



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1789A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Iannizzi Giada

MATERIA: Elaborazione dei segnali biomedici - Prof. Molinari

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

ELABORAZIONE DI SEGNALI BIOMEDICI

• RUMORE

Il rumore è tutto ciò che non ci interessa del segnale.

Modello più utilizzato:

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

$x(t)$: segnale prelevato
 $s(t)$: segnale biologico d'interesse
 $n(t)$: NOISE: Additivo. Temporaneamente si sovrappone al segnale.

Un altro modello che può essere usato è quello moltiplicativo:

$$x(t) = s(t) \cdot n(t)$$

Quando non si conosce effettivamente il rumore si assume:

PROCESSO CASUALE

La forma d'onda non è prevedibile e non c'è una legge matematica che lo descriva. L'unico modo di descriverlo è nel dominio della frequenza, ovvero facendo Fourier.

GAUSSIANO

La distribuzione delle ampiezze è di tipo gaussiano. Se creo un istogramma con i campioni ottengo una distribuzione gaussiana.

⚠ Non è il singolo campione, ma l'intero insieme ad avere q st andamento.

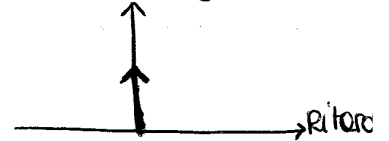


BIANCO

Quando è totalmente sconosciuto, ovvero i campioni del rumore non sono correlati con nessun altro campione eccezion fatta di loro stessi.

La sua funzione di autocorrelazione è $\delta(t)$ in zero.

$$\int \delta(t) dt = k$$



La trasformata è una costante

SPETTRO PIATTO (ho la stessa potenza)

RICORDA:

SEGNALE DETERMINISTICO: si ripete in modo prevedibile (la forma d'onda) e una legge matematica lo descrive

PROCESSO CASUALE: non è prevedibile e non c'è legge matematica che lo descriva.

• **SEGNALI DETERMINISTICI E RUMORE PROCESSO CASUALE**

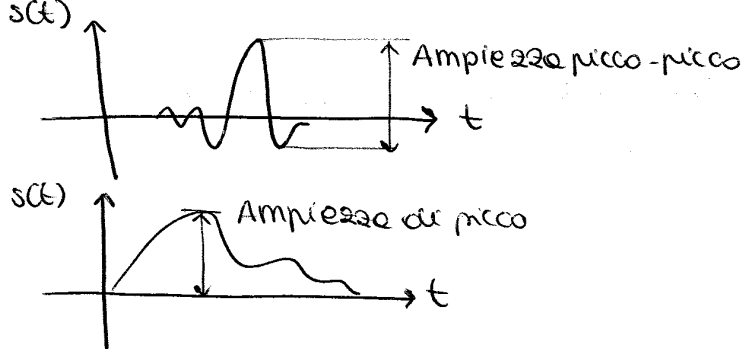
(3)

La potenza media del segnale dipende dalla finestra di osservazione.

Meglio definire SNR come rapporto di ampiezze :

$$SNR = \frac{A_s}{A_N}$$

Come misurare queste ampiezze?

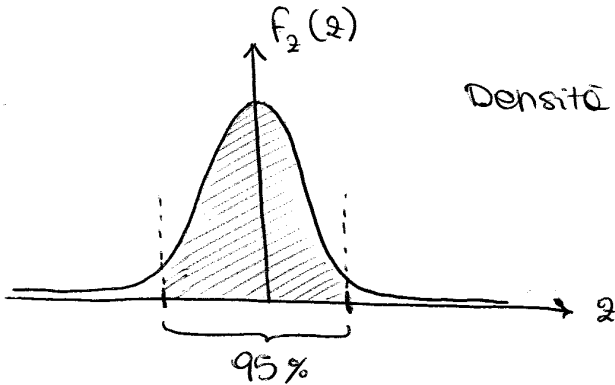


Es. ECG corretto da attività muscolare

L'ampiezza del rumore rispetto alla potenza ha un fattore al quadrato. La deviazione standard è l'ampiezza:

$$SNR = \frac{A_{pp}}{\sigma_N}$$

⚠ La deviaz standard dipende dalla distribuzione:



Densità di probabilità : $\sigma = 1$ e $\mu = 0$

Variabile gaussiana standard

Supponendo un intervallo di confidenza del 95%

$$\int f(z) dz = 1$$

Errore di prima specie corrisponde alle code della distribuzione $\rightarrow 5\%$

Chiamiamo i punti che delimitano l'intervallo z_0 e vediamo che corrisponde no circa a 1,96 che moltiplicato per 2 ci dà: $3,92 \approx 4$

In realtà dovremmo avere $1,96 \cdot \sigma$, ma nell'esempio $\sigma = 1$.

Quindi per quanto riguarda il rapporto segnale rumore:

$$SNR = \frac{A_{pp}}{4 \cdot \sigma}$$

almeno il 95% dei campioni cade in quell'intervallo

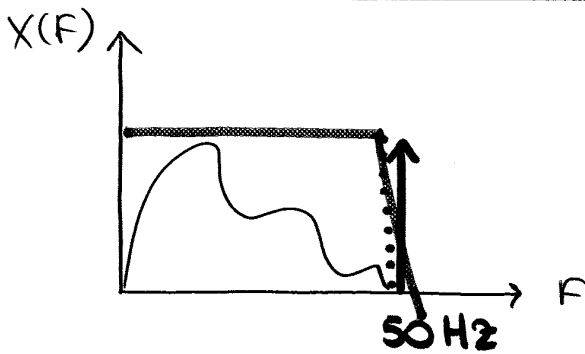
Se non avessi rumore $\rightarrow SNR = \infty$. Nella realtà il rumore c'è: come calcolo allora σ_N ?

Posso calcolare σ_N dove non è presente il segnale biologico, $s(t)$



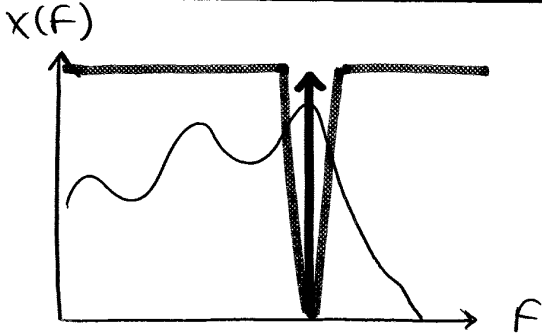
3. EEG + interferenza di rete (50 Hz)

(5)



FILTRO PASSA-BASSO

Se l'interferenza di rete è in banda con il segnale:



FILTRO RIGETTA-BANDA

il + stretto possibile

Riassumendo: passa-alto/basso → segnale e rumore di stammi
 passa-alto/rigetta banda → segnale e rumore a banda stretta e larga

Ma se rumore e segnale sono a banda larga?

- TECNICA dell' AVERAGING
- FILTRO OTTIMO

• TECNICA dell' AVERAGING

Può essere utilizzata solo per segnali deterministici ($s(t)$) prevedibili.
 Vuol dire che so quando il segnale c'è e quando no.

↓ POTENZIALI EVOCATI

- 1. Il segnale deterministico si ripete un numero sufficientemente alto di volte sostanzialmente identico a se stesso.
- 2. Il rumore è scorrelato dal segnale, stazionario al meno in senso lato ed ergodico.

✓ Scorrelato: funzione di cross-correlazione = 0 (energia)

✓ Stazionario almeno in senso lato: valore medio e funzione di autocorrelazione sono indipendenti dal tempo.

✓ Ergodico: quando le medie temporali possiamo sostituire le medie d'insieme.



ATTENZIONE: N non è un numero intero!!

(7)

ESEMPIO:

Dopo un'acquisizione ottengo $SNR = 7 \text{ dB}$, ma voglio portarlo a 15 dB . Quante acquisizioni devo fare?

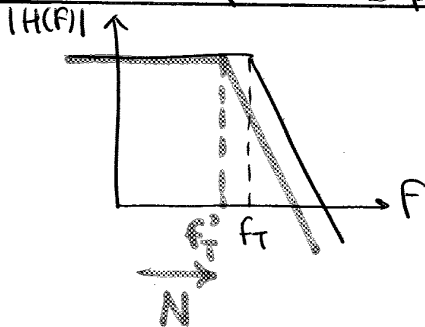
$$SNR_{\bar{x}} = SNR_{x_i} \cdot \sqrt{N} \quad SNR_{x_i} = 7 \text{ dB}$$

$$SNR_{\bar{x}} = 15 \text{ dB}$$

Se il rumore non è + stazionario in senso lato, non posso + dire che

$\sum_{i=1}^N E[n_i(t)]^2 \neq N \sigma_N^2$, perchè non è detto che sommi N volte la stessa cosa.

La media è dietro PB per il rumore, PASSATUTTO per il segnale



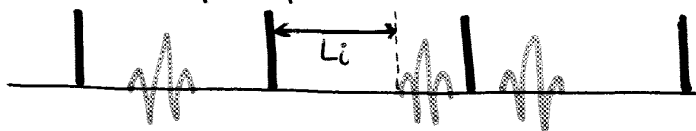
$\uparrow SNR \quad \uparrow N \Rightarrow \uparrow N$ il rumore viene maggiormente tagliato.
 $\downarrow f_T \quad \uparrow N$
 \downarrow Potenza di rumore $\uparrow N$

~ Problema del jitter

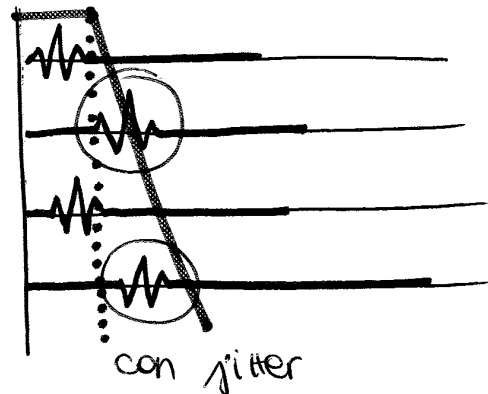
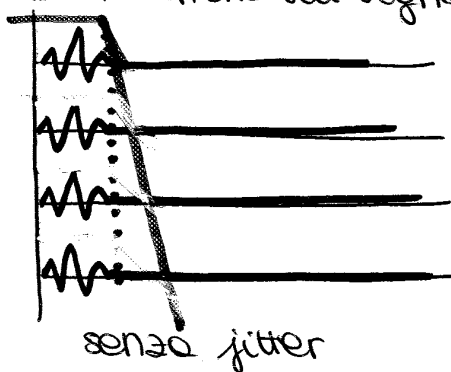
Il jitter è un tempo dopo cui si presenta il potenziale rispetto allo stimolo.

Il jitter è sempre presente!

La latenza è una variabile casuale.



Se si applica la tecnica \rightarrow NON vedo più il segnale. Perchè la media fa da passa-basso anche sul segnale!!



La f_T del PB equivalente dipende da un parametro del jitter. L_i è una variabile casuale e quindi ha valor medio e varianza ed è questo che dà fastidio. \downarrow

La f_T del PB è inversamente proporzionale alla σ^2 jitter

$$\uparrow \sigma^2 \quad \downarrow f_T$$

Essendo $S(f)$ e $N(f)$ scorrelati l'integrale del loro prodotto su f (9) è nullo. Quindi differenziando rispetto a $\Phi(f)$ e imponendo la derivata prima uguale a zero:

$$\Phi(f) = \frac{|S(f)|^2}{|S(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

Attenzione: N ed S non li ho separati, ma $|S(f)|^2$ e $|N(f)|^2$:

$$e(t) = s(t) + n(t) \xrightarrow{f} C(f) = S(f) + N(f)$$

con l'ip di segnale scorrelato con il rumore

il prodotto dei moduli per il coeff di cross-correlazione

$$|C(f)|^2 = |S(f)|^2 + |N(f)|^2 + \rho_{S,N}$$

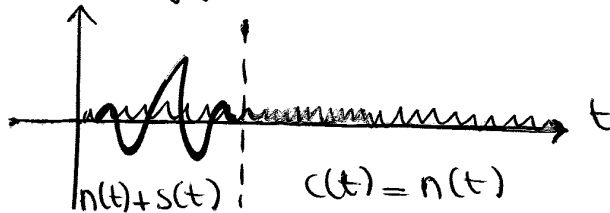
Spettro

misuriamo una potenza.

La potenza totale è quella dei segnali più quella che si scambiamo

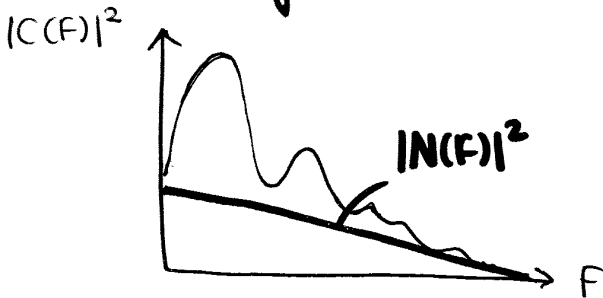
$$\underbrace{|C(f)|^2}_{\text{misurato}} = \underbrace{|S(f)|^2 + |N(f)|^2}_{\text{denominatore di } \Phi(f)}$$

Per il numeratore \rightarrow posso ottenere $|N(f)|^2$ se il segnale è intermittente e così lo sottraggo da $|C(f)|^2$:



Quando il segnale non è intermittente:

Metodo grafico



I segnali biologici sono limitati in banda.

$c(t)$ è stato campionato ed è stato campionato al Th di Nyquist \downarrow

le code che vediamo sarà solo rumore \downarrow

Interpolazione ad alta frequenza che darà proprio $|N(f)|^2$

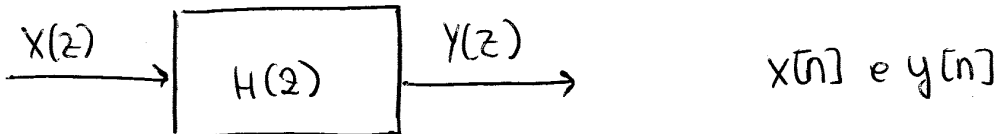
\rightarrow

REGIONE DI CONVERGENZA

(11)

FILTRI DIGITALI !

Sistema LTI



$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b(1)z^0 + b(2)z^{-1} + b(3)z^{-2} + \dots + b(nb+1)z^{-nb}}{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(na+1)z^{-na}}$$

RAPPORTO DI
POLINOMI IN
FUNZ di z
V filtro!

Sono tutti ritardatori
discreti

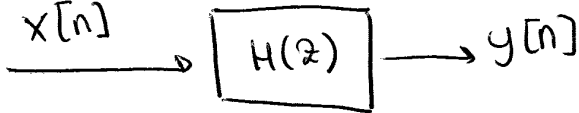
Perché questa espressione?

- **NUMERATORE**: polinomio in funzione di z, con z elevato ad esponenti che vanno da 0 ad nb e rappresentano l'ORDINE, per cui quel polinomio ammette nb radici, cioè nb zeri. Abbiamo così definito ordine e posizione degli zeri → ordine: exp, posizione: b(...)

• $n_a \neq 0$
 • $n_b \neq 0$: filtro ha sia poli che zeri
RICORSIVO, AUTOREGRESSIVO A MEDIA MOBILE (ARMA) (13)

"Comandano" i poli : ne basta 1 perché la fnz di trasferimento ha $\infty \rightarrow$ IIR

Supponendo di avere i coeff e conoscere quindi l'ordine, come avviene il filtraggio?



$n=1 \rightarrow y[1]$
 ecc...

Campione per campione

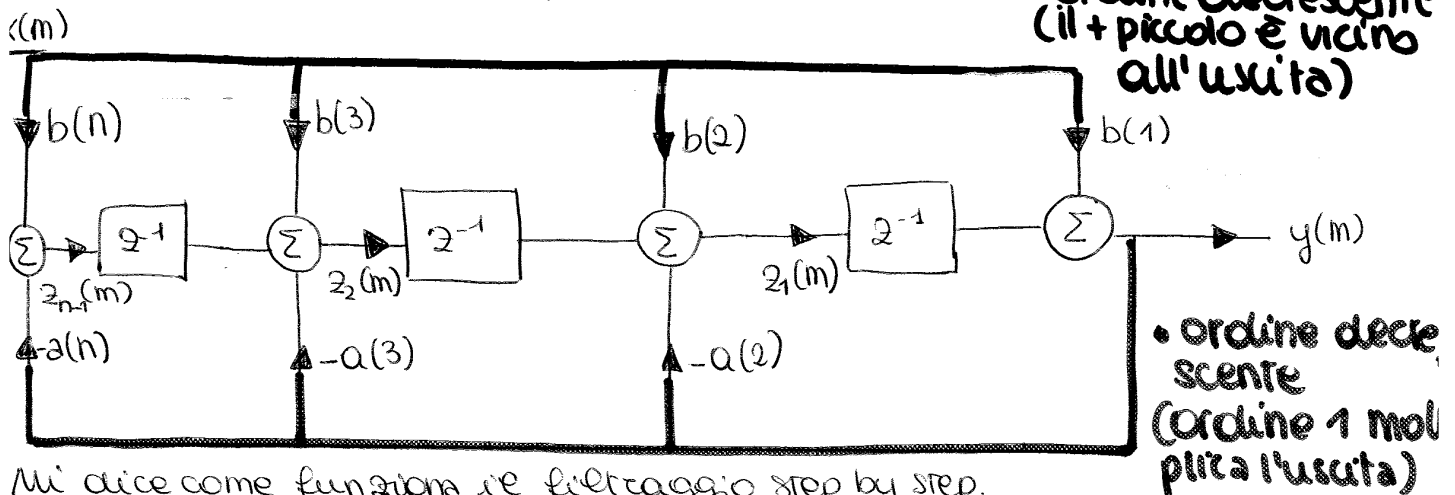
Attenzione: quando $n=1$ non posso avere $x[n-2], x[n-1]$, tanto meno $y[n-1]$ ecc...

Si genera così un transitorio: fino a quando non ho un numero di campioni almeno pari all'ordine il filtro funziona male. conviene quindi lavorare con l'ordine + basso possibile.

Regole pratica: l'ordine della fnz deve essere al massimo $\frac{1}{3}$ della lunghezza del segnale.

• **STRUTTURA A MINIMO NUMERO DI RITARDATORI**

Schema a blocchi della funzione di trasferimento con moltiplicatori, sommatore e ritardatori di 1 solo passo.



Mi dice come funziona il filtraggio step by step.

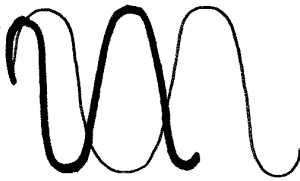
I valori assunti dai ritardatori al campione m-esimo saranno:

$$\left\{ \begin{aligned} y(m) &= b(1)x(m) + z_1(m-1) \\ z_1(m) &= b(2)x(m) + z_2(m-1) - a(2)y(m) \\ &\vdots \\ z_{n-1}(m) &= b(n)x(m) - a(n)y(m) \end{aligned} \right.$$

Funzionamento
 ricorsivo che
 utilizza macchie

La fase non è lineare → DISTORCE LA FASE.

ES:



sinusoide distorta: modifica la morfologia, ma non la frequenza.
sinusoide reale

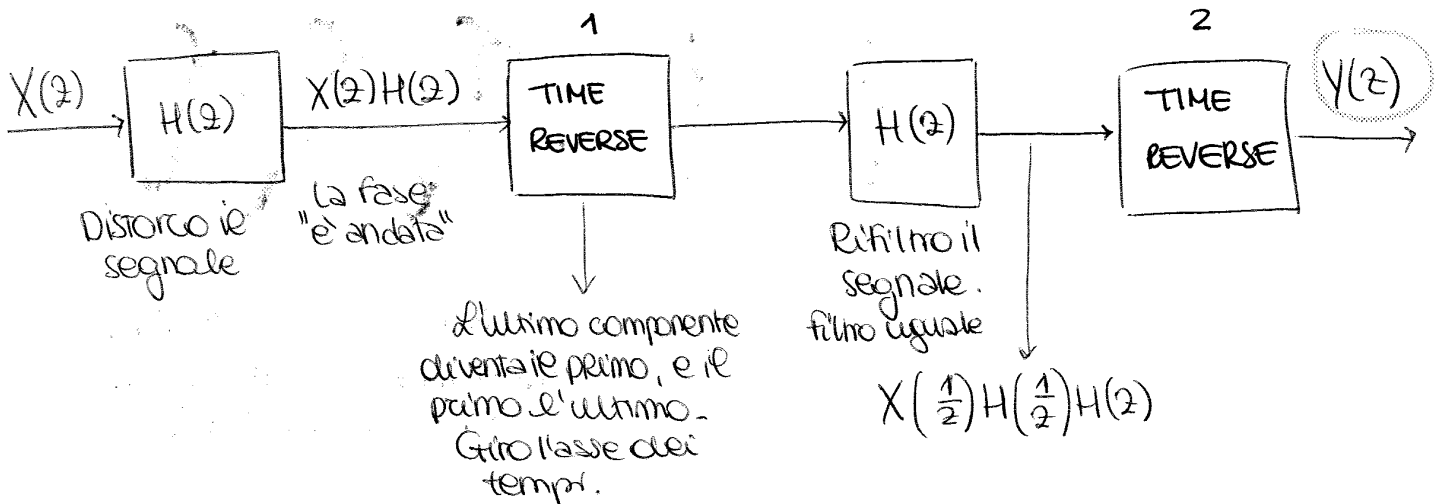


**FILTRARE UN SEGNALE BIOMEDICO CON FILTRI CHE DISTORCO
NO LA FASE È VIETATO** Non posso modificare la morfologia

ES: ECG.

SOLUZIONE: Filtraggio anti-causale o a doppia passata.
Riassesta la fase.

Supponiamo: $X(z) = Z\{x[n]\}$, $H(z) = Z\{h[n]\}$



È come mettere un esponente -1 a z :

$$X(z^{-1}) H(z^{-1}) = X\left(\frac{1}{z}\right) H\left(\frac{1}{z}\right)$$

$$Y(z) = X\left[\left(\frac{1}{z}\right)^{-1}\right] H\left[\left(\frac{1}{z}\right)^{-1}\right] H(z^{-1})$$

$$Y(z) = X(z) H(z) H\left(\frac{1}{z}\right)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow z \in \mathbb{C} : H(z) \cdot H\left(\frac{1}{z}\right) &= \\ &= H(z) \cdot H^*(z) = \\ &= |H(z)|^2 \end{aligned}$$

quantità reale
SENZA FASE (fase = 0)

$$Y(z) = X(z) |H(z)|^2$$

Qualunque sia il diagramma di fase
que sia non viene distorta.

gli sistemi yule-walker inserisce questi valori nei sistemi all'ordine n (17)

la maschera:

$$ES: f = [0 \ 400 \ 450 \ 1000] / 1000 ;$$

$$M = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$$

$$[b, a] = \text{yulewalk}(\underbrace{f, M}_{\substack{\text{ordine} \\ \text{non è noto}}}, \text{freq2}) \quad \% \text{ È giusto? Controllo con freq2}$$

$$\downarrow \text{freq2}(b, a, 512, 2000);$$

verifico che rispetti le specifiche assegnatemi

FILTRI FIR

VANTAGGI:

- o Possono avere fase lineare
- o Sono sempre stabili
- o Transitori hanno durata finita

Condizione necessaria e sufficiente affinché la fase sia lineare è che il vettore b sia simmetrico o antisimmetrico.

$$ES: b = [1 \ 2 \ 3] \rightarrow \text{fase non lineare}$$

$$b = [1 \ 2 \ 1] \rightarrow \text{fase lineare}$$

$$b = [1 \ 2 \ -1] \rightarrow \text{fase lineare}$$

SVANTAGGIO

A pari prestazioni richiedono un ordine maggiore di quelli IIR equivalenti \rightarrow il ritardo è maggiore.

Tecniche di progetto

- o $b = \text{fir1}(n, Wn, \text{options})$ single band
- o $b = \text{fir2}(n, f, m, \text{options})$ multiple band

◦ INIZIALIZZAZIONE dei PESI della STRUTTURA a MINIMO NUMERO di RITARDA TORI

$\frac{z}{z}$ = prodotto tra coefficienti autoregressivi dell'uscita e quelli dell'ingresso
 \downarrow
 Sono responsabili del TRANSITORIO (anche come condizioni iniziali sono nulli casuali). \downarrow

POSSIAMO PREINIZIALIZZARE i PESI quando faccio il filtraggio a BLOCCHI (dato che non possiamo allocare sufficiente memoria a tutto il segnale)

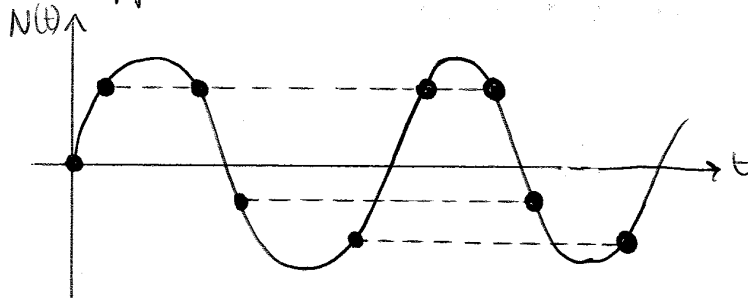
• SINUSOIDE ad ampiezza e frequenza costante 50Hz (19)

Consideriamo il caso in cui la f_c sia un multiplo intero della freq da rigettare (50 Hz). Quindi 250Hz/300 Hz (Attenzione: ricorda che la banda dell'ECG è $\approx 120/125$ Hz).

Vogliamo che ogni periodo della sinusoidale sia rappresentato dallo stesso numero di campioni.

Supponiamo sinusoidale a 50 Hz campionata a 250 Hz. Il numero di campioni per ogni sinusoidale sarà: $\frac{250}{50} = 5$.

Mentre, campionando ad esempio a 270 Hz il numero di campioni T per il ciclo sarebbe differente.



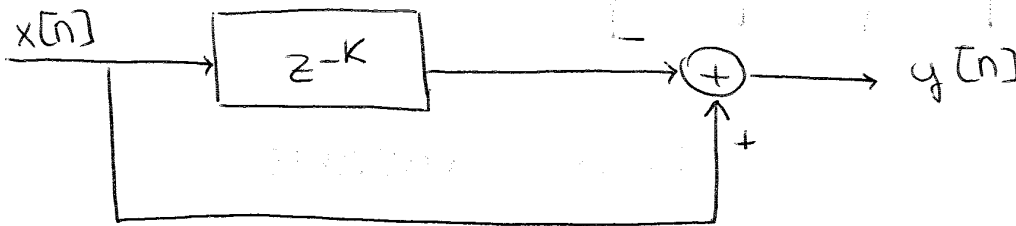
I p.ti viola e rossi sono sovrapponibili.



Ogni 5 CAMPIONI la sinusoidale è la stessa

SI PARLA DI DENISING PER sottrazione: AL CAMPIONE ATTUALE sotraggo QUELLO DI 5 CAMPIONI PRIMA, COSI' TOLGO IL RUMORE, GIACCHE QUESTO E' RIMASTO UGUALE.

Schemo del principio:



$$y[n] = x[n] - x[n-k]$$

Quanto vale k ?

$$\frac{f_c}{f_0} = k \text{ deve essere un numero intero}$$

Dobbiamo ricavare $H(z)$:

$$H(z) = 1 - z^{-k}$$

∇ Filtro FIR : sempre stabile e la fase?

LINEARE : $b = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ -1]$

QUANTI ZERI?

$$k-1$$

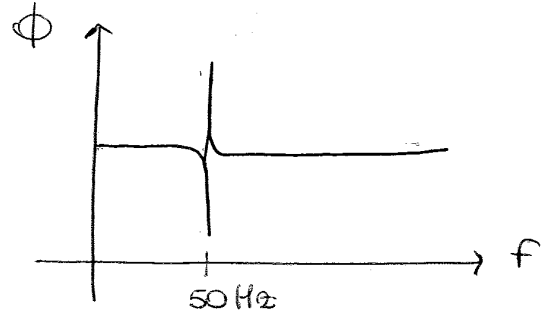
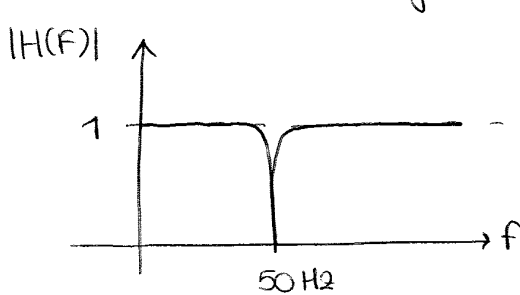
Avremmo: $k+1$ coeff, ne tolgo 1 e otteniamo k

questo filtro funziona bene in modo...

(21)

FILTRO RICORSIVO

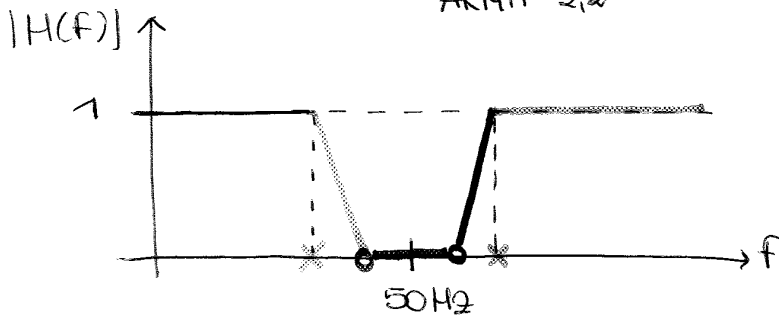
Il notch non funziona se non sono rispettate le hp. Allora si usa questo filtro che è un tradizionale rigetto-banda con funzione di trasferimento:



È un filtro IIR, per cui la fase non è lineare.
Non è implementabile real-time senza distorsioni.

È costituito da 4 radici: coppia di zeri e poli (c e coniugati).
Il problema è posizionare le radici. Volendo "creare" il buco a 50 Hz dovremmo avere una $\delta(t)$ con poli e zeri coincidenti. Giacché così non è fisicamente realizzabile:

ARMA 2,2



x POLO: $|H(f)|$ scende di 20 dB/dec

o ZERO: $|H(f)|$ si addolcisce

o ZERO: $|H(f)|$ torna a salire

x POLO: $|H(f)|$ si raddoppia nuovamente.

Tanto + gli zeri sono vicini a 50 Hz tanto + l'imbuto si stringe.
Come sarà l'uscita?

$$y[n] = x[n] + c_1 x[n-1] + c_2 x[n-2] + c_3 y[n-1] + c_4 y[n-2]$$

$$H(z) = \frac{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 - c_3 z^{-1} - c_4 z^{-2}} \quad \text{ARMA 2,2}$$

MATLAB:

$$\text{function}[cMA, cAR] = \text{rico}(z, B, fc, T)$$

z: attenuazione minima della frequenza f_0 (50 Hz) = 0,01

B: larghezza di banda a 3dB (\approx metà imbuto) [0,707] = 2

f_c : freq centro banda = 50

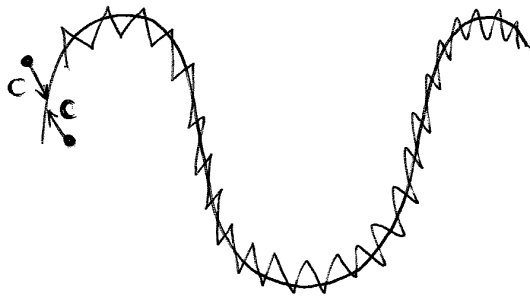
T: intervallo di campionamento = $\frac{1}{f_c}$

↑ attenuazione ↑ distanza tra poli e zeri

rimo per un numero m e aggiungendo una **quantità costante c** : (23)

$$e_{nH} = e_{mH} + c \quad \text{quando sottostimo}$$

$$e_{nH} = e_{mH} - c \quad \text{quando sovrastimo}$$



otengo una sinusoida "a gradini"

Che valore deve avere c ?

- NON TROPPO PICCOLA: altrimenti non riesce ad adattarsi prima di $s(t)$
- NON TROPPO GRANDE: ottingo, altrimenti, "gradini"

Parlando di ECG un modo per stimare c è valutare la frequenza cardiaca.

↑ freq cardiaca ↓ tratto isoelettrico ↑ c per adattarsi velocemente
 ↓ freq cardiaca ↑ tratto isoelettrico ↓ c ha + tempo x adattarsi

Attenzione! NON si può usare sempre la stessa stima x il segnale!
 Ma è un continuo adattarsi e disadattarsi del filtro a causa del sovrapporre di onde \neq .

STIMA SPETTRALE

Ricorda:

Valore medio: $\bar{x}[n] = E\{x[n]\}$

Autocorrelazione: $r_{xx}[n_1, n_2] = E\{x[n_1] \cdot x^*[n_2]\}$

Crosscorrelazione: $r_{xy}[n_1, n_2] = E\{x[n_1] y^*[n_2]\}$

Autocovarianza:

$$c_{xx}[n_1, n_2] = E\{(x[n_1] - \bar{x}[n_1])(x^*[n_2] - \bar{x}^*[n_2])\}$$

Teorema di Wiener-Khinchine

La densità spettrale di potenza (PSD) è la DFT della sequenza di autocorrelazione

Se $x[n]$ è WSS:

$$P_{xx}(f) = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}[m] e^{-j2\pi f m T}$$

m = Ritardo
 T = passo di campionamento.



2 due metodi dovrebbero essere uguali, il risultato non è così perché? (25)

FINESTRATURA IMPLICITA

È sempre. Essendo la sequenza numerica del segnale finita, possiamo vederla come una sequenza ∞ moltiplicata per una finestra rettangolare di ampiezza 1 tra 0 ed $N-1$.

$$\text{rect}_N[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Per ciò la sequenza risulta: $x_0[n] = x[n] \cdot \text{rect}_N[n]$

Volendo calcolare lo spettro di $x_0[n]$, devo:

1. Trasformata di Fourier

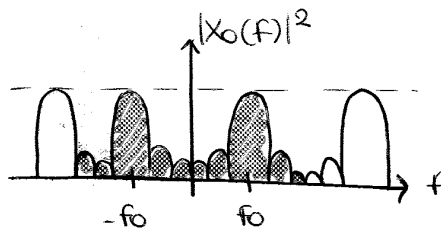
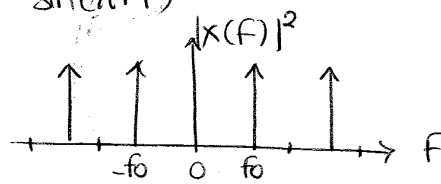
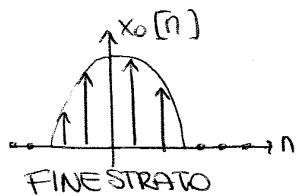
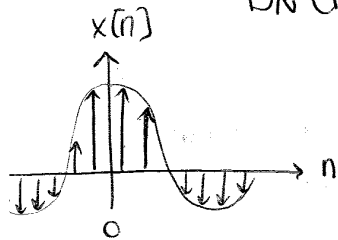
2. Modulo quadro

Problema! La trasformata di un prodotto è una convoluzione e la trasformata della porta è una sinc = funz. oscillante.

$$X_0(f) = X(f) * D_N(f)$$

$$D_N(f) = T e^{-j2\pi f T(N-1)} \frac{\sin(\pi f T N)}{\sin(\pi f T)}$$

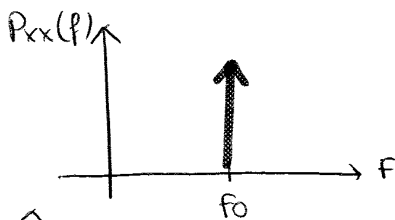
Sinc digitale



La finestatura non mi permette di vedere lo spettro.

NON VEDO + LA DELTA e NASCONO LOBI SECONDARI

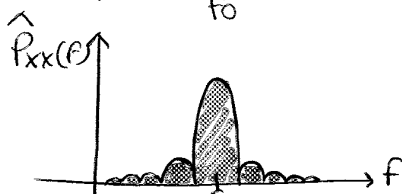
SPETTRO REALE che vorrei ottenere per una sinusoidale a freq f_0 :



Sinusoidale ∞ : $\delta(f) = 1$

$$\int \delta(f) df = 1 \Rightarrow \int P_{xx}(f) df = 1$$

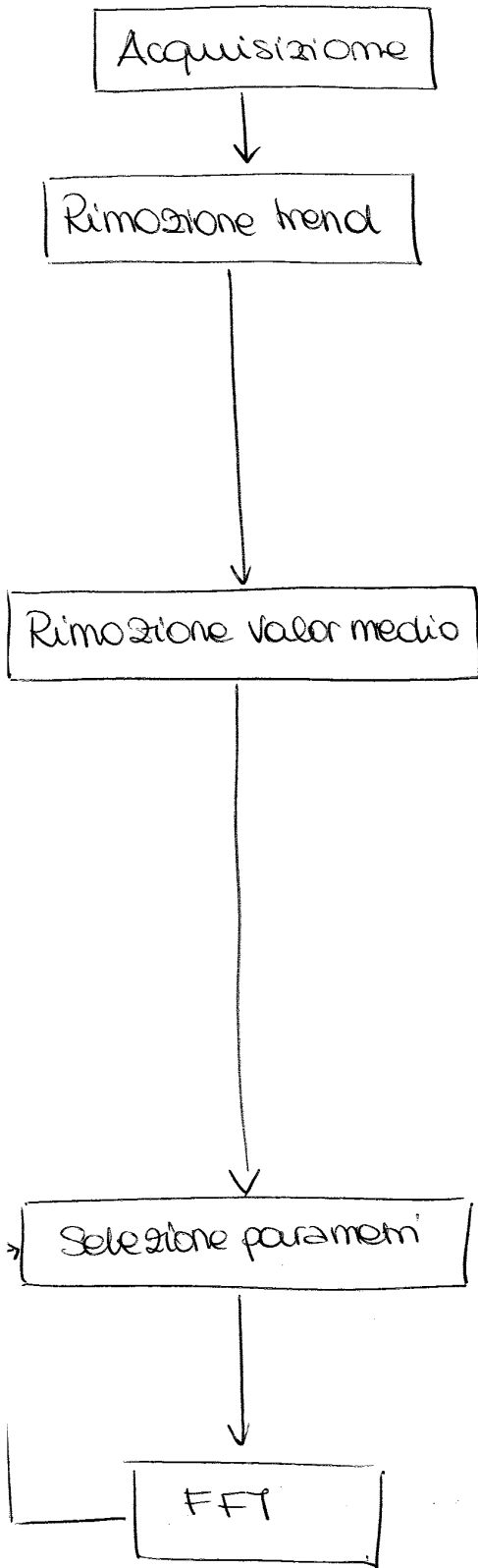
Reale



Se tronco la sinusoidale ottengo cmq 1 come area totale, ma la potenza è divisa tra: lobo principale e lobi secondari

Metodo diretto: periodogramma

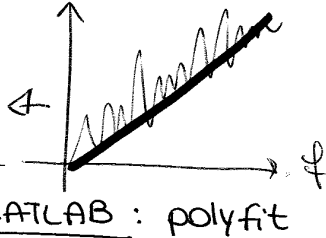
(27)



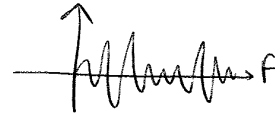
N campioni, sampling rate

Trend: andamento. \neq def. matematica. Poss. eliminarlo con un passa-alto perchè la sua frequenza è più bassa di quella del segnale. Attenuazione alle f_T .

Fitting lineare: sottraggo la pelta e ottengo il segnale senza trend.



È obbligatorio!!



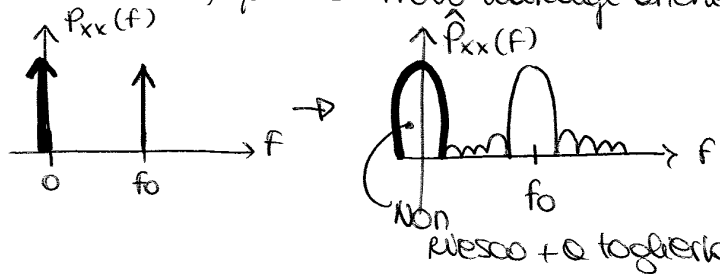
x_0 segnale con $\mu=0$

$x = x_0 + k$ segnale con $\mu \neq 0$

Gli estimatori sono quadratici x cui:

$$x^2 = x_0^2 + k^2 + \boxed{2x_0k} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{leakage in} \\ \text{continue} \end{matrix}$$

$\mu \neq 0$ a $f=0$, quindi trovo leakage anche lì:



N campioni/segmento, punti FFT, tipo finestra

FFT e verifica parametri

Ciclo fino a quando non trovo i parametri per avere la trasformata che voglio.



Mettiamo la \angle al finito e separiamo gli assi del ritardo (positivo (29) e negativo).

$m =$ ritardo

$N =$ tempo

$0 \leq m \leq N-1 :$

$$\hat{r}_{xx}[m] = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} x[n+m] \cdot x^*[n]$$

è definita $\forall m$

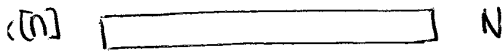
$-(N-1) \leq m \leq 0$

$$\hat{r}_{xx}[m] = \frac{1}{N-|m|} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x^*[n+|m|] x[n]$$

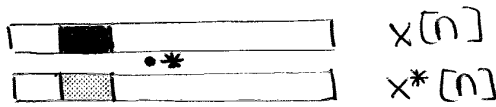
MATLAB:

`xcorr` = funz per verificare se quello che abbiamo scritto nella nostra routine è corretto.

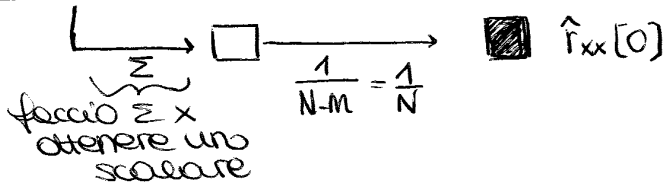
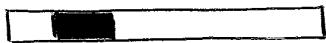
Supponiamo un segnale di N campioni di cui noi dobbiamo calcolare la correlazione. Dato un ritardo $m > 0$, $\forall m$ dobbiamo calcolare R_{xx}



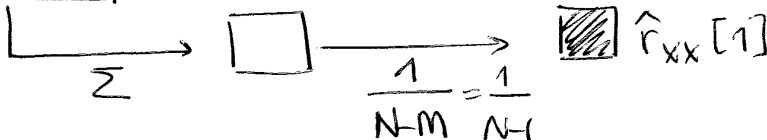
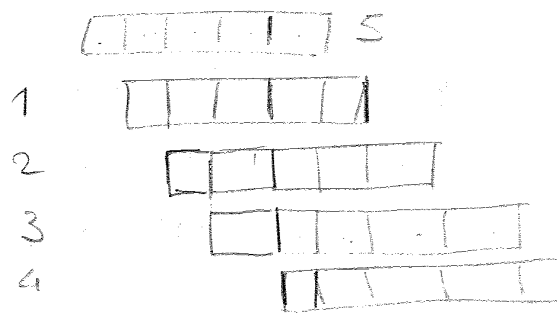
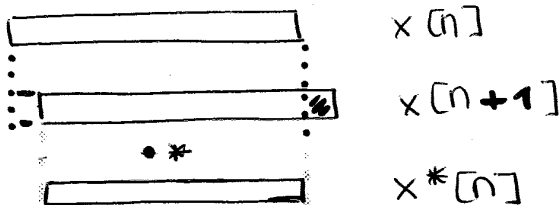
Ritardo minimo: $m=0$:



$a * b =$ prodotto elemento per elemento e ottengo un vettore

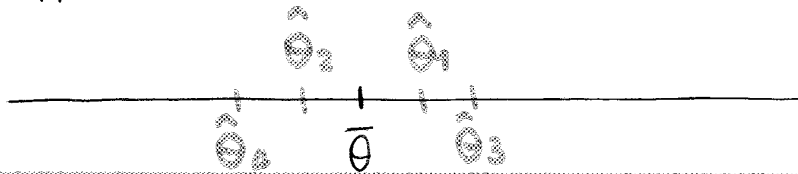


$m=1$



• **CONSISTENZA:**

Supponiamo che la quantità da stimare sia:



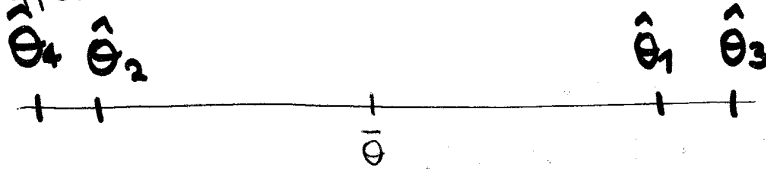
E chiamiamo $\hat{\theta}$ le stime.

Vediamo che è non polarizzato.

Inoltre è consistente!

Uno stimatore è consistente se calcolando $\hat{\theta}$ ottengo sempre lo stesso valore di stima (sono e quindi distanti e vicini al valore vero).

Supponiamo ora:



È sempre non polarizzato, ma preferisco la situazione precedente perché le stime sono + vicine al valore vero.

Parametro per valutare la consistenza è la varianza:

$\downarrow \sigma^2 \uparrow$ consistenza. L'ideale sarebbe avere $\sigma^2 = 0$ (IMPOSSIBILE)

Una definizione usata è:

$$P\{| \hat{\theta} - \bar{\theta} | \leq \epsilon\} = \epsilon, \text{ dove } \epsilon \text{ è una quantità molto piccola.}$$

Provando ad applicare tutto ciò su r_{xx} :

$$\hat{r}_{xx}$$

• POLARIZZAZIONE:

$$E\{\hat{r}_{xx}[m]\} = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} E\{x[n+m]x^*[n]\} = \frac{1}{N-m} (N-m) r_{xx}[m] = r_{xx}[m]$$

È NON POLARIZZATO

• CONSISTENZA:

$$\text{var}\{\hat{r}_{xx}[m]\} \approx \frac{N}{(N-m)^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (r_{xx}^2[k] + r_{xx}[k+m]r_{xx}[k-m])$$

$\uparrow m \uparrow$ termini $\uparrow \sigma^2$ $\sigma^2 = \sigma^2(N, m)$

Si annulla solo per $N \rightarrow \infty$

NON È CONSISTENTE

$$\checkmark r_{xx}$$

• POLARIZZAZIONE:

$$E\{\check{r}_{xx}[m]\} = \frac{N-|m|}{N} E\{\hat{r}_{xx}[m]\} = \frac{N-|m|}{N} r_{xx}[m] = \left(1 - \frac{|m|}{N}\right) r_{xx}[m]$$

È POLARIZZATO

MQ:

$$N \rightarrow \infty, \frac{|m|}{N} = 0 \Rightarrow E\{\check{r}_{xx}[m]\} = (1-0)r_{xx}[m]$$

ASINTOTICAMENTE NON POLARIZZATO



Con lo stimatore alternativo:

$$\hat{P}_{xx}(f) = T \sum_{m=-L}^L \hat{r}_{xx}[m] e^{-j2\pi f n T}$$

Quando calcolo il valore atteso:

$$E\{\hat{P}_{xx}(f)\} = T \underbrace{\sum_{m=-L}^L \left(1 - \frac{|m|}{N}\right) r_{xx}[m]}_{E\{r_{xx}[m]\}} e^{-j2\pi f n T}$$

Finestra triangolare di Bartlett (lobi secondari + bassi). Otteniamo quindi

$$E\{\hat{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}(f) * \frac{2}{L} D_L^2(f/2)$$

Polarizzato, ma meno del $\hat{P}_{xx}(f)$ perchè i lobi secondari son più bassi.



Normalmente, allora, si calcola il correlogramma a partire dallo stimatore polarizzato.

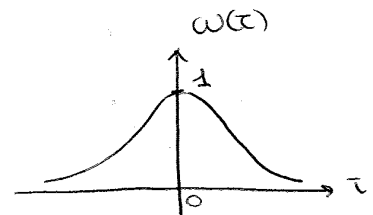
Ponendo $L = N - 1$ ottengo la stima spettrale corrispondente al periodogramma.

BLACKMAN E TUKEY

FINESTRA di LUNGHEZZA DISPARI

$$\hat{P}_{BT}(f) = T \sum_{m=-L}^L w[m] \hat{r}_{xx}[m] e^{-j2\pi f n T}$$

$$E\{\hat{P}_{BT}(f)\} = P_{xx}(f) * \Omega(f)$$



In Ω deve valere 1 per non modificare l'IE.

Polarizzato, ma scegliendo opportunamente la finestra (lobi secondari bassi e che vanno a zero velocemente) e calcolando $\lim_{L \rightarrow \infty}$ scopro che $E\{\hat{P}_{BT}(f)\}$ sarà uguale a $P_{xx}(f)$

ASINTOTICAMENTE NON POLARIZZATO

Per quanto riguarda la VARIABILITÀ: $\uparrow L \uparrow \sigma^2$. Devo ridurre il numero di ritardi per avere $\downarrow \sigma^2$.

PERIODOGRAMMA: METODO di SCHUSTER

Deriva dalla def di periodogramma (Th Wiener -k) omettendo il valor medio:

$$\hat{P}_{xx}(f) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{(2M+1)T} \left| T \sum_{n=-M}^M x[n] e^{-j2\pi f n T} \right|^2$$

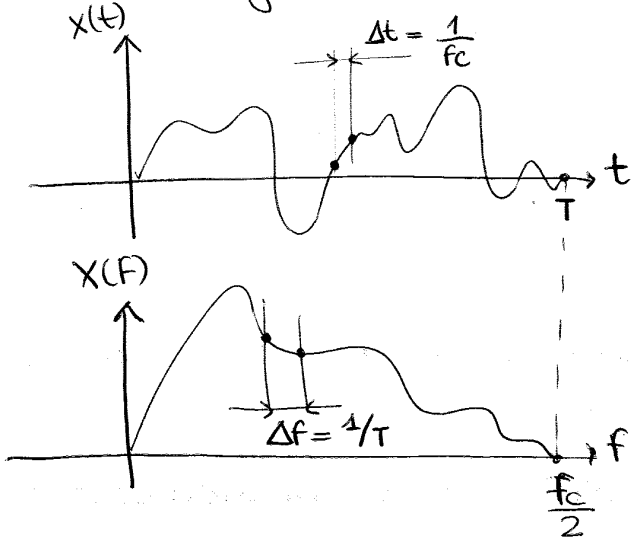
↳ non serve x perchè il # campioni è finito

che dipende, a sua volta, dalla lunghezza del segnale e dalle dimensioni dei segmenti. (35)

↑ numero segmenti ↓ dimensione dei segmenti ↑ f_T

Posso fare ciò, cioè aumentare il numero di segmenti diminuendo le dimensioni degli stessi? In realtà Fourier e Nyquist si impongono dei limiti.

Supponiamo un segnale ricostruito ad una freq f_c :



Abbiamo acquisito fino a T (s)
Due campioni di segno:

$$\Delta t = \frac{1}{f_c}$$

Due punti consecutivi distano

$$\Delta f = \frac{1}{T}$$

RISOLUZIONE SPETRALE TEORICA

È legata solo dalle lunghezze del segmento.

RISOLUZIONE SPETRALE APPARENTE

sempre

aggiungo punti: sono solo interpolazioni matematiche e non punti reali.

+ è corto il segnale, minore è la risoluzione

la risoluzione spett. teorica è il limite max per non avere errori.

ES] $T = 10s$ $\Delta f = 1Hz$ → Quanti segmenti? Al più 10 di 1s.

$$\Delta f = \frac{1}{T} = 1 \quad \text{con } T=1$$

↑ segmenti ↓ risoluzione

La polarizzazione è la stessa, mentre la VARIANZA si riduce di UN FATTORE P.

METODO di WELCH (1967)

Più usato. Avere segmenti consecutivi non è il massimo volendo avere P elevato non posso!

Allora dividiamo il segnale in segmenti che possono sovrapporsi:

→ periodogramma per segmento



§ segmenti sono comunque della stessa lunghezza

In questo modo P aumenta. la sovrapposizione si chiama OVERLAP e

ES: Periodogramma di Bartlett

(37)

$f_c = 64 \text{ Hz}$

$\Delta f = 0,5 \text{ Hz}$

Che parametri usare?

$\Delta f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ s}$

$\frac{\# \text{camp}}{f_c} = T \rightarrow \# \text{camp} = T \cdot f_c = 2 \cdot 64 \text{ Hz} = 128 \text{ camp}$

$W = \text{boxcar} (128)$

boxcar = finestra rettangolare

$O = \emptyset$

ES: Periodogramma di Schuster

$f_c = 64 \text{ Hz}$

$\Delta f = 0,5 \text{ Hz}$

$W = \text{boxcar} (\text{length}(x))$

non dovrei avere finestre, quindi prendo una finestra della lunghezza del segnale.

ZERO PADDING

$O = \emptyset$

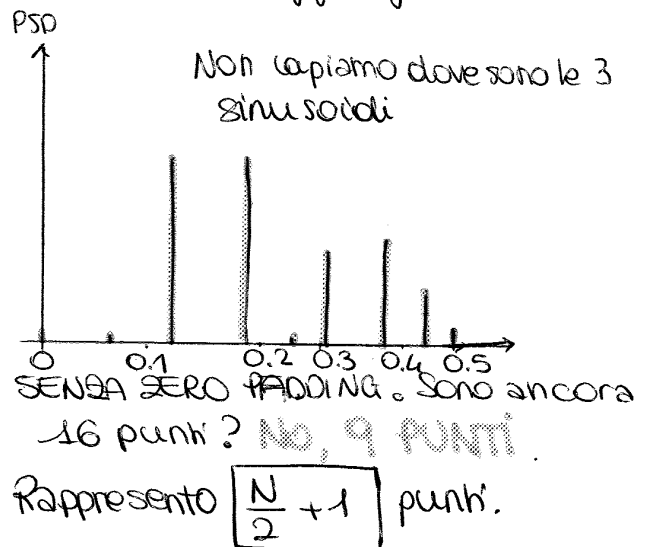
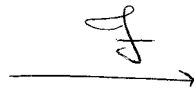
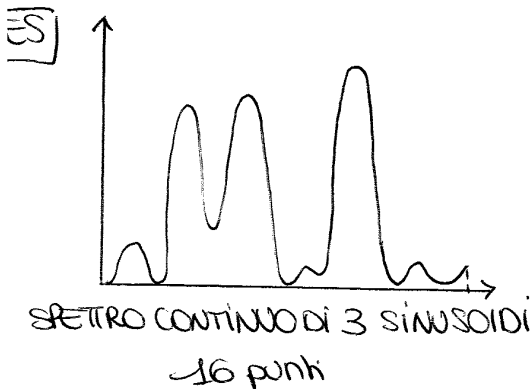
Per avere una risoluz. apparente γ , è necessario aggiungere punti. Per farlo devo aggiungere zeri (non importa dove). Tecnicamente lo fa FFT con NFFT giusto.

Supponiamo N campioni: $x[0] \dots x[N-1]$

Aggiungiamo N zeri: $x[N] \dots x[2N-1]$

Otteniamo così la DTFT: $X[k] = T \sum_{n=0}^{2N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi nk}{N}} = T \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}$

Posso ottenere tutti i campioni che voglio, quelli che aggiungo sono ottenuti come interpolazione di $\frac{\sin x}{x}$.



Facendo zero padding aggiungo punti e man mano delinea le 3 sinusoidi.

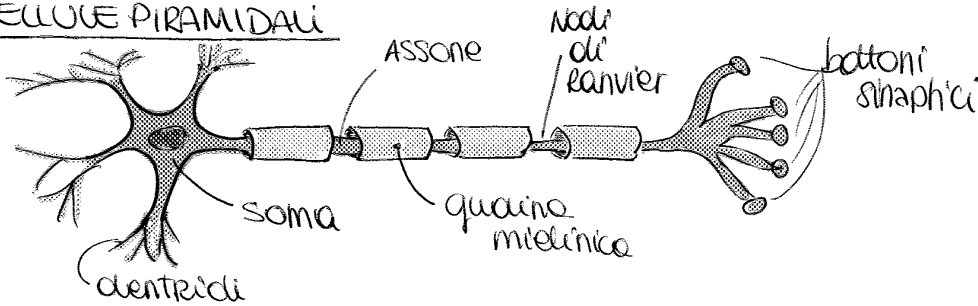
La vera risoluzione è la teorica, l'apparente è utile x la rappresentazione

SEGNALE EEG

(39)

Il segnale EEG è una rilevazione dell'attività elettrica ed è fatto di potenziali post-sinaptici perché ampi e lenti rispetto ai quelli pre-sinaptici che sono molto veloci.

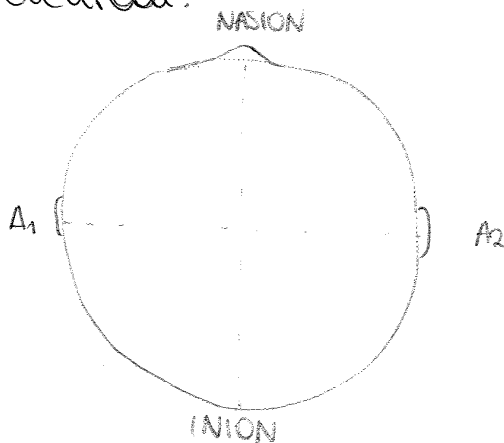
CELLULE PIRAMIDALI



Il segnale si misura in modo singolo-differenziale ↓

SISTEMA 10-20

calcolate la distanza tra nasion e inion e la distanza tra le orecchie (A1, A2), si calcolano il 10% e il 20% di queste in modo da posizionare tutti gli elettrodi.



Il metodo singolo-differenziale consiste nelle:

- differenza tra il potenziale dell'elettrodo preso in esame e quello del riferimento
- differenza tra il potenziale di 2 elettrodi vicini

L'EEG che ottengo è diverso, ma l'info è la medesima.

CARATTERISTICHE DEL SEGNALE EEG

È un PROCESSO CASUALE. Quello che misuro è un segnale di interferenza.

- **AMPIEZZA**: decina μV ÷ 500 μV . I clinici distinguono l'EEG sull'ampiezza:
 - BASSA: < 30 μV
 - MEDIA: 30-70 μV
 - ALTA: > 70 μV
- Si parla di EEG normale di persone sane (in particolare non epilettiche).



in un'attività a bassa frequenza, frequenze predominanti. (4)

BANDA	FREQ [Hz]	AMPIEZZA [μV]	CONDIZIONE
δ	0,5 - 3	20 - 200	Coma / sonno molto profondo
θ	3 - 7	5 - 100	Sonno profondo
α	8 - 13	10 - 200	Rilassamento mentale
β	14 - 30	1 - 20	Attenzione / concentrazione
γ	> 30	1 - 20	Attenzione

↑ f dominante ↓ ampiezza

■ Reti neurali non reagiscono agli stimoli esterni e si autoorganizzano

■ Onde di Berger

■ Alcuni sostengono che esistono 2 bande β

Altri che esista una sola banda

Altri fino a 70 Hz. Normalmente non oltre i 35 Hz.

β₁: 14 - 21/22 Hz

β₂: 21/22 - 30 Hz

SONNO

Esistono 4 fasi + 1 attraverso cui una persona adulta passa durante il sonno.

FASE I 4-5%

FASE II 45-55%

FASE III 4-6%

FASE IV: 12-15%

FASE V: REM 20-25%

Ciclo normale del sonno:

→ fase I: microspasmi muscolari. È la fase di transizione tra veglia e sonno

→ fase II: rallentamento ritmo cardiaco e respiratorio. La temperatura corporea diminuisce di 1°C o 2°C. Corrisponde alle onde θ.

→ fase III: inizia il sonno profondo e iniziano le onde δ.

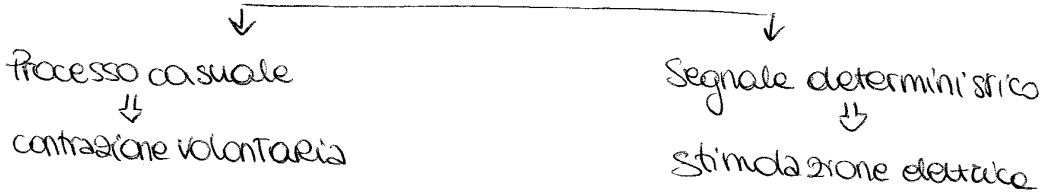
→ fase IV: sonno molto profondo. Il respiro è ritmico e volontario. L'attività muscolare è limitata. L'EEG è solo in fase δ.

→ fase V: aumenta l'attività cardiaca e l'attività cerebrale. Il respiro aumenta ma è molto superficiale (poco alle scambiate). L'attività muscolare è nulla.

→

SEGNALE EMG

SEGNALE EMG



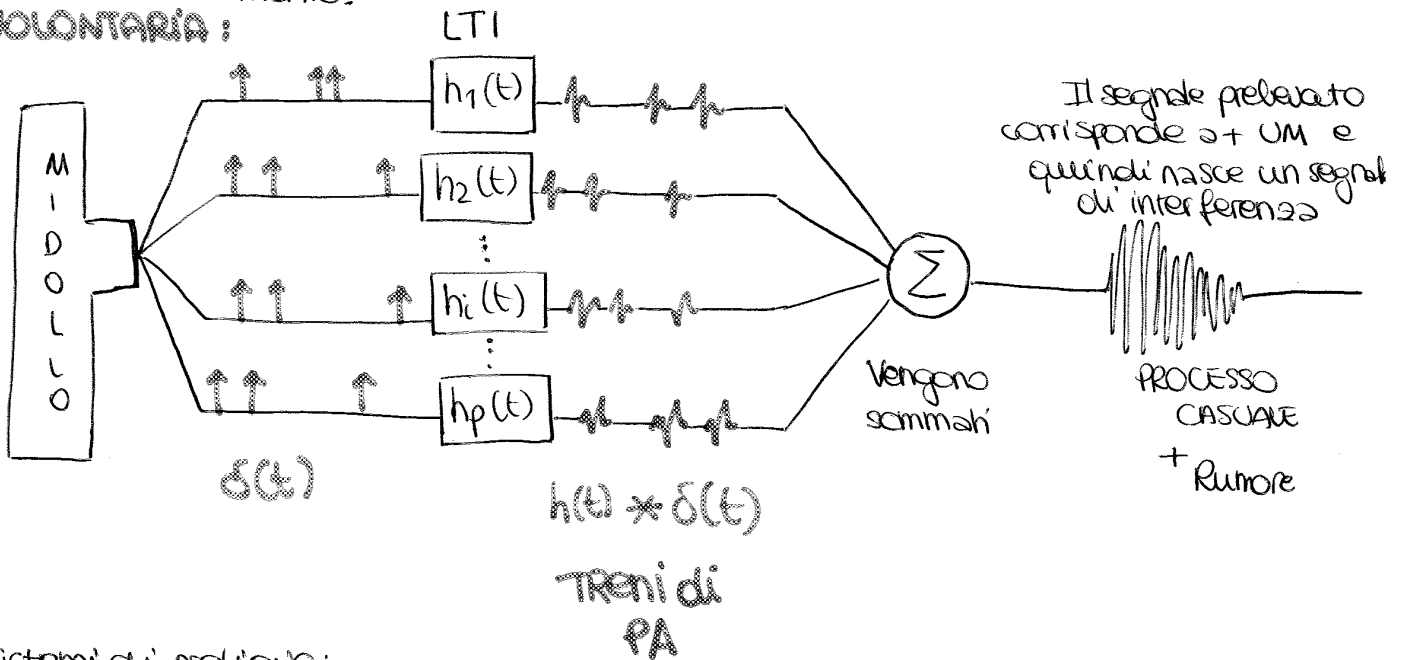
CONTRAZIONE MUSCOLARE:

PA → corteccia motoria → midollo (o giunzione neuromuscolare) → assoni → muscoli che sono innervati da assoni delle FIBRE MUSCOLARI (ogni assoni innerva un numero minimo di fibre, ovvero un'UNITÀ MOTORIA).

Le fibre muscolari sono composte da proteine
 / actina
 / miosina

Dal midollo partono + assoni: tutte le UM non vengono reclutate insieme nello stesso momento.

∴ VOLONTARIA:



Sistemi di prelievo:

- elettrodo ad ago: sento PA sulla fibra (invasiva)
- elettrodo di superficie: classico elettrodo sulle cute (non invasivo).

GENERAZIONE MUAP

Il PA è sempre uguale, ma $\bar{e} \neq$ quello che vediamo a seconda dell'unità motoria, perché \neq come noi ci poniamo rispetto all'unità

ES

CONTRAZIONE VOLONTARIA

(45)

◦ Segnale EMG è un processo casuale

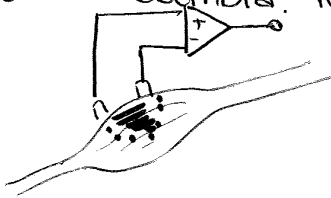
↓
NON È WSS

Per poterlo assimilare a questo, la F dovrebbe essere costante, ma volontariamente non è possibile farlo. I sensori di forza fisiologici sono collocati sui tendini e misurano la tensione tendinea, non la forza di contrazione. ↴

è necessario un cu sportivo esterno che aiuti (es voltmetro).

Perché il segnale EMG sia WSS la forza di contrazione deve essere COSTANTE.

Inoltre, quando facciamo le prelievo il VOLUME di PRELIEVO è ridotto e durante la contrazione, gli elettrodi sono fermi, ma il muscolo si muove e il volume cambia. Perciò cambia le $\#UM$ prelevate (P) e σ .



Perché il segnale EMG sia WSS, la contrazione deve essere isometrica.

PSD

È la somma degli spettri delle singole unità motorie.

$$\mathcal{F}\{s\} = \mathcal{F}\{u_1\} + \mathcal{F}\{u_2\}$$

Attenzione = questa proprietà è vera solo se i segnali sono scorrelati.

Quindi:

$$S(\omega, t, F) = R(\omega, d) \left[\sum_{i=1}^{p(F)} S_{u_i}(\omega, t) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{q(F)} S_{u_i} \cdot S_{u_j}(\omega, t) \right]$$

$R(\omega, d)$ = fnz di trasferimento del sist di prelievo

d = distanza interelettrodo

q = numero di MUAPT correlati

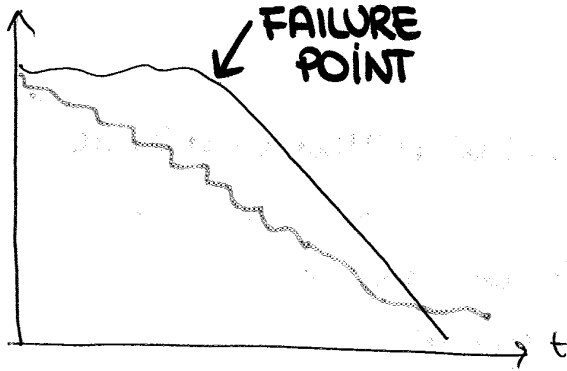
$S_{u_i} \cdot S_{u_j}(\omega, t)$ → CROSS-SPETTRO. Come calcolarlo?

FATICA MUSCOLARE LOCALIZZATA

(47)

Supponiamo: paziente con un angolo articolare al gomito di 90° con un peso di 15 kg. Deve essere mantenuto costante l'angolo. Quindi il paziente lo farà solo per un certo tempo. Arriverà al FAILURE POINT: prestazioni da quel punto peggiorano.

FATICA legata alla meccanica. Non ha molto a che vedere con la fisiologia.



Fisiologicamente il sist si affatica da subito, non appena inizia a svolgere il compito motorio. Interpretazione elettrofisiologica
↓
le caratteristiche del muscolo cambiano non appena il muscolo si contrae.

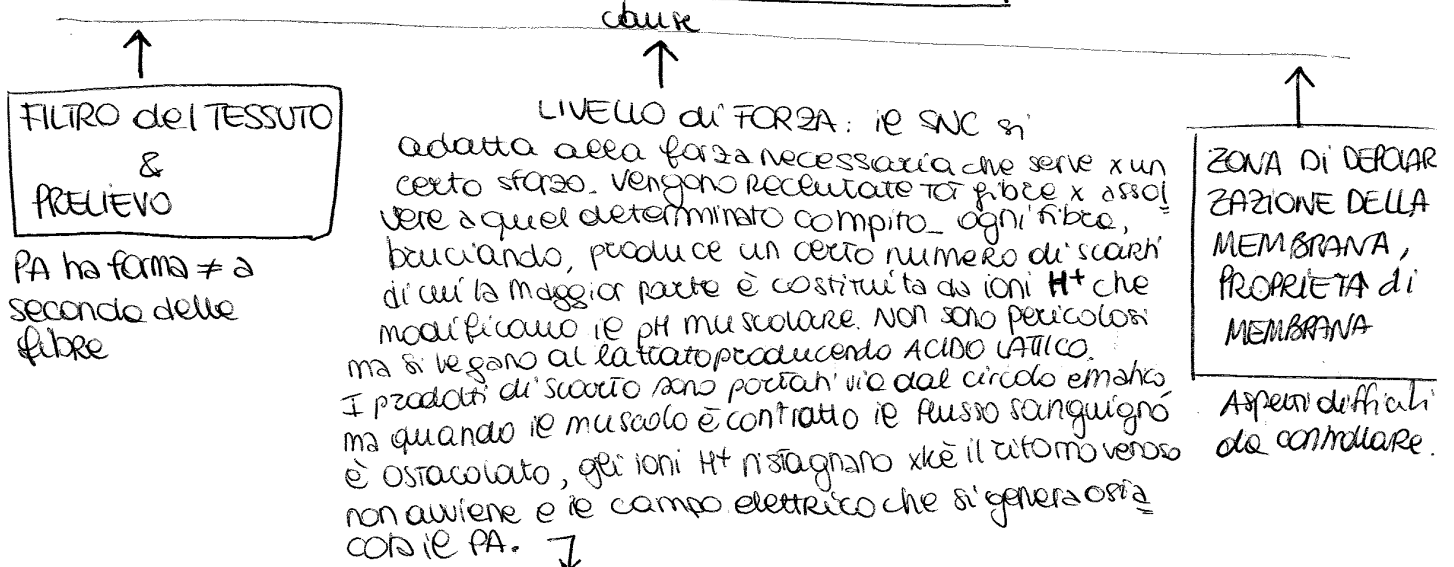
3 sono le componenti della fatica elettrofisiologica:

- fatica che deriva direttamente dal muscolo: localizzata (fibre)
- remota ed è il sist nervoso centrale: cambia le sue strategie. Una parte si riflette sul muscolo, ma deriva dal SNC.
- esaurimento della giunzione neuromuscolare: + lavoro, + il neurotrasmettitore si esaurisce o cmq non è + sufficiente.

Questo esaurimento non avviene mai a meno di casi patologici o sforzi enormi

Concretamente cosa avviene? Il muscolo si affatica, cambia il segnale in ingresso o la fnz di trasferimento e quindi il treno di PA.

CAMBAMENTO della FORMA D'ONDA dell' UM



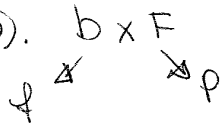
LA VELOCITÀ DI CONDUZIONE DIMINUISCE

```

while s ≤ A
    S = S + P(i);
    i = i + 1;
end
    
```

MDF = f(i); % Oppure MDF = f(i-1)

2 Momento di ordine 1 : valore di freq per cui la somma dei momenti è uguale a zero (baricentro).



per cui:

$$MNF = \int f \cdot P(f) df$$

Matematicamente:

$$m' = \frac{\int x \cdot f_x(x) dx}{\int f_x(x) dx}$$



L'integrale della densità spettrale di pot è la potenza che non è niente detto sia uguale ad 1. Dobbiamo quindi denormalizzare:

$$MNF = \frac{\int f \cdot P(f) df}{\int P(f) df}$$

MATLAB:

$$MNF = \text{sum}(P .* f) / \text{sum}(P);$$

3 Parametro temporale che ricaviamo dal segnale:

$$ARV = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt, \quad T = \frac{N}{f_c}$$

MATLAB:

$$ARV = \text{sum}(\text{abs}(x)) \cdot f_c / N;$$

4

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

Se il segnale è un processo casuale:

$$RMS = DVS$$

MATLAB:

$$RMS = \text{sqrt}(f_c \cdot \text{sum}(x.^2) / N);$$



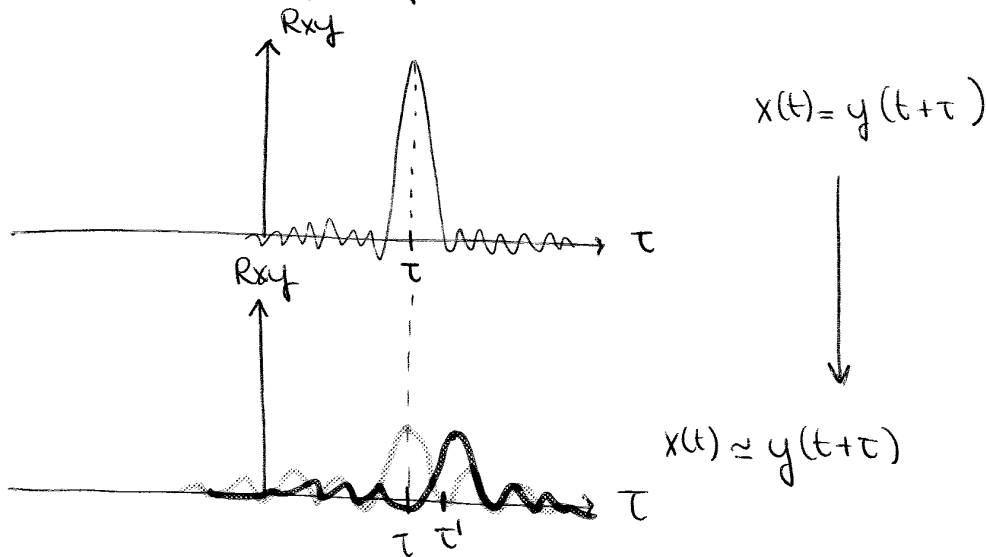
TECNICA DELLA CROSS-CORRELAZIONE

(51)

Calcolo la cross-correlazione tra i 2 segnali. Quello che ottengo è un MASSIMO traslato. Infatti facendo la cross-corr tra 2 segnali uguali dovrei ottenere un'auto correlaz con max in zero, ma essendo uno dei 2 segnali ritardato, il max è spostato di una quantità pari al ritardo.

Problema Rumore sovrapposto. Nella pratica DD1 e DD2 non sono esattamente uguali e quindi calcolando la cross-corr posso ottenere:

- un max che si abbassa e che si può confondere
- il massimo si può spostare e non coincidere con τ effettivo.



È necessario avere SNR buono e DD1 e DD2 molto simili.

Altro problema:

$$v_c \approx 4 \text{ m/s}$$

$d = \text{decina mm} \rightarrow + \text{sono vicini} + \text{sono selettivi.}$
 $\underline{10 \text{ mm}}$ è una d ragionevole.

$$s = v_c \tau \rightarrow \tau = \frac{s}{v_c} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,5 \text{ ms}$$

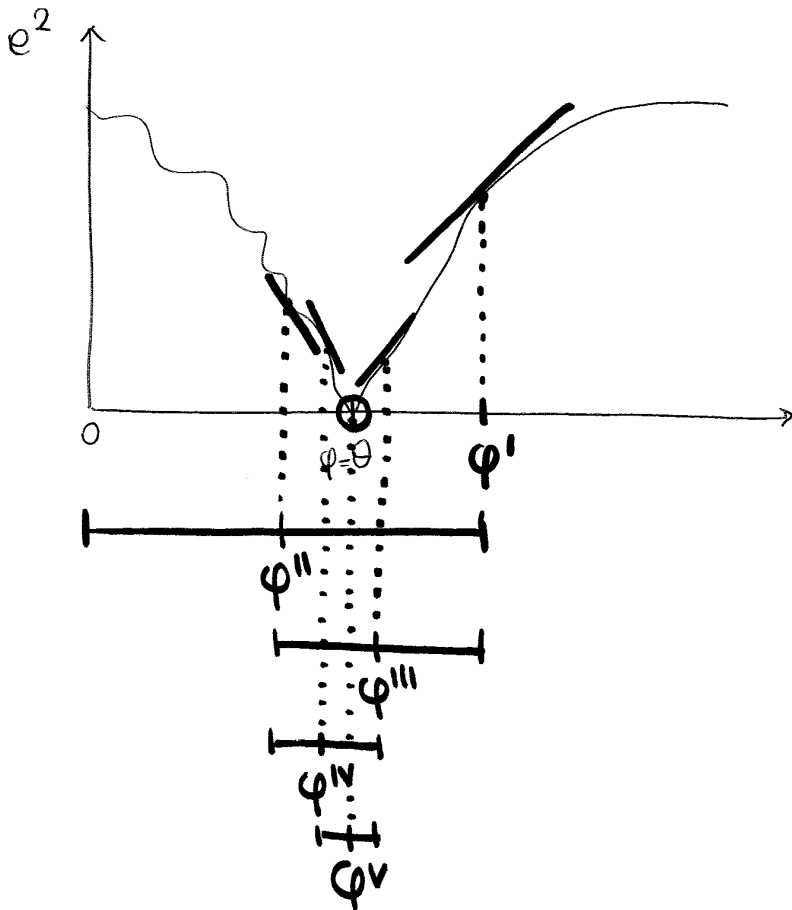
La funz di cross-correlazione è nel discreto con ritardo crescente. Il valore minimo di ritardo è 1 CAMPIONE che corrisponde a $\frac{1}{f_c}$.

Quindi la distanza tra punti è $\Delta t = \frac{1}{f_c}$.

f_c tipica del segnale EMG = 1 kHz $\Rightarrow \Delta t = 1 \text{ ms}$. Dovendo misurare un $\tau = 2,5 \text{ ms}$, con distanza tra campioni di 1ms, se sbaglio sbaglio di 1ms, 50%! Però:

$$3,5 \text{ ms} \Rightarrow v_c = 2,8 \text{ m/s} \text{ PATOLOGICO}$$

ERRORI: $\tau = 2,5 \text{ ms} \begin{cases} < 1,5 \text{ ms} \Rightarrow v_c = 6,6 \text{ m/s} \text{ ASSURDO!} \\ > 3,5 \text{ ms} \Rightarrow v_c = 2,8 \text{ m/s} \text{ PATOLOGICO} \end{cases} \rightarrow$



PARTO da un valore φ^1
 ↓
 calcolo la tg in φ^1 (derivato).
 ↓
 controllo la pendenza: positiva, quindi il minimo deve trovarsi a sx.
 ↓
 prendo la metà dell'intervallo $0 \div \varphi^1$ e trovo un nuovo valore φ^2
 ↓
 calcolo la derivata e vedo che la tg ha pendenza negativa. Il minimo sarà a dx
 ↓
 calcolo la metà dell'intervallo dell'intervallo $\varphi^2 \div \varphi^1$ e trovo φ^3 → Ricomincio...

Arrivo a convergenza quando la $\boxed{tg=0}$
 (in qst caso φ^v).

Il problema è che posso incappare in un minimo locale e non nell'assoluto.

Ricordo in $\varphi = \theta$, $e^2 \geq 0$, quindi come capire se è un minimo locale o assoluto?



Supponiamo: $\varphi^2 \rightarrow \theta$
 $e^2(\varphi^2) = 12.1$ E' corretto?

Prendo il segnale, lo ritardo di θ e calcolo la cross-cor. Il max deve essere in zero e deve coincidere con l'E del segnale (i due segnali sono stati ritardati).

Se θ è sbagliato, la fnz avrà un valore + piccolo e il max non sarà in 0. Devo anche controllare che VC non sia troppo alta.

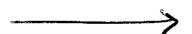
MATLAB: delay

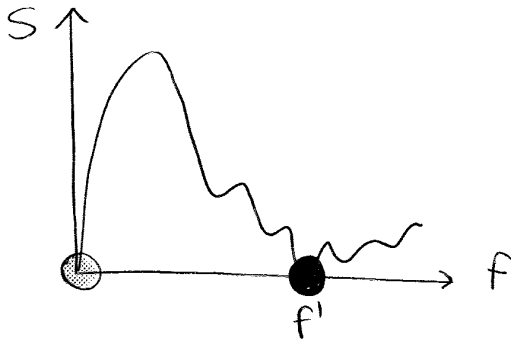
Se il rumore è GAUSSIANO BIANCO questa tecnica ne è insensibile, perché la f è uguale.

•TECNICA della FASE e della FUNZIONE di TRASFERIMENTO

Abbiamo nuovamente 2 segnali, $x_1(t)$ e $x_2(t)$, con $x_2(t) = x_1(t + \theta)$

Supponiamo un sist LTI:





Quando la densità spettrale è uguale a zero?

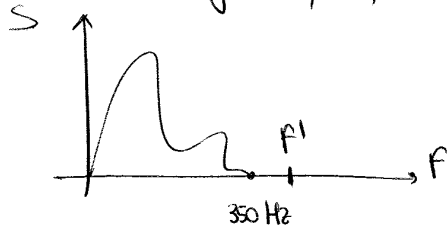
- quando l'argomento del seno è 0
- quando l'argomento del seno è π :

$$\pi = \frac{\pi f' d}{v} \rightarrow \boxed{v = f' d}$$

PROBLEMI:

• $d = 10 \text{ mm}$, $v = 4 \text{ m/s}$ → $f' = 400 \text{ Hz}$

La banda del segnale, x_0' , è al massimo 350 Hz, f' quindi cade fuori:



Devo quindi spostare f' dentro:

Ma $f' = \frac{v}{d}$ → devo aumentare d ma ne posso né voglio!!

- Supponendo che la banda possa arrivare a 500 Hz, la tecnica non funziona perché c'è il rumore. Se questo è gaussiano bianco lo spettro non ha zero.
- Supponendo anche che di rumore ce ne sia molto poco, non posso fidarmi dello zero trovato perché c'è variabilità.
- f' è continua, ma i punti sono interpolati e quindi c'è un problema di risoluzione spettrale.

FATIGUE PLOT

AUTOREGOLAZIONE CEREBRALE

La pressione arteriosa determina la pressione di perfusione. Come mi surarbo?

$$\boxed{CPP = ABP - ICP}$$

press. arteriosa

pressione intracranica (determinata dal liquido cerebrospinale)

Quando varia la pressione di perfusione?

- innalzamento pressione a causa di un trauma cranico, x es
- abbassamento pressione arteriosa per svenimento. Per non far diminuire troppo CPP... natura porta la scena a stendersi a terra.

L'autoregolazione è controllata dalle muscolature lussure di ossam' con

può anche essere scritto:

$$A = \mu_0 \cdot d, \quad \mu_0 = C \cdot \alpha = \text{coeff di estinzione lineare}$$

(57)

Quello che voglio ottenere è $[C]$!!

SPETTRO DI ASSORBIMENTO DELL'EMOGLOBINA:

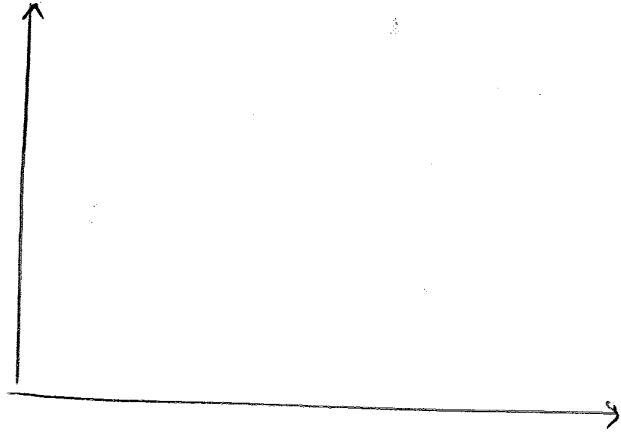
Emoglobina ridotta: HHb

Emoglobina ossidata: O₂Hb

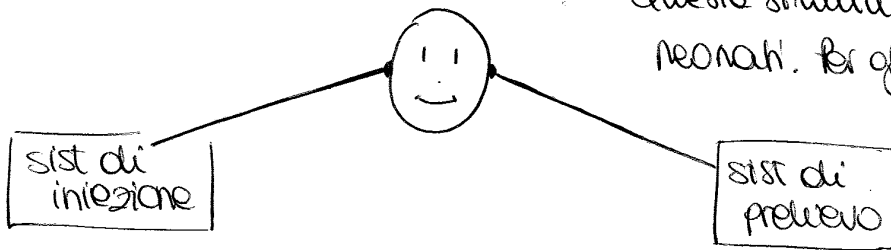
Possiamo misurare la $[C]$ di entrambe visto che gli spettri sono abbastanza \neq .

HHb \rightarrow vene

O₂Hb \rightarrow arterie

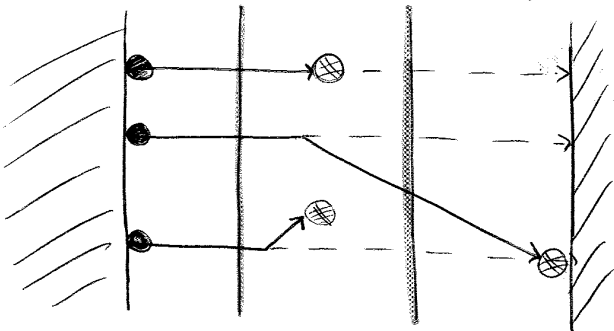


Sistema di prelievo:



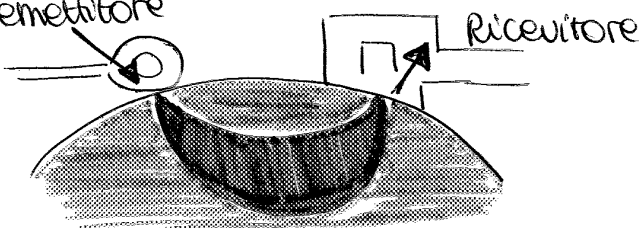
Questa struttura funziona solo per i neonati. Per gli adulti no.

Realmente \exists SCATTERING: gli e⁻, fotoni vanno in direz \neq .



Devo usare una struttura che tenga conto delle \neq condiz.

Quando i fotoni deviano, + o - lo fanno nella stessa direzione, cioè vanno a formare la cosiddetta BANANA SHAPE. Posizionando emettitore e ricevitore + o - a 4 cm posso prelevare i fotoni.



La legge di Lambert Beer non funziona più, ma va modificata



tere in continuo \rightarrow FREQUENCY RESOLVED. meglio le ω (59)

I sensori delle cells lisce chi sono?

o **BAROCETTORI**: misurano pressione arteriosa. Si trovano nelle diramazioni dei grandi vasi. Sono collegati alle terminazioni nervose a gangli nervosi a sua volta connessi al nervo vago (sist. simpatico) che agisce sulle muscolatura liscia vasodilatando o vasostringendo.

PRESS. ARTERIOSA

FREQ. DI SCARICA

P_a

\geq

f

LIMITI dell'autoregolazione

P_a

\leq

f

$60 < P_a < 140/160$ mmHg

Rispondono meglio a variazioni rapide di pressione. Le variaz. lente vengono perse ed è un problema quando c'è aterosclerosi \rightarrow nel tempo abbiamo un Reset di barocettori per le variaz. lente.

o **CHEMOCETTORI**: misurano la composizione. In particolare:

- p parziale O_2
- p parziale CO_2
- p parziale pH ematico (si ricava dalle precedenti che è un bilancio)

Comunicano al SNC la variaz di O_2 (sotto soglia) e CO_2 (sopra soglia).

Le oscillaz dei segnali sono casuali. Facendo STIMA SPETTRALE:

\rightarrow tolgo valor medio

\rightarrow tolgo le trend del segnale \rightarrow la freq è molto bassa e quindi il trend interferisce.

Info è contenuta anche nel dominio spettrale \rightarrow contenuto +0 - cost.

BANDE

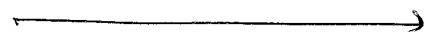
o **ONDE B**: oscillaz spontanee anche su sogg sani (press arteriosa, variabilità cardiaca, ...). Non si sa da dove derivino.
10 mHz \div 40/50 mHz Sogg patologico: \uparrow oscillaz

o **ONDE M**: sono comuni a tutti. È l'impronta del sist. simpatico che modula la tensione della parete vasale.
50 mHz \div 150 mHz Sogg patologico, banda vari

o **ONDE R**: banda delle freq respiratoria. 150 mHz \div 300 mHz.

o **ONDE P**: info sulle pulsabilità cardiaca.

Onde d'interesse



Sappiamo che : $x[n] = u[n] * h[n]$. Qui sotto :

(6)

$$x[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k] u[n-k]$$

modello IIR, Rix all'impulso ∞

Siccome :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$A(z) = 1 + \sum_k a[k] z^{-k}, \quad B(z) = 1 + \sum_k b[k] z^{-k}, \quad H(z) = \frac{1 + \sum_k b[k] z^{-k}}{1 + \sum_k a[k] z^{-k}}$$

Siccome voglio calcolare P_{xx} :
 → costante (σ_u^2)

$$P_{xx} = P_{uu} \cdot \underbrace{H(z) \cdot H^*(1/z^*)}_{\text{modello quadro}}$$

$$P_{xx}(f) = P_{uu}(f) \cdot |H(f)|^2$$

$$P_{ARMA}(f) = T_{P_u} \left| \frac{B(f)}{A(f)} \right|^2$$

funto 4
Risolto

$$\sigma_u^2 = \rho$$

Sia parte AR che MA:

$$P_{xx}(z) = P_{uu}(z) \frac{B(z) B^*(1/z^*)}{A(z) A^*(1/z^*)}$$

→ Se avessi solo MA :

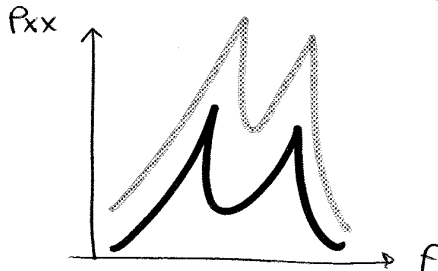
$$P_{MA}(f) = T_{P_u} |B(f)|^2$$

→ Se avessi solo AR :

$$P_{AR}(f) = T_{P_u} \cdot \frac{1}{|A(f)|^2}$$

Come calcolare il modello ?

Usare $u[n]$ è semplice e va bene, ma se **LIMITE** della stima spettrale parametrica è che P_u è CASUALE e quindi si ripresenta cm fattore di scala nel calcolo di $P_{xx}(f)$. L'asse verticale non è proprio corretto.



↓ P_u } fattore di scala arbitrario.
 ↑ P_u } Non conosciamo la pot precisa associata ad ogni armonica.

Possiamo calcolare correttamente la potenza relativa,

SCelta del MODELLO

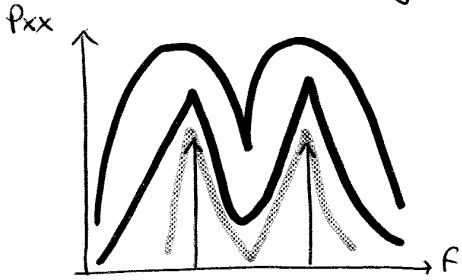
Ne posso scegliere 3: AR, MA, ARMA. Non è un problema perchè $H(z)$ è più o meno uguale per tutti e 3 i modelli. Inoltre la scelta ricadrà sempre

ARMA \rightarrow si approssimano $H(z)$ \rightarrow AR : devo aumentare un po' l'ordine.

(63)

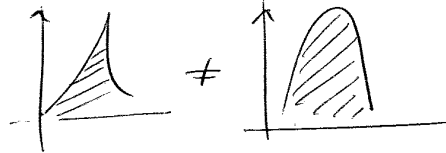
AR \rightarrow ARMA : basta un ordine molto + basso

Il modello scelto è legato alla forma della fnz :



AR
ARMA
HA

Integrale per la potenza è \neq perché l'area sottesa è \neq :



Relazione tra coeff di modelli \neq

I parametri dei modelli sono legati agli elementi della fnz di autocorrelaz.

$$\text{ARMA (p,q)} \quad x[n] = - \sum_{k=1}^p a[k] x[n-k] + \sum_{k=0}^q b[k] u[n-k]$$

Moltiplico per $x^*[n-m]$:

$$x[n] \cdot x^*[n-m] = - \sum_{k=1}^p a[k] x[n-k] x^*[n-m] + \sum_{k=0}^q b[k] u[n-k] x^*[n-m]$$

Calcolo il valore atteso :

$$\underbrace{E\{x[n] x^*[n-m]\}}_{\text{SEQ. AUTOCORRELAZ. } r_{xx}[m]} = - \sum_{k=1}^p a[k] \underbrace{E\{x[n-k] x^*[n-m]\}}_{\text{SEQ. AUTOCORRELAZ. } r_{xx}[m-k]} + \sum_{k=0}^q b[k] \underbrace{E\{u[n-k] x^*[n-m]\}}_{\text{SEQ. CROSS-CORRELAZ. } r_{ux}[m-k]}$$

Quindi:

$$r_{xx}[m] = - \sum_{k=1}^p a[k] r_{xx}[m-k] + \sum_{k=0}^q b[k] r_{ux}[m-k]$$

Come $c[n]$:

$$r_{xx}[n] = \begin{cases} r_{xx}^*[-m] & m < 0 \\ - \sum_{k=1}^p a[k] r_{xx}[m-k] + \sum_{k=0}^q b[k] h^*[k-m] & 0 \leq m \leq q \\ - \sum_{k=1}^p a[k] r_{xx}[m-k] & m > q \end{cases}$$

PREDITTORE LINEARE

$$r_{xx}[n] = - \sum_{k=1}^p a[k] r_{xx}[m-k]$$

Passo da elementi precedenti per calcolare questi dell'autocorrelaz successive



Il predittore può essere concepito in seguito:

(65)

$$\hat{x}^f[n] = - \sum_{k=1}^m a^f[k] x[n-k]$$

PREDITTORE LINEARE DIRETO:
da elementi precedenti calcolo il segnale futuro.
∃ anche un predittore inverso.

$a^f[k]$ è un numero finito.

$m \equiv$ "ordine" del filtro.

↓
quello che dobbiamo trovare

La sommatoria mi dice che ho bisogno di m valori precedenti per calcolare quello futuro.

Quanti coeff servono a predire in modo ragionevole?

Attenzione: dobbiamo sempre parlare di ERRORE

$$\hat{e}^f[n] = x[n] - \hat{x}^f[n]$$

Se la predizione fosse assolutamente corretta: $\hat{e}^f[n] = 0$

In realtà non è mai così: tanto più l'errore è piccolo, tanto migliore sarà la mia predizione.

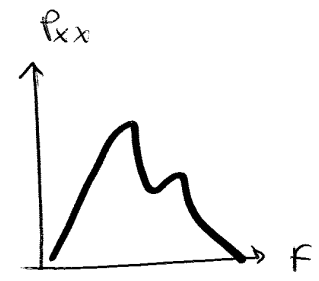
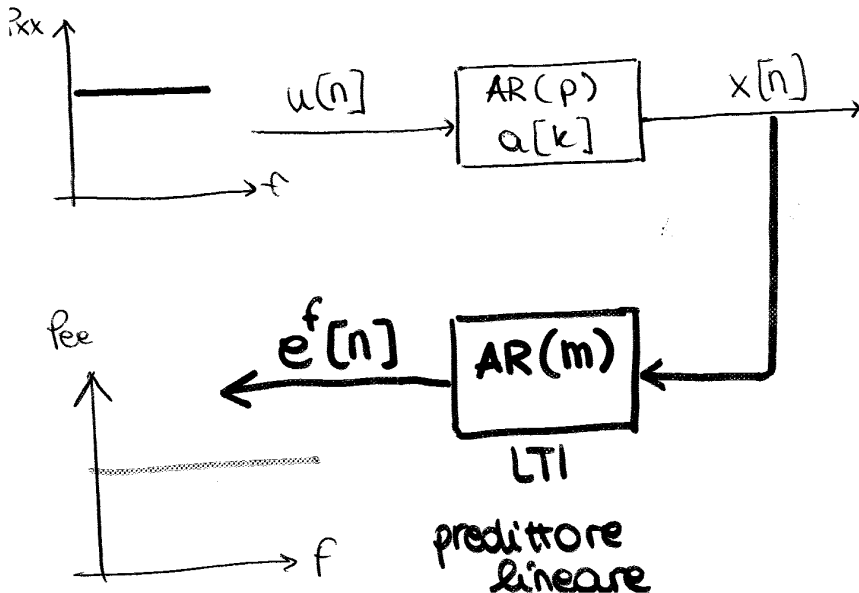
Piuttosto che l'errore, posso valutare la VARIANZA dell'errore:

$$\sigma^2 = E \{ |\hat{e}^f[n]|^2 \}$$

Perciò, il nostro segnale diventa:

$$x[n] = - \sum_{k=1}^m a^f[k] x[n-k] + e^f[n]$$

Perciò:



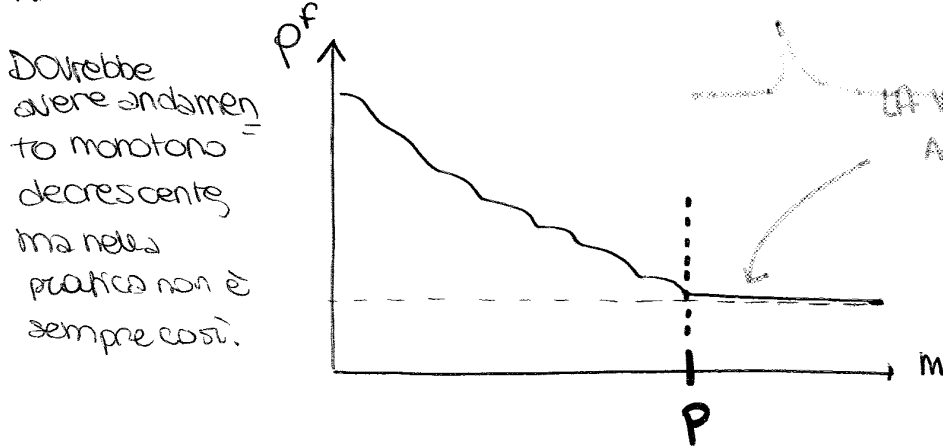
otteniamo in uscita del sist completo quello che avevamo in ingresso
Perciò le 2 funz di trasferimento sono uguali, ma solo invertite.

Non abbiamo contenuto spettrale in uscita, ma è tutto nelle funz di trasferimento

Se però $m > p$: $m = p + 1$, vuol dire che devo aggiungere un altro coeff a .

Nonostante io abbia aggiunto una radice, tutta l'info è già contenuta nella fnz di trasferimento quando $m = p$, per cui quella radice sarà zero.

Possiamo realizzare un **DIAGRAMMA DELLA VARIANZA** :

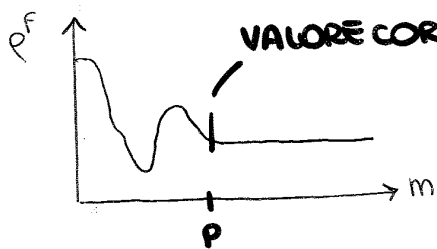


Dovrebbe avere andamento monotono decrescente, ma nella pratica non è sempre così.

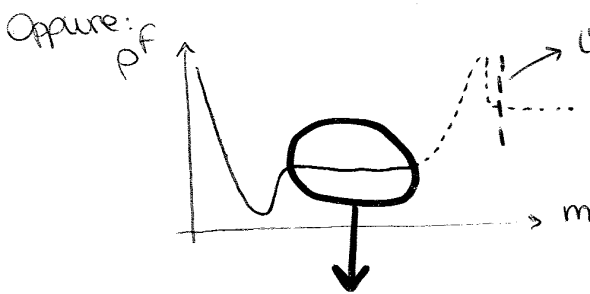
LA VARIANZA NON VARIA PIÙ, ANCHE AGGIUNGENDO RADICI PERCHÉ QUELLE OLTRE p SONO NULLE.

Osservando la varianza dell'errore, quando otteniamo un asintoto l'ordine trovato è quello uguale ad m .

Possiamo avere:



VALORE CORRETTO È QUELLO DOVE HO L'ASINTOTO! MAI IL MINIMO



L'ordine corretto dovrebbe essere qui, che corrisponde ad un ordine molto elevato, normalmente non raggiunto. Per cui non considerando questa parte...

È NECESSARIO CONSIDERARE QUESTO RANGE PERCHÉ I SIST NON SONO ESATTAMENTE AE e quindi p^f IMPAZZISCE. NÈ CONFRONTO CON LA TRASF DI SOG. RAR.

COME CALCOLARE $a[k]$?

Sono stati implementati ≠ algoritmi:

- **ALGORITMO di LEVINSON**: metodo ricorsivo. Le soluz di ordine successivo sono calcolate da quelle precedenti. È utile per il diagramma della Varianza. La varianza di ordine precedente:

$$p_m^f = p_{m-1}^f (1 - |a_m^f|^2)$$

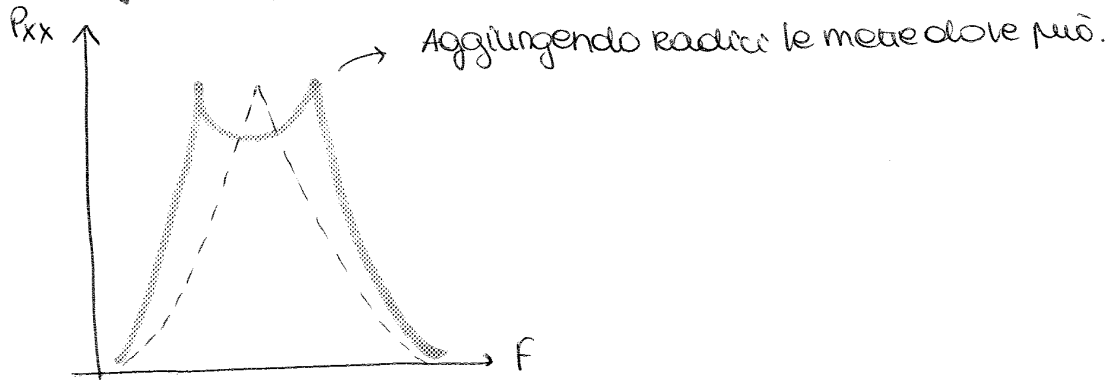
Matematicamente, quando $m = p$ effettivamente la varianza è costante.

Calcola un coeff per volta e aggiorna la varianza.

Fa parte del sistema Yule-Walker. Però non è molto usato perché non ha

→ Bias e splitting di righe spettrali

(69)



SEGNALE DI VARIABILITÀ CARDIACA

La variabilità cardiaca è un fenomeno per cui il battito cardiaco non è un processo periodico; la distanza tra 2 battiti è una variabile casuale anche x soggetti sani a riposo.

Fattori che la influenzano sono:

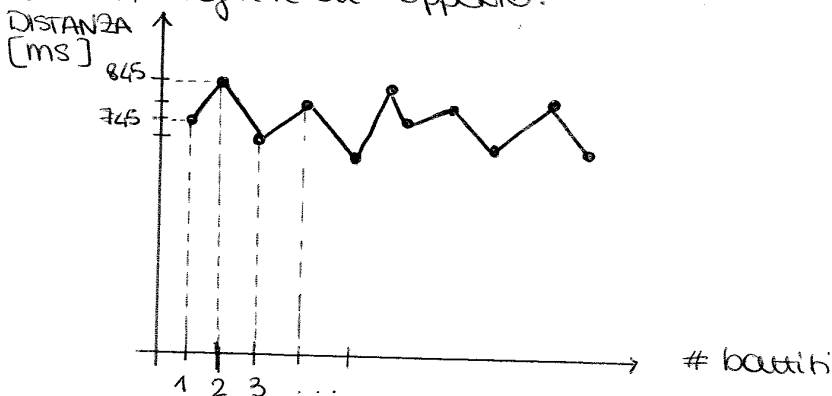
- metabolici
- vascolari
- respiratori

Come misurarla? ECG di base e si misura la distanza tra battiti consecutivi in ms.

Soggetti sani: 60 bpm, distanza 1 s (in realtà un po' meno, 900/950 ms)

Per calcolare la distanza devo prendere come riferimento l'onda R. Come lo trovo? Cerco il massimo mettendo una soglia → potrei non prenderlo tutte quindi il problema è complesso, ma teoricamente funziona.

Si crea un segnale di supporto:



Uniamo i punti (riferiti ad ogni distanza) e otteniamo il segnale R-R

Segnale casuale a valor medio non nullo.

↑ fcard, il segnale scende: il valor medio non serve perché è il fcard. Devo studiare le oscillazioni.

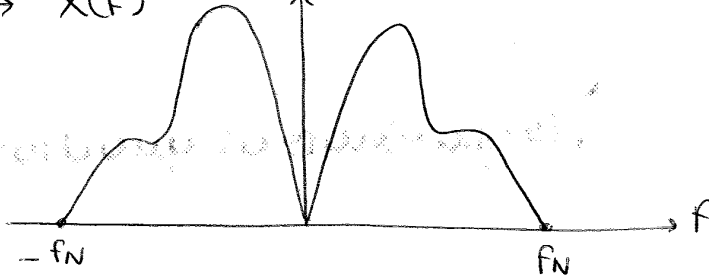
DEVO STUDIARLO CON STIMA SPETTRALE PARAMETRICA PERCHÈ LA f_c CAMBIA !!

È conveniente rinviare il valor medio per questioni di rappresentazione.

SEGNALE CHIRP → simula il canto di un uccellino. Freq linearmen(1) te variante: sinusoidale con freq variabile. Facendo il periodogramma otten go una gaussiana che x0 non contiene info.

SEGNALE in FORMA ANALITICA

$x(t) \rightarrow X(f)$ $|X(f)|$ $X(f) \in \mathbb{C}$



UN SEGNALE IN FORMA ANALITICA E' PRIVO DELLA PARTE NEGATIVA.

$$x_a(t) = x(t) + j \tilde{x}(t)$$

dove $\tilde{x}(t) =$ Trasformata di Hilbert

È come la Trasf di Fourier ma si moltiplica per

Fourier: $\cos(2\pi ft)$ $[\text{Re}\{g\}]$ È anche def. trasfcoseno

$$x(t) = e^{j2\pi ft} = \cos(2\pi ft) + j \sin(2\pi ft)$$

segnale + Im che è la trasf di Hilbert del coseno.

Non + le semiasse negativo, ma una solo 0 nel semiasse positivo.

$x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$, sinusoidale in forma analitica
 $f_0 =$ freq modulante

$$x_a(t) = e^{j\varphi(t)}$$

$\varphi(t) =$ fase istantanea

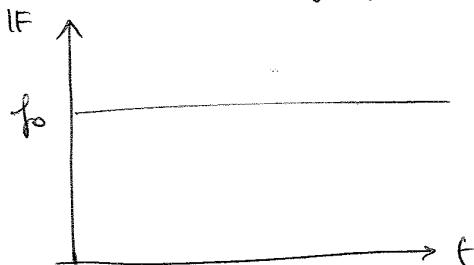
$$\underbrace{IF(t)}_{\text{freq istantanea}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}$$

IF(t) di una sinusoidale analitica?

$x_a = e^{j\varphi(t)} = e^{j2\pi f_0 t}$

$IF(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \cdot 2\pi f_0 = \boxed{f_0}$

A istante di tempo ho solo freq:



- STFT è Re? No, \mathcal{F} è \mathbb{C} , a meno che le segnale non sia reale. (73)
- STFT è simmetrico? Sì.
- STFT è > 0 ? Non ha senso chiedere perché $x(k)$ non è Re.

Otteniamo spettrogramma:
$$\text{SPEC}_x^{\text{Re}}(t, f) = |\text{STFT}_x^{\text{Re}}(t, f)|^2$$
 non lineare
 Tollo μ e trend.

Ho bisogno di 2 risoluzioni \rightarrow spettrale: finestra ampia
 \downarrow temporale: finestra corta.

TRASFORMATA DI GABOR

È una STFT con w impostata:

$$G_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') e^{-\pi(t-t')^2} e^{-j2\pi ft'} dt'$$

La finestra è una gaussiana

La gaussiana ha supporto non limitato \rightarrow quando arriva ad un valore pari a 1,9143 è trascurabile e troncò il supporto \rightarrow devo modificare gli estremi dell'integrale:

$$G_x(t, f) = \int_{-1,9143}^{+1,9143} x(t') e^{-\pi(t-t')^2} e^{-j2\pi ft'} dt'$$

Stazionario

Segnale stazionario: $P_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$
 Se il segnale non è WSS, r_{xx} dipende anche dal tempo oltre che dal ritardo.

Il problema è quando integro nel tempo:

$$r_{xx}(\tau) = \int x(t-\tau) x^*(t) dt$$

la correlaz. è data dal prodotto !!
 Non va + bene, perchè nel t cambia e cosa è? cose tutte \neq .

Allora: FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE INSTANTANEA

$$R_{xx}(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

$$P_{xx}(t, f) = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow f} \{R_{xx}(t, \tau)\}$$

Devo trovare un metodo per attenuare (non posso eliminare) i termini interferenti \downarrow

FUNZIONE DI AMBIGUITÀ

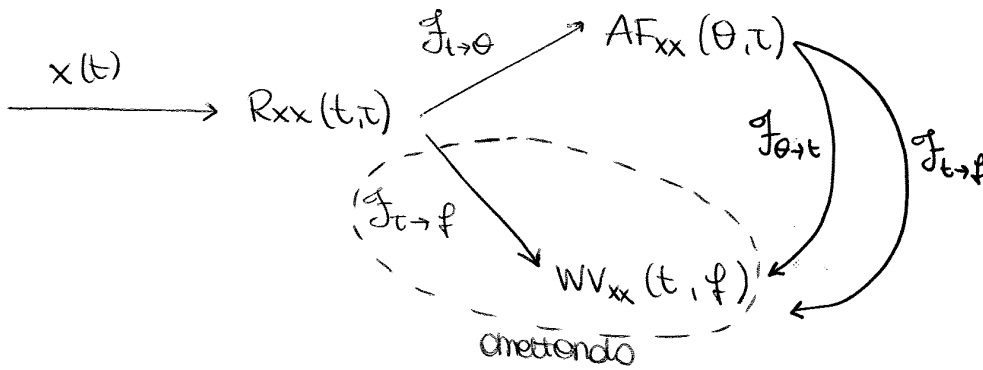
$$AF_{xx} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(t, \tau) e^{+j2\pi\theta t} dt$$

Altra trasform. delle fnz di autocorrelaz.

$$AF_{xx}(t, \theta) = F_{t \rightarrow \theta}^{-1} \{ R_{xx}(t, \tau) \}$$

$$\theta = [s^{-1}]$$

Porto R_{xx} in un piano in cui i termini interferenti sono visibili e distinguibili.



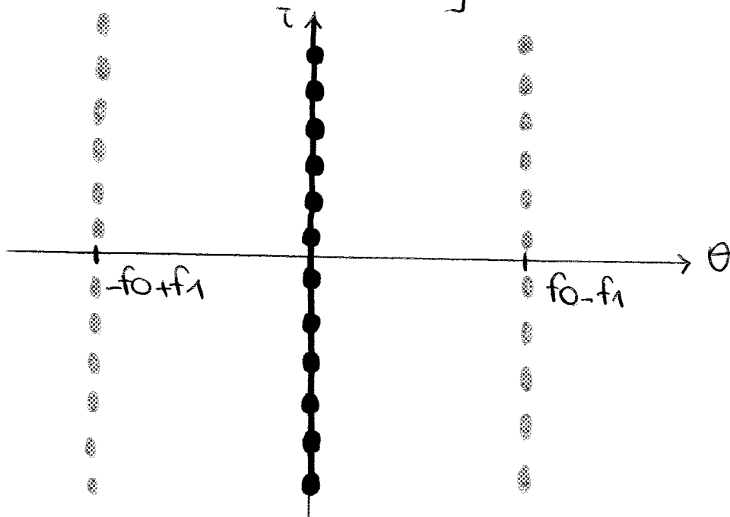
Attenuando i termini interferenti posso tornare a WV_{xx} con un'altra trasform. da θ a t e da τ ad f .

" θ è il duale di τ " \rightarrow τ è un ritardo nel tempo, θ una differenza inf.

ES: $x(t) = e^{j2\pi f_0 t} + e^{j2\pi f_1 t}$

$$R_{xx}(t, \tau) = e^{j2\pi f_0 \tau} + e^{j2\pi f_1 \tau} + \cos[2\pi(f_0 - f_1)t] e^{j2\pi \frac{f_0 + f_1}{2} \tau}$$

$$AF_{xx}(\tau, \theta) = \left[e^{j2\pi f_0 \tau} + e^{j2\pi f_1 \tau} \right] \delta(\theta) + e^{j2\pi \frac{f_0 + f_1}{2} \tau} \left[\delta(\theta - f_0 + f_1) + \delta(\theta + f_0 - f_1) \right]$$

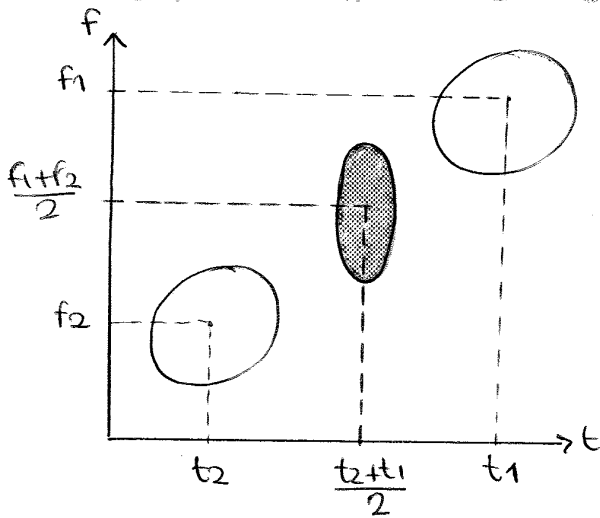


AUTOTERMINI
oscillanti non cost

CROSS-TERMINI
oscillano a f che sono la media delle 2 freq

PROPRIETA' TERMINI INTERFERENTI

(77)



Termine interferente è sempre a metà di tempo e frequenza



TRASFORMATE BILINEARI:

$$TF_{xx}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t'+\tau/2) x^*(t'-\tau/2) g(\tau, \theta) e^{-j2\pi\theta(t-t')} e^{-j2\pi f t} dt' d\theta d\tau$$

FAMIGLIA DI COHEN

Non è necessario ricordare a memoria, perché:

$$\underbrace{\int \int x(t'-\tau/2) x^*(t'+\tau/2) \cdot e^{+j2\pi\theta t} dt'}_{R_{xx}(t, \tau)} \cdot \underbrace{g(\tau, \theta) \cdot e^{-j2\pi\theta t}}_{AF: g(\tau, \theta) \text{ per attenuare}} \cdot \underbrace{e^{-j2\pi f t} dt}_{1^a \text{ TRASFORMATA: } \theta \rightarrow t}$$

ANTITRASFORMATA → AF

AF: $g(\tau, \theta)$ per attenuare

1^a TRASFORMATA: $\theta \rightarrow t$

2^a TRASFORMATA: $\tau \rightarrow f$

PROPRIETA':

Come si è detto le proprietà del kernel influenzano quelle delle trasf t-f

PROPRIETA' O (FO)

TF > 0 se e solo se $g(\tau, \theta) = AF_{xx} \{x(t)\}$

Il segnale deve avere AF pari al kernel.

ES WV ha $g(\tau, \theta) = 1$, $\mathcal{F}\{1\} = \delta(f)$ Goda di FO.

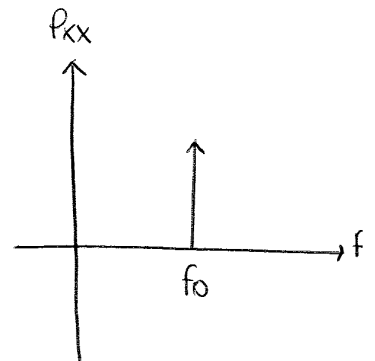
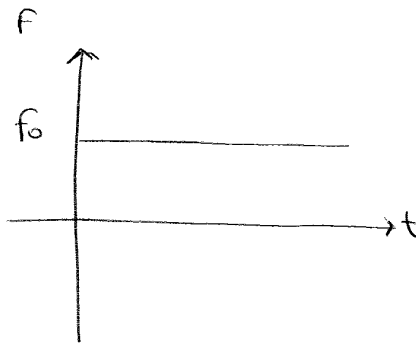
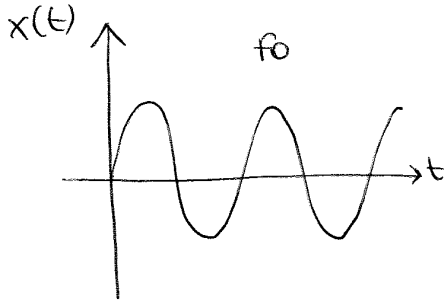
CW: $\mathcal{F}\{x(t)\}$ la cui AF è $= g(\tau, \theta)$ Non vale FO

→

Come calcolare PSD:

(79)

FUNZIONI MARGINALI



P4: devo poter ottenere P_{xx} da $t-f$.

$$\underbrace{D_{xx}(\psi)}_{\text{funzione marginale}} = \int TF_{xx}(t,f) dt \stackrel{P4}{=} P_{xx}$$

se il segnale è WSS

P5: Idem ma rispetto al tempo

$$D_{xx}(\psi) = \int TF_{xx}(t,f) df \stackrel{P5}{=} E_{xx} = \int x(t)x^*(t-\tau) dt$$

PROPRIETA' 6 (P6)

Posso calcolare $IF(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t}$, $x(t) = e^{j\psi(t)}$

$\tau=0$

Per avere IF $\rightarrow \frac{\partial g(\tau, \theta)}{\partial \tau} = 0$, quindi $g(\tau, \theta)$ in zero è una costante o ha un min/max

[ES] WV: $g(\tau, \theta) = 1$ ok

CW: $g(\tau, \theta) = e^{-\theta^2 \tau / \sigma}$ ok

$$\frac{\partial g}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \tau} \left(e^{-\frac{\theta^2 \tau}{\sigma}} \right) \Big|_{\tau=0} = 0$$

PROPRIETA' 7 (P7)

Posso avere il RITARDO di GRUPPO:

$X(f) = e^{j\psi(f)}$
 $\mathcal{F}\{x(t)\}$

$GD(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \psi(f)}{\partial f}$

tf dice qual è la fase

Per avere GD $\rightarrow \frac{\partial g(\tau, \theta)}{\partial \theta} = 0$, $\theta=0$

[ES] WV: $g(\tau, \theta) = 1$ ok

CW: $g(\tau, \theta) = e^{-\frac{\theta^2 \tau}{\sigma}}$ ok

P4 e P6 permettono di ottenere IF e GD.

Non vale + la proprietà per cui il valore di correlazione minimo $\mu_{xy} = (81)$ è il complesso coniugato del positivo.

ES] $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$
 $y(t) = x_1(t)$

Cross-correlazione istantanea:

$$\begin{aligned} ACF_{xy}(t, \tau) &= x(t' + \tau/2) y^*(t' - \tau/2) = \\ &= [x_1(t' + \tau/2) + x_2(t' + \tau/2)] x_1^*(t' - \tau/2) = \\ &= \underbrace{x_1(t' + \tau/2) x_1^*(t' - \tau/2)}_{R_{x_1 x_1}} + \underbrace{x_2(t' + \tau/2) x_1^*(t' - \tau/2)}_{R_{x_1 x_2}} = \\ &= ACF_{x_1 x_1}(t, \tau) + XCF_{x_1 x_2}(t, \tau) \end{aligned}$$

Calcoliamo la cross Wigner Ville:

$$XWF_{xy}(t, f) = WV_{x_1 x_2}(t, f) + XWV_{x_1 x_2}(t, f)$$

$$XAF_{xy}(t, f) = AF_{x_1 x_1}(t, f) + XAF_{x_1 x_2}(t, f)$$

Prendendo i segnali analitici:

$$x(t) = A e^{j2\pi f_1 t} + B e^{j2\pi f_2 t}$$

$$y(t) = A e^{j2\pi f_1 t}$$

$$\begin{aligned} &j2\pi f_1 t + j2\pi f_2 \frac{\tau}{2} - j2\pi f_1 (t - \tau/2) + j2\pi f_1 \frac{\tau}{2} \\ &j2\pi f_2 \cdot \tau/2 - j2\pi f_1 \tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ACF_{xy}(t, \tau) &= \left[A e^{j2\pi f_1 (t + \tau/2)} + B e^{j2\pi f_2 (t + \tau/2)} \right] A e^{-j2\pi f_1 (t - \tau/2)} = \\ &= A^2 e^{j2\pi f_1 \tau} + \underbrace{AB e^{j2\pi (f_2 - f_1) t} e^{j2\pi \frac{f_2 + f_1}{2} \tau}}_{\text{interferente}} \end{aligned}$$

$$XTF_{xy}(t, f) =$$

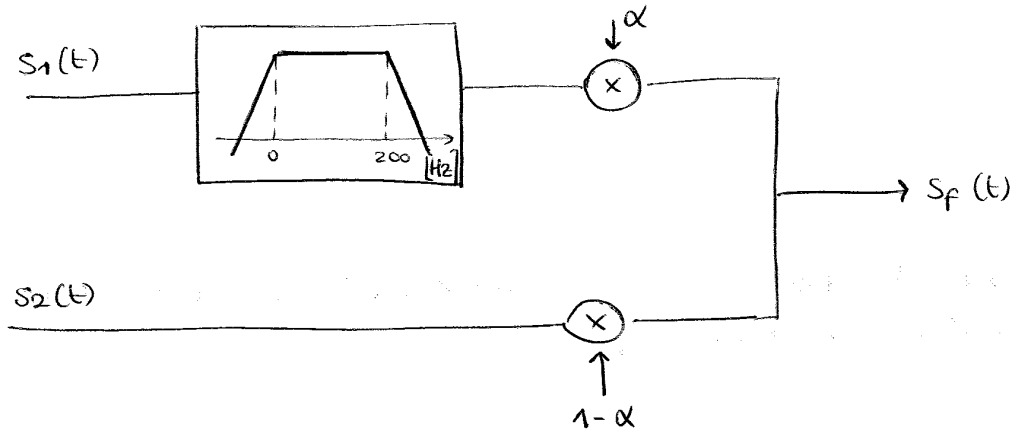
È come avere il termine interferente! Quando calcoliamo qualcosa di mutuo:

→ comune: è rappresentato come deve

→ non comune: se è rappresentato è come se fosse un termine interferente

APPLICAZIONI

A cosa ci serve il cross spettro? Per le problemi di **CROSS-TALK**: quando la sorgente è presente in più canali. Operando l'analisi degli spettri mutui posso vedere se c'è componente comune e in questo caso è crosstalk, se non c'è allora avrò 2 sorgenti \neq (simbolo di patologie o altro). →



$$S_f(t) = \alpha S_1(t) + (1-\alpha) S_2(t)$$

α parametro numerico, per cui:

$\alpha=0$: $S_f(t) = S_2(t)$

$\alpha=1$: $S_f(t) = S_1(t)$

Uso come $x(t)$ e $y(t)$, $s_f(t)$ ed $s_1(t)$:

$x(t) = S_f(t)$ se $\alpha=1 \rightarrow x(t) = y(t)$

$y(t) = S_1(t)$ se $\alpha=0 \rightarrow x(t)$ è scorrentato da $y(t)$

α è come se fosse ρ e varia tra 0 ed 1. Calcolando PSD quando $\alpha=1$: i 2 spettri non sono uguali perché $s_1(t)$ è filtrato tra 0 e 200 Hz (solo lì sono uguali).

Calcolando LSCF = valore basso negativo, ma tra 50 e 200 Hz vale 0 perché sono uguali.

PSD per $\alpha=0$: $s_1(t)$ ha lo stesso spettro, ma i 2 segnali sono scorrentati e quindi LSCF ha valori casuali negativi.

Possiamo sapere se ci sono picchi comuni e se ci sono dove si trovano. Questo è utile per le cross-talk.

PROBLEMA : Avere punti in cui P_{xx} o P_{yy} o entrambi valgono zero, SCF va ad ∞ e non è certo compresa tra 0 ed 1. Capita per le cattive prestazioni dei nostri stimatori. Anche se molto con i difetti non si riduce a zero la variabilità. Come risolvere?

- Quando vedo che $P_{xx} \rightarrow 0$, metto $SCF = 1$ **X NO!** Se $SCF = \infty$ ed io metto 1 invertirei la coerenza che non c'è.
- Aggiungo rumore gaussiano bianco come la variabilità del segnale. **X NO!** forte SNR < 10 dB e non va bene.
- **SOLUZIONE** : se P_{xx} e/o P_{yy} ^{sono} molto prossime a zero so già che non ci sarà correlazione e allora metto $SCF = 0$.

Il problema > è la consistenza degli stimatori perché è casuale (meglio NC nel video sem)

APPLICAZIONI :

(1a)

• FORAME OVALE PERVIO

È un foro presente nel setto interatriale durante la gestazione nel feto.

Quando il sangue arriva in atrio dx può fluire direttamente in atrio sx → ciò è possibile perché l'ossigenazione del sangue è dovuta alla mamma che fornisce già il sangue con O_2 .

Dal ventricolo si può direttamente arrivare in aorta grazie al dotto arterioso.

Al momento della nascita i fori si chiudono:

→ dotto arterioso si atrofizza

→ foro interatriale viene chiuso da una membrana (valvola del forame ovale).

È sempre presente, ma con il brusco cambiamento di p al momento del parto (↑ p intratoracica per il pianto) si genera Δp tra dx e sx e la membrana si chiude.

Ad alcuni però no: $\frac{1}{4}$ degli adulti hanno il forame ovale pervio (PFO).

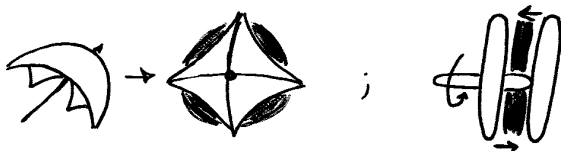
Le cause affette possono essere: sane, ictus ignoto, emicrania con aura.

Il sangue si mescola e abbiamo mix di Hb ossigenata ed Hb non ox.

La sintomatologia è debole e sfumata che può addizionarsi ad altri effetti non immediatamente riconducibili a PFO.

Primi studi sui sommozzatori.

La terapia è un intervento con cateterismo cardiaco attraverso il forame. Si usa una membrana ad ombrello o a panino.



L'intervento viene fatto solo per pazienti con molti sintomi.

Diagnosi: PFO è invisibile all'ECA per il cuore funziona bene. Quindi è necessario utilizzare ECO transesofagea anche se è un esame invasivo.

Alternativa ↓

DOPPLER TRANSCRANICO

Caschetto con vincolo sul naso e tappi nelle orecchie e 2 sorgenti di US sulle tempie (qui passano perché l'osso è fine e c'è una specie di canale acustico).

Si può fare flussimetria doppler e misurare la velocità del flusso → interazione meccanica e acustica del sangue in dipendenza da US. Non è WSS perché dipende dalle fasi cardiache. Misurare la freq è fondamentale per la velocità.

Se c'è comunicazione intatto nel comparto venoso "bolle" e le si trova nel comparto arterioso (se non ci fosse comunicazione arriverebbero ai polmoni e sarebbero espulse).

Iniezione: mezzo salino di contrasto → SANGUE + ARIA + SOLI. FISIOLOGICA (3 vie)

In questo modo si crea un'emulsione di bolle

TCD < 25 mb : shunt moderato

TCD curtain, shower > 25 mb : shunt da trattare

positivo → forame aperto

(3a)

Confusion matrix :

		TEE		TOT
		POSITIVE	NEGATIVE	
TCD	POSITIVE	6	15	21
	NEGATIVE	0	47	47
Totale		6	62	68

M.		G.S.	
		VP	FP
M.	FN		VN

VP: Test hanno dato esito ⊕ e trova riscontro nella gold standard (6)

FP: Test hanno dato esito ⊕ ma non trova riscontro nella gold standard ⊖ (15)

VN: Test hanno dato esito ⊖ e trova riscontro nella gold standard (47)

FN: Test hanno dato esito ⊖ ma non trova riscontro nella gold standard ⊕ (0)

Come valutare tutto ciò?

SENSIBILITÀ: prob di dare esito ⊕ se il paz è ⊕

SPECIFICITÀ: prob di dare esito ⊖ se il paz è ⊖

$$\text{sens} = \frac{VP}{VP + FN}$$

$$\text{spec} = \frac{VN}{VN + FP}$$

$$\text{sens} = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow 100\%$$

bisognerebbe avere almeno 93%

$$\text{spec} = \frac{47}{47 + 15} = 75.8\%$$

↓
non commetto mai falsi negativi, per cui quando è positivo è sicuramente vero.

↓
posso commettere falsi positivi; per cui quando il paziente ha il forame chiuso non è detto che lo sia.

È comunque utile: il positivo è certo, per gli altri faccio fare + esami (TEE).

possiamo calcolare ancora l'ACCURATEZZA DIAGNOSTICA (nel diagnosi è corretta) :

$$DA = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} = \frac{6 + 47}{68} = 78\% \quad \text{BASSINA!}$$

Possò inoltre calcolare :

$$\text{PPV} = \frac{VP}{VP + FP} = \frac{6}{6 + 15} = \frac{6}{21} = 28,6\%$$

positive predictive value

Il problema sono i falsi positivi !!
↓
spec

$$DA = \frac{VP + VN}{VP + VN + FN + FP} = 84\% \quad \text{Non pessima, ma migliorabile.}$$

$$PPV = \frac{VP}{VP + FP} = \frac{38}{42} = 90\% \quad NPV = \frac{VN}{VN + FN} = \frac{36}{46} = 78\%$$

↳ sono i problemi!

Tutto paz con PFO ed emicrania con aura solo se è presente anche un problema neurologico.

• FATICA MUSCOLARE IN ESERCIZI DINAMICI

Dato che un modello a forza costante con contraz. isometrica non è reale si studi un nuovo modello → CONTRAZIONI ISOCINETICHE = velocità angolare const.

↓
Sono complesse da eseguire da noi per cui è necessario avere uno strumento esterno = dispositivo isocinetico (motore elettrico servo ammortito).

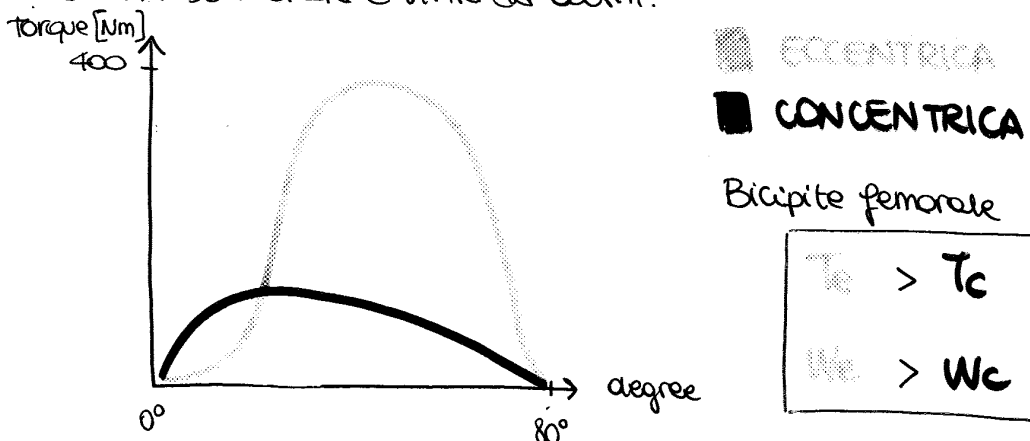
La macchina imposta una coppia resistente che si adatta alle forze del paz. Molto usato per la riabilitazione e la rieducazione. Abbiamo due tipi di contrazione:

- CONCENTRICA: contraz. muscolo → accorciamento → forza → coppia
- ECCENTRICA: il muscolo esercita forza quando si allunga.

È stato dimostrato che x le 2 contrazioni il SNC recluta fibre ≠ e in modo ≠. La macchina permette entrambe le contrazioni:

- concentrica: max forza esercitata da noi, la macchina si oppone
- eccentrica: max forza esercitata dalla macchina, noi ci opponiamo

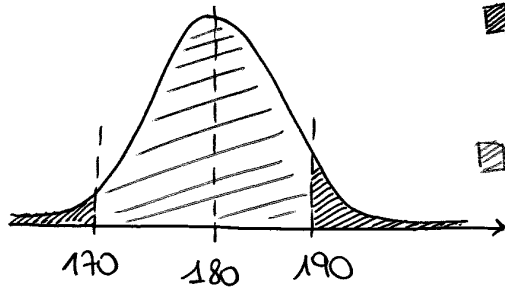
A parità di muscolo e $\dot{\omega}$, si genera più coppia in modalità conc o ecc. Nella contraz. conc. parte della forza è spesa per vincere l'inerzia, mentre nella contraz. eccent. l'inerzia è vinta da altri.



PAIRED t-TEST, $\alpha = 0,05$. $p < 10^{-3}$ RIASSUNTO STATISTICO

C.I. 170 cm - 190 cm $\alpha = 0,05$

(70)



- ▣ Σ delle aree = 5% dell'area tot
- ⊙ α prob. di errore di 1^a specie
- ▣ 95% intervallo di confidenza

Ho la probab che un nuovo ragg abbia un'aurezza > 190 o < 170 , pari al 5%

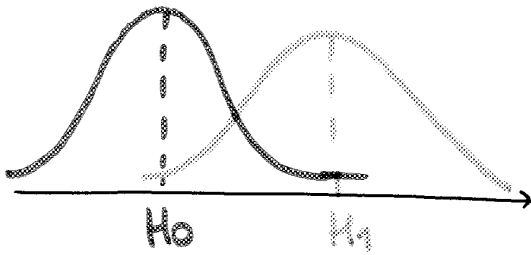
C.I. = 90% , aree estreme + grandi

Calcolo gli intervalli di confidenza e come rispondo ad H_0 ?

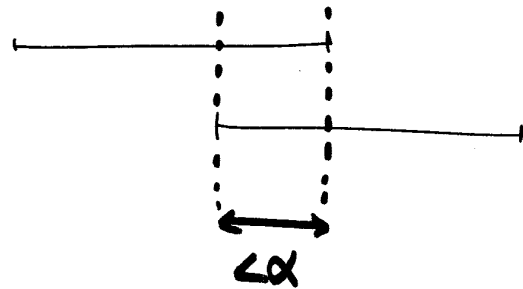
→ i 2 CI si sovrappongono : i valor medi non sono \neq

→ i 2 CI non si sovrappongono : i valor medi sono \neq e posso dire \geq

Quindi:



(95%)
Se i 2 CI si sovrappongono per un'area inferiore al 5% = α posso dire che H_0 non è vera.



Probabilità di errore p:

$p < \alpha \Rightarrow H_0$ è falsa !!

$p > \alpha \Rightarrow$ non posso rigettare H_0 , ma non è detto sia vera.

H_0 è significativa se rigettata.

Tornando allo studio fatto : $p < 10^{-3}$ ↓ p value ↑ forte è il test

Quindi possiamo effettivamente dire che:

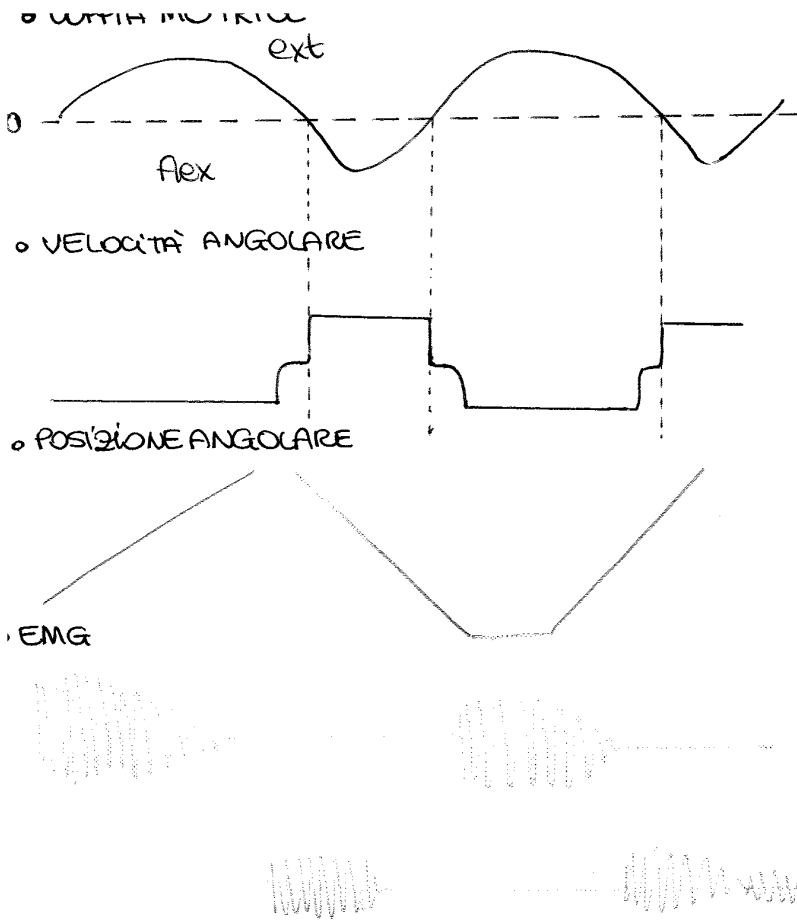
$$\begin{aligned} T_e &> T_c \\ W_e &> W_c \end{aligned}$$

p dipende da σ e CI

ES: $\alpha = 5\%$
 $\alpha = 10\%$
 ↓ CI ↓ prob che si sovrappongono

$\alpha = 5\%$ $\alpha = 10\%$ ↑ α ↓ p value

Verrebbe da dire: aumento così α scende e rigetto sempre H_0 . No: perché α è il margine d'errore che mi do', più aumenta meno attendibile sarà il mio test.



$f_c = 1024 \text{ Hz}$

12 bit

PBands da 30 - 500 Hz

↓ sono attivati alternativamente.

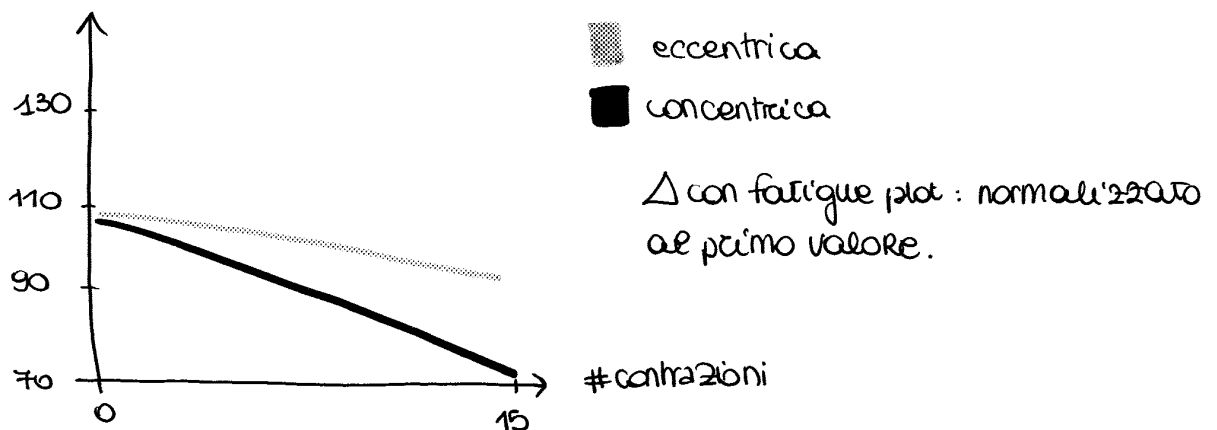
Coppia estensori $\cong 1,5 \cdot$ coppia flessori

Per valutare la fatica muscolare \rightarrow **$F_{media}/mediama$ ISTANTANEA della TRASF t-f.**

Come calcolare IMNF? Dalla STFT faccio la media di ogni colonna e il vettore che ottengo sarà quello delle IMNF con un numero di elementi pari al # colonne.

IMNF diminuisce nelle contrazioni, ma rimane cost. all'interno della stessa contrazione.

Fatigue plot analogo: valor medio della linea per 15 contrazioni.



Prendo tutti i valori di tutti i sogg e vedo il decremento medio % diviso per muscoli (istogramma con errore standard).

