



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1811A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Vicari Hervè

MATERIA: IDRAULICA, Teoria + esercitazioni - prof. REVELLI

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

ESERCITAZIONI IDRAULICA – PROF. REVELLI

Sommario

ESERCITAZIONE 8 – ESERCIZIO 4	3
1. INTRODUZIONE	3
2. SCALA DI DEFLUSSO	4
3. CONCLUSIONE	10
ESERCITAZIONE 10 – ESERCIZIO 3	11
1. INTRODUZIONE	11
2. INTEGRAZIONE NUMERICA DEL PROFILO	12
3. CONCLUSIONE	17
ESERCITAZIONE 11 – ESERCIZIO 3	18
1. INTRODUZIONE	18
2. DETERMINAZIONE DELLE TRAIETTORIE	19
3. CONCLUSIONE	24
ESERCITAZIONE 12 – ESERCIZIO 3	25
1. INTRODUZIONE	25
2. DIMENSIONAMENTO DELLA GALLERIA DRENANTE	25
3. CONCLUSIONE	26

ESERCITAZIONE 8 – ESERCIZIO 4

1. INTRODUZIONE

La presente esercitazione ha riguardato la determinazione della legge di efflusso di una corrente a pelo libero in moto uniforme. Il corso d'acqua è un alveo costituito da una parte centrale trapezia e rivestita con blocchi di pietra naturale ben sistemati ($n=0.022 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$) e da due aree golenali laterali, formate da terra regolarizzata e ricoperta d'erba ($n=0.025 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$).

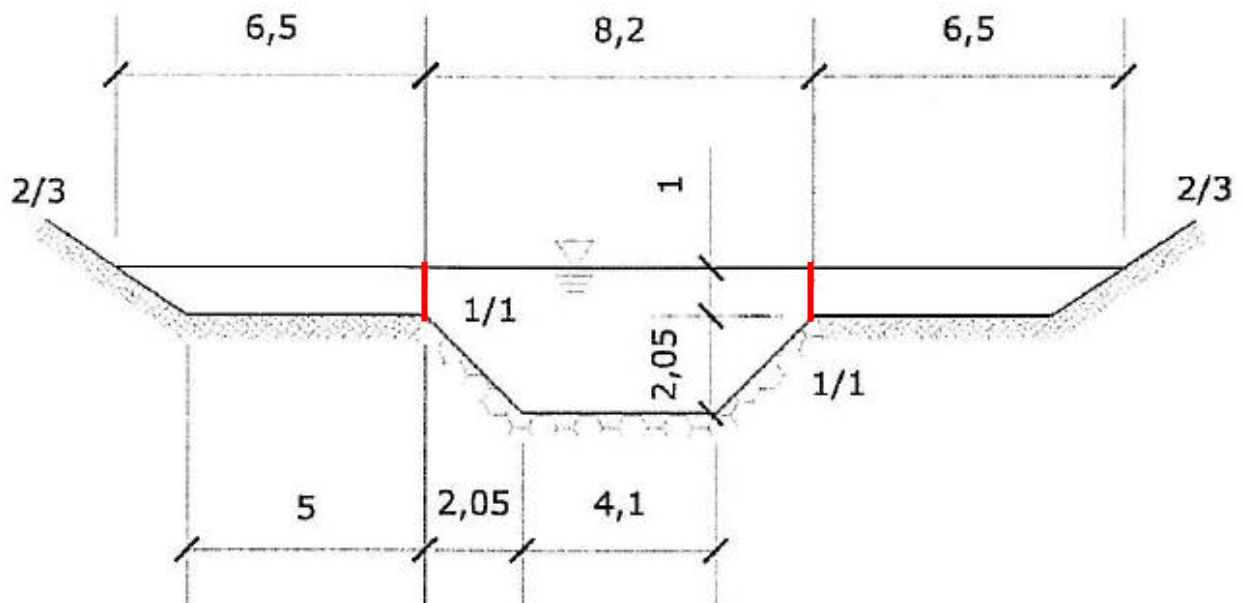


Figura 1: geometria della sezione trasversale del corso d'acqua.

Il regime di moto è stato considerato uniforme. Nella realtà, tale moto è di difficile realizzazione, in quanto nei corsi d'acqua, in particolare quelli naturali, sussistono numerose cause perturbatrici (variazioni di pendenza e di sezione trasversale, ostacoli, variazioni di scabrezza) che riconducono il regime di moto a permanente o vario. L'approssimazione di considerare il moto uniforme può essere accettata – senza che si producano errori rilevanti – se il corso d'acqua considerato è sufficientemente lineare e se la sezione è all'incirca cilindrica, ossia se la sezione e la pendenza si mantengono costanti al variare dell'ascissa curvilinea.

La legge che governa il moto uniforme delle correnti a pelo libero è:

$$i_f = J \quad (1)$$

dove i_f è la pendenza del fondo e J la cadente. Con l'ausilio dell'analisi dimensionale e sulla base di numerose esperienze empiriche, sono state ricavate varie leggi pratiche che descrivono perlopiù situazioni di moto puramente turbolento; tra queste, la più utilizzata è la legge di Chézy che esprime la portata come:

$$Q = A\chi\sqrt{Ri_f} \quad (2)$$

essendo A l'area della sezione trasversale; χ il coefficiente di Chézy; R il raggio idraulico dato dal rapporto tra area e perimetro bagnato (P , perimetro ove effettivamente si ha attrito). Il coefficiente di Chézy può a sua volta esprimersi per mezzo di varie formule, tutte dipendenti dal raggio idraulico e dalla scabrezza; tra le più comode vi è certamente quella data attraverso il coefficiente d'attrito di Manning (n):

$$\chi = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} \quad (3).$$

1.6	9.12	8.63	1.06	23.57
1.65	9.49	8.77	1.08	24.90
1.7	9.86	8.91	1.11	26.27
1.75	10.24	9.05	1.13	27.67
1.8	10.62	9.19	1.16	29.11
1.85	11.01	9.33	1.18	30.59
1.9	11.40	9.47	1.20	32.11
1.95	11.80	9.62	1.23	33.66
2	12.20	9.76	1.25	35.25
2.05	12.61	9.90	1.27	36.88

Tabella 1

Per le correnti che occupano anche la zona golenale, è necessario calcolare separatamente le portate che si svolgono nell'alveo centrale e nelle zone golenali, in quanto tale sezione non costituisce una sezione compatta e in modo da considerare la differente scabrezza del fondo delle due zone e ottenere. A rigore la delimitazione tra le varie aree andrebbe fatta ortogonalmente alle isotachie, in modo che le aree sezionate non si scambino quantità di moto e lungo tali linee siano nulli gli sforzi tangenziali. Per semplicità ed essendo comunque il profilo di velocità di difficile determinazione, sono state considerate le delimitazioni indicate con linea rossa in figura 1. Tali linee, così come le superfici libere, non andranno computate nel calcolo del contorno bagnato in quanto ivi sono nulli gli sforzi tangenziali.

Le portate defluenti nella zona centrale sono esposte nella seguente tabella, dove l'area e il contorno bagnato assumono le espressioni:

$$A(Y) = 12.61 + 8.2(Y - 2.05) \quad (m^2)(6) \quad P(Y) = 9.9 \quad (m)(7),$$

(la costanza del contorno bagnato deriva proprio dall'aver considerato come superficie d'attrito il solo trapezio inferiore).

Y (m)	A (m ²)	P (m)	R (m)	Q centrale (m ³ /s)
2.1	13.02	9.90	1.32	38.91
2.15	13.43	9.90	1.36	40.98
2.2	13.84	9.90	1.40	43.08
2.25	14.25	9.90	1.44	45.23
2.3	14.66	9.90	1.48	47.42
2.35	15.07	9.90	1.52	49.65
2.4	15.48	9.90	1.56	51.93
2.45	15.89	9.90	1.61	54.24
2.5	16.3	9.90	1.65	56.59
2.55	16.71	9.90	1.69	58.98
2.6	17.12	9.90	1.73	61.41
2.65	17.53	9.90	1.77	63.89
2.7	17.94	9.90	1.81	66.40
2.75	18.35	9.90	1.85	68.94
2.8	18.76	9.90	1.90	71.53
2.85	19.17	9.90	1.94	74.15
2.9	19.58	9.90	1.98	76.82
2.95	19.99	9.90	2.02	79.52

3.5	8.83	7.61	1.16	21.35
-----	------	------	------	-------

Tabella 3

In definitiva, le portate per altezze del pelo libero superiori a 2,05 m sono date dalla somma dei tre contributi, uno spettante all'alveo centrale e due alle due golene laterali:

Y (m)	Q (m ³ /s)
2.1	39.06
2.15	41.45
2.2	44.01
2.25	46.74
2.3	49.61
2.35	52.61
2.4	55.76
2.45	59.03
2.5	62.43
2.55	65.95
2.6	69.60
2.65	73.36
2.7	77.24
2.75	81.24
2.8	85.34
2.85	89.57
2.9	93.90
2.95	98.34
3	102.89
3.05	107.56
3.1	112.33
3.15	117.20
3.2	122.19
3.25	127.28
3.3	132.47
3.35	137.77
3.4	143.18
3.45	148.69
3.5	154.31

Tabella 4

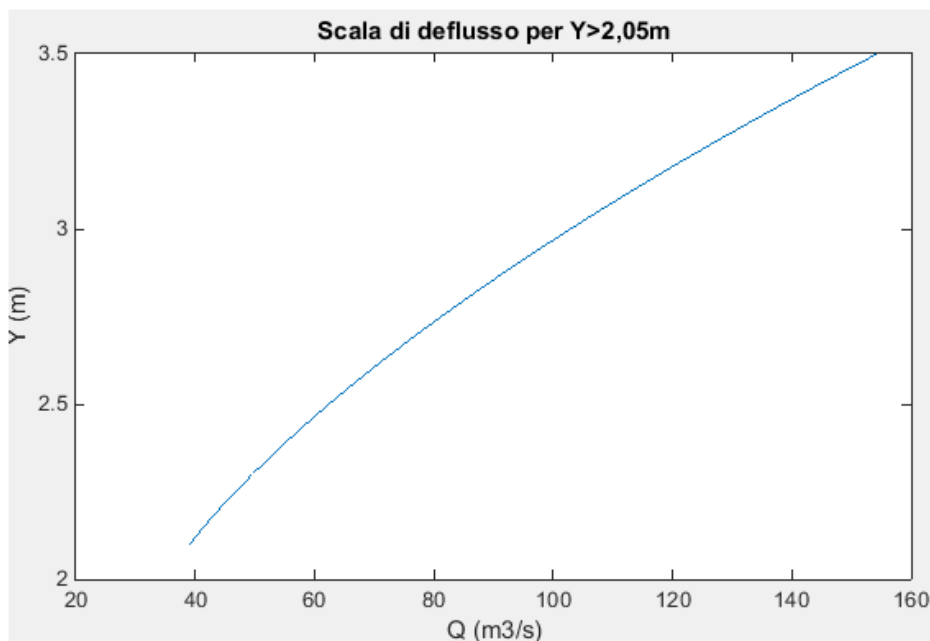


Figura 4

Anche per altezze superiori a 2,05 m si può ricavare l'espressione interpolante:

$$Q = 5.3Y^{2.696} \quad (m^3/s)(11)$$

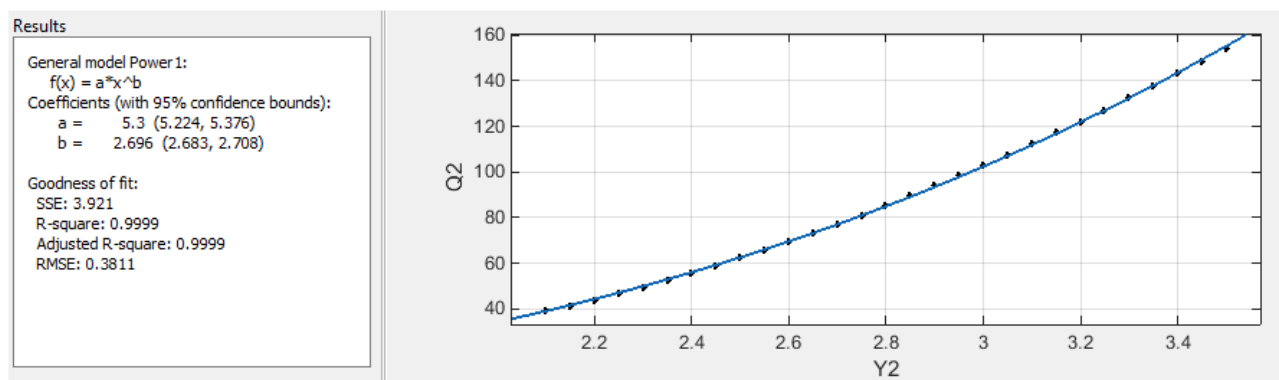


Figura 5

ESERCITAZIONE 10 – ESERCIZIO 3

1. INTRODUZIONE

L'esercitazione ha riguardato l'integrazione numerica dell'equazione dei profili volta alla determinazione del profilo di moto permanente di una corrente a pelo libero. Il moto permanente si manifesta ogni qualvolta nell'alveo siano presenti delle cause perturbatrici che implicano, in una certa sezione trasversale dell'alveo, un'altezza del pelo libero differente dall'altezza di moto uniforme, calcolata a norma dell'equazione di Chézy. L'alveo considerato presenta le seguenti caratteristiche geometriche: sezione rettangolare di larghezza $b=50$ m; pendenza del fondo $i_f=0.003$; coefficiente di scabrezza di Manning $n=0.04$ $m^{-1/3}s$. È stata considerata una portata di piena $Q=600$ m^3/s . Si è inoltre ipotizzato la presenza di un ponte che esplica appunto l'azione perturbatrice sulla corrente in moto uniforme: all'uscita del ponte l'acqua è profonda 1.2 m.

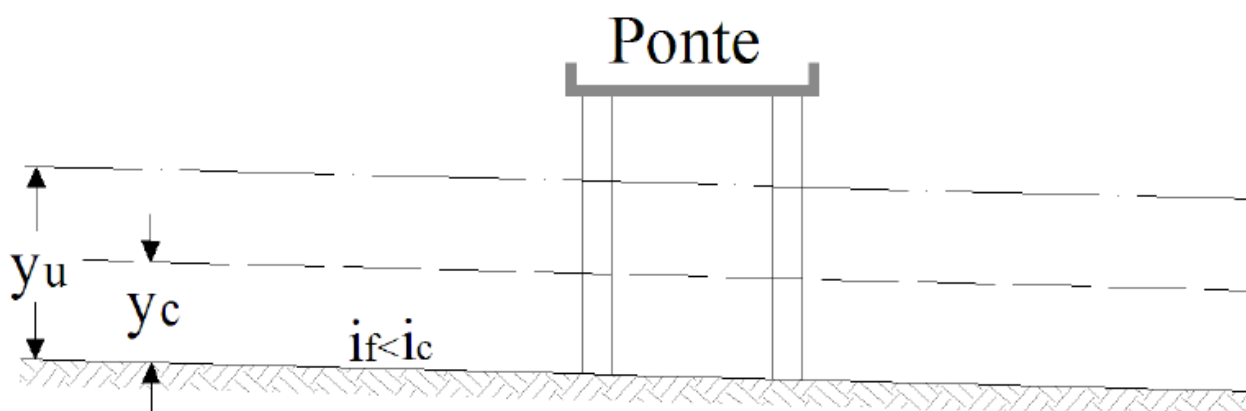


Figura 1: geometria dell'alveo.

L'equazione che governa il moto nelle correnti a pelo libero in moto uniforme è l'equazione dei profili:

$$\frac{dE}{ds} = i_f - J \quad (1),$$

dove E è l'energia specifica, ossia il carico totale riferito al punto più profondo della sezione trasversale; i_f è la pendenza del fondo; J è la cadente. Quest'ultima può essere calcolata in prima approssimazione sempre a mezzo dell'equazione di Chézy, pur non essendo verificate le ipotesi di moto uniforme.

Se ora si introduce l'ipotesi di alveo cilindrico, caratterizzato cioè da un unico valore di pendenza e da una sezione trasversale di dimensioni e forma costanti lungo il percorso, l'energia specifica dipende dall'ascissa s solo attraverso l'altezza y del pelo libero. Derivando la (1) e utilizzando le usuali regole di derivazione di funzione composta, si ottiene:

$$\frac{dy}{ds} = \frac{i_f - J}{\frac{dE}{dy}} \quad (2),$$

che esprime proprio l'andamento dell'altezza del pelo libero rispetto al fondo, in funzione di s . Il denominatore si ricava derivando, rispetto a y , l'energia specifica:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA(y)^2} \quad (3),$$

da cui si ricava:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 b}{gA^3} \quad (4).$$


```

Q=600; %portata
b=50; %larghezza dell'alveo
ifo=0.003; %pendenza del fondo
n=0.04; %numero di Manning
yp=1.2; %altezza all'uscita del ponte
g=9.81; %accelerazione di gravità

A=@(y) b.*y; %area
r=@(y) (b.*y)./(b+2.*y); %raggio idraulico
chi=@(r) r.^(1/6)./n;
unif=@(y) b*y/n*sqrt(ifo)*((b*y)/(b+2*y))^(2/3)-Q; %legge di Chézy

yu=fsolve(unif,3); %calcolo l'altezza di moto uniforme usando l'approssimazione
y=3 m all'iterata 0.
Su=0.5*9800*yu^2*b+1000*Q^2/A(yu); %spinta in corrispondenza dell'altezza di
moto uniforme

crit=@(y) ((1-(Q^2*b./(g*(b.*y).^3))); %funzione dE/dy
yc=fsolve(crit,2); %altezza critica calcolata con condizione iniziale y=2m

k=@(chi,r,A) (ifo.*((1-(Q^2./(chi.^2.*A.^2.*r.*ifo))./(1-(Q^2*b./(g*A.^3)))));
%funzione dy/ds=k(y)

y=(yp:0.02:3.9)'; %vettore delle altezze

ds=0.02./k(chi(r(y(:))),r(y(:)),A(y(:))); %differenza di ascissa curvilinea tra
due punti aventi dislivello (dy) pari a 0.02m
s=zeros(length(y),1);
for(i=1:length(y)-1)
    s(i+1)=s(i)+ds(i); %ascisse curvilinee s
end

dSmin=Su+1;
Sy=zeros(length(y),1);
Sy=0.5*9800*y(:).^2.*b+1000*Q^2./A(y(:));
for(i=1:length(y))
    if(y(i)>yc)
        break;
    end
    Sy(i)=0.5*9800*y(i).^2.*b+1000*Q^2./A(y(i));
    if(abs(Sy(i)-Su)<dSmin)
        dSmin=abs(Sy(i)-Su);
        yr=y(i); %altezza coniugata di yu (dove inizia il risalto)
    end
end

Syconiug=0.5*9800.*yr.^2.*b+1000.*Q.^2./A(yr); %spinta totale in corrispondenza
dell'altezza coniugata

```

Si ricavano pertanto i seguenti risultati:

- Altezza di moto uniforme: $y_u=3.9$ m;
- Spinta totale in corrispondenza dell'altezza di moto uniforme – fine del risalto: $S_u=5568881$ N;
- Altezza di moto critico: $y_c=2.45$ m;
- Di seguito è riportata la tabella delle altezze y cui sono associate le ascisse s ; sono state inoltre indicate la funzione $k(y)$ (7) e la profondità rispetto alla retta orizzontale ($y-i_f s$).

2.08	0.03060	43.69	1.95	4521506
2.1	0.03185	44.34	1.97	4509021
2.12	0.03326	44.97	1.99	4497354
2.14	0.03486	45.57	2.00	4486488
2.16	0.03669	46.15	2.02	4476405
2.18	0.03880	46.69	2.04	4467090
2.2	0.04125	47.21	2.06	4458527
2.22	0.04415	47.69	2.08	4450701
2.24	0.04760	48.15	2.10	4443598
2.26	0.05179	48.57	2.11	4437203
2.28	0.05700	48.95	2.13	4431503
2.3	0.06361	49.30	2.15	4426485
2.32	0.07229	49.62	2.17	4422136
2.34	0.08419	49.89	2.19	4418445
2.36	0.10148	50.13	2.21	4415399
2.38	0.12889	50.33	2.23	4412988
2.4	0.17895	50.48	2.25	4411200
2.42	0.29935	50.60	2.27	4410025
2.44	0.98732	50.66	2.29	4409452

3.9	0.00001		3.70	5572604
-----	---------	--	------	---------

Tabella 1: altezza del pelo libero rispetto al fondo (y); funzione $k(y)$ (7); ascissa s ; altezza del pelo libero rispetto all'orizzontale (h); spinta totale S . In giallo sono state indicate le grandezza all'uscita del ponte; in azzurro sono stati indicati l'inizio ($y_r=1.42$ m) e la fine del risalto (altezza di moto uniforme) ove la spinta totale è circa la stessa; in verde è stata indicata la condizione critica ($y=2.45$ m).

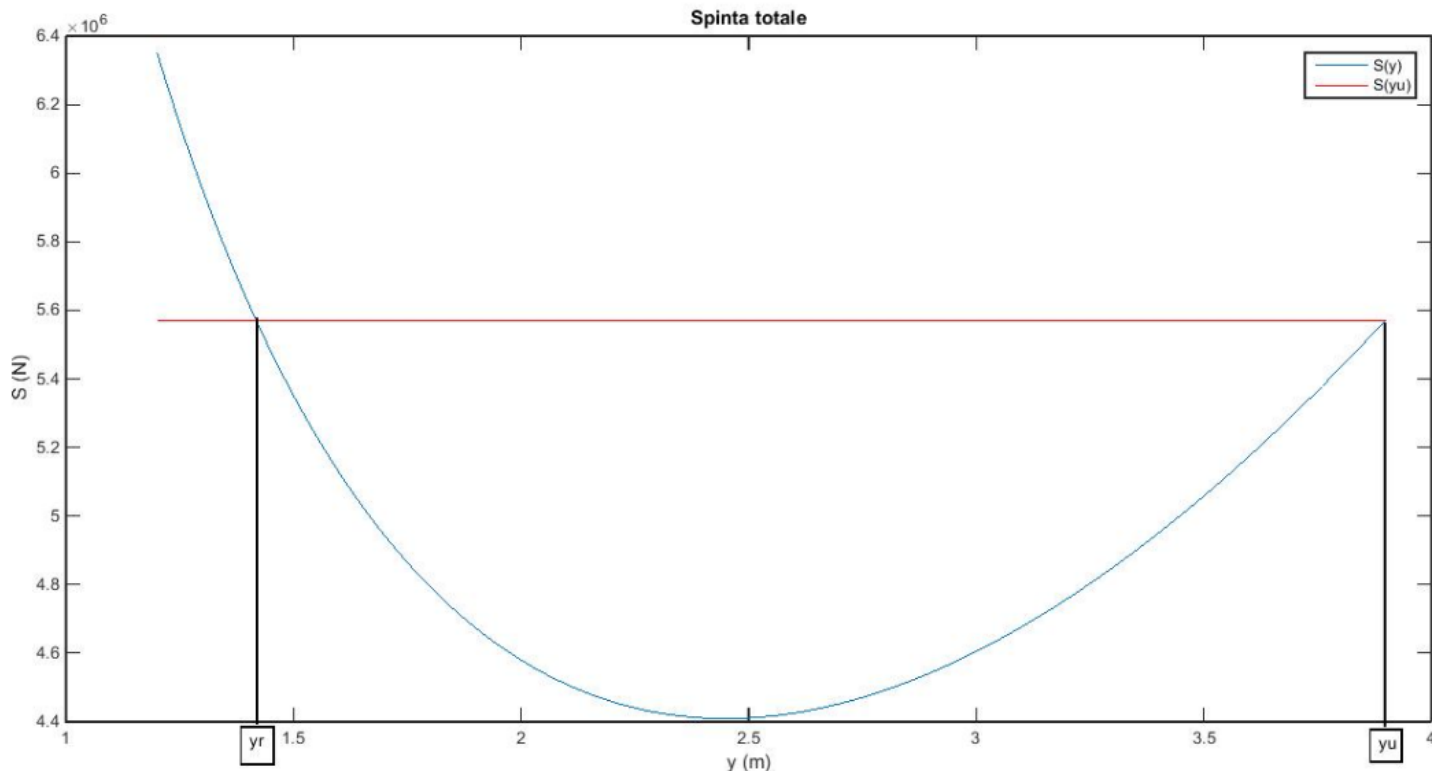


Figura 8: spinta totale. La retta rossa congiunge inizio (yr) e fine risalto (yu), caratterizzati dalla stessa spinta totale. Il minimo della curva rappresenta l'altezza critica.

3. CONCLUSIONE

L'esercitazione ha permesso di determinare analiticamente il profilo del pelo libero di una corrente in moto permanente. Affinché si possa giungere a una soluzione analiticamente corretta è stato prima necessario visualizzare qualitativamente il profilo. Ciò ha permesso di riconoscere che, immediatamente a valle del ponte, si instaura un profilo di tipo D3, ossia di corrente veloce ritardata, seguito da un risalto idraulico che ripristina la condizione di moto uniforme. Avendo riconosciuto che la corrente è veloce, l'integrazione dell'equazione dei profili è stata effettuata a partire da monte. È stata quindi individuata l'altezza coniugata all'altezza di moto uniforme, ove la spinta totale è la stessa.

Tale profilo ben rappresenta la situazione reale sotto opportune ipotesi. Innanzitutto, l'alveo deve essere cilindrico; a valle del ponte non devono essere presenti altre cause perturbatrici. Infatti, queste provocherebbero un'altezza differente da quella di moto uniforme a valle del risalto. Tuttavia, se queste ulteriori cause perturbatrici si trovassero molto a valle del ponte (distanze che spesso hanno ordine di grandezza chilometrico), il moto uniforme alla fine del risalto si potrebbe ritenere raggiunto per via asintotica.

2. DETERMINAZIONE DELLE TRAIETTORIE

Nel caso in esame, la (2) può scriversi:

$$w(z) = \frac{q_1}{2\pi} \ln(z) + \frac{q_2}{2\pi} \ln(z - z_2) + u_0 z \quad (4),$$

essendo z_2 le coordinate di P2.

Derivando si ottengono le due componenti della velocità:

$$\begin{cases} u = \frac{q_1}{2\pi(x^2 + y^2)} x + \frac{q_2}{2\pi((x - 50)^2 + y^2)} (x - 50) + u_0 \\ v = \frac{q_1}{2\pi(x^2 + y^2)} y + \frac{q_2}{2\pi((x - 50)^2 + y^2)} y \end{cases} \quad (5).$$

La traiettoria si ricava risolvendo le equazioni differenziali (5), avendo l'accortezza di dividere i secondi membri per n . Nel seguito si applicherà il metodo delle differenze finite che fornisce:

$$\begin{cases} \Delta x = \Delta t \frac{u}{n} \\ \Delta y = \Delta t \frac{v}{n} \end{cases} \quad (6).$$

Occorre, anzitutto, verificare che la portata $q=4 \text{ m}^2/\text{h}$ sia sufficiente a isolare idraulicamente la zona. A tale scopo è sufficiente tracciare la traiettoria passante per A (10; 10)(m) e osservare se essa viene catturata dal pozzo di prelievo P2. La traiettoria è stata ottenuta con l'ausilio del software MATLAB, risolvendo la (6) e avendo scelto $\Delta t=1 \text{ h}$. Di seguito si riportano i comandi macchina:

```
q=4; % [m^2/h]
n=0.3; %porosità
u0=0.036; % [m/h]
k=152; %numero di iterazioni
dt=1; % [h]
x=[10; zeros(k,1)];
y=[10; zeros(k,1)];
dx=zeros(k,1);
dy=zeros(k,1);

u=@(x,y) (q*x./(2*pi.*(x.^2+y.^2)))+(-q*(x-50)./(2*pi.*((x-50).^2+y.^2)))+u0;
v=@(x,y) (q*y./(2*pi.*(x.^2+y.^2)))+(-q*y./(2*pi.*((x-50).^2+y.^2)));

for t=1:k
    dx(t)=dt.*u(x(t),y(t))./n; %incrementi in direzione x
    dy(t)=dt.*v(x(t),y(t))./n; %incrementi in direzione y
    x(t+1)=x(t)+dx(t);
    y(t+1)=y(t)+dy(t);
end
```

Si ottiene il seguente output:

t (h)	x (m)	y (m)	u (m/h)	v (m/h)	Δx (m)	Δy (m)
0	10.00	10.00	0.083	0.028	0.28	0.09
1	10.28	10.09	0.083	0.027	0.28	0.09
2	10.55	10.18	0.082	0.026	0.27	0.09
3	10.83	10.27	0.082	0.025	0.27	0.08
4	11.10	10.36	0.082	0.025	0.27	0.08

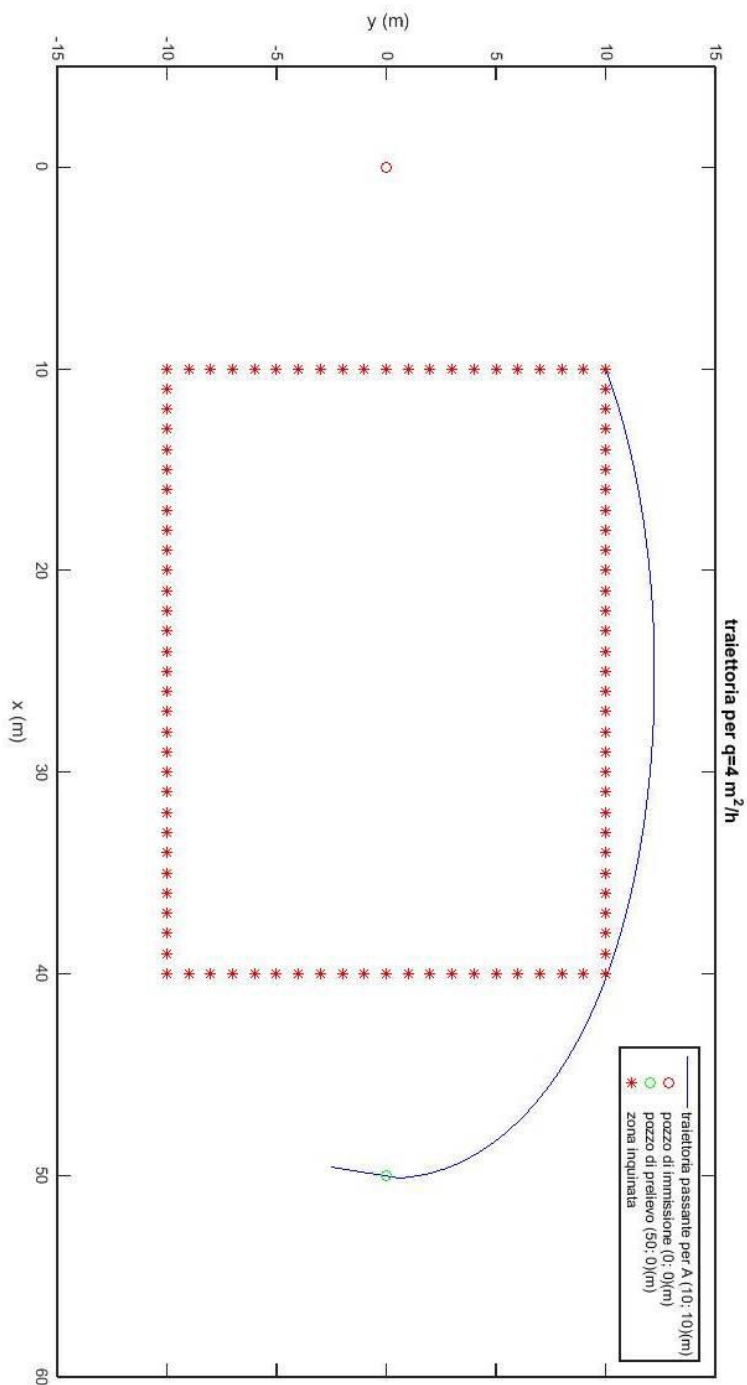


Figura 10.

Variando la portata q , è possibile trovare il suo valore minimo affinché l'inquinante – si legga la traiettoria passante per A – sia catturato dal pozzo P2. In figura 3 sono state riportate traiettorie al variare di q . Si osserva che per $q=1.5 \text{ m}^2/\text{h}$ la traiettoria passa per P2, mentre per $q=1 \text{ m}^2/\text{h}$ la traiettoria non è più assorbita.

La portata limite tale che la traiettoria sia catturata è $q=1.3 \text{ m}^2/\text{h}$. in particolare, dalla tabella 2 si osserva che al tempo $t=283 \text{ h}$ circa, la traiettoria passa per il pozzo P2.

t (h)	x (m)	y (m)	u (m/h)	v (m/h)	Δx (m)	Δy (m)
0	10.00	10.00	0.051	0.009	0.17	0.03
1	10.17	10.03	0.051	0.009	0.17	0.03
2	10.34	10.06	0.051	0.009	0.17	0.03
3	10.51	10.09	0.051	0.009	0.17	0.03
4	10.68	10.12	0.051	0.008	0.17	0.03
...
279	51.75	0.98	-0.050	-0.050	-0.17	-0.17
280	51.59	0.81	-0.063	-0.053	-0.21	-0.18
281	51.38	0.64	-0.084	-0.057	-0.28	-0.19
282	51.10	0.45	-0.122	-0.066	-0.41	-0.22
283	50.69	0.23	-0.230	-0.089	-0.77	-0.30
284	49.92	-0.07	1.525	1.327	5.08	4.42

Tabella 2: traiettorie (x,y) per $q=1.3 \text{ m}^2/\text{h}$, passanti per A. Sono inoltre riportate le velocità nel punto e gli incrementi Δx e Δy calcolati col metodo delle differenze finite.

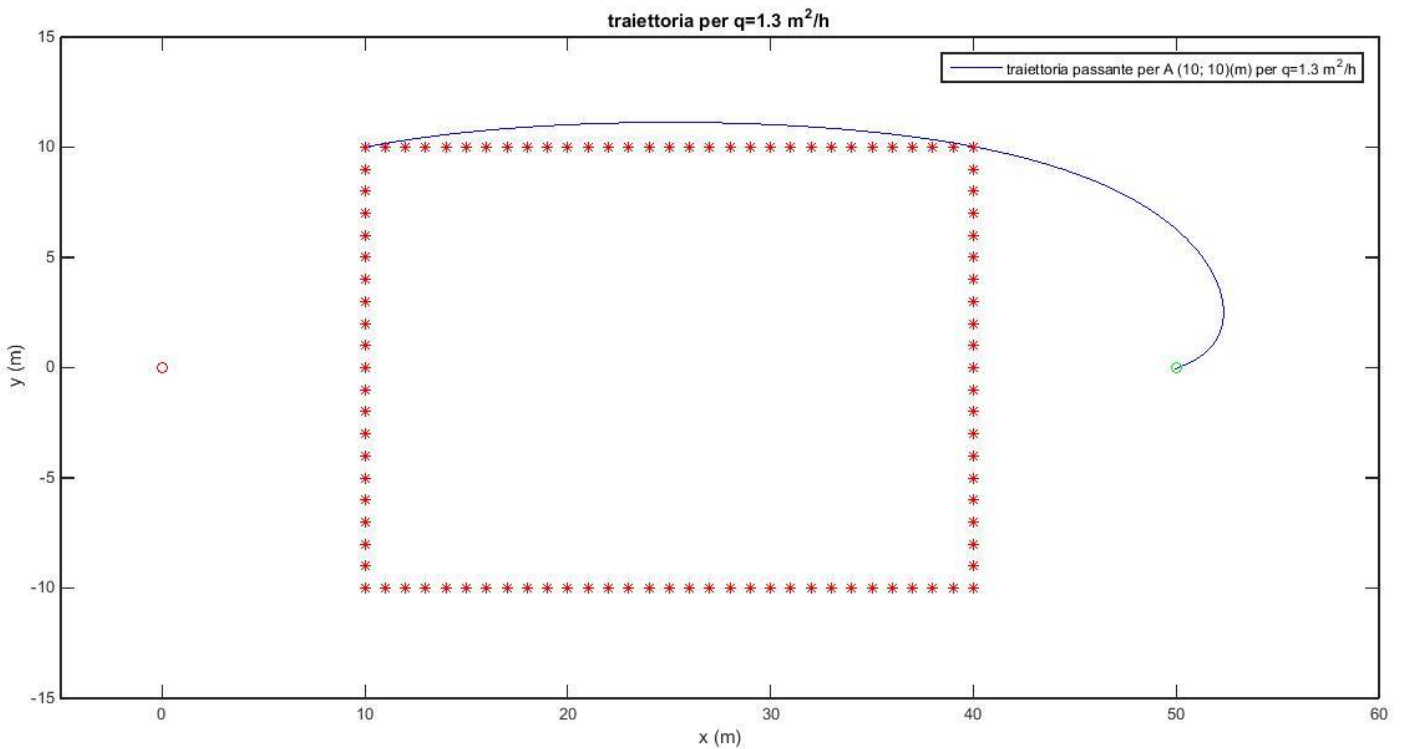


Figura 4.

ESERCITAZIONE 12 – ESERCIZIO 3

1. INTRODUZIONE

L'esercitazione ha riguardato i moti di filtrazione e, in particolare, il dimensionamento di una galleria drenante alimentante un acquedotto di un centro urbano di 10000 abitanti, la cui dotazione è 300 litri/giorno per abitante. L'acqua è prelevata da un acquifero freatico caratterizzato da una conducibilità idraulica $K=2.6 \cdot 10^{-3}$ m/s e dal carico indisturbato $H=7.8$ m ad una distanza $L=300$ m dalla galleria. Il livello nella galleria è stato assunto pari a $h_0=0.5$ m.

Il dimensionamento consiste nel determinare la lunghezza l della galleria che permetta di soddisfare il fabbisogno idrico della città. Si determinerà inoltre la riduzione di portata nel caso in cui il livello indisturbato della falda si riduca a $H'=6.8$ m.

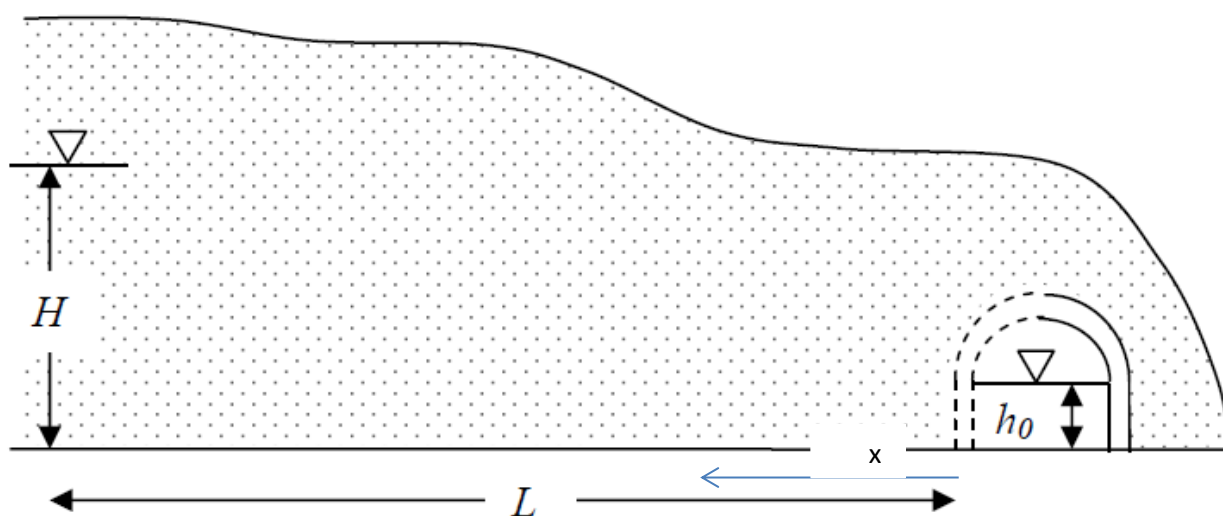


Figura 1: schema dell'acquifero freatico e galleria drenante. Con x è stata indicata la direzione contraria al moto.

La falda freatica è caratterizzata da una superficie libera. Per ricavare le equazioni del moto si è ipotizzato che il mezzo sia isotropo e omogeneo. La velocità di filtrazione è stata dedotta sperimentalmente da Darcy:

$$Q = AkJ \quad (1),$$

dove Q è data dal prodotto della velocità di filtrazione e dell'area ortogonale al moto A ; k è la permeabilità; J è la cadente. La legge esprime una proporzionalità diretta tra velocità e cadente, il che è verificato per il moto laminare e quindi per bassi valori di velocità: situazione tipica per i moti sotterranei. Pertanto, essendo piccoli i termini cinetici, con J si indicherà la cadente piezometrica.

2. DIMENSIONAMENTO DELLA GALLERIA DRENANTE

L'equazione (1) risulta di difficile risoluzione analitica, in quanto a priori è incognita anche la superficie libera e quindi anche l'area A ; inoltre si verifica il fenomeno della sorgente sospesa: la superficie libera per $x=0$ ha altezza maggiore di h_0 . Se, tuttavia, si introducono le ipotesi di Dupuit, ossia che non vi sia la sorgente sospesa e il vettore velocità abbia sola componente orizzontale, si perviene a determinare la soluzione, praticamente esatta se si inserisce nella formula l'altezza h_0 :

$$Q = l h k \frac{dh}{dx} \quad (2),$$