\sin \theta_{KI} & \dots \end{bmatrix}$$

matrice completa in allegato

$$L_{KI} = \begin{bmatrix} 0,8925 & -0,2755 & 0,3571 \\ 0,1574 & 0,9323 & 0,3258 \\ -0,4226 & -0,2346 & 0,8754 \end{bmatrix}$$

$$L_{KI}' = \begin{bmatrix} 0,8925 & 0,1574 & -0,4226 \\ -0,2755 & 0,9323 & -0,2346 \\ 0,3571 & 0,3258 & 0,8754 \end{bmatrix} = L_{IK}$$

$$L_{HK} = L_{HI} \cdot L_{IK} = \begin{bmatrix} 0,8068 & -0,5898 & 0,0353 \\ -0,0503 & -0,1280 & -0,9905 \\ 0,5887 & 0,7974 & -0,1330 \end{bmatrix}$$

$$31: + \sin \theta_{HK} = -0,5887 \Rightarrow \theta_{HK} \approx -36,06^\circ$$

$$33: \cos \theta_{HK} \cos \Phi_{HK} = -0,1330$$

$$\cos \theta_{HK} = 0,8083 \Rightarrow \sin \Phi_{HK} = -0,1645 \Rightarrow \Phi_{HK} \approx 99,47^\circ$$

$$21: \sin \psi_{HK} \cos \theta_{HK} = -0,0503 \Rightarrow \sin \psi_{HK} = -0,0622 \Rightarrow \psi_{HK} \approx -3,567^\circ$$

$$E_{HK} = (99,47^\circ \quad -36,06^\circ \quad -3,57^\circ)$$

Es. 3

Semplificando trovo termini in funzione di v_E

2 grafici con termini in funzione di v_E poi acc. grafiche

R : somma raggio terra + R

$$\begin{cases} X_V = 0 \\ Y_V = m \cdot v_E \\ Z_V = m \left(2\Omega_E v_E + \Omega_E^2 R + \frac{v_E^2}{R} - g \right) \end{cases}$$

Poiché nel caso di traiettoria di volo lungo l'equatore a quota costante si ha:

$$\begin{aligned} v_D &= 0 \\ v_N &= 0 \\ \lambda &= 0 \end{aligned}$$

$$a_{Z_V} = 2\Omega_E v_E + \Omega_E^2 R + \frac{v_E^2}{R} - g$$

$$R = 15000 \text{ m} \Rightarrow R = 6,371 \cdot 10^6 + 15000$$

$$g = 9,81$$

$$\Omega_E = 7,272 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$\text{Ad } R = 15000 \text{ m}, v_E = 75 \text{ m/s}$$

$$a_{condis} = 0,0109$$

$$a_{trasp} = 8,8083 \cdot 10^{-4}$$

$$a_{centrip} = 0,0338$$

```
close all
clear all
clc
```

```
psi_hi = sym('psi_hi')
theta_hi = sym('theta_hi')
phi_hi = sym('phi_hi')
```

```
A = [cos(psi_hi) -sin(psi_hi) 0; sin(psi_hi) cos(psi_hi) 0; 0 0 1];
B = [cos(theta_hi) 0 sin(theta_hi); 0 1 0; -sin(theta_hi) 0 cos(theta_hi)];
C = [1 0 0 ; 0 cos(phi_hi) -sin(phi_hi); 0 sin(phi_hi) cos(phi_hi)];
```

```
L_hi = A*B*C
```

```
psi_ki = sym('psi_ki')
theta_ki = sym('theta_ki')
phi_ki = sym('phi_ki')
```

```
D = [cos(psi_ki) -sin(psi_ki) 0; sin(psi_ki) cos(psi_ki) 0; 0 0 1];
E = [cos(theta_ki) 0 sin(theta_ki); 0 1 0; -sin(theta_ki) 0 cos(theta_ki)];
F = [1 0 0 ; 0 cos(phi_ki) -sin(phi_ki); 0 sin(phi_ki) cos(phi_ki)];
```

```
L_ki = D*E*F
```

```
L_ik = L_ki'
```

```
L_hk = L_hi*L_ik
```

L_jk =

0.8925	0.1574	-0.4226
-0.2755	0.9323	-0.2346
0.3571	0.3258	0.8754

L_hk =

0.8068	-0.5898	0.0353
-0.0503	-0.1280	-0.9905
0.5887	0.7974	-0.1330

Matrici esercitazione 1 – esercizio 2

$L_{pb} =$

$[\cos(\theta), 0, \sin(\theta)]$

$[0, 1, 0]$

$[-\sin(\theta), 0, \cos(\theta)]$

$L_{pb}' =$

$[\cos(\theta), 0, -\sin(\theta)]$

$[0, 1, 0]$

$[\sin(\theta), 0, \cos(\theta)]$

$J_b =$

$[J_x, 0, J_{xz}]$

$[0, J_y, 0]$

$[J_{xz}, 0, J_z]$

```
close all
clear all
clc

h = 15000;
R = 6.371*10^6 + h;
omega_E = 7.272*10^-5;
g = 9.81;
V_E = [0:1000];

a_zv = 2*omega_E.*V_E + (omega_E)^2*R + ((V_E).^2./R) - g;

figure
plot(V_E, a_zv), grid on
xlabel('V_E [m/s]')
ylabel ('a_z_v')

a_zv1 = 2*omega_E.*V_E + (omega_E)^2*R + ((V_E).^2./R);

figure
plot(V_E, a_zv1), grid on
xlabel('V_E [m/s]')
ylabel ('a_z_v_1')

coriolis = 2*omega_E.*V_E;
centripetal = ((V_E).^2./R);
transport = (omega_E)^2*R;

figure, hold on, grid on
plot(V_E, coriolis, 'r')
plot(V_E, centripetal, 'g')
plot(V_E, transport, 'b')

legend ('coriolis','centripetal','transport')
xlabel('V_E [m/s]')

figure, hold on, grid on

plot(V_E, a_zv1, 'c')
plot(V_E, coriolis, 'r')
plot(V_E, centripetal, 'g')
plot(V_E, transport, 'b')

legend ('a_z_v_1','coriolis','centripetal','transport')
xlabel('V_E [m/s]')
ylabel ('a_z_v_1')

V_E = 75;
h = 15000;
coriolis = 2*omega_E.*V_E
```

GRAFICO a_{zv}

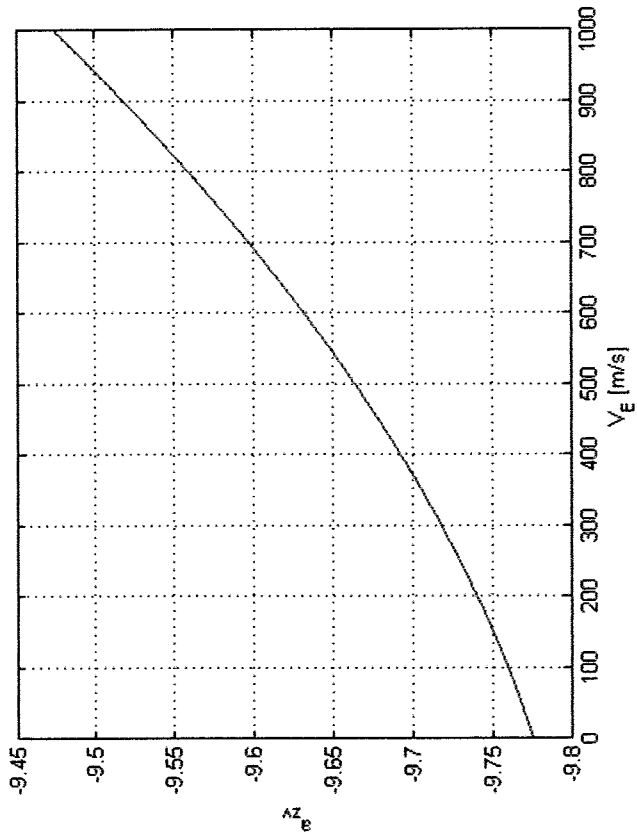


GRAFICO a_{zh} E COMPONENTI

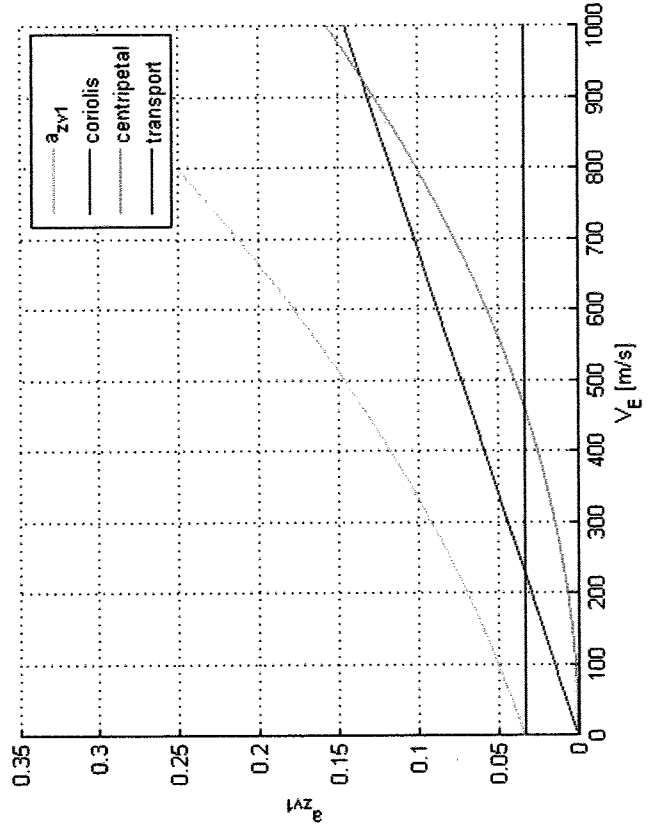


GRAFICO COMPONENTI ACCELERAZIONE

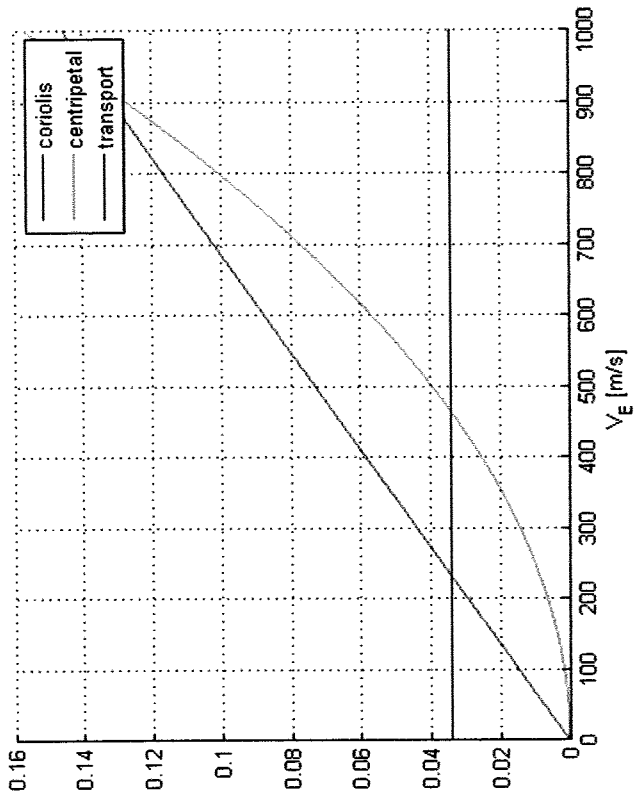
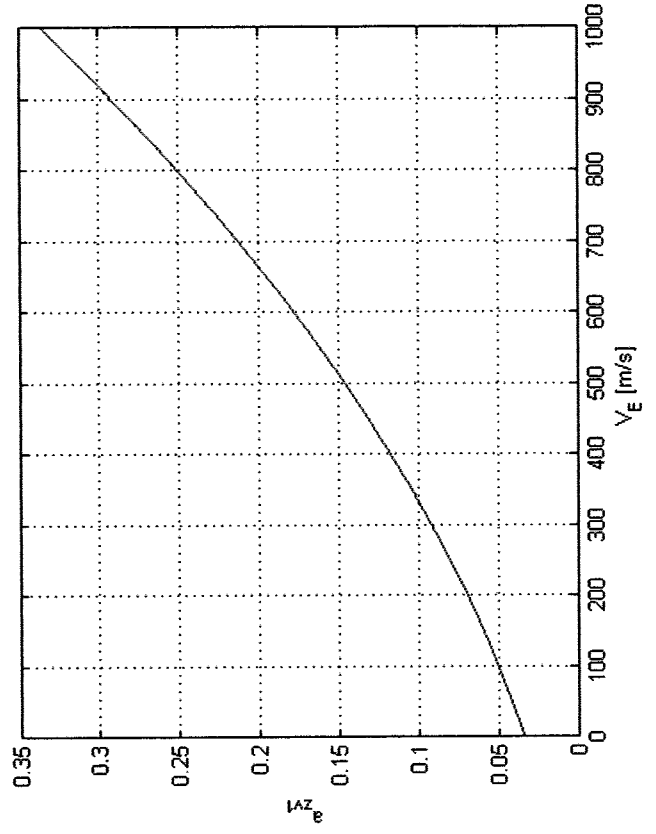


GRAFICO a_{zh}



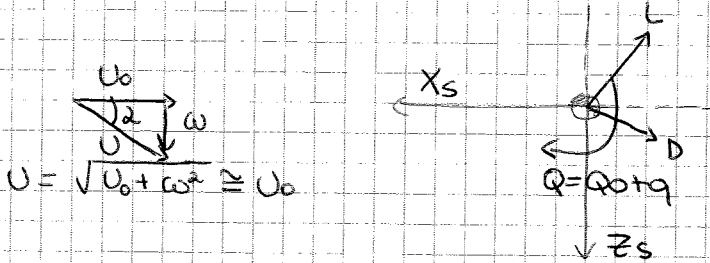
ALA			
Apertura alare	b	[ft]	33.75
Corda media aerodinamica	c	[ft]	5.25
Superficie alare	S	[ft ²]	160.22
Fuoco (ala isolata)	h_{nw}	[-]	0.25
Coeff. momento (ala isolata)	C_{m0w}	[-]	-0.119
Coefficiente angolare di portanza (ala)	a_w	[rad ⁻¹]	3.195
Angolo di incidenza ala-fusoliera	α_{wb}	[deg]	3
IMPENNAGGIO ORIZZONTALE			
Apertura alare	b_t	[ft]	10.0
Corda media aerodinamica	c_t	[ft]	3.14
Superficie alare	S_t	[ft ²]	33.02
FUSOLIERA			
Lunghezza	l_b	[ft]	24.08
Superficie in pianta	S_b	[ft ²]	38.60
Superficie in pianta (da prua a ¼ cauer)	S_{bf}	[ft ²]	16.25
DERIVATE AERODINAMICHE			
$C_{L\alpha}$		[rad ⁻¹]	3.98
C_{D0}		[rad ⁻¹]	0.0235
C_{Tu}		[rad ⁻¹]	-0.0841
C_{Lq}		[rad ⁻¹]	3.6
$C_{L\dot{\alpha}}$		[rad ⁻¹]	1.56
$C_{m\dot{\alpha}}$		[rad ⁻¹]	-5.12
$C_{l\beta}$		[rad ⁻¹]	-0.133
$C_{n\beta}$		[rad ⁻¹]	0.128
C_{lp}		[rad ⁻¹]	-0.500
C_{np}		[rad ⁻¹]	-0.007
C_{lr}		[rad ⁻¹]	0.145
C_{nr}		[rad ⁻¹]	-0.164
$C_{L\delta e}$		[rad ⁻¹]	0.537
$C_{l\delta a}$		[rad ⁻¹]	-0.187
$C_{n\delta a}$		[rad ⁻¹]	0.056
$C_{l\delta r}$		[rad ⁻¹]	0.021
$C_{n\delta r}$		[rad ⁻¹]	-0.138
CONDIZIONI DI VOLO			
Downwash	ε	[deg]	$0.01 + 0.2\alpha_{wb}$
Fattore di Ostwald	e		0.95

Introduciamo ora un tempo adimensionale, affinché anche la derivata diventi adimensionale:

$$\hat{t} = t \frac{2U}{c} \Rightarrow t = \hat{t} \frac{c}{2U_0} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial \hat{t}} \cdot \frac{2U_0}{c}$$

$$Z\omega = -\frac{1}{2} \rho \frac{c}{2U_0} C_{L2} = -\frac{1}{4} \rho S c C_{L2} = -\frac{1}{4} \cdot 1,055 \cdot 14,88 \cdot 1,60 \cdot 1,56 = -9,79 \text{ Kg}$$

Derivate in q



$$Zq = \left(\frac{\partial Z}{\partial q} \right)_{q=Q_0} = \frac{1}{2} \rho S U_0^2 \left(\frac{\partial (-C_L - C_D \omega / U_0)}{\partial q} \right)_{q=Q_0}$$

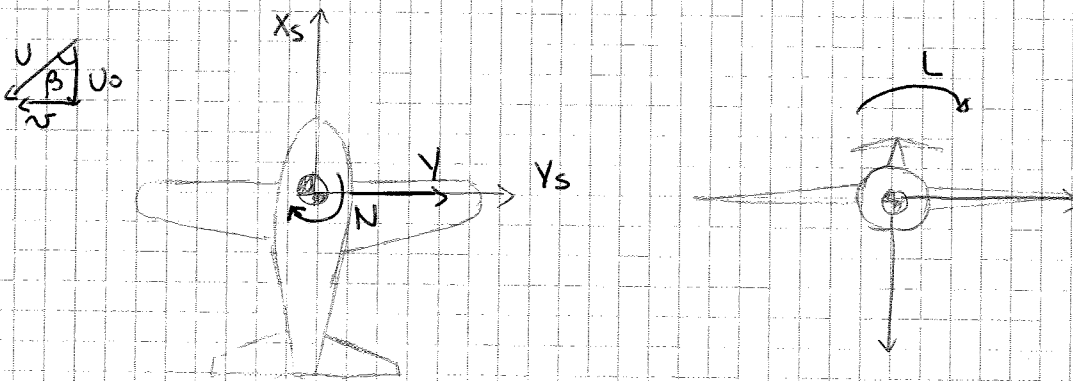
Rendo adimensionale la velocità angolare di beccheggio:

$$\hat{q} = q \cdot \frac{c}{2U_0} \Rightarrow \partial q = \partial \hat{q} \cdot \frac{2U_0}{c}$$

Assumo $C_D \ll C_L$:

$$Zq = -\frac{1}{4} \rho S c U_0 C_{Lq} = -\frac{1}{4} \cdot 1,055 \cdot 14,88 \cdot 1,6 \cdot 54,02 \cdot 3,6 = -1221,16 \frac{\text{Kg m}}{\text{s}}$$

Derivate in v



$$U = \sqrt{U_0^2 + v^2} \approx U_0 \quad L = \frac{1}{2} \rho U_0^2 S_b C_e$$

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{v}{U_0} \rightarrow v = \beta U_0$$

$$\begin{aligned} Zv &= \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right)_{v=U_0} = \frac{1}{2} \rho S U_0^2 S_b \left(\frac{\partial C_e}{\partial v} \right) = \frac{1}{2} \rho U_0^2 S_b \left(\frac{\partial C_e}{\partial \beta U_0} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \rho U_0 S_b C_{e\beta} = \frac{1}{2} \cdot 1,055 \cdot 14,88 \cdot 54,02 \cdot 10,287 \cdot (-0,133) = \\ &= -580,12 \frac{\text{Kg m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Corso di MECCANICA del VOLO

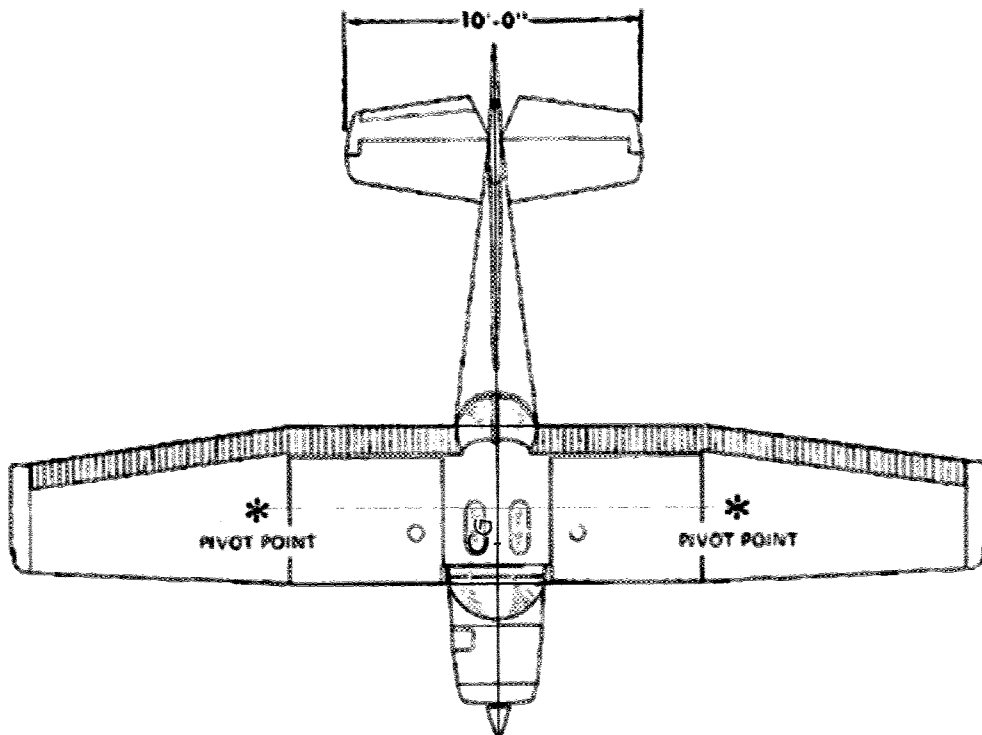
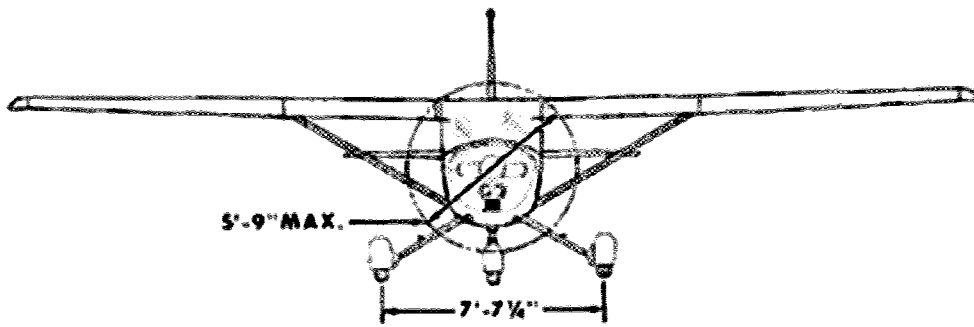
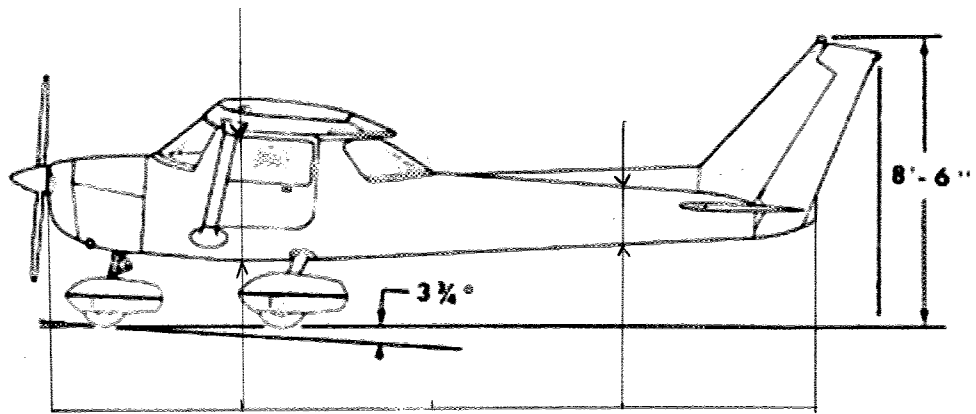
ESERCITAZIONE 3

Con riferimento al velivolo riportato in allegato ed avente le caratteristiche elencate in Tabella 1 si svolgano i seguenti punti:

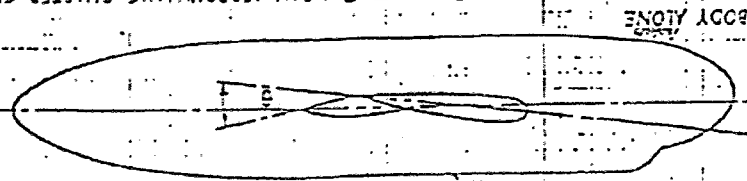
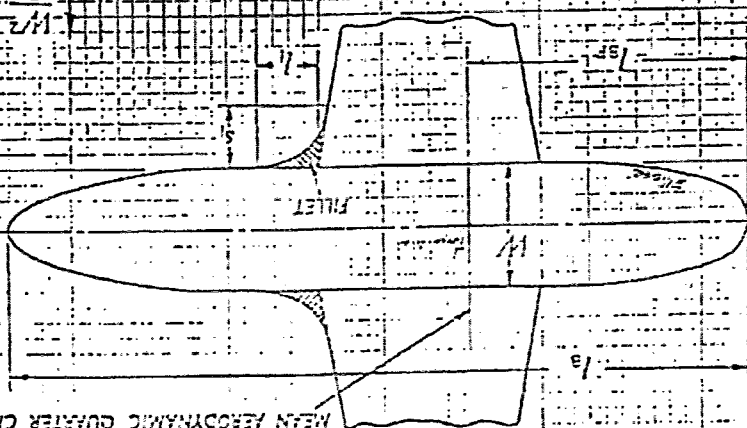
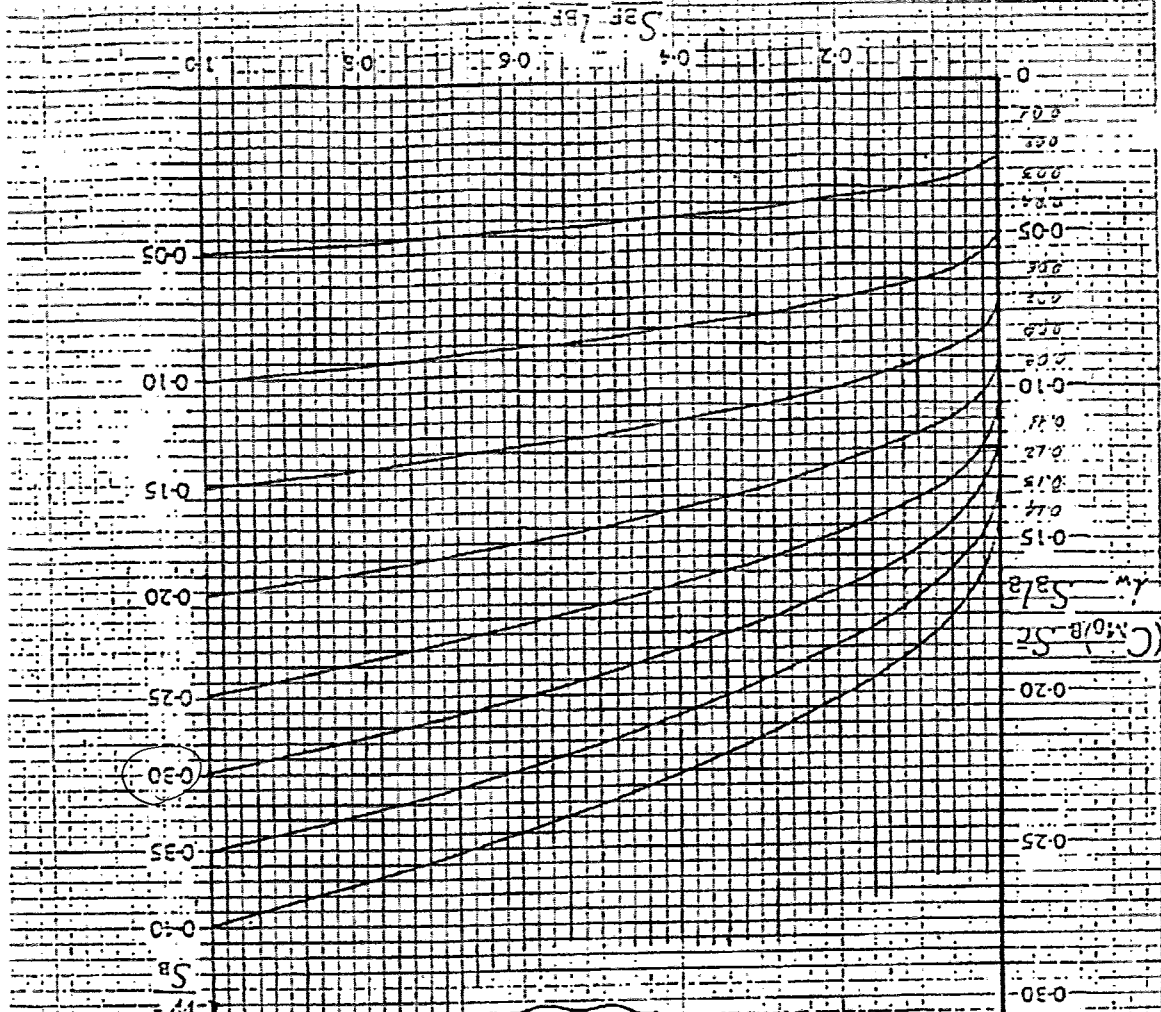
- 1) scrittura delle equazioni di equilibrio complete relative al piano longitudinale;
- 2) scrittura delle equazioni di equilibrio semplificate adottando le seguenti ipotesi:
 - $D_{wb} \ll L_{wb}$
 - $D_t \ll L_t$
 - α_{wb}, α_t di ridotta entità
 - $Z_{CG1} = Z_{CG2} \approx 0$

N.B. prodotti di grandezze piccole risultano trascurabili rispetto agli altri termini dell'equazione;

- 3) ricavare l'espressione della portanza in coda L_t necessaria ad equilibrare il velivolo;
- 4) determinare gli effetti dell'aggiunta della fusoliera all'ala isolata in termini di spostamento del centro aerodinamico e di coefficiente di momento di beccheggio invariante con l'incidenza, con riferimento ai datasheet AIRCRAFT forniti in allegato;
- 5) calcolare la portanza in coda necessaria ad equilibrare il velivolo in oggetto a fattore di carico unitario, ritenendo valide le ipotesi di cui al punto (2);
- 6) tracciare le curve di portanza del gruppo ala – fusoliera e del velivolo completo in funzione di α_{wb} e ricavare l'incidenza del velivolo completo per $\alpha_{wb} = 3^\circ$.



$(Sp/Sb) \cdot (lb/lb)$



ARCAFT 08.01.07
Pitching moment coefficient due to fuselage

WING NO-LET LINE
ZERO PITCHING
MOMENT LINE OF BODY ALONE

MEAN AERODYNAMIC QUARTER CHORD POSITIO

PITCHING MOMENT COEFFICIENT ($C_{m\alpha}$) DUE TO FUSELAGE

- l_p = distance of body nose, forward of position of mean aerodynamic quarter chord (ft.)
- S_p = area of plan form of body, forward of mean aerodynamic quarter chord (ft.²)
- W = maximum width of body (ft.)
- b = wing span (ft.)
- c = mean aerodynamic chord (ft.)
- c = root chord of wing without fillets (ft.)
- S = gross wing area (ft.²)
- i = angle between the no-lift line of wing and that direction of air flow at which the pitching moment of the body alone is zero, positive as shown in the figure (radians)
- l_f = length of fillet (ft.), (see sketch)
- r_f = radius of fillet (ft.), (see sketch)
- $C_{m\alpha}$ = lift coefficient of wing
- $C_{m\alpha}$ = pitching moment coefficient of wing, taken around the quarter-chord point of the mean aerodynamic chord
- $C_{m\alpha}$ = increment to $C_{m\alpha}$ due to the body at zero lift
- θ = reflex angle of fillet, i.e. angle between the wing root chord and the lower surface of the fillets for unswept fillets or the upper surface of the fillets for down swept fillets, positive as shown on sketch (degrees)
- λ = fillet lift increment ratio, i.e. sectional a_0/a from Controls 01.01.03 (dotted curve), treating the fillet as a flap

ES $[(C_{m\alpha})_{i/f}] (S_p^2/S_p^2)$ is plotted against S_p^2/S_p^2 for various values of W^2/S_p^2 . The values plotted refer to streamline bodies of circular or near circular cross sections with the wing in the mid-wing position. There is a small additional effect for other wing-body arrangements, positive for high wing and negative for low wing positions, of the order of $\Delta(C_{m\alpha}) = 0.004$.

The data are restricted to angles of incidence over which the pitching moment of the body varies linearly: for streamlining bodies this will apply up to about 15 degrees. The effect of excrescences (cabin top, etc.) has not been taken into account, but for cabin tops typical of modern transport aircraft design the effect has been found to be negligible.

The data refer to wings with straight trailing edges at the wing-body junction. Fillets have a major effect on $C_{m\alpha}$, particularly if they are swept or down swept. From a series of systematic tests (see the first derivation) an approximate formula for the contribution of fillets to $C_{m\alpha}$ has been derived. These tests covered a range of l/c from 0.12 to 0.5 and of r/b from 0.03 to 0.075, and should not be extrapolated far beyond these limits. Within these limits, the effect of the fillets can be estimated approximately from the equation

$$C_{m\alpha} \text{ due to fillets} = [0.046 + 0.004d(C_{m\alpha})_{\lambda} - 0.2(c + l_f)/c] (W^2 + r_f/b)$$

In this equation, the first term changes sign with θ , that is, it is positive for upsweep and negative for downsweep fillets. The second term, which allows for the fillet thickness effect, is always of negative sign. The coefficient λ is based on the idea of treating the fillet as equivalent to a flap, and is obtained from Controls 01.01.03, by using l_f instead of c , and reading values of $\lambda = a_0/a$ from the dotted curve.

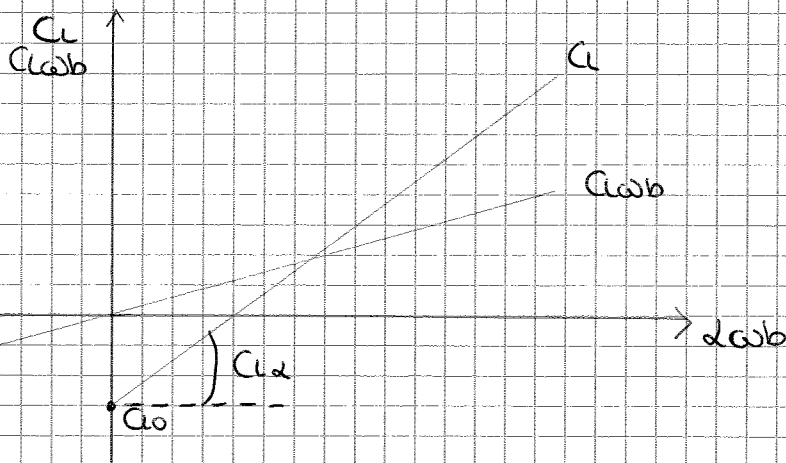
IVATIONS
 ANSCOMBE, A. and RANNEY, D. J. Tunnel investigation of body effect on $C_{m\alpha}$ and aerodynamic centre with unswept wings. R.A.E. Report No. Aero. 2323, 1949.
 Royal Aeronautical Society Technical Note No. 3, 1949.

Find the pitching moment coefficient due to a fuselage and fillets on a low-wing aeroplane of the following dimensions:—
 $l_1 = 2.8$ ft., $r_1 = 3$ ft., $dC_{m\alpha}/dC_L = 0.03$ and $\theta = 12^\circ$.
 From the data $W^2/S_p^2 = 0.14$, $S_p^2/S_p^2 = 0.196$, and from diagram $[(C_{m\alpha})_{i/f}] (S_p^2/S_p^2) = -0.093$.
 Also $S = 52 = 1.736$ ft.², and $(C_{m\alpha})_{\lambda} = -0.093 \times 0.07 / (1.736 \times 14 / 800 \times 8g) = -0.018$.
 Effect
 From Controls 01.01.03, with $c/l = 1/c = 2.8/19 = 0.147$, $\lambda = 0.475$.
 Then $C_{m\alpha}$ due to fillets = $[0.046 + 0.004 \times 0.475 \times 12 - 0.2(19 + 3)/19] (10.5 + 3)/124 = 0.005$.
 $(C_{m\alpha})_{i/f} = -0.004$

$$y = \frac{0,341 - 0,156}{100} \cdot 40 + 0,156 = 0,23$$

6) $\omega =$ ingombro della fusoliera Bungo y

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha_{wb}$$



Rappresentare sullo stesso grafico C_L e C_{Lwb} in funzione di α_{wb}
 $C_{L\alpha} \neq C_{Lwb}$ \rightarrow curve non parallele

Nel velivolo in esame $\rightarrow C_{L0}$ negativo

5) Rapp. calettamento aerodinamico \rightarrow angolo che si trova incrociando due assi di direzione di portanza nulla

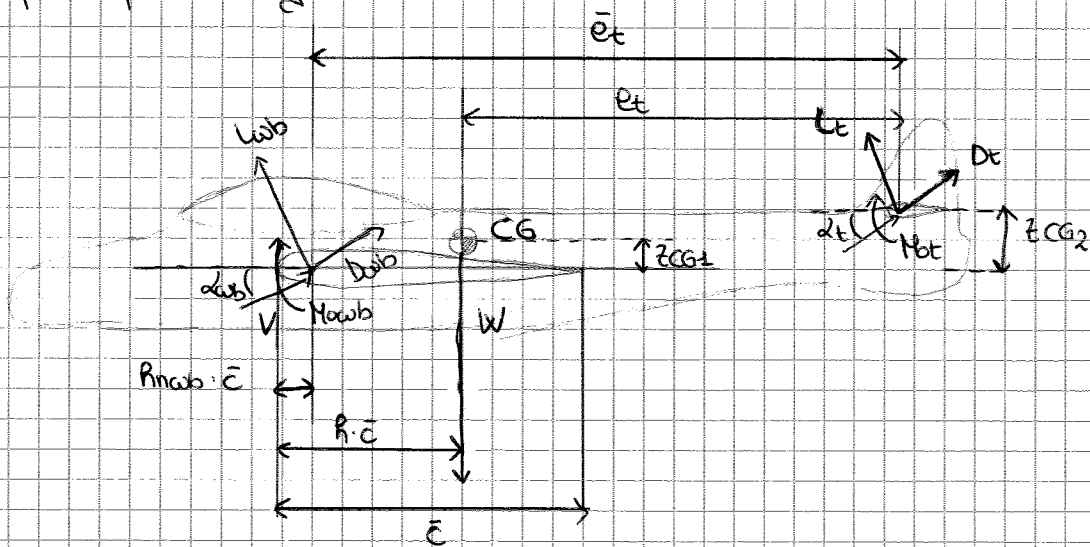
$$\alpha_t = \alpha_g - \alpha_{wb}$$

\rightarrow utilizzo α_t con segno

$$\alpha_t = \alpha_{wb} + \alpha_t - \alpha$$

Punto 1

Equazioni complete piano longitudinale



$$F_z = L_{wb} \cdot \cos \alpha_{wb} + D_{wb} \cdot \sin \alpha_{wb} + L_t \cdot \cos \alpha_t + D_t \cdot \sin \alpha_t$$

$$M = (M_{wb} + M_{ot}) + (L_{wb} \cdot \cos \alpha_{wb} + D_{wb} \cdot \sin \alpha_{wb}) \cdot (R - R_{wb}) \cdot \bar{c} + (L_{wb} \cdot \sin \alpha_{wb} + D_{wb} \cdot \cos \alpha_{wb}) \cdot z_{CG1} + (L_t \cdot \cos \alpha_t + D_t \cdot \sin \alpha_t) \cdot \bar{e}_t - (L_t \cdot \sin \alpha_t - D_t \cdot \cos \alpha_t) \cdot z_{CG2}$$

$$\left(\frac{Sc}{w^2}\right) = \frac{160,22 \cdot 4,99}{3,415 \cdot (5,25)^2} = 8,99$$

$$-\Delta R = -\frac{y}{\frac{Sc}{w^2}} = -\frac{0,23}{8,99} = -0,027 \text{ ft}$$

Il punto di applicazione di w_b si sposta in avanti rispetto al punto focale dell'ala

$$R_{nwb} = R_{nw} - \Delta R = 0,25 - 0,027 = 0,223 \text{ ft}$$

Grafico (2)

$$\frac{S_{bf}}{S_b} \cdot \frac{e_{bf}}{e_b} = \frac{16,25}{38,60} \cdot \frac{5,516}{23,11} = 0,1005$$

$$\frac{w^2}{S_b} = \frac{(3,415)^2}{38,60} = 0,302$$

S_{bf} → superficie frontale fusoliera

S_b → superficie in pianta fusoliera

Entro nel grafico con ascissa $\frac{S_{bf}}{S_b} \cdot \frac{e_{bf}}{e_b}$ e scelgo una curva per $\frac{w^2}{S_b}$, ottengo:

$$-\frac{C_{mwb}}{i_w} \cdot \frac{Sc}{S_b e_b} = 0,12$$

$$i_{wb} = 3,3^\circ = 0,05759 \text{ rad}$$

$$C_{mwb} = -0,12 \cdot \frac{S_b e_b}{Sc} \cdot i_{wb} = -0,12 \cdot \frac{38,60 \cdot 23,11 \cdot 0,05759}{160,22 \cdot 5,25} = -7,33 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^{-1}$$

$C_{mwb} = -7,33 \cdot 10^{-3} + \text{correzione per ala alta } (-5\% C_{mwb})$

$$= -7,33 \cdot 10^{-3} + (-0,05 \cdot 7,33 \cdot 10^{-3}) = -7,696 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{mowb} = C_{mwb} + C_{mow} = -7,696 \cdot 10^{-3} - 0,119 = -0,127 \text{ rad}^{-1}$$

Punto (5)

$$L_t = \frac{M_{owb} + n_z W (R - R_{nwb}) \bar{c}}{e_t} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S_c C_{mowb} + n_z W (R - R_{nwb}) \bar{c}}{e_t} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1,055 \cdot (54,02)^2 \cdot 14,88 \cdot 1,6 \cdot (-0,127) + 1 \cdot 500 \cdot 9,81 \cdot (0,3 - 0,223) \cdot 1,521}{4,08} =$$

$$= -939,971 \text{ N}$$

```
close all
clear all
clc
```

```
alfa_wb = 0:0.1:15;
alfa_wb = deg2rad(alfa_wb);
CL_alfa = 3.98;
CL0 = - 0.1137;
awb = 3.195;
```

```
CL1 = awb*alfa_wb;
CL2 = CL_alfa*alfa_wb + CL0;
```

```
figure(1), hold on, grid on
plot (alfa_wb, CL1)
plot(alfa_wb, CL2)
```

```
xlabel ('\alpha_w_b(rad)')
ylabel ('CL')
```

```
legend('CL wing body', 'CL velivolo completo')
title ('Grafico curve di portanza wing body/velivolo completo')
```

Corso di MECCANICA DEL VOLO

ESERCITAZIONE 4

Con riferimento al velivolo di cui all'esercitazione 3 si svolgano i seguenti punti:

- 1) calcolare e diagrammare il coefficiente di momento di beccheggio in funzione dell'incidenza α , evidenziando il termine invariante con l'incidenza e la rigidezza in beccheggio;
- 2) calcolare il contributo del sistema propulsivo al coefficiente di momento di beccheggio del velivolo completo;
- 3) calcolare l'incidenza di trim in relazione ai dati ottenuti al punto (1);
- 4) determinare la coordinata del punto neutro h_n ;
- 5) diagrammare il coefficiente di momento di beccheggio in funzione dell'incidenza α per diverse posizioni del baricentro: $h = 0.2 \div 0.8$ e sovrapporvi la curva di stabilità neutra;
- 6) valutare il modo di equilibrare il velivolo nell'intervallo di incidenze

$$(\alpha_{\text{trim}})_{\text{min}} = 1^\circ \div (\alpha_{\text{trim}})_{\text{max}} = 10^\circ$$

a parità di rigidezza in beccheggio;

ELICA			
Distanza dal piano dell'elica al c.a. dell'ala	x_p	[ft]	5.5
Angolo di incidenza tra l'asse di trazione e la corrente indisturbata	α_T	[deg]	4
Diametro dell'elica	d_p	[ft]	5.75
Potenza del propulsore	P	[hp]	110
Calettamento	β	[deg]	20
Larghezza media della pala	\bar{b}_p	[ft]	0.656
Larghezza della pala al 30% di R_p	$(b_p)_{30\%}$	[ft]	0.755
Larghezza della pala al 60% di R_p	$(b_p)_{60\%}$	[ft]	0.689
Larghezza della pala al 90% di R_p	$(b_p)_{90\%}$	[ft]	0.427

Lift Component of Propeller Normal Force

The calculation of the propeller normal force follows the method of reference 1. The component of lift due to the propeller normal force is

$$\begin{aligned} (\Delta C_L)_{N_p} &= \frac{nN_p}{q_\infty S_w} \cos \alpha_T \\ &= f(C_{N_a})_p \frac{\alpha_p}{57.3} \frac{S_p}{S_w} \cos \alpha_T \quad (\text{per degree}) \end{aligned} \quad 4.6.1-b$$

where the angle of attack of the propeller plane, α_p , includes the effect of the wing upwash, ϵ_0 , and is given by the equation

$$\alpha_p = \alpha_T - \frac{\partial \epsilon_0}{\partial \alpha} (\alpha_w - \alpha_0) \quad 4.6.1-c$$

The parameter $\frac{\partial \epsilon_0}{\partial \alpha}$ is presented in Section 4.3.1.

The factor f accounts for the increase in velocity at the propeller plane due to the induced flow of the propeller. It is given as a function of T_p in figure 4.6.1-1a.

The parameter $(C_{N_a})_p$, the propeller normal-force derivative, is given by the equation

$$(C_{N_a})_p = [(C_{N_a})_p]_{K_N} = 80.7 \left[1 + .3 \left(\frac{K_N}{80.7} - 1 \right) \right] \quad (\text{per radian}) \quad 4.6.1-d$$

where the empirical normal-force factor K_N is usually supplied by the propeller manufacturer but may be approximated by the equation

$$K_N = 262 \left(\frac{b_p}{R_p} \right) .3R_p + 262 \left(\frac{b_p}{R_p} \right) .6R_p + 135 \left(\frac{b_p}{R_p} \right) .9R_p \quad (\text{per blade}) \quad 4.6.1-e$$

The value $[(C_{N_a})_p]_{K_N} = 80.7$ is given in figure 4.6.1-11b as a function of propeller blade angle and type of propeller. The propeller blade angle for a particular flight condition should be obtained from a performance engineer or from a powerplant engineer.

Lift Due to Change in Slipstream Dynamic Pressure Acting on Wing

The change in lift due to the change in slipstream dynamic pressure is given by

$$(\Delta C_L)_q = K_1 \frac{\Delta q_s}{q_\infty} (C_L)_{prop} \frac{S_i}{S_w} \quad 4.6.1-f$$

where K_1 is an empirical constant accounting for a nacelle or fuselage and is presented in figure 4.6.1-12

The gain or loss in slipstream dynamic pressure is given theoretically by the equation

$$\frac{\Delta q_s}{q_\infty} = \frac{S_w T_p}{\pi R_p^2} \quad (\text{per engine}) \quad 4.6.1-g$$

Lift Due to Change in Angle of Attack Induced by Propeller Flow Field

The change in wing lift due to the upwash or downwash of the propeller flow field is

$$(\Delta C_L)_{\alpha_w} = \left(1 + \frac{\Delta q_s}{q_\infty} \right) C_{L_\alpha} \Delta \alpha \frac{S_i}{S_w} \quad 4.6.1-h$$

where $\frac{\Delta q_s}{q_\infty}$ is given by equation 4.6.1-g. The change in wing angle of attack ahead of or behind the propeller is given by

PITCHING MOMENT DUE TO OFFSET OF THRUST AXIS FROM ORIGIN OF AXES

The pitching moment due to thrust offset is given by

$$(\Delta C_m)_T = T_p \frac{z_T}{\bar{c}} \quad 4.6.3-a$$

PITCHING MOMENT DUE TO PROPELLER NORMAL FORCE

The pitching moment due to the propeller normal force is

$$(\Delta C_m)_{N_p} = (\Delta C_L)_{N_p} \frac{x_p}{\bar{c}} \frac{1}{\cos \alpha_T} \quad 4.6.3-b$$

where the parameter $(\Delta C_L)_{N_p}$ is obtained from Section 4.6.1.

PITCHING MOMENT DUE TO CHANGE IN SLIPSTREAM DYNAMIC PRESSURE ACTING ON WING

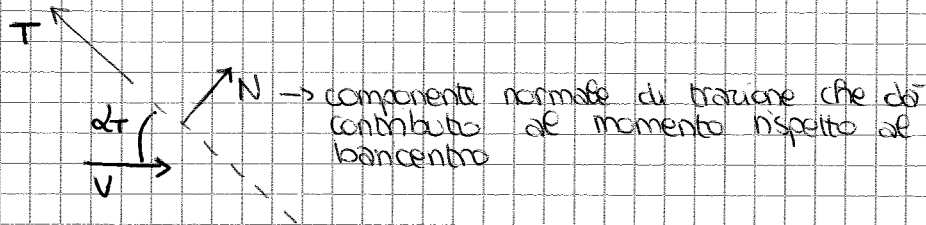
The change in wing pitching moment due to the change in slipstream dynamic pressure is given by

$$(\Delta C_m)_q = \frac{\Delta q_s}{q_\infty} \frac{S_i}{S_w} \frac{c_p}{\bar{c}} (C_m)_0 \quad 4.6.3-c$$

This increment results from the effects of the slipstream dynamic pressure increment on the zero-lift pitching-moment coefficient, $(C_m)_0$, of those components of the tail-off configuration that are immersed in the slipstream. One method of calculating $(C_m)_0$ is presented on page 4.6.3-4

Es. 2

$(\Delta C_m)_{Np}$?



$$(\Delta C_m)_{Np} = (\Delta C_L)_{Np} \cdot \frac{x_p}{c} \cdot \frac{1}{\cos(\alpha_T)} \quad \alpha_T = 4^\circ$$

$$(\Delta C_L)_{Np} = f \cdot C_{Lnp} \cdot \frac{d_p}{57,3} \cdot \frac{S_p}{S_w} \cos \alpha_T \quad d_p \approx \alpha_T \text{ espresso in gradi}$$

\rightarrow fattore convers. gradi/rad.

$$S_p = f(d_p)$$

f coeff. \rightarrow da grafico

Ascissa grafico: $\frac{S_w T'c}{8 R_p^2}$

R_p = raggio elica

$$T'c = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} = \text{coeff. di spinta}$$

\rightarrow scorso es.

Esprimere tutto nel S.I.

$$T = \frac{P}{V}$$

$$C_{Lnp} = (C_{Lnp, KN=80,7}) \left[1 + 0,8 \left(\frac{KN}{80,7} - 1 \right) \right] \rightarrow \text{secondo grafico}$$

$$KN = N_B \left[262 \left(\frac{B_p}{R_p} \right)_{0,3 R_p} + 262 \left(\frac{B_p}{R_p} \right)_{0,6 R_p} + 135 \left(\frac{B_p}{R_p} \right)_{0,9 R_p} \right]$$

\rightarrow n° pale = 2

$$S_w = S = 160,22 \text{ ft}^2 = 14,885 \text{ m}^2$$

$$d_p = 5,75 \text{ ft} = 1,753 \text{ m}$$

$$R_p = \frac{d_p}{2} = 0,877 \text{ m}$$

$$V = 54,02 \text{ m/s}$$

$$\rho = 1,055 \text{ kg/m}^3$$

$$P = 110 \text{ hp} = 82060 \text{ W}$$

$$T = \frac{P}{V} = \frac{82060}{54,02} = 1519,067 \text{ N}$$

$$T'c = \frac{1519,067}{\frac{1}{2} \cdot 1,055 \cdot (54,02)^2 \cdot 14,885} = 0,066$$

$$\frac{S_w T'c}{8 R_p^2} = \frac{14,885 \cdot 0,066}{8 \cdot (0,877)^2} = 0,1597$$

f \approx 1 dal primo grafico

$\alpha_{TRIM} \rightarrow$ annulla C_m

$$C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha = 0 \Rightarrow \alpha_{TRIM} = - \frac{C_{m0}}{C_{m\alpha}}$$

$$\alpha_{TRIM} = - \frac{0,1075}{-1,647} = 0,065 \text{ rad} = 3,7245^\circ$$

Es. 4

Annulla $C_{m\alpha} \rightarrow$ trovo R_N

$$R_N = R_{N\omega_b} + \frac{\partial t}{C_{L\alpha}} V_H \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)$$

$$R_N = 0,2210 + \frac{4,79}{3,985} \cdot 0,512 (1 - 0,2) = 0,7133$$

Es. 5

Passi di 0,1 con $0,2 \leq R \leq 0,8$ nel C_m

Poi sovrappongo grafico con $R \equiv R_N$

Es. 6

Trovare α_{Tg} per i due valori di incidenza

$$C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha = 0$$

$$C_{m0} = - C_{m\alpha} \alpha$$

↓
espressione dipendente da α_{Tg}

↳ metto i due valori di α
calcolato nel punto 2

$$C_{m0\omega_b} - V_H \alpha t (\alpha_T - E_0) \left[1 - \frac{\partial t}{C_{L\alpha}} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)\right] = - C_{m\alpha} \alpha$$

$$V_H \alpha t (\alpha_T - E_0) = \frac{C_{m\alpha} \alpha + C_{m0\omega_b}}{\left[1 - \frac{\partial t}{C_{L\alpha}} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)\right]}$$

$$\alpha_T = \frac{C_{m\alpha} \alpha + C_{m0\omega_b}}{V_H \alpha t \left[1 - \frac{\partial t}{C_{L\alpha}} \frac{S_t}{S} \left(1 - \frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)\right]} + E_0$$

$$\alpha_{Tmin} = \frac{-1,647 \cdot \frac{1}{57,3} - 0,119}{0,512 \cdot 4,79 \left[1 - \frac{4,79}{3,985} \frac{33,02}{160,22} (1 - 0,2)\right]} + 0 = -0,075 \text{ rad}$$

$$\alpha_{Tgmin} = \alpha_{Tmin} + \alpha_{\omega_b} = -0,075 + \frac{3,3}{57,3} = -0,0174 \text{ rad} = -0,9975^\circ$$

$$\alpha_{Tmax} = -0,207 \text{ rad}$$

$$\alpha_{Tgmax} = \alpha_{Tmax} + \alpha_{\omega_b} = -0,1494 \text{ rad} = -8,5611^\circ$$

Per avere un $C_{m0} > 0$ occorre quindi un α_T negativo

Corso di MECCANICA DEL VOLO

ESERCITAZIONE 5

Con riferimento al velivolo di cui all'esercitazione 3 si svolgano i seguenti punti:

- 1) definire e calcolare le derivate aerodinamiche di controllo $C_{L\delta_e}$ e $C_{m\delta_e}$.
(considerando $\frac{c_e}{c_t} = 0.2$)
- 2) valutare in termini percentuali l'influenza del termine dipendente dal margine statico sulla derivata di controllo $C_{m\delta_e}$, al variare della posizione del baricentro ($h = 0.2 \div 0.8$);
- 3) tracciare le curve $C_L - \alpha$ ($\delta_e = -4^\circ - \delta_e = 0^\circ - \delta_e = +4^\circ$) e $C_{Ltrim} - \alpha$ sul medesimo grafico, evidenziandone le intersezioni;
- 4) individuare la correlazione fra le suddette intersezioni ed i punti caratteristici della curva $C_m - \alpha$;
- 5) ricavare la relazione $C_{Ltrim} - \delta_{e(trim)}$ e tracciarne l'andamento qualitativo su grafico per diverse posizioni del baricentro ($h = 0.2 \div 0.8$);
- 6) ricavare la relazione $V_{trim} - \delta_{e(trim)}$ e tracciarne l'andamento su grafico per diverse posizioni del baricentro ($h = 0.2 \div 0.8$);
- 7) con riferimento ad un inviluppo di volo caratterizzato da $V_{min} = 95$ km/h e $V_{max} = 205$ km/h, determinare analiticamente e graficamente il margine statico che consente di controllare il velivolo in tutto il suo inviluppo di volo, considerando quali limiti di saturazione del comando $\delta_{e(max)} = 26^\circ$ e $\delta_{e(min)} = -24^\circ$ ed un margine per la manovra pari al 30%.

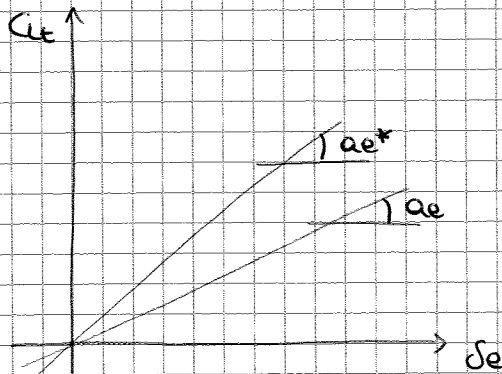
ESERCITAZIONE (5)

① $C_L \delta e$

$$L = L_{wb} + (L_t)_{\delta e=0} + (\Delta L_t)_{\delta e \neq 0}$$

$$(\Delta L_t)_{\delta e \neq 0} = \frac{1}{2} \rho V_t^2 c_t a_e^* \delta e$$

Sono stati utilizzati per i calcoli i risultati forniti dagli esercizi precedenti per evitare di avere risultati troppo discordanti.



$$a_e = \frac{V_t^2}{V^2} a_e^*$$

$$a_e = a_t \cdot \tau$$

$$C_{L_t} = a_t$$

τ si ricava dal grafico o con la formula $\left(\frac{c_e}{C_{L_t}} = 0,2\right)$

$$C_{M \delta e} \rightarrow H = H_0 + (L_{wb} + L_t)(R - R_{nwb}) \bar{c} - L_t \bar{e}_t$$

$$(\Delta H)_{\delta e \neq 0} = \Delta L_t (R - R_{nwb}) \bar{c} - \Delta L_t \bar{e}_t$$

$$(\Delta C_L)_{\delta e \neq 0} = \Delta C_{L_t \delta e \neq 0} \frac{S_t V_t^2}{S V^2} = a_e^* \frac{S_t V_t^2}{S V^2} \delta e = a_e \frac{S_t \delta e}{S}$$

$$\tau = 0,55 \Rightarrow a_e = 4,79 \cdot 0,55 = 2,6345$$

$$C_{L \delta e} = \frac{\partial}{\partial \delta e} (\Delta C_L \delta e) = a_e \frac{S_t}{S} = 2,6345 \cdot \frac{33,02}{160,22} = 0,5429 \text{ rad}^{-1}$$

$$(\Delta C_M)_{\delta e \neq 0} = \frac{(\Delta H)_{\delta e \neq 0}}{\bar{c}} = \Delta L_t (R - R_{nwb}) - \Delta L_t \frac{\bar{e}_t}{\bar{c}} =$$

$$= a_t \tau \frac{S_t}{S} (R - R_{nwb}) \bar{c} - a_t \tau \frac{S_t}{S} \frac{\bar{e}_t}{\bar{c}} \delta e$$

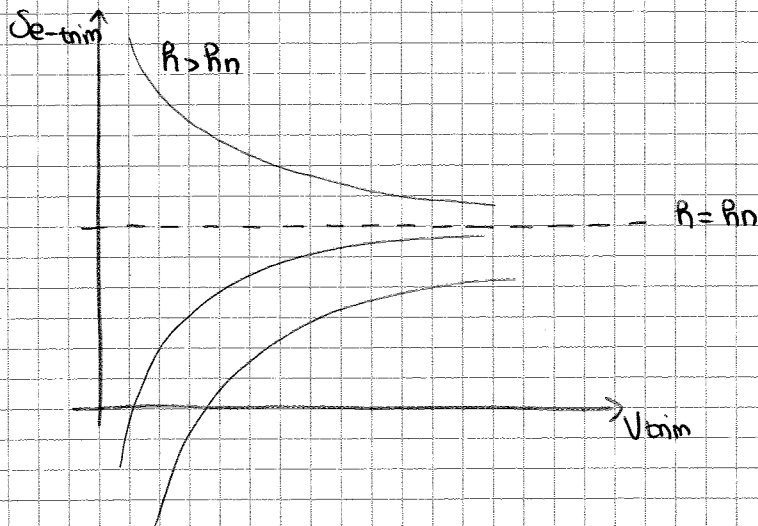
$$= \left[a_t \tau \frac{S_t}{S} (R - R_{nwb}) - a_t \tau \frac{\bar{V}_H}{\bar{c}} \right] \delta e$$

$$C_{M \delta e} = \frac{\partial}{\partial \delta e} (\Delta C_M)_{\delta e \neq 0} = a_t \tau \frac{S_t}{S} (R - R_{nwb}) - a_t \tau \frac{\bar{V}_H}{\bar{c}} =$$

$$= 4,79 \cdot 0,55 \cdot \frac{33,02}{160,22} (0,3 - 0,217) - 4,79 \cdot 0,55 \cdot 0,512 =$$

$$= -1,3038 \text{ rad}^{-1}$$

⑥ Partire con velocità $\neq 0$ sul grafico



⑦ $\delta_{e \max} = 26^\circ$
mecc.

$\delta_{e \max, \text{ marg}} = 26^\circ - 26^\circ \cdot 0,3$

$\delta_{e \min, \text{ marg}} = -24^\circ + 24^\circ \cdot 0,3$

Prendo i grafici ai punti 5-6 e traccio i limiti $C_{L \max}$ e $C_{L \min}$ dalla velocità

Punto ③ - Tracciare curve $C_L(\alpha)$ e $C_L(\alpha_{trim})$ con δ_e variabile

$$\begin{cases} C_{L \text{ trim}} = C_L \\ C_m = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_{L \text{ trim}} = C_{L\alpha} \cdot \alpha_{trim} + C_{L\delta_e} \cdot \delta_{e \text{ trim}} \\ 0 = C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha_{trim} + C_{m\delta_e} \cdot \delta_{e \text{ trim}} \end{cases}$$

Dalla seconda equazione ricavo: $\delta_{e \text{ trim}} = - \frac{C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha_{trim}}{C_{m\delta_e}}$

Sostituisco nella prima: $C_{L \text{ trim}} = C_{L\alpha} \cdot \alpha_{trim} + C_{L\delta_e} \left(- \frac{C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha_{trim}}{C_{m\delta_e}} \right)$

$\Rightarrow C_{L \text{ trim}} = \left(C_{L\alpha} - C_{L\delta_e} \frac{C_{m\alpha}}{C_{m\delta_e}} \right) \alpha_{trim} - \frac{C_{L\delta_e} C_{m0}}{C_{m\delta_e}}$

$C_{m\alpha} = -1,579 \text{ rad}^{-1} \rightarrow \text{es. 3}$

$C_{m0} = 0,096 \text{ rad}^{-1} \rightarrow \text{es. 3}$

INTERSEZIONI: $\alpha_1 = \alpha_{trim}(\delta_e = +4^\circ) = 0,003452 \text{ rad} \approx 0,180^\circ$
 $\alpha_2 = \alpha_{trim}(\delta_e = 0^\circ) = 0,0679 \text{ rad} \approx 3,48^\circ$
 $\alpha_3 = \alpha_{trim}(\delta_e = -4^\circ) = 0,1187 \text{ rad} \approx 6,48^\circ$

Punto 7) - Determinare analiticamente e graficamente il margine statico che permette di controllare il velivolo in tutto il suo inviluppo di volo

$$V_{\min} = 95 \text{ km/h} = 26,38 \text{ m/s}$$

$$V_{\max} = 205 \text{ km/h} = 56,94 \text{ m/s}$$

$$\alpha_{\max} = 0,45 \text{ rad}$$

$$\alpha_{\min} = -0,42 \text{ rad}$$

Considerando un margine di manovra del 30%:

$$\alpha_{\max} = 26^\circ - 30\% = 18,2^\circ = 0,3176 \text{ rad}$$

$$\alpha_{\min} = -24^\circ + 30\% = -16,8^\circ = -0,2932 \text{ rad}$$

$$\alpha_{\text{trim}} = - \frac{C_{m0} + C_{L\text{trim}}(R - R_n)}{[C_{L\alpha}(\alpha_n - \alpha_{\text{trim}}) - C_e V/H]}$$

α_{\min} fornisce la condizione per il limite anteriore del baricentro

$\rightarrow (R - R_n)_{\max}$

$$C_{L\max} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_{\min}^2 S} = \frac{9905}{0,5 \cdot 1,055 \cdot (26,38)^2 \cdot 14,88} = 0,8978 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{L\min} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_{\max}^2 S} = 0,4927 \text{ rad}^{-1}$$

α_{\min} è dato dalla necessità di equilibrare il velivolo a $C_{L\max}$, ponendo la condizione anteriore per la posizione del baricentro.

• LIMITE ANTERIORE

$$\alpha_{\min} = -0,2932 = - \frac{0,096 + 0,8978(R_1 - R_n)}{-1,089}$$

$$\Rightarrow 0,3192 = -0,096 - 0,8978(R_1 - R_n) =$$

$$(R_1 - R_n) = -0,4625 \Rightarrow R_1 = 0,2335 \text{ m}$$

• LIMITE POSTERIORE

$$\alpha_{\max} = 0,3176 = - \frac{0,096 + 0,4927(R_2 - R_n)}{-1,089}$$

$$\Rightarrow +0,3459 = +0,096 + 0,4927(R_2 - R_n)$$

$$(R_2 - R_n) = 1,2967 \Rightarrow R_2 = 1,9927 \text{ m}$$

Con il baricentro in posizione R_2 il velivolo è comunque equilibrabile ma è instabile, perché la sua posizione è avanzata rispetto a quella del punto neutro.

```
close all
clear all
clc

alfa = 0:0.1:10;
alfa_rad = deg2rad(alfa);
Cl_alfa = 3.985;
Cl_deltae = 0.5429;
deltae = [-4 0 4];
deltae_rad = deg2rad(deltae);

figure(1)
grid on, hold on

for i=1:3

CL = Cl_alfa.*alfa_rad + Cl_deltae*deltae_rad(i);
plot (alfa_rad, CL)

end

Cm_deltae = -1.3038;
Cm_alfa = -1.579;
Cmo = 0.096;

alfa_trim = alfa_rad;

Cl_trim = (Cl_alfa - Cl_deltae*(Cm_alfa/Cm_deltae))*alfa_trim -
(Cl_deltae*Cmo/Cm_deltae);

plot(alfa_trim, Cl_trim, 'g', 'linewidth', 1.3)

xlabel = 'alfa(rad)';
ylabel = 'Cl';
legend ('Cl (deltae = -4°)', 'Cl (deltae = 0°)', 'Cl (deltae = +4°)', 'Cl_t_r_i_m');
```

```
close all
clear all
clc
```

```
Cmo = 0.096;
Delta = -1.089;
hn = 0.696;
```

```
figure, hold on, grid on
```

```
for h = 0.3:0.1:0.8;
```

```
    Cl_trim = 0:0.05:0.8;
```

```
    de_trim = @(Cl_trim) -((Cmo + Cl_trim .* (h - hn))./Delta)
```

```
    plot (Cl_trim, de_trim(Cl_trim))
```

```
end
```

```
xlabel ('Cl_t_r_i_m');
```

```
ylabel ('deltae_t_r_i_m');
```

```
close all
clear all
clc
```

```
Cmo = 0.096;
Delta = -1.089;
hn = 0.696;
h1 = 0.2335;
h2 = 1.9927;
Cl_max = 0.8978;
Cl_min = 0.1927;
de_max = 0.3176;
de_min = -0.2932;
```

```
Cl_trim1 = 0:0.05:0.9;

de1 = -((Cmo + Cl_trim1.*(h1 - hn))./Delta);

Cl_trim2 = 0:0.1:0.2;

de2 = -((Cmo + Cl_trim2.*(h2 - hn))./Delta);
```

```
figure, hold on, grid on
plot (Cl_trim1, de1)
plot (Cl_trim2, de2)

line ([Cl_min, Cl_min], [-0.5,0.5])
line ([Cl_max, Cl_max], [-0.5,0.5])
line ([0, 0.9], [de_max, de_max])
line ([0, 0.9], [de_min, de_min])
```

```
xlabel ('Cl_t_r_i_m');
ylabel ('\delta_e');
legend ('h = 0.2335', 'h = 1.9927')
```

Grafico $C_l(\alpha)$ con δe variabile

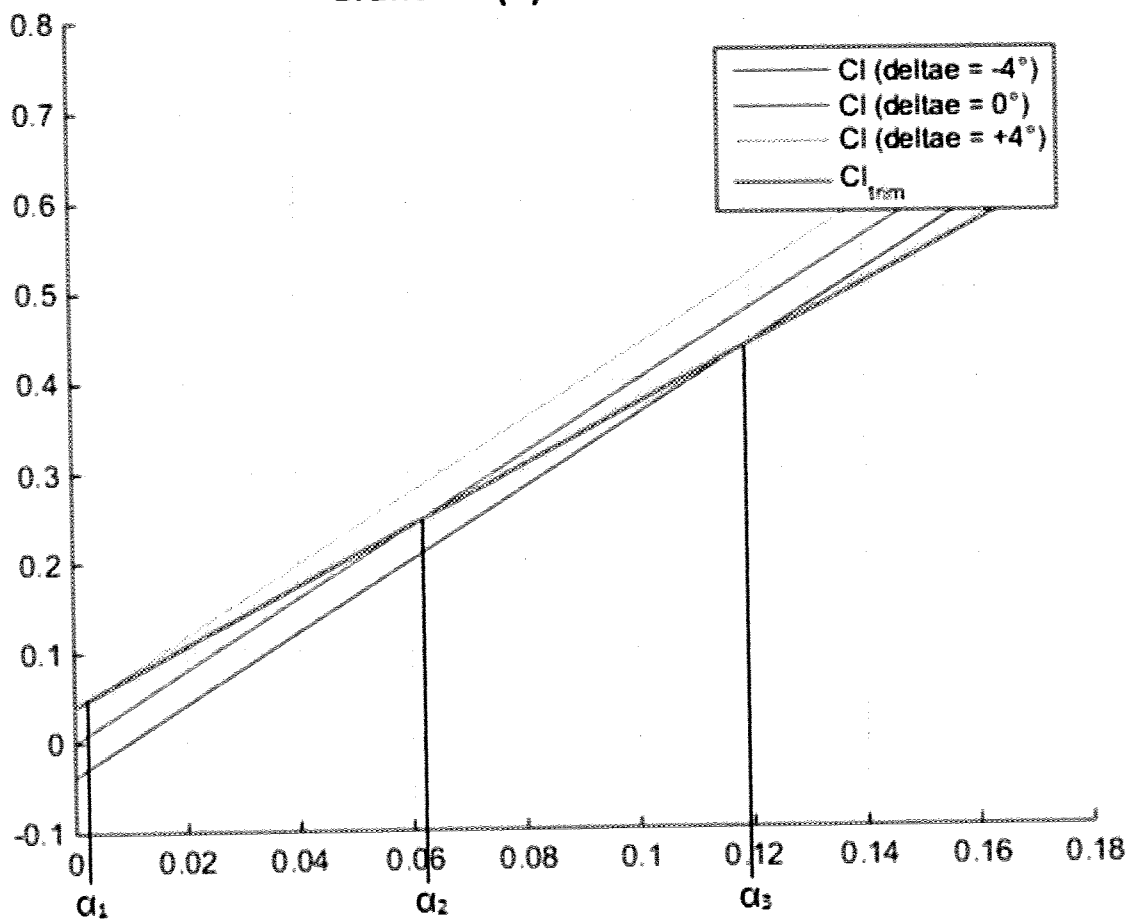


Grafico $C_m(\alpha)$ con δe variabile

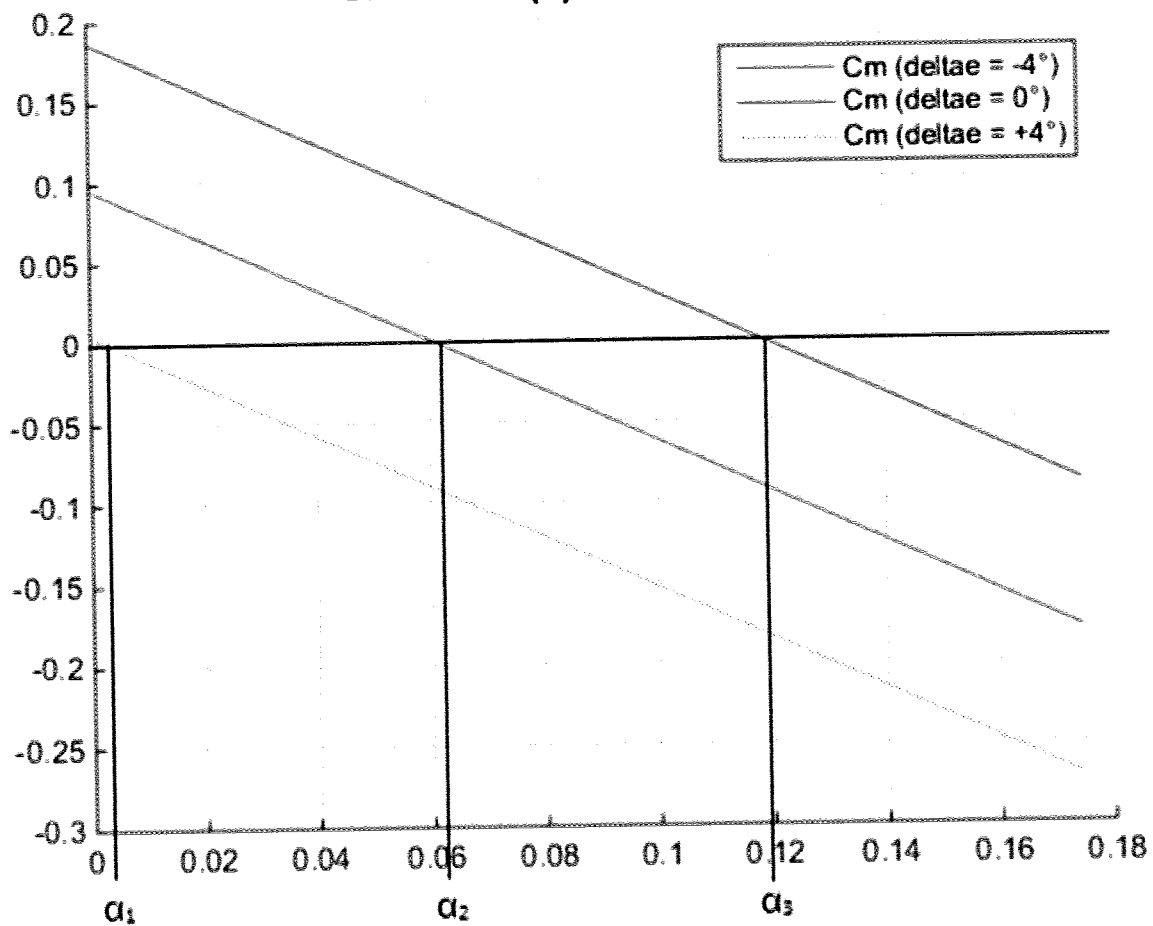
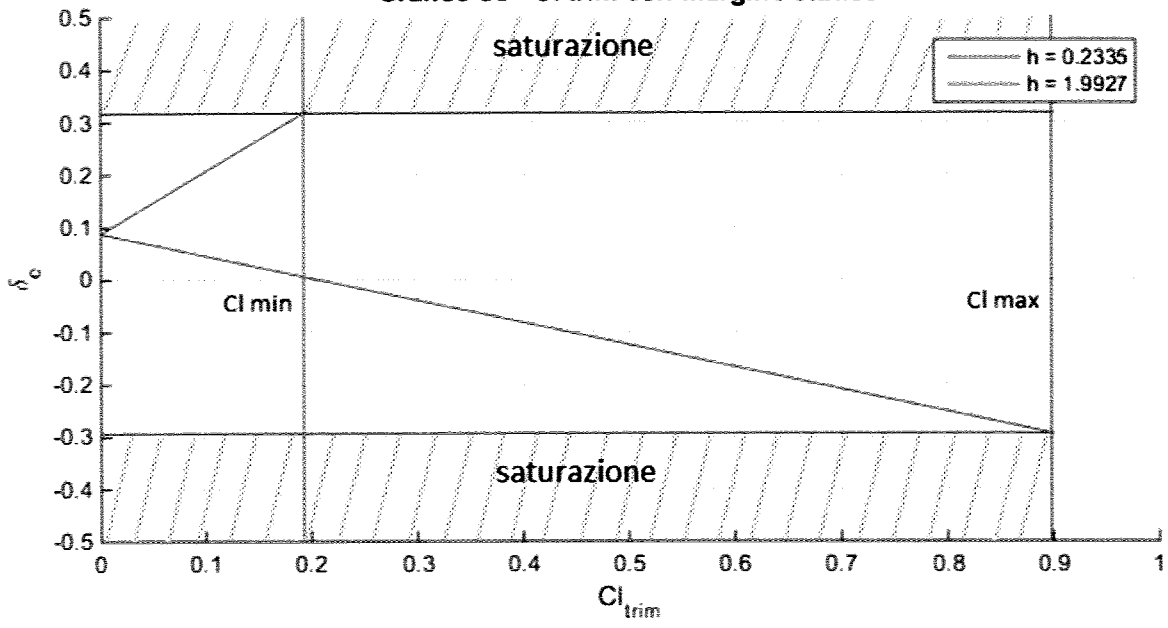


Grafico δ_e - CI trim con margine statico



Calcolo derivata $C_{l\beta}$

Roskam J., "Methods for Estimating Stability and Control Derivatives of Conventional Subsonic Airplanes"

$$C_{l\beta} = \underbrace{\left(C_{l\beta}\right)_w}_1 + \underbrace{\left(C_{l\beta}\right)_{wb}}_2 + \underbrace{\left(C_{l\beta}\right)_{ht}}_3 + \underbrace{\left(C_{l\beta}\right)_{vt}}_4$$

1) contributo ala

$$C_{l\beta}|_w = 57.3 \left\{ C_L \left[\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_c/2} K_{M\Lambda} K_f + \left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_A \right] + \Gamma \left[\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} K_{M\Gamma} + \frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \right] + \theta \tan \Lambda_{c/4} \left(\frac{\Delta C_{l\beta}}{\theta \tan \Lambda_{c/4}} \right) \right\}$$

$$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_c/2} \equiv \text{contributo freccia alare (Fig.1) [deg}^{-1}]$$

$K_{M\Lambda} \equiv$ correzione compressibilità relativa alla freccia alare (Fig. 2)

$K_f \equiv$ fattore di correzione dovuto alla fusoliera (Fig. 3)

$$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_A \equiv \text{contributo allungamento alare (Fig. 4) [deg}^{-1}]$$

$\Gamma \equiv$ diedro alare [deg]

$$\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} \equiv \text{contributo diedro alare (Fig. 5) [deg}^{-2}]$$

$K_{M\Gamma} \equiv$ correzione compressibilità relativa al diedro alare (Fig. 6)

$$\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \equiv \text{effetto indotto ala - fusoliera} = -0.0005 \sqrt{A} \left(\frac{d}{b} \right)^2 \quad [\text{deg}^{-2}]$$

$\theta \equiv$ svergolamento alare [deg]

$\Lambda_{c/4} \equiv$ freccia alare riferita alla linea dei quarti corda [deg]

$$\left(\frac{\Delta C_{l\beta}}{\theta \tan \Lambda_{c/4}} \right) \equiv \text{contributo svergolamento alare (Fig. 7) [deg}^{-2}]$$

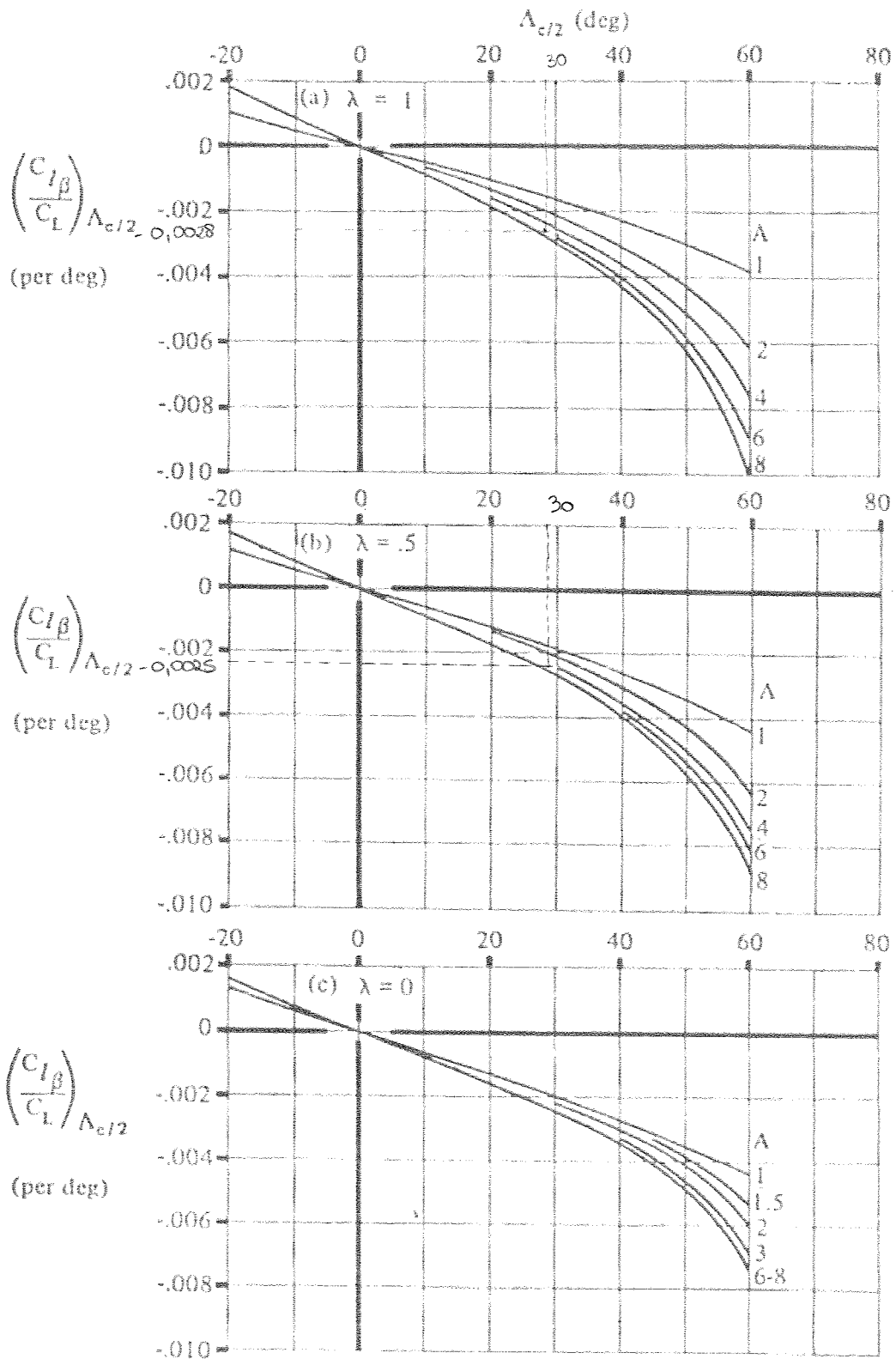


Figura 1: Contributo della freccia alare.

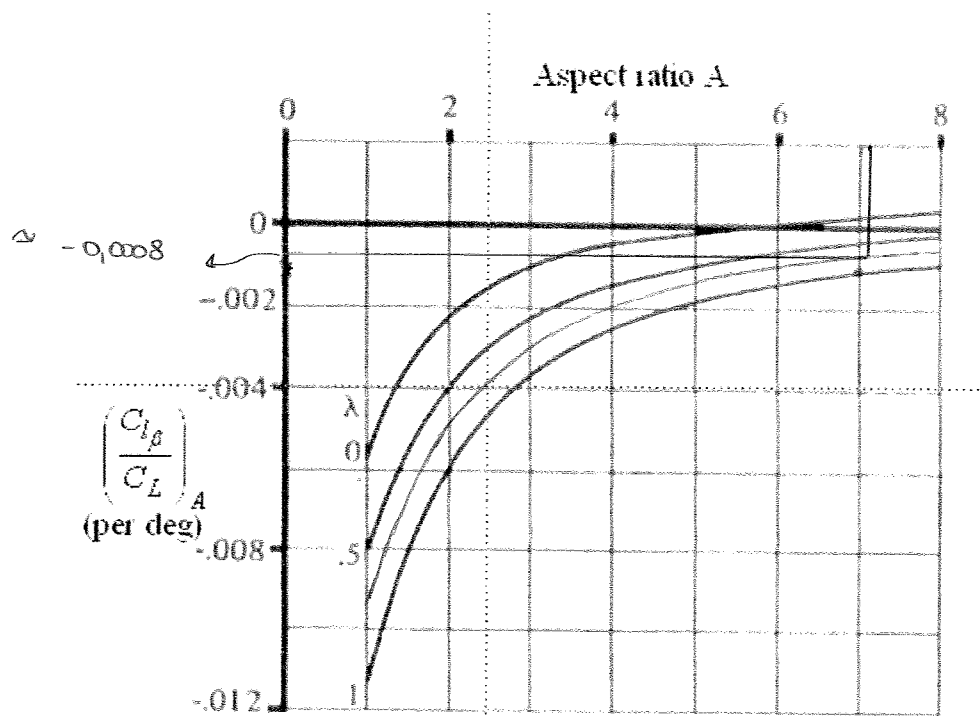


Figura 4: Contributo dell'allungamento alare.

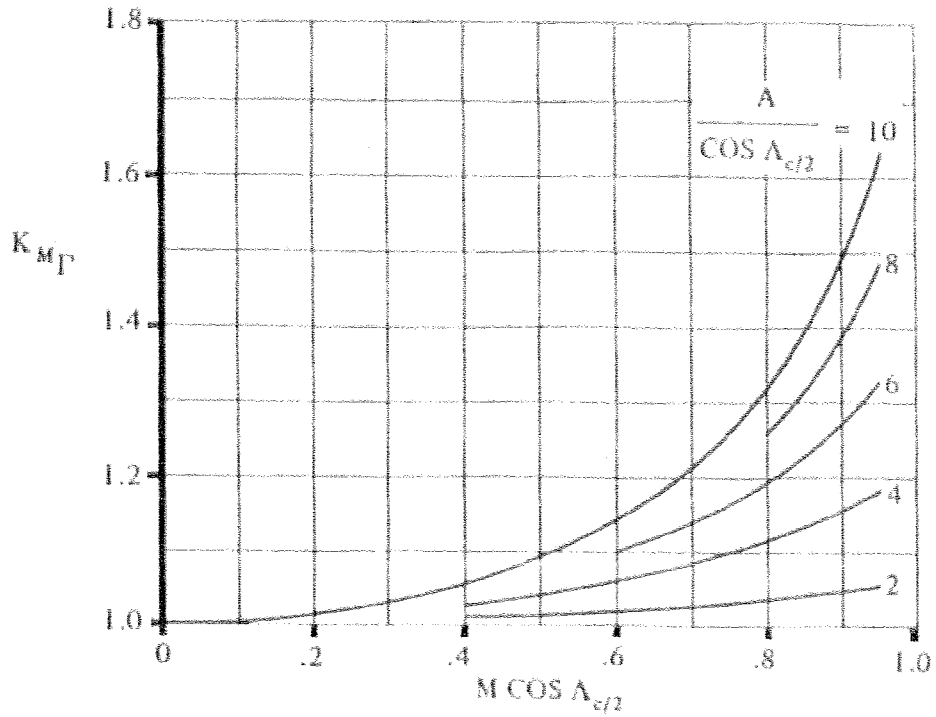


Figura 6: Correzione di compressibilità relativa al diedro alare.

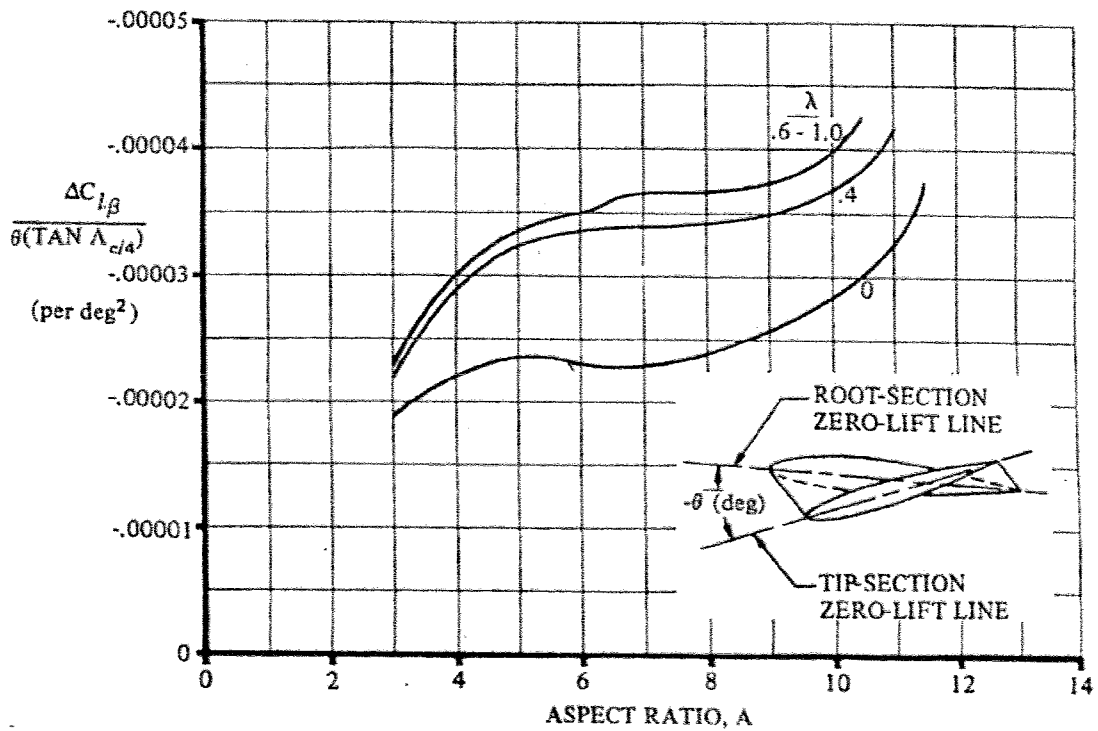


Figura 7: Contributo dello svergolamento alare.

4. CALCOLO

1) $C_{y\beta}, C_{n\beta}$

2) $C_{n\beta} = 0,128 \text{ rad}^{-1}$

calcolare sup. SF e dalla tabella calcolare corda, $C_{tu} \rightarrow da C_{tu}$ e SF ricavo R_F

(SE, C_{tu}, R_F) uso refer. punto ①

3) $C_{e\beta} = (C_{e\beta})_{\omega} + (C_{e\beta})_{\omega\beta} + (C_{e\beta})_{\Delta} + (C_{e\beta})_{\Gamma} \rightarrow EF$ dato giusto

$\theta = 0^\circ \quad \Delta = 0^\circ \quad \Gamma = 0^\circ$

4) $\theta = 0^\circ \quad \Delta = 30^\circ \quad \Gamma = 3^\circ \quad e_{F1} = e_F + \frac{b}{2} \tan(\Delta/2)$

Calcolo 1 del velivolo in esame e utilizzo il grafico con il 1 più vicino

Per il contributo dell'impennaggio verticale vado calcolando dal momento poi adimensionarlo

Punto ①

Calcolo $C_{y\beta}$:

$Y(F) = Y^*(F) \cos \alpha_F \cong Y^*(F)$

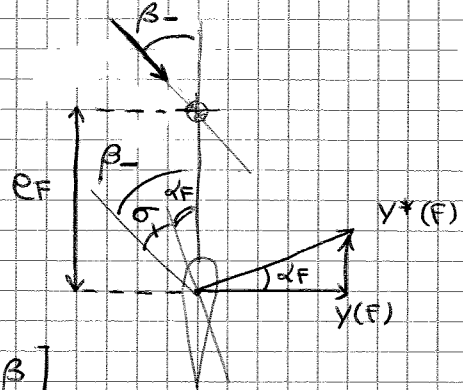
$Y(F) \cong \frac{1}{2} \rho S_F V_F^2 \alpha_F^* \cdot \Delta F =$

$= \frac{1}{2} \rho S_F V_F^2 \alpha_F^* \left[\sigma_0 - \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \beta \right]$

$C_{y_F} = \frac{Y(F)}{\frac{1}{2} \rho S V^2} = \frac{S_F V_F^2 \alpha_F^*}{S V} \left[\sigma_0 - \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \beta \right]$

$= \alpha_F \frac{S_F \Delta F}{S}$

$\alpha_F = \alpha_F^* \cdot \eta_V = 2,78 \cdot 0,97 = 2,697$



$C_{y\beta}(F) = \frac{\partial C_{y(F)}}{\partial \beta} = - \alpha_F \cdot \frac{S_F}{S} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) < 0$

$N(F) = Y(F) e_F$

$C_n(F) = \frac{N(F)}{\frac{1}{2} \rho S V^2 b} = \frac{Y(F) e_F}{\frac{1}{2} \rho S V^2 b} = C_{y(F)} \frac{e_F}{b} = \frac{S_F e_F \alpha_F}{S b} \left[\sigma_0 - \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \beta \right]$

$C_{n\beta}(F) = \frac{\partial C_n(F)}{\partial \beta} = - \alpha_F \underbrace{\frac{S_F e_F}{S b}}_w \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) = - \alpha_F w \underbrace{\left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right)}_{> 0} > 0$

per avere $C_{n\beta} > 0$ bisogna avere e_{FCO} , ovvero la deriva deve essere collocata dietro al baricentro

b) Contributo wing body

$$(C_{E\beta})_{wb} = 57,3 (\Delta C_{E\beta})_{zw}$$

$$(\Delta C_{E\beta})_{zw} = \frac{1,2\sqrt{A}}{57,3} \frac{z_w}{b} \frac{2d}{b} = \frac{1,2\sqrt{7,11}}{57,3} \frac{-2,162}{33,75} \cdot \frac{2 \cdot 2,3}{33,75} = -4,876 \cdot 10^{-4}$$

$$(C_{E\beta})_{wb} = -0,0279 \text{ rad}^{-1}$$

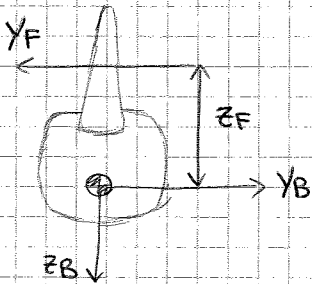
c) Contributo impennaggio orizzontale

$$(C_{E\beta})_{At} = (C_{E\beta})_{At-b} \frac{S_{tbt}}{S_b} \leadsto \text{trascurabile se } \frac{S_{tbt}}{S_b} < 0,1$$

$$\frac{S_{tbt}}{S_b} = \frac{33,02 \cdot 10}{160,22 \cdot 33,75} = 0,06 < 1$$

d) Contributo impennaggio verticale

$$L = Y(F) \cdot z_F$$



$$C_e = \frac{Y(F) z_F}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_b} = q_F \frac{S_F}{S} \left[\sigma_0 - \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \beta \right] \frac{z_F}{b}$$

$$(C_{E\beta})_{VE} = -q_F \frac{S_F}{S} \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \frac{z_F}{b}$$

$$= -2,697 \cdot \frac{13,82}{160,22} (1 - 0,07) \frac{1,97}{33,75} = -0,0126 \text{ rad}^{-1}$$

Sommando i contributi calcolati ottengo:

$$(C_{E\beta}) = -9,81 \cdot 10^{-3} - 0,0279 - 0,0126 = -0,05031 \text{ rad}^{-1}$$

Punto ④

Considero: $\theta = 0^\circ$ $\Lambda = 30^\circ$ $\Gamma = 30^\circ$

$$\Lambda_{c/2} = \arctg \left(\tg \Lambda_{ce} - \frac{1}{2} \frac{C_r - C_t}{b/2} \right) = \arctg \left(\tg 30^\circ - \frac{1}{2} \frac{5,28 - 3,96}{33,75} \right) = 28,29^\circ$$

$$e_y = e_y + \frac{b}{2} \tg(\Lambda_{c/2}) = 5,632 + \frac{33,75}{2} \tg(28,29^\circ) = 14,71 \text{ ft}$$

a) Contributo ala

$$\left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_A = -9,81 \cdot 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$$

$\left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_{c/2}} \leadsto$ entriamo nel grafico in figura 1 con $A = 7,11$ notiamo i valori per $\lambda = 0,5$ e $\lambda = 1$ e facciamo un'interpolazione lineare

$$\left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_{c/2}} = \left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_{\lambda=0,5} + \frac{\left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_{\lambda=1} - \left(\frac{C_{E\beta}}{C_L} \right)_{\lambda=0,5}}{1 - 0,5} (0,75 - 0,5) =$$

$$= -0,0025 + \frac{-0,0028 + 0,0025}{1 - 0,5} (0,75 - 0,5) = -2,65 \cdot 10^{-3} \text{ deg}^{-1}$$

ESERCITAZIONE 7

Con riferimento al velivolo di cui all'esercitazione 3 e ai risultati di cui all'esercitazione 6, si svolgano i seguenti punti:

- 1) ricavare le derivate di controllo in imbardata e valutarne il segno;
- 2) diagrammare le curve $C_n(\beta, \delta_r)$ per le seguenti deflessioni di timone: $\delta_r = -2^\circ, 0^\circ, 4^\circ, 6^\circ$;
- 3) valutare la deflessione di timone necessaria a mantenere il velivolo ad angolo di derapata nullo nel caso di spinta disassata (supponendo la spinta pari a 1518 N), con disassamento rispetto all'asse longitudinale del velivolo pari a y (ved. Tabella 3);
- 4) valutare l'entità dell'angolo di derapata generato dal disassamento della spinta, nel caso in cui non sia possibile azionare il timone di direzione;
- 5) ricavare e calcolare il valore efficace del comando di alettone per ogni valore della derivata $C_{l\beta}$ di cui all'esercitazione 6, prendendo a riferimento i valori di derivate di controllo in rollio riportati in Tabella 3;
- 6) ricavare, nota la rigidità in imbardata, il valore limite dell'effetto diedro per cui non si verifica l'inversione del comando di rollio;

Tabella 3

Coefficiente angolare di portanza	a_r^*	[rad ⁻¹]	2.791
Disassamento asse di spinta	y	[ft]	0.656
Derivata di controllo	$C_{n\delta a}$	[rad ⁻¹]	0.036
Derivata di controllo	$C_{l\delta a}$	[rad ⁻¹]	-0.204
Superficie laterale fusoliera	S_{Bs}	[ft ²]	62.00

$$\frac{e^2 b}{S_{bs}} = \frac{(23,11)^2}{62} = 8,614$$

$$X_m = 2,125 \text{ cm} = 5,58 \text{ pt} (5,60 \text{ pt})$$

$$\text{fattore conu} = 2,6265 \left(\frac{\text{pt}}{\text{cm}}\right) \\ 0,379 \left(\frac{\text{cm}}{\text{pt}}\right)$$

$$R_1 = 1,6 \cdot 2,6265 = 5,52 \text{ pt} \\ R_2 = 0,8 \cdot 2,6265 = 2,10 \text{ pt}$$

$$R = 1,7 \text{ cm}$$

$$\omega = 1,4 \text{ cm}$$

$$S_{B_s} = \text{Body side area}$$

$$w = \text{Maximum body width}$$

$$K_n = 0,001$$

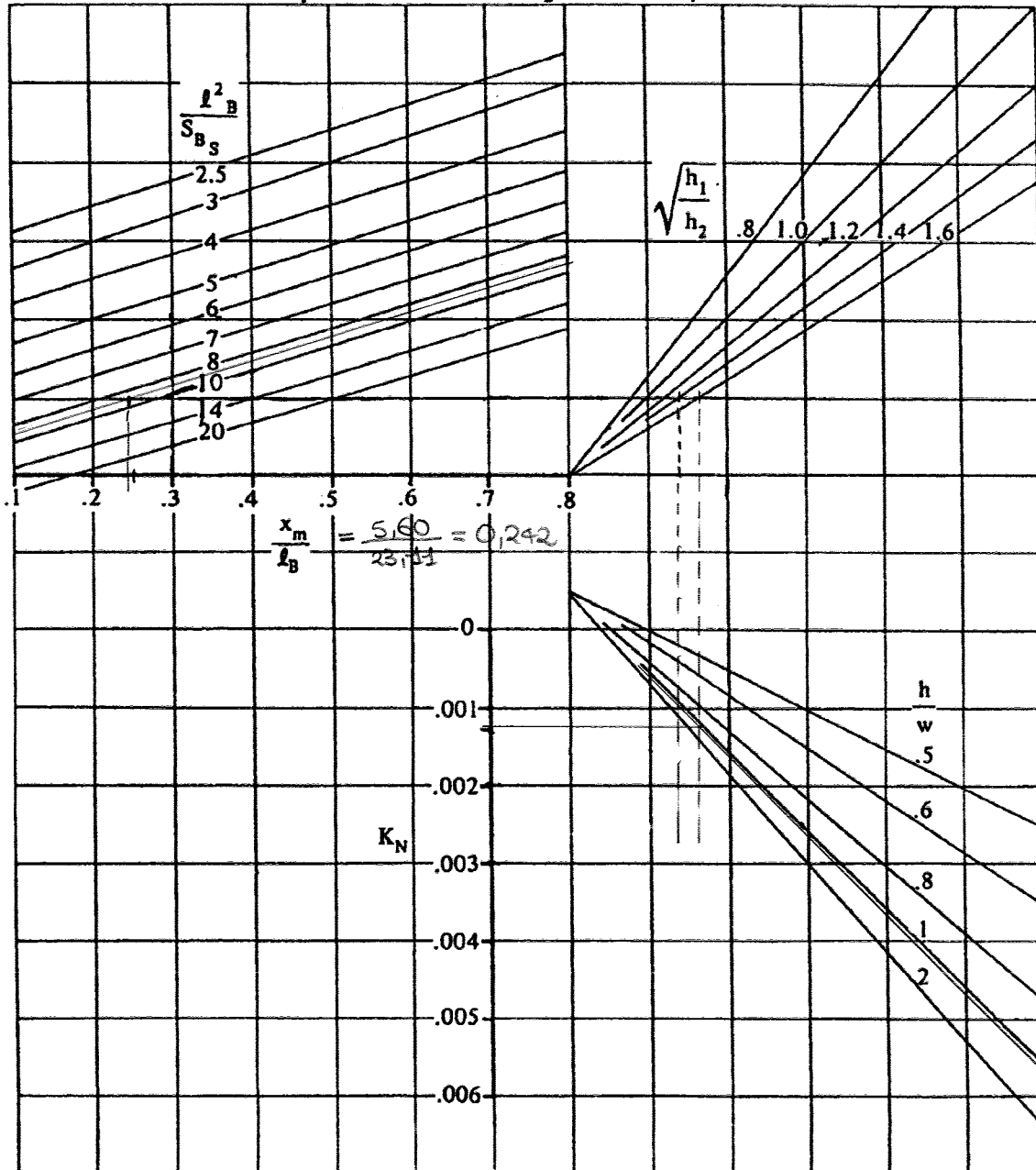
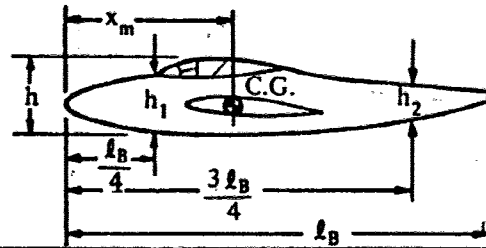


Figura 1: Fattore empirico K_N legato alla fusoliera ed all'interferenza ala-fusoliera.

ESERCIZIO (4)

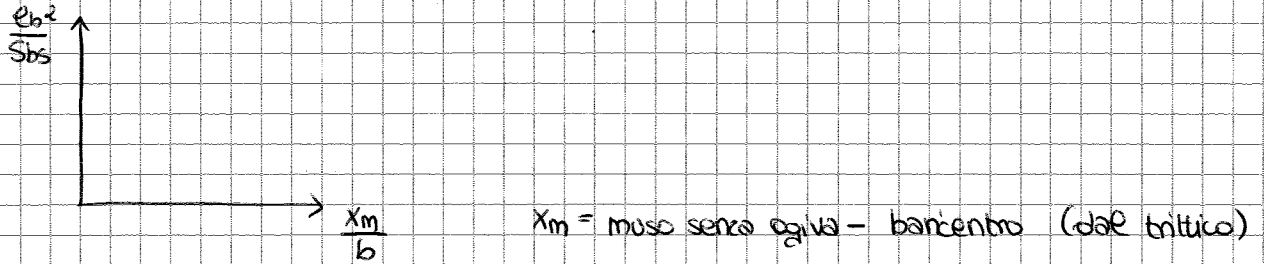
1) $C_{y_{\delta r}}, C_{n_{\delta r}} \rightarrow$ dimostrazione con dispense

2) $C_n = C_{n\beta} \cdot \beta + C_{n\delta r} \cdot \delta r$

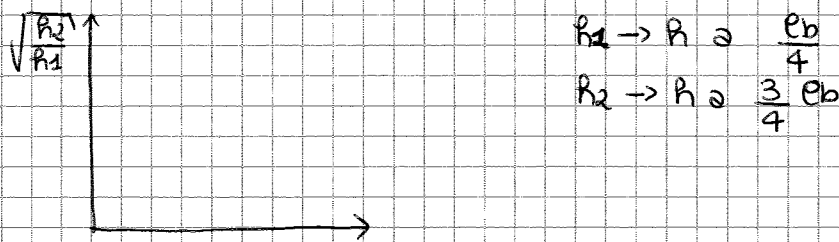
\downarrow
 $C_{n\beta} = \underbrace{(C_{n\beta})_{\omega}}_{\approx 0 \text{ a bassi}} + (C_{n\beta})_b + (C_{n\beta})_v$
 $\hookrightarrow 0,128 \text{ rad}^{-1}$

$(C_{n\beta})_b = 57\beta \text{ kni } K_{re} \frac{S_{bs}}{S} \frac{e_b}{b}$

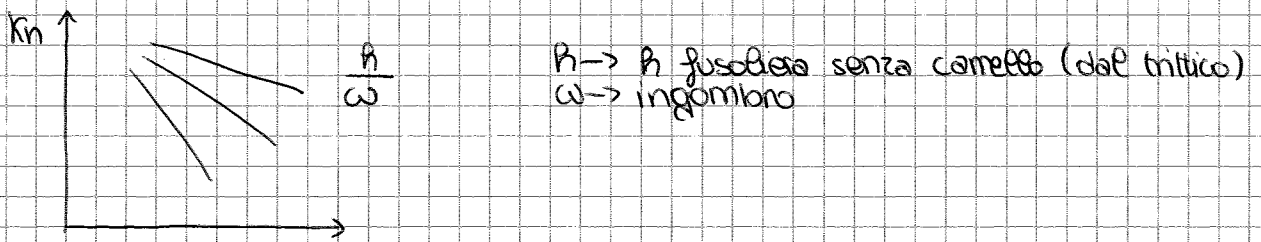
$S_{bs} = 62 \text{ ft}^2 \quad e_b = 23,11 \text{ ft}$



Col valore che trovo da questo grafico tratto sul secondo



Col valore ricavato tratto sul terzo in basso



Per trovare $K_{re} \rightarrow$ grafico $Re = \frac{\rho V e_b}{\mu}$

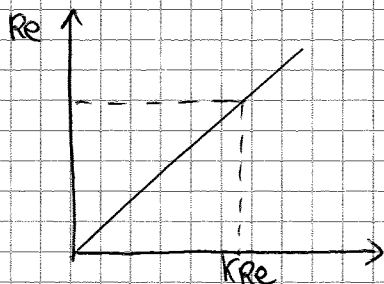


Diagramma al variare di β per i diversi valori di δr

• Calcolo K_n

1° grafico: $\frac{e_b^2}{S_b} = \frac{(23,11)^2}{62} = 8,614 \rightarrow$ traccio la retta per il valore trovato

Ascissa: $\frac{X_m}{e_b} = \frac{5,60}{23,11} = 0,242$

X_m = distanza muso senza ogiva - baricentro

$X_m = 2,125 \text{ cm (dal tritico)} = 5,60 \text{ ft}$

Con questo valore interseco la retta precedentemente disegnata e dall'intersezione trovata traccio sul secondo grafico procedendo in senso orario.

2° grafico: $\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ $R_1 =$ altezza fusoliera a $\frac{e_b}{4}$
 $R_2 =$ " " " $\frac{3 e_b}{4}$

Dal tritico $R_1 = 1,6 \text{ cm} = 5,52 \text{ ft}$
 $R_2 = 0,8 \text{ cm} = 2,10 \text{ ft}$ } dal tritico

$\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = 1,41$

Con il valore precedentemente trovato interseco la retta corrispondente al valore di 1,4 e vado sul 3° grafico sempre procedendo in senso orario.

3° grafico: $\frac{R}{w}$ $R =$ altezza fusoliera senza cono
 $w =$ ingombro fusoliera

$R = 1,7 \text{ cm} = 4,46 \text{ ft}$
 $w = 1,4 \text{ cm} = 3,68 \text{ ft}$ } dal tritico

$\frac{R}{w} = 1,21$

Traccio la retta per il valore trovato e dall'intersezione con il valore ricavato dal precedente grafico mi sposto sull'ordinata e trovo il valore di K_n

$K_n = 0,001$

• Calcolo K_{re}

Utilizzo il grafico in fig. 2

$Re = \frac{\rho v e_b}{\mu}$

$\rho = 1,055 \text{ Kg/m}^3$

$v = 54,02 \text{ m/s}$

$e_b = 23,11 \text{ ft} = 7,0439 \text{ m}$

$\mu = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

$\Rightarrow Re = \frac{1,055 \cdot 54,02 \cdot 7,0439}{1,81 \cdot 10^{-5}} =$

$= 22,18 \cdot 10^6$

Entrando nel grafico con il n° di Re come ordinata ottengo $K_{re} = 1,64$

Punto ⑥

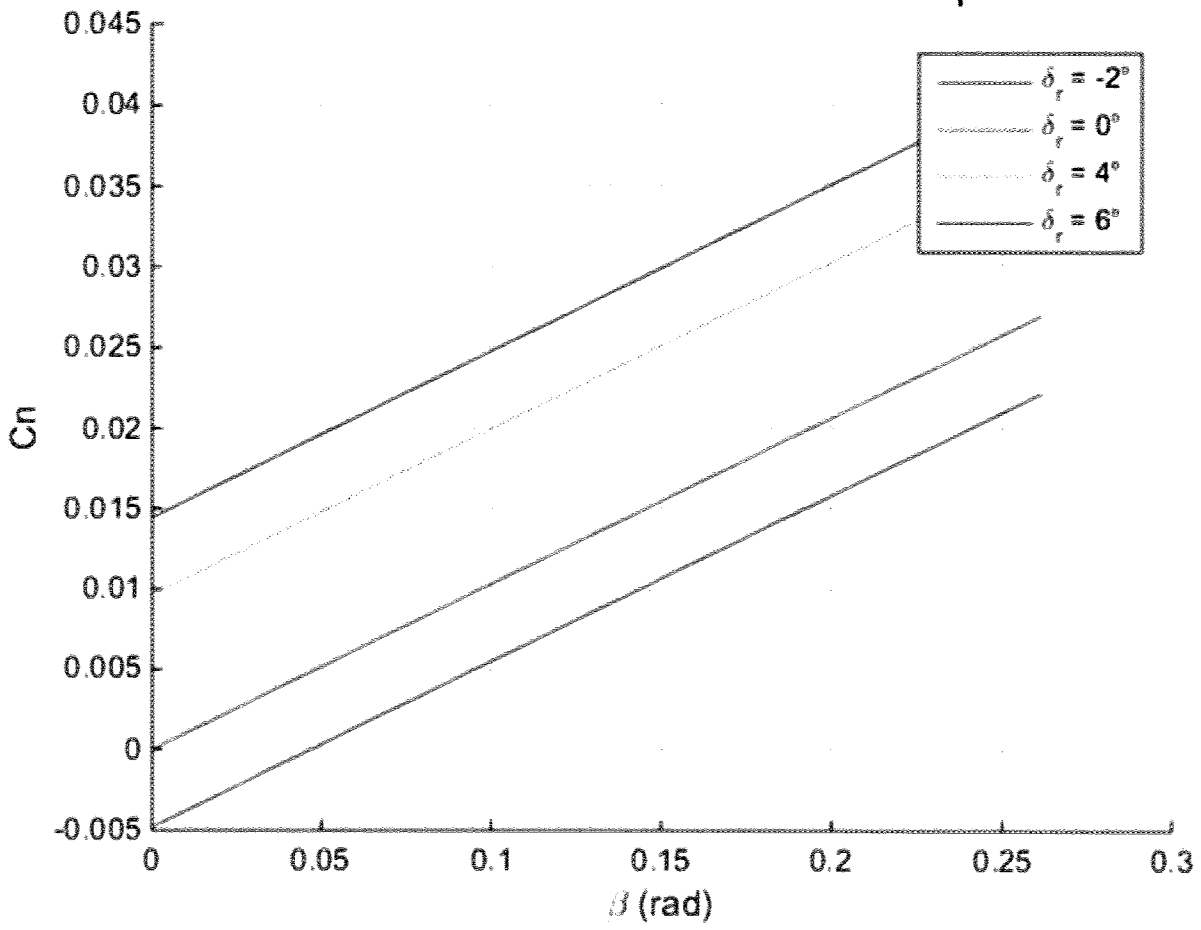
Valore limite di C_{β} per cui non si verifica l'inversione del comando di rotazione

$$C_{\beta} = 0,103 \text{ rad}^{-1}$$

$$\frac{C_{\beta} \cdot C_{\beta 2a}}{C_{\beta} \cdot C_{\beta 2a}} = 1 \quad \leadsto \quad C_{\beta \text{ em}} = \frac{C_{\beta} \cdot C_{\beta 2a}}{C_{\beta 2a}} = \frac{0,103 \cdot (-0,204)}{0,036} = -0,58 \text{ rad}^{-1}$$

-0,533 rad⁻¹

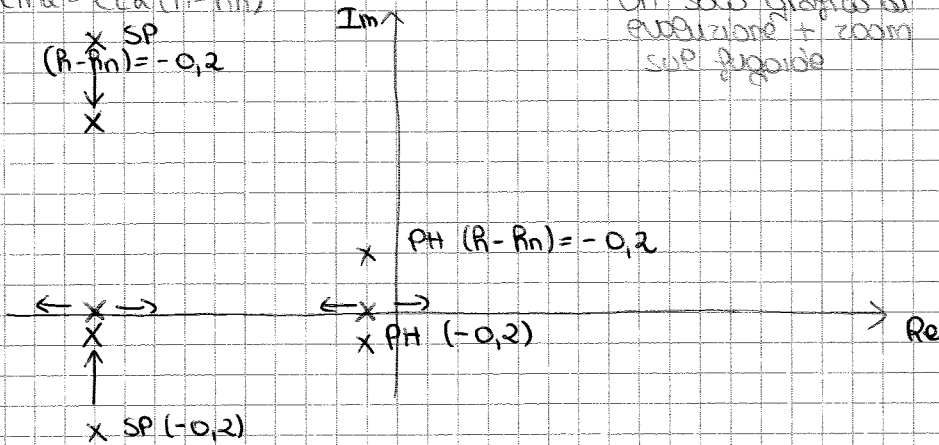
Grafico $C_n(\beta)$ per diversi valore di δ_r



Esercitazione 8

- ① $A_1 s^4 + B_1 s^3 + C_1 s^2 + D_1 s + E_1 = 0 \rightsquigarrow 4$ soluzioni $\rightarrow 4$ modi propri longit.
2 complessi coniugati
- ② Dispense
- ③ a) modo fuggide \rightsquigarrow ordine decimo di s
b) modo di corto periodo \rightsquigarrow ordine decimo di s
- ④ Dispense

⑤ $C_{md} = C_L d (R - R_n)$
 $(R - R_n) = -0,2$
 \downarrow
 X



Un solo grafico di evoluzione + zoom s.p. fuggide

Root locus o root loci

\rightsquigarrow rapp. autovalori

possibile domanda d'esame

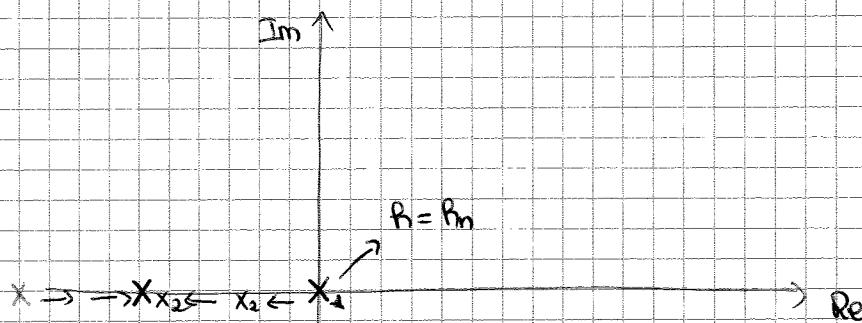
• aumentando il margine statico

Aumentando ancora un modo si allontana dall'asse x e uno si avvicina in entrambi i casi

$\lambda_1 = n_1 \pm i\omega_1$
 $\lambda_2 = n_2 \pm i\omega_2$ } complessi coniugati
 $\lambda_1 = -0,718 \pm 0,0927i$
 $\lambda_2 = -0,0005 \pm 0,0057i$

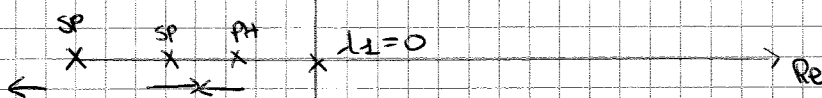
Periodo inverso della parte immaginaria

Per $R = R_n \rightarrow \lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 \neq 0$ cond. critica modo fuggide



l'altro modo si allontana dall'asse x fino ad incontrare il secondo modo del corto periodo dando vita ad un terzo modo detto oscillatorio

$R = R_n$ FUGGIDE



Punto ①

Equazione caratteristica del piano longitudinale → polinomio del 4° ordine

$$A_1 \lambda^4 + B_1 \lambda^3 + C_1 \lambda^2 + D_1 \lambda + E_1 = 0$$

$$A_1 = 2\mu \hat{I}_y (2\mu + C_{L2})$$

$$B_1 = 2\mu \hat{I}_y (C_{L2} + C_{De} - C_{Tu} + C_{Du}) - \hat{I}_y (C_{Tu} - C_{Du}) \cdot C_{L2} - 2\mu C_{mq} \cdot C_{L2} + 4\mu^2 (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}})$$

$$C_1 = 2\mu [C_{mq} \cdot (C_{Tu} - C_{L2} - C_{De} - C_{Du}) - 2\mu (C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\ddot{\alpha}} (C_{Tu} - C_{Du}))] + \hat{I}_y [2 \cdot C_{we} \cdot (C_{we} - C_{L2}) + C_{Tu} (C_{L2} - C_{Du}) + C_{De} (C_{L2} + C_{Du}) + C_{L0} (C_{Le} - C_{D2})] + C_{mq} \cdot C_{L2} \cdot (C_{Tu} - C_{Du})$$

$$D_1 = -2 C_{we} \cdot C_{m\dot{\alpha}} + 2\mu [(C_{Tu} - C_{Du}) \cdot C_{m\dot{\alpha}} - (C_{Le} - C_{D2}) C_{mu} + C_{we} \cdot C_{mu}] + (C_{Tu} - C_{Du}) \cdot C_{mq} \cdot C_{L2} - (C_{Le} - C_{D2}) \cdot C_{mq} \cdot C_{L0} + C_{we} (C_{mu} \cdot C_{L2} - C_{L0} \cdot C_{m\dot{\alpha}}) - 2 C_{we} \cdot C_{mq} \cdot (C_{Le} - C_{D2}) + 2 C_{De} \cdot C_{mq} \cdot (C_{Tu} - C_{Du})$$

$$E_1 = C_{we} [C_{mu} (C_{L2} + C_{De}) - C_{m\dot{\alpha}} (C_{L0} + 2 C_{Le})]$$

Punto ②

Calcolo coefficienti per a) $C_{m\dot{\alpha}} = -1,62 \text{ rad}^{-1}$

b) $C_{m\dot{\alpha}} = 0,078 \text{ rad}^{-1}$

$$C_{mu} = 0$$

$$C_{Du} = 0$$

$$C_{L0} = 0$$

in quanto si trascurano gli effetti di compressibilità e aerofastidicità

$$\mu = \frac{2m}{\rho S \bar{c}} = \frac{2 \cdot 500}{1,055 \cdot 14,88 \cdot 1,60} = 39,81$$

$$C_{L2} = 1,56$$

$$J_y = 866,7 \text{ slug ft}^2 = 866,7 \cdot 14,594 \text{ kg/slug} \cdot (0,3048)^2 \text{ m}^2/\text{ft}^2 = 1175,09 \text{ Kg m}^2$$

$$\hat{I}_y = \frac{J_y}{\rho S \left(\frac{\bar{c}}{2}\right)^3} = \frac{1175,09}{1,055 \cdot 14,88 \cdot \left(\frac{1,60}{2}\right)^3} = 146,2$$

$$C_{L\dot{\alpha}} = 3,98 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{De} = 0,0257 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{Tu} = -0,0841 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{mq} = -C_{Lq} \cdot \frac{\bar{c}}{2} = -3,6 \cdot \frac{13,042}{5,25} = -8,94 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{m\dot{\alpha}} = -5,12 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{we} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \frac{9,81 \cdot 500 \text{ kg m/s}^2}{\frac{1}{2} \cdot 1,055 (54,02)^2 \cdot 14,88 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 0,214 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{D2} = 2 \cdot \frac{1}{\pi R^2} C_{Le} \cdot C_{L2} = 2 \cdot \frac{1}{0,95 \cdot 3,14 \cdot 7,11} \cdot 0,214 \cdot 3,98 = 0,080 \text{ rad}^{-1}$$

$$C_{Le} = C_{we} = 0,214 \text{ rad}^{-1}$$

Smorzamento

$$\bar{\zeta}_{SP} = -\frac{\hat{n}_1}{\hat{\omega}_1} = -\frac{-0,0724}{0,0925} = 0,783$$

$$\bar{\zeta}_{PH} = -\frac{\hat{n}_2}{\hat{\omega}_1} = -\frac{-0,0005}{0,0033} = 0,151$$

Punto ④

Calcolare pulsazione naturale e smorzamento dei modi propri utilizzando i metodi approssimati.

$$\text{FUGOIDE: } \omega \approx 0 \rightsquigarrow \{x_{PH}\} = \{u_2, \theta_2\}$$

$$\text{SHORT PERIOD: } \nu \approx 0 \rightsquigarrow \{x_1, \theta_1\}$$

$$\lambda^2 + 2\bar{\zeta}_{SP}\omega_{SP} + \omega_{SP}^2 = 0$$

$$\lambda^2 + 2\bar{\zeta}_{PH}\omega_{PH} + \omega_{PH}^2 = 0$$

Dal punto di vista dinamico possiamo vedere le veicoli come due sistemi del secondo ordine operanti in serie. I due sistemi possono essere studiati separatamente se i valori delle pulsazioni proprie differiscono di almeno una decade logaritmica.

MODO FUGOIDE

$$\omega_{PH} = \frac{2V}{\bar{c}} \frac{C_{we}}{\sqrt{2}\mu} = \frac{2 \cdot 54,02}{1,60} \cdot \frac{0,214}{\sqrt{2} \cdot 39,81} = 0,257 \text{ rad/s}$$

$$\bar{\zeta}_{PH} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{C_{be}}{C_{we}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{0,0257}{0,214} = 0,127$$

MODO SHORT PERIOD

$$\omega_{SP} = \frac{2V}{\bar{c}} \sqrt{-\frac{C_{mz}}{I_y} - \frac{C_{mq}C_{\omega}}{2\mu I_y}} = \frac{2 \cdot 54,02}{1,60} \sqrt{-\frac{-1,62}{146,2} - \frac{-8,94 \cdot 3,98}{2 \cdot 39,81 \cdot 146,2}} = 8,029 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}_{SP} &= \frac{I_y C_{\omega} - 2\mu(C_{mq} + C_{mz})}{2\sqrt{-2\mu I_y(2\mu(C_{mz} + C_{mq}C_{\omega}))}} = \\ &= \frac{146,2 \cdot 3,98 - 2 \cdot 39,81(-8,94 - 5,12)}{2\sqrt{-2 \cdot 39,81 \cdot 146,2(2 \cdot 39,81 \cdot (-1,62) + (-8,94) \cdot 3,98)}} = 0,615 \end{aligned}$$


```
close all
clear all
clc
```

```
Cm_alfa = -1.62;
%Cm_alfa = 0.078;
Cmu=0;
CDu = 0;
CLu=0;
mu = 39.81;
CL_alfap = 1.56;
Iy = 146.2;
CL_alfa = 3.98;
CDe = 0.0257;
CTu = -0.0841;
Cmq = -8.94;
Cm_alfap = -5.12;
Cwe=0.214;
CLE=Cwe;
CD_alfa = 0.080;
```

```
A1 = 2*mu*Iy*(2*mu + CL_alfap)
```

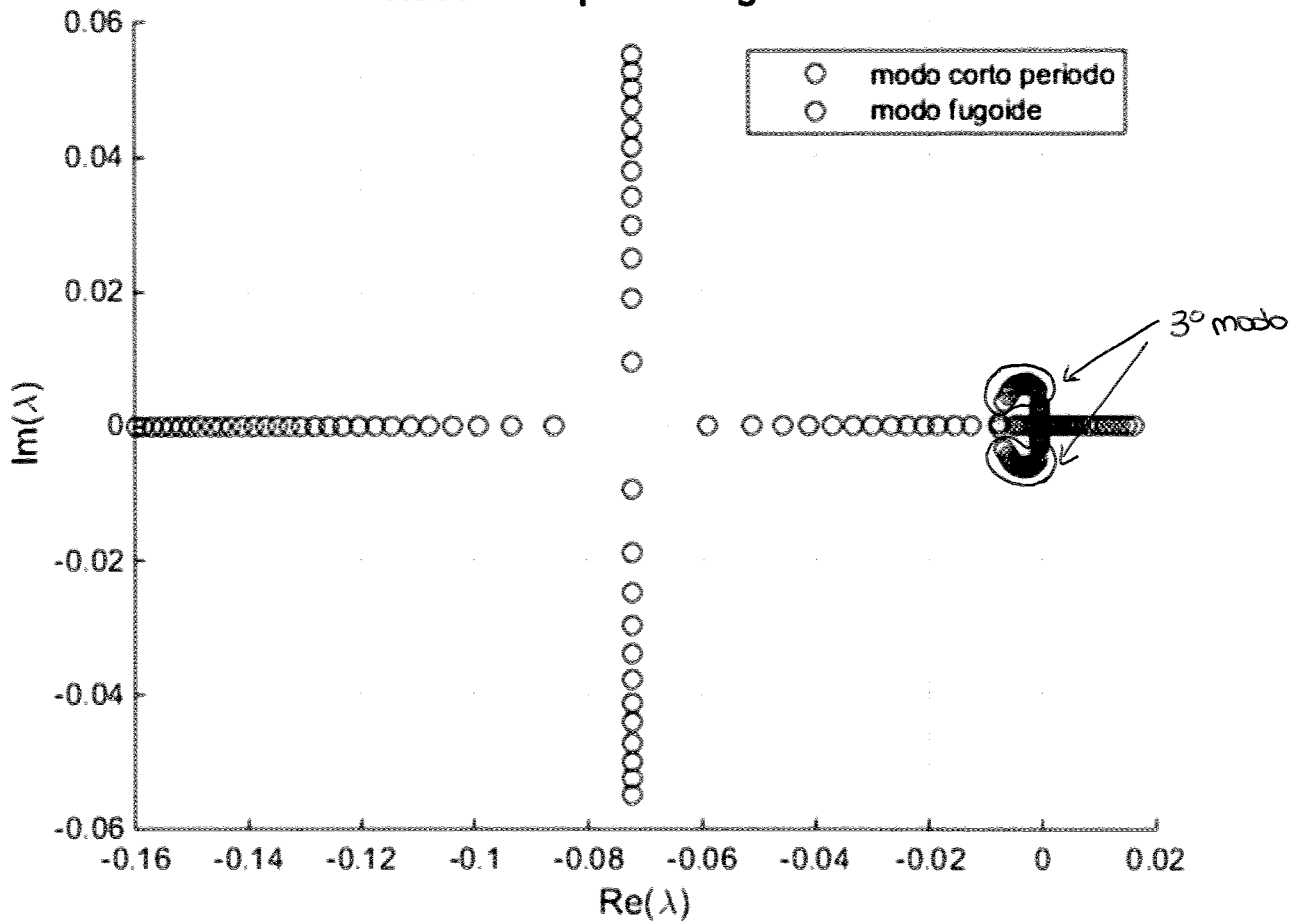
```
B1 = 2*mu*Iy*(CL_alfa + CDe - CTu + CDu) - Iy*(CTu - CDu)*CL_alfap - 2*mu*Cmq*CL_alfap
- 4*(mu)^2*(Cmq+Cm_alfap)
```

```
C1 = 2*mu*(Cmq*(CTu - CL_alfa -CDe -CDu)-2*mu*Cm_alfa + Cm_alfap*(CTu-CDu)) + Iy*
(2*Cwe*(Cwe-CD_alfa) + CTu*(CL_alfa-CDu) + CDe*(CL_alfa+CDu)+ CLu*(CLE-CD_alfa))
+Cmq*CL_alfap*(CTu - CDu)
```

```
D1 = -2*(Cwe)^2*Cm_alfap + 2*mu*((CTu - CDu)*Cm_alfa - (CLE - CD_alfa)*Cmu + Cwe*Cmu)
+ (CTu - CDu)*Cmq*CL_alfa - (CLE-CD_alfa)*Cmq*CLu + Cwe*(Cmu*CL_alfap - CLu*Cm_alfap)
- 2*Cwe*Cmq*(CLE - CD_alfa) + 2*CDe*Cmq*(CTu-CDu)
```

```
E1 = Cwe*(Cmu*(CL_alfa+CDe) - Cm_alfa*(CLu + 2*CLE))
```

Root locus piano longitudinale



Root locus piano longitudinale

