NUMERO: 1808A - ANNO: 2015

A P P U N T I

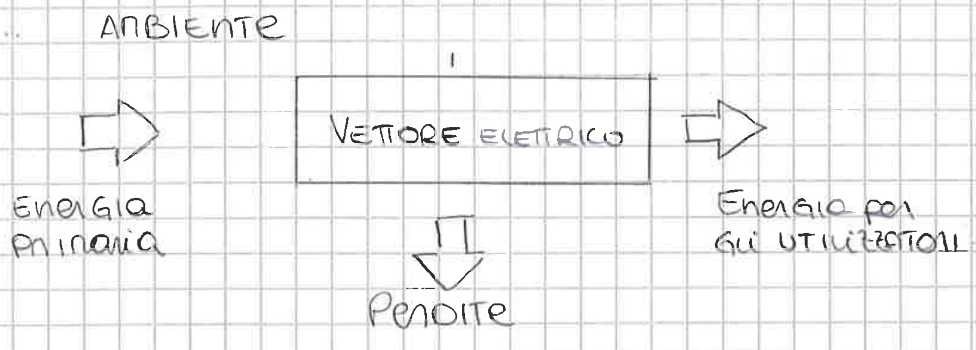
STUDENTE: Tosti Michela

MATERIA: Sistemi elettrici industriali - prof. Russo

Circuito elettrico elementare

Cap I — 4 marzo 2015 — Lezione 1

Vettore Elettrico: Ci permette di prendere l'energia primaria (proveniente da fonti primarie) e trasformarla attraverso l'energia elettrica in energia per gli utilizzatori.
Una parte dell'energia primaria dissipata sottoforma di perdita.



Generatore elettrico e utilizzatore (carico) possono essere rappresentati come 2 bipoli

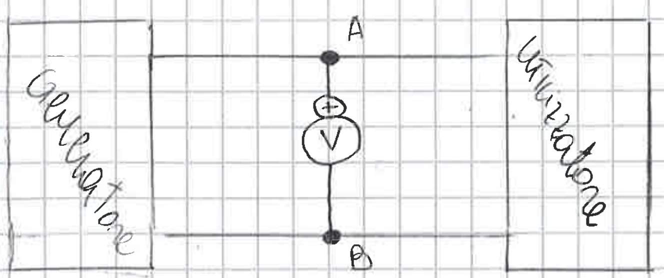
descrizione processo:

→ Il generatore riceve potenza da un altra fonte e la trasforma in potenza elettrica → questa viene trasferita all'utilizzatore che la assorbe (potenza assorbita). Una parte della potenza elettrica viene dissipata

Grandezze elettriche

(E) **Tensione elettrica**: (differenza di potenziale) E' una grandezza algebrica che si può misurare con uno specifico strumento: voltmetro

→ Unità di misura Volt $[V] = \left[\frac{J}{C}\right]$



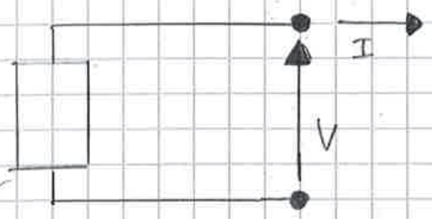
Il valore misurato può essere:

- >0 vuol dire che la tensione ha la polarità positiva nel pt A e si indica con una freccia che va da B a A
- <0 vuol dire che il morsetto contrassegnato con il ⊕ si trova nella parte in cui la polarità è negativa

Convenzioni di segno per una misura della potenza

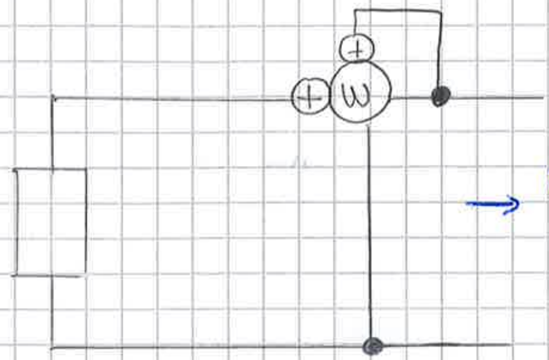
I) Convenzione di generatori

corrente uscente dal morsetto assunto ⊕



⇒ Tensione e corrente puntano su morsetti diversi

simbolo generico del bipolo



♥ ←

→ Valore che ottengo
POTENZA MISURATA
→ potenza generata
ovvero potenza erogata

Casi possibili:

(1) $I_{mis} > 0$ $\quad V_{mis} > 0$ $\quad \Rightarrow \quad P_{mis} > 0$

♥ è un generatore che sta erogando potenza verso il circuito a cui è collegato

(2) $I_{mis} < 0$ $\quad V_{mis} > 0$

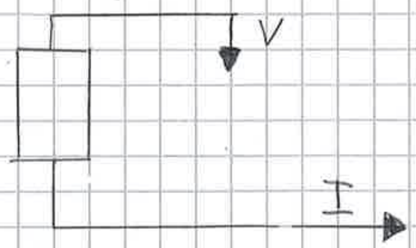
o $\quad \Rightarrow \quad P_{mis} < 0$

$I_{mis} > 0$ $\quad V_{mis} < 0$

♥ Eroga potenza negativa quindi in realtà non è un generatore ma un utilizzatore

(3) $I_{mis} < 0$ $\quad V_{mis} < 0$ $\quad \Rightarrow \quad P_{mis} > 0$

♥ Si comporta da generatore



Procedura per la misura di potenza:

- A Scelta bipolo
- B Scelta convenzione con cui fare le misure
- C Connessione morsetti wattmetro secondo la convenzione scelta
- D Se il risultato è (+) → comportamento concorde con la convenz. scelta, altrimenti opposto.

Convenzione	Potenza misurata
G	Potenza generata
U	Potenza assorbita

Convenzione	Segno della potenza misurata	Comportamento effettivo del bipolo
G	+	GENERATORE
G	−	UTILIZZATORE
U	+	UTILIZZATORE
U	−	GENERATORE

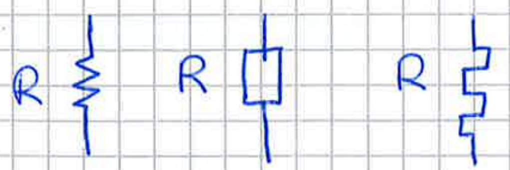
BIPOLI ELETTRICI

componenti con 2 morsetti

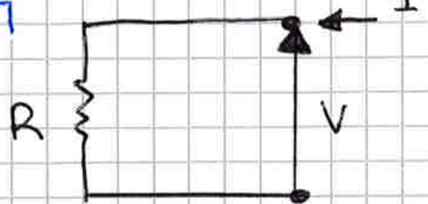
- $V = [f(I)]$ "caratteristica"
- Convenzione di segno con cui andiamo a misurare la caratteristica

SAPERE BENE

RESISTORE: (considero ideale) → BIPOLO PASSIVO, PUÒ SOLO TRASFERIRE POTENZA ELETTRICA DA UN SISTEMA ELETTRICO A UN SISTEMA ESTERNO.



UTILIZZATORI



I LEGGE OHM

$$V = RI$$

R → resistenza elettrica; Ω → OHM

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 162

La caratteristica di questo bipolo misurata con la convenzione dei generatori è

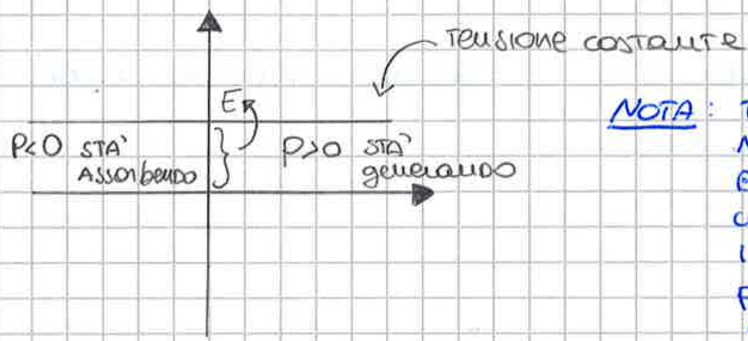
$$\boxed{V = E}$$

fem del generatore

La potenza erogata è invece data da $\boxed{P = EI}$

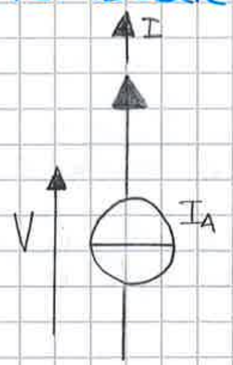
In diagramma cartesiano si ha che la caratteristica è una retta di ordinata E, // alle ascisse, che si svolge nel I quadrante (V e I segno concorde) e nel II quadrante (V e I segno discorde)

↳ Il generatore ideale di tensione è quindi una macchina reversibile, che può generare (I quadrante) o assorbire (II quadrante) potenza pur mantenendo costante la tensione ai morsetti



NOTA: termine 'generatore' non significa che il bipolo funziona sempre come tale, ma che è in grado di scambiare potenza nei 2 sensi con l'ambiente.

Generatore ideale di corrente



È un bipolo attivo in grado di erogare o assorbire qualunque valore di potenza pur mantenendo costante la corrente tra i suoi morsetti.

DEFINIZIONE

↑

SAPERE BENE

La caratteristica di questo bipolo misurata con la convenzione dei generatori è:

$$\boxed{I = I_A}$$

La potenza erogata (o assorbita) è data da $\boxed{P = V I_A}$

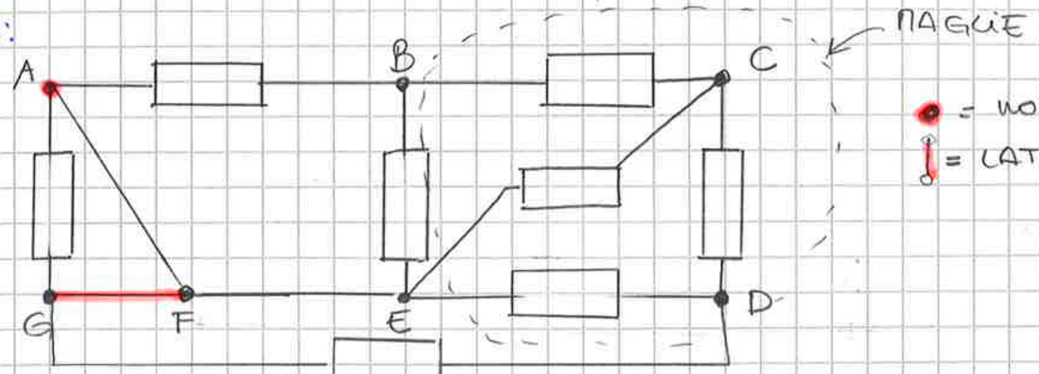
⟶

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 162

RETI DI BIPOLI

In generale un circuito elettrico è formato da una rete di bipoli variamente collegati tra loro

ESEMPIO:



NODO: punto in cui convergono tre o + connessioni

LATO (o ramo): tratto di rete che congiunge 2 nodi senza attraversare nodi intermedi

MAGLIA: percorso chiuso formato da più lati, con la condizione che ciascun lato venga percorso una volta sola

PRINCIPI DI KIRCHHOFF:

(caso particolare delle leggi di Maxwell valido solo per il regime stazionario)

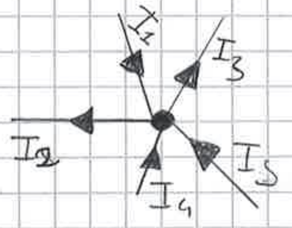
Sono 2:

LEGGE DEI NODI: La somma algebrica delle correnti confluenti in un nodo è identicamente nulla.

$$\sum_i I_i = 0$$

NOTA: corrente + entrante
corrente − uscente

esempio:



$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 = 0$$

LEGGE DELLE MAGLIE: La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è identicamente nulla

$$\sum_i V_i = 0$$

NOTA: _ Verso orario (percorrenza arbitraria)
_ Tensione (+) se, muovendomi nel verso di percorrenza scelto incontro per primo la polarità (+) della tensione

esempio

negativa perché incontro prima la coda

$$-V_1 + V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

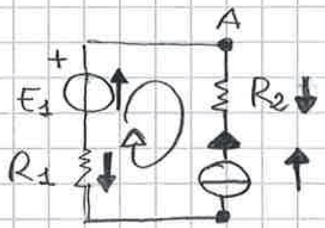
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 162

altro metodo:

$V_{R_1} - E_1 + V_{AB} = 0 \qquad R_1 I_1 - E_1 + V_{AB} = 0 \qquad I_1 = \frac{100-90}{10} = 1A$

② Innanzitutto per calcolare le potenze devo calcolare prima V_g

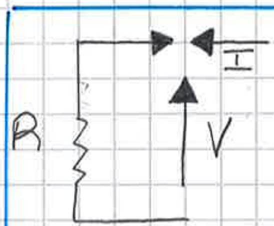
Risolvo la maglia



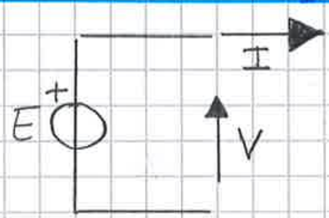
$-V_{R_2} + V_G + V_{R_1} - E_1 = 0$

$V_g = 100 - 10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 130\ V$

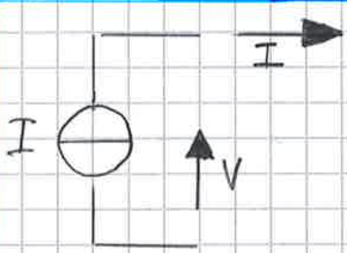
Ricorda:



$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$
"assorbita"



$P = EI$
"generata"



$P = VI$
"generata"

Perciò: Potenze assorbite dai resistori:

$P_{R_1} = R_1 (I_1)^2 = 10(1)^2 = 10\ W$

$P_{R_2} = R_2 (I_2)^2 = 20(2)^2 = 80\ W$

$P_{R_3} = R_3 (I_3)^2 = 30(3)^2 = 270\ W$

Potenza Assorbita totale: 360 W

devono essere =

Potenze generate

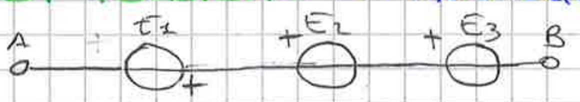
$P_1 = E_1 I_1 = 100(1) = 100\ W$

$P_2 = V_g I_g = 130 \cdot 2 = 260\ W$

Potenza Generata totale: 360 W

11

GENERATORI DI TENSIONE → Analogo a resistori

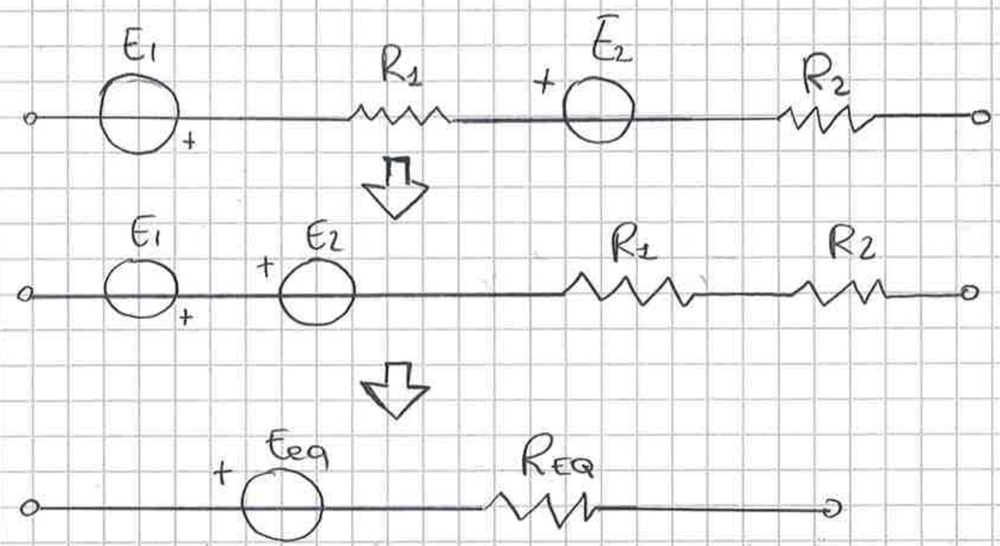


$$E_{AB} = -E_1 + E_2 + E_3$$

GENERATORI DI CORRENTE → IMPOSSIBILE

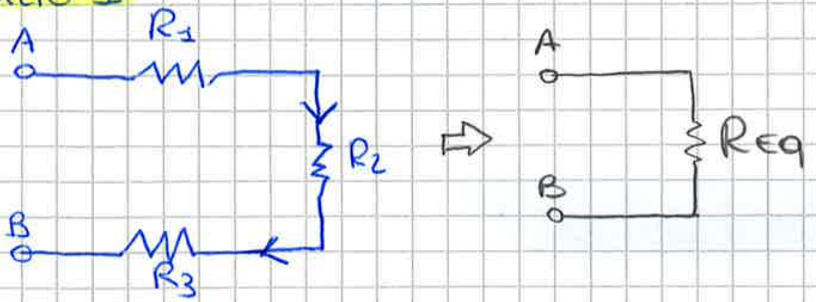
Infatti ciascuno di essi impone la propria corrente nel conduttore sul quale è inserito

NOTA



~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

ESERCIZIO 1



$R_1 = 10\,\Omega$
$R_2 = 5\,\Omega$
$R_3 = 7\,\Omega$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 10\,\Omega + 5\,\Omega + 7\,\Omega =$$

$$R_{eq} = 22\,\Omega$$

~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

ESERCIZIO 2

$R_1 = 2\,\Omega$
$R_2 = 3\,\Omega$
$R_3 = 5\,\Omega$
$R_4 = 1\,\Omega$
$R_5 = 7\,\Omega$

$R_{1,2} = 5\,\Omega$ ⇒ $R_{3,4,5} = 11\,\Omega$

$R_{3,4} = 6\,\Omega$ // con $R_{1,2}$ $\frac{11 \cdot 5}{16}$

Da cui: $I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{AB}/R_1 + V_{AB}/R_2 + V_{AB}/R_3 = V_{AB}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$

perciò:

$$\boxed{R_{AB} = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}}$$

- la resistenza equivalente di 2 o più resistori in // è uguale all'inverso della somma degli inversi delle loro resistenze

NOTA: se i resistori in // sono solo 2 si riduce a:

$$R_{EQ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

PROPRIETÀ IMPORTANTI

1) la resistenza del parallelo di N resistori uguali (con R uguale) è $\boxed{R_{eq} = \frac{R}{N}}$

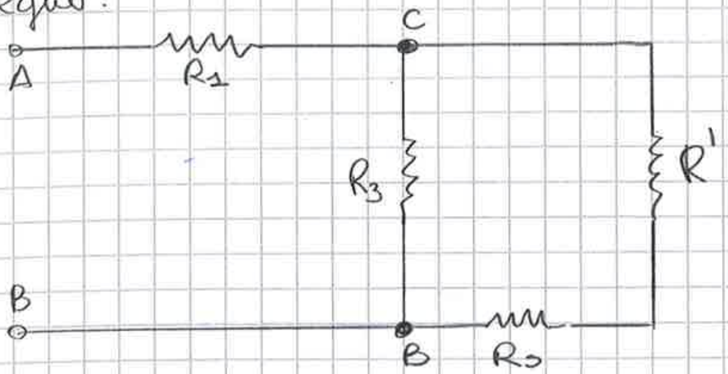
2) la resistenza del parallelo di 2 o più resistori è < della resistenza del resistore più piccolo tra questi.

GENERATORI DI CORRENTE in parallelo → Analogo ai resistori

GENERATORI DI TENSIONE in parallelo → IMPOSSIBILE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 162

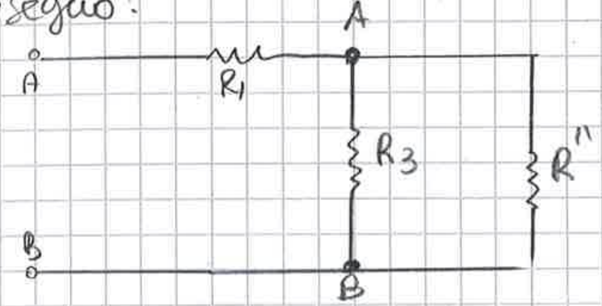
ridisegno:



$R' - R_5$ → sono collegati in serie $R' + R_5 = 14{,}75\,\Omega + 5\,\Omega = 19{,}75\,\Omega$

$R'' = 19{,}75\,\Omega$

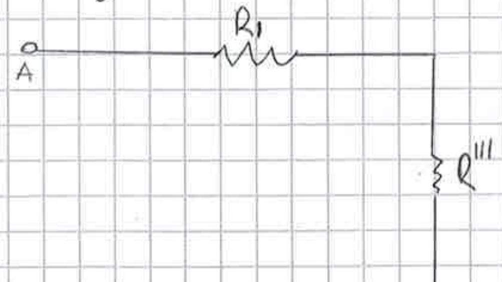
ridisegno:



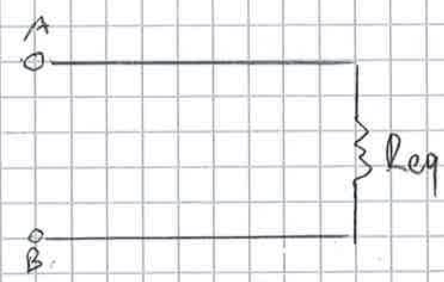
$R_3 - R''$ → sono in parallelo $R''' = \dfrac{19{,}75 \cdot 20}{19{,}75 + 20} = 9{,}94\,\Omega$

$R''' = 9{,}94\,\Omega$

ridisegno:

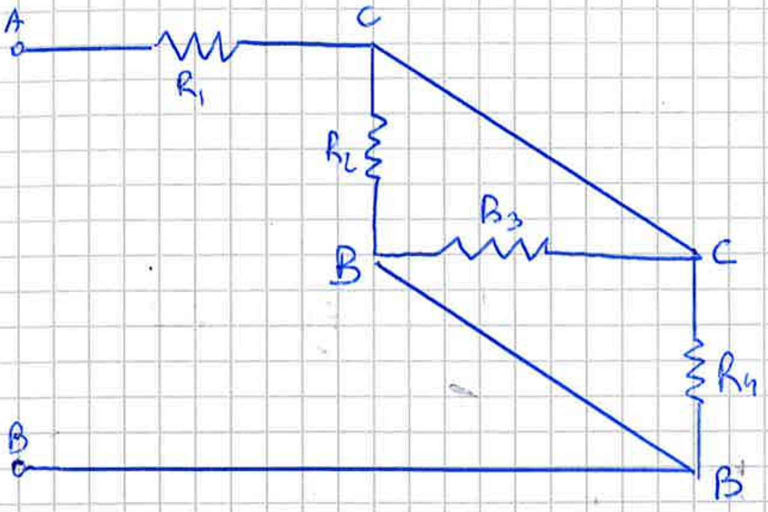


$R''' - R_1$ → sono in serie $R_{eq} = 9{,}94\,\Omega + 10\,\Omega = 19{,}94\,\Omega$



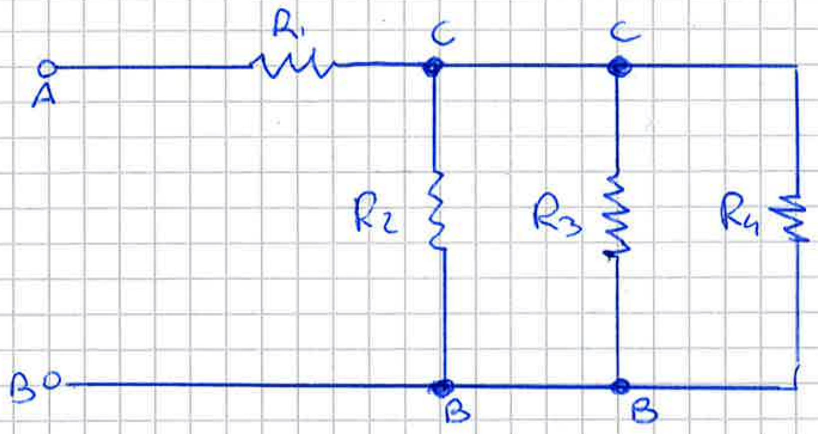
$R_{eq} = 19{,}94\,\Omega$

Esercizio DC 1.3



$R_1 = 10\,\Omega$
$R_2 = 30\,\Omega$
$R_3 = 30\,\Omega$
$R_4 = 30\,\Omega$

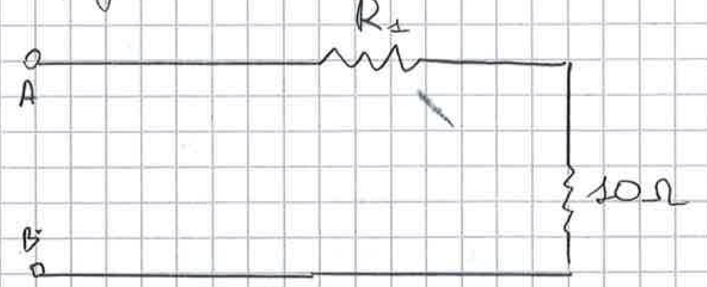
NOTA: posso ridisegnarlo più facile



NOTA 2: Resistenze uguali; applico: $R_{eq} = \frac{R}{N}$

$$R_{eq} = \frac{30}{3} = 10\,\Omega$$

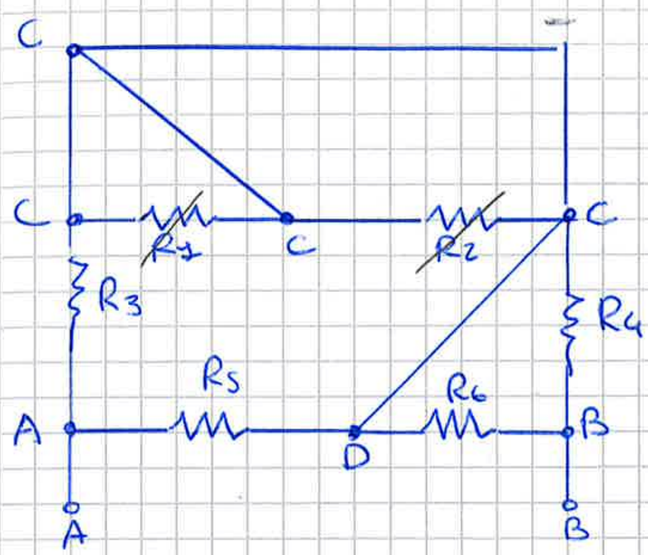
Ridisegno



← Serie ⇒ $10\,\Omega + 10\,\Omega = 20\,\Omega$

$R_{eq} = 20\,\Omega$

ESERCIZIO DC 1.4

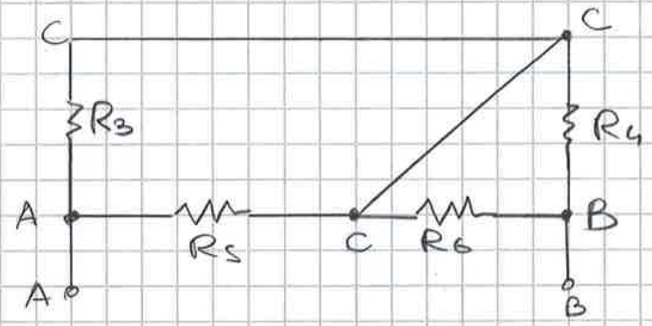


$R_1 = 20\,\Omega$
$R_2 = 80\,\Omega$
$R_3 = 30\,\Omega$
$R_4 = 40\,\Omega$
$R_5 = 10\,\Omega$
$R_6 = 60\,\Omega$

NOTA BENE: resistenza // a cortocircuito → tratto cortocircuitato

R_1 e R_2 vanno via → corto circuito

Ridisegno:

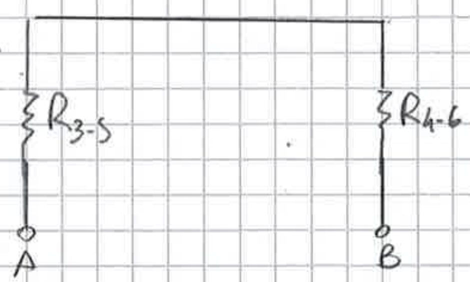


- $R_3 - R_5$ sono in //
- $R_4 - R_6$ sono in //

$$R_{3-5} = \frac{30 \cdot 10}{40} = 7{,}5\,\Omega$$

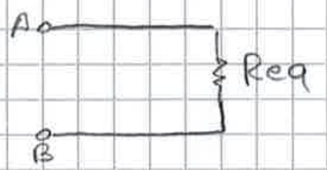
$$R_{4-6} = \frac{40 \cdot 60}{100} = 24\,\Omega$$

Ridisegno:



- R_{3-5} e R_{4-6} sono in serie

$$R_{eq} = 7{,}5\,\Omega + 24\,\Omega = 31{,}5\,\Omega$$



Partitore di tensione e corrente

Partitore di tensione: Consente di calcolare direttamente la tensione sul singolo resistore appartenente ad una serie di resistori, nota la tensione ai morsetti della serie

$$\boxed{V_i = \frac{R_i}{\sum R_k} \cdot E_{(s)-std}}$$

Partitore di corrente: Consente di calcolare direttamente la corrente entrante nel singolo resistore appartenente ad un parallelo di resistori, nota la corrente entrante complessivamente nel parallelo

$$\boxed{I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_k}} I_{(s)-std}}$$

Nota bene: Nel caso si abbiano solo 2 resistori in parallelo

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} I$$

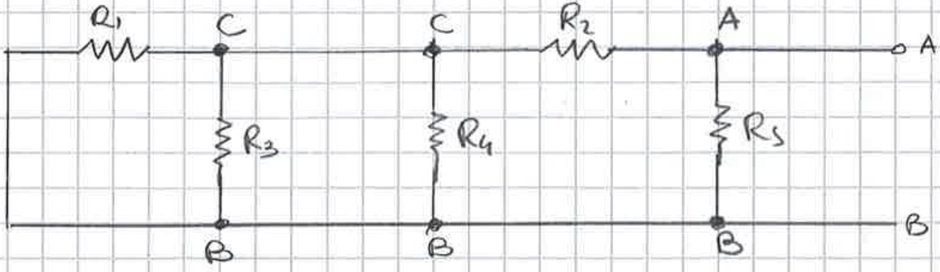
→ La corrente si ripartisce in modo inversamente proporzionale alle resistenze dei due resistori.

Risolvo l'esercizio precedente con il metodo del partitore di corrente

$$I_3 = \frac{\frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} \cdot I$$

$$I = R_4 I_3 \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right) = 5 \cdot 14\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right) = 28\ A$$

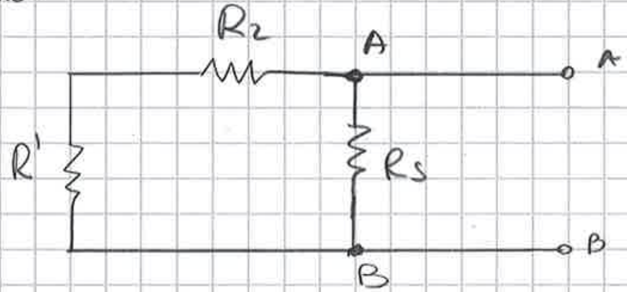
Req: devo annullare i generatori esistenti



• $R_1 - R_3 - R_4$ in parallelo

$$R' = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = 0,5\ \Omega$$

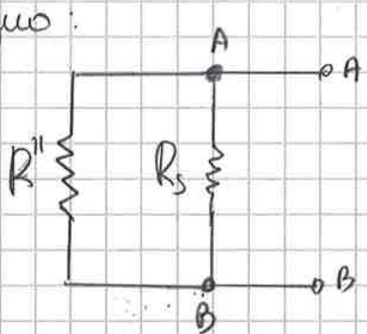
ridisegno:



$R_2 - R'$ in serie

$R'' = 1 + 0,5 = 1,5\Omega$

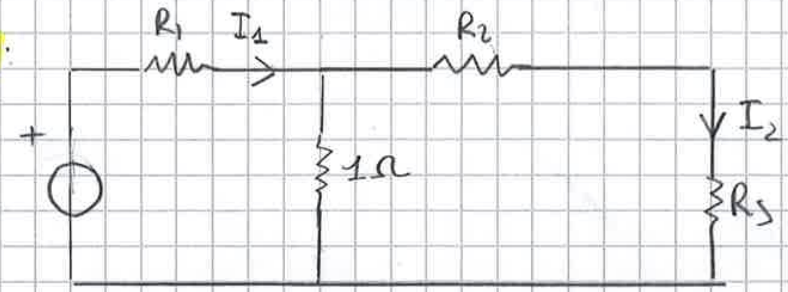
ridisegno:



• R'' e R_5 in //

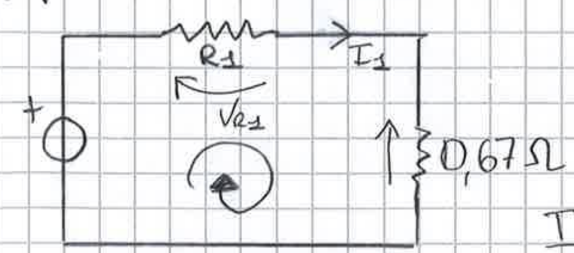
$$R_{eq} = \frac{1,5 \cdot 1}{2,5} = 0,6\ \Omega$$

Eeq



• I_1 e I_2 verso arbitrario

semplifico ulteriormente



$$I_1 = \frac{100}{1+0,67} = 60\ A$$

$-100 + V_{R1} + V' = 0$

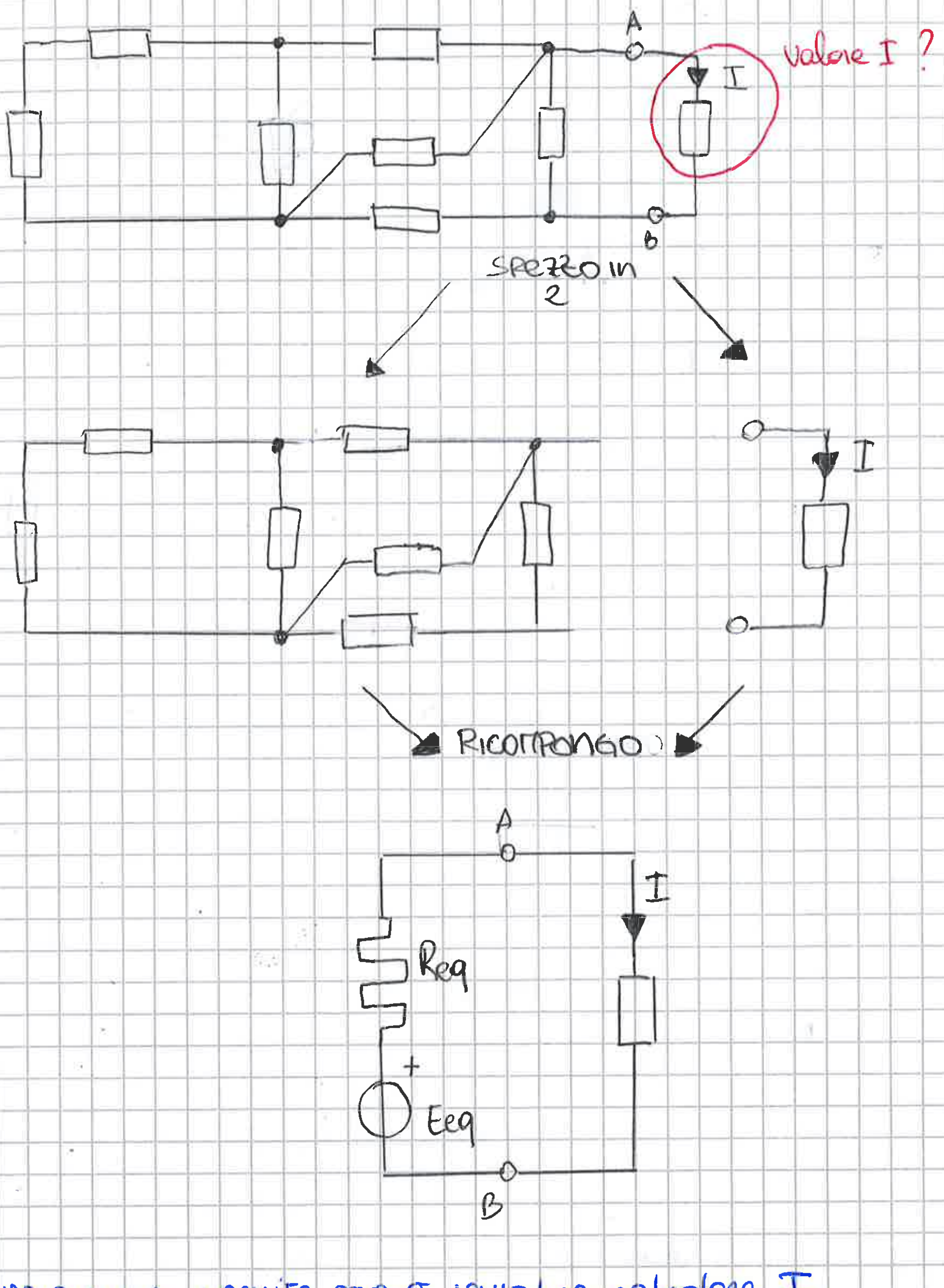
$$I_2 = \frac{1}{1+(1+1)} \cdot I_1 = 20\ A$$

$V_{AB} = R_5 I_2 = 20V$

25

Lezione 7
13/3/2015

Esempio Applicazione Thevenin: Circuito in cui si vuole calcolare solo la corrente I.
Si può trasformare una parte di circuito di cui interessano solo gli effetti esterni in un bipolo equivalente di Thevenin. La rete si trasforma quindi così



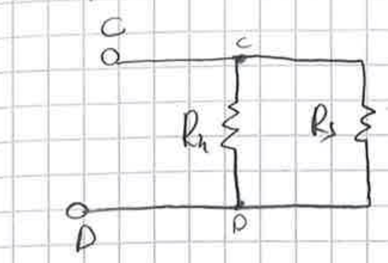
Ovvero in un circuito ora è semplice calcolare I.

Procedimento

(a) individuare nella rete originaria i pt A e B che saranno i morsetti del bipolo equivalente di Thevenin
(b) separare in corrispondenza di A e B la rete in 2 parti
(c) calcolare Eeq e Req
(d) ricomporre

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 162

R^2_{eq}



Parallelo di R_4 e R_5

$$R_{eq} = \frac{20\cdot 10}{30} = 6{,}66\,\Omega$$

$E^2_{eq} = V_{CD}$ = uso il partitore di tensione = $\frac{10}{10+20}\cdot 30 = 10\ V$

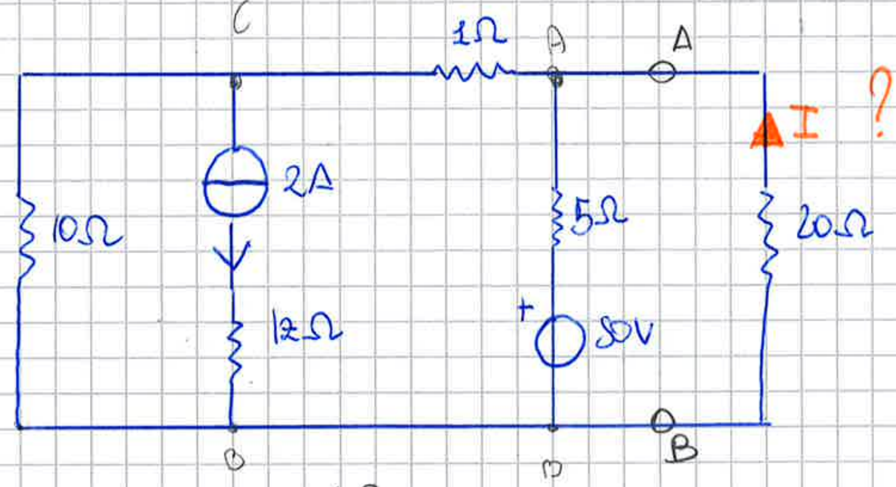
→ Ora applico la legge delle maglie

$$-E'_{eq} + R'_{eq} I + R_3 I + R^2_{eq} I + E^2_{eq} = 0$$

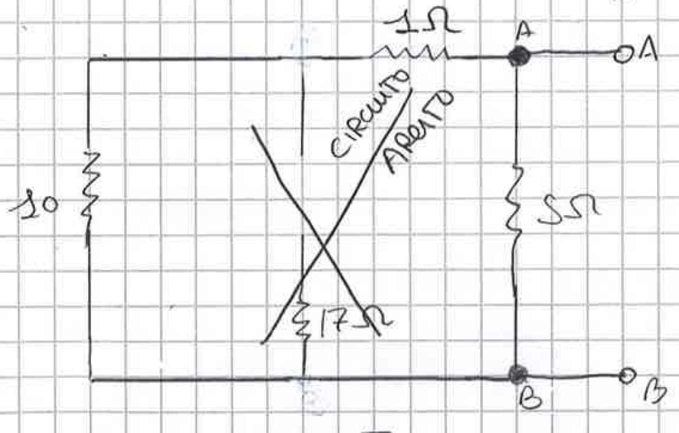
??? le DI regole

$$I = \frac{-60V - 10V}{30\Omega + 10\Omega + 6{,}7\Omega} = -1{,}5\ A$$

ESERCIZIO ESAME 28 luglio 2011 (dato probabile)



Pt 2: calcolo P di R=10Ω



$$R_{EQ} = \frac{11\Omega\cdot 5\Omega}{16\Omega} = 3{,}44\Omega$$

E_{eq} alla maglia

$$10\cdot I_1 - 1\cdot I_2 - 5 I_2 + 50 = 0$$

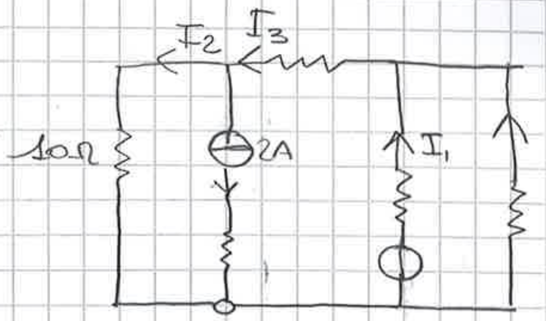
$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 2 \longrightarrow I_1 = 2 - I_2 \\ 10 I_1 - 6 I_2 = -50 \end{cases}$$

$10(2 - I_2) - 6 I_2 = -50$ $\quad 20 - 10 I_2 - 6 I_2 = 50$ $\quad I_2 = \frac{70}{16}\ A$

$V_{AB} = 50 - 5\cdot\frac{70}{16} = 28{,}1\ V$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 162

R_2: $P = RI^2$



$V_{AB} = -20 \cdot I = -20 \cdot -1{,}2 = 24\,V$

$I_1 = \frac{26}{5}\,A$

$I_3 = I_1 + I = 4\,A$

$I_2 = 2\,A$

$P = 2^2 \cdot 10 = 40\,W$

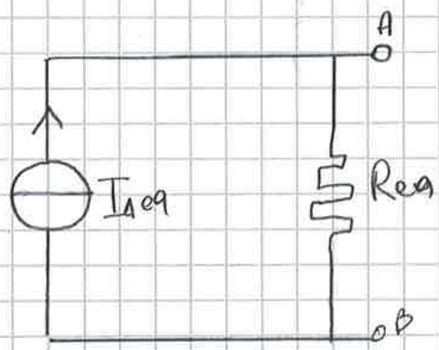
TEOREMA DI NORTON

LEZIONE 8
19/3/2015

→ COSTITUISCE UN BIPOLO EQUIVALENTE SIMILE A QUELLO DI THEVENIN, MA CHE IMPIEGA UN GENERATORE IDEALE DI CORRENTE

GENERATORE CORRENTE + RESISTORE

Dopo aver spezzato il circuito e averlo ricomposto ottengo:



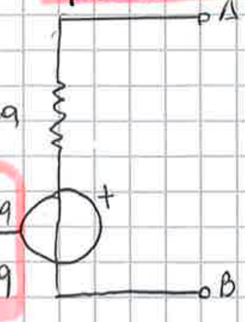
I_{Aeq} = CORTOCIRCUITO I MORSETTI PER FARLA CIRCOLARE

R_{eq} = RESISTENZA CHE VEDO DA A e B QUANDO HO CORTOCIRCUITATO I GENERATORI DI TENSIONE E APERTO QUELLI DI CORRENTE

→ nel bipolo di NORTON la R_{eq} VIENE SPESSO RAPPRESENTATA CON IL SUO INVERSO CIOÈ COME CONDUTTANZA EQUIVALENTE G_{eq}

NOTA BENE:

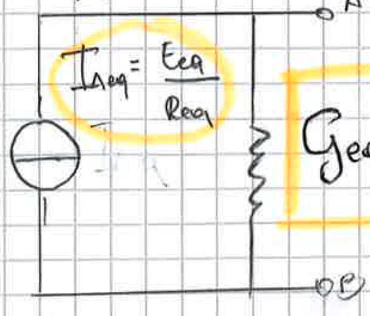
THEVENIN



$E_{eq} = \frac{I_{Aeq}}{G_{eq}}$

$\Leftrightarrow$

NORTON

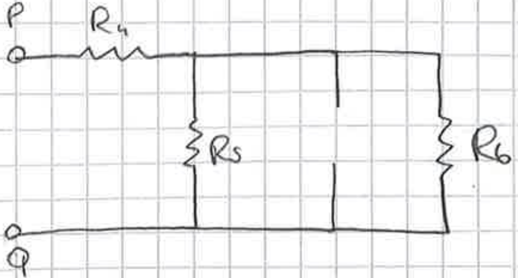


$I_{Aeq} = \frac{E_{eq}}{R_{eq}}$

$\boxed{G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}}}$

CONDUTTANZA (G)
↓
INVERSO DELLA RESISTENZA (R)

R''_{eq}



R_5 e R_6 in //

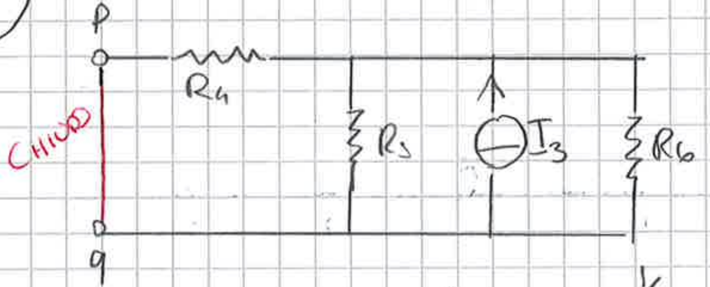
$$\frac{4 \cdot 4}{4+4} = \frac{16}{8} = 2\,\Omega$$

$R_{5\text{-}6}$ in serie con R_4

$$2\Omega + 1\Omega = 3\Omega$$

$R''_{eq} = 3\Omega$

I''_{eq}

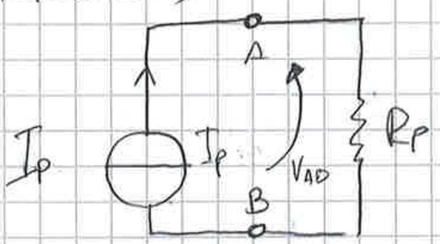


I''_{eq} ⇒ regola del partitore di corrente

$$I''_{eq} = \frac{1/1}{1/1 + 1/4 + 1/4} \cdot 3 = 2\,A$$

Per calcolare V_{AB}

(p = parallelo)



$$R_p = \frac{2 \cdot 3}{2+3} = 1{,}2\,\Omega$$

$$I_p = 1A - 4A + 2A = -1A$$

$$V_{AB} = R_p I_p = 1{,}2 \cdot -1 = -1{,}2\,V$$

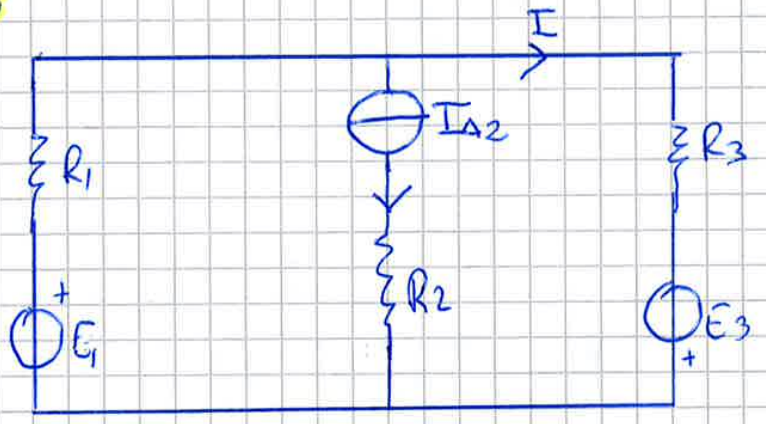
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 162

Conclusione:
- Serie di un resistore e di un generatore ideale di tensione è equivalente, a tutti gli effetti esterni al semplice generatore di tensione
- Serie di un resistore e di un generatore ideale di corrente è equivalente, a tutti gli effetti esterni al semplice generatore di corrente

METODO DELLA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

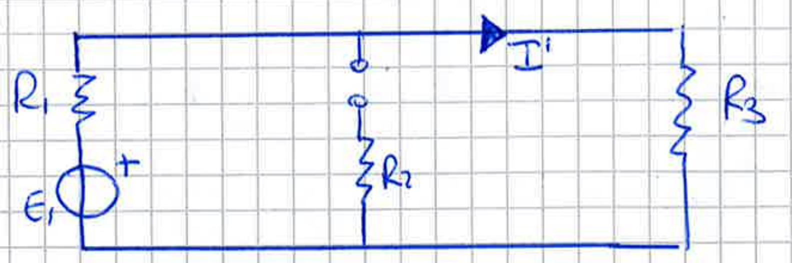
Una qualsiasi tensione o corrente in un circuito elettrico può essere calcolata come somma degli effetti dei singoli generatori, presi separatamente. L'effetto del singolo generatore si valuta annullando gli altri generatori presenti e cioè cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente

ESEMPIO



Il contributo I' del generatore E_1, si calcola trasformando il circuito come nella seguente figura. Scrivendo poi l'eq. alla maglia si calcola la corrente I'

$$I' = E_1/(R_1+R_3)$$



NOTA

$$I = I' + I''$$

calcolo I'

$$R_p = \frac{5 \cdot 20}{5+20} = 4\,\Omega$$

$$I_2 = \text{regola partitore} = \frac{10}{10+(1+4)} \cdot 2 = \frac{4}{3}\,A$$

$$I' = \frac{5}{5+20} \cdot \frac{4}{3} = 0{,}3\,A$$

calcolo I''

$$R = \frac{11 \cdot 20}{11+20} = 7{,}1\,\Omega \qquad I_1 = \frac{50}{5+7{,}1} = \frac{50}{12{,}1} = 4{,}1\,A$$

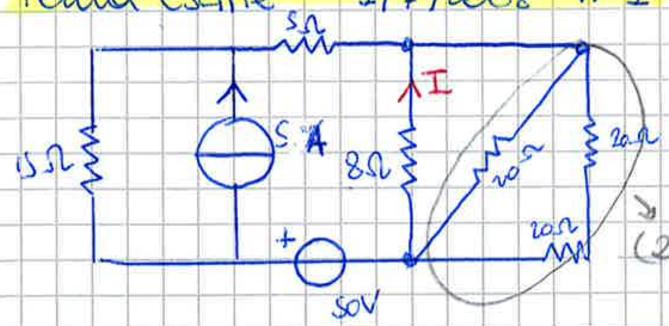
$$I'' = \text{regola partitore} = -\frac{11}{11+20} \cdot 4{,}1 = -1{,}5\,A$$

Conclusione:

$$I = 0{,}3 - 1{,}5 = -1{,}2\,A$$

Lezione 9
20/3/2015

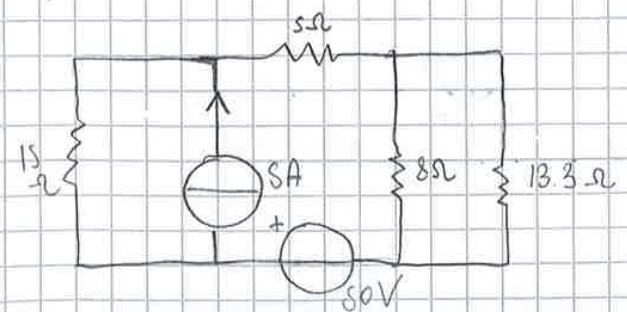
Tema esame 1/7/2008 n°1



Trova I

→ Uso metodo scala

$$(20+20) = 40 = \frac{40 \cdot 20}{40+20} = 13{,}3\,\Omega$$



Non posso usare più né // né serie

rappresenta il teorema di Millman. • Il numeratore ha le dimensioni di una corrente, calcolata sommando i contributi di tutti i rami contenenti generatori. • Il denominatore ha invece le dimensioni di una conduttanza, calcolata sommando le conduttanze di tutti i rami (escluse quelle in serie a generatori di corrente)

N.B

$$V_{AB} = \frac{\sum \frac{E_i}{R_i} + \sum I_{AJ}}{\sum 1/R_K}$$

Gli addendi che compaiono al numeratore tengono conto di:

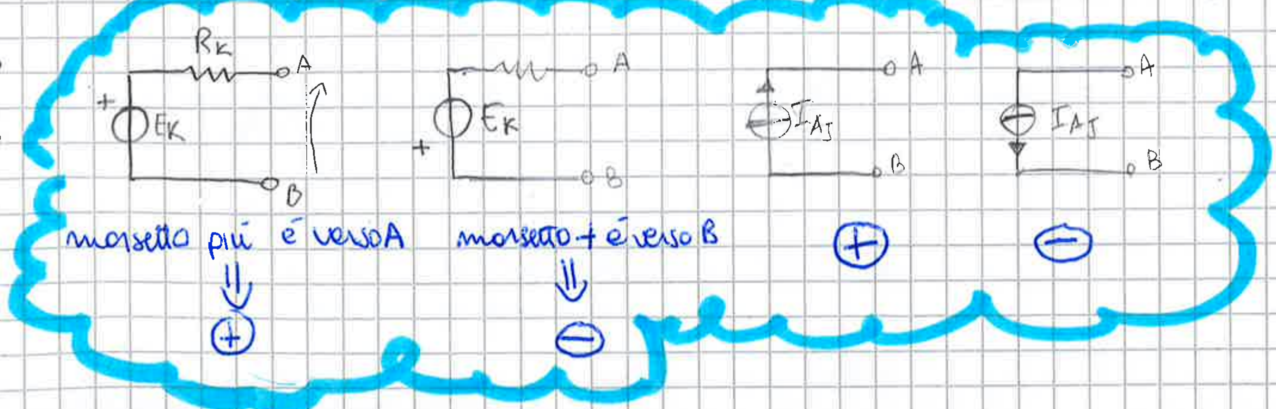
- Rami con un generatore ideale di tensione in serie a un resistore. Questi rami danno un contributo E_i/R_i che va conteggiato positivo se il morsetto «+» del generatore è diretto verso il morsetto positivo della tensione sul parallelo, negativo in caso contrario.
- Rami contenenti un generatore ideale di corrente. Questi rami danno un contributo A_J che va conteggiato come positivo se il verso positivo della corrente impressa dal generatore è diretto verso il morsetto positivo della tensione sul parallelo, negativo in caso contrario. L'eventuale presenza di un resistore in serie al generatore di corrente non ha influenza e non va tenuta in conto.

Gli addendi che compaiono al denominatore sono invece:

- Gli inversi delle resistenze dei rami contenenti un generatore di tensione
- Gli inversi delle resistenze dei rami che non contengono generatori

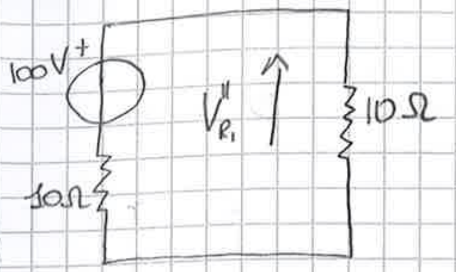
$$\rightarrow V_{AB} = \frac{E_1/R_1 - I_{A_2} + I_{A_4} - E_5/R_5}{\left(1/R_1 + 1/R_3 + 1/R_5 + 1/R_6\right)}$$

→ tutte le resistenze eccetto quelle in serie al generat. di corrente



39

→ generatore di tensione (100 V)



$V''_{R_1} = 50\,V$

⇨ $V_{R_1} = V'_{R_1} + V''_{R_1} + V'''_{R_1} = -50 + 0 + 50 = 0\,V$ ⇨ $P = 0$

NB. posso applicare anche il circuito di Millman (unica cosa che mi preoccupa è la serie tra generatore di tensione e di corrente)

$$V_{AB} = \frac{-10 + \frac{100}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = \frac{-10+10}{2/10} = 0\,V$$

→ 2° ramo

1° ramo
prendo solo il generat di corrente perché mi interessa I

~~~~~~~~~~~~~~

Calcolo di una rete mediante le equazioni di Kirchoff

Per calcolare tutta la rete devo fare un sistema di equazioni ai nodi e alle maglie

→ Data una rete con 'n' nodi e 'l' maglie, si possono scrivere:

- (n-1) equazioni indipendenti ai nodi
- (l-n+1) equazioni indipendenti alle maglie

Totale equazioni indipendenti è uguale a l ed è pari al numero delle correnti incognite nei lati della rete

Per risolverlo:

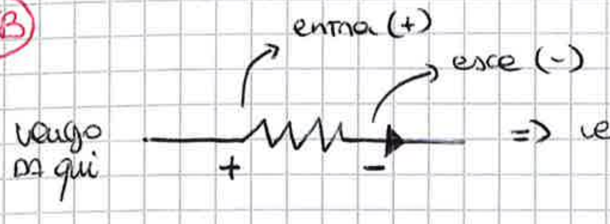
- 1 Assegno arbitrariamente i versi delle correnti
- 2 Scelgo n-1 nodi su cui scrivere le equazioni
- 3 Scelgo l-n+1 maglie

Casi particolari

- lato costituito unicamente da un generatore di tensione → I di questo lato non compare ma nelle eq. di maglie ma compare in almeno 1 delle eq. dei nodi
- lato contenente un generatore di corrente: I non è l'incognita ma lo è la tensione ai suoi capi
~~~~~~~~~~~~~~

(1 NB) se su un lato ho un generatore di corrente, la sua I non è incognita ma ho una tensione ai suoi capi sempre

(2 NB)



=> vedo prima il (+)

A) $I_1 - I_2 - I_4 = 0$

B) $I_2 + 10 - I_3 = 0$

C) $I_3 - I_1 - I_5 = 0$

eq alle maglie $L - N + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$

1) $-200V + R_1 I_1 + 10 I_2 + 40 I_3 = 0$

2) $-10 I_2 + 20 I_4 - V_g = 0$

3) $-40 I_3 + V_g - 30 I_5 = 0$

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_4 = 0 \\ I_2 - I_3 = -10 \\ -I_1 + I_3 + I_5 = 0 \\ 50 I_1 + 10 I_2 + 40 I_3 = 200 \\ -10 I_2 + 20 I_4 - V_g = 0 \\ -40 I_3 - 30 I_5 + V_g = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 50 & 10 & 40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 & 20 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -40 & 0 & -30 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H \qquad I \qquad = \qquad E$$

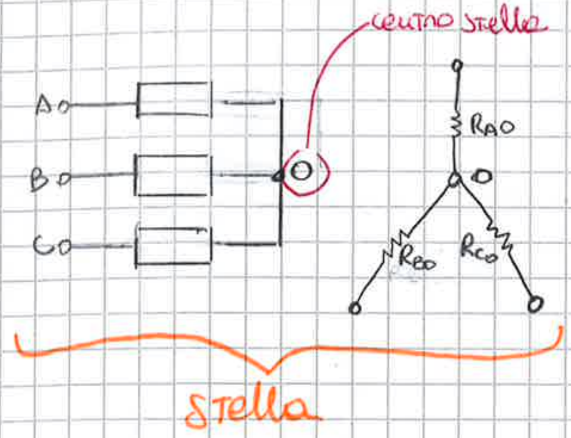
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 162

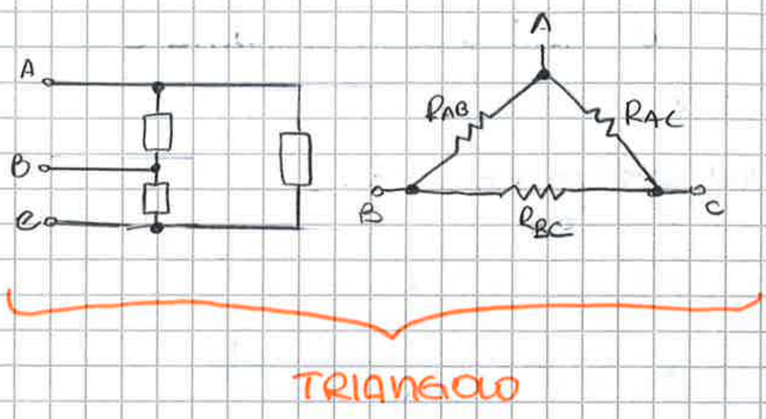
TRASFORMAZIONI STELLA TRIANGOLO

LEZIONE 10

25/3/2015

Tre bipoli possono essere collegati tra loro in 2 particolari configurazioni dette stella e triangolo. Entrambe le configurazioni presentano 3 morsetti A, B, C di connessione verso l'esterno. Inoltre la stella possiede un 4° morsetto "O" detto centro stella





- Dati 3 resistori collegati a stella, è possibile trasformarli in altri 3 resistori collegati a triangolo in modo che siano equivalenti agli effetti dei 3 morsetti esterni A, B, C. La trasformazione è lecita solo se il centro stella O non è connesso a conduttori esterni
- Analogamente è possibile trasformare un triangolo in stella

Formule di trasformazione Stella in Triangolo

$$R_{AB} = R_{AO} + R_{BO} + R_{AO} R_{BO} / R_{CO}$$
$$R_{AC} = R_{BO} + R_{CO} + R_{BO} R_{CO} / R_{AO}$$
$$R_{AC} = R_{AO} + R_{CO} + R_{AO} R_{CO} / R_{BO}$$

$\Rightarrow$ se le 3 resistenze sono uguali

$$\boxed{R_\Delta = 3R_Y}$$

Formule di trasformazione Triangolo in Stella

$$R_{AO} = R_{AB} R_{AC} / (R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}) = \frac{R_\Delta^2}{3 R_\Delta} = \frac{R_\Delta}{3}$$
$$R_{BO} = R_{AB} R_{BC} / (R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}) = //$$
$$R_{CO} = R_{BC} R_{AC} / (R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}) = //$$

$\Rightarrow$ se le 3 resistenze sono uguali

$$\boxed{R_Y = R_\Delta / 3}$$

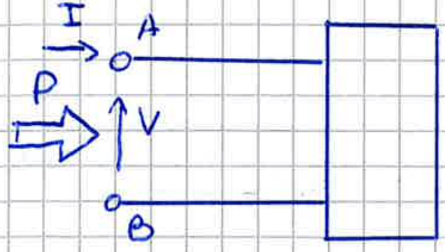
NOTA: è consigliabile ricorrere alle trasformazioni solo quando i vari metodi di analisi locale non sembrano direttamente applicabili

15

POTENZE IN REGIME STAZIONARIO

→ In una rete elettrica la DIFFERENZA TRA POTENZA GENERATA P_g e POTENZA ASSORBITA P_a è IDENTICAMENTE nulla

$$\sum_i P_g - \sum_i P_a = 0$$



$$P = \sum_i P_a - \sum_i P_g = 0$$

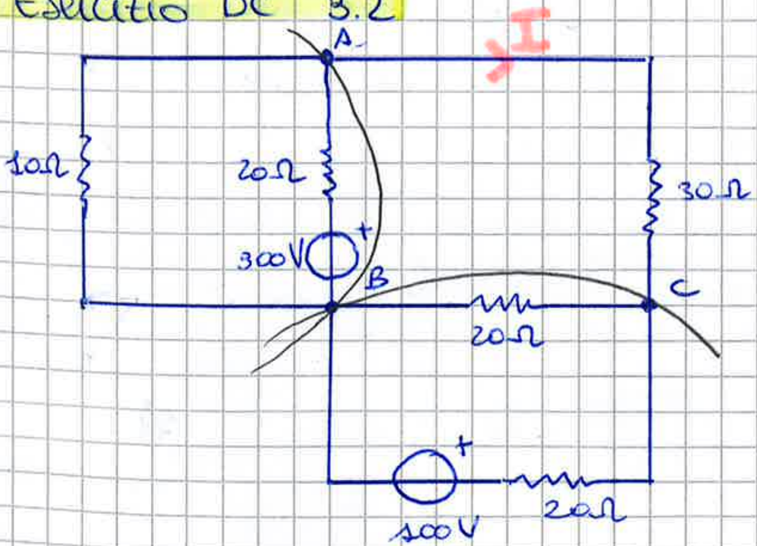
↳ IL FATTO che $P=0$ per Hp. non implica che all'interno del Bipolo non avvengano scambi DI POTENZA

↳ Ciò conferma che un BIPOLO EQUIVALENTE rappresenta una rete DI BIPOLI solo agli effetti esterni

POTENZE EROGATE E ASSORBITE DAI BIPOLI

1. Si sceglie la convenzione di segno con cui misurare la potenza
2. Si calcolano tensione e corrente ai morsetti del bipolo
3. Si adattano i segni di tensione e corrente alla convenzione di segno scelta
4. Si calcola la potenza come: $P = VI$

ESERCIZIO DC 3.2



$P_{R\,30\Omega} = ?$

(POTENZA ASSORBITA dal RESISTORE DI 30Ω)

$$P_{30\Omega} = 30\,I^2 = \frac{V^2}{30}$$

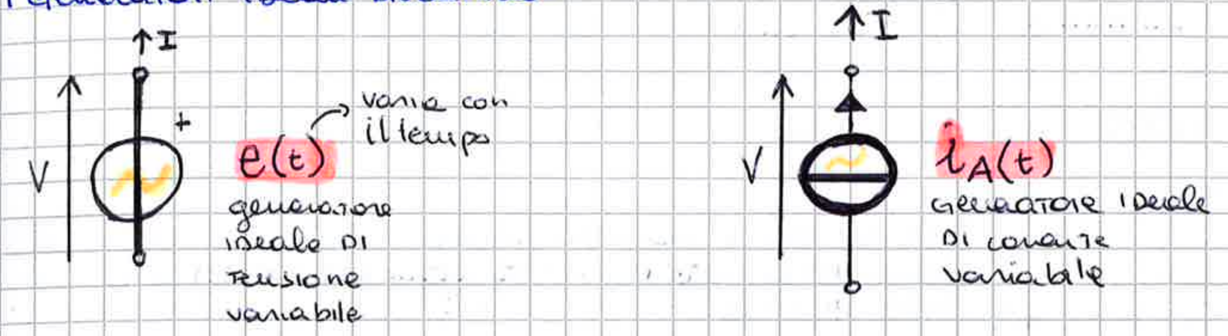
47

Circuiti Elettrici in Regime Sinusoidale   Cap II   Lezione 11

Regime variabile e bipoli conservativi   26-3-2015

→ Un regime elettrico si dice genericamente variabile quando tensioni e correnti variano nel tempo con una legge qualsiasi

→ I generatori ideali diventano:



Le loro funzioni caratteristiche in questo caso rappresentabili negli assi tensione/tempo e corrente/tempo sono rispettivamente e(t) e $i_A(t)$. (lettera minuscola = grandezza variabile nel tempo)

→ Nel caso di un resistore ideale, la sua caratteristica è inalterata ed è rappresentata dalla relazione istantanea:

$$v(t) = R\,i(t)$$

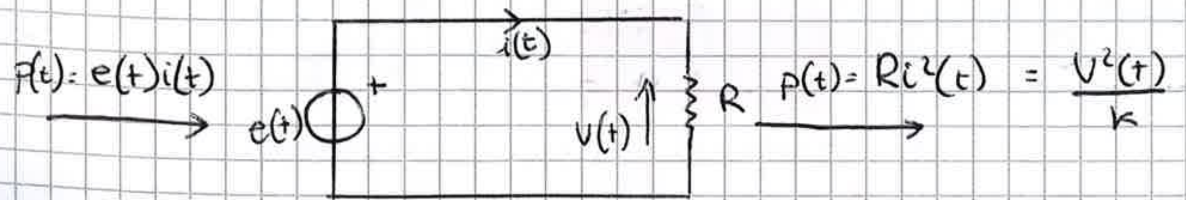
→ Il termine 'relazione istantanea' significa che ad ogni valore di corrente corrisponde istantaneamente un valore di tensione secondo la relazione precedente esattamente come avviene in regime stazionario

Il resistore è quindi un bipolo che non possiede dinamica.
Si sottolinea, perché l'induttore ideale e il condensatore ideale possiedono invece un comportamento dinamico che condiziona fortemente il funzionamento delle reti in regime variabile.

In regime variabile la potenza elettrica istantanea è data dal prodotto

$$p(t) = v(t)\,i(t)$$

Esaminando il semplice circuito in regime variabile si vede che sostanzialmente nulla muta rispetto al regime stazionario. La potenza che il generatore assorbe da un sistema esterno e immette nel circuito viene interamente trasferita all'esterno per effetto Joule dal resistore R.
Nessuna energia viene accumulata nel circuito, che quindi non possiede comportamento dinamico



49

Queste due relazioni mostrano che la tensione ai morsetti di un condensatore **non** può variare istantaneamente

↳ una variazione a gradino della tensione porterebbe idealmente all'assorbimento di una corrente infinita.

Queste osservazioni suggeriscono un accumulo di energia che determina un comportamento dinamico del bipolo. Si dimostra infatti che l'energia accumulata nel condensatore in un generico istante t, è data da:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C v^2}$$ Energia accumulata

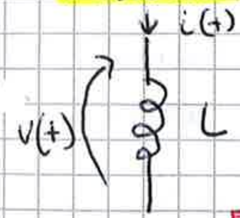
N.B.

→ Una variazione istantanea dell'energia (e quindi della tensione) è impossibile, perché come nel caso dell'induttore richiede potenza ∞

CONCLUSIONE: Induttore e condensatore sono detti bipoli conservativi!

SCHEMA RIASSUNTIVO

INDUTTORE



caratteristica $\boxed{v(t) = L \frac{di(t)}{dt}}$

L = induttanza [H = Henry]

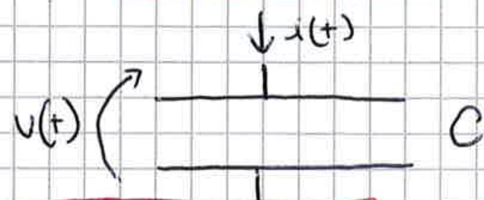
Relaz. integrale: $i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v\,dt + I_0$

con $I_0 = i(0)$

Energia accumulata tramite c.m.

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

CONDENSATORE



$\boxed{i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}}$

C = capacità [F = farad]

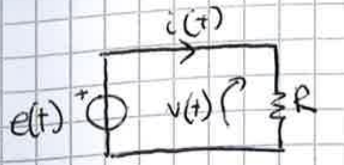
$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i\,dt + V_0$

con $V_0 = V(0)$

$$W = \frac{1}{2} C v^2$$

BIPOLI CONSERVATIVI

Alimentando invece il resistore con una tensione sinusoidale $v(t)$ l'energia W dissipata nel generico tempo T sarà:



$$W = \int_0^T p(t)\,dt = \int_0^T \frac{v^2(t)}{R}\,dt$$

Imponendo che nei due casi l'energia dissipata sia la stessa, si ottiene:

$$W = \frac{V^2}{R}\,T = \int_0^T \frac{v^2(t)}{R}\,dt$$

Dunque il valore V di tensione continua che dissipa nel periodo T la stessa energia dissipata dalla tensione alternata $v(t)$ è:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}$$

SCHEMA RIASSUNTIVO

LEZIONE 12

27-3-2015

→ I vettori nel piano che rappresentano sinusoidi sono detti fasori o vettori rotanti. → Su di essi è basato il metodo di studio dei circuiti in regime sinusoidale che è detto metodo dei fasori

→ La generica rappresentazione in coordinate polari di un fasore è:

$$\boxed{\underbrace{\underline{A}}_{\text{fasore}} = A_M e^{j(\omega t+\varphi)} = A_M e^{j\omega t} e^{j\varphi}}$$

vettore complesso

La corrispondenza biunivoca tra sinusoide e fasore è quindi data da:

$$a(t) = A_M \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \underline{A} = A_M e^{j\omega t} e^{j\varphi}$$

→ Il termine "rotante" $e^{j\omega t}$ è comune a tutti i fasori, necessariamente isofrequenziali, presenti nel circuito e quindi può essere trascurato

→ Nelle applicazioni industriali il modulo del fasore è rappresentato mediante il valore efficace $A = A_M/\sqrt{2}$ invece che con l'ampiezza A_M

La corrispondenza tra sinusoide e fasore diventa:

$$a(t) = A_M \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \boxed{\sqrt{2}\, A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \underline{A} = A e^{j\varphi}}$$

N.B

Impedenza di un bipolo

Dato un bipolo ai cui morsetti sono definiti un fasore tensione $\underline{V}$ e un fasore corrente $\underline{I}$, si dice impedenza il numero complesso $\underline{Z}$ dato da:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}}$$

- se il fasore tensione $\underline{V} = V e^{j\varphi_V}$

e

- se il fasore corrente $\underline{I} = I e^{j\varphi_I}$

diventa:

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{V}{I} \cdot e^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = Z e^{j\varphi_Z}}$$

fase del fasore tensione (φ_V) – fase del fasore corrente (φ_I)

→ L'impedenza ha le dimensioni del rapporto tra tensione e corrente e si misura quindi in ohm → NOTA: impedenza = rapporto tra fasore tensione e fasore corrente e non tra tensione e corrente

→ L'impedenza può essere scritta in notazione polare o cartesiana

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi_Z} = \underbrace{R + jX}_{\text{notazione cartesiana}}$$

→ R = parte reale = RESISTENZA (Ω)

X = parte immaginaria = REATTANZA (Ω)

55

Per effettuare il confronto:

$$\underline{V} = \frac{1}{j\omega C}\underline{I} = -j\frac{1}{\omega C}\underline{I} = -jX_C\underline{I}$$

REATTANZA CAPACITIVA

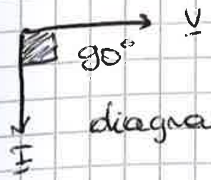


diagramma di sfasamento

CONCLUSIONE

- Ai capi del resistore non si ha sfasamento tra tensione e corrente

$$\underline{Z} = R$$

- L'induttore sfasa la tensione in anticipo di 90° rispetto alla corrente

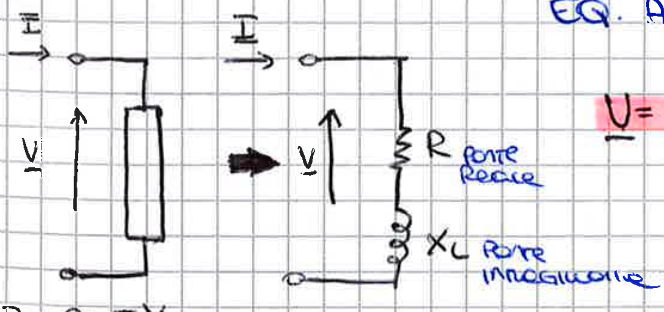
$$\underline{Z} = j\omega L = jX_L$$

- Il condensatore sfasa la tensione in ritardo di 90° rispetto alla corrente

$$\underline{Z} = -j(1/\omega C) = -jX_C$$

⇨ Si ha un
- Bipolo ohmico induttivo: parte immaginaria positiva
- Bipolo ohmico capacitivo: parte immaginaria negativa

OHMICO INDUTTIVO

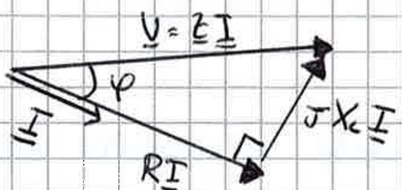


$\underline{Z} = R + jX_L$

EQ. ai suoi morsetti:

$$\underline{V} = \underline{Z}\cdot\underline{I} \rightarrow \underline{V} = (R + jX_L)\underline{I}$$

Può anche essere rappresentata graficamente mediante il diagramma fasoriale



la corrente $\underline{I}$ risulta sfasata in ritardo rispetto a $\underline{V}$ dell'angolo caratteristico dell'impedenza $\underline{Z}$

Si ha infatti:

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{V}{Ze^{j\varphi}} = \frac{V}{Z}e^{-j\varphi}$$

57

$Z_{AB} = 5 - J5$ Forma cartesiana

$\Rightarrow Z_{AB} = \sqrt{25+25} \cdot e^{-J45°}$ Forma polare

SCHEMA RIASSUNTIVO

FASORI

Valore efficace

Fase

IMPEDENZE (# complesso)

modulo (parte reale)

argomento (parte immagin)

INDUTTORE

alimentato con una tensione sinusoidale

assorbe corrente in ritardo rispetto alla tensione

CONDENSATORE

alimentato con una tensione sinusoidale

assorbe corrente in anticipo rispetto alla tensione

attraversati con una corrente sinusoidale

Induttore: caduta di tensione ai suoi capi sinusoidale

↳ ed è in anticipo rispetto alla corrente

di $\pi/4$
di $\pi/2$

Condensatore: caduta di tensione ai suoi capi sinusoidale

↳ ed è in ritardo rispetto alla corrente

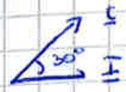
ESERCIZIO

59

ESERCIZIO AC 2.1

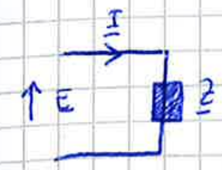
LEZIONE 13

1/4/2015



$\underline{I} = 4A$

$\underline{E} = Ee^{j\varphi}$ $\quad E = 20V \quad \varphi_E = 30°$



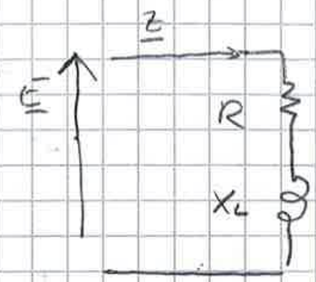
$\underline{Z} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}} = \underbrace{\left(\frac{E}{I}\right)}_{Z} e^{j(\varphi_E + \varphi_I)} \varphi_Z$ $\quad Z = \frac{E}{I} = \frac{20}{4} = 5\,\Omega$

$\varphi_Z = \varphi_E - \varphi_I = 30°$ analogo all'impedenza → ???

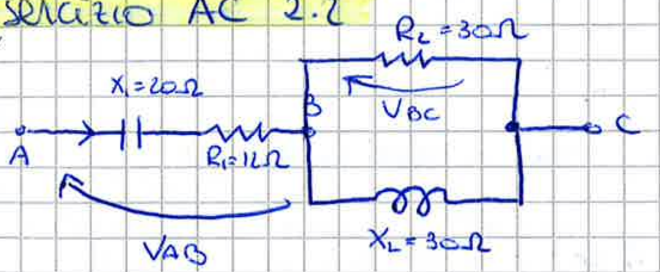
Qui E è in anticipo rispetto a I ⇒ ???
(lo vedo dal disegno)

$\underline{Z} = Z\cos\varphi_Z + ?\ \mathrm{sen}\,\varphi_Z - (J\cos 30°) + J\,(5\,\mathrm{sen}\,30°)$ $\quad R \quad X_L$

? ? ?



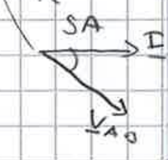
ESERCIZIO AC 2.2



$\underline{I} = 5A$

$\underline{V}_{AC}$? $\quad \underline{V}_{BC}$?

Prendo come riferimento $\xrightarrow{5A} I$ $\quad \underline{V}_{AC} = \underline{V}_{AB} + \underline{V}_{BC}$



Tensione è in ritardo rispetto alla corrente

$\underline{V}_{AB} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = (R_1 - jX_1)\underline{I} = (10 - j20)5 = 50 - j100\ V$

impedenza totale tra A e B

$\underline{V}_{BC}$: • calcolo l'impedenza equivalente del // to e poi moltiplico per $\underline{I}$
• oppure calcolo corrente in 1 pt con partitore di corrente e poi calcolo tensione ai suoi capi

Uso $\underline{Z}_P \cdot \underline{I}$ (1ª opzione)

$\underline{Z}_P = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R_2)(jX_2)}{R_2 + jX_2} = \frac{30 \cdot j30}{30 + j30} = \frac{j30}{1+j} = \frac{30e^{j90°}}{\sqrt{2}\,e^{j45°}} = \frac{30}{\sqrt{2}} e^{j45°}$

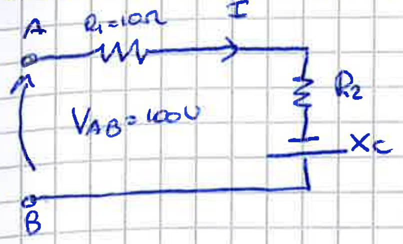
forma polare

$= 15 + j15\ \Omega$

$\underline{V}_{BC} = \underline{Z}_P \cdot \underline{I} = (15 + j15) \cdot 5 = 75 + j75\ V$

$\underline{V}_{AC} = (50 - j100) + (75 + j75) = 125 - j25\ V$

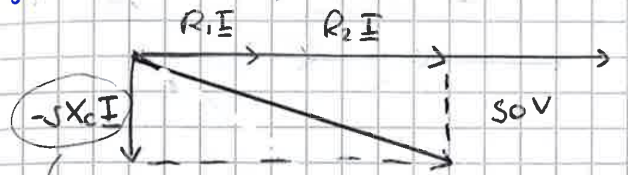
Esercizio AC. 2.5



$\underline{I}$?
R_2 ?

$\underline{V}_{AB} = R_1 \underline{I} + R_2 \underline{I} - jX_c \underline{I}$?

Scelgo corrente come fasore di riferimento



moltiplicare per $-j$ => ?

Come valori mi manca solo $R_1 \underline{I} = x$ => Teorema di Pitagora

$200^2 = 50^2 + (x+80)^2$

$(x+80)^2 = 200^2 - 50^2$ $\quad x = 113.6$ V $= R_1 \underline{I}$ => $\underline{I} = \frac{113.6}{(10)_{R_1}} = 11{,}36$ A

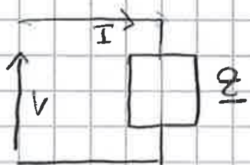
Per trovare R_2: $\quad R_2 \cdot \underline{I} = 80$ V $\rightarrow R_2 = \frac{80}{11{,}36}\ \Omega$

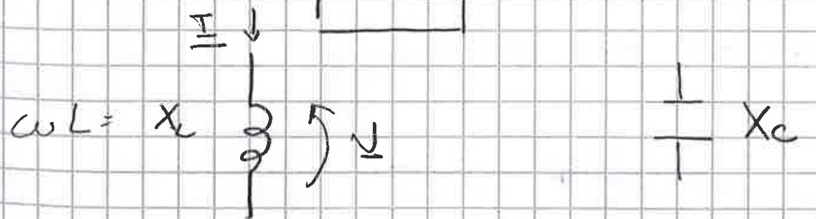
RIPASSO

LEZIONE 14

8/4/2015

$\underline{V} = V e^{j\varphi_V}$ $\qquad \underline{I} = I e^{j\varphi_I}$ $\qquad \underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + jX$



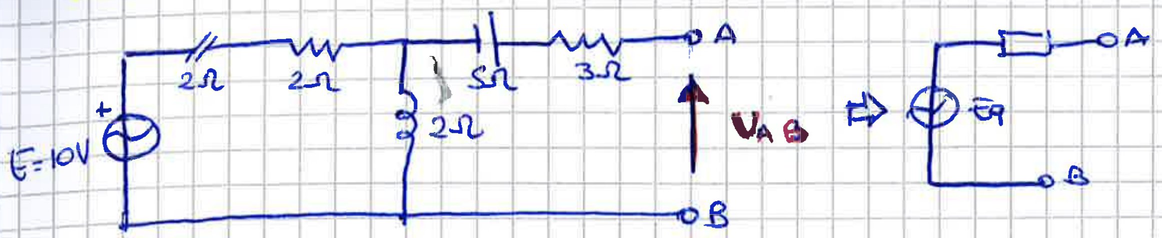


$\underline{V} = jX_L \underline{I}$ $\qquad \underline{V} = -jX_L \underline{I}$

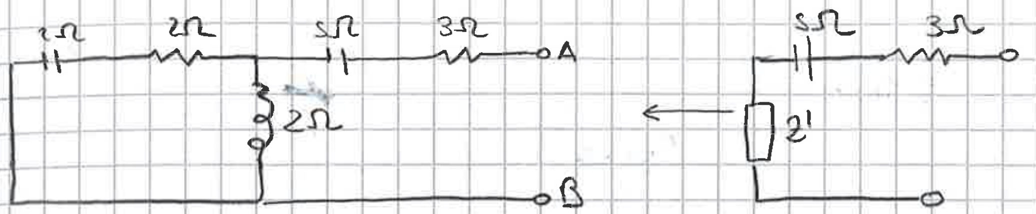
Metodo simbolico

Res.	Res. sinusoidali
V I	$\underline{V}$ $\underline{I}$
R	$\underline{Z}$

ESERCIZIO AC 2.4 (Thevenin sinusoidale)



Calcolo impedenza equivalente



$$Z' = \frac{(2-j2)(j2)}{(2-j2)+(j2)} = \frac{4+j4}{2} = 2+j2$$

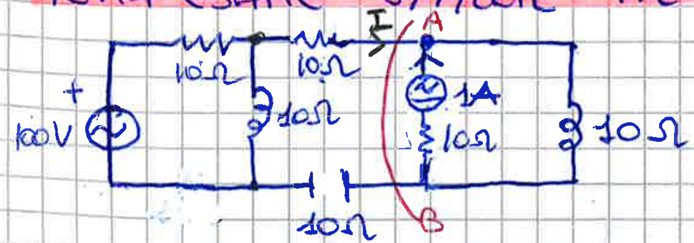
$$Z_{eq} = 3 - j5 + \underbrace{(2+j2)}_{Z'} = 5 - j3\ \Omega$$

Calcolo tensione equivalente

$$V_{AB} = V_C = \frac{j2}{2-\cancel{j2}+\cancel{j2}} \cdot 10 = j10\ V \qquad E_{eq} = j10\ V$$

⇒ 2 Ω risonanza!

TEMA ESAME 9/7/2012 n2



$E = 100V$

$I_S = 1A$

a) Circuito equivalente (a sx) di AB

$$E'_{eq} = \frac{j10}{10+j10} \cdot 100 = 10\frac{j}{1+j} = \frac{100\ j(1-j)}{1+1} = 50(1+j) = 50+j50\ V$$

Ammettenza di un Bipolo

LEZIONE 15
10/4/2015

AMMETTENZA (Y): PARAMETRO COMPLESSO DIMENSIONATO che è IL RECIPROCO DELL'IMPEDENZA

$$\boxed{\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R+jX} = G - jB}$$

AMMETTENZA — CONDUTTANZA (G) — SUSCETTANZA (B) ⊕ / ⊖

→ SI POSSONO PRESENTARE I SEGUENTI CASI

BIPOLO OHMICO - INDUTTIVO	$X > 0$	$B < 0$
BIPOLO OHMICO - CAPACITIVO	$X < 0$	$B > 0$

→ RICORDA: Poiché l'ammettenza è l'inverso del n° complesso che rappresenta l'impedenza, non è possibile calcolare G come inverso di R, e B come inverso di X

In COORDINATE POLARI:

$$\boxed{\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}}$$

il modulo dell'ammettenza è quindi l'inverso di quello dell'impedenza ed è dato da

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$ MODULO

$$\varphi_Y = \arctan(B/G) = \arctan(-X/R) = -\varphi_Z$$

→ con l'ammettenza posso scrivere la LEGGE DI OHM Generalizzata

$$\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{V}$$

$$\underline{I} = (G - jB)\,\underline{V}$$

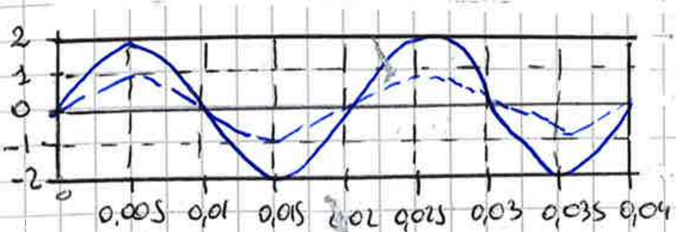
EQUAZIONE al nodo per il // di 1 CONDUTTANZA e 1 SUSCETTANZA SOTTOPOSTE alla TENSIONE $\underline{V}$

riprendendo l'espressione dell'impedenza

$$\underline{V} = (R + jX)\,\underline{I}$$

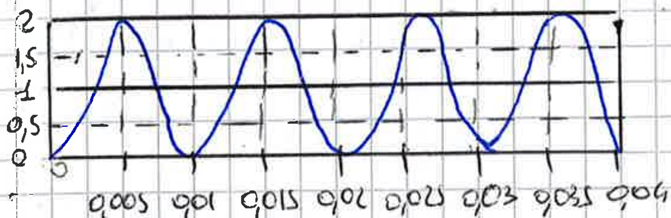
VEDIAMO che si tratta della serie di 1 resistenza e di 1 REATTANZA attraversate dalla corrente $\underline{I}$.

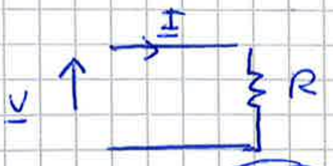
Notiamo quindi che l'impedenza può essere interpretata come la SERIE DI UNA RESISTENZA e DI UNA REATTANZA, mentre una Ammettenza come il // di una conduttanza e una suscettanza



$P(t) \geq 0$

V. medio $\neq 0$





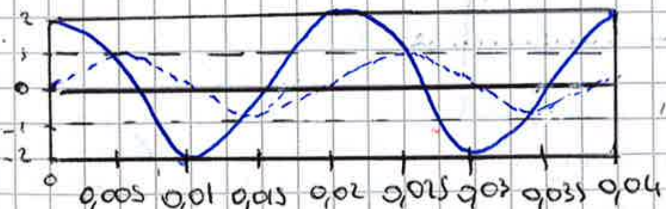
$\underline{V} = R\underline{I}$

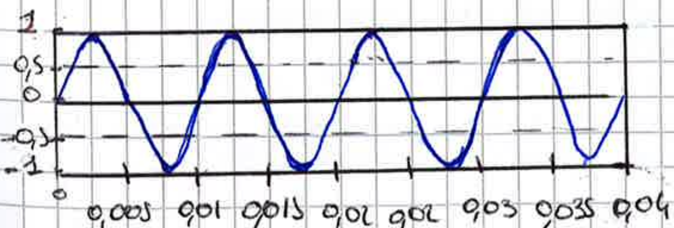
$i(t) = \sqrt{2}\, I \,\text{sen}\, \omega t$

$v(t) = \sqrt{2}\, V \,\text{sen}\, \omega t$

BIPOLO PURAMENTE INDUTTIVO ($\varphi = 90°$)

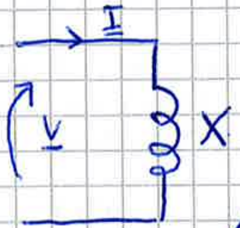
La potenza è in questo caso una funzione alternata (valore medio = 0). È positiva se v(t) e i(t) sono concordi nel segno e negativa in caso contrario. Il v. medio della potenza istantanea è nullo, in quanto un bipolo conservativo accumula energia in 1 semiperiodo per poi cederla al circuito nel semiperiodo successivo. Non può trasferire energia verso un sistema esterno.





p(t) alternata

V. medio = 0



$\underline{V} = jX \cdot \underline{I}$

$i(t) = \sqrt{2}\, I \,\text{sen}\, \omega t$

$v(t) = \sqrt{2}\, V \,\text{sen}\, (\omega t + \pi/2)$

BIPOLO OHMICO - INDUTTIVO ($\varphi = 60°$)

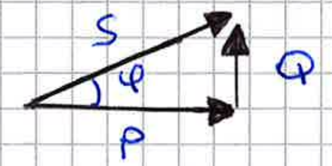
La potenza istantanea, pur non mantenendosi sempre ⊕, ha valore medio non nullo. Significa che la componente resistiva del bipolo compie un trasferimento di energia verso il mondo esterno mentre la componente induttiva continua a scambiare potenza con il circuito. Appare infatti in ogni sinusoide del diagramma inferiore una zona a valori negativi, che rappresenta la restituzione al circuito di una quota dell'energia assorbita nella restante parte del periodo.

La potenza reattiva assorbita da un bipolo rappresenta quindi l'entità dello scambio di energia tra la componente conservativa del bipolo e la rete di alimentazione che ha valor medio nullo e quindi non trasferisce energia verso sistemi esterni. Per questo motivo i bipoli conservativi responsabili della potenza reattiva sono anche detti bipoli reattivi.

→ La dipendenza di potenza attiva e reattiva rispettivamente da $\cos\varphi$ e $\sin\varphi$ conduce a definire, mediante il teorema di Pitagora una terza potenza, detta POTENZA APPARENTE S, come: (non è un autentico trasf. di energia) quindi si misura in VOLTAMPERE (VA) → dimensionalmente identico al watt

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{V^2I^2\cos^2\varphi + V^2I^2\sin^2\varphi} = VI \quad [VA]$$

È consuetudine impiegare una rappresentazione vettoriale della potenza apparente, detta potenza complessa e in forma grafica triangolo delle potenze



Potenza complessa

$$\underline{S} = P + jQ$$

Si ricordi che la potenza complessa non è un fasore, perché non rappresenta una sinusoide isofrequenziale con la pulsazione di rete ma può essere utilmente messa in relazione con i fasori tensione e corrente in modo da ricavare direttamente i valori P e Q entrambi in un bipolo. Ricordando che l'angolo caratteristico φ di una impedenza rappresenta lo sfasamento tra fasore tensione e fasore corrente ai capi dell'impedenza stessa cioè $\varphi = \varphi_V - \varphi_I$ e indicando con $\underline{I}^*$ il valore complesso coniugato della corrente $\underline{I}$ si può scrivere:

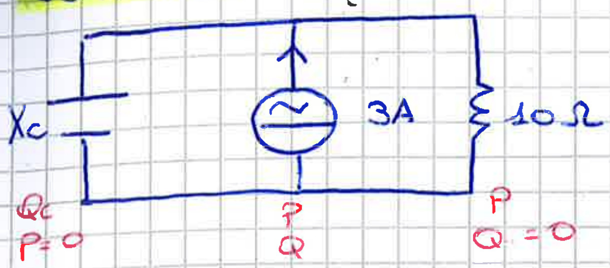
$$\underline{S} = P + jQ = VI\cos\varphi + jVI\sin\varphi = VI(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$
$$= VIe^{j\varphi} = VIe^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = Ve^{j\varphi_V}\, Ie^{-j\varphi_I} = \underline{V}\,\underline{I}^*$$

$\cos\varphi$ = Fattore di potenza

POTENZE NEI BIPOLI ELEMENTARI

RESISTORE	$P = VI = RI^2 = V^2/R = VI\cos\varphi$ $Q = VI\sin\varphi = 0$
INDUTTORE	$P = VI\cos\varphi = 0$ $Q = VI\sin\varphi = VI = X_L I^2 = V^2/X_L$

ESERCIZIO



$P_{gen} = 50\ W$

$Q_g = ?$

$X_c = ?$

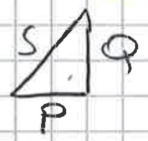
$P_{Gen} = P_R$

$\boxed{P_R = VI = \frac{V^2}{R} = RI^2}$ ← RESISTORE

$P_R = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = P_R R \Rightarrow V = \sqrt{P_R R} = \sqrt{50 \cdot 10} =$

$= \sqrt{500} = 22,4\ V$

$V = E$



$S = EI = 22,4 \cdot 3 = 67\ VA$

$S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{67^2 - 50^2} =$

$= 44,6\ var$ ← (volt ampere reattivi)

$Q_c = 44,6\ var$

$E = 22,4\ V \Rightarrow |Q_c| = \left|\frac{V^2}{X_c}\right|$

$X_c = \frac{V^2}{|Q_c|} = \frac{22,4^2}{44,6} = 11,25\ \Omega$

POTENZA ASSORBITA DA UNA GENERICA IMPEDENZA

- Generica impedenza = parte reale e parte immaginaria non nulle.
- Si tratta di calcolare il valore dell'impedenza Z in coordinate cartesiane, essendo noto il modulo V della tensione ai suoi morsetti e le potenze P e Q assorbite. Poiché si assume che Q sia positiva, il bipolo è di tipo ohmico-induttivo ed equivale quindi a quello della 2^ figura

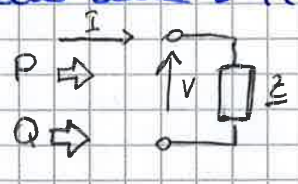
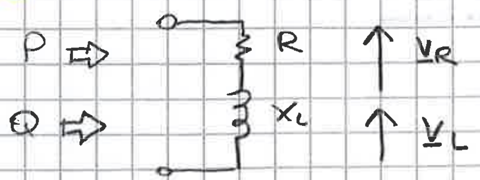


FIG 1



$\left.\begin{aligned} S &= \sqrt{P^2+Q^2} \\ S &= VI \end{aligned}\right) \Rightarrow I = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{V}$

N.B.

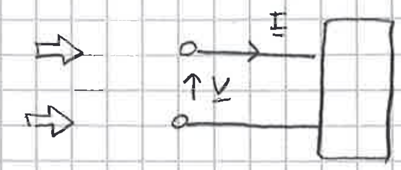
$P_R = RI^2 = P \Rightarrow R = \frac{P}{I^2}$

$Q_L = X_L I^2 = Q \Rightarrow X_L = \frac{Q}{I^2}$

Teorema di Boucherot

afferma che: In un circuito in regime sinusoidale, la somma algebrica delle potenze attive e la somma algebrica delle potenze reattive sono identicamente nulle

$$\sum P_i = 0 \qquad \sum Q_i = 0$$



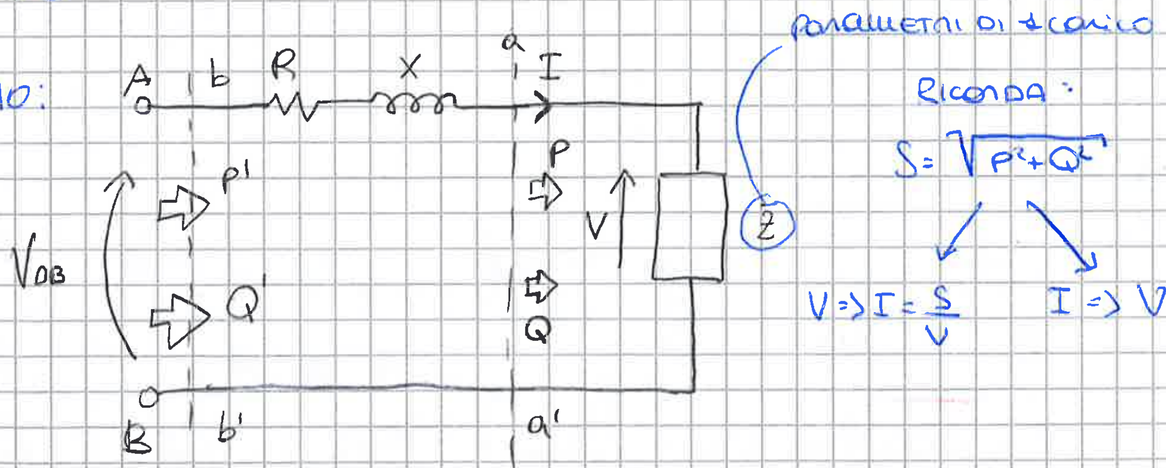
→ Come conseguenza del disegno, se sono note potenza attiva P e reattiva Q entranti in 1 bipolo, assunto con la convenzione degli utilizzatori si ha che:

$P = \sum P_i$ $\quad$ $P_i > 0$ se assorbite $\quad$ $Q_i > 0$ induttive

$Q = \sum Q_i$ $\quad$ $P_i < 0$ se generate $\quad$ $Q_i < 0$ capacitive

La potenza entrante P è quindi uguale alla somma algebrica delle potenze attive P_i, dissipate nel bipolo. Lo stesso vale per le potenze reattive, assegnando segno ⊕ a quelle induttive e ⊖ a quelle capacitive

Esempio:



Ricorda:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$V \Rightarrow I = \frac{S}{V}$ $\qquad$ $I \Rightarrow V = \frac{S}{I}$

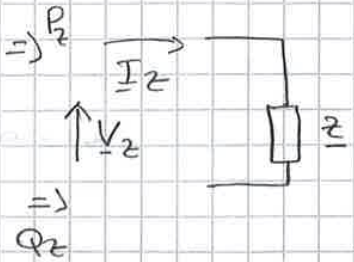
Sono noti la tensione in modulo ai capi del bipolo Z e le potenze P e Q entranti in esso. Noti inoltre gli altri 2 bipoli R e X, si vuole ricavare il modulo della tensione V_{AB} ai morsetti A e B. Si tratta di un problema pratico equivalente a determinare la tensione V_{AB} da applicare ai morsetti di 1 linea avente resistenza R e reattanza X, per ottenere sul carico Z la tensione V desiderata. Si noti che, come si è già detto, nei problemi reali le fasi non sono richieste nel risultato stesso ma costituiscono solo 1 mezzo per ricavarlo. Infatti sia la tensione desiderata V sia quella da determinare V_{AB}, sono richieste nel risultato stesso, ma costituiscono solo un mezzo per ricavarlo.
Infatti sia la tensione desiderata V sia quella da determinare V_{AB} sono richieste in valore efficace, così come le misurerebbe un voltmetro

$$-\underline{E}_g + 10\underline{I}_z - j20\underline{I}_L + \underline{V}_z = 0$$

$$\underline{V}_z = \underline{E}_g - 10\underline{I}_z + j20\underline{I}_z + \underline{V}_z = 0$$

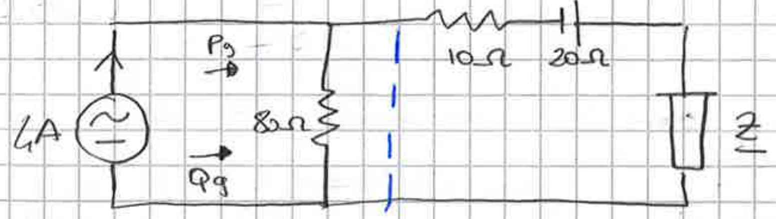
$$\underline{V}_z = \underline{E}_g - 10\underline{I}_z + j20\underline{I}_z = 113 + j105\ V$$

$$\underline{V}_z = 113 + j105\ V$$
$$\underline{I}_z = 2,44 - j0,624\ A$$



$$\underline{S}_z = \underline{V}_z \cdot \underline{I}_z^* = (113 + j105) \cdot (2,44 - j0,624)^* = (113 + j105) \cdot$$
$$(2,44 + j0,624) = \underbrace{210}_{P_z} + j\underbrace{327}_{Q_z}\ VA$$

RIFACCIO CON IL METODO DELLE POTENZE



P_z, Q_z ?

$P_g = 500\ W$

$Q_g = 200\ var$

$$S_g = \sqrt{P_g^2 + Q_g^2} = \sqrt{500^2 + 200^2} = E_g = \frac{S_g}{I_g} = 134,6\ V$$

$$P_g = P_{80\Omega} + P' \Rightarrow P' = P_g - P_{80\Omega}$$

$$Q_g = \cancel{Q_{80\Omega}} + Q'$$

$$P_{80\Omega} = \frac{(E_g)^2}{R} = \frac{(134,6)^2}{80} = \text{----}$$

$$\begin{cases} P' = 500 - \frac{(134,6)^2}{80} = 273,5\ W \\ Q' = 200\ var \end{cases}$$

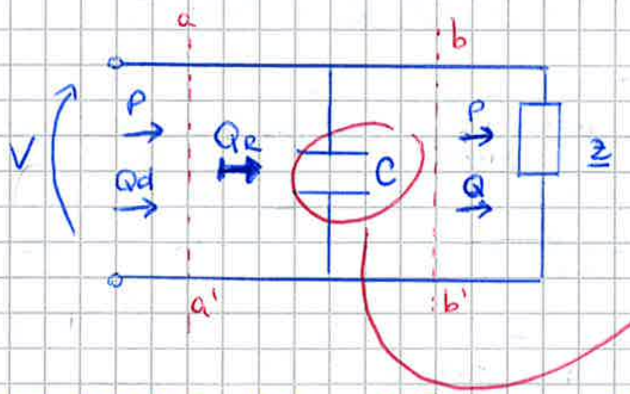
$$I_z = \frac{\sqrt{P'^2 + Q'^2}}{E_g} = \frac{\sqrt{(273,5)^2 + (200)^2}}{134,6} = 2,52\ A$$

Supponiamo di avere un carico che, alla tensione di alimentazione V, assorbe la potenza attiva P con un dato ($\cos\varphi$). Se questo è alimentato da una linea avente resistenza R_1, il transito della corrente I determina una perdita di potenza P_1 pari a:

$$\boxed{I = \frac{P}{V\cos\varphi} \Rightarrow P_1 = R_1 I^2 = R_1 \frac{P^2}{V^2\cos^2\varphi}}$$ (perdita potenza)

A parità di P, V, R_1 le perdite sono quindi inversamente proporz. al quadrato del fattore di potenza del carico.

- Risulta che un basso valore del $\cos\varphi$ e quindi un elevato transito di potenza reattiva, aumenta le perdite di linea. D'altra parte, la potenza reattiva è un fenomeno parassita, dovuto alla presenza di una componente reattiva nell'impedenza di carico che non determina trasferimento di energia. Per tale motivo la potenza reattiva di cui il carico necessita può essere fornita direttamente "in loco" mediante l'inserzione di 1 opportuno bipolo reattivo → condensatore in // evitando così che questa debba attraversare la linea.
Questo concetto è noto come RIFASAMENTO in quanto aumentando il fattore di potenza ai morsetti di linea, si tende a riportare in fase tra loro tensione e corrente.



Condensatore appena introdotto
↳ solo potenza reattiva di rifasamento Q_R

Il carico ohmico-induttivo Z alimentato alla tensione V, assorbe potenza attiva P e reattiva Q. Un valore significativo è dato dal rapporto tra potenza reattiva e la potenza attiva del carico, ossia:

$$tg\varphi = Q/P$$

$tg\varphi\ max = 0{,}5$

↳ se > 0,5 dobbiamo effettuare RIFASAMENTO!

- La potenza reattiva desiderata 'Q_d' entrante nella sezione a-a' è quella che, associata alla potenza attiva P, fornisce il valore di $tg\varphi_d$ desiderato ($\leq 0{,}5$) ai morsetti di linea

$$tg\varphi = Q_d/P$$

↳ Eseguito a potenza attiva costante!

- Scrivendo con il teorema di Boucherot, l'equazione della potenza reattiva alla sezione a-a', si ottiene

$$Q_d = Q_R + Q$$

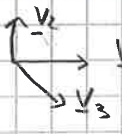
SISTEMI TRIFASE

CAP 3 Libro I

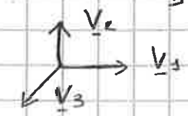
DEFINIZIONI

TERNA DI FASORI = spuria, pura, simmetrica diretta o inversa

↳ 1. SPURIA: somma $\neq 0$



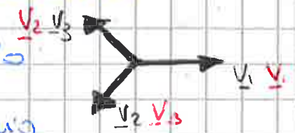
2. PURA: somma $= 0$



3. SIMMETRICA: formano i lati di un triangolo equilatero

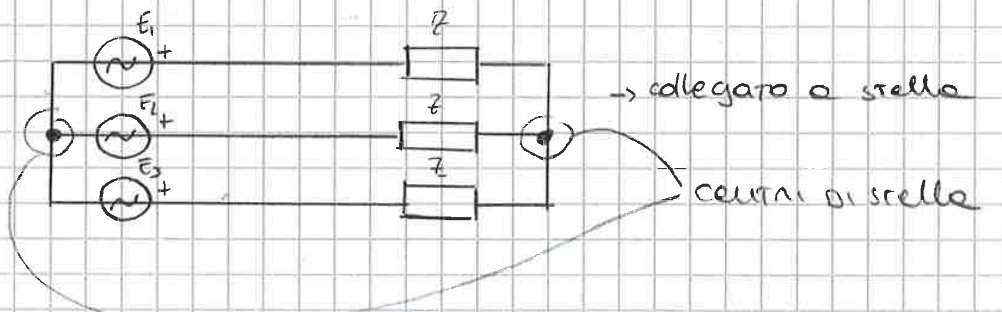
↳ diretta: V_1, V_2, V_3 si succedono in senso orario

↳ inversa: " " " " " " antiorario



SISTEMA POLIFASE: rete elettrica formata da una n-pla di rami in // alimentata da una n-pla di generatori di tensione di modulo uguale e sfasati ognuno rispetto al successivo di $2\pi/n$

SISTEMA TRIFASE: caso particolare del sistema polifase $\frac{2\pi}{3} = 120°$ sfasamento

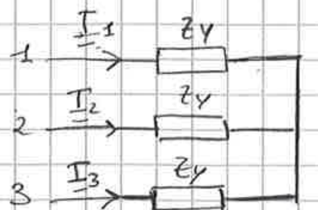


↳ Sistema di 3 circuiti elettrici alimentati con 3 f.e.m. sinusoidali isofrequenziali, differenza di fase prescritta e voluta

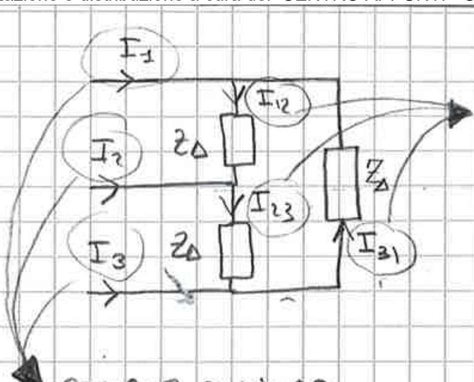
→ Esso è formato da una terna simmetrica di generatori ideali di tensione $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3$ e da 1 terna di impedenze di carico che in questo caso sono tutte dello stesso valore $\underline{Z}$. Per convenzione le terne di generatori che alimentano un sistema trifase sono terne simmetriche dirette, in cui ogni fasore è in ritardo di 120° rispetto a quello che lo precede. I tre fasori tensione che formano la terna $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3$ sono quindi:

$$\left.\begin{aligned} \underline{E}_1 &= E e^{j0°} = E \\ \underline{E}_2 &= E e^{-j120°} \\ \underline{E}_3 &= E e^{-j240°} = E e^{j120°} \end{aligned}\right\} \quad \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 0$$

La terna di generatori mostrata in figura è collegata a stella. Possono quindi essere misurate le tensioni dei 3 generatori tra il morsetto di fase e il centro stella. Queste tensioni riferite a una connessione a stella sono dette TENSIONI STELLARI (E)



carico a stella,



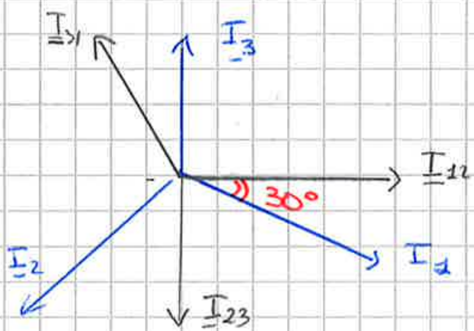
correnti di lato

carico a triangolo,

correnti di linea

Nel caso di carico a stella le correnti di linea $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ sono evidentemente quelle che attraversano le 3 impedenze di carico. Nel caso del carico a triangolo invece, le impedenze di carico sono percorse dalle 3 correnti $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}, \underline{I}_{31}$, dette correnti di lato.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$
$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

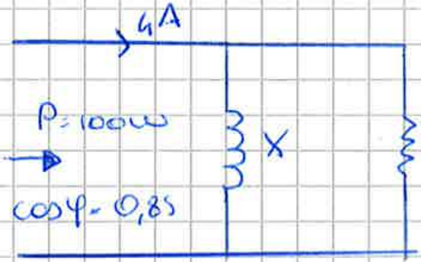


$$\underline{I}_1 = \sqrt{3}\, \underline{I}_{12}\, e^{-j30°}$$

→ Si deduce che le correnti di linea quando formano una terna simmetrica, risultano di ampiezza $\sqrt{3}$ volte > di quelle di lato del triangolo

$$I_{linea} = \sqrt{3}\, I_{lato}$$

Esercizio AC 3.1



R, X ?

$$P = VI\cos\varphi \Rightarrow V = \frac{P}{I\cos\varphi} = \frac{100}{4 \cdot 0{,}85} = 29{,}4\,V$$

$$P_R = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P_R} = \frac{29{,}4^2}{100} = 8{,}64\,\Omega$$

$$Q = P\,tg\varphi = 100\,tg(\arccos 0{,}85) = 61{,}91\ var = VI\,sen\varphi$$

$$Q = \frac{V^2}{X} \Rightarrow X = \frac{V^2}{Q} = \frac{(29{,}4)^2}{61{,}95} = 13{,}75\,\Omega$$

3

$Q_d = Q_R + Q$

$\hookrightarrow Q_{in} = Q_{x_1} + Q_{x_2}$

$P_R \quad Q_{x_2}$

$$I = \frac{230}{\sqrt{10^2 + 20^2}} = 10,3\ A$$

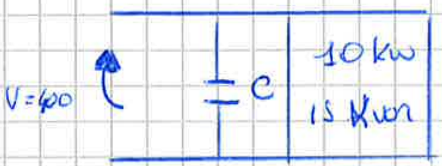
$P_R = 10 \cdot 10,3^2 = 1058\ W \qquad P_{ING} = 1058\ W$

$Q_{x_2} = 20 \cdot 10,3^2 = 2116\ var \qquad Q_{ING} = 1058/2 = 529\ var$

$Q_{x_1} = Q_{IN} - Q_{x_2} = 529 - 2116 = -1587\ var$

$$C = \frac{Q_{x_1}}{\omega V^2} = \frac{1587}{2\pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 95,5\ \mu F$$

AC - 3.3 Esercizio



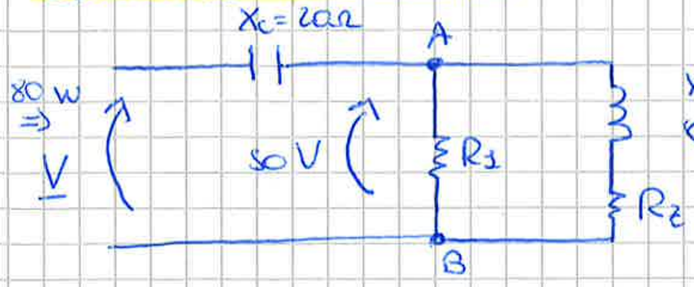
Rifasamento completo $\cos\varphi = 1$

$\varphi = 0°$

$Q_C = 15\ Kvar$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{15 \cdot 10^3}{2\pi\ 50\ 400} = 298\ \mu C$$

Esercizio AC 3.5



$X_L = 30\Omega$

$Q_L = 30 var$

R_1 ?

R_2 ?

$\underline{V}$?

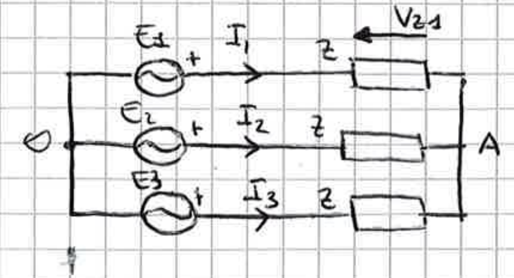
$V_{AB} = 50\ V \quad Q_L = X_L I_L^2 \Rightarrow I_L = \sqrt{\frac{Q_L}{X_L}} = \sqrt{\frac{30}{30}} = 1 A$

$\underline{V}_{AB} = R_2 \underline{I}_L + j X_L \underline{I}_L$

$V_{AB}^2 = (R_2 I_2)^2 (X_L I_L)^2 \qquad R_2 = 40\Omega$

$$I = \frac{\sqrt{80^2 + 30^2}}{50} = 1,71\ A$$

5



Utilizzando il teorema di Millman per calcolare la tensione V_{AO} tra i 2 centri stella si ottiene:

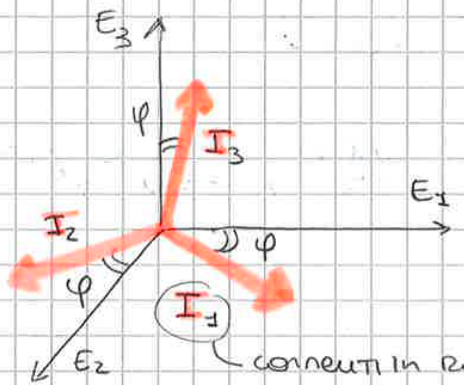
$$V_{AO} = \frac{\frac{E_1}{Z} + \frac{E_2}{Z} + \frac{E_3}{Z}}{\frac{3}{Z}} = \frac{\frac{E_1 + E_2 + E_3}{Z}}{\frac{3}{Z}} = 0$$

perciò si ottiene:

$$V_{Z1} = E_1 - \cancel{V_{AO}}^{\,0} = E_1$$
$$V_{Z2} = E_2 - \cancel{V_{AO}}^{\,0} = E_2$$
$$V_{Z3} = E_3 - \cancel{V_{AO}}^{\,0} = E_3$$

➡ Sulle impedenze di carico si hanno le tensioni stellate dei generatori. Le correnti si calcolano direttam. mediante.

➡
$$I_1 = V_{Z1}/Z = E_1/Z$$
$$I_2 = V_{Z2}/Z = E_2/Z$$
$$I_3 = V_{Z3}/Z = E_3/Z$$



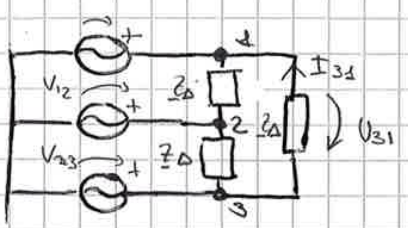
correnti in ritardo di φ rispetto alle tensioni di fase

anche I_1, I_2, I_3
⇓
Terna simmetrica diretta

→ Anche nel caso di carico a triangolo le terne di correnti (di linea e di lato) sono simmetriche

↳ Per dimostrarlo si può trasformare a stella il carico a triangolo oppure osservare direttamente che le **correnti di lato** si ottengono dividendo le tensioni concatenate per il valore dell'impedenza di lato. Si ottiene perciò:

$$I_{12} = V_{12}/Z_\Delta$$
$$I_{23} = V_{23}/Z_\Delta$$
$$I_{31} = V_{31}/Z_\Delta$$



'a triangolo'

La terna delle correnti di lato è quindi simmetrica e di conseguenza anche quella delle correnti di linea.

↳ A causa della simmetria del sistema le 3 fasi risultano disaccoppiate tra loro. Si può rappresentare intuitivamente questo concetto ricordando che la ≠ di potenziale tra 2 centri stella O e A è nulla e perciò questi 2 punti sono elettricamente coincidenti.

TRIANGOLO → STELLA	STELLA → TRIANGOLO
$\underline{Z}_1 = \dfrac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$	$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$
$\underline{Z}_2 = \dfrac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$	$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dfrac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$
$\underline{Z}_3 = \dfrac{\underline{Z}_{23}\,\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$	$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$

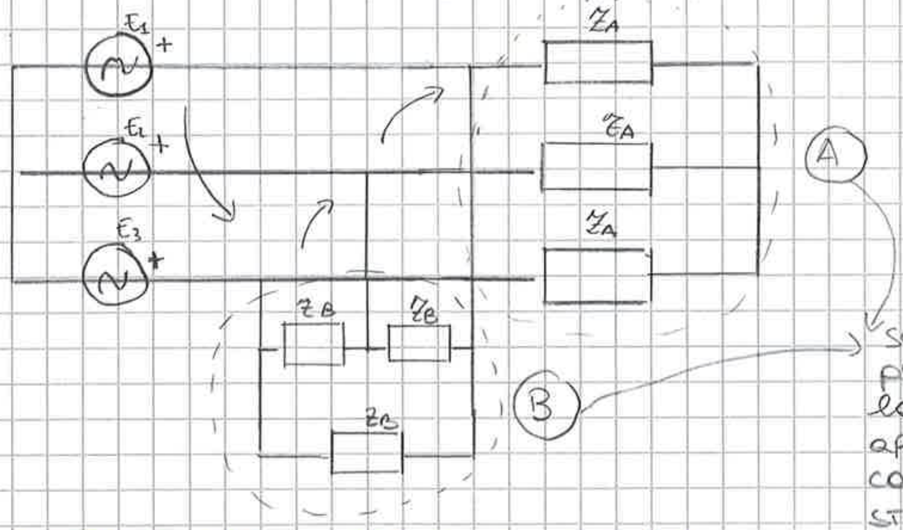
IN CASO DI CARICO EQUILIB. SI TRADUCONO IN:

TR → ST: $\underline{Z}_Y = \underline{Z}_\Delta/3$

ST → TR: $\underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y$

ESEMPIO DI PARALLELO DI CARICHI EQUILIBRATI

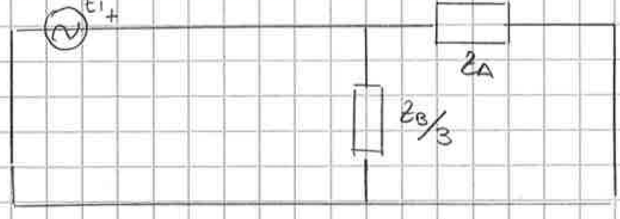
Una terna di generatori alimenta 2 carichi equilibrati in // di cui il 1° è connesso a stella e il 2° a triangolo



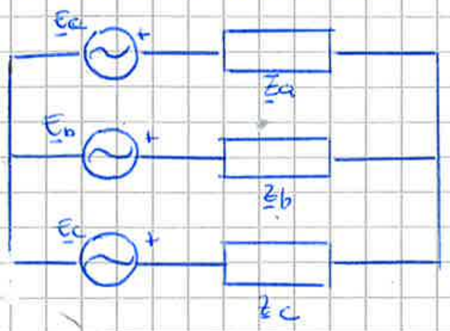
sono in // perché le tensioni applicate ai capi sono le stesse

→ Dobbiamo trasformare il triangolo in stella

→ a quel punto



ESERCIZIO 3F . 1 . 1



(a) T aperto
$E = 100\,V$
$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = 10 + j5\ \Omega$

alimentazione simmetrica
carico equilibrato $\Rightarrow V_{AO} = 0$

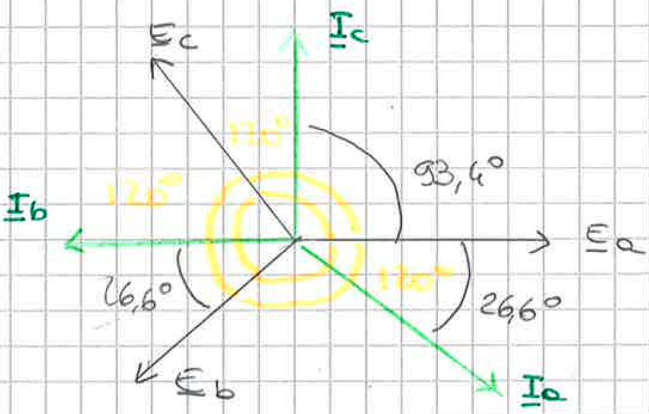
$$\begin{cases} \underline{E}_a = 100\,V \\ \underline{E}_b = 100\,e^{-j120}\,V \\ \underline{E}_c = 100\,e^{-j120}\,V \end{cases}$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{100}{10+j5} = \frac{100}{11{,}18\,e^{j26{,}6°}} = 8{,}94\,e^{-j26{,}6}\,A$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{E}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{100\,e^{-j120°}}{10+j5} = 8{,}94\,e^{-j146{,}6°}\,A$$

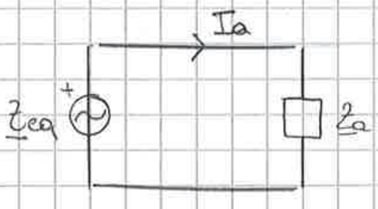
$$\underline{I}_c = \frac{\underline{E}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{100\,e^{j120°}}{10+j5} = \frac{100}{11{,}18}\,\frac{e^{j120°}}{e^{j26{,}6°}} = 8{,}94\,e^{j93{,}4°}\,A$$

$$\underline{Z} = 10 + j5 = \underbrace{11{,}18}_{\sqrt{10^2+5^2}}\,e^{\overbrace{j26{,}6°}^{\arctg(\frac{5}{10})}}\ \Omega$$



→ correnti simmetriche

Avrei potuto anche calcolare il circuito monofase equivalente.



$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_a} = 8{,}94\,e^{-j25{,}6}\,A$$

$$\underline{I}_b = 8{,}94\,e^{-j(26{,}6+120°)}$$ quindi sfasamento 120°

hanno stesso valore efficace

$$\underline{I}_c = \underline{I}_a\,e^{j(120-26{,}6)} = 8{,}94\,e^{j93{,}4°}$$

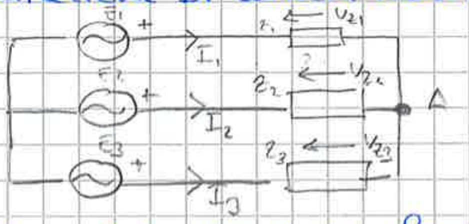
(b) T chiuso $\quad V_{AO} = 0$ (se è verificata la cond di simmetria e di equilibrio V_{AO} è sempre zero)

$\Downarrow$

$I_n = 0$ circuito rimane = a quello di prima (dal momento che non ho corrente).

STUDIO SISTEMA TRIFASE SQUILIBRATO CON ALIMENTAZIONE SIMMETRICA.

Lo studio dei sistemi trifase in condizioni dissimmetriche è motivato dalla necessità di trattare sistemi simmetrici in condizioni di guasto. In questo caso si assume sempre simmetrica la terna di tensioni fornita dai generatori, mentre la terna di impedenze di carico è squilibrata, questo può accadere a causa del guasto oppure a causa dell'alimentazione di carichi monofase da una linea trifase



Supponiamo di alimentare mediante la terna simmetrica $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3$ un carico a stella squilibrato, costituito dalle 3 impedenze di carico $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$ mediante il teorema di Millman si ottiene:

$$\underline{V}_{AO} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} \neq 0$$

NON posso studiarmi 1 fase e poi ricavarmi le altre

$\underline{V}_{Z1}, \underline{V}_{Z2}, \underline{V}_{Z3}$ formano una terna dissimmetrica in quanto date OA:

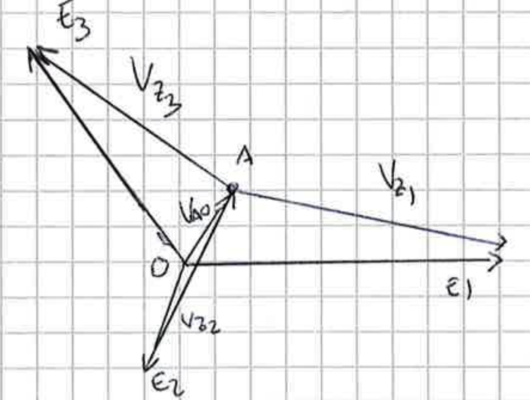
$$\underline{V}_{Z1} = \underline{E}_1 - \underline{V}_{AO}$$
$$\underline{V}_{Z2} = \underline{E}_2 - \underline{V}_{AO} \qquad \neq 0$$
$$\underline{V}_{Z3} = \underline{E}_3 - \underline{V}_{AO}$$

anche le correnti di linea formano una terna dissimmetrica

$$\underline{I}_1 = \underline{V}_{Z1} / \underline{Z}_1$$
$$\underline{I}_2 = \underline{V}_{Z2} / \underline{Z}_2$$
$$\underline{I}_3 = \underline{V}_{Z3} / \underline{Z}_3$$

Vale inoltre 1° EQ al nodo A:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$



13

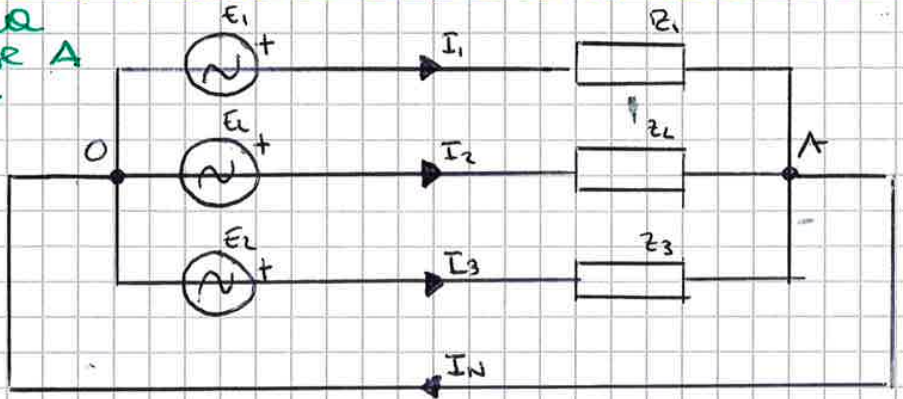
eq al nodo $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

$$\Rightarrow \underline{I}_2 = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_3) = -(39,3 \cdot e^{j\,33,4} + 39,3\ e^{j\,153,4}) = 68\, e^{-j\,56,6°}$$

$I_1 \to I_2 \to I_3$ terna non simmetrica → terna squilibrata

SISTEMA TRIFASE A 4 FILI

LEZIONE 20
24/04/2015



$V_{AO} \neq 0$

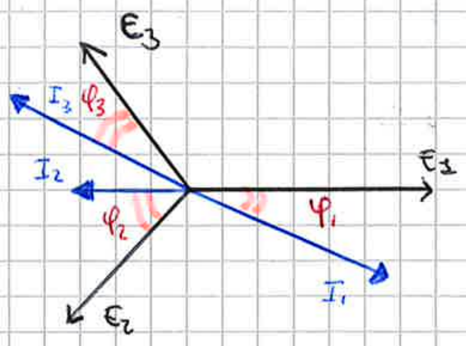
$V_{Z1} \neq V_{Z2} \neq V_{Z3}$

Per ovviare agli inconvenienti si aggiunge un 4° filo detto neutro che congiunge i 2 centri stella. Assumiamo inizialmente che il neutro sia un conduttore ideale, di impedenza = 0. il neutro impone che i 2 centri stella A e O siano allo stesso potenziale ($V_{AO} = 0$) anche in caso di squilibrio del carico e contemporaneamente consente la circolazione di una corrente di neutro data da:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

Il fatto che i 2 centri stella siano allo stesso potenziale rende possibile anche in presenza di sistema dissimetrico il disaccoppiamento delle 3 fasi

La tensione V_{AO} è nulla e perciò sui carichi monofase è sempre presente la tensione stellata. Esiste però una ≠ sostanziale rispetto al sistema simmetrico: in quest'ultimo una fase è rappresentativa del comportamento delle altre 2. Nel sistema squilibrato con neutro ideale, invece, è possibile studiare ciascuna fase indipendentemente dalle altre 2, ma ogni fase porta una corrente diversa.



$$\begin{cases} \underline{V}_{Z1} = \underline{E}_1 \\ \underline{V}_{Z2} = \underline{E}_2 \\ \underline{V}_{Z3} = \underline{E}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \dfrac{\underline{V}_{Z1}}{\underline{Z}_1} \\ \underline{I}_2 = \dfrac{\underline{V}_{Z2}}{\underline{Z}_2} \\ \underline{I}_3 = \dfrac{\underline{V}_{Z3}}{\underline{Z}_3} \end{cases}$$

15