NUMERO: 1776A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Baiocco Fabio

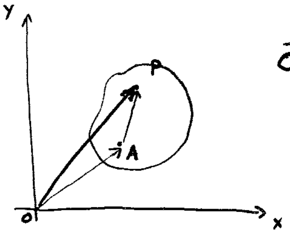
MATERIA: Meccanica delle macchine - prof. Iacazio

MECCANICA delle MACCHINE - Socazzo

Lezione 1

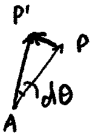
CINEMATICA CORPI RIGIDI

$\overline{AB} = \text{cost.}$



$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$ cerco relazione tra $\vec{V}_A$ e $\vec{V}_P$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{OP}}{dt} &= \vec{V}_P \\ \frac{d\vec{OA}}{dt} &= \vec{V}_A \end{aligned}\right\} \quad \vec{V}_P = \vec{V}_A + \frac{d\vec{AP}}{dt}$$



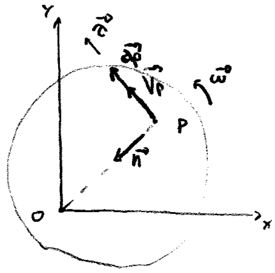
$$\frac{d\vec{AP}}{dt} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\vec{AP'} - \vec{AP}}{\delta t} = \frac{P'P}{\delta t} \qquad |PP'| = AP\,\delta\theta \qquad \left|\frac{d\vec{AP}}{dt}\right| = AP \cdot \frac{d\theta}{dt} = AP \cdot \dot{\theta}$$

$$\frac{d\vec{AP}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{AP} \Rightarrow \boxed{\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{\omega} \wedge \vec{AP}} \rightarrow \vec{a}_P = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{AP} + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{AP}}{dt}$$

$$\rightarrow \vec{a}_P = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{AP})$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{a}_P = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{AP} - \omega^2 \vec{AP}}$$

- rotazione attorno a punto fisso (rotazione)

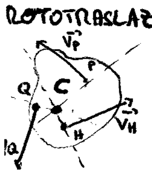


$$\boxed{\begin{aligned} \vec{V}_P &= \vec{\omega} \wedge \vec{OP} = \omega\, OP\, \vec{\tau} \\ \vec{a}_P &= \dot{\omega}\, OP\, \vec{\tau} + \omega^2 OP\, \vec{n} \end{aligned}}$$

- TRASLAZIONE $\vec{\omega} = 0$ $\dot{\omega} = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{V}_P &= \vec{V}_A \\ \vec{a}_P &= \vec{a}_A \end{aligned}}$$

ROTOTRASLAZIONE C.R. ruota in ogni istante attorno al CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE ($\vec{V} = 0$) ma $\vec{a}$ variabile

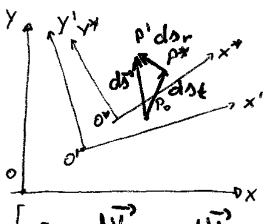


$\rightarrow \vec{i}$

$$\boxed{\vec{V}_o = r\omega\vec{i}} \qquad \vec{a}_o = \frac{d\vec{V}_o}{dt} = r\dot{\omega}\vec{i} \quad \text{oppure} \quad \vec{a}_o = \vec{a}_c + \cancel{\dot{\omega} r \vec{i}} - \omega^2 r \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{a}_c = \omega^2 r \vec{j}}$$

MOTI RELATIVI



$$d\vec{s} = \underbrace{d\vec{s}_t}_{\text{spostamento di trascinamento di P da parte del sistema mobile}} + \underbrace{d\vec{s}_r}_{\text{spostamento relativo di P rispetto a sistema mobile}} = \vec{P_oP^*} + \vec{P^*P'}$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{V}_P = \underbrace{\vec{V}_{P_t}}_{\text{velocità del S.R. mobile}} + \overbrace{\vec{V}_{P_r}}^{\vec{V} \text{ con cui S.R. mobile vede P}}$$

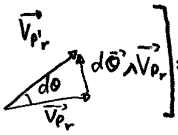
$$\vec{V}_{P_t} = \vec{V}_{O'} + \vec{\omega} \wedge \vec{O'P}$$

$$\left[\vec{a}_P = \frac{d\vec{V}_{P_t}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{P_r}}{dt} \qquad \frac{d\vec{V}_{P_t}}{dt} = \vec{a}_{P_t} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{P_r}\right]$$

$$\vec{a}_P = \frac{\vec{V}_{P'} - \vec{V}_{P_o}}{dt} = \frac{\vec{V}_{P'_t} + \vec{V}_{P'_r} - \vec{V}_{P_{t_o}} - \vec{V}_{P_{r_o}}}{dt} = \frac{\vec{V}_{P'_t} - \vec{V}_{P_{t_o}}}{dt} + \frac{\vec{V}_{P'_r} - \vec{V}_{P_{r_o}}}{dt}$$

$$\vec{V}_{P'_t} = \vec{V}_{P^*_t} + \vec{\omega} \wedge \vec{P^*P'} = \vec{V}_{P^*_t} + \vec{\omega} \wedge d\vec{s}_r$$

$$\vec{V}_{P'_r} = \vec{V}_{P_r} + d\vec{\theta} \wedge \vec{V}_{P_r}$$



$$\Rightarrow \vec{a}_P = \frac{\vec{V}_{P^*_t} + \vec{\omega} \wedge d\vec{s}_r - \vec{V}_{P_{t_o}}}{dt} + \frac{\vec{V}_{P_r} + d\vec{\theta} \wedge \vec{V}_{P_r} - \vec{V}_{P_{r_o}}}{dt} =$$

$$\vec{a}_{P_t} = \vec{a}_{O'} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{O'P} - \omega^2 \vec{O'P}$$

$$= \underbrace{\frac{\vec{V}_{P^*_t} - \vec{V}_{P_{t_o}}}{dt}}_{\substack{\vec{a}_{P_t} \\ \text{acc. S.R. mobile}}} + \underbrace{\frac{\vec{V}_{P_r} - \vec{V}_{P_{r_o}}}{dt}}_{\substack{\vec{a}_{P_r} \\ \text{acc. P rispetto al S.R. mobile}}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \underbrace{\frac{d\vec{s}_r}{dt}}_{\vec{V}_{P_r}} + \underbrace{\frac{d\vec{\theta}}{dt}}_{\vec{\omega}} \wedge \vec{V}_{P_r}}_{\vec{a}_{P_c} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{P_r}}$$

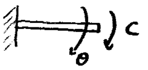
$$\underline{\underline{\vec{a}_P = \vec{a}_{P_t} + \vec{a}_{P_r} + \vec{a}_{P_c}}}$$

LEZIONE 2

• FORZE ELASTICHE $\boxed{F = kx}$ k = RIGIDEZZA $\boxed{F = F_0 + kx}$ $F_0 = kx_0$ PRECARICO

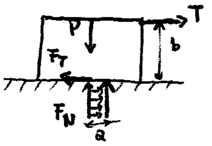
– molle in //: $\boxed{F = k_e x}$ $\boxed{k_e = k_1 + k_2}$ – molle in serie: $\boxed{F = (x_1 + x_2)\frac{1}{k_e}}$ $\boxed{\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$

• FORZE di TORSIONE



$C = k_t \Theta$ k_t = RIGIDEZZA TORSIONALE

• ATTRITO



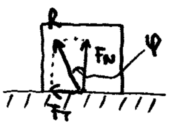
$Tb = Pa$ CONDIZIONI DI ADERENZA $\xrightarrow{\text{aumento } T}$ CONDIZIONI DI ATTRITO $f < f_a$

$\left(\frac{F_T}{F_N}\right)_{lim} = f_a$ coeff. di aderenza $\frac{F_T}{F_N} = f$ coeff. di attrito

$\boxed{F_T = f_a F_N}$ forza max prima che corpo si muova $\boxed{F_T = f F_N}$

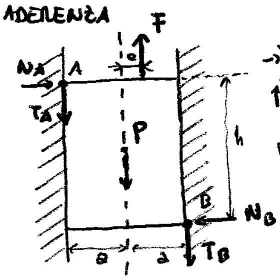
N.B. quando ≠ tra i due è alta ho avanzamento a scatti

attrito geometrico



φ = ANGOLO DI ATTRITO φ_A = " di ADERENZA

$\boxed{f = \frac{F_T}{F_N} = \tan\varphi}$ $f_a = tg\,\varphi_A$



→) $N_A - N_B = 0$

↑) $F - P - T_A - T_B = 0$

B) $Pa - F(a-e) - N_A h + T_A 2a = 0$

→ trp incognite! aggiungo condizioni limite

$T_A = f_a N_A$

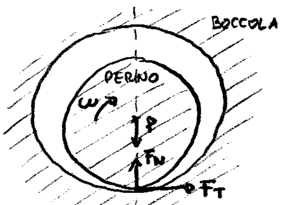
$T_B = f_a N_B$ $\Rightarrow F = \frac{P}{1 - \frac{2 f_a e}{h}}$

1) se $e = 0$, se $f_a = 0$ } $F = P$ 2) $F > P$ 3) se f_a grande e $\frac{e}{h}$ grande.

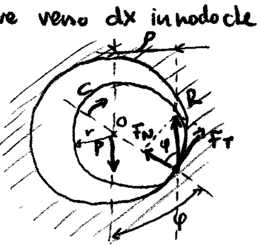
$\frac{2 f_a e}{h} = 1 \rightarrow e = \frac{h}{2 f_a}$

CONDIZIONI DI IMPUNTAMENTO

ELEMENTI ROTANTI



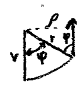
– pt. di contatto si muove verso dx in modo che $F_N + F_T = R$ equilibri P



$F_T = R\sin\varphi$ $R = P$

$F_N = R\cos\varphi$ $C = P\rho$

$\rho = r\sin\varphi$



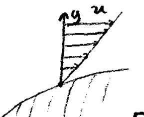
→ R è tg a cerchio centrato in perno e di raggio ρ ⇒ CERCHIO D'ATTRITO

• CORPO IMMERSO IN UN FLUIDO

forze di pressione → NORMALI

" tangenziali → VISCOSE →

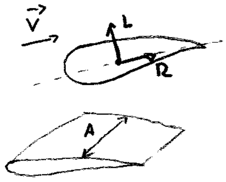
$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy}}$



$[\mu]$ = VISCOSITÀ = $\frac{kg}{m \cdot s}$ → C.G.S. Poise = $\frac{g}{cm\, s} = 0.1 \frac{kg}{m \cdot s}$

$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$ = VISC. CINEMATICA $[\nu] = \frac{m^2}{s}$ S.I. in C.G.S. Stokes = $\frac{cm^2}{s}$

risultanti forze fluido su corpo



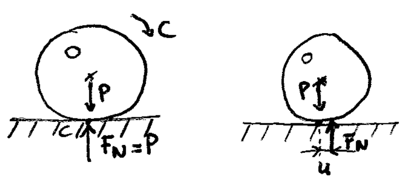
$\boxed{R = \frac{1}{2}\rho V^2 A C_R}$ $\boxed{Re = \frac{\rho V L}{\mu}}$

$\boxed{L = \frac{1}{2}\rho V^2 A C_L}$

• disco rotante (corpo che ruota)

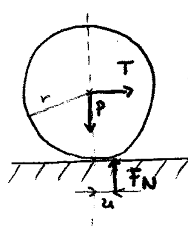
$\boxed{M_R = \frac{1}{2}\rho C_M \omega^2 R^5}$

• ROTOLAMENTO SENZA STRISCIAMENTO: applico C a rullo, se piccola rullo rimane fermo, chi equilibra C? ⇒ F_N si sposta dal pt. geometrico di contatto di u



$\boxed{C = Pu}$ coppia per muovere rullo u = PARAMETRO di ATTRITO volvente

forza di trazione x mettere in moto rullo

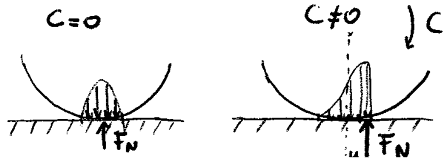


$Pu - Tr = 0$

$\boxed{T = P\frac{u}{r}}$

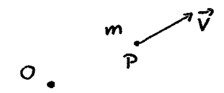
$\frac{F_T}{F_N} = \frac{T}{P} = \boxed{\frac{u}{r}}$ coeff. di ATTRITO VOLVENTE

in realtà c'è zona di contatto:



…ZIONE 3

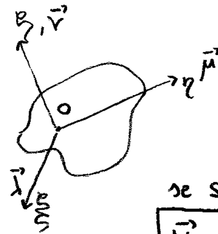
DINAMICA DEI CORPI RIGIDI



$\boxed{\vec{Q} = m\vec{V}}$ quantità di moto massa puntiforme $\xrightarrow[\text{C.R.}]{\text{per}}$ $\vec{Q} = \sum_i m_i \vec{V}_i = \boxed{m\vec{V}_G}$

$\boxed{\vec{H}_o = \vec{OP} \wedge \vec{Q}}$ momento q.di m. rispetto a O

se $O \equiv G$
O pt. fisso

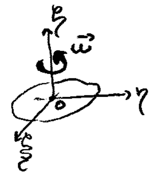


$$\boxed{\vec{H}_o = I_\xi p \vec{\lambda} + I_\eta q \vec{\mu} + I_\zeta r \vec{\nu}}$$

$\vec{\omega}$ = velocità angolare corpo

$p = \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda}$
$q = \vec{\omega} \cdot \vec{\mu}$
$r = \vec{\omega} \cdot \vec{\nu}$

se SISTEMA PIANO: $\boxed{\vec{H}_o = I_\zeta r \vec{\nu}}$



$p = 0,\ q = 0$

se $O \not\equiv G$ o O NON FISSO ⇒ TRASPOSIZIONE MOMENTI

$$\boxed{\vec{H}_{o'} = \vec{H}_o + \vec{Q} \wedge \vec{OO'}}$$

EQ. EQUILIBRIO DELLA DINAMICA

$$\vec{F} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{per C.R.}} \boxed{\sum_i \vec{F}_i = m a_G}$$

IMPULSO GLOBALE: forze che hanno agito su C.R. in δt

1) $\boxed{\int_0^{\delta t} \sum_i \vec{F}_i\, dt = \Delta \vec{Q}}$ 2) $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}_G$

$\sum_i \vec{F}_i - m\vec{a}_G = 0$ $\boxed{\sum_i \vec{F}_i + \vec{F}' = 0}$

risultante FORZE DI INERZIA ↑ nascono da un campo di $\vec{V}$ non uniforme ↑ IN GENERALE non passa x il baricentro

·(dei Momenti)

$$\boxed{\sum_i \vec{OP}_i \wedge \vec{F}_i + \sum_j \vec{C}_j = \frac{d\vec{H}_o}{dt} + \vec{V}_o \wedge \vec{Q}}$$

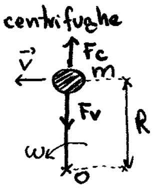
se $O \equiv G$
O pt. fisso $\sum_i \vec{OP}_i \wedge \vec{F}_i + \sum_j \vec{C}_j \underbrace{- \frac{d\vec{H}_o}{dt}}_{M_o'} = 0$

M_o' = momento risultante delle forze di inerzia rispetto ad O

se SISTEMA PIANO: $\boxed{\vec{M}_o' = -I_o \dot{\omega} k}$

FORZE DI INERZIA:

- F centrifughe

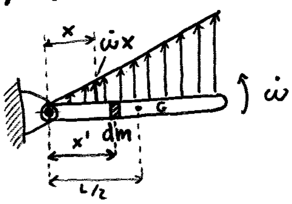


$\boxed{a = R\omega^2}$ $\boxed{V = \omega R}$

$a = \frac{V^2}{R}$ ACC. CENTRIPETA

$F_c = m\,a$

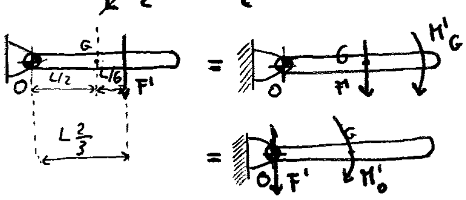
→ Forze d'inerzia non servono per G



$\vec{a}_G = \frac{L}{2}\dot{\omega}$ $d\vec{F}' = \dot{\omega} x' dm$

$F' = \int_0^L \dot{\omega} x\, dm$ $dm = \frac{M}{L} dx$

$F' = \dot{\omega} \frac{M}{\cancel{L}} \frac{L^{\cancel{2}}}{2} = \dot{\omega}\frac{L}{2} M = a_G M$ → passa x il centro geometrico

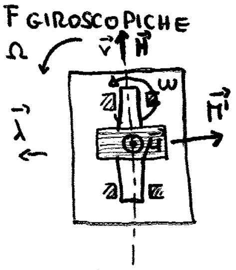


$\vec{M}_G' = \vec{F}'\frac{L}{6} = \dot{\omega}\frac{L}{2}M\frac{L}{6} = \frac{1}{2}ML^2\dot{\omega} = \boxed{I_G\dot{\omega}}$

$\vec{M}_o' = \vec{F}'\frac{2}{3}L = \dot{\omega}\frac{L}{\cancel{2}}M\frac{\cancel{2}}{3}L = \frac{1}{3}ML^2\dot{\omega} = \boxed{I_o\dot{\omega}}$

2 tipi di riduzione delle forze d'inerzia

F GIROSCOPICHE



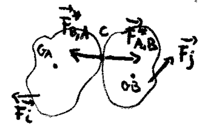
$\vec{H} = I\omega\vec{\nu} + \cancel{J\Omega}\vec{\mu}$ ≃0 xké $\omega \gg \Omega$

$dH' = H d\theta$ $\frac{dH'}{dt} = H\frac{d\theta}{dt} = H\Omega = \boxed{I\Omega\omega}$

$$\boxed{M' = -\frac{dH_o}{dt} = -I\omega\Omega}$$ COPPIA GIROSCOPICA

URTI: tempo di contatto infinitesimo nel quale avvengono variazioni finite di velocità

1) tra CORPI LIBERI
2) " " VINCOLATI



1) - URTO CENTRALE: forze scambiate per il G → no variazione di ω (no braccio)

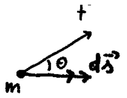
$$\cancel{\sum_i \vec{F}_i}^{\to 0} + \vec{F}^*_{B,A} = \frac{d\vec{Q}_A}{dt}$$
$$\cancel{\sum_j \vec{F}_j}^{\to 0} + \vec{F}^*_{A,B} = \frac{d\vec{Q}_B}{dt}$$
$$0 = \frac{d(\vec{Q}_A + \vec{Q}_B)}{dt}$$

se corpi liberi: $\boxed{\vec{Q}_A + \vec{Q}_B = cost.}$

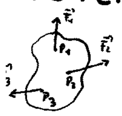
$\vec{Q}_A^+ + \vec{Q}_B^+ = \vec{Q}_A^- + \vec{Q}_B^-$

LEZIONE 4

• POTENZA e LAVORO



$$\boxed{dL = \vec{F}\cdot d\vec{s}} = F\,ds\cos\theta$$



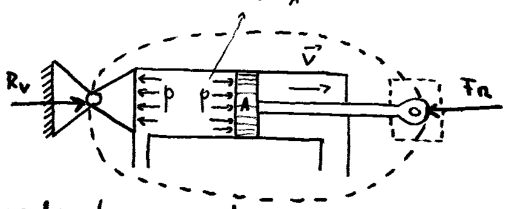
$$dL = \vec{F}_1\cdot ds_1 + \vec{F}_2\cdot d\vec{s}_2 + \vec{F}_3\cdot d\vec{s}_3 \qquad dt\cdot\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{\omega}\wedge\vec{AP}\cdot dt \qquad d\vec{s}_P = d\vec{s}_A + \overbrace{\vec{\omega}\,dt}^{d\vec{\theta}}\wedge\vec{AP}$$

$$dL = \vec{F}_1\cdot(d\vec{s}_A + d\vec{\theta}\wedge\vec{AP}_1) + \vec{F}_2\cdot(d\vec{s}_A + d\vec{\theta}\wedge\vec{AP}_2) + \vec{F}_3\cdot(d\vec{s}_A + d\vec{\theta}\wedge\vec{AP}_3)$$

$$dL = \left(\sum\vec{F}_i\right)\cdot d\vec{s}_A + \sum\underline{\vec{F}_i\cdot d\vec{\theta}\wedge\vec{AP}_i} \rightarrow d\vec{\theta}\cdot\underline{\vec{AP}_i\wedge\vec{F}_i} \rightarrow \vec{M}_{A_i}$$

$$\boxed{dL = \vec{R}\cdot d\vec{s}_A + \vec{M}_A\cdot d\vec{\theta}}$$ spostamento + rotazione di pt. A

$$p = \frac{F_R}{A}$$

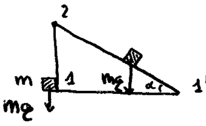


$$\boxed{W = \frac{dL}{dt}} \qquad \boxed{W = \vec{R}\cdot\vec{V}_A} \text{ se } \vec{M}_A = 0 \qquad \boxed{W = \vec{C}\cdot\vec{\omega}} \text{ se } \vec{R} = 0$$

- forze esterne/interne
- F_R compie $\mathcal{L} < 0$
- R_V " $\mathcal{L} = 0$
- p = forze interne $\mathcal{L} > 0$ ⇒ ne devo tenere conto

N.B. funzione en. pot. U compare:

1) se considero Forza Peso • ENERGIA

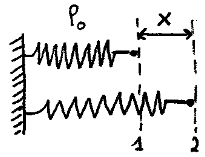


$U_1 = 0 \quad U_2 = mgh \quad \Delta U = U_2 - U_1$

$L_{1,2} = -mgh = U_1 - U_2 = \boxed{-\Delta U}$

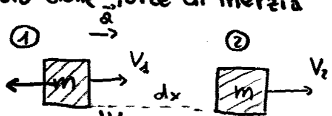
$L_{1,1'} = 0 \quad L_{1',2} = -mg\cancel{\sin\alpha}\dfrac{h}{\cancel{\sin\alpha}} = -mgh$

2) nelle $\vec{F}$ generate da una molla



$$F = -kx \qquad L_{1,2} = \int_1^2 -kx\,dx = -k\frac{x^2}{2} = -\Delta U$$

• lavoro delle forze di inerzia

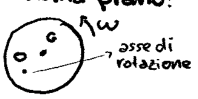


$$F^I = -ma = -m\frac{dV}{dt}$$

$$L^I_{1,2} = \int_1^2 -m\frac{dV}{dt}dx = \int_1^2 -mV\,dV = -m\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) = -\frac{1}{2}mV_2^2 + \frac{1}{2}mV_1^2 = \boxed{-\Delta E}$$

En. cin. per corpo rigido che ruota e trasla:
$$\boxed{E = \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}\left(I_\xi p^2 + I_\eta q^2 + I_\zeta r^2\right)}$$
$p = \vec{\omega}\cdot\vec{\lambda}$, $q = \vec{\omega}\cdot\vec{\mu}$, $r = \vec{\omega}\cdot\vec{\nu}$

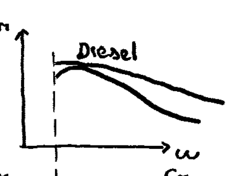
se sistema piano:



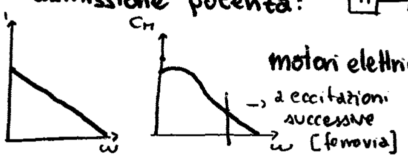
$$E = \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 = \frac{1}{2}m\,OG^2\omega^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 = \boxed{\frac{1}{2}I_O\,\omega^2} \qquad \boxed{L_{1,2} = \Delta E}$$ → tutte le forze tranne qll di inerzia

se $(\Delta_{1,2})_{N.C.} = 0 \quad \Delta(E+U) = 0 \quad \boxed{E + U = cost.}$

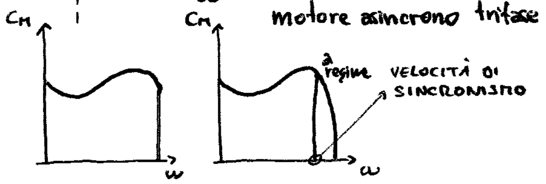
• TRASMISSIONE MECCANICA



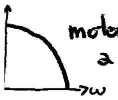
trasmissione potenza: [M]=[UT] DIAGRAMMA CARATTERISTICA MECC. MOTORE



motori elettrici: caratteristiche mecc. lineari a tensioni costanti
↳ continua, magnete permanente

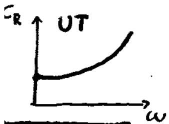


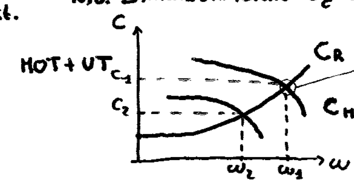
motore asincrono trifase



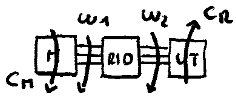
motore idraulico a p = cost.

N.B. Dimensioni fisiche legate a C_M — POTENZA: $\boxed{C\cdot\omega}$





pt. di funzionamento a regime (ω = cost.)

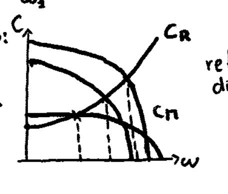


$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \tau}$$ RAPPORTO DI TRASMISSIONE

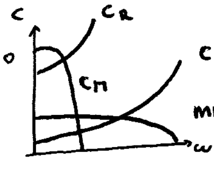
se NO ATTRITI: $\boxed{C_1\omega_1 = C_2\omega_2}$ $\boxed{\tau = \dfrac{C_1}{C_2}}$ $\boxed{C_R^* = C_2\,\tau}$ coppia resistente ridotta all'asse del MOT

$$\boxed{C_M^* = \frac{C_1}{\tau}}$$ ridotta all'asse dell' UT

esempio AUTO: condizioni di salita



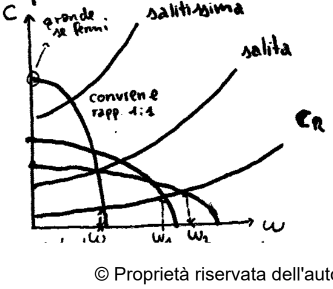
rettilineo o discesa



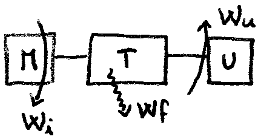
mi conviene lasciare rapp. diretto

UT compie $\mathcal{L} > 0$
C_R = Coppia trascinante
C_M = " frenante

moltiplicatore di velocità: (BICI)



RENDIMENTO

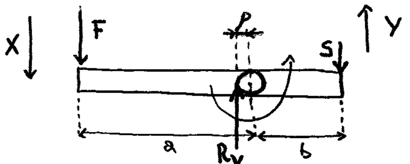


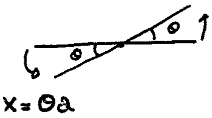
$W_i + W_u + W_f = 0 \qquad \eta = \dfrac{|W_u|}{W_i} = \boxed{\dfrac{W_i - |W_f|}{W_i}}$

M – R – U η_D (diretto)

U – R – M η_i (indiretto)

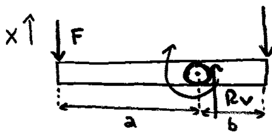
$\eta_D > \eta_i$





$y = \theta b \quad$ ma $\theta = \dfrac{x}{a} \rightarrow y = \dfrac{x\,b}{a}$

se flusso di potenza da destra:



$F(a-\rho) = S(b+\rho) \qquad S = F\dfrac{(a-\rho)}{(b+\rho)} \qquad \eta_d = \dfrac{S\,y}{F\,x} = \left(\dfrac{a-\rho}{b+\rho}\right)\dfrac{b}{a} = \boxed{\dfrac{1-\frac{\rho}{a}}{1+\frac{\rho}{b}}}$

$F(a+\rho) = S(b-\rho) \qquad F = S\left(\dfrac{b-\rho}{a+\rho}\right) \qquad \eta_i = \dfrac{F\,x}{S\,y} = \left(\dfrac{b-\rho}{a+\rho}\right)\dfrac{a}{b} = \boxed{\dfrac{1-\rho/b}{1+\rho/a}}$

$b < a \Rightarrow \forall \rho \quad \eta_i < \eta_D$

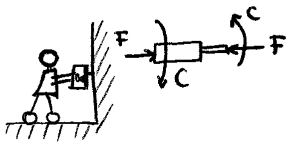
$b=1 \quad a=10 \quad \rho=0{,}1 \quad \left[\ \eta_d = \dfrac{1-0{,}01}{1+0{,}1} = \dfrac{0{,}99}{1{,}1} \qquad \eta_i = \dfrac{0{,}9}{1{,}01}\right.$

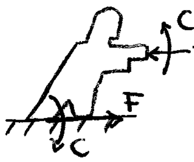
$b=1 \quad a=10 \quad \rho=0{,}5 \quad \left[\ \eta_d = \dfrac{0{,}95}{1{,}5} = 0{,}6333 \qquad \eta_i = \dfrac{0{,}5}{1{,}05} = 0{,}47\right.$

$b=1 \quad a=10 \quad \rho=1 \quad \left[\ \eta_i = 0 \qquad \eta_d = 0{,}45\right.$

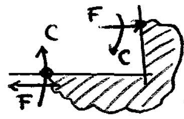
SISTEMA IRREVERSIBILE

PERCORSO DI CARICO



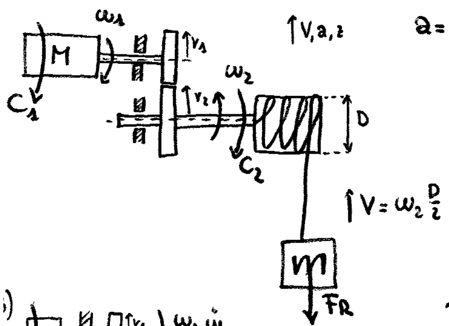


- reazione F per effetto aderenza
- sposto piede ~~su un peso~~ per equilibrare C



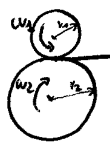
nel progetto del trapano tengo conto anche del percorso di carico nel muro.

TRANSITORIO (di un sistema di trasferimento potenza mecc.) I_1 = m.in. motore $\quad I_2$ = m.in. tutto ciò che è solidale al 2° asse $\quad \vec{a}$ di m = ?



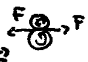
$\uparrow V, a, z \qquad a = \dot{\omega}_2 \dfrac{D}{2}$

$\uparrow V = \omega_2 \dfrac{D}{2}$

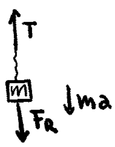


in cond. di aderenza hanno la stessa velocità periferica

$V_P = \omega r_1 = \omega r_2 \qquad \tau = \dfrac{\omega_2}{\omega_1} = \dfrac{\dot{\omega}_2}{\dot{\omega}_1} \qquad V = \omega_2 \dfrac{D}{2}$

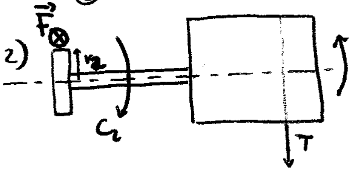


1)



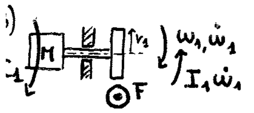
$T = F_R + ma$

2)



$F r_2 - C_2 - T\dfrac{D}{2} - I_2 \dot{\omega}_2 = 0$

$F = \dfrac{1}{r_2}\left[C_2 + F_R \dfrac{D}{2} + \dot{\omega}\left(I_2 + \dfrac{mD^2}{4}\right)\right.$



$C_1 - F r_1 - I_1 \dot{\omega}_1 = 0 \quad$ ma $\dfrac{r_1}{r_2} = \tau \Rightarrow C_1 - \tau C_2 - \tau \dfrac{D}{2} F_R - \tau^2 \dot{\omega}_1 \left(I_2 + m\dfrac{D^2}{4}\right) - I_1 \dot{\omega}_1 = 0$

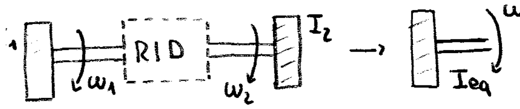
coppia su 2° asse riferita al 1° — coppia su 1° asse

$$\boxed{\dot{\omega}_1 = \dfrac{C_1 - \tau C_2 - \tau \dfrac{D}{2} F_R}{I_1 + \tau^2 I_2 + \tau^2 \dfrac{D^2}{4} m}}$$

coppia equival. ridotta al motore

sempre

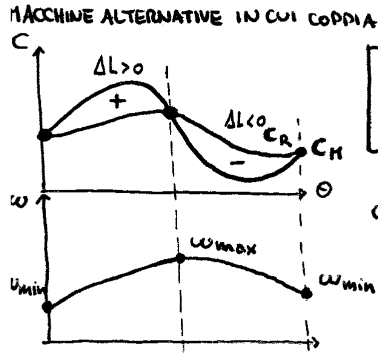
→ mom. d'in. eq. I_{eq} ridotto all'asse del motore



$E = \dfrac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \dfrac{1}{2} I_2 \omega_2^2 =$

EN. CINETICA $\quad = \dfrac{1}{2}\omega_1^2\left(I_1 + I_2\left(\dfrac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right) = \dfrac{1}{2}\omega_1^2 I_e$

MACCHINE ALTERNATIVE IN CUI COPPIA VARIA PERIODICAMENTE ATTORNO A VALORE MEDIO



$\boxed{\varepsilon = \dfrac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{media}}}$ IRREGOLARITÀ PERIODICA (evitare a $\vec{V}$ grandi)

$\omega_{media} \simeq \dfrac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$ se tra ω_{max}-ω_{min} = andamento lineare

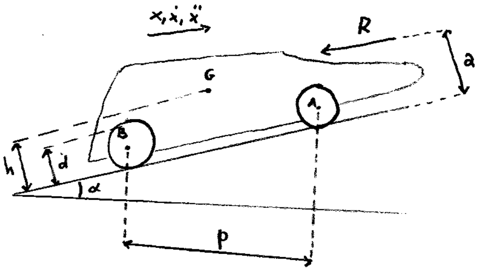
$\Delta L = \Delta E = \dfrac{1}{2} I (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) = \dfrac{1}{2} I (\omega_{max} + \omega_{min})(\omega_{max} - \omega_{min})$ $\quad \varepsilon\omega$

$\Delta L = I\omega^2 \varepsilon \qquad \boxed{\varepsilon = \dfrac{\Delta L}{I\omega^2}}$

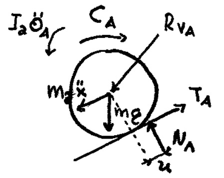
I è spesso incognita mom. d'I che devo mantenere x mant. o diminuire ε (volano)

LEZIONE 5

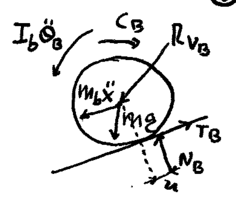
DINAMICA DEI VEICOLI CON RUOTE (determ. acc. veicolo + verificare condizioni di aderenza)



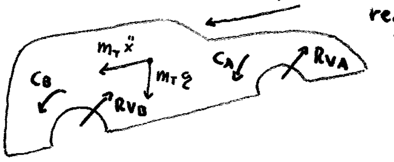
RUOTE ANTERIORI (A)



RUOTE POSTERIORI (B)

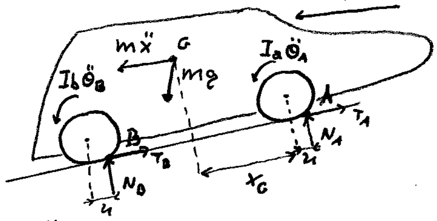


TELAIO



reazioni vincolari — nel complesso si elidono

VEICOLO NEL COMPLESSO:



se $I_a = I_b = I$

6) $\uparrow)\ N_A + N_B - mg\cos\alpha = 0$

7) $\nearrow)\ T_A + T_B - mg\sin\alpha - R - m\ddot{x} = $

B) $N_A p + Ra - mg\cos\alpha(p - x_G - u) + mg\sin\alpha h + m\ddot{x}h + I\ddot{\theta}_A + I\ddot{\theta}_B = 0$

all'asse ruote:

A) $N_A u + T_A \frac{d}{2} - C_A + I\ddot{\theta}_A = 0$

B) $N_B u + T_B \frac{d}{2} - C_B + I\ddot{\theta}_B = 0$

hyp: ROTOLAMENTO SENZA STRISCIAMENTO $\frac{T_A}{N_A} \le f_a \quad \frac{T_B}{N_B} \le f_a$

4) $\ddot{x} = \ddot{\theta}_A \frac{d}{2}$ 5) $\ddot{x} = \ddot{\theta}_B \frac{d}{2}$

se $\ddot{\theta}_A = \ddot{\theta}_B$ (stesso raggio) $\Rightarrow$

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{C_A + C_B - mg\cos\alpha u - (mg\sin\alpha + R)\frac{d}{2}}{\frac{md}{2} + \frac{4I}{d}}}$$

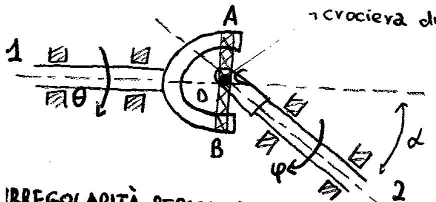
inerzia di traslazione + inerzia di rotazione

se moto uniforme $\ddot{x} = 0$

per solo trazione anteriore: $\boxed{C_A = mg\cos\alpha u + (mg\sin\alpha + R)\frac{d}{2}}$

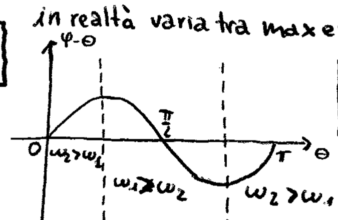
$$\boxed{W = (C_A + C_B)\dot{\theta} = mg\cos\alpha u\dot{\theta} + (mg\sin\alpha + R)\overbrace{\frac{d}{2}\dot{\theta}}^{\dot{x}}}$$

o GIUNTI A CARDANO (semplice, robusto, poco costoso) dispositivo con periodo 180°



$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1}$ $\boxed{tg\theta = tg\varphi\cos\alpha}$

in realtà τ varia tra max e min



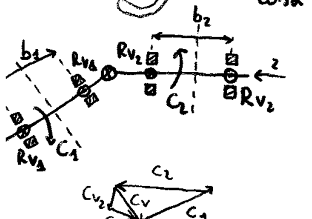
$\boxed{\tau_{max} = \frac{1}{\cos\alpha}}$

$\boxed{\tau_{min} = \cos\alpha}$

IRREGOLARITÀ PERIODICA

$\varepsilon = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega} = \frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha = \boxed{\sin\alpha\, tg\alpha}$ $\varepsilon \simeq \alpha^2$ fluttuazione aumenta con l'angolo di disallineamento ($\sim\alpha^2$)

di alberi alterni ma anche $\neq 2$



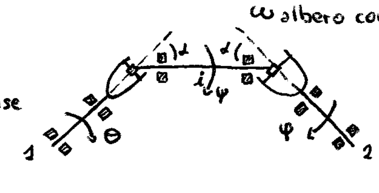
(coppie d'inerzia trascurabili perché $\omega <<$) se $C_1 \Rightarrow C_2$ coppia resistente se $\eta = 1$ $C_1 = C_2$

C_1 e C_2 assi $\neq$ $\Rightarrow$ equilibrate da reazioni vincolari

$Rv_1 = \frac{Cv_1}{b_1}$ $Rv_2 = \frac{Cv_2}{b_2}$ se $\alpha = 0 \Rightarrow Cv = 0$ per $\alpha >> \Rightarrow Cv >>$ N.B. anche se $\omega_{motrice} = cost.$ ω albero condotto fluttua

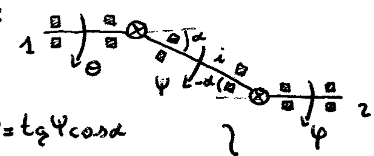
giunto cardanico doppio / omocinetico (stessa $\omega_{in} = \omega_{out}$), $\tau = 1$, forcelle in fase

i fluttua ma 1-i = opposta a i-2



$\left.\begin{array}{l} tg\theta = tg\varphi\cos\alpha \\ tg\varphi = tg\varphi\cos\alpha \end{array}\right\} \theta_0$

se assi //:



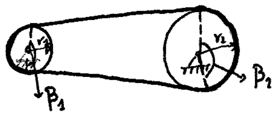
$\left.\begin{array}{l} tg\theta = tg\varphi\cos\alpha \\ tg\varphi = tg\varphi\cos(-\alpha) = tg \end{array}\right\} \theta = \varphi$

$\tau = 1$ nulla cambia

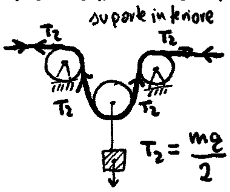
LEZIONE 6

TRASMISSIONE MOTO FRA ASSI // MEDIANTE CINGHIE

Cinghia piana [se sezione rettangolo]

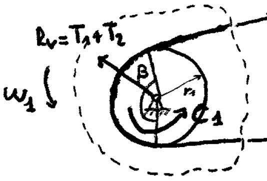


– per mettere in tensione (vari modi)
su parte inferiore



$T_2 = \frac{mg}{2}$

– $T_2 = cost$ [xké determinato da carico applicato]



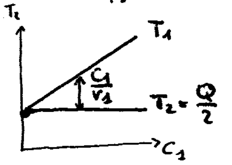
– PULEGGIA MOTRICE

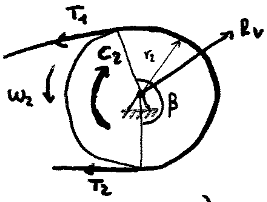
$\rightarrow T_2 = \frac{Q}{2}$

$C_1 - T_1 r_1 + T_2 r_1 = 0$

$\boxed{C_1 = (T_1 - T_2) r_1}$

$\boxed{T_1 = \frac{C_1}{r_1} + T_2}$





$T_1 r_2 - T_2 r_2 - C_2 = 0$

$\boxed{C_2 = r_2 (T_1 - T_2)}$

$\boxed{\frac{C_2}{C_1} = \frac{r_2}{r_1}}$

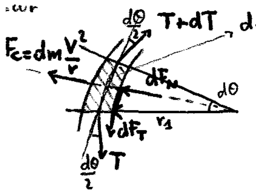
se $\eta = 1$: $C_2 \omega_2 = C_1 \omega_1$

$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}}$ non ho considerato attriti nei perni

N.B. Non uso se voglio mantenere perfetto sincronismo fra ω

$\sin\frac{\theta}{2} \sim \frac{\theta}{2}$

Lungo angolo di avvolgimento: (come varia T da T_1 a T_2)



$\frac{d\theta}{2}$ angolo rispetto alla tangente alla bisettrice

dF_N perché cinghia premuta contro cinghia

dF_c forza centrifuga

$(\leftarrow \quad dF_N + dF_c - T\frac{d\theta}{2} - (T + \cancel{dT})\frac{d\theta}{2} = 0 \qquad dF_c = dm\frac{V^2}{r} = q\,ds\frac{V^2}{r} = qV^2 d\theta$

$dF_N + dF_c - T d\theta = 0 \qquad dF_N + qV^2 d\theta - T d\theta = 0$

$\boxed{dF_N = (T - qV^2) d\theta}$

tangenziale $(\downarrow \quad \cancel{T} + dT - \cancel{T} - dF_T = 0 \quad \boxed{dF_T = dT}$ ma $dF_T = f dF_N$

aderenza o attrito? MICROSLITTAMENTI tra cinghia e puleggia: fenomeno di attrito

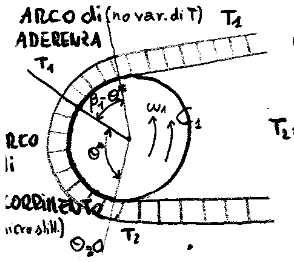
$f(T - qV^2) d\theta = dT \qquad \int_{T_2}^{T} \frac{dT}{T - qV^2} = \int_0^{\theta} f d\theta$

→ cinghia è flessibile, ho tratti non sottoposti a sforzo

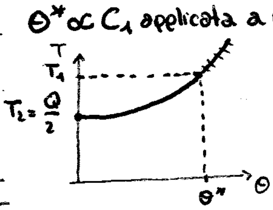
→ puleggia non è flessibile ⇒ cinghia rimane indietro rispetto a puleggia

$\log\left(\frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2}\right) = f\theta \Rightarrow \boxed{\frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\theta}}$ tensione lungo arco di avvolgimento cresce con andam. exp.

$qV^2 \sim 0$ se velocità periferica trascurabile: Se $qV^2 << T_2$ $\boxed{\frac{T}{T_2} = e^{f\theta}}$



$\theta^* \propto C_1$ applicata a puleggia

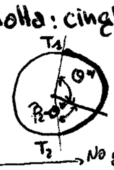


$\boxed{T_{1max} = T_2 e^{f\beta_1}}$

$\boxed{C_{max} = T_2(e^{f\beta_1} - 1) r_1}$

– puleggia motrice: cinghia rimane indietro: slitta

– puleggia condotta: cinghia anticipa puleggia



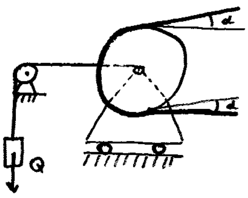
$\frac{\omega_2}{\omega_1}$ non costante → dipende da valori coppie e da cedevolezza cinghia

→ No grossa densità di potenza (semplice + economico)

– a parità di C trasmessa pulegge grandi

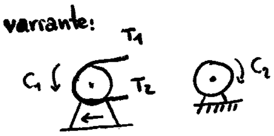
sposto e metto in tensione: $\boxed{T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}}$ tensione di forzamento iniziale

altra CONFIGURAZIONE



$\begin{cases} C_1 = r_1(T_1 - T_2) \\ (T_1 + T_2)\cos\alpha = Q \end{cases}$

variante:

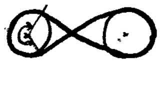


N.B. Se applico $C > C_{MAX}$: non ci riesco xké puleggia slitta completamente rispetto a cinghia

SLITTAMENTO GLOBALE

Per C più grande: – aumento raggio di 1

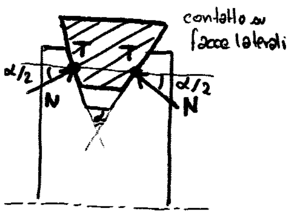
– aumento T_2

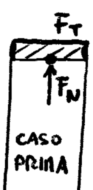


– INCROCIO (acquisto qlcs sull' angolo di avvolgimento)

– Pulegge con gole

CINGHIE TRAPEZOIDALI:





$F_T = 2T$

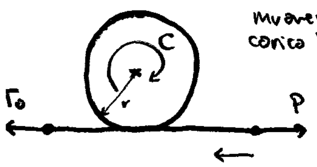
$F_N = 2N\sin\frac{\alpha}{2}$

$\frac{F_T}{F_N} = \frac{T}{N\sin\frac{\alpha}{2}} = \boxed{\frac{f}{\sin\frac{\alpha}{2}} = f'} \quad \boxed{\frac{T}{T_2} = e^{f'\theta}}$

se $\alpha = 60°$, $\sin 30° = 0{,}5$ } f raddoppiato ed essendo all'esponente acquisto molto

Trasmissione (NAUTICA)

mette in tensione T_0 per permettere a motore di trasmettere coppia



muovere carico P

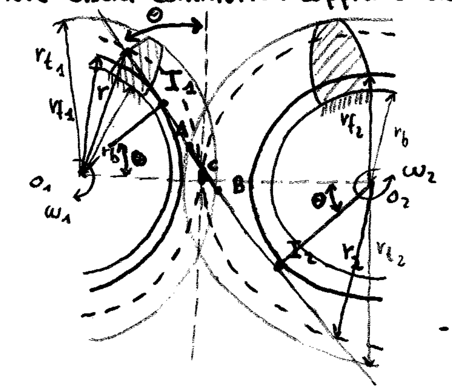
$C = Pr$ $\boxed{C = (P - T_0) r_1}$

$\boxed{P = T_0 e^{f 2\pi N}}$ n° giri

cavo: 3 giri

...ZIONE F - TRASMISSIONE CON RUOTE DENTATE

deve esserci continuità: coppia di denti entra prima che altra esce ($n°$ coppie in presa >1) N.B. r_b CIRCONFERENZA DI FONDO (piede)



$\overline{AB}$ = segmento dei contatti $\boxed{AB = AC + CB}$

$A\hat{O_2}I_2$ $\quad AC = AI_2 - CI_2 \quad$ ma $\quad AI_2 = \sqrt{AO_2^2 - I_2O_2^2} = \sqrt{r_{t_2}^2 - r_{f_2}^2} = \sqrt{r_{t_2}^2 - r_2^2\cos^2\theta}$

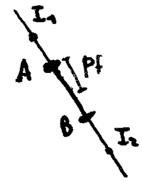
$$\boxed{AC = \sqrt{r_{t_2}^2 - r_2^2\cos^2\theta} - r_2\sin\theta}$$

$B\hat{I_1}O_1$ $\quad CB = BI_1 - CI_1 \quad$ ma $\quad BI_1 = \sqrt{r_{t_1}^2 - r_1^2\cos^2\theta}$

$$\boxed{CB = \sqrt{r_{t_1}^2 - r_1^2\cos^2\theta} - r_1\sin\theta}$$

spesso $a_1 = a_2 = m$

- grandezze costruttive: $r_1 = \frac{m z_1}{2} \quad r_2 = \frac{m z_2}{2} \quad r_{t_1} = r_1 + a_1 \quad r_{t_2} = r_2 + a_2$

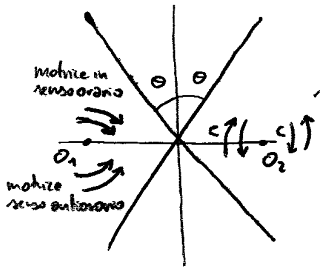


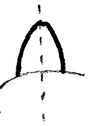
AB > passo misurato lungo la circ. fond. pf

$\boxed{z_p = \frac{AB}{p_f}}$ $n°$ denti in presa $\boxed{1 < z_p < 2}$ se $z_p = 1{,}5$ $\begin{cases} 50\% \text{ tempo 2 coppie} \\ 50\% \text{ " 1 coppia} \end{cases}$

>1 per garantire continuità

se $z_p = 1{,}1$ $\begin{cases} 90\% \text{ " 1 coppia} \\ 10\% \text{ " 2 coppie} \end{cases}$

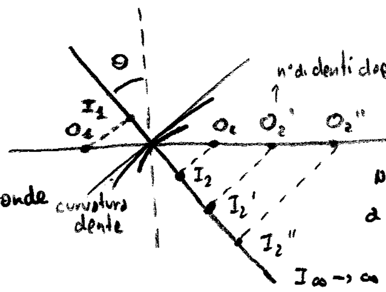




altra combinazione se scambio chi è motrice

I_2' + distante

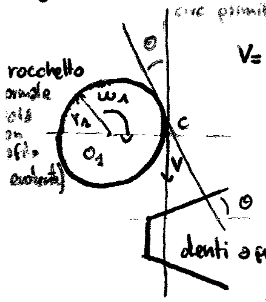
=> raggio di curvatura + grande profilo - incurvato



N.B. Profili si incurvano a seconda della disposizione di I_1 e I_2

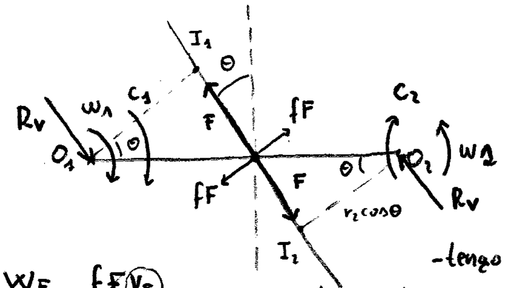
se ruota 2 $r \to \infty$ $\quad O_2 \to \infty$ profilo a evolvente => retta

ingranamento rocchetto-dentiera (moto rettilineo ⇌ moto rotatorio)



$V = \omega_1 r_1$

- TRASMISSIONE FORZE FRA RUOTE DENTATE / REAZIONI NEI SUPPORTI



$F r_1 \cos\theta = C_1$

$F_2 r_2 \cos\theta = C_2$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$W = C_1\omega_1 = F\cos\theta\, r_1\omega_1 = F V \cos\theta$

$W_F = f F V_s$ -> velocità di strisciamento: varia da pf a pf, è = 0 in C

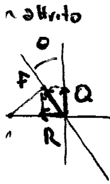
potenza persa in attrito

$$\frac{W_F}{W} = \frac{f\cancel{F}V_s}{\cancel{F}V\cos\theta} = 0{,}08 \; 0{,}1 \; \frac{1}{0{,}94} = \frac{1}{100}$$

max valore $\to 0{,}20°$

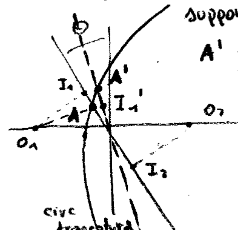
- tengo conto di attrito solo in rendimento globale

effetto attrito su η è basso



$$\boxed{F = \frac{C_1}{r_1\cos\theta}} \quad \boxed{Q = F\cos\theta = \frac{C_1}{r_1}} \quad \boxed{R = F\sin\theta = \frac{C_1}{r_1}\operatorname{tg}\theta}$$

- conviene avere ruote dentate con θ + piccolo possibile



suppongo retta di pressione con $\frac{\theta}{2}$

A' non più tra I_1' e I_2'

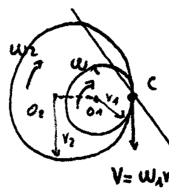
CONTATTO CON INTERFERENZA

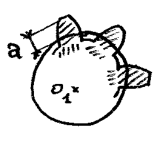
per evitare diminuisco circ. tronc. ruota 2 => $z_p < 1$

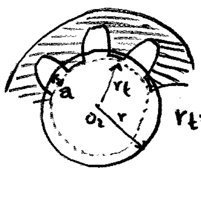
aumento raggio entrambe x aumentare $n°$ denti

- ingranaggio interno: concordi

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

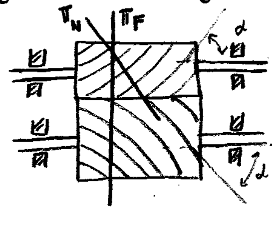






$r_t = r - a$

- voglio distribuzione graduale carico fra i denti in presa (no rumore + vibrazioni)



su piano frontale denti con normale profilo a evolvente di circ. $\quad pz = 2\pi r$

LEZIONE 8 - INGRANAGGIO A VITE (caso di assi sghembi)

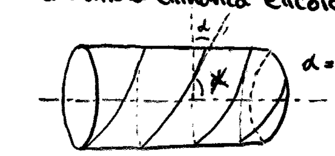
assi sghembi: - 4 ruote dentate coniche (se assi sufficientemente vicini): CILINDRICHE / CONICHE } importante è t_g comune nel pt. di contatto

- 2 ruote dentate → ad asse dente elicoidale: [scelgo l'angolo di inclinazione tale che t_g eliche a 2 denti siano incidenti]

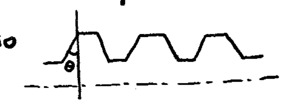
η è minore che in normali trasmissioni (ad assi // o ⊥) ~ $\vec{v}$ strisciamento piccole

↳ nel pt. di contatto nascono $\vec{v}$ elevate di strisciamento ⇒ devo tener conto delle forze di attrito tra i denti

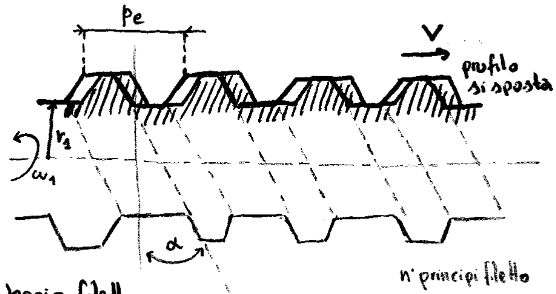
ruota dentata cilindrica elicoidale + vite (inclinazione elica elevata) → riduzione elevata di ω in un colpo solo → forte rapp. di trasm. [risolvo problema MOT veloce, uscita piano]

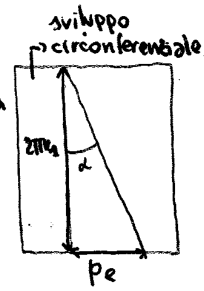


α = complementare dell' α vecchio



FILETTO/PRINCIPIO VITE



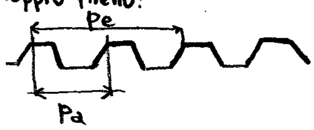


$$\boxed{p_e = 2\pi r_1 t_g \alpha} \qquad \frac{p_e}{2\pi} = r_1 t_g \alpha$$

N.B. profilo avanza - scompare e ricompare all'inizio
VITE SENZA FINE

- stesso rapporto tra [anche nell'unità di tempo] trasl. e rot. → $\frac{V}{\omega_1} = \frac{p_e}{2\pi}$ $\quad \boxed{V = \omega_1 \frac{p_e}{2\pi}}$

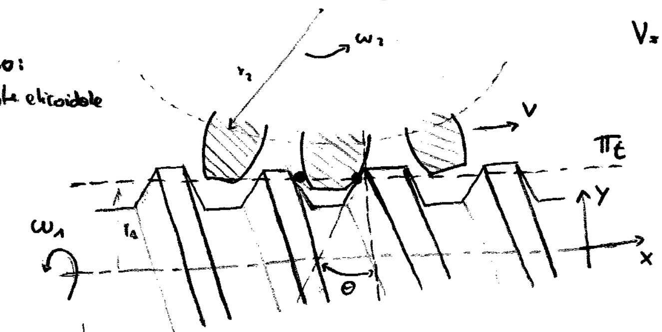
Doppio filetto:



$$\boxed{p_e = p_a z_1} \qquad \boxed{V = \omega_1 \frac{z_1 p_a}{2\pi}}$$

n° principi filetto

Ingranamento:
dentiera ad asse dente elicoidale



$$V = \omega_1 \frac{z_1 p_a}{2\pi} = \omega_2 r_2 = \omega_2 \frac{m z_2}{2} = \omega_2 \frac{p_a z_2}{2\pi}$$

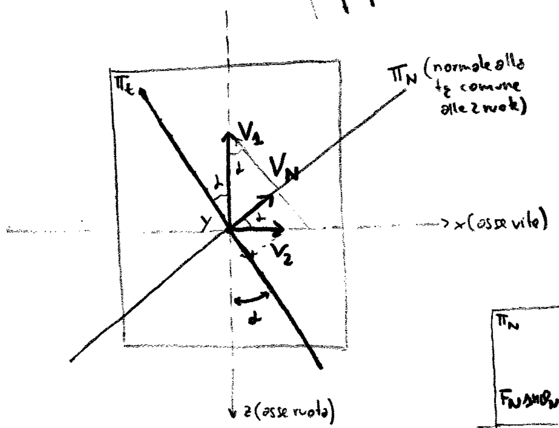
$\frac{p}{\pi}$

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}}$$

hanno stessa componente in direzione π_N

$V_1 = \omega_1 r_1$ (VITE) $\quad V_2 = \omega_2 r_2$ (RUOTA) $\quad \to \quad V_N = V_1 \sin\alpha = V_2 \cos\alpha$

$$\omega_1 r_1 \sin\alpha = \omega_2 r_2 \cos\alpha$$

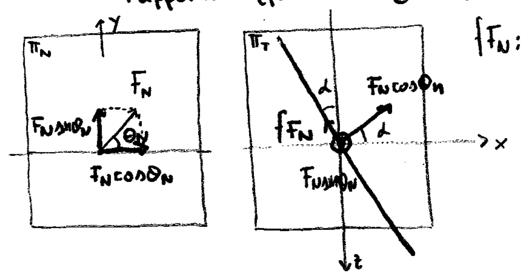


$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \boxed{\frac{r_1}{r_2} t_g \alpha}$$

VELOCITÀ DI STRISCIAMENTO

$$V_S = V_1 \cos\alpha + V_2 \sin\alpha = \omega_1 r_1 \cos\alpha + \omega_2 r_2 \sin\alpha$$

- rapporto coppie asse ingresso/uscita [tenendo conto delle forze di attrito]



$f F_N$: contributo forza attrito: vite esercita su ruota forza

MOMENTO ATTORNO A z

$$\begin{cases} \boxed{F_x = F_N \cos\theta_N \cos\alpha - f F_N \sin\alpha} \\ \boxed{F_y = F_N \sin\theta_N} \text{ NO MOMENTO} \\ \boxed{F_z = -(F_N \cos\theta_N \sin\alpha + f F_N \cos\alpha)} \end{cases}$$

MOMENTO ATTORNO A x

$$C_1 = r_1 F_N (\cos\theta_N \sin\alpha + f \cos\alpha)$$

$$C_2 = r_2 F_N (\cos\theta_N \cos\alpha - f \sin\alpha)$$

se $f = 0$ $\quad \frac{C_2}{C_1} = \frac{z_2}{z_1}$

$$\frac{C_2}{C_1} = \boxed{\frac{r_2}{r_1}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}\frac{(\cos\theta_N - f t_g \alpha)}{(\cos\theta_N + f / t_g \alpha)} = \boxed{\frac{z_2}{z_1}}\underbrace{\boxed{\frac{\cos\theta_N - f t_g \alpha}{\cos\theta_N + f / t_g \alpha}}}^{<1} = \eta_{diretto}$$

Se MOT: ruota, UT: vite [moltiplicatore di ω]

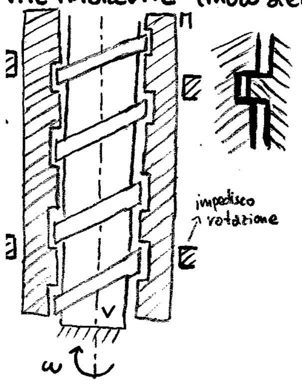
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{z_1}{z_2}\boxed{\frac{\cos\theta_N - f / t_g \alpha}{\cos\theta_N + f t_g \alpha}} = \eta_{inverso}$$

$$\text{Se } \frac{f}{t_g \alpha} > \cos\theta_N$$

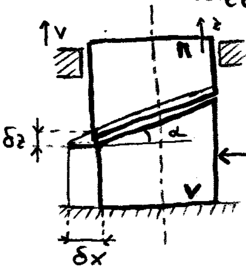
TRASMISSIONE IRREVERSIBILE
(se tento di invertire ingranaggio si blocca)
→ spesso utile: assicura moto solo in un senso anche se η basso

- MOTO ROTATORIO in RETTILINEO (rocchetto dentato su dentiera)

VITE MADREVITE (moto a elica: combinazione Ω e $\rightarrow$): ottengo $\rightarrow$; ciò che importa è che 2 filetti si incastrino (non per forza profilo a trapezio)



- cilindro medio: raggio medio in cui avviene trasmissione forze:

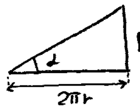


VITE: fissa assialmente (ha vincolo opposto rispetto a M)

$x = r\Theta$ traslazione lungo circonferenza definita dal cilindro medio

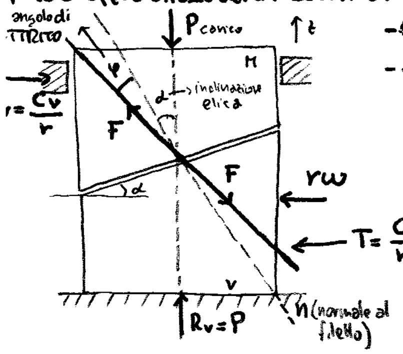
$\delta z = \delta x \, tg\alpha = r d\Theta \, tg\alpha$

$$\boxed{\frac{\delta z}{\delta t} = V = r \, tg\alpha \, \omega}$$



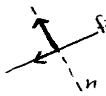
$$\boxed{r \, tg\alpha = \frac{p}{2\pi}} \qquad \boxed{V = \frac{p}{2\pi}\omega}$$

forze e coppie all'asse della madrevite:



- se NO ATTRITO: forza scambiata è $\perp$ a filetti

- se ATTRITO: 2 componenti



oppure unica $\vec{F}$ inclinata di φ

N.B. Se α piccolo: coppia da applicare per muovere P è molto più grande che se NO ATTRITO

$$\begin{cases} F\cos(\varphi+\alpha) = P \\ F\sin(\varphi+\alpha) = T = \frac{C}{r} \end{cases} \qquad \frac{C}{rP} = tg(\varphi+\alpha) \Rightarrow \boxed{C = P r \, tg(\varphi+\alpha)}$$

$$\eta = \frac{PV}{C\omega} = \frac{P r \, tg\alpha \, \omega}{P r \, tg(\alpha+\varphi)\omega} \qquad \boxed{\eta = \frac{tg\alpha}{tg(\varphi+\alpha)}}$$

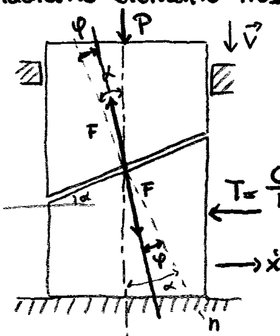
cor. geometrica

da materiale

$\vec{V}_{OUT}$ bassa rispetto a $\vec{V}_{IN}$: vantaggio

- madrevite elemento trascinante: MOT: freno ($\vec{F}$ scambiata lungo n, se no attrito)

N.B. tutto il $\mathcal{L} > 0$ compiuto dal carico viene bilanciato da attrito e C frenante in uscita



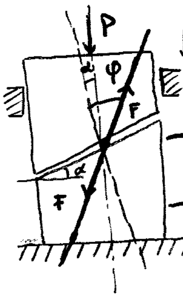
$$\begin{cases} F\cos(\alpha-\varphi) = P \\ F\sin(\alpha-\varphi) = \frac{C}{r} \end{cases} \qquad \frac{C}{Pr} = tg(\alpha-\varphi) \Rightarrow \boxed{C = P r \, tg(\alpha-\varphi)} \qquad \boxed{\eta = \frac{tg(\alpha-\varphi)}{tg\alpha}}$$

→ con α abbastanza grande

- se $\alpha \approx 0$

$\alpha < \varphi$:

$\mathcal{L} > 0$ dissipato interamente da forze di attrito



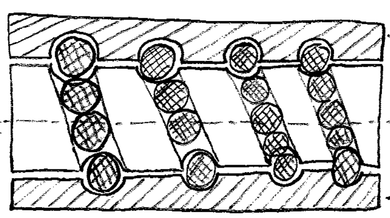
$\rightarrow \dot{x} = r\omega$

$\rightarrow T = \frac{C}{r}$

$$\begin{cases} F\sin(\varphi-\alpha) = T \\ F\cos(\varphi-\alpha) = P \end{cases} \qquad \boxed{C = P r \, tg(\varphi-\alpha)}$$

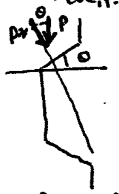
> Per avere entrambi i vantaggi: → PASSO PICCOLO ($\vec{v}_{IN} \gg \vec{v}_{OUT}$) ; → η alto

VITI A CIRCOLAZIONE DI SFERE [stessa cinematica: internamente c'è interposizione corpi rotolanti]



$$\boxed{V = \frac{F\omega}{2\pi}} \qquad \boxed{\eta = \frac{FV}{C\omega}} \rightarrow \boxed{C = \frac{F}{\eta}\frac{p}{2\pi}}$$

- Se ho viti con sezione a trapezio → coeff. d'attrito + alto: → incidenza maggiore



$f \rightarrow \varphi$

$f' = \frac{f}{\cos\Theta} \rightarrow \varphi'$

FRENI [a fluido, 4 magn, ad attrito] → dissipazione su piccola parte (surriscaldamento) → sfrutta xò aderenza → effetto frenante anche se non c'è moto relativo

1'2 frenano solo quando c'è moto relativo fra elementi

ATTRITO:

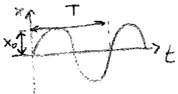
1) a tamburo/ganasce/ceppi

2) a disco

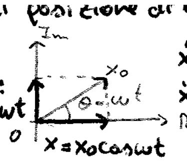
3) a nastro

LEZIONE 10 VIBRAZIONI: moto oscillatorio di un sistema meccanico nell'intorno di posizione di equilibrio statico

$x = x_0 \sin(\omega t)$



$\boxed{\omega T = 2\pi}$ $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ (periodico o NO → scompongo in serie di Fourier) $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$ rappresentazione vettoriale: $x = x_0 \sin \omega t$



$\dot{x} = x_0 \omega \cos \omega t = \dot{x}_0 \cos \omega t$

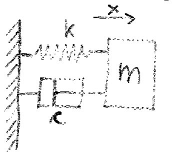
$\ddot{x} = -x_0 \omega^2 \sin \omega t = -\ddot{x}_0 \sin \omega t$

$f = 100\,[Hz] \Rightarrow \omega = 628\left[\frac{rad}{s}\right]$

VIBRAZIONI LIBERE: nascono in seguito ad impulso iniziale qualsiasi e poi lascio evolvere

VIBRAZIONI FORZATE: si continua a fornire energia

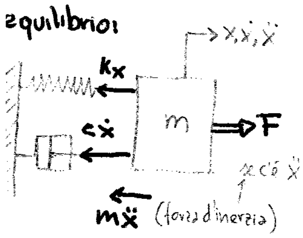
VIBRAZIONI AUTOECCITATE: assorbe energia da fonte esterna



smorzatore: tiene conto di tutte le azioni dissipative del nostro sistema: compie $\mathcal{L} < 0$, forza resistente $\propto -\vec{V}_{relativa}$ tra elementi

$F_s = c\dot{x}$ $\quad [c] = \frac{N}{m/s}$

equilibrio:



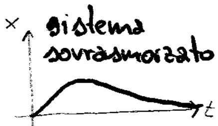
$F - kx - c\dot{x} - m\ddot{x} = 0 \qquad \frac{m}{k}\ddot{x} + \frac{c}{k}\dot{x} + x = \frac{F}{k}$ ma $\boxed{\frac{m}{k} = \frac{1}{\sigma_n^2}}$ $\boxed{\frac{c}{k} = \frac{2\xi}{\sigma_n}}$

$\rightarrow \boxed{\frac{\ddot{x}}{\sigma_n^2} + \frac{2\xi}{\sigma_n}\dot{x} + x = \frac{F}{k}}$ mio obiettivo

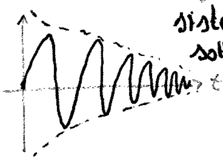
in qst. caso: $\boxed{\sigma_n = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ $\boxed{\xi = \frac{c}{2k}\sigma_n = \frac{c}{2\sqrt{km}}}$

martellata:

$A = \int_0^{\delta t} F dt \qquad$ se $\xi > 1$



se $\xi < 1$



ξ = FATTORE DI SMORZAMENTO

$[\xi] = /$ campana: $\xi = 0{,}001$ $\xi = \frac{1}{10}$ gr. grandi

evoluzione posizione massa (m) dopo la martellata A:

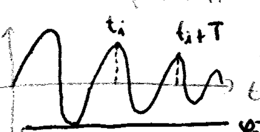
$x = \frac{A\sigma_n e^{-\xi\sigma_n t}}{k\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\sigma_n\sqrt{1-\xi^2}\, t\right)$ (termine smorzante; termine trigonometrico; cost.)

$\underline{\sigma_n\sqrt{1-\xi^2} = \sigma}$ pulsazione del moto oscillatorio $\qquad T = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\sigma_n\sqrt{1-\xi^2}}$

σ_n: pulsazione (naturale) propria che sistema avrebbe se non ci fosse smorzamento: se $\boxed{\xi = 0 \quad \sigma = \sigma_n}$ ξ spesso molto bassi ⇒ tra σ e σ_n poca differenza

- più aumenta ξ più diminuisce $\sigma \Rightarrow \sigma = 0$ SMORZAMENTO CRITICO

$e^{-\xi\sigma_n t} \rightarrow$ a $t = \infty$ $\quad e^{-\xi\sigma_n t} = 0$ $\quad$ • rapporto tra 2 successive ampiezze di oscillazione:



sono max (sin(...) = 1)

$t_i + T \rightarrow \qquad \frac{X_{i+1}}{X_i} = \frac{e^{-\xi\sigma_n(t_i+T)}}{e^{-\xi\sigma_n(t_i)}} = e^{-\xi\sigma_n T}$ ma $T = \frac{2\pi}{\sigma}$ $\quad T\sigma_n = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{X_{i+1}}{X_i} = e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}}$ dipende solo da ξ

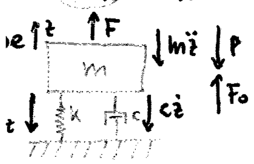
$t_i \rightarrow$

$e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \simeq e^{-2\pi\xi}$ decremento logaritmico (delle successive ampiezze di oscillazione) N.B. se voglio rapp. tra 10 oscillazioni ⇒ moltiplico esponente ×10

$\sqrt{1-\xi^2} \approx 1$

$x = x_0 \sin\sigma_n t$ max ampiezza x_0 $\quad U = \frac{1}{2}kx_0^2$ (max en. pot. elastica) $\quad E = \frac{1}{2}m\dot{x}_0^2 = \frac{1}{2}m x_0^2\sigma_n^2$ (max en. cinetica) → caso ideale (non smorzato) → NO effetti dissipativi

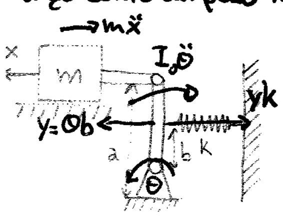
$\dot{x} = x_0\sigma_n \cos\sigma_n t$ ($\dot{x}_0$) $\qquad$ cfr. $k = m\sigma_n^2$



Non tengo conto del peso

Molla in $z=0$ ha precarico dovuto al peso

tengo conto del peso in PENDOLO: cambia il braccio del Peso



$\Theta = \frac{x}{a}$ $\qquad m\ddot{x}a + I_0\ddot{\Theta} + kyb = 0$ arrivato a eq. diff.

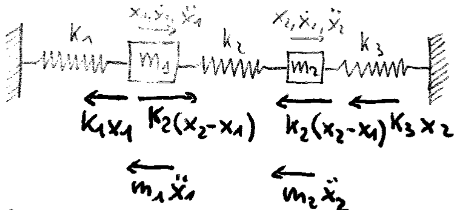
$\ddot{\Theta} = \frac{\ddot{x}}{a}$, $y = \frac{xb}{a}$

LEZIONE 11 - VIBRAZIONI di sistemi a + gradi di libertà [aggiungo n° masse]

2 GdL → 2 masse • Obiettivo è trovare freq. di oscillazioni proprie

se $x_2 - x_1 > 0$ m_2 + inl. di m_1 → m_2 tira m_1

se $x_2 - x_1 = 0$ k_2 rimane a riposo



dopo impulso iniziale: masse libere di oscillare
$\begin{cases} x_1 = x_{10} \sin\sigma t \\ x_2 = x_{20} \sin\sigma t \end{cases}$
$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -x_{10}\sigma^2 \sin\sigma t \\ \ddot{x}_2 = -x_{20}\sigma^2 \sin\sigma t \end{cases}$

semplifico $\sin\sigma t$

$$\begin{cases} -k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1) - m_1 \ddot{x}_1 = 0 \\ -k_2(x_2 - x_1) - k_3 x_2 - m_2 \ddot{x}_2 = 0 \end{cases}$$

moltiplico per -1 e sviluppo

$$\begin{cases} (k_1+k_2)x_1 - k_2 x_2 + m_1 \ddot{x}_1 = 0 \\ -k_2 x_1 + (k_2+k_3)x_2 + m_2 \ddot{x}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k_1+k_2)x_{10} - k_2 x_{20} - m_1 x_{10}\sigma^2 = 0 \\ -k_2 x_{10} + (k_2+k_3)x_{20} - m_2 x_{20}\sigma^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [k_1+k_2 - m_1\sigma^2]x_{10} - k_2 x_{20} = 0 \\ -k_2 x_{10} + [k_2+k_3 - m_2\sigma^2]x_{20} = 0 \end{cases}$$

Se $x_{10} = x_{20} = 0$ oppure se $x_{10} \neq 0, x_{20} \neq 0$ ma se $\det|coeff.| = 0$ ⇒ soddisfo 2 eq.ni

2 GdL ⇒ 2 frequenze di oscill. → 2 valori di pulsazione σ_I e σ_{II} [oscillazione anche combinazione di entrambe]

$$\begin{vmatrix} k_1+k_2-m_1\sigma^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3-m_2\sigma^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow * \begin{cases} \left(\dfrac{x_{20}}{x_{10}}\right)_I = \dfrac{k_1+k_2-m_1\sigma_I^2}{k_2} \\ \left(\dfrac{x_{20}}{x_{10}}\right)_{II} = \dfrac{k_1+k_2-m_1\sigma_{II}^2}{k_2} \end{cases}$$

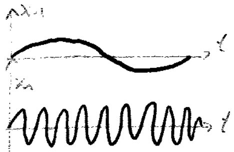
se $\dfrac{x_{20}}{x_{10}} = 2$ se ampiezza di osc. di m_1 è 2mm m_2 oscillerà di 4mm

2 masse oscillano in fase e con un rapporto di spostamenti ben definito

se II > I capita che per σ_I NUM > 0: 2 masse stesso senso e per σ_{II} NUM < 0: 2 masse in contro FASE

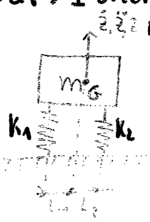
2 MODI DI VIBRAZIONE

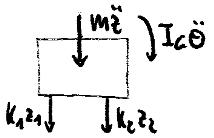
in base a spostamenti x_{20} e x_{10} che do a masse avrò valore rapp. $\frac{x_{20}}{x_{10}}$ che mi corrisponde un modo preciso. [importanza relativa in base a impulso iniziale] discorso valido in generale per GdL > 1

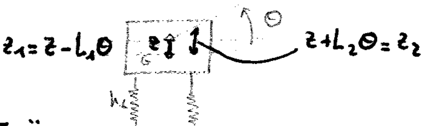


in forma di matrici vettori:
$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} = 0$$
→ programmi di calcolo

GdL > 1 anche con una sola massa:







$$\begin{cases} -k_1(z - L_1\theta) - k_2(z + L_2\theta) - m\ddot{z} = 0 \\ k_1(z - L_1\theta)L_1 - k_2(z + L_2\theta)L_2 - I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

$\begin{cases} z = z_0 \sin\sigma t \\ \ddot{z} = -z_0\sigma^2 \sin\sigma t \end{cases}$ $\begin{cases} \theta = \theta_0 \sin\sigma t \\ \ddot{\theta} = -\theta_0\sigma^2 \sin\sigma t \end{cases}$

$$\begin{cases} (k_1+k_2)z - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta + m\ddot{z} = 0 \\ -(k_1L_1 - k_2L_2)z + (k_1L_1^2 + k_2L_2^2)\theta + I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} [k_1+k_2 - m\sigma^2]z_0 - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta_0 = 0 \\ -(k_1L_1 - k_2L_2)z_0 + [k_1L_1^2 + k_2L_2^2 - I_G\sigma^2]\theta_0 = 0 \end{cases}$$

sol. banale $\theta_0 = z_0 = 0$ sistema fermo

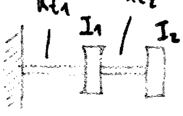
$\theta_0 \neq 0$; $z_0 \neq 0$: sistema oscillante → purché $|\det(coeff)| = 0$ → 2 modi di vib.

se $k_1L_1 = k_2L_2$ ma anche $k_1 < k_2$; $L_1 > L_2$ 2 coeff. si annullano ⇒ 2 eq.ni indipendenti → 2 modi di vibrazione sono DISACCOPPIATI

$$\begin{cases} [k_1+k_2 - m\sigma^2] = 0 \\ [k_1L_1^2 + k_2L_2^2 - I_G\sigma^2] = 0 \end{cases}$$

[se do spinta verticale avrò oscillaz. solo vertic. stessa cosa x rotazione]

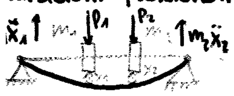
vibrazioni torsionali: →



$k_t\theta$ $I\ddot{\theta}$ → come prima solo che coppie di richiamo elastico

$\begin{cases} x_1 = x_{10}\sin\sigma t \\ \ddot{x}_1 = -x_{10}\sigma^2\sin\sigma t \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = x_{20}\sin\sigma t \\ \ddot{x}_2 = -x_{20}\sigma^2\sin\sigma t \end{cases}$

vibrazioni flessionali: [stesse conclusioni, eq.ni complete]



[in bibliografia costante proprie in def flessionale]

coeff. di influenza

$$\begin{cases} x_1 = d_{11}P_1 + d_{12}P_2 \\ x_2 = d_{21}P_1 + d_{22}P_2 \end{cases}$$

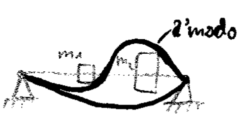
contributo a def. in sezione 1 dovuto a P_2

$$\begin{cases} x_1 = -d_{11}m_1\ddot{x}_1 - d_{12}m_2\ddot{x}_2 \\ x_2 = -d_{21}m_1\ddot{x}_1 - d_{22}m_2\ddot{x}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{10} = d_{11}m_1x_{10}\sigma^2 + d_{12}m_2x_{20}\sigma^2 \\ x_{20} = d_{21}m_1x_{10}\sigma^2 + d_{22}m_2x_{20}\sigma^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{10}(1 - d_{11}m_1\sigma^2) - d_{12}m_2\sigma^2x_{20} = 0 \\ -d_{21}m_1\sigma^2x_{10} + (1 - d_{22}m_2\sigma^2)x_{20} = 0 \end{cases}$$

→ det(...) = 0 → trovo 2 pulsazioni proprie di oscill. a cui corrispondono 2 modi di oscill.



N.B. sistema con parametri distribuiti, non concentrati → ∞ GdL

Problema 01

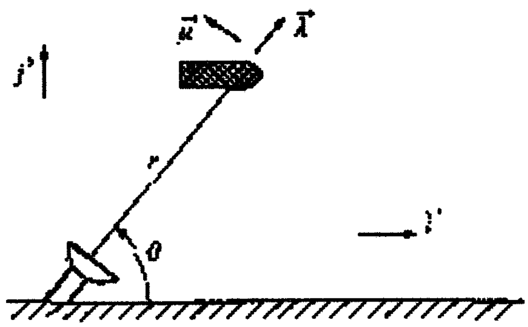
(Esercizio 1.4)

L'azione aerodinamica resistente al moto di una autovettura è circa proporzionale al quadrato della sua velocità V, mentre l'azione resistente dovuta agli attriti è circa costante. L'accelerazione a del veicolo può quindi essere espressa nella forma $a = - C_1 - C_2 V^2$, ove C_1 e C_2 sono costanti caratteristiche del veicolo.
Si determini lo spazio D di arresto di una autovettura avente $C_1 = 0{,}3$ m/s^2 e $C_2 = 0{,}0025$ m^{-1} supponendo che il motore venga spento quando il veicolo viaggia alla velocità V_o pari a 100 km/h.

Problema 02

(Esempio E1/7)

Un radar sta seguendo la traiettoria di un razzo in volo nell'alta atmosfera. Nell'istante considerato il radar, che si trova nel piano verticale passante per la traiettoria del razzo, fornisce le seguenti indicazioni: $\vartheta = 60°$, $r = 80$ km, $\dot{r} = 1200$ m/s, $\dot{\vartheta} = -0{,}8°/s$.
Poiché il razzo si trova in una fase di volo non propulsa, la sua accelerazione è unicamente quella data dall'attrazione gravitazionale che, alla quota del razzo, è $g = 9{,}2$ m/s². In queste condizioni calcolare il valore della velocità V del razzo e i valori r e ϑ delle accelerazioni di allontanamento del razzo dal radar e angolare.

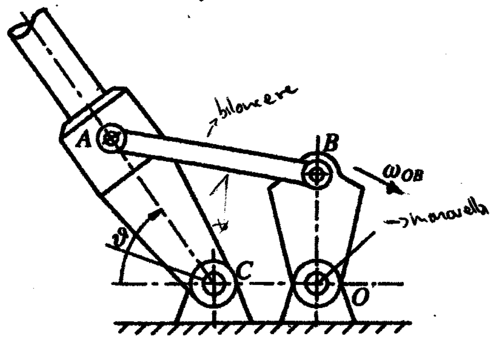


Problema 05

(Esercizio 1.42)

In figura è illustrato il dispositivo di posizionamento dell'asta dell'antenna AC. La manovella OB ruota con velocità angolare costante ω_{OB} = 0,6 rad/s in verso orario. Determinare la velocità angolare ω_{CA} e l'accelerazione angolare $\dot{\omega}_{CA}$ dell'asta AC, quando la manovella si trova in posizione verticale e tgϑ = 4/3, assumendo $\overline{OB}$ = 120 mm, $\overline{CA}$ = 200 mm, $\overline{OC}$ = 120 mm.

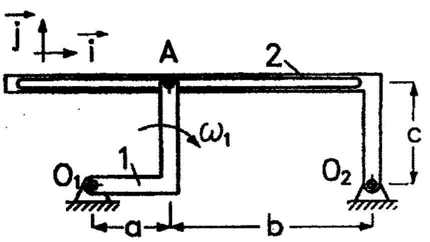
- Quadrilatero Articolato



Problema 06

Nel cinematismo rappresentato in figura l'elemento 1, incernierato in O_1, ruota alla velocità angolare costante ω_1 = 15 rad/s nel verso indicato. Il suo estremo A scorre dentro una guida ricavata all'interno dell'elemento 2 il quale, a sua volta, è incernierato in O_2. Si conoscono le dimensioni a = 0,3 m, b = 0,8 m, c = 0,4 m.

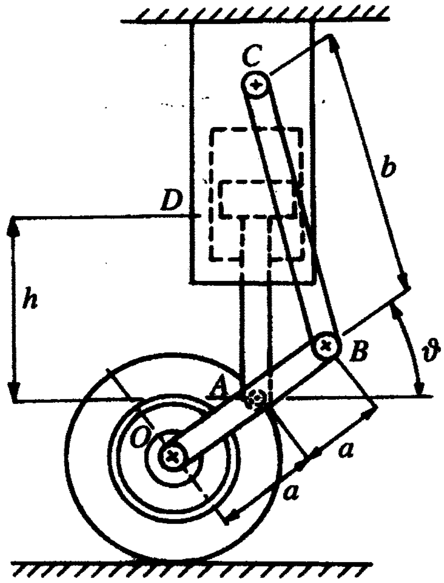
Determinare, per l'istante in cui il meccanismo si trova nella posizione rappresentata in figura, i valori della velocità angolare e dell'accelerazione angolare dell'elemento 2.



Problema 09 V

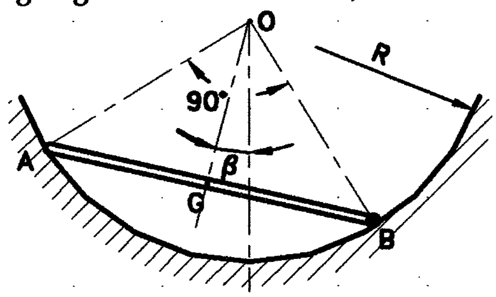
(Esempio E2/6)

Il carrello d'atterraggio di un aereo è costituito dal cinematismo sche-matizzato in figura. L'asta *OB* è incernierata in *O* sull'asse della ruota, in *B* all'estremo dell'asta *BC* e in *A* all'estremo dello stelo del pistone di un martinetto idraulico solidale al velivolo. Mentre l'aereo si muove lungo la pista, la ruota sopporta un carico verticale pari a P = 30 kN. Si conoscono le seguenti grandezze: a = 300 mm, b = 800 mm, ϑ = 30°, h (distanza fra il perno A e il centro del pistone D) = 600 mm.



Problema 10 V

Una barra AB ha i suoi estremi appoggiati entro una sede semicircolare di raggio R e centro O. I segmenti AO e BO che uniscono gli estremi della barra al centro della sede formano in O un angolo di 90°; il baricentro G della barra si trova a metà di AB, per cui gli angoli $A\hat{O}G$ $B\hat{O}G$ sono uguali fra loro e pari a 45°. All'estremo A la barra appoggia sulla sede con un contatto di strisciamento, pertanto in presenza di attrito, mentre in B il contatto tra barra e sede avviene con l'interposizione di una rotella per la quale si può trascurare la resistenza al rotolamento.
Determinare quale deve essere il minimo valore del coefficiente di aderenza fra barra e sede, affinchè la barra sia in condizione di equilibrio per un angolo β =10° formato fra la direzione della congiungente GO e la verticale, come indicato in figura.



Problema 13

(Esercizio 2.40)

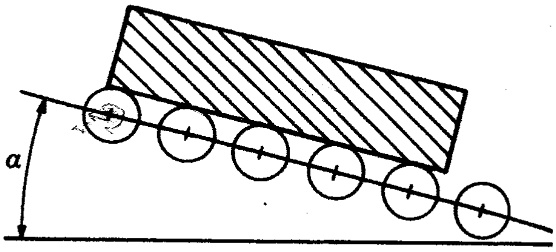
Un Boeing 747 al decollo a pieno carico ha massa totale $m = 360$ t e la portanza è pari al 60% del peso alla velocità di 200 km/h. Complessivamente i carrelli del velivolo hanno 16 ruote con diametro $d = 1194$ mm, con coefficiente di attrito volvente $f_v = 0{,}01+1{,}5\times10^{-6}\omega^2$, essendo ω la velocità angolare delle ruote espressa in rad/s. Calcolare la forza orizzontale all'asse di ogni ruota all'inizio del decollo (velocità nulla) e alla velocità $V = 200$ km/h.

Problema 14

(Esempio E2/16)

Un corpo scivola lungo un piano a rulli. I rulli hanno diametro $D = 300$ mm; il diametro dei perni dei rulli è $d = 50$ mm ed il coefficiente di attrito nel perno è $f = 0{,}08$; il parametro di attrito volvente è $u = 1{,}25$ mm. Determinare quale deve essere l'angolo di inclinazione del piano a rulli affinché il corpo scivoli lungo di esso con moto uniforme.

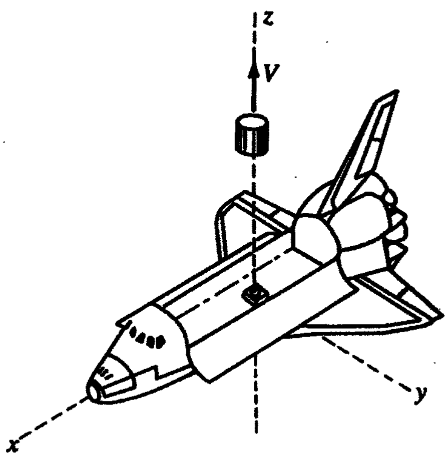
$\frac{F_T}{F_N} = \frac{u}{r}$ $\frac{F_T}{F_N} = f$



Problema 15

(Esercizio 3.16)

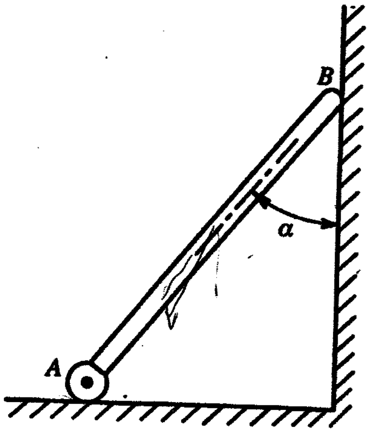
Dalla navicella spaziale in figura viene lanciato un satellite, avente massa $m_S = 800$ kg, secondo la direzione z, perpendicolare alla baia di carico della navicella. Il sistema di lancio, solidale alla navicella, agisce sul satellite per un intervallo di 4 s fornendogli una velocità finale di 0,3 m/s. La massa della navicella è $m_N = 90$ t. Determinare la componente di velocità V_f della navicella secondo il verso negativo della direzione z conseguente al lancio e l'intensità media della forza di lancio.



Problema 18

(Esercizio 3.30)

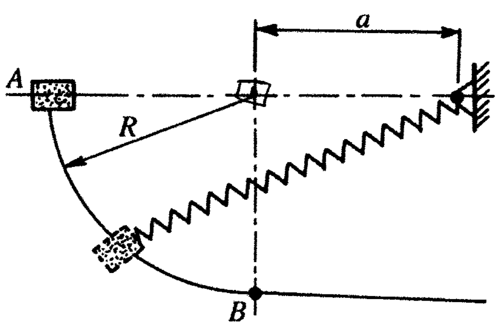
L'asta in figura, avente massa omogenea $m = 15$ kg, è sostenuta su una superficie orizzontale da un piccolo rullino di massa trascurabile incernierato nell'estremo A. L'asta ha lunghezza $\overline{AB} = 2{,}4$ m e il coefficiente di attrito nel contatto in B è $f = 0{,}3$. Determinare l'accelerazione del punto A quando l'asta viene lasciata libera di muoversi dalla posizione di quiete con $\alpha = 40°$.



Problema 19 Y

(Esercizio 3.58)

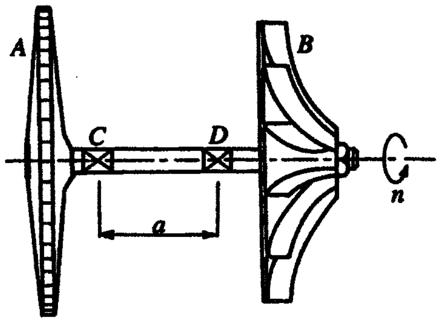
Una slitta avente massa $m = 3$ kg è lasciata libera di scivolare lungo una guida senza attrito a partire dalla posizione A, in cui la slitta ha velocità nulla. La slitta è sottoposta all'azione di una molla avente rigidezza $k = 350$ N/m e la cui lunghezza libera è $L_0 = 0{,}6$ m. Determinare la velocità della slitta nell'istante in cui passa per la posizione B, essendo $a = R = 0{,}6$ m.



Problema 22 √

(Esercizio 3.45)

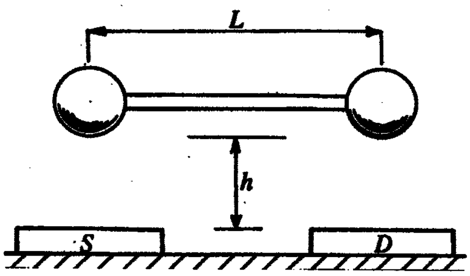
Un piccolo gruppo per il condizionamento della cabina di un aereo da caccia consiste di una turbina A avente massa m_A = 3,5 kg e di un ventilatore B avente massa m_B = 2,4 kg. Il gruppo turbina/ventilatore ruota alla velocità angolare n = 20000 giri/min, ed è montato con l'asse di rotazione nella direzione trasversale del velivolo. Nella figura il gruppo è visto dalla parte posteriore del velivolo. I raggi d'inerzia di A e B valgono rispettivamente ρ_A = 79 mm, ρ_B = 71 mm. Calcolare le forze radiali sui supporti C e D, distanti tra loro a = 150 mm, quando l'aereo compie una rapida rotazione di rollio alla velocità di 110 °/s in direzione oraria, vista dalla parte posteriore, trascurando il contributo dato dal peso dei componenti.



Problema 23 √

(Esercizio 3.69)

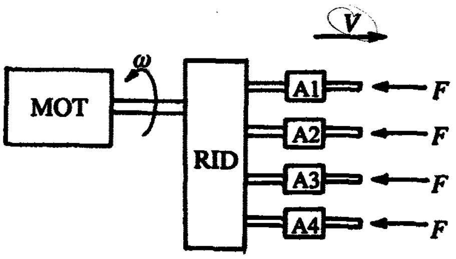
Due sfere di acciaio dello stesso diametro sono collegate tra loro mediante una sbarra rigida di massa trascurabile e sono lasciate cadere dalla posizione orizzontale partendo da un'altezza h = 150 mm rispetto a due piastre di base. La distanza tra i centri delle sfere è L = 600 mm. La piastra di sinistra S è di ottone ed il coefficiente di restituzione acciaio/ottone è e_S = 0,4; la piastra di base di destra D è di acciaio ed il coefficiente di restituzione acciaio/acciaio è e_D = 0,6. Assumendo che gli urti tra sfera e piastra di destra e sfera e piastra di sinistra siano simultanei, calcolare la velocità angolare della sbarra immediatamente dopo l'urto.



Problema 26 V

(Esercizio 4.6)

Il sistema di azionamento degli ipersostentatori di un velivolo executive è costituito da un motore rotativo che, attraverso un riduttore, trasmette il moto a quattro attuatori lineari. L'intensità della coppia C fornita dal motore è espressa in funzione della velocità angolare ω del suo albero dalla legge: $C = C_0 - k\omega$, essendo C_0 = 3 Nm, k = 2,23x10^{-3} Nms/rad. Sullo stelo di ciascun attuatore lineare agisce una forza resistente di intensità F = 5000 N. La velocità di traslazione degli steli degli attuatori è V = 50 mm/s. Calcolare il rapporto di trasmissione V/ω_R del riduttore che garantisce la massima velocità angolare ω_R del motore in condizioni di funzionamento a regime del sistema e il corrispondente valore di ω_R . Inoltre, supponendo che in condizioni di funzionamento in assenza di carico (F = 0) lo stelo di un attuatore si impunti, determinare la forza F_0 che su di esso agisce.



Problema 27 V

(Esempio E4/7)

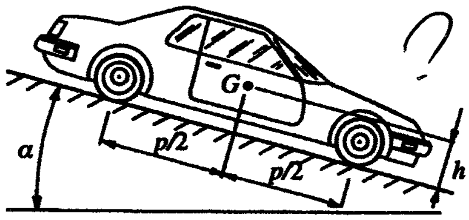
Un motore avente momento di inerzia I_1= 0,02 kgm² sviluppa, a velocità nulla, una coppia pari a C_1 = 30 Nm. Il motore è collegato all'utilizzatore mediante un riduttore avente rapporto di trasmissione τ = 1/30. L'utilizzatore ha un momento di inerzia I_2 = 0,5 kgm², mentre il riduttore ha un'inerzia trascurabile.

Supponendo che allo spunto l'utilizzatore non sia sottoposto all'azione di una coppia resistente, calcolare l'accelerazione angolare del motore e dell'utilizzatore in queste condizioni, e il valore della coppia di reazione esercitata dal basamento sul riduttore.

Problema 30

(Esercizio 4.36)

Un'automobile ha passo tra le ruote p = 2,5 m e baricentro ad altezza h = 0,7 m equidistante dagli assi delle ruote. I freni sono azionati in modo da fornire la stessa coppia frenate su ciascuna ruota quando il veicolo scende, a motore spento, lungo un tratto inclinato di $\alpha = 6°$. Il coefficiente di aderenza tra ruote e terreno vale $f_a = 0,6$. Verificare quale coppia di ruote, anteriore o posteriore, perde aderenza per prima, all'aumentare dell'intensità dell'azione frenante e determinare la decelerazione massima in condizioni limiti di aderenza.



Problema 31

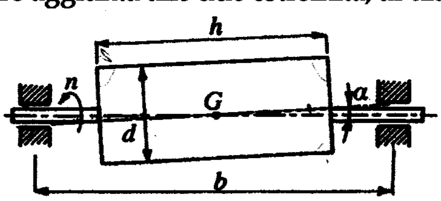
(Esercizio 4.22)

Una pressa orizzontale assorbe ad ogni ciclo un lavoro L = 10000 J. La pressa è comandata mediante un albero a gomiti e compie 36 operazioni di pressatura al minuto. L'operazione di pressatura avviene in corrispondenza di un arco di lunghezza 144° descritto dall'albero a gomiti per ogni ciclo; l'albero a gomiti riceve il moto da un motore attraverso un riduttore di velocità avente rapporto di trasmissione $\tau = 1/6,5$ e si può supporre che la coppia motrice sia costante. Volendo che il sistema abbia irregolarità periodica $\varepsilon = 0,2$, determinare il valore del momento d'inerzia totale del sistema, riferito all'asse motore.

Problema 32

(Esercizio 4.30)

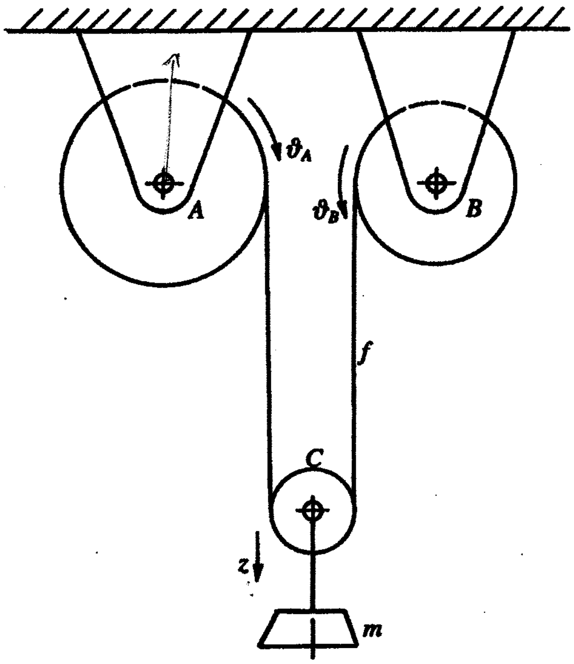
Un cilindro omogeneo di acciaio ruota alla velocità angolare n = 1500 giri/min attorno ad un asse baricentrico, inclinato di $\alpha = 1°$ rispetto all'asse del cilindro. Il cilindro ha lunghezza h = 500 mm e diametro d = 300 mm. La distanza tra i supporti è b = 600 mm. Il baricentro G è equidistante da ciascun supporto. Determinare il valore massimo e minimo delle reazioni nei supporti alla velocità angolare di 1500 giri/min. calcolare inoltre il valore di ciascuna delle due masse che deve essere aggiunta alle due estremità, al diametro esterno, per equilibrare completamente il cilindro.



Problema 35

(Esempio E5/5)

Nel sistema indicato in figura le due estremità della fune f sono ancorate alle pulegge A e B ruotanti attorno a due punti fissi. La fune f si avvolge inoltre attorno ad una carrucola mobile C la cui inerzia è trascurabile. I diametri e i momenti di inerzia delle pulegge A e B sono rispettivamente d_A = 200 mm; I_A = 0,035 kgm^2; d_B = 140 mm; I_B = 0,0085 kgm^2. Nell'ipotesi di assenza di attrito in tutto il sistema, determinare l'accelerazione della massa m = 10 kg, sospesa al perno della carrucola mobile C, quando il sistema è lasciato libero.



Problema 36

(Esempio E5/6)

Un motore è collegato ad un utilizzatore per mezzo di una trasmissione a cinghie trapezoidali. Il motore fornisce la coppia $C_1 = C_{10} - k_1\omega_1$, con C_{10} = 45 Nm, k_1 = 0,06 Nms/rad, mentre l'utilizzatore fornisce una coppia resistente $C_2 = k_2\,\omega_2$, con k_2 = 0,8 Nms/rad. I diametri delle pulegge motrice e condotta sono: d_1 = 100 mm, d_2 = 200 mm, mentre l'interasse è i = 1 m e l'angolo fra le due facce della gola delle pulegge è α = 36°. Il coefficiente di attrito cinghia-puleggia è f = 0,15, la massa per unità di lunghezza della cinghia è q = 0,31 kg/m, la tensione di forzamento è T_0 = 1000 N. I perni delle pulegge hanno diametro d_p = 15 mm ed il coefficiente di attrito in essi è f_p = 0,04.

Determinare:

1) la velocità angolare di regime del motore e dell'utilizzatore (in giri/min), trascurando le differenze tra le velocità periferiche delle pulegge e la velocità della cinghia;
2) le tensioni massima e minima della cinghia in condizioni di regime;
3) gli angoli di scorrimento e di aderenza (in gradi) sulle due pulegge.

Problema 40 V

(Esercizio 5.25)

Un ingranaggio con ruote dentate cilindriche a denti diritti trasmette la potenza $W = 240$ kW alla velocità $n = 650$ giri/min del pignone, avente raggio primitivo $r = 228$ mm. Il pignone è supportato da una coppia di cuscinetti disposti simmetricamente da parti opposte rispetto alla ruota.
Determinare il carico $\vec{R}_V$ agente su ciascun cuscinetto nel caso in cui l'angolo di pressione sia $\vartheta = 20°$ e la riduzione percentuale di tale carico se l'angolo di pressione venisse ridotto a $\vartheta = 15°$.

V Problema 41

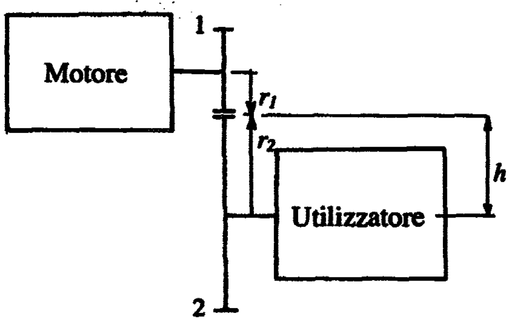
(Esempio E5/13)

Un motore è collegato a una macchina operatrice mediante una coppia di ruote dentate cilindriche ad assi paralleli, con assi dente elicoidali. Il modulo normale delle ruote dentate è $m_n = 2{,}5$ mm, il rapporto di trasmissione è $\tau = \omega_2/\omega_1 = 1/3$, l'angolo di pressione nel piano normale è $\vartheta_n = 14{,}5°$ e l'angolo di inclinazione dell'asse dente elicoidale sui cilindri primitivi è il più vicino possibile a 15°. La distanza fra gli assi delle ruote dentate è $h = 100$ mm.

Si conosce inoltre che i momenti di inerzia delle parti rotanti di motore e di utilizzatore valgono: $I_1 = 2$ kgm^2 e $I_2 = 20$ kgm^2, e che allo spunto la coppia resistente è nulla, mentre la coppia motrice è $C_m = 300$ Nm.

Determinare:

1) I numeri di denti e i raggi primitivi delle ruote dentate.
2) L'accelerazione angolare del motore allo spunto.
3) Le componenti tangenziale, radiale e assiale della forza trasmessa allo spunto fra i denti delle ruote dentate.

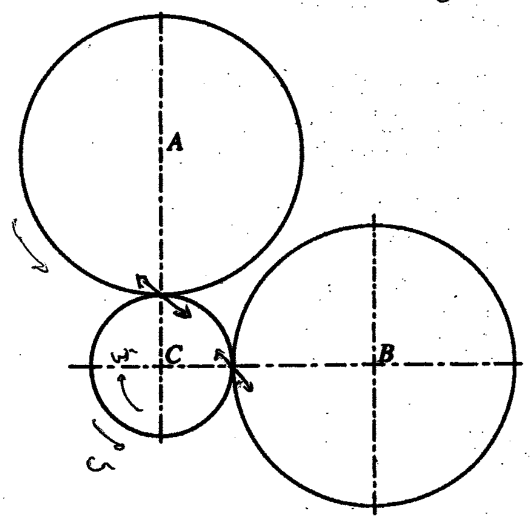


Problema 44

(Esempio E5/16)

Due alberi ad assi paralleli sono collegati per mezzo di ruote dentate cilindriche ad asse dente diritto con profilo a evolvente come indicato in figura. Le linee congiungenti i centri delle ruote sono ad angolo retto ed il numero di denti della ruota intermedia C è $z_c = 40$, mentre il modulo delle ruote dentate è $m = 6$ mm.

Trascurando l'attrito e il peso, calcolare la forza esercitata sull'albero della ruota C quando la potenza trasmessa è di 4 kW e la velocità della ruota C è di 360 giri/min, nei due casi separati di rotazione oraria ed antioraria. L'angolo di pressione è $\vartheta = 20°$ e la ruota A è la motrice.

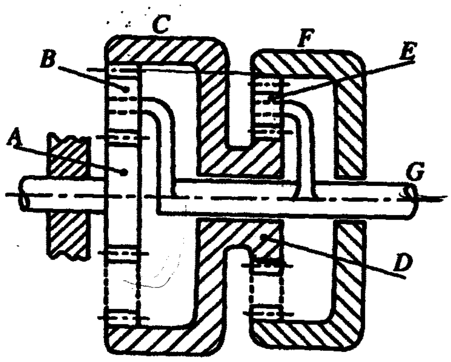


Problema 45

Problema 47

(Esercizio 5.53)

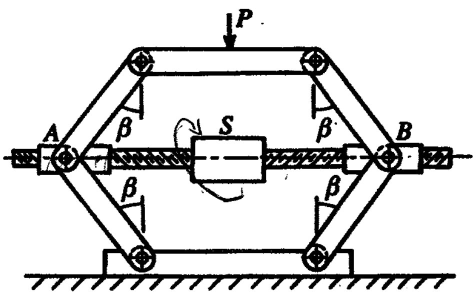
Il rotismo epicicloidale in figura è del tipo a doppio stadio: la corona *C* del primo stadio costituisce corpo unico con il solare *D* del secondo stadio; gli assi dei planetari *B* ed *E* sono portati in rotazione dal portatreno *G*, comune ai due stadi. I numeri di denti delle ruote a dentatura esterna valgono: $z_A = 40$, $z_B = 30$, $z_D = 50$, $z_E = 20$. Determinare la velocità di rotazione dell'albero *G* quando la ruota *A* gira a 500 giri/min e la corona *F* è mantenuta fissa. (Assumere positivo il verso di rotazione della ruota *A*).



Problema 48

(Esercizio 5.59)

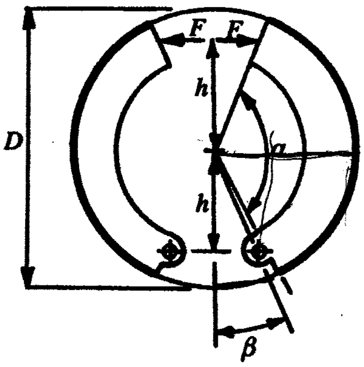
Nel meccanismo elevatore indicato in figura il perno *S* è filettato alle due estremità che si impegnano nelle madreviti *A* e *B*. La madrevite *A* ha filettatura destra, mentre la madrevite *B* ha filettatura sinistra. Entrambe le filettature sono a sezione rettangolare e hanno un passo di 4 mm e diametro medio pari a 19 mm. Il coefficiente di attrito vite-madrevite è $f = 0{,}15$ e i bracci dell'elevatore sono inclinati dell'angolo $\beta = 35°$ rispetto alla verticale. Determinare in queste condizioni la coppia da applicare al perno *S* per sollevare un carico $P = 10000$ N.



Problema 51 V

(Esercizio 5.70)

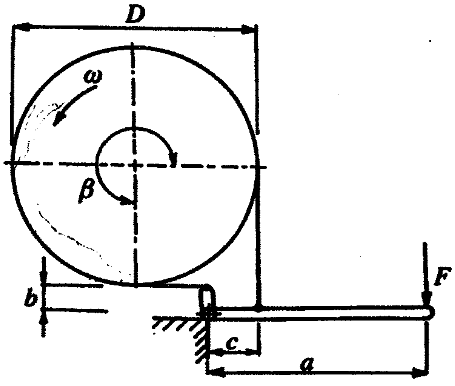
Nel freno indicato in figura i ceppi, aventi una larghezza b = 32 mm, sono azionati da due forze $\vec{F}$ di pari intensità. Il coefficiente di attrito fra ceppi e tamburo è f = 0,32 e la pressione massima ammissibile è p_{max} = 1 N/mm^2. Con riferimento alla figura, sono note le grandezze: D = 300 mm, h = 100 mm, α = 126°, β = 24°. Sapendo che la massima pressione p_{max} agente tra ceppo e tamburo è legata al momento frenante M_f generato dal ceppo dalla relazione $p_{max} = 2M_f / \left(f b D^2 \sin(\alpha/2)\cos\beta\right)$, calcolare il modulo della massima forza F di comando agente sui ceppi e il momento frenante totale generato dai ceppi.



Problema 52 V

(Esercizio 5.73)

Un freno a nastro ha le dimensioni indicate in figura a = 1 m, b = 0,05 m, c = 0,12 m, D = 0,45 m, β = 270°. La massima tensione applicabile al nastro è pari a 18000 N. Il coefficiente di attrito nastro-tamburo è f = 0,25. Calcolare il momento frenante massimo ottenibile e la forza di comando che deve essere applicata all'estremo della leva nei casi in cui il tamburo ruoti in verso orario e in verso antiorario.



Problema 53 V

(Esercizio 5.79)

Un freno a disco ha le seguenti caratteristiche: raggio interno della pastiglia r_i = 50 mm, angolo di apertura della pastiglia α = 80°, momento frenante M_f = 150 Nm, pressione massima p_{max} = 2 N/mm^2, coefficiente di attrito disco-pastiglia f = 0,3. Calcolare il raggio esterno della pastiglia e la forza normale di comando. Inoltre, sapendo che ogni operazione di frenata dura 4 s partendo da una velocità angolare iniziale pari a n = 600 giri/min con decelerazione costante e che il freno è dimensionato termicamente per dissipare nell'ambiente una potenza di 500 W, calcolare qual è il massimo numero di frenature al minuto ammissibili.

Problema 56

(Esempio E6/2)

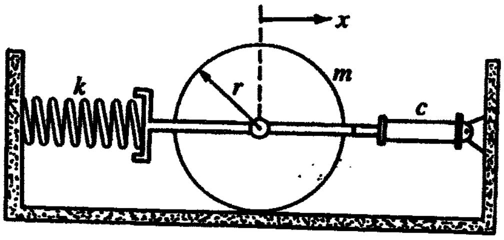
Il sistema rappresentato in figura è costituito da un cilindro omogeneo il cui centro è incernierato in una asta orizzontale che, alle due estremità, è collegata rispettivamente ad una molla di rigidezza k e ad uno smorzatore con costante di smorzamento pari a c. Il cilindro è appoggiato su un piano sul quale rotola senza strisciare.

Si conoscono:

m = massa del cilindro = 0,35 kg
r = raggio del cilindro = 40 mm
k = rigidezza della molla = 6 N/mm
c = coefficiente di smorzamento = 12 Ns/m

Determinare:

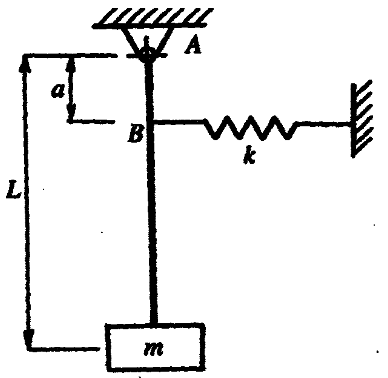
1) La frequenza propria di oscillazione del sistema.
2) Nell'ipotesi in cui venga dato un impulso al sistema, qual è il rapporto fra due successive ampiezze di oscillazione



Problema 57

(Esercizio 6.5)

Determinare il periodo di oscillazione nel piano verticale del pendolo semplice in figura costituito da una massa m vincolata ad un'asta di massa trascurabile, incernierata nella cerniera A. Sono noti: m = 100 kg, k = 130 N/m, a = 0,2 m, L = 1 m.

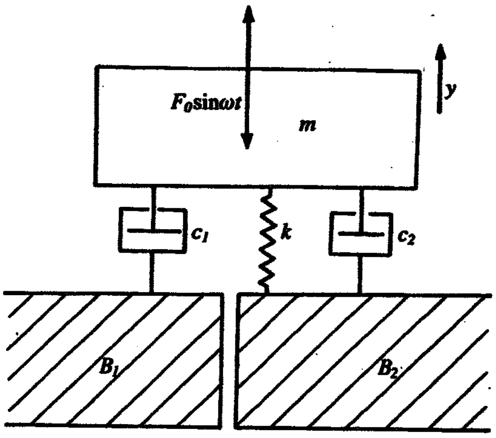


Problema 60

(Esempio E6/7)

Il sistema oscillante indicato in figura è costituito da un corpo avente massa m = 2000 kg, vibrante sotto l'azione di una forza che pulsa con frequenza f_0 = 2,5 Hz e con ampiezza F_0 = 3000 N, da due smorzatori aventi costanti di smorzamento c_1 = 8000 Ns/m e c_2 = 6000 Ns/m, e da una molla di rigidezza k = 1000 N/mm. Si suppone che i basamenti B_1 e B_2 non si muovano sotto l'azione delle vibrazioni.

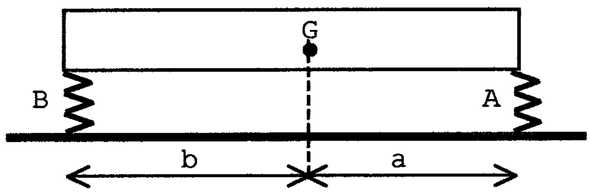
Calcolare il valore della massima forza dinamica trasmessa al basamento B_2.



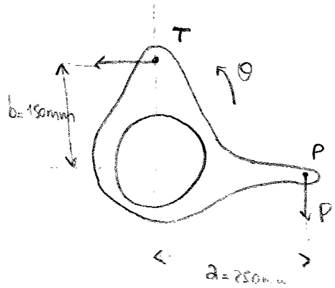
Problema 61

Un corpo rigido piano, avente massa m = 80 kg e momento d'inerzia baricentrico I = 0,7 kgm^2, è collegato a una struttura fissa mediante due supporti A e B aventi rispettivamente rigidezze k_A = 1500 N/mm e k_B = 800 N/mm. Il baricentro G è distante a = 150 mm dal supporto A e b = 200 mm dal supporto B.

Determinare le due frequenze proprie di oscillazione del sistema.



: 4/4 $\eta = ?$

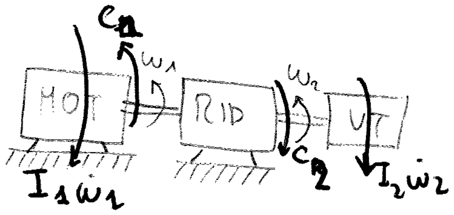


$$\eta = \frac{P a \theta}{T b \theta} = \frac{P a}{T b} = 0{,}92$$

: 4/7

$I_1 = 0{,}02\ kg\,m^2$ $C_1 = 30\ Nm$ $\tau = 1/30$ $I_2 = 0{,}5\ kg\,m^2$ $\dot{\omega}_n = ?$ $\dot{\omega}_v = ?$ allo spunto

$C_v = ?$

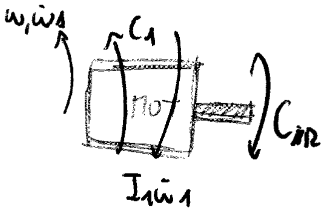


$$\tau_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \tau \qquad C_2 = \frac{C_1}{\tau} = \frac{30}{1/30} = 900\ Nm$$

$$- I_1 \dot{\omega}_1 + C_1 - C_2 - I_2 \dot{\omega}_2 = 0$$

$$I_{eq_2} = \frac{I_1}{\tau^2} + I_2 = 18{,}5\ kg\,m^2$$

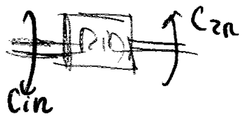


$$I_{eq_2} \dot{\omega}_2 - \frac{C_1}{\tau} = 0$$

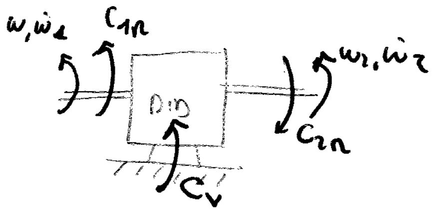
$$\dot{\omega}_2 = \frac{C_1/\tau}{I_{eq_2}} = \underline{48{,}65\ rad/s^2}$$

$$C_R = C_1 - I_1 \dot{\omega}_1 = 0{,}810\ \rho$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{\dot{\omega}_2}{\tau} = \underline{1459{,}46\ rad/s^2}$$



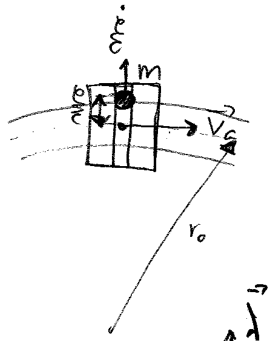
$$C_{2R} = \frac{C_{1R}}{\tau} = 24{,}324\ N = I_2 \dot{\omega}_2$$



$$C_{1R} + C_v - C_{2R} = 0$$

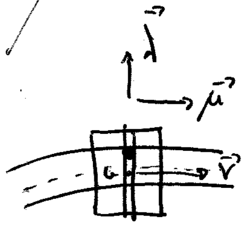
$$C_v = C_{2R} - C_{1R} = \underline{23{,}513\ Nm}$$

E3/3 $V_G = 20\,m/s$ $\omega = cost.$ $r_0 = 80\,m$ $m = 0{,}05\,kg$ $\xi = 0{,}2\,m$ $\dot{\xi} = 2\,m/s$ $\ddot{\xi} = ?$ $F = ?$



$$\Omega_G = \frac{V_G}{r_0} = \frac{20\,m/s}{80\,m} = 0{,}25\,rad/s$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r + \vec{a}_c$$



$$\vec{a}_r = \ddot{\xi}\,\vec{\lambda} \qquad \vec{a}_t = -(\xi + r_0)\Omega^2\vec{\lambda} \qquad \vec{a}_c = 2\vec{\omega}\wedge\vec{V}_R = 2\Omega\dot{\xi}\vec{\mu}$$

$$F\vec{\mu} = m\vec{a} = m\left[\ddot{\xi}\vec{\lambda} - (\xi + r_0)\Omega^2\vec{\lambda} + 2\Omega\dot{\xi}\vec{\mu}\right]$$

$$\left(F - 2m\Omega\dot{\xi}\right)\vec{\mu} + m\left[(\xi + r_0)\Omega^2 - \ddot{\xi}\right]\vec{\lambda} = 0$$

$$\ddot{\xi} = (\xi + r_0)\Omega^2 = (0{,}2 + 80)\,0{,}25^2 = \underline{5{,}012\,m/s^2}$$

$$F_\mu = 2\Omega\dot{\xi}m = 2 \cdot 0{,}25 \cdot 2 \cdot 0{,}05 = \underline{0{,}05\,N}$$

E3/4

$m = 8000\,kg$ $V = 250\,km/h$ in $11\,s$ $T = cost = 60000\,N$ $R = ?$

$\hookrightarrow 69{,}44\,m/s$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{69{,}44}{11} = 6{,}313\,m/s^2$$

$$Q_F = mV = 8000 \cdot 69{,}44 = 555556$$

$$\int_0^{\Delta t} \sum_{i=1}^{N} F_i\,dt = (T - R)\Delta t = Q_F$$

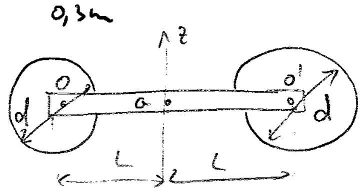
$\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot s$ $\quad F \cdot t = Q$

$$R = T - \frac{Q_F}{\Delta T} = 60000 - \frac{555556}{11} = \underline{9495\,N}$$

E3/1

$d = 65\,mm$ $L = 300\,mm$ $I_G = ?$

$0{,}065\,m$ $\quad 0{,}3\,m$



$$V = \frac{\pi d^3}{6} \qquad I_O = \frac{md^2}{10} \qquad \rho_{acciaio} = 7830\,kg/m^3$$

$$m = \rho V = 1{,}126\,kg$$

$$I_O = 0{,}0004757\,kg\,m^2$$

$$I_G = 2\left(I_O + mL^2\right) = \underline{0{,}2036\,kg\,m^2}$$

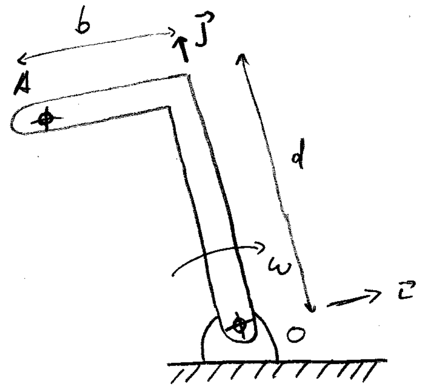
es. 1.22

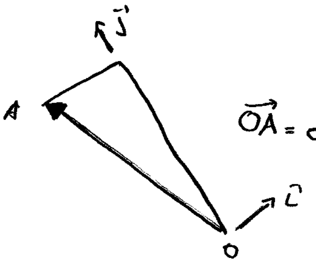
$\dot{\omega} = 2\ rad/s^2$ $\quad \vec{V} = ?$ $\quad \vec{a} = ?$

$\omega = 3\ rad/s$

$b = 0{,}3\ m$

$d = 0{,}4\ m$





$\vec{OA} = d\vec{j} - b\vec{i}$ $\quad \vec{\omega} = \omega\vec{k}$ $\quad \omega = 3\ rad/s$

$\vec{V} = \vec{\omega} \wedge \vec{OA} = \vec{\omega} \wedge (d\vec{j} - b\vec{i}) = -b\omega\vec{j} - \omega d\vec{i} =$

$= (-0{,}3 \cdot 3)\vec{j} - (3 \cdot 0{,}4)\vec{i}\ m/s$

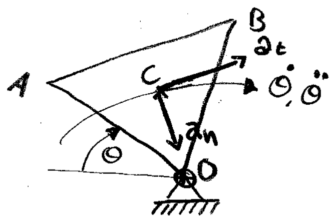
$\vec{a} = \dot{\omega} \wedge \vec{OA} - \omega^2\vec{OA}$

$\vec{a} = \dot{\omega}\vec{k} \wedge (-b\vec{i} + d\vec{j}) - \omega^2(-b\vec{i} + d\vec{j})$

$= \dot{\omega}b(-\vec{j}) + \dot{\omega}d(-\vec{i}) + \omega^2 b\vec{i} - \omega^2 d\vec{j} = -\vec{j}(\dot{\omega}b + \omega^2 d) + \vec{i}(-\dot{\omega}d + \omega^2 b) = 1{,}9\vec{i} - 4{,}2\vec{j}\ m/s^2$

es. 1.23

$\rho = 200mm$ $\quad \dot{\omega} > 0 \quad a_n = 70\ m/s^2 \quad a_t = 20\ m/s^2 \quad \omega = ? \quad \dot{\omega} = ?$



$a_n = \frac{V^2}{r} = \dot{\theta}^2 OC = 70\ m/s^2$

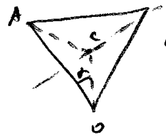
$\boxed{\begin{array}{l} a_n = \overline{OC}\,\dot{\theta}^2 \\ a_t = \ddot{\theta}\,\overline{OC} \end{array}}$

$V = \omega r$ $\quad \dot{\theta} = \sqrt{\frac{70}{OC}} = \sqrt{\frac{70}{115{,}47}} = \underline{24{,}62\ rad/s}$

$\ddot{\theta} = \frac{a_t}{OC} = \underline{173{,}21\ rad/s^2}$

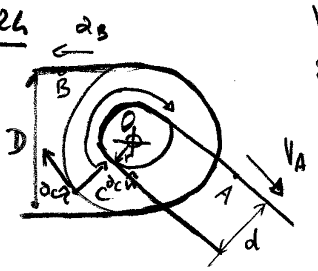
$\boxed{V = \omega r}$

$\boxed{a = a_c + a_t = \frac{V^2}{r}\hat{n} + \dot{\omega} r\hat{\tau}}$



$\alpha = 30°$ $\quad OC = \frac{OA}{2\cos\alpha} = 115{,}47mm$

es. 1.24



$V_A = 2\ m/s$ $\quad a_c = ?$ $\quad D = 800mm = 0{,}8m$

$a_B = 35\ m/s^2$ $\quad d = 150mm = 0{,}150\ m \quad r = 0{,}360m$

$\omega = \frac{V_A}{d/2} = \frac{2\ m/s}{\cancel{0{,}360}} = \cancel{5{,}556\ rad/s} = 26{,}667\ rad/s$

$\dot{\omega} r = 31{,}5$

$a_B = \dot{\omega} \cdot \frac{\cancel{D}}{2} \rightarrow \dot{\omega} = \frac{35}{\cancel{0{,}360}\ 0{,}4} = 87{,}5\ rad/s^2$

$\cancel{a_{centrifuga} = \frac{V^2}{r}}$

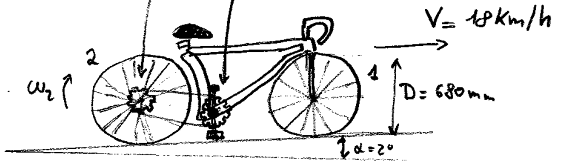
$a_c = a_c\hat{\tau} + a_c\hat{n}$ $\quad V = \omega \cdot r = 26{,}667 \cdot 0{,}360 = 9{,}6001\ m/s$

$a_c = \sqrt{(\dot{\omega}r)^2 + (\omega^2 r)^2} = \sqrt{(31{,}5)^2 + (256{,}0064)^2}$ $\quad a_c\hat{n} = \frac{(9{,}6001)^2}{r} = 256{,}0064\ rad/s^2$ $\quad \frac{\omega^2 r^2}{r} =$

$= \sqrt{65875{,}34} = \boxed{257{,}9\ m/s^2}$

BICI $z_1 = 49$ Corona
$z_2 = 20$ Pignone

1) $C = ?$ all'asse delle pedivelle e frequenza di pedalata



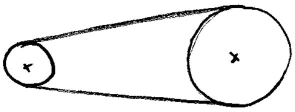
$$C_2 = C_0 + k_w \omega^2 + K_\alpha \alpha \qquad C_0 = 7\,Nm$$

$$K_w = 0{,}029 \frac{N \cdot m\, s^2}{rad^2}$$

$$K_\alpha = 4{,}8 \frac{N \cdot m}{°}$$

$$V = \frac{18 \cdot 1000}{3600} = 5\,m/s$$

$$\omega_2 = \frac{V}{D/2} = 14{,}706\,rad/s$$



su asse pedivelle

da $V = \frac{\omega}{r}$

$\eta = 1 \Rightarrow \boxed{C_2 \omega_2 = C_1 \omega_1}$

$C_2 = 22{,}87$ → coppia su asse ruote posteriori

$\boxed{\omega_1 z_1 = \omega_2 z_2}$ $\quad \omega_1 = \omega_2 \frac{z_2}{z_1} = 6{,}002\,rad/s$ $\quad \boxed{C_1 = C_2 \frac{z_1}{z_2}}$

$\boxed{\omega_1 = 2\pi f_1}$ $\quad f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 57{,}31$ ped./min $\quad C_1 = \frac{C_2 \omega_2}{\omega_1} = C_2 \frac{z_1}{z_2} = 56{,}03\,Nm$

2) Se $z_2' = 17$ mantenendo $f_1 = cost.$ $\omega_1 = cost.$

$\vec{V}' = ?$

$C_1' = ?$

$\omega = \frac{V}{r}$

$$\omega_2' = \omega_1 \frac{z_1}{z_2'} = 17{,}30\,rad/s \qquad C_2' = C_0 + K_w \omega_2'^2 + K_\alpha \alpha = 25{,}28\,Nm$$

$$C_1' = C_2' \frac{\omega_2'}{\omega_1} = C_2' \frac{z_1}{z_2'} = 72{,}86\,Nm \qquad V = \omega_2' \frac{D}{2} = 21{,}18\,Km/h$$

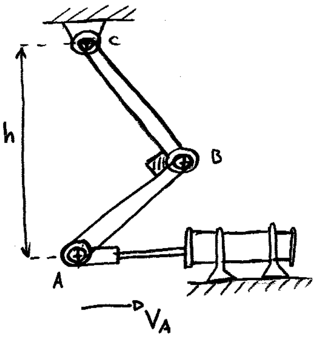
ES. 1.38

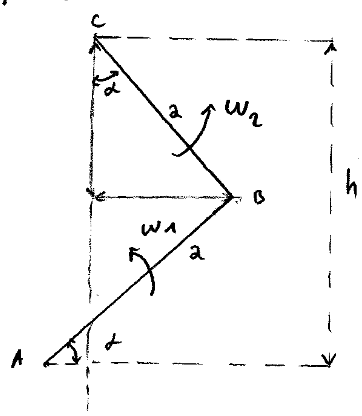
$V_A = 0{,}5\,m/s$

$AB = BC = a = 125\,mm = 0{,}125\,m \qquad h = 0{,}175\,m$

$|\omega_1| = ? \quad \vec{\omega}_1 = ?$

$|\omega_2| = ? \quad \vec{\omega}_2 = ?$



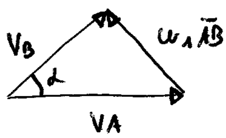


$$a \cos\alpha + a \sin\alpha = h$$

$$(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha = \frac{h^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 36{,}87°$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega}_1 \wedge \vec{AB}$$



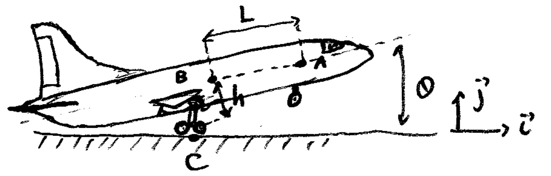
$\omega_1 \overline{AB} = V_A \sin\alpha \qquad V_B = V_A \cos\alpha$

$V_B = 0{,}4\,m/s \qquad \omega_1 = 2{,}4\,rad/s$ (direzione antioraria)

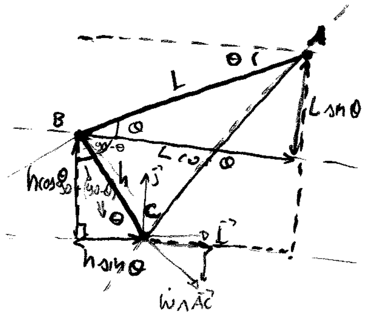
$$\omega_2 = \frac{V_B}{CB} = 3{,}2\,rad/s \quad (\;"\;\;"\;)$$

ES. 1.33 $V_C = 240\ km/h$ $\quad a_C = 2{,}5\ m/s^2$ $\quad \dot\theta = 10°/s$ $\quad \ddot\theta = 20°/s$ $\quad V_{REL} = 0{,}8\ m/s$

$\theta = 15°$ $\quad L = 18\ m$ $\quad h = 3\ m$ $\quad \vec V_A = ?$ $\quad \vec a_A = ?$



$$\vec V_A = \vec V_{Arel} + \vec V_{At} = \vec V_{Arel} + \vec V_C + (\dot\theta \vec k \wedge \vec{AC})$$



$$\vec V_{Arel} = V_{Arel}\cos\theta\,\vec i + V_{Arel}\sin\theta\,\vec j$$

$$\vec{AC} = (L\cos\theta - h\sin\theta)\,\vec i + (L\sin\theta + h\overset{\cos\theta}{\cancel{\sin\theta}})\,\vec j$$

$$\vec V_A = V_{Arel}\cos\theta\,\vec i + V_{Arel}\sin\theta\,\vec j + \dot\theta AC_x\,\vec j - \dot\theta AC_y\,\vec i + V_C\,\vec i$$

$$\vec V_A = (V_{Arel}\cos\theta - \dot\theta AC_y + V_C)\,\vec i + (V_{Arel}\sin\theta + \dot\theta AC_x)\,\vec j$$

$\underline{\vec V_A = 66{,}12\,\vec i + 3{,}106\,\vec j\ m/s}$ $\qquad \dot\theta = 10\,\frac{2\pi}{360} = 0{,}174\ \frac{rad}{s}$ $\qquad V_C = 240\ km/h = 66{,}62\ m/$

$a_A = ?$

$$a_A = \underbrace{\cancel{\vec a_{Ar}}}_{=0 \text{ velocità cost}} + \vec a_{At} + \vec a_{Ac}$$

$$\vec a_{At} = \vec a_C + \ddot\theta \vec k \wedge \vec{CA} - \dot\theta^2 \vec{CA}$$

$$\vec a_{AC} = a_C\,\vec i + (\ddot\theta\,\vec k \wedge CA_x\,\vec i) + (\ddot\theta\,\vec k \wedge CA_y\,\vec j) - \dot\theta^2 CA_x\,\vec i - \dot\theta^2 CA_y$$

$$\vec a_{At} = (a_C - \ddot\theta CA_y - \dot\theta^2 CA_x)\,\vec i + (\ddot\theta CA_x - \dot\theta^2 CA_y)\,\vec j$$

$$\vec a_{Ac} = 2\,\vec\omega_t\,\vec k \wedge \vec V_r$$

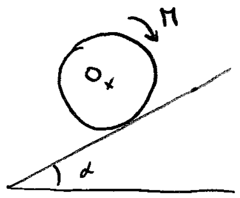
$$\vec a_{Ac} = 2\dot\theta\,\vec k \wedge V_{Arel}\cos\theta\,\vec i + 2\dot\theta\,\vec k \wedge V_{Arel}\sin\theta\,\vec j$$

$$\vec a_{Ac} = 2\dot\theta V_{Arel}\cos\theta\,\vec j - 2\dot\theta V_{Arel}\sin\theta\,\vec i$$

$$\Rightarrow \vec a_A = (a_C - \ddot\theta CA_y - \dot\theta^2 CA_x - 2\dot\theta V_{Arel}\sin\theta)\,\vec i + (\ddot\theta CA_x - \dot\theta^2 CA_y + 2\dot\theta V_{Arel}\cos\theta)\,\vec j$$

$\underline{\vec a_A = -0{,}716\,\vec i + 5{,}838\,\vec j\ m/s^2}$

21.

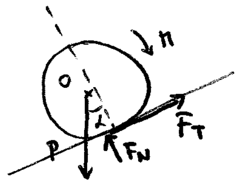


6% $\quad r = 200mm \quad P = 450N$

$M = ?$ per rimanere in condizioni di moto uniforme

$F = ?$ tra rullo e piano inclinato nel pt. di contatto

$$tg\alpha = \frac{6}{100} \Rightarrow \alpha = 3{,}43'$$

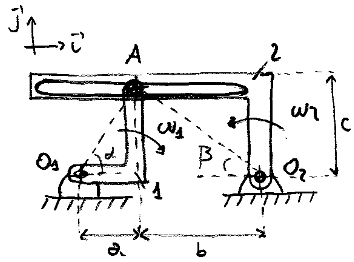


$\nwarrow)$ $F_N = P\cos\alpha = \dots$

$\nearrow)$ $F_T = P\sin\alpha$

$\circlearrowright)$ $M = F_T r = P\sin\alpha\, r = 5{,}38 N\cdot m$

21. 6



$\omega_1 = 15 rad/s \quad a = 0{,}3m \quad b = 0{,}8m, \ c = 0{,}4m \qquad \omega_2 = ? \ \dot{\omega}_2 = ?$

$$\vec{V}_A = \underset{\perp O_1A}{\vec{V}_{Ar}} + \underset{\perp O_2A}{\vec{V}_{At}} \qquad \vec{V}_A = \omega_1\vec{k}\wedge\vec{O_1A}$$

conosco solo direzione: $\rightarrow$

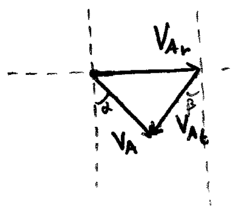
$$\vec{V}_{At} = \omega_2\vec{k}\wedge\vec{O_2A}$$

$$\overline{O_1A} = \sqrt{c^2 + a^2} = 0{,}5m$$

$$\overline{O_2A} = \sqrt{b^2 + c^2} = 0{,}894m$$

$$tg\alpha = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha = 53{,}13°$$

$$tg\beta = \frac{c}{b} \Rightarrow \beta = 26{,}56'$$



$$|V_A| = \omega_1 O_1A = 7{,}5 m/s$$

$$\begin{cases} \rightarrow \ V_{Ar} = V_A\sin\alpha + V_{At}\sin\beta \\ \uparrow \ V_A\cos\alpha = V_{At}\cos\beta \end{cases}$$

$$V_{At} = \frac{V_A\cos\alpha}{\cos\beta} = 5{,}031 m/s$$

$$V_{Ar} = 8{,}25 m/s$$

$$|\omega_2| = \frac{V_{At}}{O_2A} = 5{,}63 \ rad/s$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_r + \vec{a}_t + \vec{a}_\omega$$

$$a_A = \omega_1^2\, \overline{O_1A} = 112{,}5 m/s^2$$

$$a_t = -\omega_2^2 O_2A + \dot{\omega}_2\vec{k}\wedge\vec{O_2A}$$

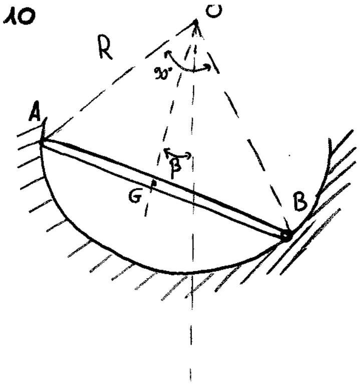
$$\vec{a}_{co} = 2\omega_t\vec{k}\wedge\vec{V}_r = 2\omega_2\vec{k}\wedge\vec{V}_r \quad \uparrow$$

$$a_{co} = 92{,}9 m/s^2$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_r + \dot{\omega}_2\vec{k}\wedge\vec{O_2A} - \omega_2^2\vec{O_2A} + 2\omega_2\vec{k}\wedge\vec{V}_r$$

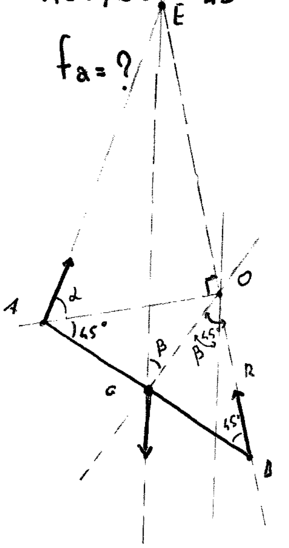
$$\uparrow \ \omega_2^2\,\overline{O_2A}\sin\beta + \dot{\omega}_2\,\overline{O_2A}\cos\beta = a_A\sin\alpha + a_{co} \qquad \dot{\omega}_2 = \frac{a_{co} + a_A\sin\alpha - \omega_2^2 O_2A\sin\beta}{\overline{O_2A}\cos\beta} \qquad \dot{\omega}_2 = 212{,}3 rad/s^2$$

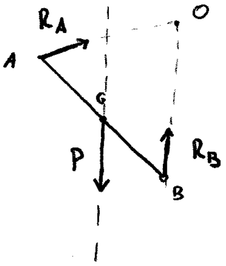
S. 10



$A\hat{O}G,\ B\hat{O}G = 45°$ $\beta = 10°$

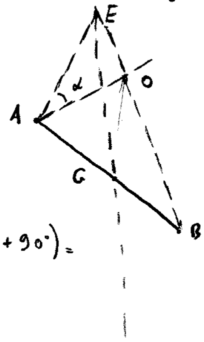
$f_a = ?$





→ NO EQ xké P da momento

⇒ eq. se 3 forze passano x stesso pt



α = angolo d'attrito

$$B\hat{E}G = 180° - (45° + \beta + 90°) = \frac{\pi}{4} - \beta$$

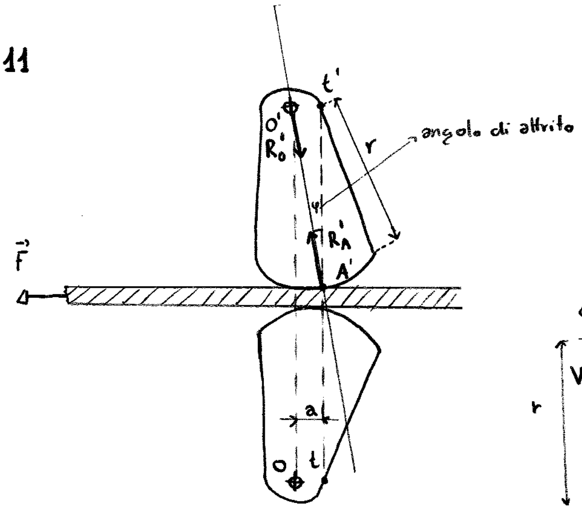
$$E\hat{G}B = \beta + \frac{\pi}{2} \qquad E\hat{G}A = 180° - \left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\frac{\overline{BE}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} = \frac{\overline{GB}}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)} \qquad \overline{BE} = \overline{GB}\,\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)}$$

$$\text{ma } \overline{GB} = R\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{\overline{OE}}{\overline{AO}} = \frac{GB\,\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{sen\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)} - R}{R} =$$

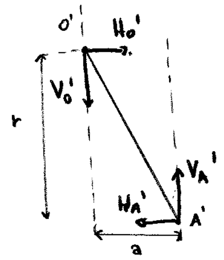
$$= \frac{R\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{sen\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)}\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right]}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)} - 1 = f_a = 0{,}214$$

s. 11



$r = 0{,}072\,m$ $a = 0{,}015\,m$ $F = 600\,N$ $f_a = ?$ / dispositivo autobloccante

Rv in O e O'



$$V_A' + H_A' = R_A'$$

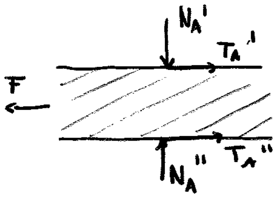
$$O')\ V_A'a - H_A'r = 0$$

$$N_A a - T_A r = 0$$

$$f_a = \frac{a}{r} \geq 0{,}208$$

$$T_A \leq f_A N_A$$

$$T_A = \frac{a}{r} N_A$$

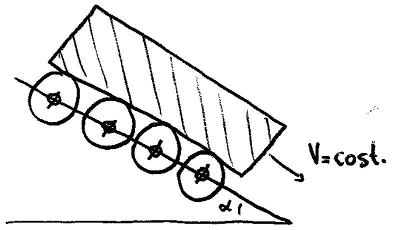


$$F = 2\left(\overset{=\text{ xké sistema simmetrico}}{T_A' + T_A''}\right) = 2T_A$$

$$T_A = \frac{F}{2} = 300N \qquad T_A = f_A N_A \qquad N_A = \frac{T_A}{f_A} = \frac{300}{0{,}208}$$

$$|R_A| = \sqrt{T_A^2 + N_A^2} = \sqrt{\frac{F^2}{4} + \frac{F^2}{4}\cdot\frac{1}{f_A^2}} = \frac{F}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{f_A^2}} = |R_0| = |R_{0'}| = 1471\,N$$

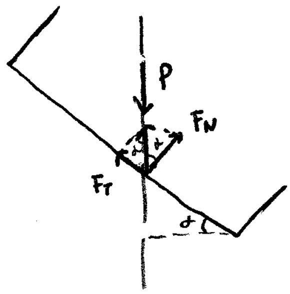
es.14 $D = 300\,mm$ $d = 50\,mm$ $f = 0{,}08$ $u = 1{,}25\,mm$ $\alpha = ?$ / scivoli di moto uniforme



raggio cerchio d'attrito, angolo di attrito al P

$\rho = \frac{d}{2}\sin\varphi$ $\sin\varphi \simeq tg\,\varphi$

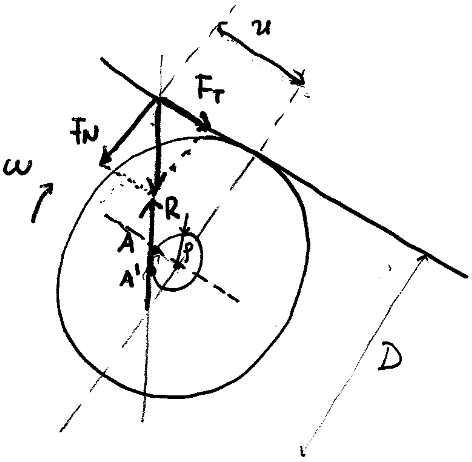
$\rho \simeq \frac{d}{2} tg\,\varphi = \frac{d}{2} f = r f = 2 \cdot 10^{-3}$



$F_T = P\sin\alpha$

$F_N = P\cos\alpha$

$tg\,\alpha = \frac{F_T}{F_A}$



siccome angolo è piccolo $A \equiv A'$

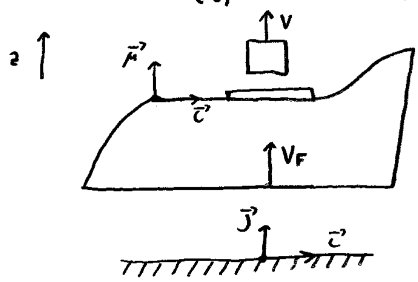
$A)\ F_T \frac{D}{2} - F_N(u+\rho) = 0$

$\frac{F_T}{F_N} = \frac{(u+\rho)}{D/2} = \frac{2(u+\rho)}{D} = tg\,\alpha$ $\alpha = 1{,}25°$

es.15

$m_S = 800\,kg$ $4\,s$ $V_f = 0{,}3\,m/s$

$m_N = 90\,t$ $V_{f\,N(-z)} = ?$ intensità media forza di lancio



CONS. Q.D.M.

$\vec{Q}_{FIN} = \vec{Q}_{iniz.}$ ma $\vec{Q}_{iniz} = 0 \Rightarrow \vec{Q}_{fin} = 0$

$m_S(\vec{V}_S)_A + m_N\vec{V}_F = 0$ $\vec{V} = 0{,}3\,\vec{\mu}\ m/s$ relativa

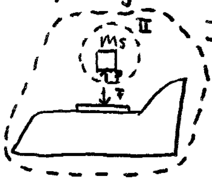
assoluta, trascinamento

$(V_S)_A = \vec{V} + (\vec{V}_S)_T = \vec{V} + \vec{V}_F = V\vec{\mu} + V_F\vec{j} = (v+V_F)\vec{j}$

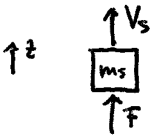
$m_S(V+V_F)\vec{j} + m_N V_F\vec{j} = 0$

$V_F(m_S+m_N) = -m_S V$ $V_F = -\frac{m_S}{(m_S+m_N)} v = -2{,}643 \cdot 10^{-3}\,m/s$ contraccolpo piccolo xke satellite mossa piccola

$(V_S)_A = 0{,}297\,\vec{j}$



I (in qst sistema non vedo F interne)



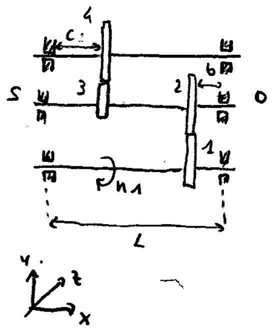
forza media

$[F_M\,\Delta t]_z = [\Delta Q]_z$

$F_M\,\Delta t = m_S(V_S)_A - 0$

$F_M = \frac{m_S(V_S)_A}{\Delta t} = \frac{m_S(V-V_F)}{\Delta t} = 59{,}4\,N$

Es. 5.43



$z_1 = 16 \quad z_2 = 80 \quad z_3 = 20 \quad z_4 = 60$

$m' = 6\,mm\ (1,2)$ $\quad \theta = 25°$ $\quad b = 50\,mm$

$m'' = 10\,mm\ (3,4)$ $\quad c = 75\,mm$

$L = 280\,mm$

$$\omega_1 = \frac{n_1\, 2\pi}{60} = 125,6\ rad/s$$

$n_1 = 1200\ giri/min$

$\vec{F}$ scambiate tra 1,2 2,3

$$C_1 = \frac{37000}{\omega_1} = 294,58\ Nm$$

$W = 37\ kW$

$R_S, R_D = ?$

$p z_1 = 2\pi r_1 \qquad p = m\pi$

$$r_1 = \frac{p z_1}{2\pi} = \frac{m' z_1}{2} = 48\,mm$$

$$r_2 = \frac{m' z_2}{2} = 240\,mm$$

$$r_3 = \frac{m'' z_3}{2} = 100\,mm$$

$$r_4 = \frac{m'' z_4}{2} = 300\,mm$$

$$F_{1,2} = \frac{C_1}{r_1 \cos\theta} = 6771,52\ N \qquad \begin{cases} R = F\sin\theta \\ Q = F\cos\theta = \dfrac{C_1}{r_1} \end{cases}$$

$$\tau_1 = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

$$\omega_2 = \tau_1 \omega_1 = \frac{1}{5}\omega_1 = 25,12\ rad/s = \omega_3 \qquad C_2 = C_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = C_1 \cdot \frac{1}{\tau_1} = 1472,9\ N\cdot m = C_3$$

inclinati dello stesso angolo di pressione

forza nella scambiata

$\cancel{F_T = 16251,65 - 1472,9 = 9480,13\ Nm}$

$$F_{3,4} = \frac{C_3}{r_3 \cos\theta} = 16251,65\ N$$

$\cancel{R_S + R_D = 9480,13}$

$$\begin{matrix} z \\ y \end{matrix}\begin{cases} F_T \cos\theta = R_{S_z} + R_{D_z} \\ F_T \sin\theta = R_{S_y} + R_{D_y} \end{cases}$$

$$R_S = \sqrt{R_{S_z}^2 + R_{S_y}^2} \qquad R_{D_z}^2 + R_{D_y}^2 = R_D^2$$

$$R_D = \sqrt{R_{D_z}^2 + R_{D_y}^2} \qquad R_{D_z} = \sqrt{R_D^2 - R_{D_y}^2}$$

$\cancel{9480,13} = \sqrt{R_{S_z}^2 + R_{S_y}^2 + R_{D_z}^2 + R_{D_y}^2}$

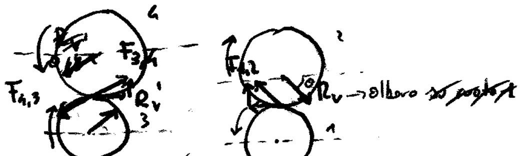
$\cancel{2F_T(\cos\theta + \sin\theta) = R_{S_z} + R_{S_y} + R_{D_z} + R_{D_y}}$

$\cancel{R_{S_z} + R_{S_y} = F_T(\cos\theta + \sin\theta) - (R_{D_z} + R_{D_y})}$

$\cancel{R_{S_z} + R_{S_y} = F_T(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{R_D^2 - R_{D_y}^2} - R_{D_y}}$

$$R_S = \sqrt{(F_T\cos\theta)^2 + (F_T\sin\theta)^2} - R_D$$

$\overset{\curvearrowleft}{D_z}$ $\quad + R_{S_y} = F_3 \sin\theta$

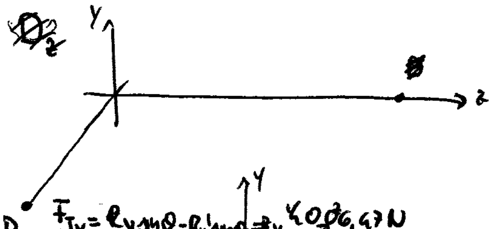


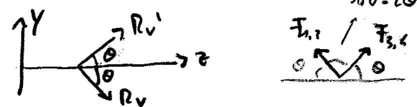
$F_{1,3}$ $\quad F_{1,2}$ $\quad R_v$ → albero so posto

$R_v' = 16251,65$

$R_v = -6771,52$

$180° - 2\theta$

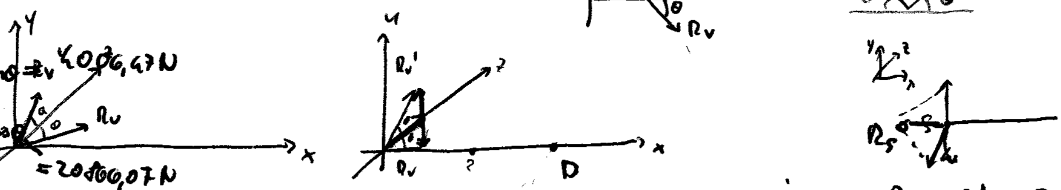




$F_{T_y} = R_v\sin\theta - R_v'\sin\theta = R_v$ $\quad 4006,47\ N$

$F_{T_z} = -R_v'\cos\theta - R_v\cos\theta$

$= 20160,07\ N$



$$F_T = \sqrt{F_{T_y}^2 + F_{T_z}^2} = 21247,22\ N$$

$$y)\ \overset{\curvearrowleft}{D} \quad -R_v'\sin\theta\,(L-c) + R_v\sin\theta\, b = R_{S_y} L \qquad R_{S_y} = \frac{R_v\sin\theta\, b - R_v'\sin\theta\,(L-c)}{L}$$

$R_S + R_D = F_T$

$$z)\ \overset{\curvearrowleft}{D} \quad -R_v'\cos\theta\,(L-c) - R_v\sin\theta\, b = R_{S_z} L$$

$= 4517,29\ N$ (verso l'alto)

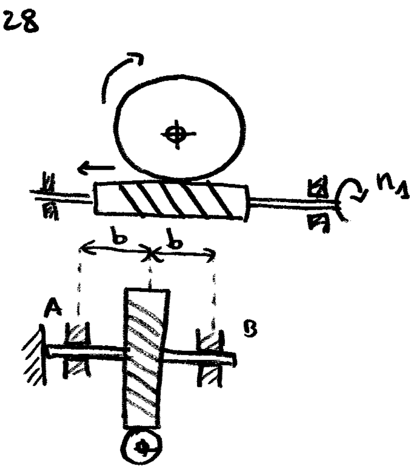
$$R_S = \sqrt{R_{S_y}^2 + R_{S_z}^2} = 12707,98\ N \qquad R_{S_z} = \frac{-R_v'\cos\theta\,(L-c) - R_v\sin\theta\, b}{L}$$

$$R_D = 21247,22 - 12707,98 = 8539,24\ N \qquad = -11878,\ N$$

presuppongo verso l'alto

$$\uparrow) -R_v\sin\theta + R_v'\sin\theta + R_{D_y} + R_{S_y} = 0 \qquad R_{D_y} = -R_{S_y} + R_v\sin\theta - R_v'\sin\theta = -8.5$$

es. 5.28



$r_1 = 44\,mm$ $\quad r_2 = 260\,mm$

$\alpha = 25°$ $\quad b = 115\,mm$

$\theta_n = 20°$

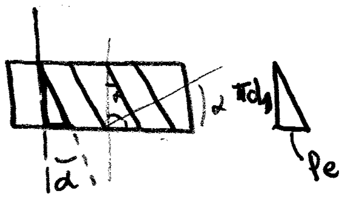
$f = 0{,}05$

$R_V = ?$ su cuscinetti ruota

$R_A = ?$

$R_B = ?$

$W = 40\,kW$ $\quad n_1 = 1000\,giri/min$



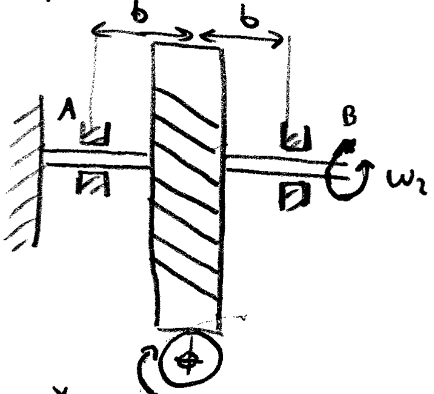
$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

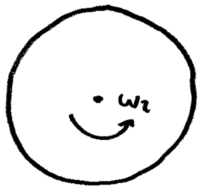
$C_1 = \frac{W_1}{\omega_1}$ $\qquad \tau = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\cancel{44}^{\cancel{22}\,11}}{\cancel{260}_{\cancel{130}\,65}} = 0{,}169$ $\qquad \omega_1 = \frac{1000\,2\pi}{60} = 104{,}66\,rad/s$

$C_1 = \frac{40000}{104{,}66} = 382{,}189\,Nm$ $\qquad \eta = \frac{\cos\theta_n - f\,tg\alpha}{\cos\theta_n + \frac{f}{tg\alpha}} = 0{,}875$ $\qquad \begin{cases} C_R = F_x r_2 \\ C_V = F_z r_1 \end{cases}$

$C_2 = \frac{382{,}16}{0{,}169}\,0{,}875 = 1978{,}63\,Nm$

$$\begin{cases} F_x = F(\cos\theta_n \cos\alpha - f\sin\alpha) \\ F_y = F\sin\theta_n \\ F_z = F(\cos\theta_n \sin\alpha + f\cos\alpha) \end{cases}$$

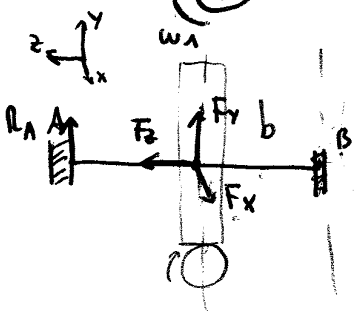




$F_x = \frac{C_R}{r_2}$

$F = \frac{C_R^{\,= C_2}}{r_2} \cdot \frac{1}{(\cos\theta_n \cos\alpha - f\sin\alpha)} =$

$= 9{,}157\,N$



$R_A 2b + F_Y b = 0$

$R_A = \frac{F_Y}{2}$

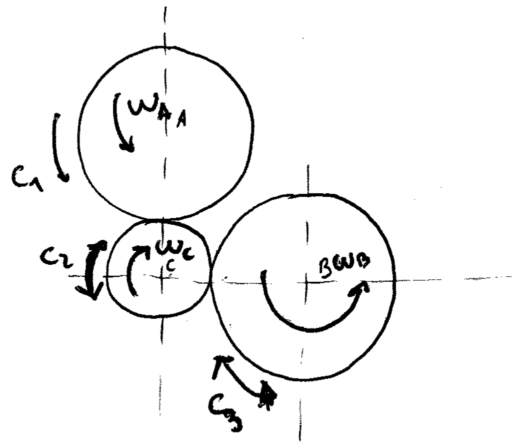
$$\begin{cases} F_x = 7{,}61\,N \\ F_Y = \cancel{4}\,3{,}131\,N \\ F_z = 4{,}051\,N \longrightarrow A \end{cases}$$

XOXO

44 $z_c = 40$ $m = 6\,mm$ $F_c = ?$ $W = 4\,kW$ $n_c = 360\,giri/min$ → ORARIA → ANTIORARIA

$\theta = 20°$

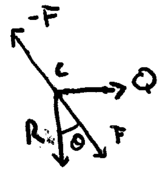
$\omega_c = 37{,}68\,rad/s$



$C_M = C_A =$

$$C_c = \frac{4000\,W}{\omega_c} = 106{,}1571\,Nm$$

(1) ANTIORARIO



$p z = 2\pi r$

$\frac{p}{\pi} z = 2r \rightarrow \frac{m z}{2} = r$

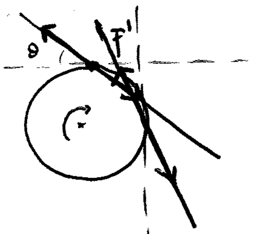
$r_c = 120\,mm$

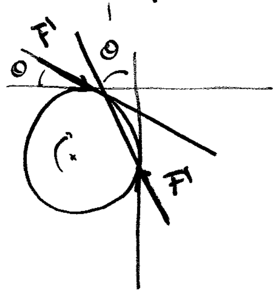
$$Q = \frac{C_2}{r_c} = F\sin\theta = 884{,}64\,N$$

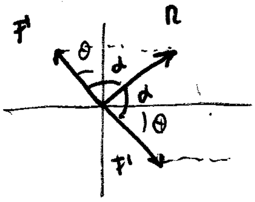
$R = F\cos\theta$ $F = \frac{R}{\cos\theta}$ $R\,tg\theta = \frac{C_2}{r_c}$

$F = \sqrt{Q^2 + R^2} = \sqrt{886259} = \underline{941{,}413\,N}$

$R = \frac{C_2}{r_2}\,tg\,\theta = 321{,}98$

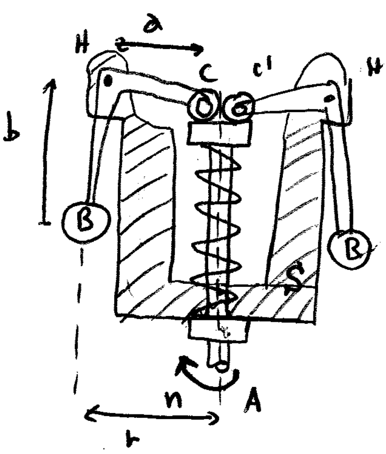






$\alpha = 45° + \theta = 65°$

3.31



$P = 180\,N \rightarrow S$

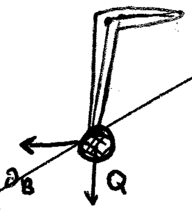
$F_0 = 550\,N \quad k = 40\,N/mm \quad Q = 50\,N \rightarrow B$

$a = 90\,mm \quad b = 190\,mm \quad r = 125\,mm$

$F_r = 18\,N$

1) $n_1 = ?$

$a_B = \omega^2 r$



$F = F_0 + kx \quad x = 0$

$m_B = 5{,}102\,kg$

C

$$\frac{F_0}{2} a = m a_B b$$

$$\omega^2 r = \frac{F_0 a}{2mb} \qquad \omega = \sqrt{\frac{F_0\, a}{2m\, b\, r}} = \sqrt{\frac{550 \cdot 0{,}09}{2 \cdot 5{,}102 \cdot 0{,}19 \cdot 0{,}125}} = 14{,}291\ rad/s$$

$F_0 a = 2m a_B b$

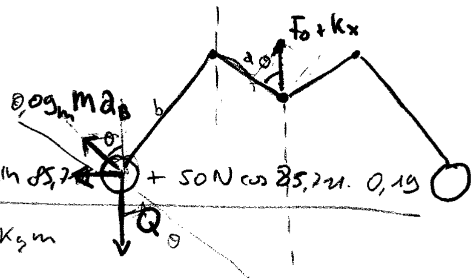
$$\frac{N \cdot m}{kg \cdot m^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2\, kg \cdot m}$$

$F_0 + kx = P + 2Q$

$$x = \frac{P + 2Q - F_0}{k} = 6{,}75\,mm$$

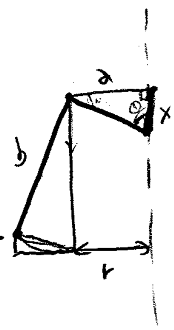
$$m a_B b - Q\cos\theta\, b = (F_0 + kx)\sin\theta$$

$$a_B = \frac{(F_0 + kx)\sin\theta + Q\cos\theta\, b}{\sin\theta\ m b}$$



$$\Rightarrow a_B = \frac{(550\,N + 40\,000\,N/m \cdot 0{,}00675\,m)\sin 85{,}711 + 50\,N\cos 85{,}711 \cdot 0{,}19}{(5{,}102 \cdot 0{,}19)\ kg\,m}$$

$$= 76{,}65\ \frac{N}{kg} = \frac{kg\,m}{s^2\,kg} = \frac{m}{s^2}$$



$$tg\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{x}{a}$$

$$arctg\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{x}{a}$$

$$\frac{\pi}{2} - \theta = 4{,}289$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - 4{,}289 = 85{,}711°$$

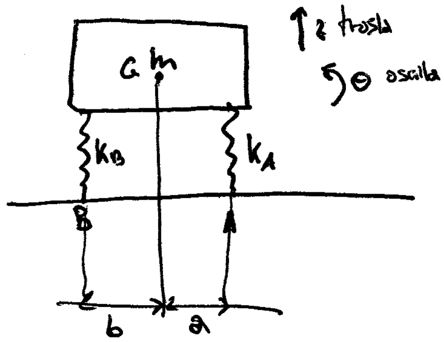
~~$\omega r^2 = a_B$~~

$$\omega^2 (r + x) = 76{,}65 \qquad \omega = \sqrt{\frac{76{,}65}{r + x}} = 24{,}120\ rad/s$$

$n_1 = 230{,}445\ giri/min$

SISTEMI A 2 GdL

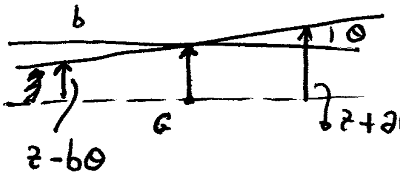
$m = 80\,kg \quad I_G = 0{,}7\,kg\,m^2 \quad K_A = 1500\,N/mm \quad k_B = 800\,N/mm$

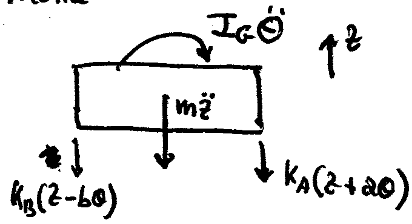


$b = 200\,mm$

$a = 150\,mm$

- Non metto forza peso → è già contato nei precarichi delle molle





$$\begin{cases} k_B(z-b\theta) + k_A(z+a\theta) + m\ddot{z} = 0 \\ k_B(z-b\theta)b - k_A(z+a\theta)a - I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

mom. rispetto a G

$$\begin{cases} (k_A+k_B)z + m\ddot{z} + (k_a a - k_b b)\theta = 0 \\ (k_B b - k_A a)z - (k_B b^2 + k_A a^2)\theta - I_G\ddot{\theta} = 0 \quad (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k_A+k_B)z + m\ddot{z} + (k_a a - k_b b)\theta = 0 \\ -(k_B b - k_A a)z + (k_B b^2 + k_A a^2)\theta + I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= z_0 \sin\omega_n t \\ \ddot{z} &= -z_0\omega_n^2 \sin\omega_n t \\ \theta &= \theta_0 \sin\omega_n t \\ \ddot{\theta} &= -\theta_0\omega_n^2 \sin\omega_n t \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left[(k_A+k_B) - m\omega_n^2\right] z_0 + (k_A a - k_B b)\theta_0 = 0 \\ (k_A a - k_B b) z_0 + \left[(k_B b^2 + k_A a^2) - I_G\omega_n^2\right] = 0 \end{cases}$$

→ soluzione non banale $(\theta_0, z_0 \neq 0)$ →

$$\begin{vmatrix} (k_A+k_B) - m\omega_n^2 & (k_A a - k_B b) \\ (k_A a - k_B b) & (k_B b^2 + k_A a^2) - I_G\omega_n^2 \end{vmatrix} = 0$$

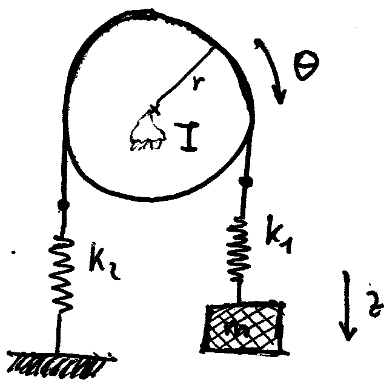
$$I_G m\,\omega_n^4 - \left[m k_A a^2 + m k_B b^2 + (k_A+k_B) I_G\right]\omega_n^2 + k_A k_B (a^2 + b^2 + 2ab) = 0$$

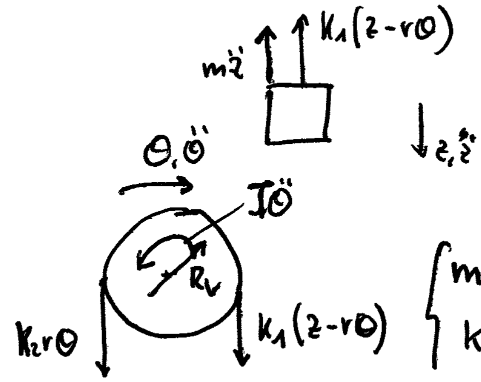
$$\omega_{n1}^2 = 27612\,rad^2/s^2 \rightarrow f_1 = \frac{\omega_{n1}}{2\pi} = \boxed{26{,}45\,Hz}$$

$$\omega_{n2}^2 = 95066\,rad^2/s^2 \rightarrow f_2 = \frac{\omega_{n2}}{2\pi} = \boxed{49{,}07\,Hz}$$

sistema a 2 GdL $r = 120\,mm$ $K_1 = 3\,N/mm$ $k_2 = 6\,N/mm$ $I = 0{,}005\ \frac{kg}{m^2}$ $m = 0{,}5\,kg$

• calcolare 2 frequenze proprie di oscill. = ?





$$\begin{cases} m\ddot{z} + k_1(z - r\theta) = 0 \\ k_1(z - r\theta)r - k_2 r^2\theta - I\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_1 z + m\ddot{z} - k r_1 \theta = 0 \\ k_1 r z - (k_1 + k_2) r^2 - I\ddot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (-1)$$

$$\begin{cases} k_1 z + m\ddot{z} - k r_1 \theta = 0 \\ -k_1 r z + (k_1 + k_2) r^2 + I\ddot{\theta} = 0 \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} \theta = \theta_0 \sin \omega_n t \\ z = z_0 \sin \omega_n t \\ \ddot{z} = -z_0 \omega_n^2 \sin \omega_n t \\ \ddot{\theta} = -\theta_0 \omega_n^2 \sin \omega_n t \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k_1 - m\omega_n^2) z_0 - k_1 r \theta_0 = 0 \\ -k_1 r z_0 + [(k_1 + k_2) r^2 - I\omega_n^2]\,\theta_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} (k_1 - m\omega_n^2) & -(k_1 r) \\ -k_1 r & (k_1 + k_2) r^2 - I\omega_n^2 \end{vmatrix} = 0$$

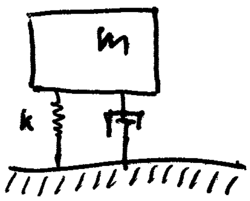
$\omega_{n1} = 60{,}58\ rad/s \rightarrow \boxed{9{,}642\ Hz}$

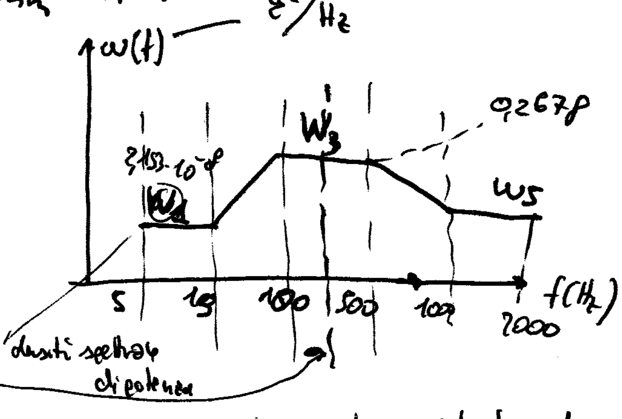
$\omega_{n2} = 168{,}08\ rad/s \longrightarrow \boxed{26{,}75\ Hz}$

rigidezza della flangia di attacco

VIBRAZIONI CASUALI: valvola x sistema anti-ice

$m = 2{,}5\,kg$ $k = 12000\,N/mm$ $Q = 8$ $Q = \frac{1}{2\zeta}$





$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2191\ rad/s$ $\boxed{f_n = 348{,}7\ Hz}$

$a_{RMS} = \sqrt{\frac{\pi}{2} W_3 f_n Q} = 34{,}26\,g$

Valore medio di acc.

max valore istantaneo di acc. della valvola.

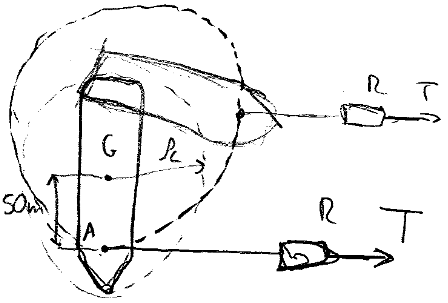
$a_{PK} = 3\,a_{med} = \boxed{102{,}8\,g}$

acc. di picco

$F_{pk} = 2{,}5 \cdot 103 \cdot 9{,}8 = 2500\,N$

dimensiono bene redazione

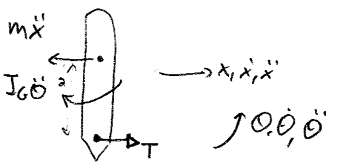
3/6 $m = 10^7 kg$ $\rho_c = 65m$ $a = AG = 50m$ $T = 20000N$ $\ddot{x}_c = ?$ $\dot{\omega} = ?$



$$I_G = 10^7 \cdot 65^2 = 4{,}225 \cdot 10^{10}\ kg\,m^2$$

$$T - m\ddot{x} = 0$$

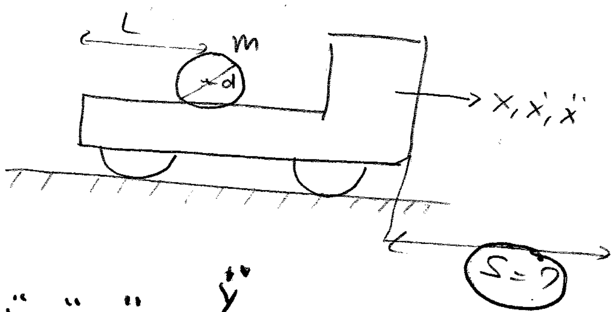
$$Ta - I_G\ddot{\theta} = 0$$

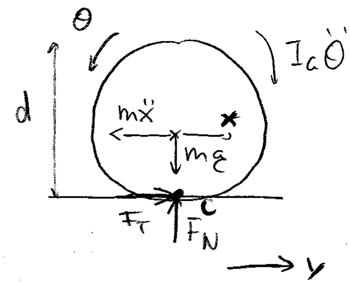


$$\ddot{x} = \frac{T}{m} = \underline{0{,}002\ m/s^2} \qquad \ddot{\theta} = \frac{Ta}{I_G} = \underline{2{,}367 \cdot 10^{-5}\ rad/s^2}$$

3/9 $a = 1{,}5\ m/s^2$ $m = 120\ kg$ $I_G = 12\ kg\,m^2$ $d = 0{,}8\ m$ $L = 3\ m$

$V = \omega r$ $\omega = \frac{V}{r}$ $\theta = (\cancel{x})$





$$\theta = \frac{(y-x)}{\frac{d}{2}}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(\ddot{y}-\ddot{x})2}{d}$$

$$a_r = \ddot{y} - \ddot{x} = \frac{\ddot{y}}{1} - \frac{\ddot{y}}{1 + \frac{md^2}{4I_G}} = \cancel{\frac{1 + \frac{md^2}{4I_G}}{4I_G}}$$

$$= \frac{\left(1 + \frac{md^2}{4I_G}\right)\ddot{y} - \ddot{y}}{1 + \frac{md^2}{4I_G}} = \frac{\ddot{y}\left[\cancel{1} + \frac{md^2}{4I_G} - \cancel{1}\right]}{1 + \frac{md^2}{4I_G}} =$$

$$= \frac{\ddot{y}}{\frac{4I_G}{md^2} + 1} \qquad |\ddot{y}| = a$$

$$\Rightarrow a_r = 0{,}9231$$

c) $$m\ddot{x}\frac{d}{2} - I_G\ddot{\theta} = 0$$

$$m\ddot{x}\frac{d}{2} - I_G\frac{(\ddot{y}-\ddot{x})2}{d} = 0$$

$$m\ddot{x}\frac{d}{2} - \frac{2}{d}I_G\ddot{y} + \frac{2}{d}I_G\ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x}\left[m\frac{d}{2} + \frac{2}{d}I_G\right] = \frac{2}{d}I_G\ddot{y}$$

$$\ddot{x} = \frac{2I_G\ddot{y}}{d\left[m\frac{d}{2} + \frac{2}{d}I_G\right]} = \frac{2I_G\ddot{y}}{\frac{md^2}{2} + 2I_G} = \frac{2I_G\ddot{y}}{\frac{md^2 + 4I_G}{2}}$$

$$= \frac{4I_G\ddot{y}}{md^2 + 4I_G} = \frac{\cancel{4I_G}\ddot{y}}{\cancel{4I_G}\left(1 + \frac{md^2}{4I_G}\right)} = \frac{\ddot{y}}{1 + \frac{md^2}{4I_G}}$$

$$S = \frac{1}{2}a_r t^2 \qquad \cancel{t_1} =$$

$$L = \frac{1}{2}a_r t^{*2} \qquad t^* = \sqrt{\frac{2L}{a_r}} = 2{,}5495\,s$$

$$Y^* = \frac{1}{2}\ddot{y}\,t^{*2} = \underline{4{,}875\,m}$$