NUMERO: 1795A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Massara Andrea

MATERIA: Fisica II Formulario - prof. Giorgis

FORMULARIO FISICA

LEZ. 1

FORZA DI COULOMB:

$$\boxed{\vec{F} = k \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_r}$$

$\vec{u}_r$: versore con punta rivolta verso la particella studiata, ossia quella che subisce l'interazione

- (grafico iperboloso $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ della F scambiata in funzione della distanza r)
- $K = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $\qquad \varepsilon_0$ = costante dielettrica del vuoto $= 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$
- Poiché $\frac{F_g}{F_e} \ll 1$, si può dire che su scala atomica la forza gravitazionale non gioca alcun ruolo rispetto a quella elettrica! Non è lo stesso a livello macroscopico!
- se $|F| > 0$, la forza è REPULSIVA
  se $|F| < 0$, " " " ATTRATTIVA
- Vale il principio di sovrapposizione degli effetti per cui la F_{el} agente su una particella è somma vettoriale delle singole forze prodotte dalle particelle che la circondano

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

CAMPO ELETTRICO

1. Per cariche puntiformi si parla di campo elettrostatico

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_{TOT}}{q'}}$$

q' → carica che SUBISCE il campo e su cui lo voglio calcolare

- Poiché nella F c'è il termine $\frac{1}{r^2}$, il campo dipenderà da punto a punto e sarà diverso in ogni punto dello spazio
- U.M. $\frac{[N]}{[C]}$
- Le linee di forza del campo ne danno una rappresentazione grafica.
  Per le cariche puntiformi hanno geometria radiale e risultano ENTRANTI per cariche negative, USCENTI per cariche positive.
- L'intensità di un campo è tanto più grande tanto più è alta la densità di linee di campo che attraversano una superficie campione
- Per campi generati da + cariche puntiformi, essendo valido il principio di sovrapposizione degli effetti, le linee di campo si deformano al fine di seguire l'andamento del campo risultante
- Vale il principio di sovrapposizione degli effetti!

$$\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$$

q_i: i-esima carica generante
r_i: i-esima distanza tra la generante e subente

POTENZIALE DI UNA CARICA PUNTIFORME q:

Ricordando che passando da energia potenziale a potenziale devo dividere per q' e mettere un (-1) che moltiplica il $L=-(E_{P,B}-E_{P,A})$ ho che $\frac{dE_p}{q'}=-dV \Rightarrow \frac{dE_p}{q'}=\frac{d(E_{P,B}-E_{P,A})}{q'}$, ma il lavoro si calcola come $-(\Delta E_p)$ ho che $dL=-\frac{dE_p}{q'}$ da cui $\frac{dL}{q'}=-dV$

- Poichè $L=\int \vec{E}\,d\vec{s}$ e $\frac{dL}{q}=-dV$ ho che $dV=-\vec{E}\,d\vec{s}=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r\,d\vec{s}=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\text{cost}$

questo q' c'è xk $L=\int\frac{\vec{F}}{q'}d\vec{s}=\int\vec{E}\,d\vec{s}$

integro dV e trovo V $\longrightarrow \int dV=\int-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r\,d\vec{s}=\int-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}d$

- $\lim_{r\to+\infty} V=\emptyset$, perciò la scelta di costante $=\emptyset$ è per questo motivo $=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+$

$$\boxed{V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

- Come per le Fel e per i campi Ep anche per i potenziali elettrici vale il principio di sovrapposizione degli effetti!

1 Per distribuzioni discrete di carica (puntiformi):

se $V_i=\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{P,i}}$ avrò che $V_{TOT}(P)=V_1+V_2+\dots+V_m$

$$\boxed{V_{TOT}(P)=\sum_{i=1}^{m}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{P,i}}}$$

2 Per distribuzioni continue di cariche:

SOMMARE = INTEGRARE

Otterrò il potenziale risultante V dato da Q come somma di tutte le componenti dq in dVol ottenute scomponendo in infinitesime parti il volume dVol occupato da Q. Pertanto:

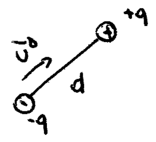
se $dV=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$ ed utilizzando il concetto di densità di carica volumica $\rho=\frac{dq}{dVol}$ avrò:

se costante ho una distr. unif.

$$V_{TOT}(P)=\int_{Vol}dV=\int_{Vol}\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}=\int_{Vol}\frac{dVol}{4\pi\varepsilon_0 r}\rho=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{Vol}\frac{dVol}{r}\rho+\text{costante}$$

$$\boxed{V_{TOT}(P)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dVol\,\rho}{r}+\text{costante}}$$

DIPOLO ELETTRICO:



Il dipolo elettrico è un oggetto che presenta 2 cariche elettriche puntiformi eguali in modulo ma di segno opposto ($+q$ e $-q$).

Esse sono separate da una distanza d.

- Momento di dipolo elettrico: $\vec{p}$

$$\boxed{\vec{p} = q \cdot d \cdot \vec{u}}$$

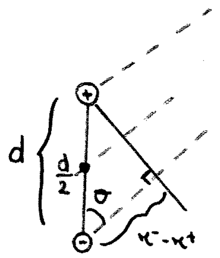
$\vec{u}$ = versore che punta dalla carica negativa verso quella positiva

- Il potenziale $V(P)$ di un dipolo è definito come

$$\boxed{V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^+} - \frac{1}{r^-}\right)}$$

$\Rightarrow$ r^+ e r^- sono rispettivamente le distanze dal punto P delle cariche $+q$ e $-q$

CASO PARTIC. $\rightarrow$ se $r \ggg d$, si considera $r \approx r^+ \approx r^-$ ho che:
$\hookrightarrow$ distanza dal centro del dipolo a P



$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^+} - \frac{1}{r^-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r^- - r^+}{r^+ r^-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

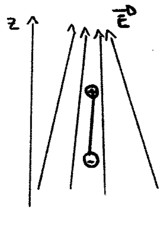
$$\boxed{V(P) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{se } r \ggg d}$$

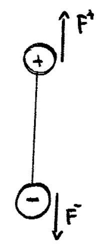
$\vec{E} = -\vec{\nabla} V(P)$ $\Rightarrow$ ottengo il campo $\vec{E}$ nel punto P

INTERAZIONE DIPOLO ELETTRICO CAMPO ELETTRICO ESTERNO

1 CAMPO ELETTRICO NON UNIFORME: $\rightarrow |\vec{E}|$ = non costante

- per semplicità mettiamo che $\vec{E}$ varia solo sull'asse z, mentre su x e y resta costante





Poichè il campo aumenta al crescere di z ho che $d^+ \neq d^-$ da cui $E^+ > E^-$ e quindi $F^+ > F^-$!

$$F_{TOT} = F^+ - F^- = qE^+ - qE^- = q[E^+ - E^-] = q\Delta E$$

poichè abbiamo supposto E variabile solo su z si ha che $F_{TOT} = q\,\Delta E\,\frac{\Delta z}{\Delta z} = p\,\frac{\Delta E}{\Delta z}$ $\rightarrow \frac{\partial(pE)}{\partial z}$

- Più generalmente si avrà che:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\partial(\vec{p}\cdot\vec{E})}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial(\vec{p}\cdot\vec{E})}{dy}\vec{j} + \frac{\partial(\vec{p}\cdot\vec{E})}{\partial z}\vec{k} = \vec{\nabla}(\vec{p}\cdot\vec{E})}$$

CONCLUSIONE:

$\Rightarrow$
- * Se il dipolo è disposto parallelamente al campo, la $F^+ > F^-$ e dunque esso tenderà a spostarsi verso le zone di campo + intense
- * Se il dipolo è antill al campo $F^- > F^+$ ed esso andrà dove $\vec{E}$ cala!

LEZ. 3

MAGNETISMO. Forza di tipo interattivo che due barrette metalliche si scambiano.

- Tale fenomeno appare concentrato agli estremi o POLI MAGNETICI, precisamente due: NORD, dal quale le linee di campo escono, e SUD, da cui le stesse linee entrano
- L'interazione tra poli uguali è REPULSIVA, tra poli diversi è ATTRATTIVA

Si cerca perciò di fare un discorso analogo a quello fatto con la carica elettrica e perciò:

* Se metto una carica in quiete in un campo magnetico essa continua il suo stato di quiete
* se la stessa particella è dotata di velocità quando intacca in un campo magnetico $\vec{B}$ essa subisce una forza!

MODULO: Dato dal prodotto di carica per la componente perpendicolare della velocità sul campo $\vec{B}$

DIREZIONE: Perpendicolare al piano individuato dal campo e dalla velocità v

VERSO: Dato dalla regola della mano dx

$$\boxed{\text{FORZA DI LORENTZ} \quad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

FORZA DI LORENTZ
- Modulo $|\vec{F}| = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin\alpha$
- U.M. è [N]

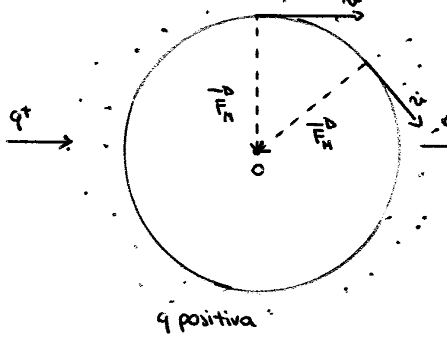
$\hookrightarrow [N] = C\left[\frac{m}{s}\right][UM_B] \qquad [UM_B] = \frac{[N][s]}{[C][m]} = [T] = \text{Tesla}$

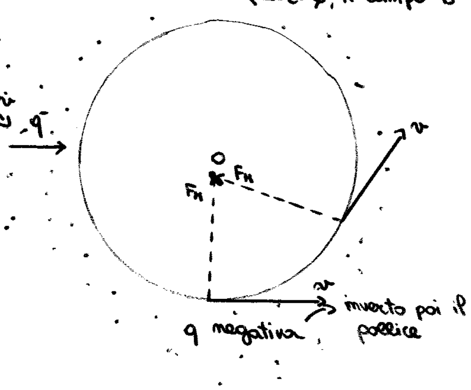
- Se la particella è carica positivamente la forza di Lorentz segue il pollice secondo la regola della mano dx. Se la particella è negativa essa va in direzione opposta al pollice.

APPLICAZIONI NOTEVOLI:

① PARTICELLA CARICA IN MOTO IN UN CAMPO $\vec{B}$ UNIFORME con $\vec{v} \perp \vec{B}$

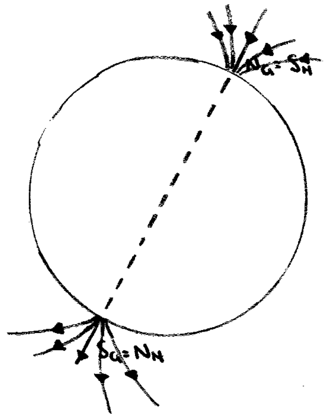
Per la formula $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$, $\vec{v}$ è sempre $\perp$ a $\vec{F}$, costante in modulo ma non in direzione e verso ($\Delta E_c = \phi$, il campo $\vec{B}$ non compie lavoro)





MOTO CIRCOLARE UNIFORME!

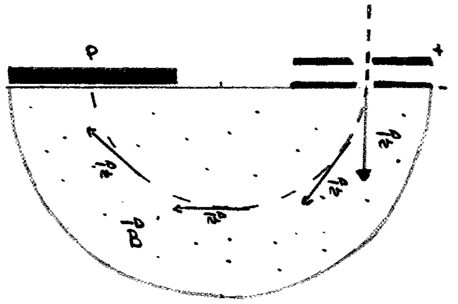
CAMPO MAGNETICO TERRESTRE



Esso presenta poli geografici invertiti rispetto a quelli magnetici

Importante per l'effetto schermo che la noi confronti di particelle o raggi cosmici poiché attraverso l'applicazione della Forza di Lorentz può deviarli o talvolta rispedirli indietro, evitando così che questi risultino nocivi sulla Terra

SPETTROMETRO DI MASSA



Passaggio da un moto rettilineo ad uno circolare

Conoscendo il punto d'impatto di q, conosco il raggio di curvatura, da cui ricavo il resto

1ª $r = \frac{mv}{qB} \longrightarrow v = \frac{rqB}{m}$

2ª $\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \longrightarrow v^2 = \frac{2q\Delta V}{m}$

il campo $\vec{B}$ non compie lavoro, quindi $\Delta E_c = \emptyset$ e per la cons. della carica $\Delta E_c = \Delta E_P$

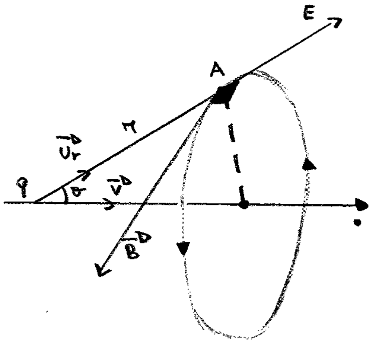
Risolvo quel sistema 2 eq. in 2 inc.

$$v^2 = \frac{r^2 q^2 B^2}{m^2} = \frac{2\cancel{q}\Delta V}{\cancel{m}}$$

$$\boxed{\frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{r^2 B^2}}$$

CAMPO MAGNETICO GENERATO DA UNA CARICA IN MOTO

Ogni carica elettrica in moto dotata di velocità v risulta una sorgente di campo magnetico:



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{v_r}}{r^2}}$$ LEGGE DI AMPERE-LAPLACE

dove μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto $= 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{m\,kg}{C^2}$

e $\vec{v_r}$ versore che punta dalla particella verso il punto in cui calcolare B

- B avrà modulo:

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{v \sin\theta}{r^2}$ poiché nella circonferenza il θ resta uguale al variare del punto di osservazione lo (?) il resta costante ∀r e ∀punto

- direzione: ⊥ al piano dato da $\vec{v}$ e $\vec{v_r}$
- verso: dato dalla regola della mano dx

questi cambiano sempre

* La stessa carica genera anche un campo elettrico dato dalla legge di Coulomb posso dire

NB

al termine $\frac{q}{4\pi r^2}$ presente in Coulomb, sostituisco E moltiplicando anche per ε_0 che mancherebbe a denominatore

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \cdot \vec{v} \times \vec{E}}$$

- ottenuta accoppiando Coulomb e Ampere-Laplace

- $\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ con $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

- come la corrente è definita come carica per unità di tempo ho che la densità di corrente (j) è data dalla corrente per unità di superficie

$$\boxed{\vec{j} = \frac{\vec{I}}{S} = \frac{m \cdot q \cdot \vec{v} S}{S} = mq\vec{v}}$$

→ direzione e verso di $\vec{j}$ dato da dir. e verso di $\vec{v}$

- UM : $\frac{[A]}{[m^2]}$

LEGGE DI OHM

FORMULAZIONE MACROSCOPICA DELLA LEGGE

- A temperatura costante il rapporto tensione-corrente è una costante!

$$\boxed{\Delta V = R \cdot I}$$

- R è misurata in $\frac{[V]}{[A]} = [\Omega] = \text{ohm}$

FORMULAZIONE MICROSCOPICA DELLA LEGGE

- In conduttore cilindrico lungo ℓ e di sezione S con potenziale ΔV ho che

$$I = jS = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\ell \cdot E}{R}$$

ricordare il cond. a facce piane e //
↳ $\Delta V = d \cdot E$

dunque $jS = \frac{\ell \cdot E}{R} = I$ e ho che:

$$\boxed{j = \left(\frac{\ell}{SR}\right) E \quad \text{con } \sigma = \frac{\ell}{SR}}$$

- Sigma (σ) è detta conducibilità elettrica e si misura in $\frac{[m]}{[m^2][\Omega]} = \frac{1}{[m][\Omega]}$

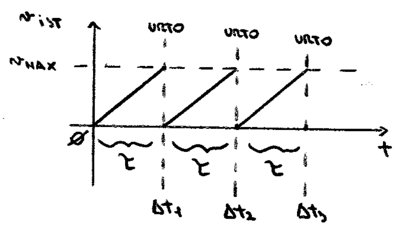
- Definisco rho (ρ) la resistività elettrica come il reciproco della conducibilità:

$$\boxed{\rho = \frac{1}{\sigma}} \quad (\text{misurata in } [\Omega][m])$$

- Poichè $\sigma = \frac{\ell}{RS}$ ho che $R = \frac{\ell}{\sigma S}$ da cui noto la sensibile dipendenza della resistenza dalla geometria del sistema osservato!

VELOCITÀ DI DERIVA

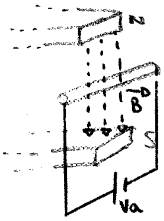
Considero il modello di Drude sulla teoria del trasporto elettronico:
Si suppone l'esistenza di un meccanismo di perdita di Ec degli elettroni nel reticolo, dovuto ad urti di tipo anaelastico degli stessi è con gli atomi (nuclei non fissi degli è mobili).
Gli è hanno velocità di drift costante poichè sottoposti ad un campo elettrico costante.



La velocità cresce fino all'urto e raggiunge un valor MAX. Nell'urto perde velocità che viene nuovamente incrementata a causa del campo.
Dopodichè si giunge ad un altro urto. Si definisce una velocità media di drift (v_d)

$$\begin{cases} j = mqv \\ j = \sigma E \end{cases} \Rightarrow \boxed{v_d = \left(\frac{\sigma}{mq}\right) E \quad \text{con } \frac{\sigma}{mq} = \text{mobilità} = \mu}$$

• APPLICAZIONE 1: "forza magnetica su una corrente rettilinea"



Pongo una barra metallica in un campo $\vec{B}$ uniforme prodotto da una calamita (utilizzo la regola precedente) percorsa da corrente poiché collegata ad una batteria di fem esterna noto che:

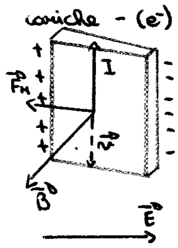
$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = I \int_L d\vec{l} \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

dir e verso dato dalla regola della mano dx

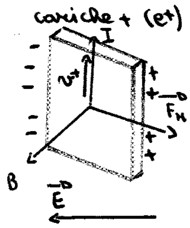
• APPLICAZIONE 2: "effetto Hall"

L'effetto Hall rappresenta la dimostrazione della forza sulle cariche della corrente

Prendo una lamina metallica e la faccio attraversare da una corrente ad una parallela!
Il campo $\vec{B}$ è ⊥ alla lamina



deflessione verso dx (e⁻)

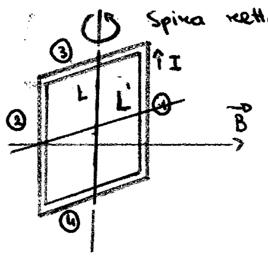


deflessione verso sx (e+)

Lungo l'asse y viene a crearsi un campo elettrico dovuto all'accumulo di carica ossia per la deflessione del campo $\vec{B}$ che fa accumulare cariche opposte sui lati opposti della lamina metallica.
Ciò termina quando la F_H eguaglia quella elettrica F_e in modulo, ossia $F_H = -F_{el}$:

$$\vec{F_H} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad , \quad \vec{F_e} = q \cdot \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

COPPIA MAGNETICA SU UNA CORRENTE ELETTRICA



Spira rettangolare percorsa da corrente e posta nel campo magnetico uniforme $\vec{B}$

Calcolo delle forze:

LATO 1) $\vec{L}$ e $\vec{B}$ sono sempre ⊥

$$\vec{F_H^1} = I\vec{L} \times \vec{B} \qquad |\vec{F_H^1}| = I L B \sin\frac{\pi}{2}$$

direzione e verso: regola mano dx → ENTRANTE

LATO 2) $\vec{L}$ e $\vec{B}$ sono sempre ⊥

$$\vec{F_H^2} = I\vec{L} \times \vec{B} \qquad |\vec{F_H^2}| = I L B \sin\frac{\pi}{2}$$

direzione e verso: mano dx → USCENTE

LATO 3) $\vec{L'}$ e $\vec{B}$ hanno α come angolo $(\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta)$

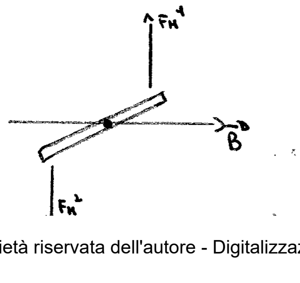
$$\vec{F_H^3} = I\vec{L'} \times \vec{B} \qquad |\vec{F_H^3}| = I L' B \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}_{\cos\theta}$$

direzione e verso: mano dx → ALTO

LATO 4) L' e B hanno α' come angolo $(\alpha' = \frac{\pi}{2} - \theta)$

$$\vec{F_H^4} = I\vec{L'} \times \vec{B} \qquad |\vec{F_H^4}| = I L' B \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}$$

direzione e verso: mano dx → BASSO cos θ



TOTALE) Le coppie di forze agiscono simultaneamente
- F_H^1 e F_H^2 compiono un moto rotatorio della spira, nel complesso $\vec{F_H^{1,2}}$ /
- F_H^3 e F_H^4 hanno moduli eguali ma versi opposti, dunque si elidono!

La estensione della legge di Ampere-Laplace per una singola particella in moto

- Legge di Ampere-Laplace (una carica) $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$ $\Rightarrow$ in un filo ci sono n cariche per unità di volume dunque

$$\boxed{\frac{\vec{B}}{Vol} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{nq\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}}$$

- Considerando una infinitesima parte di conduttore (dl) con sezione comunque S, ma volume $dV = S\,dl$, il campo $d\vec{B}$ nell'infinitesimo tratto varrà:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{nq(S\,dl)\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} \qquad j = \frac{I}{S} = \frac{nqv\cancel{S}}{\cancel{S}} = nqv$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \, \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Dunque su tutto il circuito sommerò ogni singola componente, ossia integrerò poiché sono in continua!

$$\boxed{\vec{B}_{TOT} = \int_{cond.} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \int_{cond.} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}}$$

= LEGGE DI AMPERE-LAPLASSE PER LE CORRENTI

estensione!

- APPLICAZIONE 1: "campo magnetico generato da una corrente rettilinea con lunghezza infinita"

Dalla legge appena ricavata e poiché $l = \infty$ segue che:

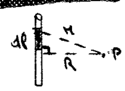
$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

dal disegno e attraverso opportune sostituzioni ricavo:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R} \vec{u}_\theta \qquad \text{valida se } R \ll l}$$

= LEGGE DI BIOT-SAVART caso particolare di Ampere Laplace

componente $\perp$ al filo e congiungente filo e P



$\vec{u}_\theta$ è il versore parallelo al campo magnetico di cui fornisce direzione e verso!

- APPLICAZIONE 2: "campo magnetico generato da una corrente circolare (spira) lungo l'asse"

Dalla legge di Ampere-Laplace e dalle dimensioni della spira ottengo:

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{spira} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Poiché mi trovo in un sistema circolare, per coppie di punti opposte sulla circonferenza della spira le componenti $d\vec{B}_\perp$ si elideranno, le $d\vec{B}_\parallel$ si sommeranno invece!

$dB\cos\alpha$

$$\vec{B}_{TOT} = \int_{spira} dB\cos\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{spira} \frac{dl\cos\alpha}{r^2} \vec{u}_\parallel$$

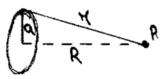
versore dir. e verso di $B_\parallel$

e anche qui con opportune sostituzioni ottengo

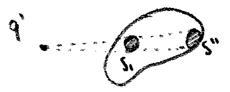
$\cos\alpha = \frac{a}{r}$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I a^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_\parallel}$$

dove a è il raggio della circonferenza, mentre R è la solita componente $\perp$ alla spira della distanza r



• APPLICAZIONE 2: "flusso di $\vec{E}$ generato da q esterna ad S"



$$\phi = \oint \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

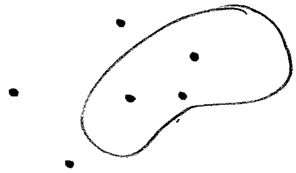
Poichè il flusso del campo elettrico dovuto da q' attraverso S' è uguale a quello prodotto dalla stessa q' ma attraverso S'', scopro che:

l'angolo solido è il medesimo!

$\phi_{S'} = \phi_{S''}$ ma essendo che la direzione e il verso dei due flussi sono opposti ho che il flusso di $\vec{E}$ prodotto da cariche esterne è NULLO!

⟹ LE CARICHE ESTERNE NON INFLUISCONO SUL FLUSSO!

TOTALE:

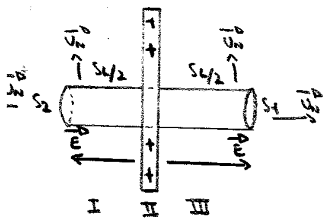


Avendo TOT cariche, esterne ed interne, il flusso del campo $\vec{E}$ è dato dalle sole interne

$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS = \frac{\sum_{i=1}^{m} q_i^{INT}}{\varepsilon_0}}$$

PRIMA LEGGE DI GAUSS

CAMPO DI UNA DISTRIBUZIONE DI CARICA PIANA UNIFORME INDEFINITA



$Q = \sum_{i=1}^{m} q_i^{INT}$

σ = densità di carica per unità di sup. $= \frac{Q}{S}$ ⟶ $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Considero il cilindro ⊥ alla piastra, tagliato esattamente a metà e sulla cui base giace P.

$$\phi_S^E = \frac{\sum_{i=1}^{m} q_i^{INT}}{\varepsilon_0} = \oint_S \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS$$

Poichè ho 3 zone spezzo l'integrale:

$$\phi_S^E = \underbrace{\int_{S_1} \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS}_{\theta=\emptyset} + \underbrace{\int_{S_2} \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS}_{\theta=\pi} + \underbrace{\cancel{\int_{S_L} \vec{E}\,\vec{u_N}\,dS}}_{\theta=\frac{\pi}{2}} \emptyset$$

$$\phi_S^E = \int_{S_1} E\,dS + \int_{S_2} E\,dS$$

$|\vec{E}|$ è costante perchè sono sempre alla stessa distanza tra piastra e faccia

$$\phi_S^E = E\int_{S_1} dS + E\int_{S_2} E = ES_1 + ES_2 = ES + ES$$

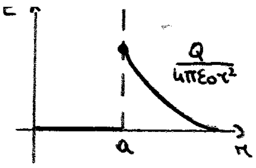
$\boxed{\phi_S^E = 2ES}$ = FLUSSO DI CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DA UNA PIASTRA CARICA + E UNA SUP. CILINDRICA

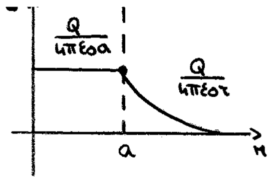
$$\begin{cases} \phi = 2ES \\ \phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \end{cases} \qquad 2ES = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

NB $E = \frac{Q}{S2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

ne deriva che:

$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ per ogni piastra carica!





CALCOLO DI CAMPO $\vec{E}$ E DI POTENZIALE PRODOTTO DA UNA SFERA UNIFORMEMENTE CARICA

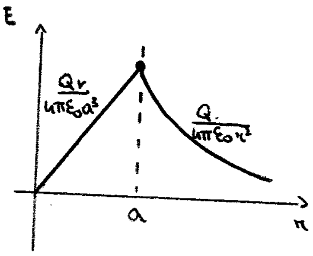
Q = carica nella sfera
r = distanza centro-punto
a = raggio sfera

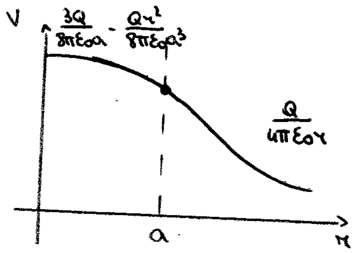
- caso 1: $r < a$

$$\boxed{E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}} \qquad \boxed{V(r) = \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 a} - \frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0 a^3}}$$

- caso 2: $r \geq a$

$$\boxed{E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} \qquad \boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$



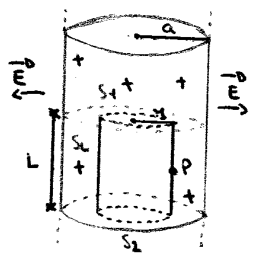


CAMPO ELETTRICO DI UNA DISTRIBUZIONE UNIFORME CILINDRICA DI LUNGHEZZA INFINITA

λ = densità di carica per unità di lunghezza $= \frac{Q}{L}$

a = raggio cilindro

- caso 1: $r < a$



Inscrivo nel mio cilindro la superficie gaussiana per convenzione scelta cilindrica anch'essa e il punto P sul lato di essa

$$\Phi_S^E = \int_S \vec{E}\,\vec{u}_n\, dS = \frac{\sum q^{INT}}{\varepsilon_0}$$

Calcolo la quantità di carica nella sezione, che sarà minore di quella totale sebbene la carica sia uniformemente distribuita.

$$\frac{q^{INT}}{V_{TOT}} = \frac{q^{INT}}{\pi \cdot r^2 \cdot L} = V$$

volume del cilindro fisico con $L \to \infty$

Nel cilindro fisico invece:

$$\frac{q^{INT}}{V_{TOT}} = \frac{q^{INT}}{\pi a^2 \cdot L} = \frac{\lambda L}{\pi a^2 \cdot L} = V'$$

Il rapporto tra le due densità di carica mi darà la densità volumica del mio cilindro; ossia

$$q^{INT} = \frac{\lambda \cdot L}{a^2} r^2$$

CONDUTTORE POSTO IN UN CAMPO ELETTRICO

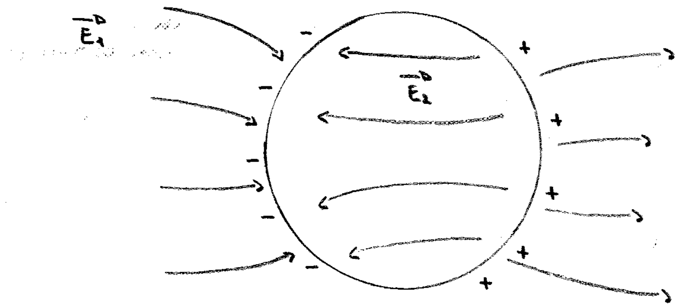
Quando sono in presenza di un campo $\vec{E}$ non ho variazioni fino alla perturbazione del sistema.

Un conduttore isolato ha le cariche esterne libere ed una volta che io pongo questo nel campo elettrico osservo che le cariche libere si muovono per l'azione di $\vec{E}$ creando flussi simultanei ed addensandosi lungo le rispettive facce del conduttore.

e^- è si opporranno al campo e si posizioneranno nella faccia dove il campo buca il conduttore, e^+ su quella dove esce.

Nel momento in cui le cariche si sono posizionate e il sistema si è rilassato osservo la creazione di un campo secondario interno al conduttore dovuto all'addensamento di carica sulle due facce.

Quando campo E_2 eguaglia E_1 ho un nuovo <u>EQUILIBRIO STABILE</u> poiché le due componenti si elidono e dunque il campo E_T interno al conduttore sarà nullo!



1 • In un conduttore posto in un campo elettrostatico, il campo E_T nei punti interni al conduttore è NULLO

2 • Il campo elettrico sulla superficie di un conduttore è normale alla superficie stessa del conduttore

3 • L'intera carica libera elettrica di un conduttore si trova sulla superficie dello stesso

VETTORE SPOSTAMENTO ELETTRICO

Inserisco il solito parallelepipedo dielettrico tra 2 piani con eguale densità di carica σ_{LIB}. Si induce una polarizzazione con $\sigma_{POL} = P$, ossia come visto prima con carica per unità di superficie pari al modulo del vettore polarizzazione $\left(P = \frac{Q}{S}\right)$.

Il campo elettrico totale dell'oggetto sarà il totale dei 2 mezzi assieme. Di conseguenza la carica:

$$\boxed{\sigma_{TOT} = \sigma_{LIB} + \sigma_{POL} = \sigma_{LIB} - P}$$

Se ne deduce un campo E_{TOT}:

$$\boxed{E_{TOT} = \frac{\sigma_{TOT}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma_{LIB} - P)} \implies \boxed{\sigma_{LIB} = \varepsilon_0 \cdot E + P}$$

Definiamo dunque vettore spostamento elettrico D, anche detto induzione dielettrica, come la quantità la cui componente $\perp$ rispetto alla superficie del conduttore è proporzionale alla σ_{LIB}:

$$\boxed{\sigma_{LIB} = \vec{D} \cdot \vec{U}_N} \qquad \boxed{\sigma_{POL} = \vec{P} \cdot \vec{U}_N}$$

del conduttore — del dielettrico

UM. $[D] = \frac{[C]}{[m^2]}$

UM $[P] = \frac{[C]}{[m^2]}$

Sostituendo alla relazione precedente il vettore D e dandogli una forma vettoriale ottengo:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}}$$

SUSCETTIVITÀ E PERMETTIVITÀ ELETTRICA

Per i materiali isotropi (= le grandezze fisiche misurate non dipendono da come le misuro) il vettore polarizzazione è parallelo al campo elettrico risultante $(\vec{P} \parallel \vec{E})$:

* gli anisotropi: ...primo χ_e matricial...mente (3x3).

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \cdot \varepsilon_0 \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$P_x = \varepsilon_0(\chi_{xx}E_x + \chi_{xy}E_y + \chi_{xz}E_z)$

...e i 9 elementi sono ≠ allora ...non è ∥ ad $\vec{E}$. Negli isotropi ...no tutti nulli meno $\chi_{xx} = \chi_{xy} = \chi_{xz} \neq 0$

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \vec{E}}$$

dove χ_e è la suscettività elettrica, dipendente dal materiale

→ χ_e varia a seconda della temperatura:

Dunque tornando alla precedente relazione:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} = \underbrace{(1 + \chi_e)\varepsilon_0}_{\text{PERMETTIVITÀ } \varepsilon} \cdot \vec{E} = \varepsilon \cdot \vec{E} \qquad \boxed{D = \varepsilon \cdot \vec{E}}$$

$$\boxed{\varepsilon = (1 + \chi_e)\varepsilon_0} \overset{>1}{} \quad \text{dove} \quad (1 + \chi_e) = \overset{>1}{\varepsilon_r} = \text{permettività relativa o costante dielettrica relativa}$$

= PERMETTIVITÀ O COSTANTE DIELETTRICA DEL MEZZO

- Poiché $\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = q_{LIB}$ ho che $\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = \oint_S \varepsilon \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q_{LIB}}{\varepsilon}$ (in presenza di dielettrico)

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q_{LIB}}{\varepsilon} = \frac{q_{TOT}}{\varepsilon_0} = \frac{q_{LIB} + q_{POL}}{\varepsilon_0}}$$

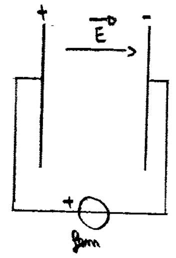
- Prendendo adesso due conduttori isolati, entrambi con carica Q ma di segno opposto, e affacciandoli trovo un condensatore la cui legge governante sarà

$$\boxed{Q = C \cdot \Delta V}$$

dove ΔV è la diff di potenziale tra le piastre metalliche

C dipende SOLO dalla geometria e dal dielettrico in cui il condensatore è stato immerso!

- CONDENSATORE A FACCE PIANE E PARALLELE



S: area facce
Q: carica piastre
σ_{LIB}: densità carica piastre

Quando il potenziale si sarà completamente localizzato sulla piastra avrò $fem = V_1 - V_2 = \Delta V$

Poiché $\Delta V = E \cdot d$ ed $E = \frac{\sigma_{LIB}}{\varepsilon}$ posso scrivere $\Delta V = \frac{Q}{S} \cdot \boxed{\frac{d}{\varepsilon}} = \frac{Q}{C}$

come si può ben vedere $C = \frac{S\varepsilon}{d}$ dunque, dipende solo dalla geometria e dal tipo di dielettrico

NEL VUOTO

$C_0 = \frac{S \cdot \varepsilon_0}{d}$

Rispetto al vuoto la capacità risulta aumentata di ε_r

NEL MEZZO

$C = \frac{S \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{d}$

$\Longrightarrow$ Il campo $\vec{E}$ nel mezzo risulta decrementato di un fattore ε_r rispetto al vuoto! → il campo ↓ → il potenziale ↓ → la capacità ↑

$\Longrightarrow$ La capacità C nel mezzo risulta incrementata di un fattore ε_r rispetto al vuoto!

ENERGIA DEL CAMPO ELETTROSTATICO

Caricando un condensatore a facce piane e parallele, il lavoro fatto per portare dq da una faccia all'altra è:

$dL = V dq$ con $V = \frac{q}{C}$ (C costante) → $t = t_0 = \emptyset$, $V = \emptyset$ scarico; → $t = t_1$, $V \neq \emptyset = fem$ carico

Sommando i contributi ottengo:

$$L = \int_0^{V_0} V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q\, dq = \frac{1}{C} \cdot \frac{Q^2}{2}$$ e poiché $Q = C\Delta V = CV_0$ ottengo $L = \frac{1}{2} \cdot CV_0^2$

NB

A questo punto il lavoro fatto dal generatore di fem si tramuta in campo elettrico sotto forma di energia!

$\boxed{L = \frac{1}{2} CV_0^2 = W = \text{energia campo elettrico}}$ ricordando che $C = \frac{\varepsilon S}{d}$ e $V_0 = Ed$ ottengo $\boxed{W = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \underbrace{(Sd)}_{\text{volume racchiuso tra le due facce piane e parall}}}$

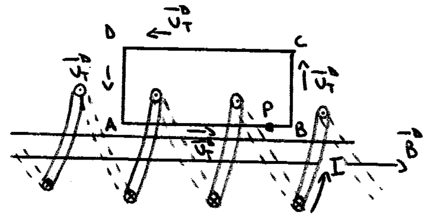
Introducendo il concetto di densità di energia del campo elettrostatico per unità volumica:

$$\boxed{w = \frac{W}{Vol} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2}$$

APPLICAZIONE 2: "campo magnetico nella zona centrale di un solenoide di lunghezza infinita"

n: numero spire per unità di lunghezza

I: corrente presente



• CASO 1: dentro il solenoide

$$\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

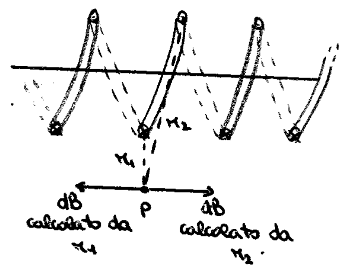
chiudo nella linea circuitale rettangolare e moltiplico Ampere per le spire presenti in essa (N)

$$\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \underbrace{\int_{AB} \vec{B}\, d\vec{l}}_{\cos\theta = 1} + \underbrace{\int_{BC} \vec{B}\, d\vec{l}}_{\cos\frac{\pi}{2} = \emptyset} + \underbrace{\int_{CD} \vec{B}\, d\vec{l}}_{\text{sono fuori dal sol.} = \emptyset} + \underbrace{\int_{DA} \vec{B}\, d\vec{l}}_{\cos\frac{\pi}{2} = \emptyset}$$

$$= \oint_{AB} \vec{B}\, d\vec{l} = B\, l_{AB}$$

$$\Rightarrow \mu_0 N I = B l_{AB} \qquad \boxed{B = \mu_0 \frac{N}{l_{AB}} \cdot I = \mu_0 \cdot n \cdot I}$$

• CASO 2: fuori del solenoide



$\Rightarrow$ ogni dB prodotto da ogni contributo viene neutralizzato da un dB prodotto dal contributo di corrente simmetrico al primo

$$\boxed{B = \emptyset}$$

FLUSSO DI CAMPO MAGNETICO = II EQ. MAXWELL

$$\boxed{\phi_S^B = \oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = \oint_S \vec{B}\, dS\, \vec{u}_N}$$

S: superficie chiusa gaussiana

u_N: versore ⊥ a S (uscente)

UM: $\phi_S^B = [T][m^2] = [Wb] = \text{weber}$

Poiché non esistono monopoli magnetici, tutte le linee uscenti da S sono anche entranti. Dunque il flusso è nullo!

$$\boxed{\phi_S^B = \oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = \emptyset}$$

= 2ª legge di Maxwell

Dimostro semplicemente che $H = \frac{I_{LIB}}{\rho}$ perché:

$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = \sum_{i=1}^{m} (I_{LIB,i})$$

$\Rightarrow$ LA LEGGE DI AMPERE DEVE TENERE CONTO DI TUTTE LE CORRENTI! LIBERE E DI MAGNETIZZAZIONE!

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{m} \overbrace{\Big(\underbrace{I_{LIB,i}}_{H} + \underbrace{I_{MAG,i}}_{M}\Big)}^{I_{TOT}}}$$ = AMPERE GENERALIZZATO!

USCETTIVITÀ E PERMETTIVITÀ MAGNETICA

Dalla relazione $H = \frac{B}{\mu_0} - M$ scopro che H e M sono legati da una proporzionalità diretta

$$\boxed{\vec{M} = \chi_M \cdot \vec{H}}$$

→ valida per gli ISOTROPI (H e M //)

→ per gli ANISOTROPI χ_M è definita matricialmente (3x3)

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \qquad M_x = \chi_{xx}H_x + \chi_{xy}H_y + \chi_{xz}H_z$$

se tutti gli elementi sono nulli meno i 3 diagonali e questi sono uguali ottengo la relazione per gli ISOTROPI

χ_M è detta "suscettività magnetica" del mezzo e descrive la risposta del mezzo al campo B esterno

- A differenza di quella elettrica la χ_M può essere sia >0 sia <0.

Nel caso: >0 sono di fronte ad un PARAMAGNETE (=intensifico B)

<0 " " " " " DIAMAGNETE (=indebolisco B)

Quindi, poiché $B = \mu_0(H+M) = \mu_0(H+\chi_M H) = \mu_0(1+\chi_M)H$:

$$\boxed{B = \mu_0 \mu_r H}$$

dove $\mu_r = 1+\chi_M$ è la permeabilità o permettività magnetica relativa!

Ottengo conseguentemente:

(come in alto) $\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = \oint_L \frac{B}{\mu}\, d\vec{l} = \sum_{i=1}^{m} (I_{LIB,i})$ da cui $\boxed{\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \mu \sum_{i=1}^{m} (I_{LIB,i}) = \mu_0\Big(\sum_{i=1}^{m} (I_{LIB,i} + I_{MAG,i})\Big)}$

= ALTRO MODO PER SCRIVERE AMPERE (questo vale per campi dove c'è materia)

PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA

La materia reagisce diversamente alla presenza di un campo magnetico esterno:

* DIAMAGNETI: non ho momenti di dipolo magnetico microscopico. $\chi_M < 0$, dunque $\mu_r < 1$. Ciò fa sì che $\vec{B}_{TOT}$ ne risulti indebolito poiché la somma vettoriale di tutti i momenti di dipolo magnetico associato ad ogni orbita risulti NULLO!

* PARAMAGNETI: presenza di momenti di dipolo magnetico microscopico, dunque possono allinearsi ai campi magneti esterni. $\chi_M > 0$, dunque $\mu_r > 1$. Ciò fa sì che B_{TOT} ne risulti intensificato poiché la somma vettori di tutti i momenti NON È NULLA!

paramagneti reali

* FERROMAGNETI: intensa magnetizzazione permanente poiché sono materiali magnetizzabili sotto debolissimi campi che dunque si allineano a B facilmente

* ANTIFERROMAGNETI: hanno dipoli microscopici uguali ma orientati in modo opposto rispetto a quello adiacente. La magnetizzazione netta è nulla (↑↓↑↓↑)

* FERRIMAGNETI: hanno dipoli orientati in modo opposto rispetto a quello adiacente ma questa volta i moduli non sono uguali. Ne risulta una magnetizzazione netta [illegible]

$$\boxed{B = \mu_r \cdot B_0}$$

- il campo B in presenza di materia è uguale a quello nel vuoto a meno della costante $\mu_r = 1 + \chi_M$

$\chi_M < 0$ DIAMAGNETI! — $-2{,}1 \cdot 10^{-9}$ ... $-3{,}2 \cdot 10^{-5}$

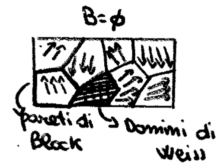
$\chi_M > 0$ PARAMAGNETI! — $2{,}1 \cdot 10^{-6}$ ... $2{,}8 \cdot 10^{-3}$

Di fatto con questi valori di suscettività il campo B non varia poi tanto a livello macroscopico rispetto a B_0

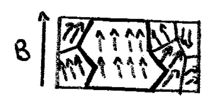
FERROMAGNETISMO

fase 1 • In assenza di campo B, alcune zone dette DOMINI presentano momenti di dipolo tra loro paralleli gli uni con gli altri

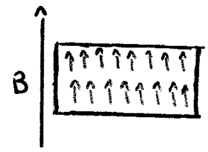
Il momento di dipolo risultante in assenza di campo magnetico è NULLO!



fase 2 • Accedendo un campo magnetico esterno noto che i domini con momento parallelo al campo allargano la loro superficie ampliando le pareti di Block. Si raggruppano dunque in domini più ampi e si auto-spingono verso la parallelizzazione del momento con il campo



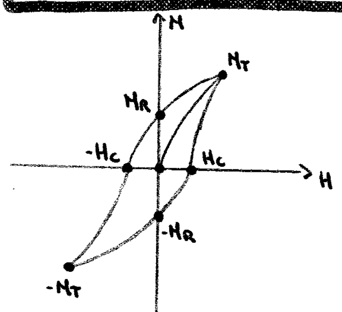
fase 3 • All'aumentare di B avrò la continua espansione di domini e di pareti finitanto che non ci sarà un unico dominio di Weiss occupante tutto il volume dell'oggetto. In questa situazione ho la saturazione del campo che risulterà costante : MAGNETIZZAZIONE TOTALE



Poiché nei ferromagneti χ_M non aumenta linearmente (AUMENTO SUBLINEARE), si usa la curva di isteresi per descrivere la relazione tra H ed M :

$$\boxed{M = \chi_M \cdot H \quad \text{NO!} \quad \Longrightarrow \quad B = \mu_0 (H + M(H)) \quad \text{SI!}}$$

ISTERESI (memoria) { M è funzione di H poiché ne resta parte di ciò che è stato prima! Gli effetti precedenti si risentono dop



M_T = punto di saturazione oltre cui M non cresce più → MAGNETIZZAZIONE TOTALE ↳ un solo dominio di Weiss

$-M_T$ = punto opposto di saturazione

M_R = magnetizzazione residua, ossia data dal decremento di H dopo averlo portato alla magnetizzazione totale. $H = \phi$, $M_R \neq 0$ dunque realizzo così magneti permanenti

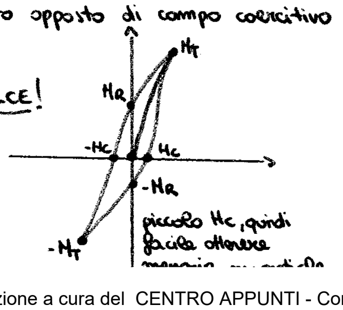
$-M_R$ = punto opposto di magnetizzazione residua

H_c = valore di campo coercitivo dato da $M = \phi$ e $H \neq 0$

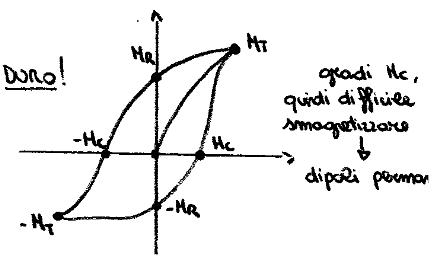
$-H_c$ = punto opposto di campo coercitivo

NB Il fatto che percorrendo in un senso o nell'altro la curva trovo dei valori di M e di H diversi è la spiegazione della sublinearità della relazione come conservazione dello stato precedente

FM DOLCE!



FM DURO!



LEGGE DI FARADAY-HENRY O INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Ponendo un magnete permanente in prossimità ad circuito conduttore chiuso è rilevabile f.e.m. sotto forma di corrente elettrica (cariche libere in moto nel conduttore). Anche allontanando il magnete registro una corrente, di verso però opposto. Si verifica dunque che l'entità della f.e.m. è dipendente dalla velocità del moto del magnete. In particolare si registrerà una f.e.m. e perciò una corrente solo! quando il magnete sarà in moto poiché il $\Delta\oint_S \vec{B}\,d\vec{S}$ del magnete attraverso la superficie conduttrice non essendo nulla e variando nel tempo garantirà il fenomeno dell'induzione elettromagnetica! Se il flusso di $\vec{B}$ generato dal magnete cambia allora registro fem e corrente. Se il flusso non cambia e quindi il magnete è fermo, l'amperometro non registra alcuna fem o corrente.

È possibile ottenere un risultato analogo affacciando due circuiti chiusi e separati. Chiudendo l'interruttore sul primo e avendo un generatore di fem si registrerà una corrente nella spira presente. Questa corrente induce una seconda corrente nella seconda spira per via della variazione infinitesima di flusso di $\vec{B}$ quando apro e chiudo il mio interruttore. Il campo $\vec{B}$ è generato dal primo circuito e il flusso di questo si concatena alla seconda spira registrando una I_2.

Tutti questi esempi per mostrare l'esistenza di una relazione tra f.e.m.$_{IND}$ e variazione del flusso di $\vec{B}$:

$$\boxed{fem_{INDOTTA} = V_{IND} = -\frac{d}{dt}\phi_{MAGN}}$$

→ ovvio che devo avere la variazione di ϕ_S^B !!

Ricordando che la f.em è definita come $fem = \oint_L \vec{E}\,d\vec{l}$ (lungo un percorso chiuso) trovo che:

$$\boxed{\underbrace{\oint_L \vec{E}\,d\vec{l}}_{\text{campo elettrico indotto da } \vec{B}} = \ominus \frac{d}{dt}\left(\oint_S \vec{B}\,d\vec{S}\right)}$$

→ valida per ogni circuito chiuso dove è presente un B variabile

III equazione di Maxwell

questo meno deriva dalla circuitazione del campo elettrico indotto (legge di Lenz)

LEGGE DI LENZ

La regola per determinare le fem indotte è dato dalla legge:

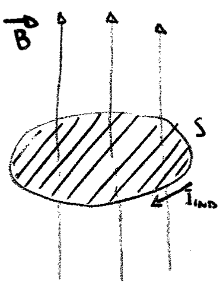
"La corrente indotta in un circuito chiuso ha verso tale da opporsi alla variazione che l'ha generata"

→ IN SOLDONI: la corrente indotta genera un campo elettrico indotto la cui circuitazione lungo la linea chiusa risulta uguale alla fem indotta. Tale fem indotta, creando un secondo campo B, contrasta il primo campo!

EFFETTO SI OPPONE ALLA CAUSA!

I versi di I_{IND} e di V_{IND} vanno presi seguendo questa regola di opposizione!

$$\boxed{V_{IND} = -\frac{d}{dt}\phi_{MAGN}} \qquad \boxed{I_{IND} = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}\phi_{MAGN}}$$



esempio: B cresce nel tempo dunque su su su. Per Lenz la fem indotta crea B_{IND} che lo deve diminuire giù giù giù! Per la mano dx trovo il verso di I_{IND}! :)

→ il campo può variare in modulo, ma anche solo in direzione per il possibile movimento della spira, o anche perché la spira si deforma

AUTO INDUZIONE NEI CIRCUITI

Facendo scorrere della corrente I in un circuito chiuso, qualunque sia la sua geometria, esso crea un campo magnetico. Le sue linee di campo attraversano il circuito stesso, dunque si autoconcatena il campo al circuito che l'ha generato. È dunque possibile calcolare il flusso del campo magnetico autoconcatenato!!

$$\boxed{\phi^B_{\text{AUTOCONC.}} = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} = L \cdot I}$$

dove L è il coefficiente di autoinduzione, funzione della geometria del circuito e del mezzo circostante

Se I varia nel tempo è evidente che varia il $\phi^B_{\text{AUTOCONC.}}$ e dunque si viene a creare per la legge dell'induzione elettromagnetica una fem.

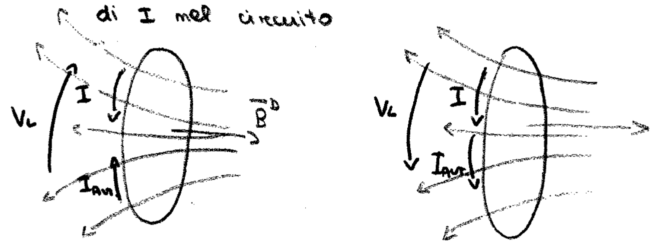
$$\boxed{V_L = -\frac{d}{dt}\phi_{\text{AUTOC.}} = -L\frac{dI}{dt}} = \text{fem}_{\text{AUTOINDOTTA}}!$$

La $\text{fem}_{\text{AUTOINDOTTA}}$ genera una $I_{\text{AUTOINDOTTA}}$

$$\boxed{I_{\text{AUTOINDOTTA}} = -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt}}$$

Continua a valere Lenz!

La fem autoindotta V_L agisce in modo tale da far contrastare da I_{auto} la variazione di I nel circuito



I cresce

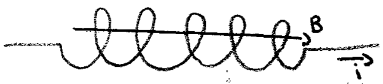
I decresce

usare il principio del su-su-su, giù-giù-giù!

(RICORDATI ANDRE)!

Per particolari geometrie il calcolo dell'autoinduttanza L risulta semplice:

- Solenoide

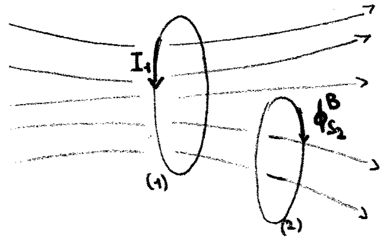


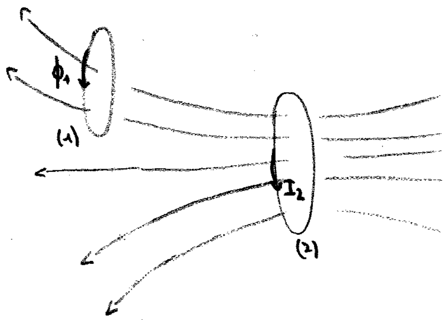
$B = \mu\frac{N}{\ell}I$ è il campo in un generico solenoide

$$\begin{cases} \phi_{\text{AUTOCONC.}} = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} = \int_S \mu\frac{N}{\ell}I\, dS = NSB = \frac{\mu N^2 S}{\ell} I \\ \phi_{\text{AUTOCONC.}} = L \cdot I \end{cases}$$

$$L\cancel{I} = \frac{\mu}{\ell}N^2 S \cdot \cancel{I} \qquad \boxed{L = \frac{\mu N^2 S}{\ell}}$$

CIRCUITI ACCOPPIATI E COEFFICIENTI DI MUTUA INDUZIONE





Prendendo due circuiti di geometria nota e analizzandoli separatamente trovo che:

- I_1 crea un campo B_1 che si concatena con il secondo circuito ed è dimostrabile che:

$$\boxed{\phi_2 = M_{12} I_1}$$

M è detto coefficiente di mutua induzione e si misura in Henry

- I_2 crea un campo B_2 che si concatena con il primo circuito ed è dimostrabile che:

$$\boxed{\phi_1 = M_{21} I_2}$$

In conclusione, avendo due circuiti in cui circola corrente, il flusso del campo magnetico generato da I_1 attraverso la superficie del secondo circuito è uguale al flusso del campo magnetico generato da I_2 attraverso la superficie del primo circuito!

Ne deriva ovviamente che se le correnti sono variabili nel tempo i 2 flussi che si concatenano con la spira opposta variano e da ciò ne deriva una $fem_{INDOTTA}$ per la Legge di Faraday-Henry!

- I_1 varia, dunque varia $\phi_2 = M I_1$.

$$fem^{(2)}_{IND} = -\frac{d}{dt}\phi^B_{S_2} = -\frac{d}{dt}(M I_1)$$

$$\boxed{fem^{(2)}_{IND} = -M\frac{dI_1}{dt}}$$

- I_2 varia, dunque varia $\phi_1 = M I_2$.

$$fem^{(1)}_{IND} = -\frac{d}{dt}\phi^B_{S_1} = -\frac{d}{dt}(M I_2)$$

$$\boxed{fem^{(1)}_{IND} = -M\frac{d}{dt}I_2}$$

$\Rightarrow$ Scambio di energia tra i 2 circuiti per effetto del campo elettromagnetico!

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA

In ogni processo l'ammontare di carica netta deve rimanere lo stesso!

Ciò si traduce nel dire che se considero q la quantità di carica contenuta in una superficie S se entra carica in S, q aumenta, se da q esce carica, q diminuisce.

Da ciò deriva che la Legge di Ampere $\left(\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu I\right)$ non ha più validità per campi variabili nel tempo. Ma perché?

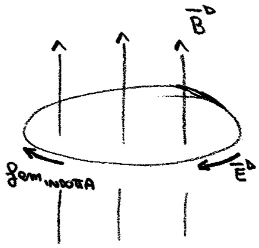
Traducendo in un bilancio il principio di conservazione attraverso S ho:

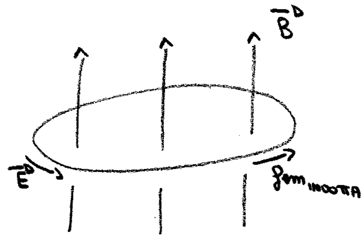
$$\boxed{\text{DIMINUZIONE DI Q} = (\text{FLUSSO USCENTE}) - (\text{FLUSSO ENTRANTE}) = \text{FLUSSO NETTO USCENTE}}$$

È dunque evidente l'analogia fra la III e la IV equazione di Maxwell:

- Faraday-Henry:

$$\oint_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\, d\vec{S}$$





NB ⟹ garanzia di opposizione per via della legge di Lenz!

$|\vec{B}|$ cresce

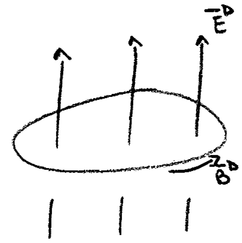
per Lenz deve opporsi pollice giù e giro

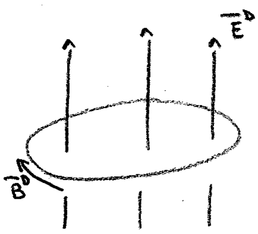
$|\vec{B}|$ decresce

per Lenz pollice su e giro

- Ampere-Maxwell:

$$\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0\left[I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\, d\vec{S}\right]$$





$|\vec{E}|$ cresce

crescere = salire (pollice in su) e giro

$|\vec{E}|$ decresce

decrescere = scendere (pollice in giù) e giro

EQUAZIONI DI MAXWELL IN FORMA INTEGRALE

1• GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q^{INT}}{\varepsilon_0}}$$

2• GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = \phi}$$

* S(L) vuol dire ogni superficie avente L come contorno

3• FARADAY-HENRY

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\oint_{S(L)} \vec{B}\, d\vec{S}}$$

4• AMPERE-MAXWELL

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0\left[I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\oint_{S(L)} \vec{E}\, d\vec{S}\right]}$$

Cioè, sia un campo elettrico, sia un campo magnetico soddisfano all'equazione delle onde ed in particolare

$$\boxed{\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}}$$

v è la velocità di fase $\Rightarrow$ $v^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} = c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Si scopre dunque che c è la velocità di fase delle onde e.m. nel vuoto

Da ciò deduco che le generiche soluzioni sono:

$$\boxed{E(x,t) = E(x-ct)} \qquad \boxed{B(x,t) = B(x-ct)}$$

Conclusioni:

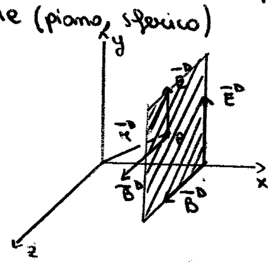
- il campo em. soddisfa all'equazione di Dalambere
- E e B sono $\perp$ $\forall t$ e $\forall x$ (anche in caso di rotazione dei piani di polarizzazione)
- il campo elettromagnetico si propaga con velocità $c \simeq 3 \cdot 10^8$ m/s

La direzione di propagazione del campo em. è data dalla mano dx, poiché $E \times B$

$\hookrightarrow$ porto E su B. Il pollice dà la propagazione dell'onda

FRONTE D'ONDA

Superficie su cui, ad un determinato tempo t, il campo $\vec{E}$ e $\vec{B}$ risultano costanti.
Ne esistono di varie geometrie (piano, sferico)



ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE $\rightarrow$ fronte d'onda piano

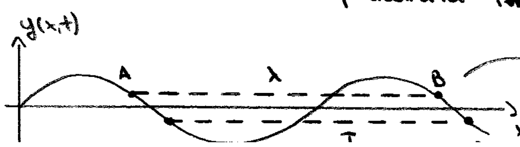
Un caso particolare per l'equazione delle onde è dato dalle funzioni armoniche:

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{E}(x,t) &= \vec{E}(x-ct) = \vec{E}_0 \sin[k(x-ct)] = \vec{E}_0 \sin(kx-\omega t)\\ \vec{B}(x,t) &= \vec{B}(x-ct) = \vec{B}_0 \sin[k(x-ct)] = \vec{B}_0 \sin(kx-\omega t)\end{aligned}}$$

$kc = \omega$ poiché in generale $k = \frac{\omega}{v}$, ossia k = vettore d'onda che ridà carattere radiante al seno!

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ da cui $kc = \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ con $\frac{v}{\lambda} = \nu$ $\Rightarrow$ $\vec{A}(x,t) = \vec{A}_0 \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$ $\rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

ne deduco che:
- λ è il parametro di periodicità spaziale $\left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$
- T è il parametro di periodicità temporale $\left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$



$\rightarrow E(x,t) = E(x+\lambda, t)$

$\rightarrow E(x,t) = E(x, t+T)$

VETTORE POYNTING → come tutti i campi anche quello elettromagnetico, propagandosi, trasporta energia

L'intensità di un campo è definita come l'energia per unità di tempo e superficie:

anche detta "Brillanza" o "Brillantezza"

$$\boxed{I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{[W]}{[m^2]}}$$

La suddetta formula può anche essere riscritta attraverso il vettore Poynting ($\vec{S}$) che descrive modulo, direzione e verso della propagazione dell'energia!

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}}$$

→ la sua direzione e verso indicano dir. e verso del flusso di propagazione di E.M.

→ il suo modulo indica l'energia per unità di tempo e superficie, attraverso un'area ⊥ alla propagazione (= fronte d'onda)

L'esempio del campo EM aiuta a capire:

$\underbrace{w_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}_{\text{densità di energia per unità volumica del campo elettrico}}$ $\quad \underbrace{w_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2}_{\text{densità di energia per unità volumica del campo magnetico}}$ $\quad \underbrace{w = w_E + w_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0} B^2}_{\text{densità di energia per unità volumica del campo EM}}$

Sapendo che $E = cB$ $\forall$ punto e $\forall t$,

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\frac{E^2}{c^2} \quad \text{con } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\cancel{\mu_0}} E^2 \cdot \varepsilon_0 \cancel{\mu_0} = \varepsilon_0 E^2$$ (dove noto che E ed B portano lo stesso contributo a w_{EM})

poichè $t = \frac{x}{v}$:

moltiplico per la velocità la densità volumica w_{EM} cosicchè ottengo $\frac{E}{St}$ poichè $v = \frac{x}{t}$ poichè W = energia per unità volumica

$$I = \frac{E}{tS} = w_{EM} \cdot c = \varepsilon_0 E^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \underbrace{E \cdot c \cdot B}_{E = cB} = \frac{\varepsilon_0 EB}{(\sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2} = \boxed{\frac{EB}{\mu_0} = |\vec{S}|}$$

→ $\sin\theta = 1$ poichè tra B ed E c'è $\frac{\pi}{2}$

MODULO POYNTING = MODULO CAMPO EM

$$I = \frac{E}{tS} \qquad \frac{W_{EM}}{S \cdot \ell} = \varepsilon_0 E^2 \qquad \frac{W_{EM}}{S\ell} \cdot v = \frac{W_{EM} \cdot \cancel{\ell}}{S\cancel{\ell} \cdot t} = \frac{W_{EM}}{St} = I$$

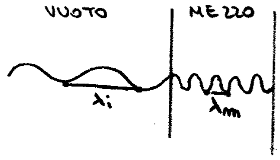
$$I = \frac{E}{tS} = w_{EM} \cdot c = \varepsilon_0 E^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \varepsilon_0 \cdot E \cdot cB \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{\cancel{\varepsilon_0} EB}{\cancel{\varepsilon_0}\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0}$$

$\Rightarrow$ l'effetto complessivo, poiché $\mu_r \approx 1$, ha velocità nel mezzo $v(\text{mezzo}) = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

Definiamo "indice di rifrazione" n, la quantità adimensionata $\boxed{n = \frac{c}{v(\text{mezzo})} \approx \sqrt{\varepsilon_r}}$, $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

che indica di quanto viene ridotta v rispetto al vuoto

2° • FENOMENO DELLA DISPERSIONE



Ogni onda ha la sua frequenza (ν) e la sua lunghezza d'onda (λ).

Nel vuoto: ν_i λ_i

Nel mezzo: ν_m λ_m con $n^2 = \varepsilon_r$

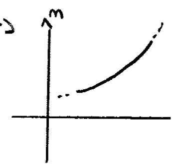
Poiché la frequenza dipende solo dalla sorgente, restando costante anche all'interno del mezzo, io so che $\nu_m = \nu_i$, ma

$$\nu_i = \frac{c}{\lambda_i} = \nu_m = \frac{v(\text{mezzo})}{\lambda_m}$$ per quanto visto poco fa $v(\text{mezzo}) = \frac{c}{n}$, da cui

$v(\text{mezzo}) = \frac{c}{n}$

$$\frac{\cancel{c}}{\lambda_i} = \frac{\cancel{c}}{n}\frac{1}{\lambda_m} \quad \text{da cui} \quad \boxed{\lambda_m = \frac{\lambda_i}{n}}$$

aumenta n, aumenta ω



e poiché l'indice di rifrazione dipende da ω ho che $v = \frac{c}{n(\omega)} = v(\omega)$ che è detto "fenomeno di dispersione" $\rightarrow$ a parità di materiale n è diverso! esso è molto influenzato dalle differenze di frequenza che con il materiale incidono

VELOCITÀ DI FASE E DI GRUPPO DELLE ONDE EM

Come conseguenza della dispersione (= dipendenza di v dalla frequenza), possiamo sperimentare tale fenomeno: "nel vuoto, dato un segnale em NON sinusoidale di forma $f(x)$ propagante lungo x, abbiamo che $f(x,t)$ è detto integrale di Fourier ed è dipendente da k e da ω"!

$$\boxed{f(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) \sin\left[kx - \omega(k)\cdot t\right] dk}$$

Nel vuoto la propagazione dell'onda è nota e vale $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.
Nel mezzo non posso fare la stessa considerazione per via della dispersione energetica, perciò si introduce il concetto di velocità di gruppo (= velocità di fase nel mezzo)

"nel mezzo tutte le componenti a diverse k e ω si propagano con velocità diverse. Il segnale cambia forma propagandosi"

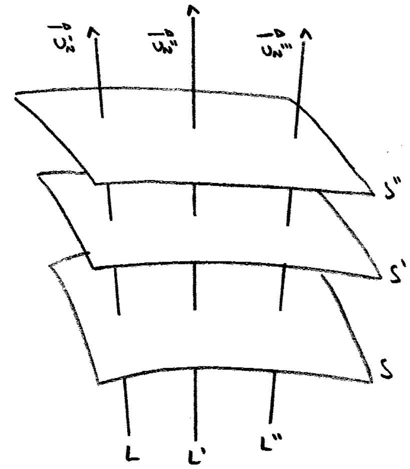
La velocità di gruppo è proprio la velocità di un segnale non sinusoidale propagante e indica la velocità con cui il baricentro, del segnale che si deforma, trasla!

Nel vuoto le componenti k e ω hanno tutte la stessa velocità, perciò il segnale risulta indeformato.

La velocità del singolo segnale sinusoidale viene detta velocità di fase, ma poiché le onde monocromatiche non esistono se non come elementi costitutivi un'onda + complessa, ecco che si descrive la velocità di gruppo.

OTTICA GEOMETRICA

Il suo compito è studiare l'andamento spazio-temporale delle superfici d'onda a partire dall'analisi delle direzioni dei raggi, $\perp$ ai fronti d'onda $\forall t$

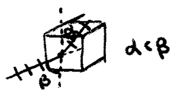


u_n è sempre $\perp$ ai fronti d'onda!

Proprietà dell'ottica geometrica:

- u_n è sempre $\perp$ ai fronti d'onda

RAGGI
- se le proprietà del mezzo sono omogenee (v = costante) i raggi sono rette! (velocità)
  Ho una deflessione del raggio ma non una piega!

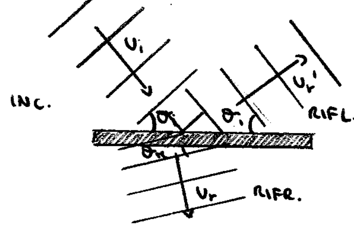


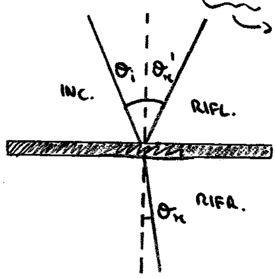
- se le proprietà del mezzo non sono omogenee i raggi non sono più rette

Noi analizziamo i casi omogenei e isotropi

FRONTI D'ONDA
- se le proprietà del mezzo sono isotrope i fronti d'onda restano identici e paralleli
- se le proprietà del mezzo sono anisotrope i fronti d'onda si deformano anche completamente

RIFLESSIONE E RIFRAZIONE DI ONDE PIANE INCIDENTI SUPERFICIE PIANA TRA DUE MEZZI OMOGENEI E ISOTROPI





PIANA → non esistono: esse sono una buona approssimazione delle sferiche lontane dalla sorgente

NB

θ_i = angolo tra normale a S e raggi inc.

θ_r' = " " " " " " riflessi

θ_r = " " " " " " rifratti

i fenomeni di riflessione e rifrazione esistono per le diverse velocità presenti in mezzi diversi. Ciò dipende dunque dai diversi indici n poiché $v = \frac{c}{n}$. I fenomeni saranno tanto più marcati quanto più sarà alto il rapporto tra gli indici $\frac{n_1}{n_2}$ dove $n_1 = \frac{c}{v_1}$ ed $n_2 = \frac{c}{v_2}$.

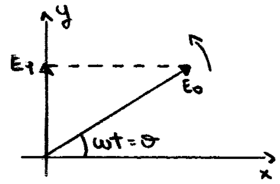
Si verifica sperimentalmente che:

1• incidenza, normale e riflessione stanno sullo stesso piano

2• angolo di incidenza e di riflessione sono eguali ($\theta_i = \theta_r'$)

3• angolo di incidenza e rifrazione sono legati dalla relazione $\boxed{n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r}$ = LEGGE DI SNELL

Dato che sto parlando di campi tempo-spazio variabili come alternativa al calcolo trigonometrico uso quello "fasoriale" o dei "vettori rotanti"!



L'ampiezza istantanea in un punto preso come origine di un'onda em del tipo:

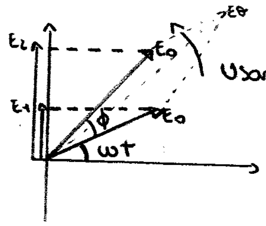
$$E_1(P,t) = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

Fissando la parte spaziale (kx), mi concentro solo sulla parte temporale:

$$\boxed{E_1(t) = E_0 \sin(\omega t)}$$

Posso studiare $E_1(t)$ prendendo un vettore con ampiezza massima E_0 e facendolo ruotare con velocità costante ω attorno all'origine.
Proietto ora il vettore E_0 sull'asse y (= sto moltiplicando $E_0 \cdot \sin$(angolo opposto)) e vedo che istante per istante ho il valore di $E_1(t)$ al variare di $\omega t = \theta$

Considerando due campi elettrici oscillanti avrò che la unica differenza tra i due, poichè sono coerenti e sincroni, sarà una differenza di fase dovuta al diverso spazio che percorrono per arrivare a P. Ci sarà uno sfasamento chiamato proprio ϕ.



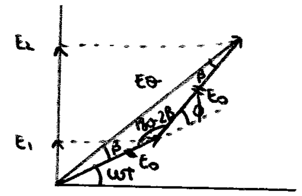
Usando il metodo dei vettori rotanti calcolo $E_R = E_1 + E_2$ come:

$$\boxed{E_R(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_0 \sin(\omega t) + E_0 \sin(\omega t + \phi)}$$

considero E_0 uguale per i due!

Lo sfasamento ϕ resta costante $\forall t$ e le proiezioni dei due sommati mi danno $E_R(t)$ $\forall t$

↓



Uso la regola della "POLIGONALE" attaccando punta-coda i vettori e mantenendoli costanti in modulo, direzione e verso.
La linea che unisce il tutto è la risultante E_θ.

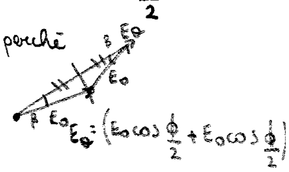
Proiettando E_θ sull'asse y trovo il campo $E_R(t)$ istante per istante

Trovando che $\phi = 2\beta$ ho che la differenza di fase β del campo E_θ risultante è uguale a $\frac{\phi}{2}$

$$\boxed{E_R = E_1 + E_2 = E_\theta \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)}$$

dove $E_\theta = 2E_0 \cos\frac{\phi}{2}$

perchè



⇓

$$E_R = \underbrace{2E_0 \cos\frac{\phi}{2}}_{\text{modulazione dell'ampiezza}} \cdot \underbrace{\sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)}_{\text{mi garantisce la proiezione di } E_\theta \text{ sull'asse } y \Rightarrow E_R}$$

Considerando lo stesso schema precedente trovo che:

$$I_H \propto \left(2E_0 \cos\frac{\phi}{2}\right)^2 = \left(2E_0 \cos\frac{k(r_1-r_2)}{2}\right)^2$$

se, come prima $D \gg a$ posso considerare $r_1 // r_2$; ← approssimazione

$$\boxed{\begin{gathered}\phi = k(r_1-r_2) \approx k(a\sin\theta) = \frac{2\pi}{\lambda}(a\sin\theta)\\ I_H \propto \left(2E_0\cos\frac{\phi}{2}\right)^2 = \left(2E_0\cos\left(\frac{k\,a\sin\theta}{2}\right)\right)^2 = \left(2E_0\cos\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)\right)^2\end{gathered}}$$

⇒ PARTICOLARIZZAZIONE di questo caso particolare dove $\phi(\theta)$

Come posso ottenere sorgenti d'onda sincrone e coerenti?
Faccio partire il tutto da una: faccio incidere la luce su una superficie dove c'è una fenditura (S_0); propagandosi su un un piano dove poi se ne becca 2 (S_1 e S_2); essendo prodotte dalla stessa sorgente saranno in fase, sincrone e coerenti

(DEFINIZIONE IN TERMINI DI DIFF. DI CAMMINO r_1-r_2)

Altro modo per ridefinire le interferenze costruttive o distruttive:

- $I_H = MAX$ COSTRUTTIVA

$$\phi = \frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} a\sin\theta = \cancel{2}m\cancel{\pi} \qquad \text{con } r_1-r_2 \approx a\sin\theta = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2$$

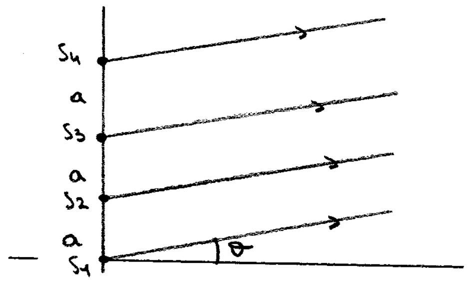
multiplo intero della lunghezza d'onda λ

- $I_H = \varnothing$ DISTRUTTIVA

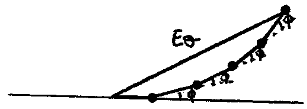
$$\phi = \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} a\sin\theta = (2m+1)\cancel{\pi} \qquad \text{con } r_1-r_2 \approx a\sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2$$

multiplo dispari della semilunghezza d'onda λ

INTERFERENZA PRODOTTA DA N SORGENTI COERENTI SINCRONE



Suppongo di avere 4 sorgenti distanti a, coerenti e sincrone. Dopodiché costruisco la spezzata (poligonale)

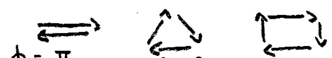


proietto poi E_θ su y e trovo $E_R(t)$

INT COSTRUTTIVA ($\phi = 0$)
La spezzata è un'unica linea retta!

$$\boxed{I_{R(MAX)} \propto N^2 E_1^2}$$

INT DISTRUTTIVA ($\phi \neq 2m\pi$)
La spezzata ruota e per un certo numero di sorgenti si chiude su se stessa



$\phi = \pi$ $\quad \phi = \frac{2}{3}\pi$ $\quad \phi = \frac{\pi}{2}$

$$\boxed{I_{R(MIN)} = \phi}$$