



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1790A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Iannizzi Giada

MATERIA: Meccanica applicata ai sistemi biomedici - Prof.
Ferraresi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

MECCANICA APPLICATA AI SISTEMI BIOMEDICI

(1)

Introduzione alla biomeccanica

Meccanica → branca della fisica

→ studio l'effetto delle forze applicate a corpi:
solidi FLUIDI e VISCOELASTICI

CONVENZIONI

→ POSIZIONE ANATOMICA di RIFERIMENTO:

- Posizione eretta
- Talloni uniti
- Braccia distese
- Palmi delle mani rivolti in avanti

→ PIANI ANATOMICI di RIFERIMENTO:

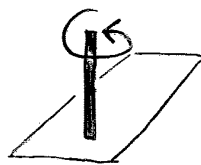
- PIANO SAGITTALE (mediale): dx - sx
- PIANO FRONTALE (coronale): avanti - dietro
- PIANO TRASVERSALE (orizzontale): sopra - sotto

→ ASSI ANATOMICI di RIFERIMENTO:

- ASSE LONGITUDINALE: ⊥ trasversale
- ASSE TRASVERSALE: ⊥ sagittale
- ASSE ANTERO-POSTERIORE: ⊥ frontale

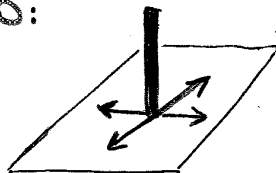
ARTICOLAZIONI: movimenti elementari

→ ROTAZIONE:



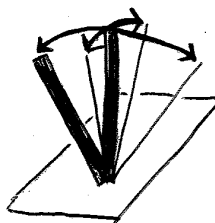
- P.to di contatto non varia
- Il segmento ruota attorno al proprio asse
- 1 gdl

→ SCIVOLAMENTO:



- P.to di contatto scorre sulle sup. contigue
- // alla posizione iniziale → TRASLA
- 2 gdl (2 movimenti indipendenti)

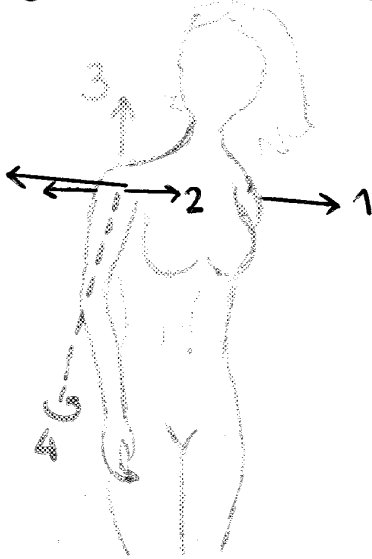
→ MOVIMENTO ANGOLARE:



- P.to di applicazione non varia
- Segmento ruota attorno ad un asse passante x il p.to di contatto
- 2 gdl

ASSI che INDIVIDUANO IL MOVIMENTO delle ARTICOLAZIONI

(3)



1 Asse trasverso: \times entrambe le spalle

2 Asse anteroposteriore: \perp p. frontale

3 Asse longitudinale: Verticale passante \times la spalla

4 Asse longitudinale dell'arto: allineato con il braccio, dipende dalle posizioni di quest'ultimo

SEMPLICI MODELLI BIODINAMICI

1. SALTO IN LUNGO

4 fasi

• RINCORSA: l'atleta deve immagazzinare la max quantità di energia. Correndo, acquisisce l'energia necessaria \times lo sfaccio (max) e poi il volo. \vec{V}_R deve avere modulo il + grande possibile.

• BATTUTA: fase di urto sulla linea di battuta. \vec{V}_R cambia e diventa \vec{V}_0 ed ha modulo, direzione e verso \neq di \vec{V}_R . In particolare $V_0 < V_R$

• VOLO: la traiettoria del baricentro G è univocamente determinata da \vec{V}_0 qualora si trascurino le forze aerodinamiche, approssimando a modello puntiforme.

MOTO BALISTICO \rightarrow TRAIETTORIA PARABOLICA

• ATERRAGGIO: se l'atleta avesse lo stesso assetto dello sfaccio il suo salto sarebbe lungo l_1 , ma RANNICCHIANDO, ovvero alzando le gambe, abbassando braccia e tronco, il baricentro G si abbassa (h_2) e l'atleta ottiene un extracorsa pari ad l_2 .

schema \rightarrow

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\beta}{2g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gh_2}{(V_0 \sin \beta)^2}} \right) \quad (1) \quad (5)$$

$h_2 \rightarrow$ DIPENDE DALL'ATLETA

$V_0 \rightarrow$ VALORE SCALARE DELLO STACCO

$\beta \rightarrow$ ANGOLO DI STACCO

Per avere un ottimo salto, ovvero L_{max} , si può agire su:

$\rightarrow V_0$: il + grande possibile

$\rightarrow h_2$: il + grande possibile

! β : che valore deve avere x avere L_{max} ?

trascurando l'effetto di h_2 , possiamo approssimare L ad l_1 .

$$L \approx l_1 = \frac{V_0^2 \sin 2\beta}{g}$$

$$\frac{V_0^2}{g} 2 \cos 2\beta = 0$$

$$\frac{dL}{d\beta} = 0, \quad \frac{dL}{d\beta} = \frac{2 V_0^2 \cos 2\beta}{g} = 0$$

$$\cos 2\beta = \frac{g}{2V_0^2}$$

$\beta = 45^\circ \Rightarrow$ Valore che viene smentito dalla realtà

d'angolo ottimale è

$$18^\circ \leq \beta_{ott} \leq 25^\circ$$



Perché questo? La convenienza sul piano balistico deve essere coniugata con il rendimento energetico della battuta e con il controllo dell'assetto all'atterraggio.

Durante la battuta si verifica una perdita di energia anelica, perché il valore assoluto della velocità di stacco V_0 è inferiore al valore della velocità di rincorsa V_R :

$$E_{co} = \frac{1}{2} m V_0^2 < \frac{1}{2} m V_R^2 = E_{cr}$$

DIPENDE da β



$$\ddot{y} - \frac{k}{m} \left(\frac{l}{\sqrt{x^2+y^2}} - 1 \right) y + g = 0 \quad (7)$$

Pertanto le equazioni che costituiscono il modello dinamico della battuta sono:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \frac{k}{m} \left(\frac{l}{\sqrt{x^2+y^2}} - 1 \right) x = 0 \\ \ddot{y} - \frac{k}{m} \left(\frac{l}{\sqrt{x^2+y^2}} - 1 \right) y + g = 0 \end{cases}$$

Per risolvere \rightarrow Matlab : sono necessarie 4 condizioni al contorno

x_0, y_0 : posizione di m all'istante iniziale

\dot{x}_0, \dot{y}_0 : velocità " " " " " "

l'integrazione dovrà essere interrotta quando:

$l = r$, ovvero deve continuare fino a quando

$$r = \sqrt{x^2+y^2} \leq l$$

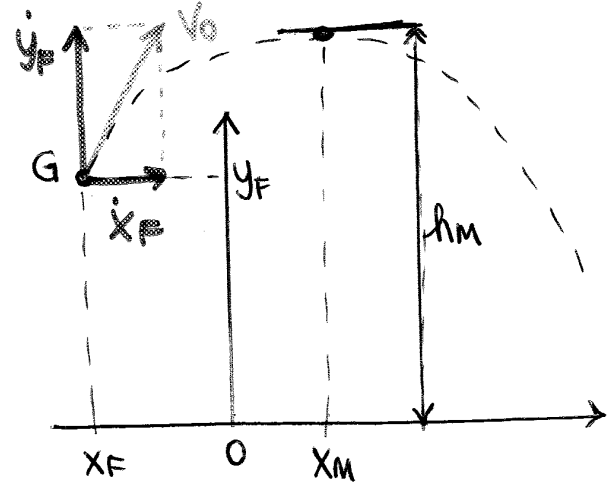
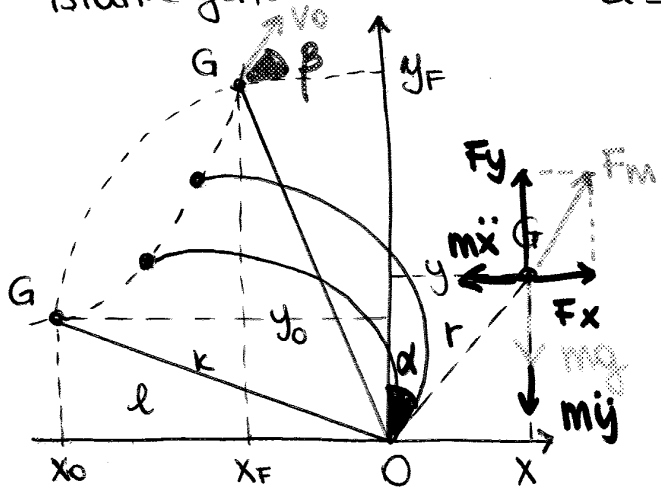
I valori che otterremo saranno:

x_F, y_F } per calcolare le lunghezze teoriche del salto
 \dot{x}_F, \dot{y}_F } con (1), sapendo che:

$$V_0^2 = \dot{x}_F^2 + \dot{y}_F^2 ; \quad \tan \beta = \frac{\dot{y}_F}{\dot{x}_F}$$

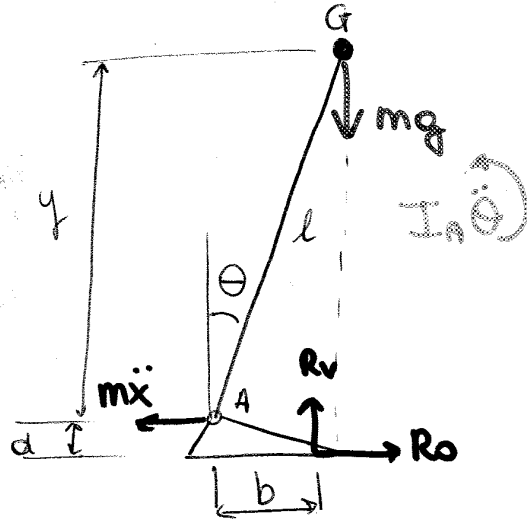
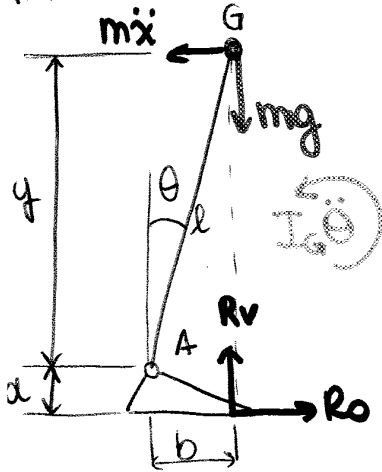
3. SALTO CON L'ASTA

r = distanza tra O di vincolo dell'asta e il baricentro G dell'atleta in un istante generico.
 l = distanza in condiz. indeformata



(9)

DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO :



Forze d'inerzia ridotte al baricentro

Forze d'inerzia ridotte alla caviglia

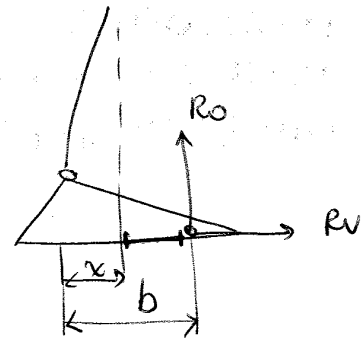
$$I_A = I_G + m l^2$$

$$\uparrow R_v = m g$$

$$\rightarrow R_o = m \ddot{x}$$

$$b) m g (b-x) + m \ddot{x} d + I_A \ddot{\theta} = 0$$

≈ 0
possiamo trascurare l'altezza del piede



$$b) I_A \ddot{\theta} + m g (b-x) = 0 \rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{l}$$

$$\frac{I_A}{l} \ddot{x} - m g (x-b) = 0$$

$$\ddot{x} = \frac{m g l}{I_A} (x-b)$$

cost

IL MOTO DI G NEL PIANO SAGITTALE DIPENDE DALLA DIFFERENZA TRA x e b (unici parametri che variano)

Attenzione:

$x = \text{COM} = \text{Center of Mass}$
 $b = \text{COP} = \text{Center of Pressure}$

Se $x=b \rightarrow$ Equilibrio instabile: raramente i due valori coincidono

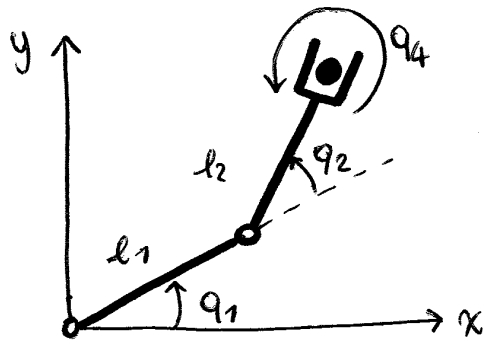
! Tendenzialmente i 2 si inseguono reciprocamente!

COM \rightarrow + lento

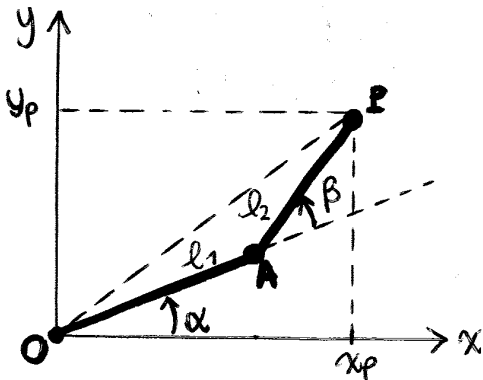
COP \rightarrow + veloce, perchè?



Se si considerano solo i primi due giunti (q_1 e q_2) → analogia cinematica con un arto superiore umano vincolato a muoversi in un piano orizzontale: (11)



ANALISI CINEMATICA



$l_1 = OA$

$l_2 = AP$

x_p, y_p : coordinate cartesiane

Indichiamo i vettori:

\vec{s} = coord dell'end effector nel sist cartesiano

\vec{q} = coordinate dei giunti

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}$$

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

Esistono 2 tipi di analisi → **diretta**: noto \vec{q} trovo \vec{s} **SOLUZIONE UNIVOCA**

→ **inversa**: noto \vec{s} trovo \vec{q} **SOLUZIONE NON UNIVOCA**

ANALISI DIRETTA

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \alpha + l_2 \cos(\alpha + \beta) \\ l_1 \sin \alpha + l_2 \sin(\alpha + \beta) \end{bmatrix}$$

La soluz è univoca: noti α e β posso trovare x_p e y_p

$$\dot{\vec{s}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \alpha - l_2 \sin(\alpha + \beta) \\ l_1 \cos \alpha + l_2 \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

MATRICE JACOBIANA del punto P

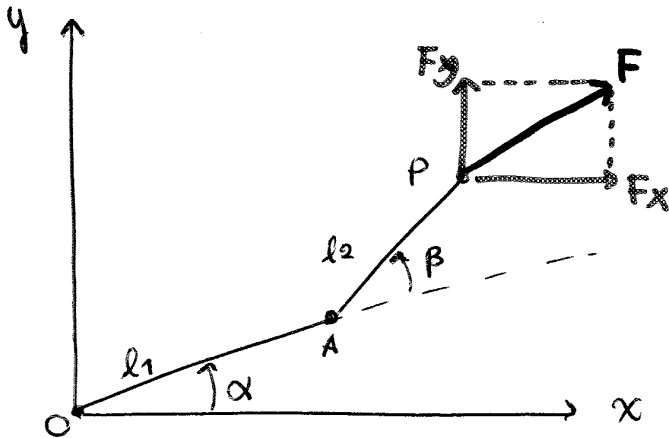
$$\dot{\vec{s}} = J \cdot \dot{\vec{q}}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_p}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_p}{\partial \beta} \\ \frac{\partial y_p}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_p}{\partial \beta} \end{bmatrix}$$

$$J_{ij} = \frac{\partial s_i}{\partial q_j}$$

ANALISI INVERSA (soluzione univoca)

Calcolo i momenti τ nei giunti x l'eq

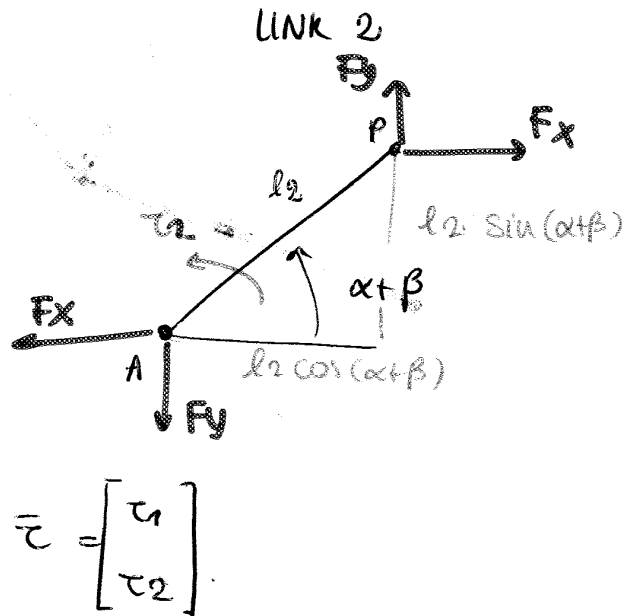
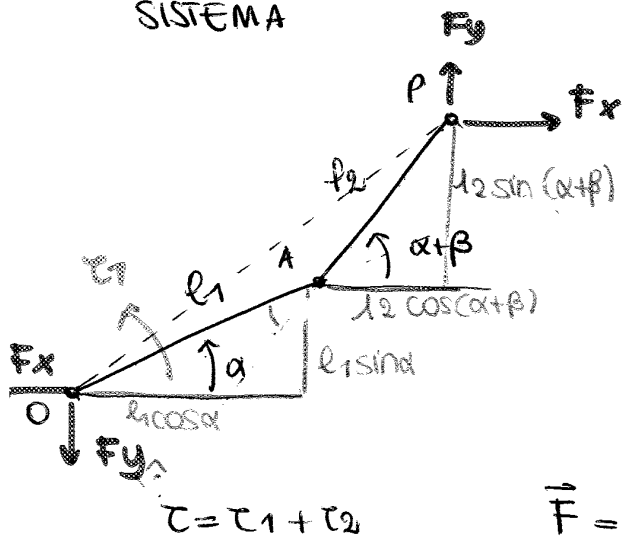


F è nota

Incognita: coppie nei giunti

Diagramma di corpo libero:

SISTEMA



$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$\tau_1 = F_x [l_1 \sin \alpha + l_2 \sin(\alpha + \beta)] - F_y [l_1 \cos \alpha + l_2 \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\tau_2 = F_x l_2 \sin(\alpha + \beta) - F_y l_2 \cos(\alpha + \beta)$$

Quindi:

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \sin \alpha + l_2 \sin(\alpha + \beta) & -l_1 \cos \alpha - l_2 \cos(\alpha + \beta) \\ l_2 \sin(\alpha + \beta) & -l_2 \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

$-J^T$

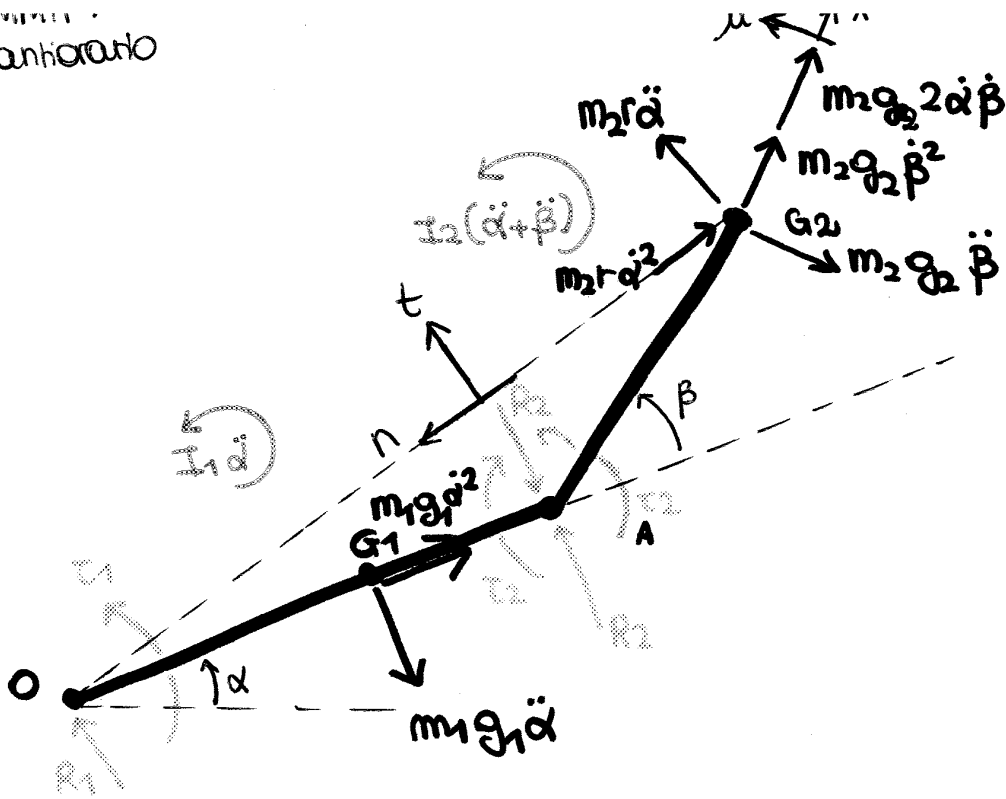
$$\vec{\tau} = -J^T \cdot \vec{F}$$

ANALISI DIRETTA

$$\vec{F} = -J^{-T} \cdot \vec{\tau}$$

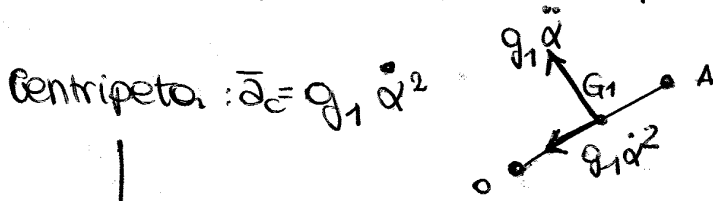


⊕ verso antiorario



L'accelerazione del **baricentro G1** (che si muove di moto rotatorio intorno ad un p.to fisso) ha componenti

- NORMALE/CENTRIFUGA
- TANGENZIALE



Tangenziale: $\vec{a}_T = g_1 \ddot{\alpha}$

Deviando considerare le forze d'inerzia avremo:

$$F_c = m_1 g_1 \ddot{\alpha}^2 \quad (\text{verso opposto ad } \vec{a}_c)$$

$$F_T = m_1 g_1 \ddot{\alpha} \quad (\text{" " ad } \vec{a}_T)$$

Per quanto riguarda il **secondo link** possiamo basarci sulle cinematiche del moto relativo, per cui l'accelerazione di G2 è:

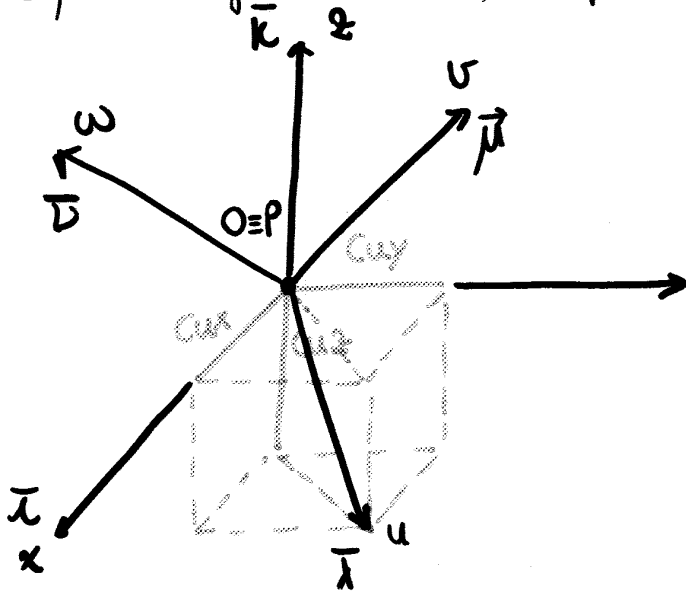
$$\vec{a}_{G2} = \underbrace{\vec{a}_{G2(r)}}_{\text{Relativa (1 e' fermo)}} + \underbrace{\vec{a}_{G2(t)}}_{\text{Trascinamento (1 e 2 solidali)}} + \underbrace{\vec{a}_{G2(c)}}_{\text{Coriolis}}$$

$$\vec{a}_{G2(r)} = \underbrace{g_2 \ddot{\beta}}_{\vec{a}_T(\mu)} + \underbrace{g_2 \dot{\beta}^2}_{\vec{a}_c(-\lambda)}$$

(1A)

$$\begin{aligned}
 C_{xu} &= C_{ux} = \cos \alpha = \underline{\lambda} \cdot \underline{\lambda} \\
 C_{xv} &= C_{vx} = \cos(90^\circ + \alpha) = \underline{\mu} \cdot \underline{\lambda} \\
 C_{yu} &= C_{uy} = \cos(90^\circ - \alpha) = \underline{\lambda} \cdot \underline{j} \\
 C_{yv} &= C_{vy} = \cos \alpha = \underline{\mu} \cdot \underline{j}
 \end{aligned}$$

**COSENI DIRETTORI
(CASO BIDIMENSIONALE)**



$$\begin{cases}
 \underline{\lambda} = C_{ux} \underline{i} + C_{uy} \underline{j} + C_{uz} \underline{k} \\
 \underline{\mu} = C_{vx} \underline{i} + C_{vy} \underline{j} + C_{vz} \underline{k} \\
 \underline{\nu} = C_{wx} \underline{i} + C_{wy} \underline{j} + C_{wz} \underline{k}
 \end{cases}$$

C. TRIDIMENSIONALE

$$\begin{cases}
 \underline{\lambda} = C_{ux} \underline{\lambda} + C_{vx} \underline{\mu} + C_{wx} \underline{\nu} \\
 \underline{j} = C_{uy} \underline{\lambda} + C_{vy} \underline{\mu} + C_{wy} \underline{\nu} \\
 \underline{k} = C_{uz} \underline{\lambda} + C_{vz} \underline{\mu} + C_{wz} \underline{\nu}
 \end{cases}$$

Raccolgo i coseni direttori:

$$\begin{bmatrix}
 C_{ux} & C_{vx} & C_{wx} \\
 C_{uy} & C_{vy} & C_{wy} \\
 C_{uz} & C_{vz} & C_{wz}
 \end{bmatrix}$$

PROIEZIONE di $\underline{\lambda}$ sulla terna di riferimento

$\underline{\mu}$ su terna

$\underline{\nu}$ su terna

$$= [\underline{\lambda} \quad \underline{\mu} \quad \underline{\nu}] = {}^0A_i$$

MATRICE DEI COSENI DIRETTORI (M. di ORIENTAMENTO): rappresenta l'orientamento della terna $\underline{\lambda} \underline{\mu} \underline{\nu}$ (i) rispetto alla terna $\underline{i} \underline{j} \underline{k}$ (0).

Posso anche avere:

$$\boxed{{}^iA_0} = \begin{bmatrix}
 C_{ux} & C_{uy} & C_{uz} \\
 C_{vx} & C_{vy} & C_{vz} \\
 C_{wx} & C_{wy} & C_{wz}
 \end{bmatrix} = [\underline{\lambda} \quad \underline{j} \quad \underline{k}]$$

$\underline{\lambda}$ rispetto alle terna locale

\underline{j}

\underline{k}

Per cui:

$$\boxed{{}^0A_i^T = {}^iA_0}$$

prodotto scalare con il versore di riferimento.

$$r_x = \vec{r} \cdot \vec{i} = \underbrace{r_u \lambda}_{C_{ux}} \cdot \vec{i} + \underbrace{r_v \mu}_{C_{vx}} \cdot \vec{i} + \underbrace{r_w \nu}_{C_{wx}} \cdot \vec{i} \rightarrow \text{VERSORE } \vec{i}$$

$$r_y = \vec{r} \cdot \vec{j} = \underbrace{r_u \lambda}_{C_{uy}} \cdot \vec{j} + \underbrace{r_v \mu}_{C_{vy}} \cdot \vec{j} + \underbrace{r_w \nu}_{C_{wy}} \cdot \vec{j} \rightarrow \text{VERSORE } \vec{j}$$

$$r_z = \vec{r} \cdot \vec{k} = \underbrace{r_u \lambda}_{C_{uz}} \cdot \vec{k} + \underbrace{r_v \mu}_{C_{vz}} \cdot \vec{k} + \underbrace{r_w \nu}_{C_{wz}} \cdot \vec{k} \rightarrow \text{VERSORE } \vec{k}$$

Per cui, in forma matriciale:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix}}_{\text{Sist. globale}} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{ux} & C_{vx} & C_{wx} \\ C_{uy} & C_{vy} & C_{wy} \\ C_{uz} & C_{vz} & C_{wz} \end{bmatrix}}_{{}^0A_i} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} r_u \\ r_v \\ r_w \end{bmatrix}}_{\text{Sist. locale}} \rightarrow \boxed{\vec{r} = {}^0A_i \cdot \vec{i}}$$

Relazione inversa:

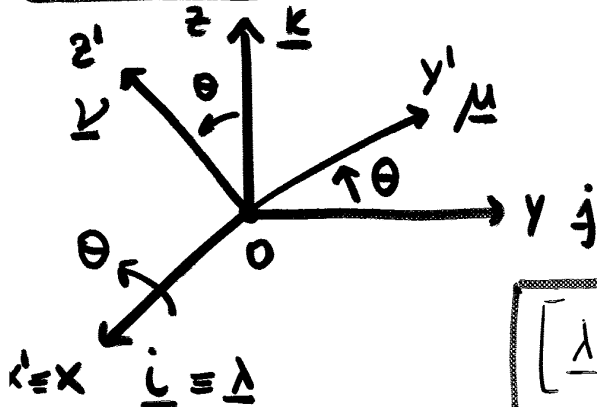
$$\vec{i} = \underbrace{A_i^{-1}} \cdot \vec{r} = \underbrace{A_i^T} \cdot \vec{r}$$

Dal momento che

è una matrice di coseni direttori di una terna ortogonale:

$${}^0A_i^{-1} = {}^0A_i^T$$

ROTAZIONI ELEMENTARI



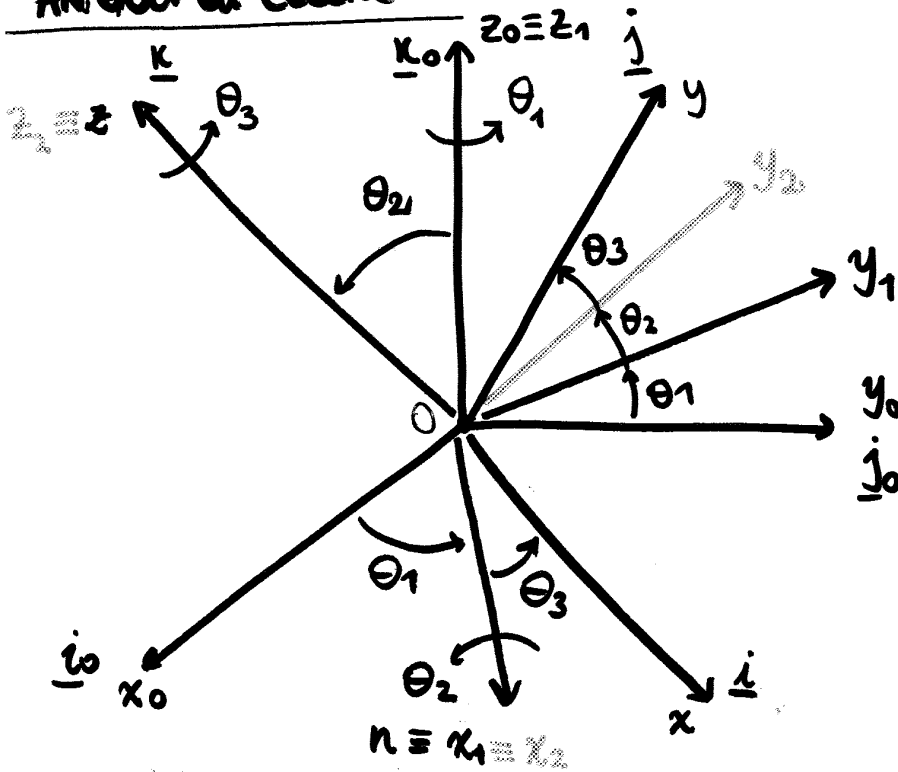
$${}^0A_0 = [\vec{i} \ \vec{j} \ \vec{k}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = U$$

terna iniziale
rispetto a se stessa

$$\boxed{[\vec{\lambda} \ \vec{\mu} \ \vec{\nu}]} = {}^0A_i = \boxed{\text{Rot}(x, \theta) \cdot U} \rightarrow$$

terna finale
rispetto all'iniziale (0) Rotazione di θ intorno ad x

ANGOLI di EULER



Terna iniziale:

$$x_0, y_0, z_0$$

Terna finale:

$$x, y, z$$

Raggiungimento di una terna locale da una globale applicando 3 rotazioni in successione

(21)

PRECESSIONE

$$\text{Rot}(z, \theta_1)$$



$$x_0 \rightarrow x_1 \equiv x$$

$$y_0 \rightarrow y_1$$

$$z_0 \equiv z_1$$

NUTAZIONE

$$\text{Rot}(x, \theta_2)$$

$$\begin{cases} x_2 \equiv x_1 \\ y_1 \rightarrow y_2 \\ z_0 \equiv z_1 \rightarrow z_2 \end{cases}$$

ROTAZIONE PROPRIA

$$\text{Rot}(z, \theta_3)$$

$$\begin{cases} x_2 \equiv x_1 \rightarrow x \\ y_2 \rightarrow y \\ z_2 \equiv z \end{cases}$$

Quindi la rotazione totale:

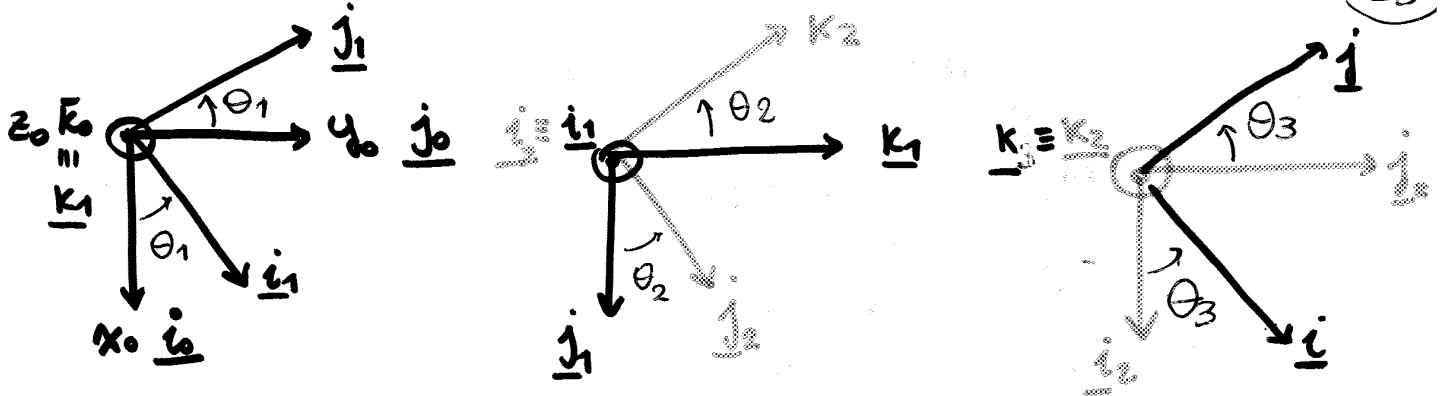
$$R = \text{Rot}(z, \theta_1) \cdot \text{Rot}(x, \theta_2) \cdot \text{Rot}(z, \theta_3)$$

$$\text{Rot}(z, \theta_1) = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rot}(z, \theta_3) = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rot}(x, \theta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & s_2 & c_2 \end{bmatrix}$$

possiamo esprimere acc e veloc nei sistemi locali :



Terza in rotazione (contemporanea) :

$$\underline{\Omega} = \dot{\theta}_1 \underline{k}_0 + \dot{\theta}_2 \underline{i}_1 + \dot{\theta}_3 \underline{k}$$

Voglio esprimerla secondo il SR locale, di versori $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$:

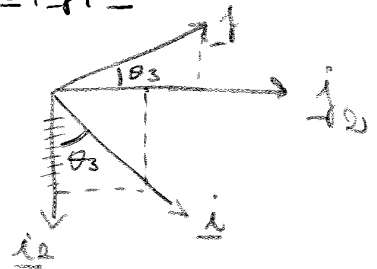
$$\underline{\Omega} = \omega_x \underline{i} + \omega_y \underline{j} + \omega_z \underline{k}$$

$$\underline{i}_1 = \underline{i}_2 = c_3 \underline{i} - s_3 \underline{j}$$

$$\underline{j}_2 = c_3 \underline{j} + s_3 \underline{i}$$

$$\underline{k}_0 = \underline{k}_1 = c_2 \underline{k}_2 + s_2 \underline{j}_2 =$$

$$= c_2 \underline{k}_2 + s_2 (c_3 \underline{j} + s_3 \underline{i}) \quad \underline{k}_2 = \underline{k}$$



Sostituiamo in $\underline{\Omega}$:

$$\underline{\Omega} = \dot{\theta}_1 (c_2 \underline{k}_2 + s_2 c_3 \underline{j} + s_2 s_3 \underline{i}) + \dot{\theta}_2 (c_3 \underline{i} - s_3 \underline{j}) + \dot{\theta}_3 \underline{k} =$$

$$= \dot{\theta}_1 (s_2 s_3 \underline{i} + s_2 c_3 \underline{j} + c_2 \underline{k}) + \dot{\theta}_2 (c_3 \underline{i} - s_3 \underline{j}) + \dot{\theta}_3 \underline{k} =$$

$$= (s_2 s_3 \dot{\theta}_1 + c_3 \dot{\theta}_2) \underline{i} + (\dot{\theta}_1 s_2 c_3 - \dot{\theta}_2 s_3) \underline{j} + (c_2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_3) \underline{k} =$$

$$= \omega_x \underline{i} + \omega_y \underline{j} + \omega_z \underline{k}$$

In forma matriciale :

$$\underline{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 s_3 & c_3 & 0 \\ s_2 c_3 & -s_3 & 0 \\ c_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Velocità angolare del corpo espressa rispetto al sist di riferimento locale.

$$\underline{\ddot{\Omega}} = \begin{bmatrix} \ddot{\omega}_x \\ \ddot{\omega}_y \\ \ddot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 s_3 & c_3 & 0 \\ s_2 c_3 & -s_3 & 0 \\ c_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s_3 & s_2 c_3 & c_2 s_3 \\ -c_3 & -s_2 s_3 & c_2 c_3 \\ 0 & 0 & -s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

Accelerazione angolare

verriamco così una nuova matrice → **MATRICE DI POSIZIONAMENTO:** (25)

$${}^0\hat{A}_i = \hat{A}_i = \left[\begin{array}{ccc|c} C_{ux} & C_{vx} & C_{wx} & p_x \\ C_{uy} & C_{vy} & C_{wy} & p_y \\ C_{uz} & C_{vz} & C_{wz} & p_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\hat{A}_i = \left[\begin{array}{c|c} A_i & \bar{p} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]$$

DIREZIONI DEGLI ASSI
u, v, w rispetto al riferimento
di base (0)

COORDINATE DELL'ORIGINE
DEL SIST. UVW \bar{p}

FATTORE DI SCALA

**! LA MATRICE \hat{A}_i è
SEMPRE INVERTIBILE.**

Inversa: corpo ϕ rispetto ad i:

$$\hat{A}_i^{-1} = {}^i\hat{A}_0 = \left[\begin{array}{ccc|c} A_i^T & & & -A_i^T \cdot \bar{p} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

perchè?

$$\hat{A}_i^{-1} \cdot \hat{A}_i = U = \left[\begin{array}{c|c} 1 & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \underline{x} \\ \underline{y} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} A_i \quad \bar{p} \\ \hline 0 \quad 1 \end{array} \right]$$

matrice
3x3 unitaria

\underline{x} = matrice 3x3

\underline{y} = vettore

Svolgendo:

$$1 = \underline{x} \cdot A_i + \underline{y} \cdot 0 \Rightarrow \underline{x} = A_i^{-1} = A_i^T$$

$$0 = \underline{x} \cdot \bar{p} + \underline{y} \cdot 1 \rightarrow 0 = A_i^T \cdot \bar{p} + \underline{y} \Rightarrow \underline{y} = -A_i^T \cdot \bar{p}$$

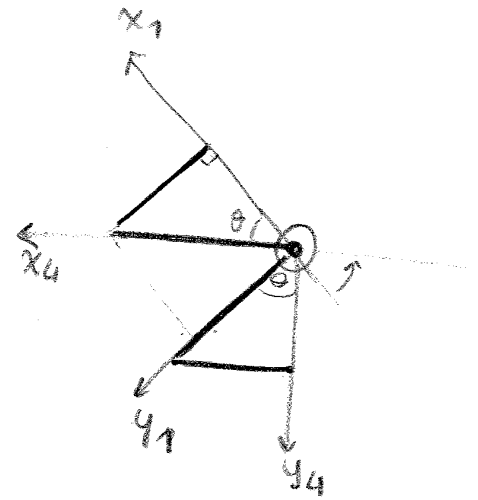


$${}^1\hat{A}_4 = {}^1\hat{A}_2 \cdot {}^2\hat{A}_3 \cdot {}^3\hat{A}_4 \Rightarrow$$

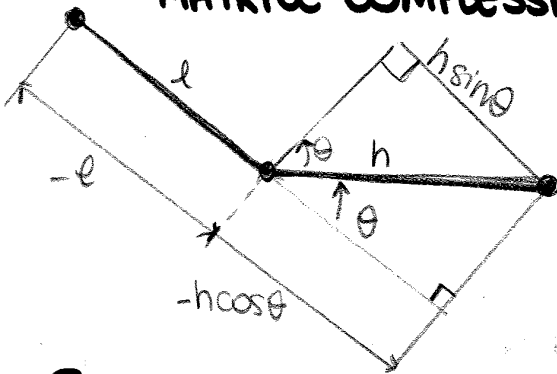
$$\underbrace{{}^1\hat{A}_2 \cdot {}^2\hat{A}_3}_{\hat{A}} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & -l \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\underbrace{\hat{A} \cdot {}^3\hat{A}_4}_{\boxed{{}^1\hat{A}_4}} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & -l-h\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & -h\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



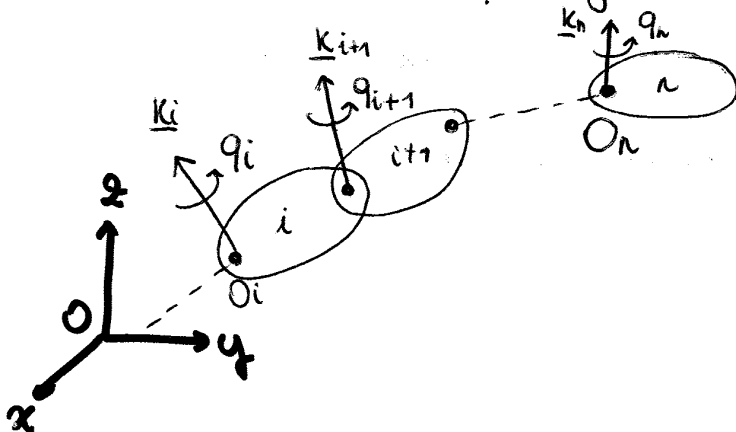
MATRICE COMPLESSIVA



$$\boxed{{}^0\hat{A}_4} = \begin{bmatrix} R_{11}\cos\theta + R_{12}\sin\theta & -R_{11}\sin\theta + R_{12}\cos\theta & R_{13} & R_{11}(-l-h\cos\theta) + R_{12}(-h\sin\theta) \\ R_{21}\cos\theta + R_{22}\sin\theta & -R_{21}\sin\theta + R_{22}\cos\theta & R_{23} & R_{21}(-l-h\cos\theta) - R_{22}h\sin\theta \\ R_{31}\cos\theta + R_{32}\sin\theta & -R_{31}\sin\theta + R_{32}\cos\theta & R_{33} & R_{31}(-l-h\cos\theta) - R_{32}h\sin\theta \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CINEMATICA DELLE STRUTTURE ARTICOLARI SERIALI

Una struttura OSTEOARTICOLARE può essere assimilata ad una CATENA CINEMATICA SERIALE a corpi rigidi



$$\vec{p}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \text{ Posizione assoluta di } O_i$$

\vec{q}_i qde relativo di (i) rispetto a (i-1)

ANALISI delle VVVVIA

TRAJETTORIA = successione istante x istante della posizione, velocità, acc.

$$\underline{\mathcal{V}}_i = \begin{bmatrix} V_x(\omega) \\ V_y(\omega) \\ V_z(\omega) \\ \omega_x(i) \\ \omega_y(i) \\ \omega_z(i) \end{bmatrix} = \underline{V}_i \quad \text{Velocità di un punto del corpo}$$

$$\underline{\mathcal{V}}_i = \begin{bmatrix} \omega_x(i) \\ \omega_y(i) \\ \omega_z(i) \end{bmatrix} = \underline{\omega}_i \quad \text{Velocità angolare}$$

Velocità generalizzata

$$\begin{cases} \underline{V}_i = f_v(\dot{q}, q) \\ \underline{\omega}_i = f_w(\dot{q}, q) \end{cases}$$
 La velocità del punto e la velocità angolare sono fcn della velocità e della posizione del giunto



Analisi diretta

$$\underline{\mathcal{V}}_i = \underline{J}_i \cdot \dot{q} = \begin{bmatrix} \underline{V}_i \\ \underline{\omega}_i \end{bmatrix}$$
 Sono note \dot{q} e q e quindi posso ricavare la velocità generalizzata

info del valore delle coordinate del giunto.
 Ogni punto di un elemento della catena cinematica ha la sua matrice jacobiana.
 Dimensione: $6 \times N$
 6: g.d.l. (righe) N: # giunti (colonne)

Il vettore $\underline{\mathcal{V}}_i$ può essere ancora diviso in due parti:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_i \\ \underline{\omega}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}'_i \\ \underline{J}''_i \end{bmatrix} \cdot \dot{q}$$

(6×1) $(6 \times n)$ $(n \times 1)$

\underline{J}'_i : sottomatrice della velocità puntuale di O_i ($3 \times n$)
 \underline{J}''_i : sottomatrice della velocità angolare del membro i ($3 \times n$)

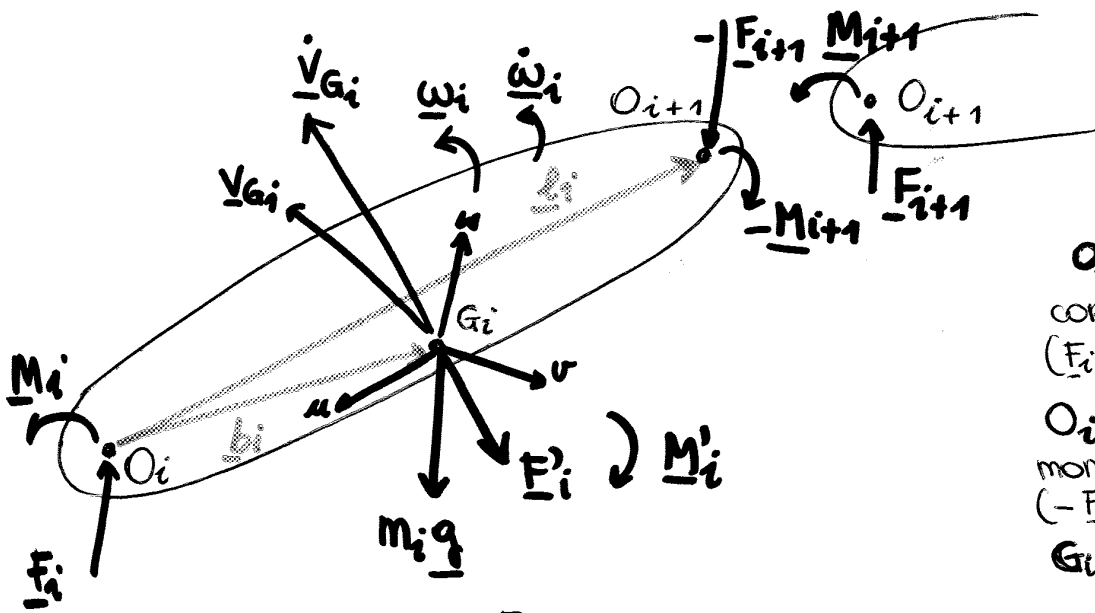
Analisi inversa

$$\dot{q} = J_i^{-1} \cdot \underline{\mathcal{V}}_i$$
 Solo se J_i è invertibile
 Se $n > 6$ non lo è



DINAMICA DELLE STRUTTURE ARTICOLARI SEKRU

(31)



O_i = interagisce con corpo precedente (F_i ed M_i)
 O_{i+1} = riceve forze e momenti dal successivo ($-F_{i+1}$, $-M_{i+1}$)
 G_i = baricentro

Forze e Momenti

di contatto :
 dovute al contatto con capi esterni

di massa :
 peso, forze d'inerzia

Supponiamo di conoscere F_i ed M_i = forza interarticolare, forza sull'elemento i (tra i e $i-1$) e le forze d'inerzia (F_i') e forza peso ($m_i g$). Per definire il momento M_i' devo conoscere ω e $\dot{\omega}$.

EQUAZIONI

$$\begin{cases} \bar{F}_i - \bar{F}_{i+1} + m_i \bar{g} + \bar{F}_i' = 0 & \text{SEGNI ?} \\ \bar{M}_i - \bar{M}_{i+1} + \bar{M}_i' + \bar{F}_i \wedge \bar{b}_i + \bar{F}_{i+1} \wedge (\bar{l}_i - \bar{b}_i) = 0 \end{cases}$$

Devo esprimere i vettori nel sist di riferimento locale e devo scomporli. Devo, quindi, conoscere il valore scalare dei 6 vettori:

inerzia : $\bar{F}_i' = -m_i \bar{a}_{G_i}$

Utilizzando il TEOREMA della QUANTITA' di MOTO :

$$\bar{F}_i' = - \frac{dQ_{(i)}}{dt} = -m \frac{dv_{G_i}}{dt}$$

TEOREMA del MOMENTO della QUANTITA' di MOTO :

$$\bar{M}_i' = - \frac{dk_{G_i}}{dt}, \quad k = \text{mom della quantita' di moto}$$

$$K_{G_i} = I_{G_i} \cdot \omega_i$$

↑
velocità angolare

Nel piano sarebbe il mom d'inerzia, ma qui l'asse può avere una qualunque posizione, per cui I_{G_i} diventa una MATRICE = TENSORE D'INERZIA (dipendente dalla posizione dell'asse).

Se il corpo è solido e la terra mobile $G; uvw \rightarrow r$ è costante (33)
 La terna $Oxyz$ è fissa $\Rightarrow I_G = {}^0I_G \rightarrow$ variabile
 $I_G = \underline{\underline{{}^iI_G}}$ è costante

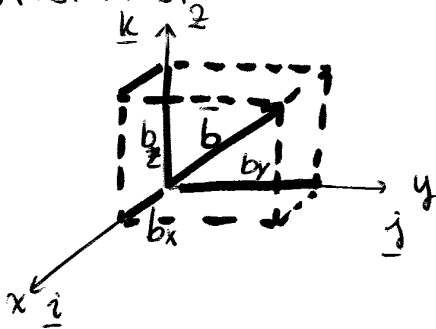
$${}^iI_G = \begin{bmatrix} I_{uu} & -I_{uv} & -I_{uw} \\ -I_{uv} & I_{vv} & -I_{vw} \\ -I_{uw} & -I_{vw} & I_{ww} \end{bmatrix} \text{ momenti d'inerzia costanti}$$

$${}^iI_G = \begin{bmatrix} I_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & I_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ww} \end{bmatrix} \quad u, v, w \text{ Assi centrali d'inerzia}$$

Dovendo derivare \underline{k}_{Gi} è CONVENIENTE ESPRIMERE I_{Gi} RISPETTO ALLA TERNA LOCALE uvw (perché costante).

DERIVATA DI UN VETTORE RISPETTO A:

1. ASSI FISSI

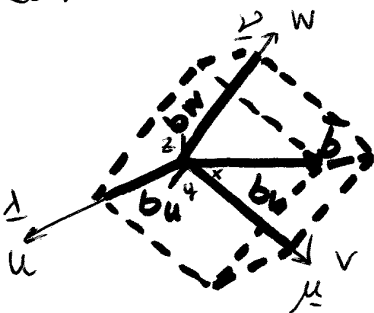


$$\underline{b} = b_x \underline{i} + b_y \underline{j} + b_z \underline{k}$$

$$\frac{d\underline{b}}{dt} = \dot{b}_x \underline{i} + \dot{b}_y \underline{j} + \dot{b}_z \underline{k}$$

VARIAZIONI SOLO della PARTE SCALARE

2. ASSI MOBILI



λ, μ, ν ruotano con velocità angolare $\underline{\omega}_i$

$${}^i\underline{b} = b_u \underline{\lambda} + b_v \underline{\mu} + b_w \underline{\nu}$$

$${}^i\underline{\omega}_i = \omega_u \underline{\lambda} + \omega_v \underline{\mu} + \omega_w \underline{\nu}$$

$$\frac{d\underline{b}}{dt} = \dot{b}_u \underline{\lambda} + \dot{b}_v \underline{\mu} + \dot{b}_w \underline{\nu} + b_u \frac{d\underline{\lambda}}{dt} + b_v \frac{d\underline{\mu}}{dt} + b_w \frac{d\underline{\nu}}{dt}$$

Utilizzo foissan :

$$\frac{d\underline{b}}{dt} = \underline{\dot{b}_u \underline{\lambda} + \dot{b}_v \underline{\mu} + \dot{b}_w \underline{\nu}} + b_u (\underline{\omega}_i \wedge \underline{\lambda}) + b_v (\underline{\omega}_i \wedge \underline{\mu}) + b_w (\underline{\omega}_i \wedge \underline{\nu})$$

VARIAZIONE di \underline{b} RISPETTO AGLI ASSI MOBILI' COME SE FOSSE FISSI

VARIAZ. DOWTA AL MOVIMENTO DELLA TERNA MOBILE, COME SE \underline{b} VI FOSSE SOLIDALE (TRASL. NAMENTO) ${}^i\underline{\omega}_i \wedge \underline{b}$

MECCANICA DELLE STRUTTURE MUSCOLO-SCHIELETRICHE

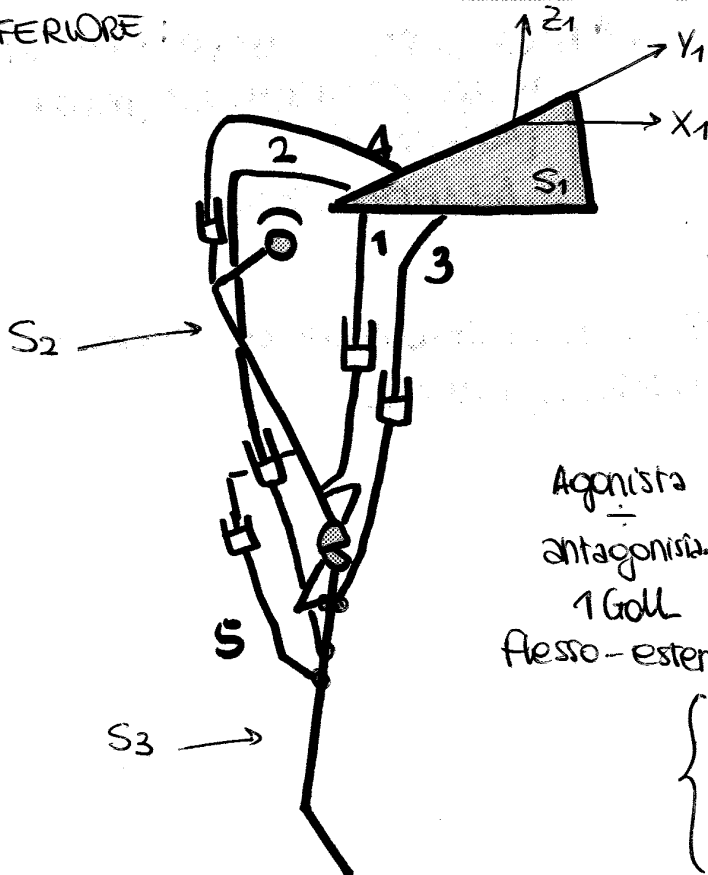
Abbiamo detto che la forza generalizzata è composta da:

- forza interarticolare
- forza muscolare (quella che genera il momento)

Per distinguere è necessario un modello muscolo-scheletrico x individuiare i singoli muscoli attivati durante un movimento e la determinazione esatta dei punti di attacco dei tendini.

Struttura MUSCOLO-SCHIELETRICA è parallela.

ARTO INFERIORE:



S1: bacinio

S2: coscia

S3: gamba-piede

▨ = m. osseo-artic.

▩ = muscoli = attuatori lineari

Agonista / antagonista
 1 Quadricipite femorale
 2 Bicipite femorale
 1 Goll (posterior, gamba e si attacca al bacino)
 flesso-estens.

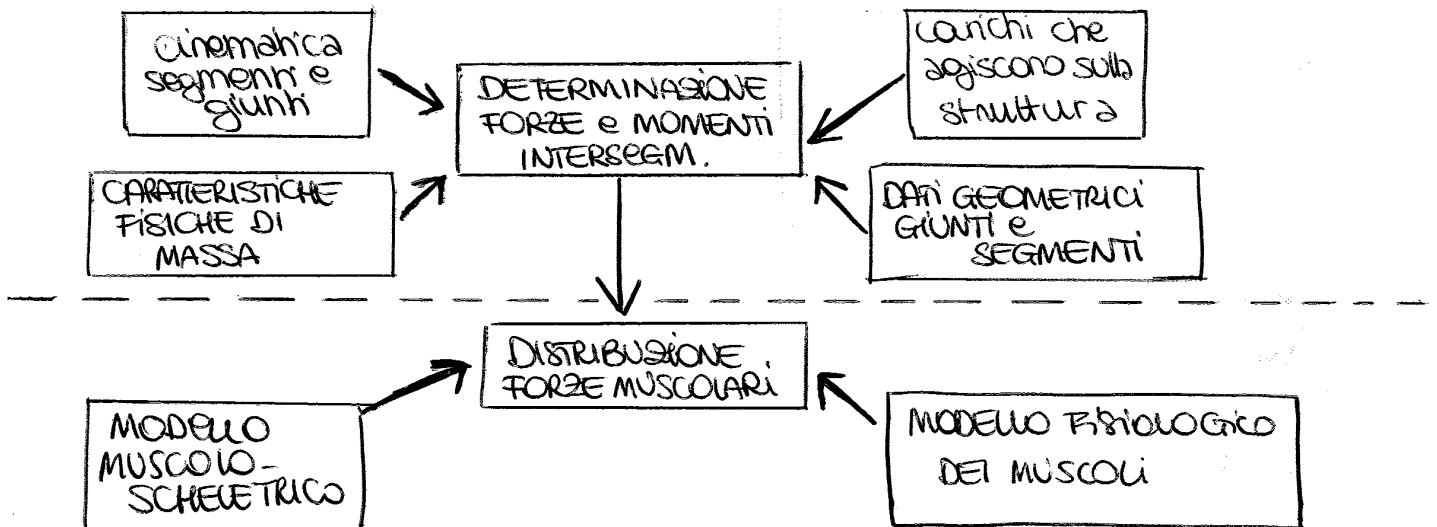
3 Adduttore (avvicinamento piano sagittale)
 4 Abduttore (bacino-granito = cantere)

5 Popliteo

Parallelo perché?

Su S3 ho 4 muscoli

SCOMPOSIZIONE DELLE FORZE INTERSEGMENTARI



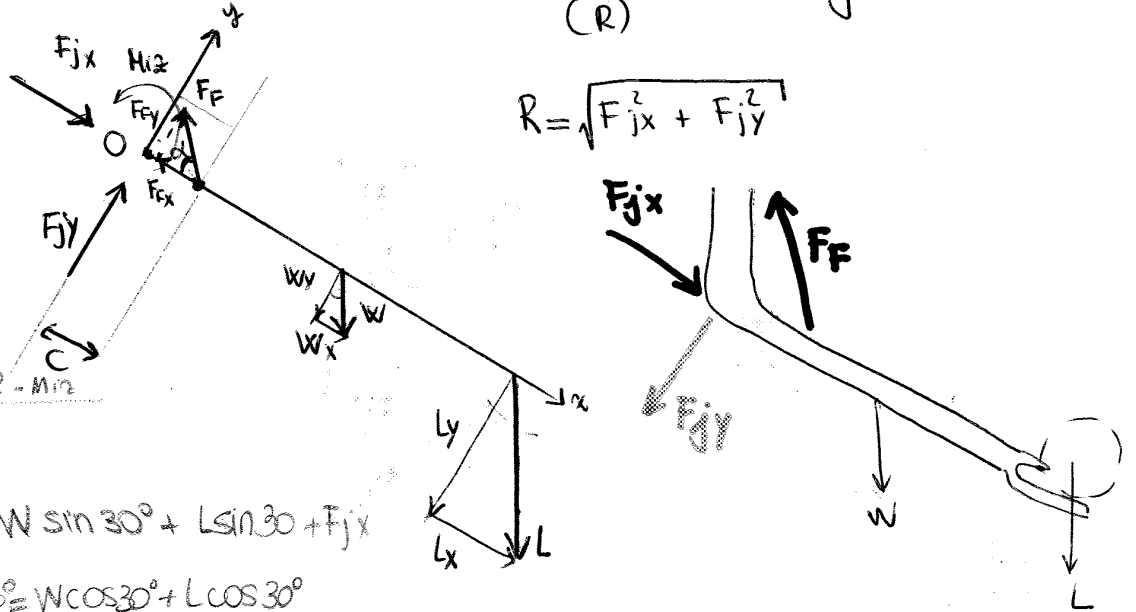
37

2. Modello muscolo-scheletrico: calcolare forze muscolari e Flessori → unico muscolo interarticolare del gomito (R)

$C = 3\text{ cm}$
 $\alpha = 45^\circ$

$$R = \sqrt{F_{jx}^2 + F_{jy}^2}$$

$M_{i2} + F_F \sin 45^\circ \cdot C$
 $- W \sin 30^\circ \cdot b$
 $- L \cos 30^\circ \cdot e$
 $F_F = \frac{W \sin 30^\circ \cdot b + L \cos 30^\circ \cdot e - M_{i2}}{C \cos 45^\circ}$



$F_F \cos 45^\circ = W \sin 30^\circ + L \sin 30^\circ + F_{jx}$
 $F_{jy} + F_F \sin 45^\circ = W \cos 30^\circ + L \cos 30^\circ$

0) $M_{i2} + F_F \sin 45^\circ \cdot C = 0 \Rightarrow F_F = \frac{M_{i2}}{C \sin 45^\circ} = 334\text{ N}$ segno!

$F_{jx} = F_F \cos 45^\circ - W \sin 30^\circ - L \sin 30^\circ = 220,8\text{ N}$

$F_{jy} = F_F \sin 45^\circ - W \cos 30^\circ - L \cos 30^\circ = -208\text{ N}$ segno!

$R = \sqrt{(220,8)^2 + (208)^2} = 303\text{ N}$

3. Modello muscolo-scheletrico con 3 flessori in simetria

- BICIPITE = BIC
- BRACHIALE = BRA
- BRACHIORADIALE = BRD

x calcolare le forze muscolari devo definire le caratteristiche geometriche del modello. Devo definire anche un criterio di ripartizione delle azioni muscolari (modello fisiologico).

1 Bracci di leva rispetto al gomito:

- BIC = 4,6 cm
- BRA = 3,4 cm
- BRD = 7,5 cm

0) $M_{i2} = 4,6 \cdot F_{BIC} + 3,4 \cdot F_{BRA} + 7,5 \cdot F_{BRD}$

3 INCOGNITE

Come fare?

Possiamo scrivere delle relazioni tra le forze muscolari, assumendo che la forza sviluppata sia L alla sezione del muscolo (modello fisiologico).

Sezione è calcolata come rapporto tra le volume e la lunghezza a riposo:

$$A = \frac{V}{l} = \frac{M}{\rho \cdot l}$$

$\rho \approx 1050\text{ kg/m}^3$

$$\frac{F_{BRA}}{F_{BIC}} = \frac{7}{4,6}$$

$$\frac{F_{BRD}}{F_{BIC}} = \frac{1,5}{4,6}$$

$F_{BIC} = 59,9\text{ N}$
 $F_{BRA} = 81,2\text{ N}$
 $F_{BRD} = 19,5\text{ N}$

⚠ la struttura è RIDONDANTE : + muscoli cooperano x lo stesso movimento.

(39)

CALCOLO LAVORI VIRTUALI

Veloc. angolari dei giunti

$$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_6]^T$$

Veloc. generalizzata in E
in cui è applicato il carico
(del corpo nello spazio)

$$\underline{V}_E = \begin{bmatrix} \underline{v}_E \\ \underline{\omega} \end{bmatrix} = [v_x, v_y, \dots, \omega_y, \omega_z]^T$$

velocità di un p.to preciso
veloc. angolare di un qualunque p.to (è imp. la stessa)

Forza generalizzata in E

$$\underline{f}_E = \begin{bmatrix} \underline{F}_E \\ \underline{M}_E \end{bmatrix} = [f_x, f_y, \dots, M_y, M_z]^T$$

Matrice Jacobiana
di S3 in E

J_E : lega \dot{q} e \underline{V}_E

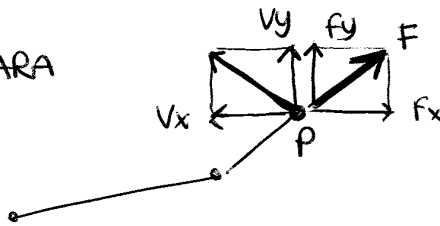
Quello che a noi interessa è \underline{V}_E :

$$\underline{V}_E = J_E \cdot \dot{q}$$

p.to qualsiasi in corpo qualsiasi:
devo, xò, conoscere la velocità di
tutti i giunti precedenti

Potenza del carico esterno

Memo : SCARA



P = somma delle potenze nelle
varie direzioni (scalare)

$$f_x \cdot v_x = -P_x \text{ , forza frenante}$$

$$f_y \cdot v_y = P_y \text{ , forza motrice}$$

Tornando nel nostro caso, \underline{f} e \underline{V} sono vettori a 6 componenti e devo quindi moltiplicare ogni componente !

$$P_e = \underline{V}_E^T \cdot \underline{f}_E \quad [x \text{ avere termine scalare devo moltiplicare} \\ \text{riga per colonna : } (1 \times 6) \cdot (6 \times 1) = \underline{1 \times 1}]$$

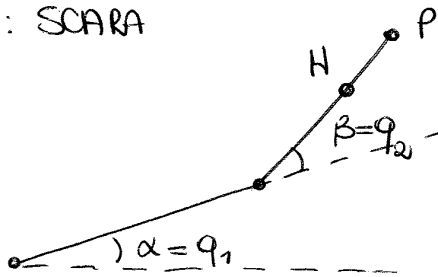
$$\underline{V}_E^T = \dot{q}^T \cdot J_E^T$$

$$P_e = \dot{q}^T \cdot J_E^T \cdot \underline{f}_E$$

potenza del carico esterno →

Memo : SCARA

(41)



$$\underline{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

Analisi DIRETTA:

noto $\dot{\underline{q}} \rightarrow \underline{V}_H = \underline{J}_H \cdot \dot{\underline{q}}$ sempre calcolabile

Analisi INVERSA:

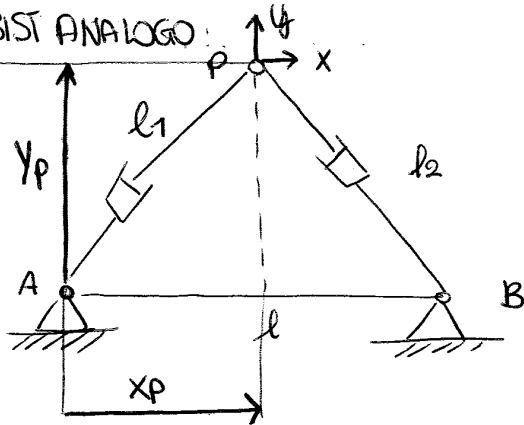
noto $\underline{V}_H \rightarrow \dot{\underline{q}} = \underline{J}_H^{-1} \cdot \underline{V}_H$ solo se \underline{J}_H è invertibile

Tornando al nostro caso :

$$\begin{matrix} \dot{\underline{s}} & = & \underline{J}_p(\underline{e}) \cdot \underline{V}_e \\ \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ m \times 1 & & m \times 6 \quad 6 \times 1 \\ & & | \text{GdL} \\ & & \text{Attuatori} \end{matrix}$$

Può non essere quadrata

ES : SIST ANALOGO:



l_1, l_2 variabili x le condi's dell'attuatore.

Voglio conoscere x, y del p.to P, ma prima devono essere note l_1 ed l_2 :

$$\underline{s}_p = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}$$

Posso calcolare univocamente l_1 e l_2 ?

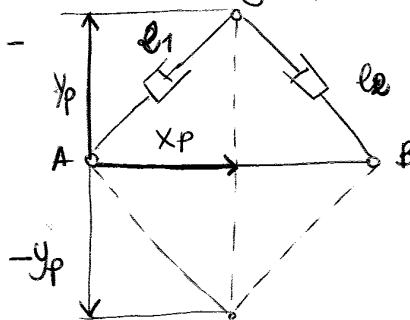
Sì:

Derivabile mi servono nella matrice

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \\ l_2 = \sqrt{(A - x_p)^2 + y_p^2} \end{cases}$$

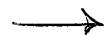
$$\underline{\dot{q}} = \underline{J}_p \cdot \dot{\underline{s}} \quad \text{univoca}$$

⚠️ d'opposto non posso farlo. O meglio, ho 2 soluz : x_p sarà uguale mentre y_p sarà + o -



Tornando: $\dot{\underline{s}}?$

$$\underline{p}_m = \underbrace{t_1 \dot{\delta}_1}_{\dot{\delta}_1} + \dots + \underbrace{t_m \dot{\delta}_m}_{\dot{\delta}_m}$$

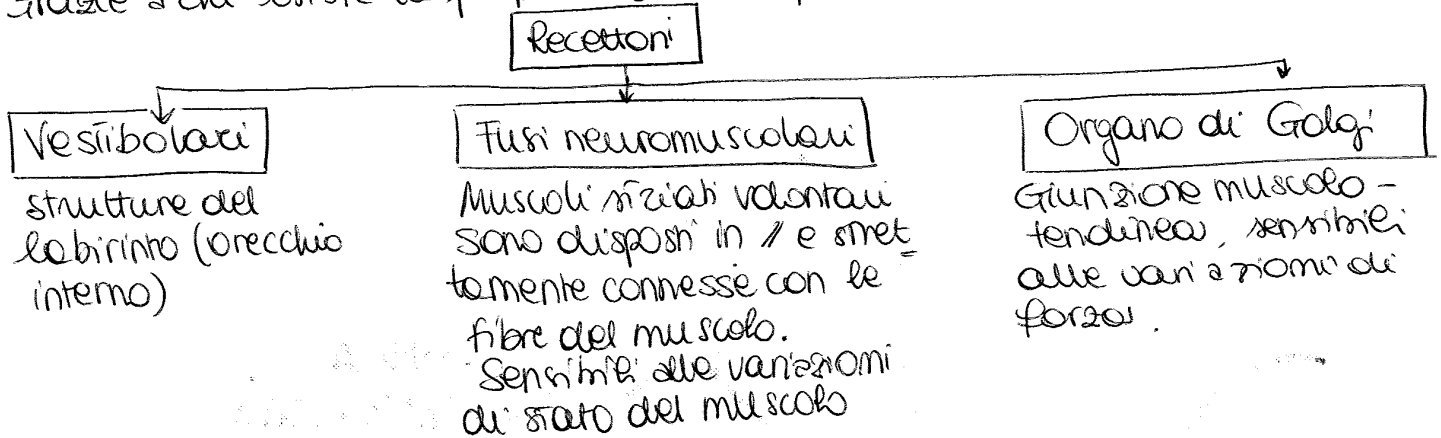


ANALISI DELLA DEAMBULAZIONE

PROPRIOCESSIONE → capacità di percepire e riconoscere la posizione del proprio corpo nello spazio e lo stato di contrazione dei propri muscoli anche senza il supporto della vista.

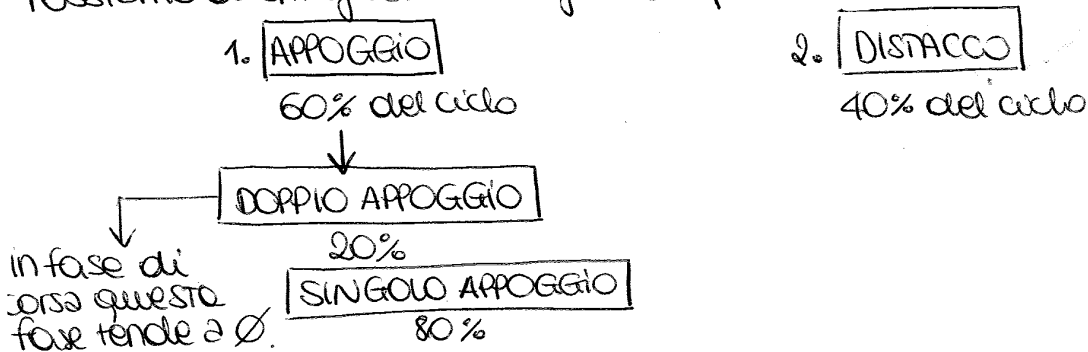
Alterazione: **ATASSIA** = progressiva perdita della coordinazione muscolare che quindi rende difficoltoso eseguire i movimenti volontari.

Grazie a chi esiste la propriocezione? Specifici **RECETTORI**.



FASI DELLA DEAMBULAZIONE

Possiamo distinguere in 2 grandi fasi: (riferimento 1 solo arto e il piede)

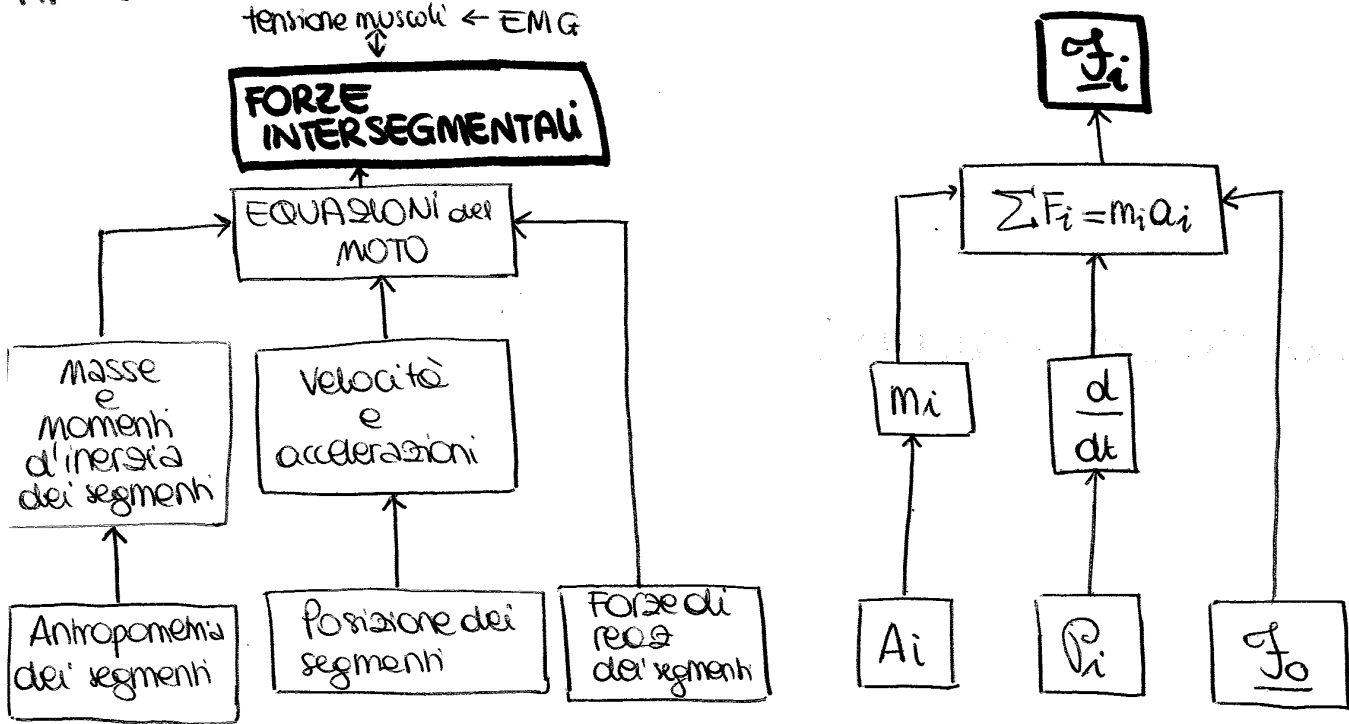


FASI:

% del CICLO	DENOMINAZIONE DEAMBULAZIONE NORMALE	TERMINI GENERICI
0%	IMPATTO DEL TALLONE : inizio del ciclo. G è basso	CONTATTO INIZIALE
0-8%	PIEDE PIATTO : la pianta è a terra. Caricamento del P	CARICAMENTO
8-30%	APPOGGIO PIENO (intermedio): arto controlaterale (in pendolamento) supera il piede in appoggio. Galto	APPOGGIO PIENO
30-40%	DISTACCO del TALLONE : polpaccio inizia fase di spinta comandando flessione plantare della caviglia	SCARICAMENTO (PUSH OFF)
40-60%	DISTACCO delle DITA : fine fase di appoggio	PRE-PENDOLAMENTO
60-75%	ACCELERAZIONE : flessori dell'anca x acc gamba avanti	PENDOLAMENTO INIZIALE
75-85%	PENDOLAMENTO CENTRALE : piede supera corpo	PENDOLAMENTO CENTRALE
85-100%	DECELERAZIONE : muscoli rallentano la gamba e stabilizzano il piede in preparazione del successivo appoggio	PENDOLAMENTO FINALE

ANALISI DINAMICA INVERSA

(45)



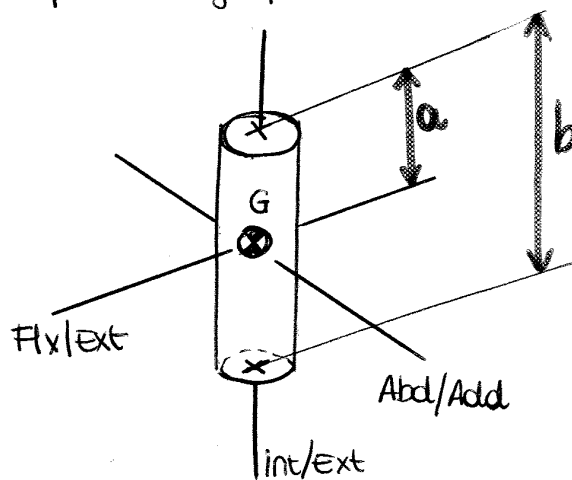
MISURE ANTROPOMETRICHE

- M = massa tot del soggetto
- LA = distanza spine ribelle
- Lc = lungh cosce
- Cc = circonf. cosce
- LG = lungh gambe
- CG = circonf. gambe
- Dk = Ø ginocchia
- WM = largh malleoli
- Hm = h malleoli
- Lp = lungh piedi
- Bp = largh piedi al metatarsi

Approssimazione segmenti
 coscia/gamba → cilindro
 piede → piramide

RAPPORTO IMP DA CALCOLARE:

$$\frac{a}{b}$$



MASSA SEGMENTI:

coscia $[m_c] = (k_{1c})M + (k_{2c})L_c C_c^2 + (k_{3c})$

gamba $[m_g] = k_{1g}M + k_{2g}L_g C_g^2 + k_{3g}$

piede $[m_p] = k_{1p}M + k_{2p}H_m W_m L_p + k_{3p}$

→ coeff de letteratura

36 !!

BARICENTRI

coscia $K_{Gc} = a_c/b_c$

gamba $K_{Gg} = a_g/b_g$

piede $K_{Gp} = a_p/b_p \rightarrow$

◦ Posizione caviglia:

$$P_A = \underbrace{P_M}_{\text{posiz malleolo}} + a_1 \underbrace{L_P}_{\Delta} + a_2 \underbrace{H_M}_{\mu} + a_3 \underbrace{W_M}_{\nu}$$

posiz malleolo

parametri cost

parto del malleolo e mi sposto di 3 quantità che dipendono dall'entropomedia

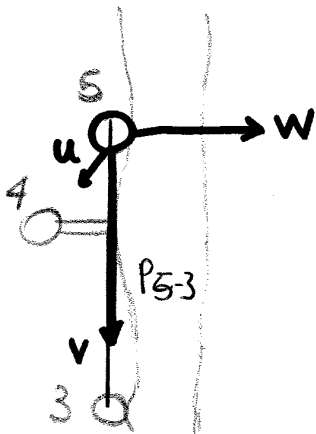
◦ Posizione alluce

$$P_T = P_M + a_4 L_P \Delta + a_5 H_M \mu + a_6 W_M \nu$$

◦ Posizione tallone

P heel marker 2,

GAMBA



Origine: epicondilo femorale (marker 5)

◦ Asse v: // a P₅-3

◦ Asse u: verso l'esterno (⊥ piano dei 3 marker)

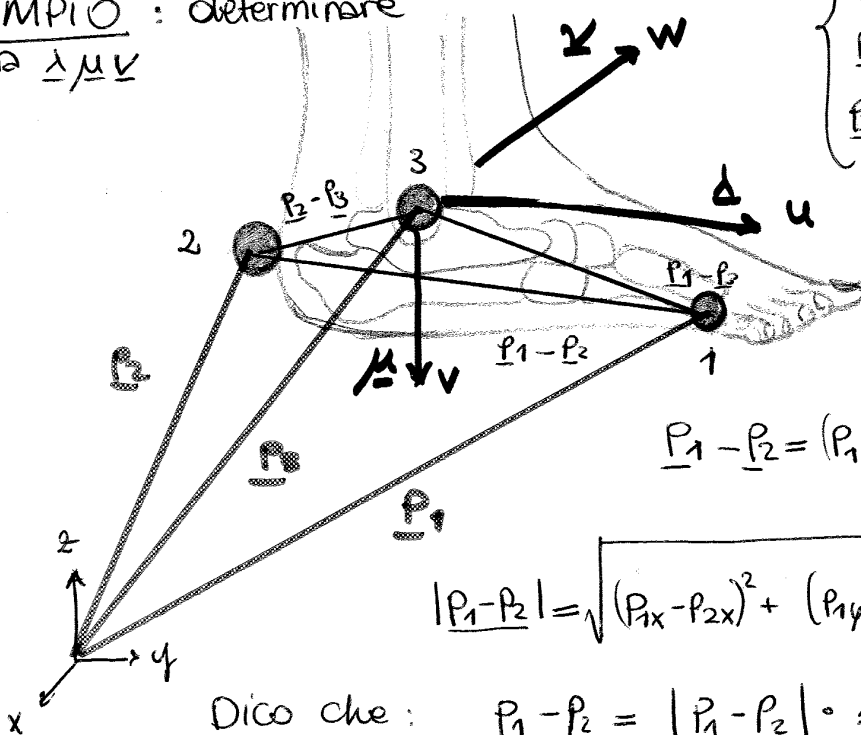
◦ Asse w: ⊥ ai precedenti

◦ Posizione ginocchio:

$$P_K = \underbrace{P_E}_{\text{posiz. epicondilo}} + g_1 D_K \Delta + g_2 D_K \mu + g_3 D_K \nu$$

Idem x BACINO

ESEMPIO: determinare terna Δ μ ν



$$\begin{cases} \underline{P}_1 = P_{1x} \underline{i} + P_{1y} \underline{j} + P_{1z} \underline{k} \\ \underline{P}_2 = P_{2x} \underline{i} + P_{2y} \underline{j} + P_{2z} \underline{k} \\ \underline{P}_3 = P_{3x} \underline{i} + P_{3y} \underline{j} + P_{3z} \underline{k} \end{cases}$$

Calcolo:

$$\underline{P}_1 - \underline{P}_2 = (P_{1x} - P_{2x}) \underline{i} + (P_{1y} - P_{2y}) \underline{j} + (P_{1z} - P_{2z}) \underline{k}$$

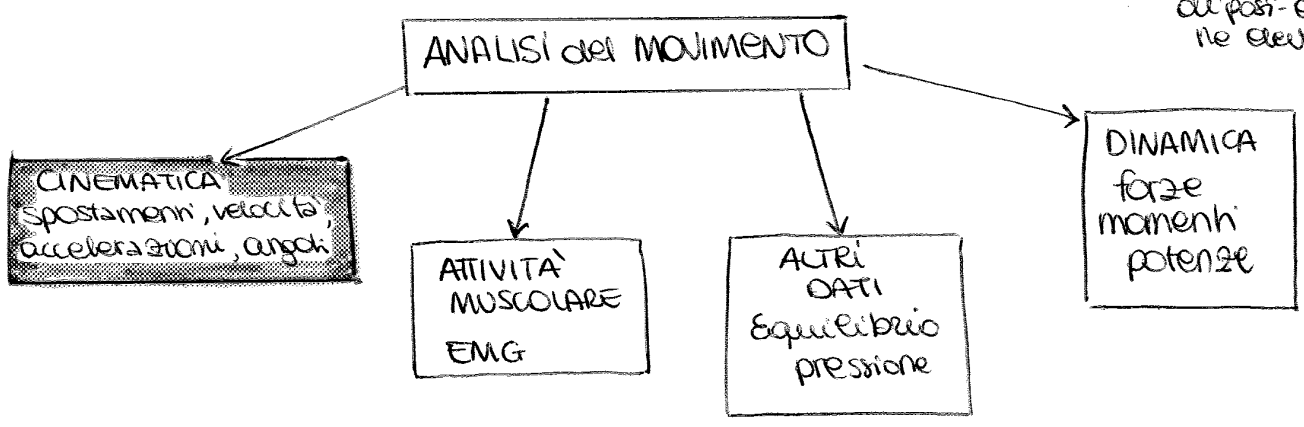
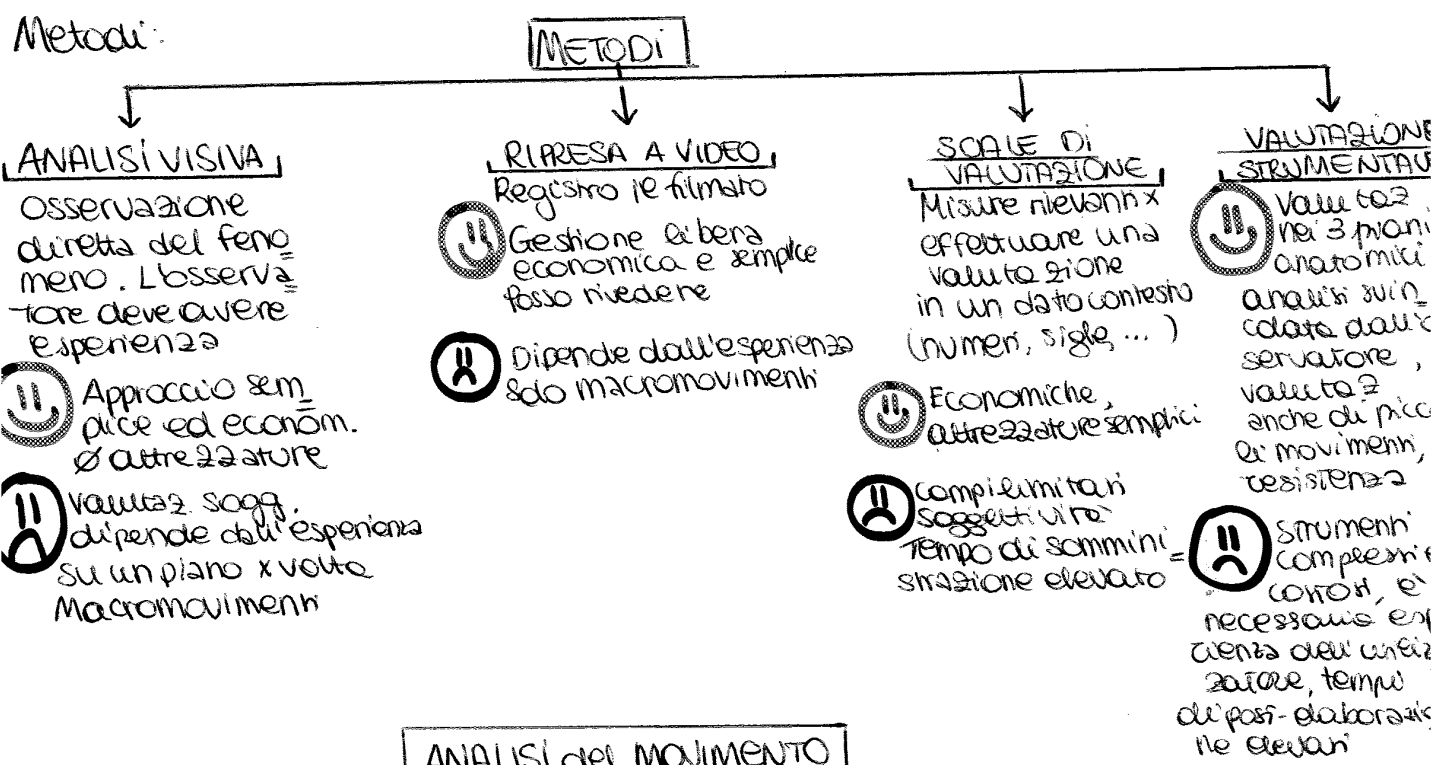
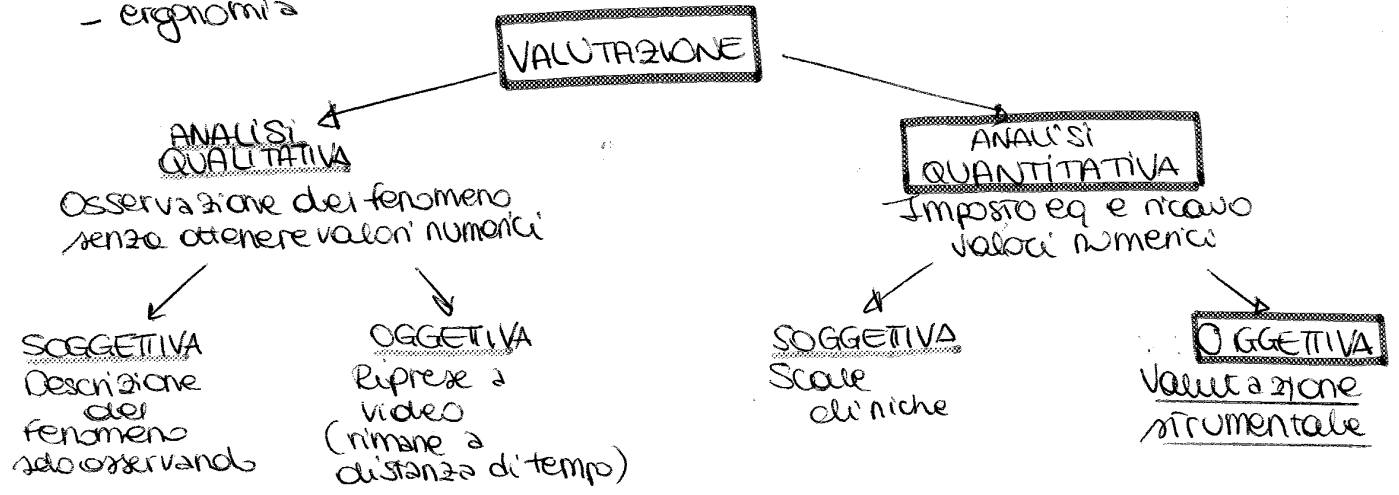
$$|\underline{P}_1 - \underline{P}_2| = \sqrt{(P_{1x} - P_{2x})^2 + (P_{1y} - P_{2y})^2 + (P_{1z} - P_{2z})^2}$$

Dico che: $\underline{P}_1 - \underline{P}_2 = |\underline{P}_1 - \underline{P}_2| \cdot \underline{\Delta}$ →

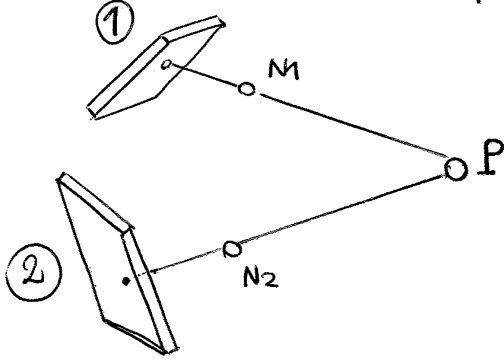
ANALISI del MOVIMENTO

Analisi del movimento umano è l'insieme delle tecniche per valutare le movim e le sue alterazioni per:

- aiutare di diagnosi funzionale
 - impostare e valutare una terapia
 - ricerche sulla fisiologia/patologia
 - sviluppo nuovi dispositivi
 - ottimizzare il gesto atletico
 - ergonomia
- riabilitativo
 chirurgico
 ortesico
 ...

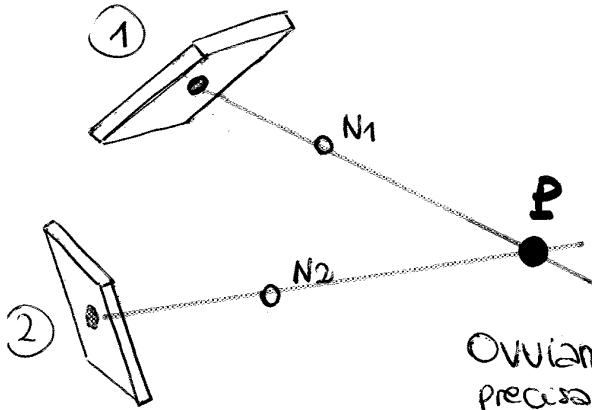


ACQUISIZIONE SU due punti



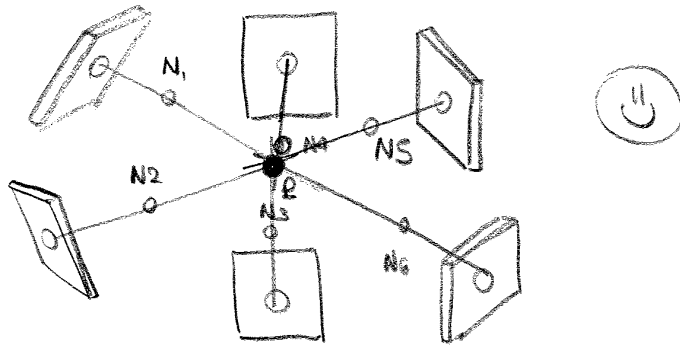
Almeno 2 punti di osservazione.
 P passo attraverso N_1 ed N_2
 e si proietta lungo ① e ② piani

RICOSTRUZIONE 3D



- Prendo le immagini del punto
- Traccio le rette passanti per i p.ti nodali
- Il punto d'incontro e' la posizione iniziale di P

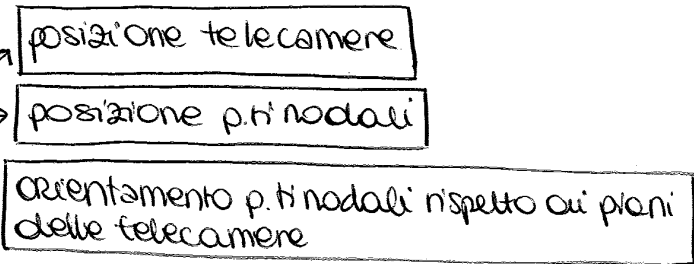
Ovviamente + telecamere ho + la posizione sarà precisa:



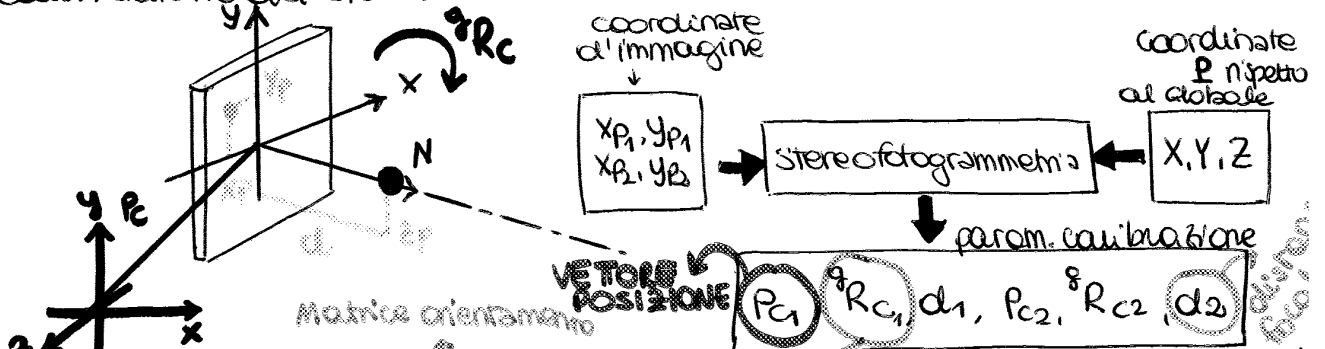
Parametri di calibrazione

Le info riguardo la posizione e l'orientamento delle telecamere sono tempo invarianti.

PARAMETRI DI CALIBRAZIONE



Vengono calcolati tramite la calibrazione del sistema.



SISTEMI QUANTITATIVI

(53)

ACCURATEZZA: misura errore sistematico valutato rispetto alla DS.

PRECISIONE: errore che si ha nella ripetizione delle singole misure

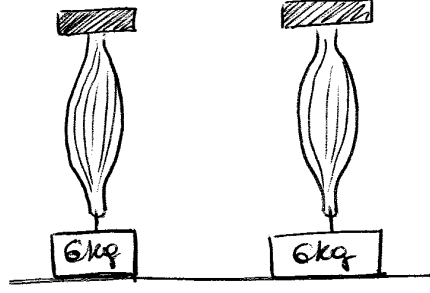
RISOLUZIONE: minima variaz delle quantità da misurare che produce una variaz percepibile della lettura.

MUSCOLI

CONTRAZIONE

ISOMETRICA

La lunghezza è costante durante la contrazione (o come muscolo vincolato o il peso non è sufficiente a spostarlo)

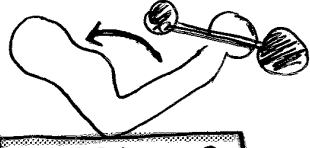


ISOTONICA

Il carico è costante, quindi la forza e per spostare il carico il muscolo può modificare la sua lunghezza

CONCENTRICA

Muscolo agonista si accorcia



LAVORO > 0
(spostamento e forza hanno lo stesso verso)

ECCENTRICA

Muscolo agonista si allunga



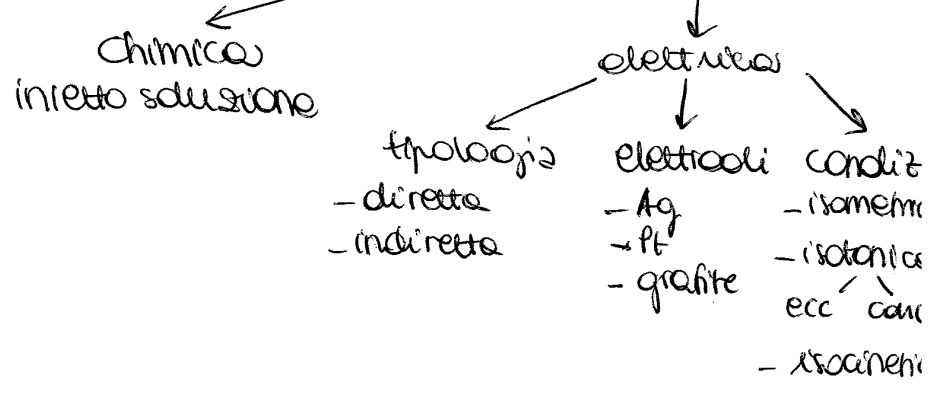
LAVORO < 0
(spostamento e forza hanno verso opposto)

Metodologie sperimentali:

Mantenimento della vitalità del muscolo

- in soluz fisiologica
- somministrazione di glucogeno
- ossigenazione tessuti

Stimolazione del muscolo



MISURA della TENSIONE MUSCOLARE

(55)

Muscolo in condiz. isometrica. Se la lunghezza imposta è maggiore di quella a riposo esercita già una forza prima della stimolazione → TENSIONE PASSIVA

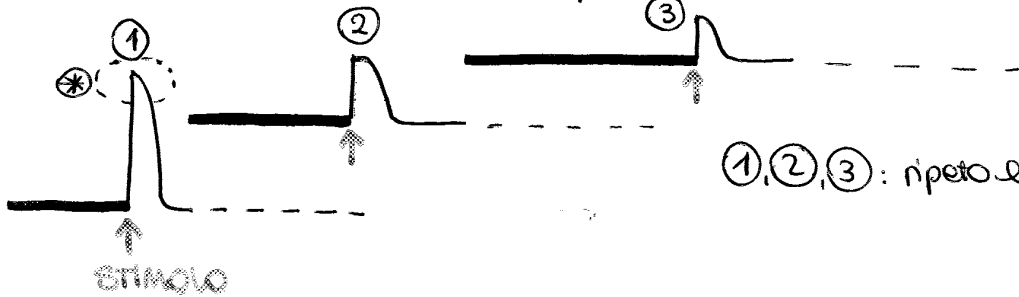
PASSIVA

$$\Delta l = l - l_0$$

lunghezza imposta \leftarrow
 $l > l_0$

lunghezza iniziale a riposo \rightarrow

Tensione passiva $> 0 \Rightarrow$ in assenza di stimolazione elettrica



①, ②, ③: ripetizione misura x diversi l .

* Forza totale in condizione isometrica.

Abbiamo:

- Tensione passiva
- Tensione totale: misurata in presenza di stimolazione tetanica
- Tensione attiva: Tens. totale - Tens. passiva (interazione actina-miosina)

Quando:

$$\Delta l = 0 : l/l_0 = 1$$

$$\Delta l > 0 : l/l_0 > 1$$

$$\Delta l < 0 : l/l_0 < 1$$

Allungamento relativo

$$\Delta l = \frac{l}{l_0}$$

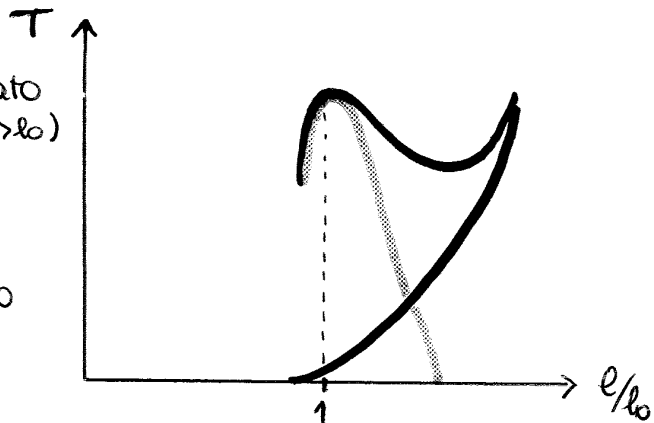
Diagrammando le 3 tensioni:

• TENS. PASSIVA:

Misurata nel muscolo non stimolato elettricamente per \neq valori di $l (> l_0)$

• TENS. TOTALE:

Misurata nel muscolo in condiz. isometriche. Presenta un massimo per $l \approx l_0$ nei muscoli a fibre parallele, assente per muscoli pennati.

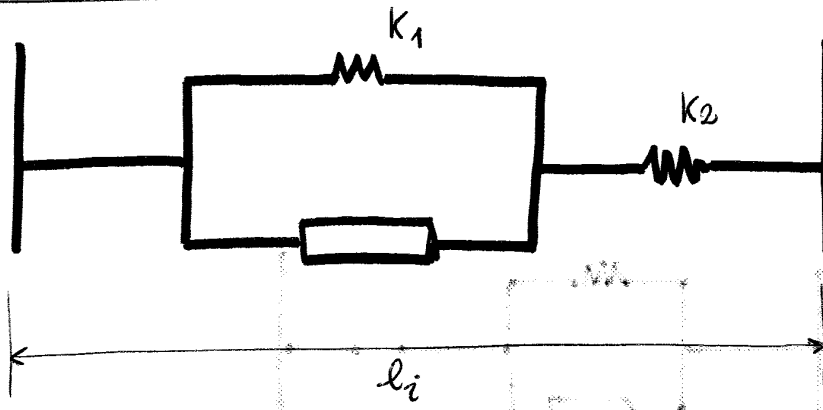


• TENS. ATTIVA:

Non è misurata direttamente, ma calcolata come differenza delle precedenti. Durante la contrazione, è max nell'intorno di $l = l_0$ ed ha un valore circa costante per tutti i mammiferi, ≈ 200 kPa

MODELLO del MUSCOLO

(57)



Componenti elastiche: k_1 in parallelo all'elemento contrattile = fibre muscolari
 k_2 elemento elastico in serie = tendini

Elemento contrattile: motore lineare che si accorcia \equiv sarcomeri

CONTRAZIONE ISOMETRICA

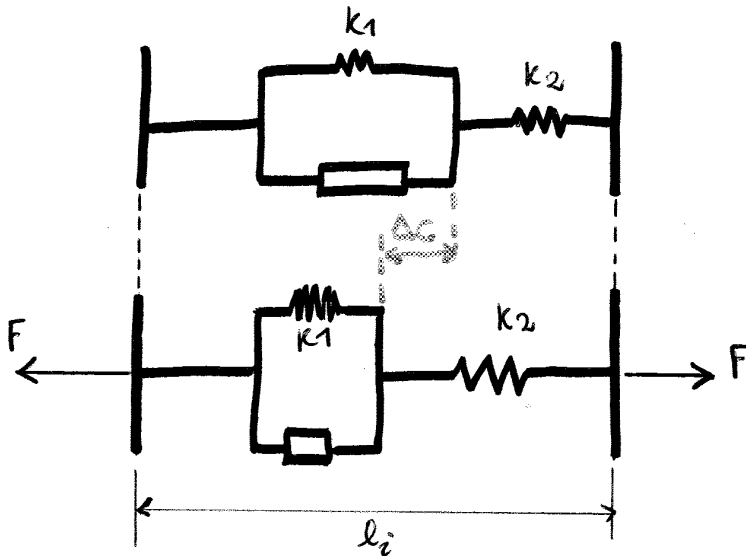
Estremi vincolati ed esercitiamo una forza:

$$l_i = \text{cost}$$

$$F = k_2 \cdot \Delta c$$

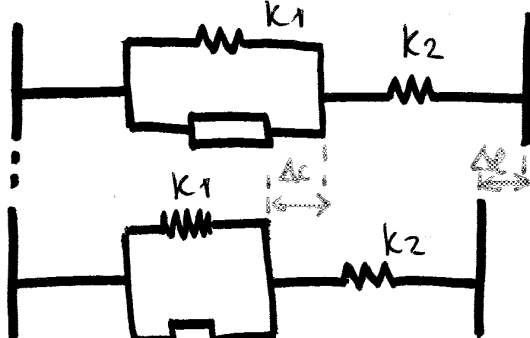
→ MUSCOLO NON COMPIE LAVORO perché non ho mov del p.to di applicazione

$$W = F \cdot x = 0$$



CONTRAZIONE LIBERA

No vincoli agli estremi, non esercito nessuna forza, ma il muscolo si accorcia perché stimolo l'elemento contrattile. k_2 rimane uguale e $\Delta c = \Delta l$

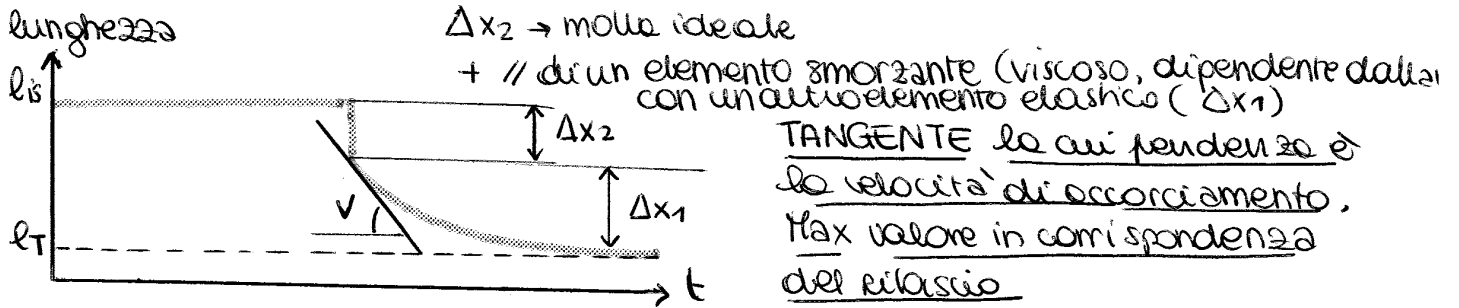
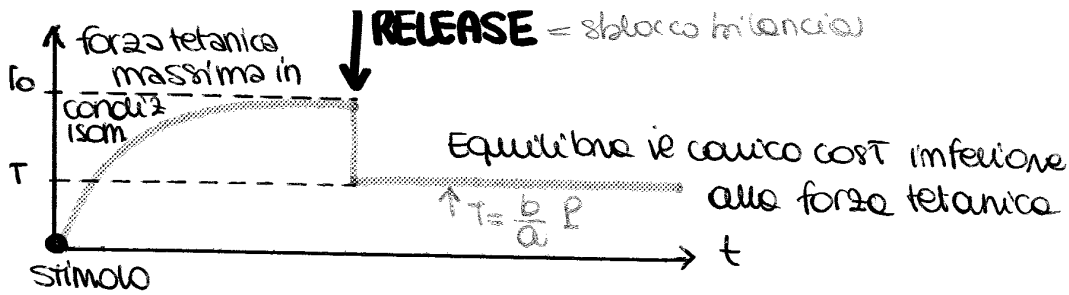


LAVORO = 0 perché

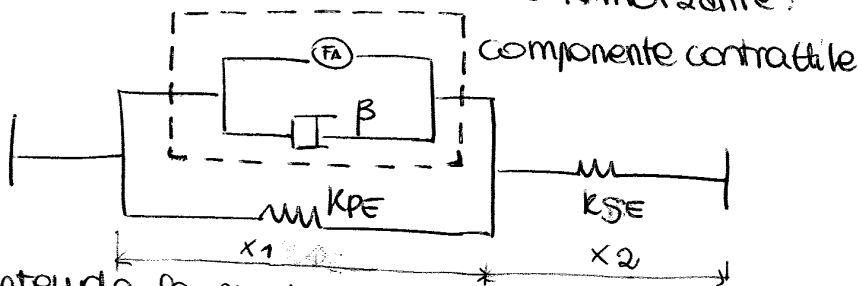
$$F = 0$$

$$W = F \cdot x = 0$$

→

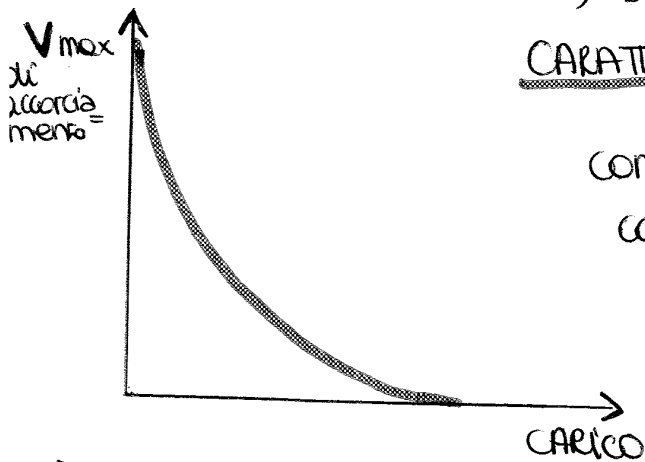


Nuovo modello → + elemento smorzante.



sia le componenti // che quelle in serie sono legate alle caratteristiche passive del muscolo e sn dunque non lineari:
 $\left\{ \begin{array}{l} k_s = k_s(x_2) \rightarrow \text{è indifferente alla velocità di allungamento} \\ k_p = k_p(x_1) \end{array} \right.$

Ripetendo la prova per diversi T_0 e T si individuano le caratteristiche elastiche dell'elemento in serie (k_2) che risulta esponenziale.



CARATTERISTICA VISCOSA dell'elemento contrattile

Correla veloc. di deformazione $v = \frac{dx}{dt}$ con carico isotonico T

Interpolando sperimentalmente i p.h.:

$$(T+a)(v+b) = (T_0+a)b$$

FORMULA di HILL

T_0 = contro questo il muscolo non può deformarsi

v_m = velocità di contrazione a vuoto, $T=0$

$$(0+a)(v_m+b) = (T_0+a)b$$

$$a(v_m+b) = (T_0+a)b$$

$$a v_m + ab = T_0 b + ab$$

$$a v_m = T_0 b \rightarrow$$

$$v_m = \frac{T_0 b}{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \left[\frac{M}{S} \right] \\ a = [N] \end{array} \right.$$

GAFORE

$$\frac{dP}{dv'} = 0 \rightarrow v' = -k + \sqrt{k^2 - k'}$$

Considerando i range di valori di k posso trovare il valore minimo e max di potenza:

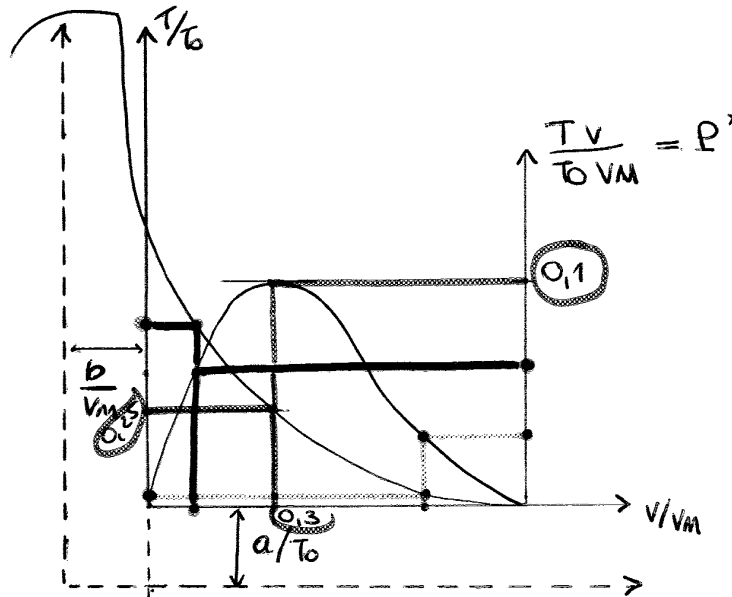
$$\frac{1}{4} \leq v' \approx T' \leq \frac{1}{3}$$

$$P_{max} \approx 10\% (T_0 \cdot v_m)$$

$k = k$ (funz della fisiologia delle fibre muscolari e del livello di allenamento)

P_{max} si ha in corrispondenza di $\frac{1}{3} v_m$

max prestazione



ALLUNGAMENTO → ACCORCIAMENTO

Es:
Ciclismo

RAPPORTO BASSO

↑ v ↓ F

↓ potenza, ↑ t

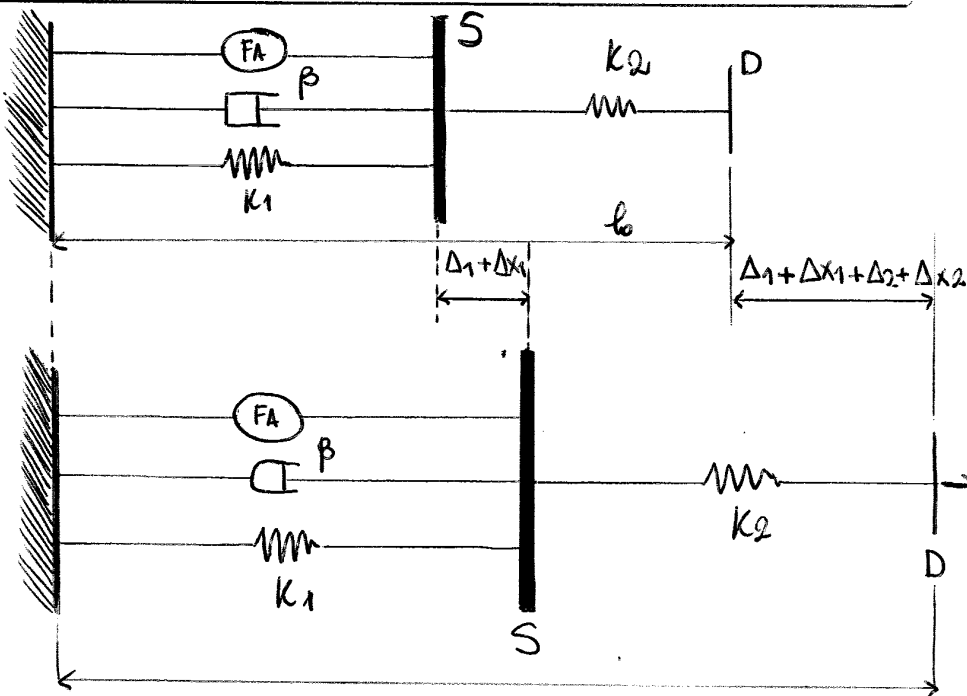
RAPPORTO ALTO

↓ v ↑ F

↑ potenza

In entrambi i casi rimango al di sotto del valore max

MODELLO LINEARE DEL MUSCOLO SCHELETRICO



$\Delta_{1/2}$ = deformazione per carico isotonico. Rimangono per tutta la durata della prova

$$\Delta x_1/x_2 = T - T_0$$

* Deformazioni di k_1 e k_2 dovute al carico isotonico T .

$\Delta x_2 \rightarrow$ recuperata subito $\Delta x_1 \rightarrow$ recuperata gradualmente

Trasformata di Laplace:

$$\bar{x}_1(\beta s + k_1) = \frac{k_1 \Delta x_1}{s}$$

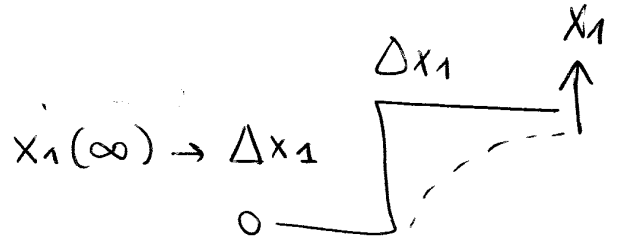
(63)

$$\bar{x}_1 = \frac{k_1 \Delta x_1}{s(\beta s + k_1)} = \frac{\Delta x_1}{s(1 + \tau s)}$$

$$\tau = \frac{\beta}{k_1} \text{ cost di } t$$

Devo antitrasformare:

$$x_1 = \Delta x_1 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$



2) Determinare k_2 e β :

Condiz isometrica del release:

$$T_0 = k_2(\Delta z + \Delta x_2) = F_A + k_1(\Delta_1 + \Delta x_1)$$

Condiz isotonica dopo release:

$$T = k_2 \Delta z = F_A + k_1(\Delta_1 + \Delta x_1) - \beta \dot{x}_{10}$$

$$T_0 - T$$

$$\rightarrow T_0 - T = k_2(\Delta z + \Delta x_2) - k_2 \Delta z = k_2 \Delta x_2$$

$$k_2 = \frac{T_0 - T}{\Delta x_2}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T_0 - T &= F_A + k_1(\Delta_1 + \Delta x_1) - F_A - k_1(\Delta_1 + \Delta x_1) + \beta \dot{x}_{10} = \\ &= -\beta \dot{x}_{10} \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{T_0 - T}{\dot{x}_{10}}$$

(*) Oppure

$$\beta \dot{x}_1 + k_1 x_1 = k_1 \Delta x_1$$

$$\begin{cases} x(t) = C e^{-k_1/\beta t} + \Delta x_1 \\ x(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} C + \Delta x_1 = 0 \\ C = -\Delta x_1 \end{cases}$$

omogenea:

$$\beta \dot{x}_1 + k_1 x_1 = 0, \quad x_1 = C e^{-k_1/\beta t}$$

particolare:

$$\dot{x}_1 = 0 \rightarrow k_1 x_1 = k_1 \Delta x_1 \rightarrow x_1 = \Delta x_1$$

$$x(t) = \Delta x_1 (1 - e^{-k_1/\beta t}) \quad \frac{k_1}{\beta} = \tau^{-1}$$



per avere movimento d'aria deve avere un VE sia esterno (P_{atm}) e interno ($P_{alveolare}$)

(66)

↓ P_{alv} rispetto P_{atm} : ventilazione a pressione negativa (condiz. naturale)

↑ P_{atm} rispetto alla P_{alv} : " " " positiva (respiratori artificiali)

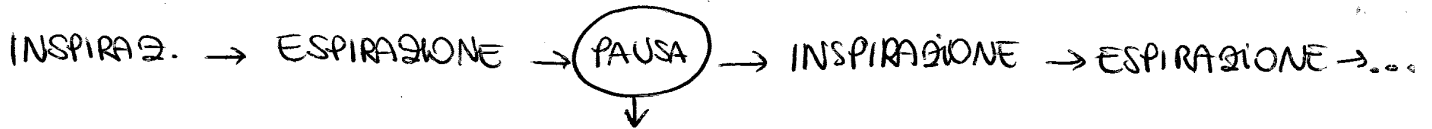
RESPIRAZIONE

INSPIRAZIONE
processo attivo.

↑ volume gabbia toracica
polmoni si espandono x
contrazione dei muscoli
inspiratori

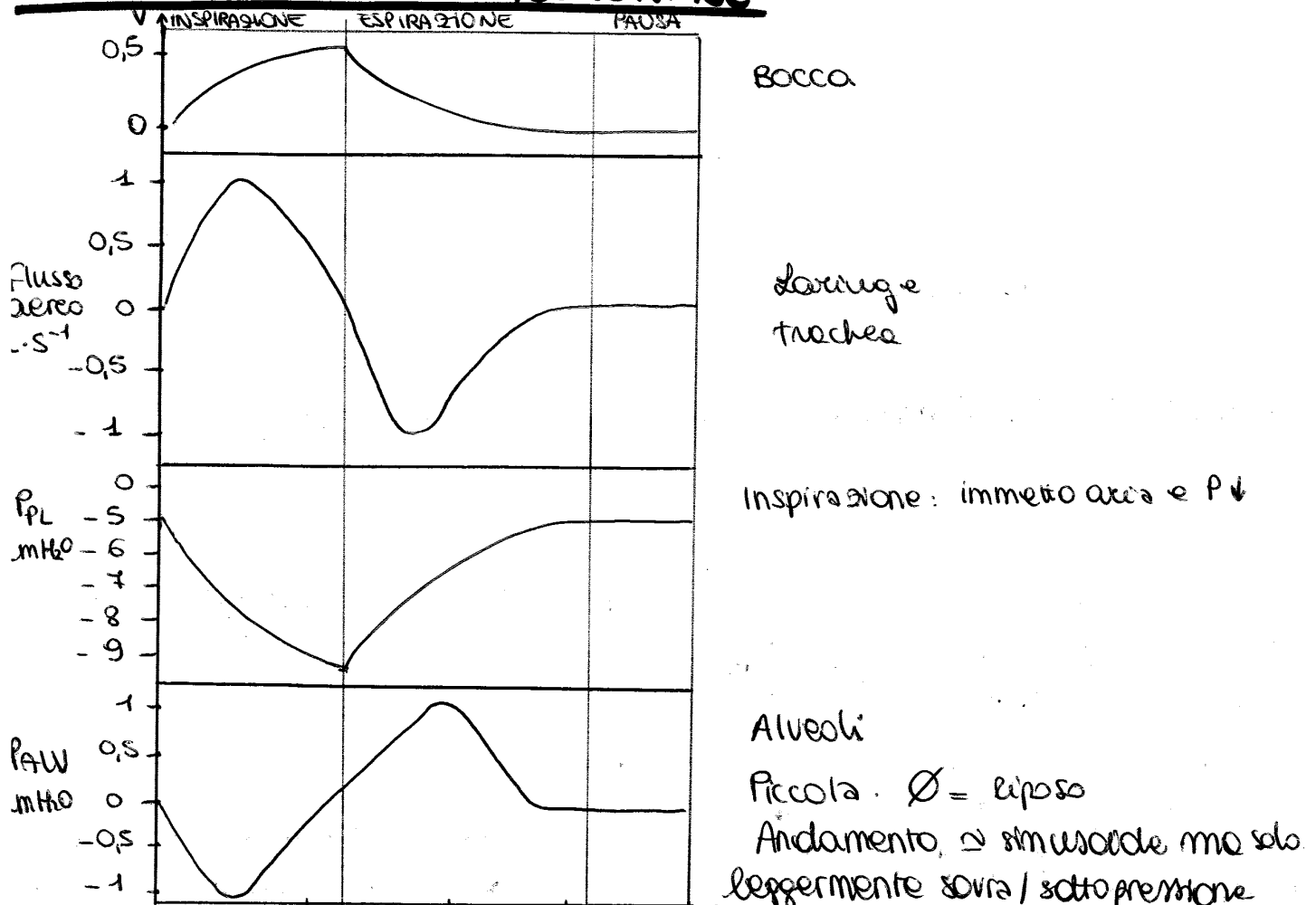
ESPIRAZIONE

processo passivo
rilassamento delle
muscolatura in spinta
tonica.
Attivo: espiraz. forzata



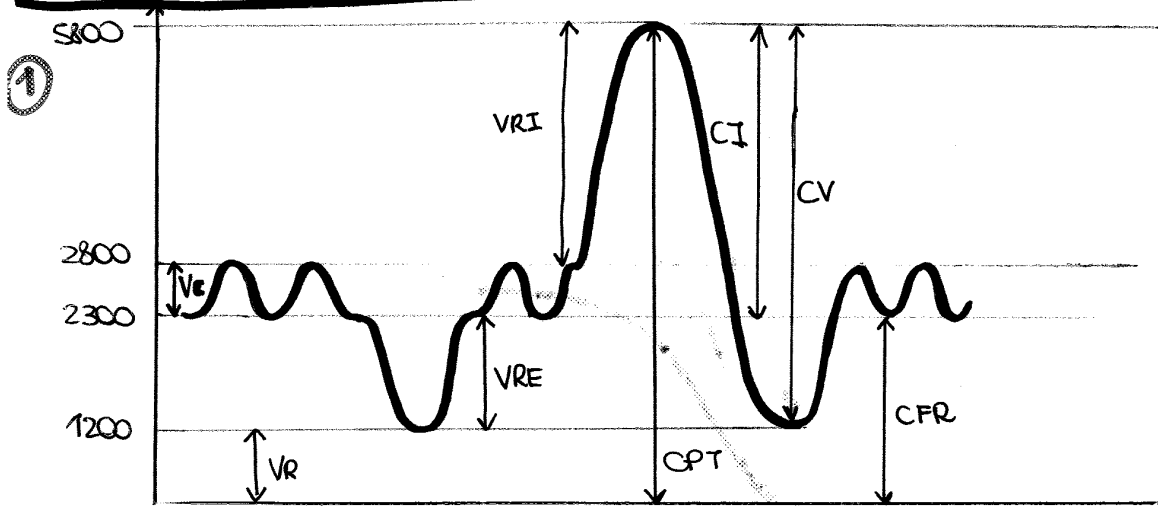
Condizione di riposo :
muscolatura respiratoria è rilassata e le forze
sono in eq. No movimento dell'aria

VARIAZIONE del VOLUME POLMONARE



ESAME SPIROMETRICO

(67)



volume corrente : 0,5L (Vc)

VR = volume residuo (dopo espirazione max) $\approx 1,2$ L

CPT = capacità polmonare totale ≈ 6 L

$$CPT = VR + CV \text{ (capacità vitale)}$$

• fine normale espirazione : max espirazione = VRE = volume di riserva respiratoria

$$VRE = CFR - VR \approx 1 \text{ L}$$

capacità funzionale residua

• fine normale inspirazione : inspirazione max = VRI = volume di riserva inspiratoria

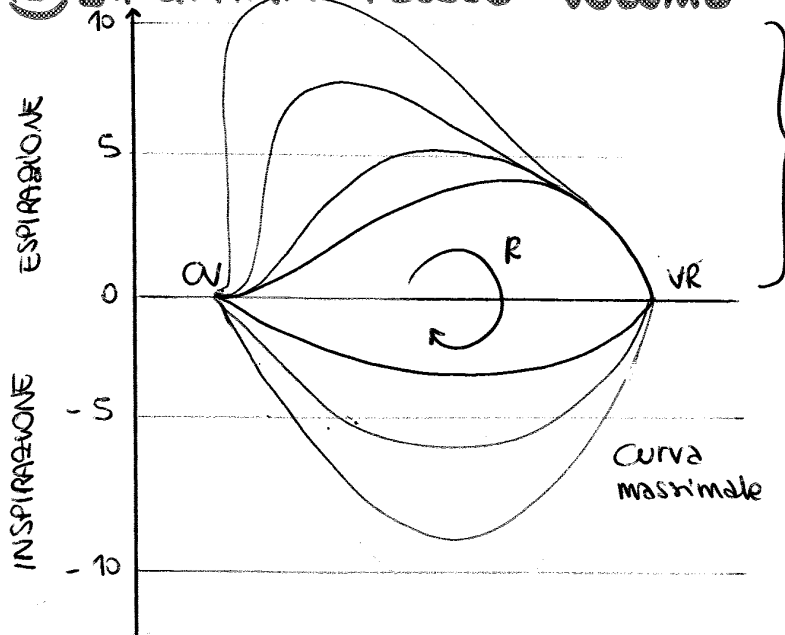
$$VRI = CPT - (VRE + VR + Vc) \approx 3 \text{ L}$$

• Capacità inspiratoria = CI = Vc + VRI $\approx 3,5$ L

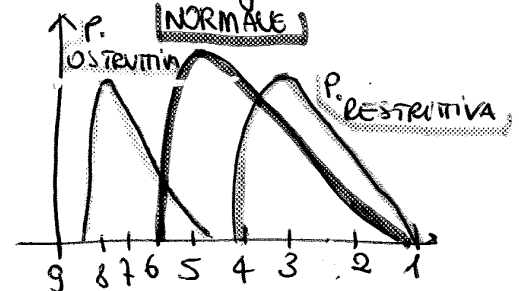
• CV = capacità vitale = CI + VRE = Vc + VRI + VRE $\approx 4,5$ L

• CFR = capacità funzionale residua = VRE + VR $\approx 2,2$ L

② DIAGRAMMI FLUSSO - VOLUME



valutando questa parte di diagramma è possibile individuare patologie:



CAMBIA VOLUME RESIDUO

// // //

NO "ZONA MORTA"

Considerando le resistenze in serie toraco-polmonare:

(69)

$$R_{T+P} = \sum R_{parziali} = R_T + R_P$$

È come avere molle in serie. Per cui:

$$R_{T+P} = R_T \oplus R_P$$

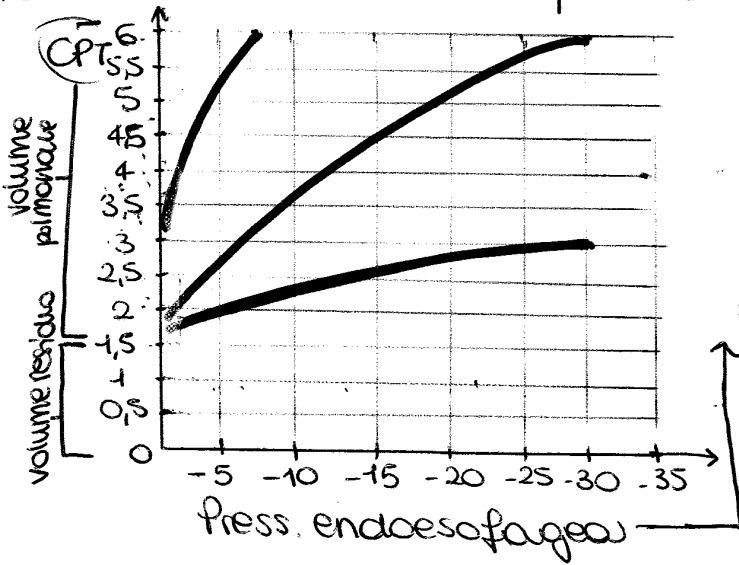
⇓

$$\frac{1}{C(t+p)} = \frac{1}{C(t)} + \frac{1}{C(p)}$$

Trans. murale
trans. toraco
trans. polmonare

RIGIDEZZA COMPRESSIVA

Per vedere come varia la compliance:



**FIBROSI
NORMALE
ENFISEMA**

posso misurarlo direttamente come un sondaio

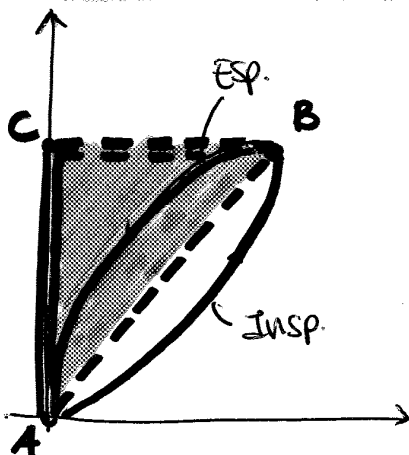
- ↑ CP in fnz della depressione
- Polmone meno rigido: ↓ Δp ↑ ΔV ↑ C
- Polmone più rigido: ↑ Δp ↓ ΔV ↓ C

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p} \rightarrow R = \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

+ rigido: ↑ R = 1/C ↓ C

- rigido: ↓ R = 1/C ↑ C

LAVORO RESPIRATORIO



ABCA: lavoro INSPIRATORIO puramente elastico se non questi resistenze elastiche

ABCA: lavoro INSPIRATORIO > di quello puramente elastico.

ABCA: lavoro ESPIRATORIO < → patologico



Ventilazione Meccanica

(71)

DISPOSITIVI

1a

VOLUMETRICI

Controllo delle portate o livello delle bocce

1b

PRESSOMETRICI

Controllo delle pressioni a livello delle bocce

VENTILAZIONE

1

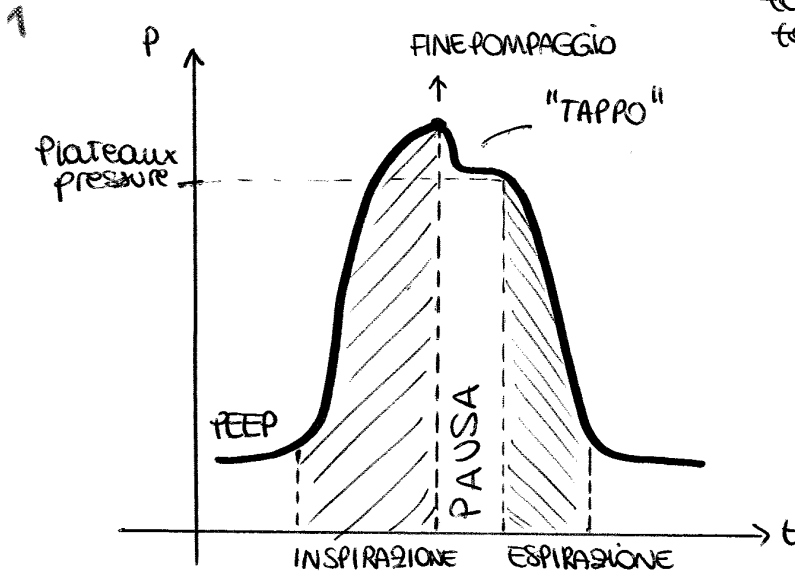
POSITIVA

↑ press interna

2

NEGATIVA

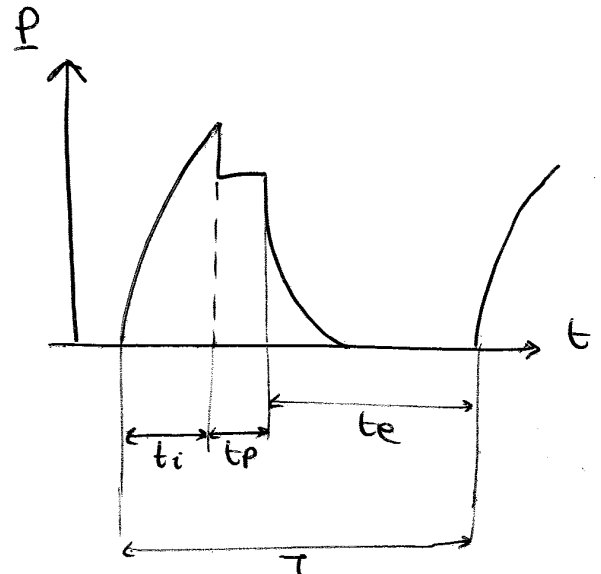
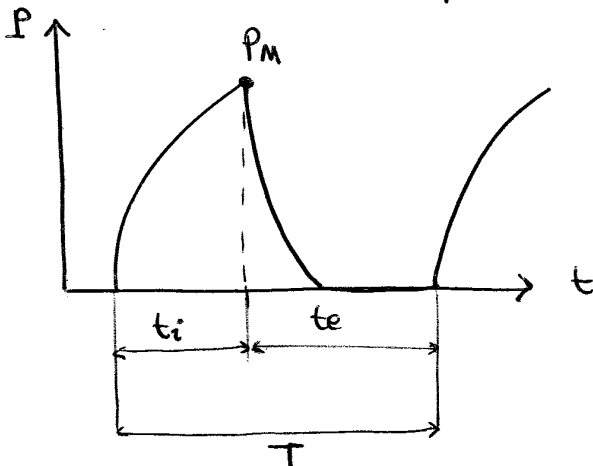
depressione all'esterno delle gabbie toraciche → dalla tarz. meccanica del torace



PEEP = Positive end expiratory pressure
↓
Non arrivo a zero ma rimane leggermente superiore.

Il ventilatore aumenta la pressione nelle vie aeree forzando l'aria nei polmoni x produrre l'inspirazione.

Parametri del ciclo di respirazione



t_i = durata inspiraz.

t_e = " " espiraz.

T = periodo del ciclo = $t_i + t_e + t_p$ pausa

f = freq = $\frac{1}{T}$

$\frac{I}{E}$ = $\frac{t_i + t_p}{t_e}$ Rapporto inspiraz ed espirazione

V_c = volume corrente

V_m = fusso medio = $\frac{V_c}{T} = V_c f$

\dot{V} = portata istantanea

P_m = press max nel ciclo

PEEP



PROTESI ESTERNE

(73)

Progettazione funzionale: devono essere garantite 2 fasi APPOGGIO
FENDOLAMENTO

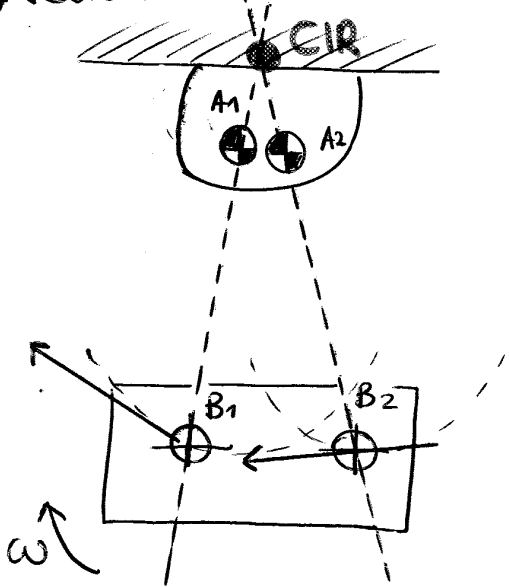
Amputati transfemorali:

Parti costituenti della protesi → INVASO, GINOCCHIO, GAMBA, CAVIGLIA, PIEDE
parti + importanti

≠ tipi di ginocchio:

→ MONOCENTRICO: si flette quando la linea del peso corporeo passa dietro, si estende quando passa davanti

→ POLICENTRICO: centro di istantanea rotazione mobile

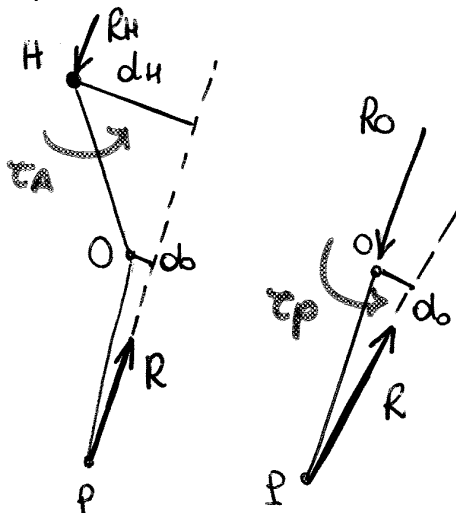


B1 ruota attorno a A1
B2 " " " A2
↓
CIR Mobile

1. ARTO IN APPOGGIO

Ginocchio deve mantenere l'angolo di max estensione (tranne nel l'ultima fase di scarico che deve flettersi)

Hp: bassa velocità dei membri, acc. trascurabili, MO forze d'inerzia



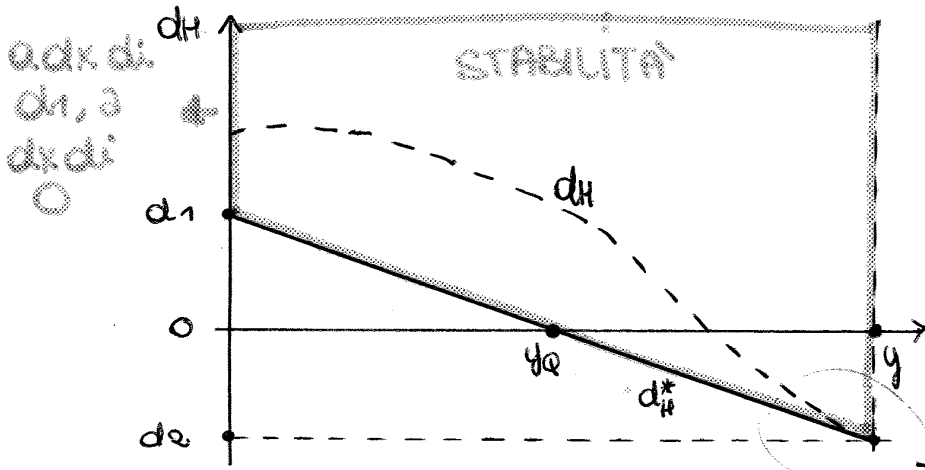
H = anca O = CIP piede/invasatura

P = punto di applicazione delle forze R
↳ risposta

TA: azione muscolare dell'anca (cruciale)

Tp: mom passivo interno all'art. colabione (reaz. fine-corsa dell'estensione). 2 x avere rigidità



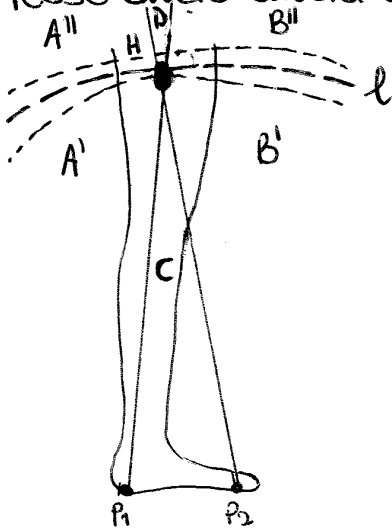


(75)
 Per avere stabilità, il ginocchio deve sempre fornire un momento di reazione:
 $dH > dH^*$

--- = possibile evoluzione di dH

condiz. limite: pre-rodolamento. $dH = d2$ per destabilizzare ginocchi quindi R nasce esattamente per 0

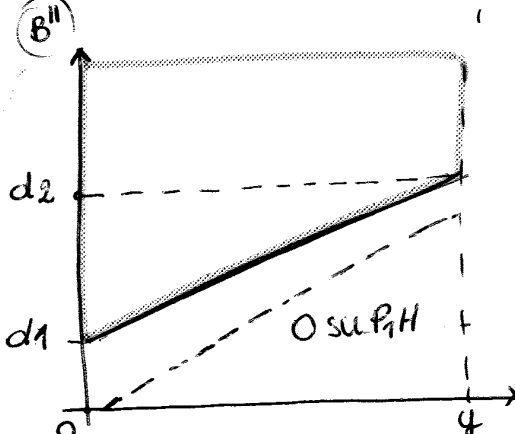
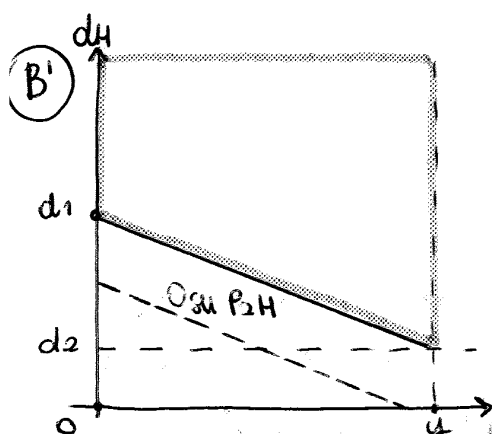
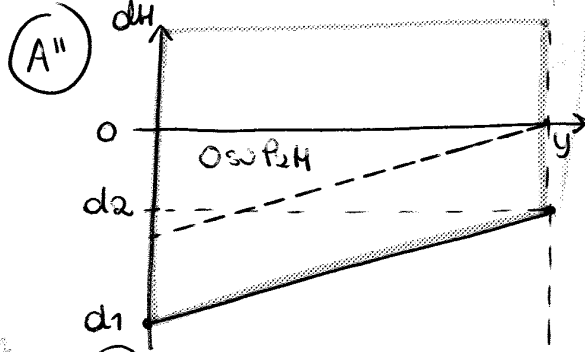
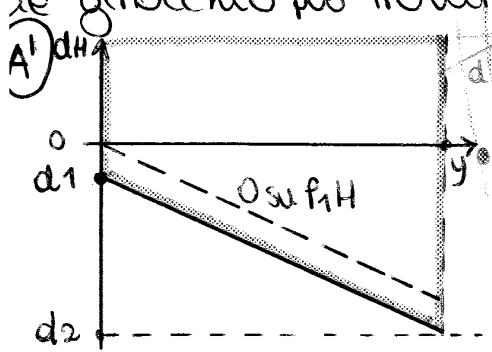
Posso avere diversi grafici di controllabilità: 6.

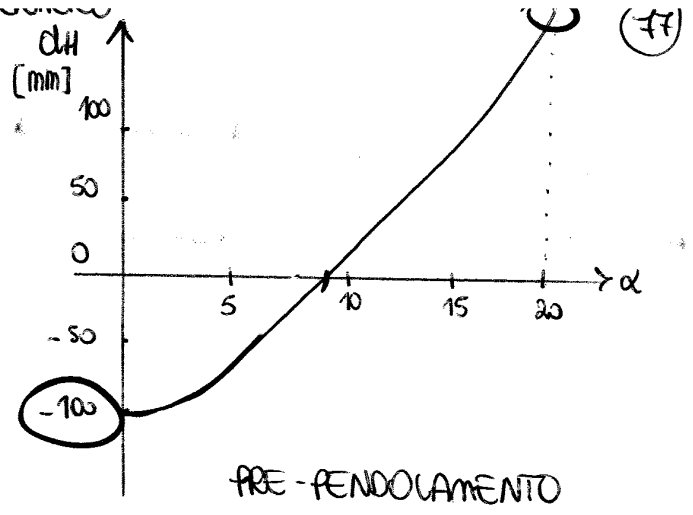
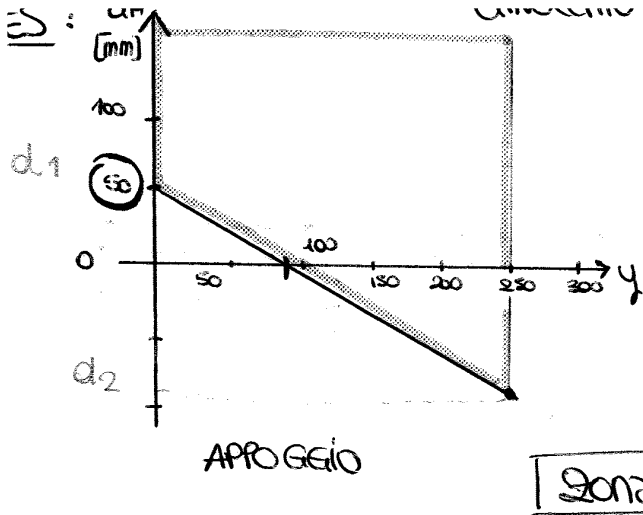


- Zona A: dietro anca $\angle A' < A''$
- " B: davanti " $\angle B' < B''$
- " C: sotto "
- " D: sopra "

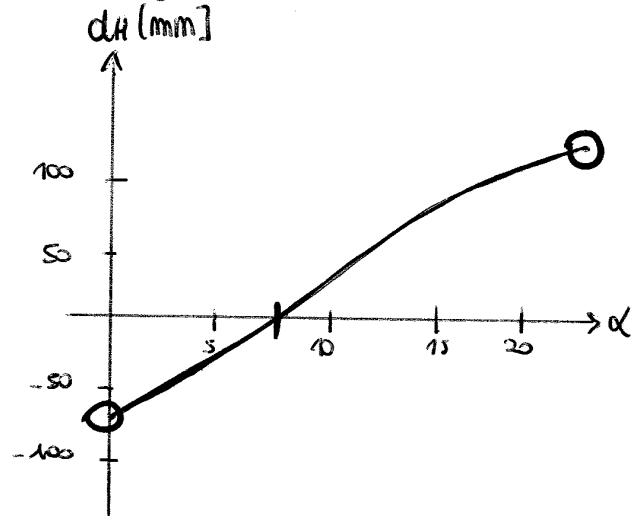
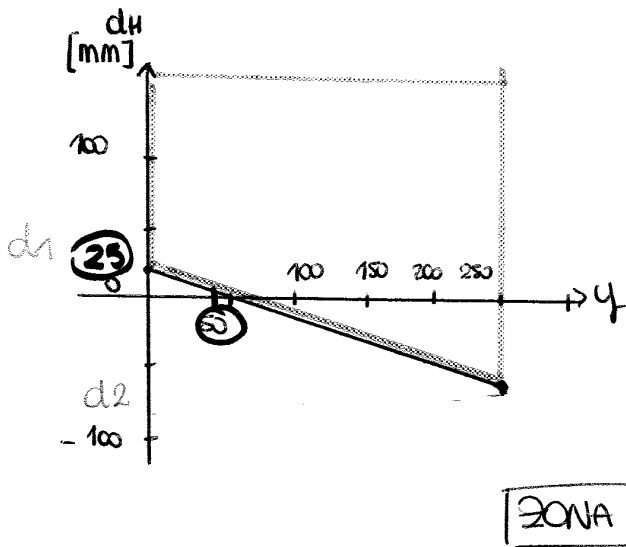
l = luogo dei punti x i quali dH non cambia al variare di y tra P_1 e P_2 (non è una linea ma una fascie)

I grafici rappresentano diverse zone del piano sagittale nel quale il ginocchio può trovarsi:





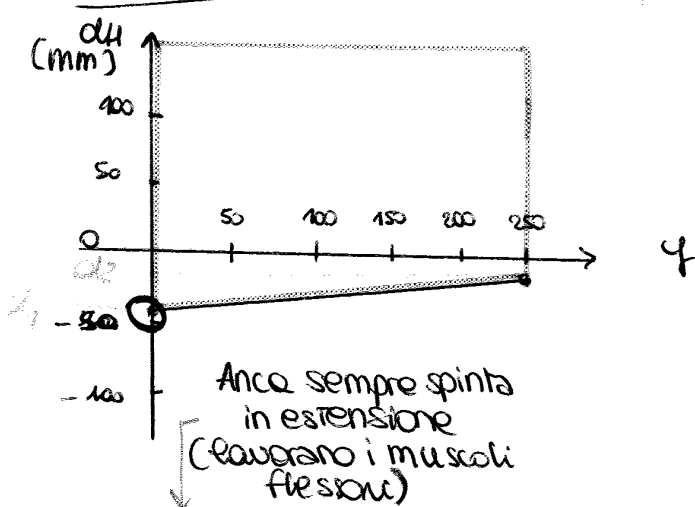
GINOCCHIO POLICENTRICO



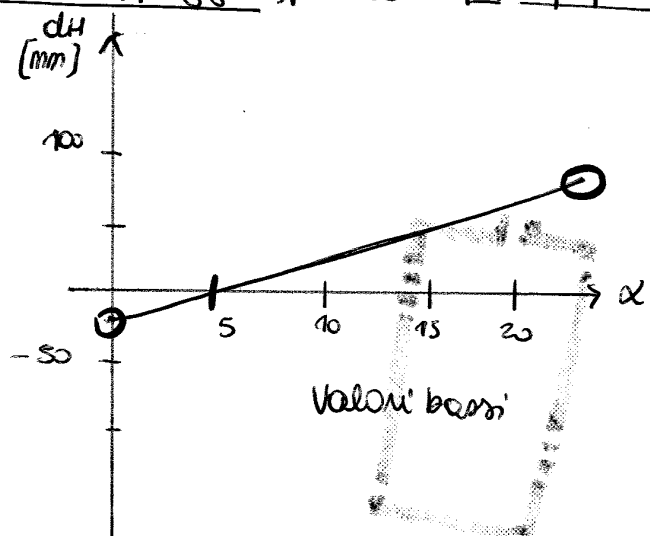
GINOCCHIO e CAVIGLIA POLICENTRICI

O posizionato nella Zona D in fase di appoggio pieno e C in prependo-

lamente.



Momento < 0 => contrazione eccentrica



Protesi + semplice da controllare !!



con un cilindro pneumatico → non ho bisogno dello smorzatore
idraulico, ma comprimo l'aria x cui ho un andamento più naturale e
progressivo. (79)