



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1773A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Baiocco Fabio

MATERIA: Fisica II - prof. Gozzellino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FISICA II - Gozzellino

ELETTROSTATICA

carica = grandezza quantizzata $q = n \cdot e$ $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

In un sistema γ isolato la somma algebrica delle q_i in esso contenute si conserva, la carica può variare la propria distribuzione, ma la somma algebrica = "

$$\sum_i q_i = \text{cost.}$$

- LEGGE DI COULOMB (cariche puntiformi in quiete o con \vec{v} trascurabile rispetto a c)

$$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \vec{u}_{r_{1,2}}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \text{ cost. dielettrica nel vuoto}$$

$$\vec{F}_{q_2} = q_2 \vec{E}_{q_1}$$

$$\vec{E}(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_r$$

$q_1 > 0 \Rightarrow \vec{E}$ uscente
 $q_1 < 0 \Rightarrow \vec{E}$ entrante

- PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE (somma lineare)

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

- DISTRIBUZIONE CONTINUA di CARICA

• densità di carica \times unità di lunghezza

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_p \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}} \right]$$

• distribuzione superficiale di carica

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Sigma} \frac{\sigma d\Sigma}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\sigma = \frac{dq}{d\Sigma} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

• distribuzione volumica di carica

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\rho = \frac{dq}{dV} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^3} \right]$$

• componente di $\vec{E}(x,y,z)$ nel p. $P(x,y,z)$ del punto (x',y',z') della distribuzione di carica

$$E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(x',y',z') dx' dy' dz'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{\frac{3}{2}}} (x-x')$$

O.B. 2 linee di forza non si intersecano mai \Rightarrow se \vec{E} uniforme: linee forza = rette // e quidistanti*

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = m \cdot \vec{a} \quad \vec{a} = \frac{q_0 \cdot \vec{E}}{m} \Rightarrow \text{se } \vec{E} \text{ uniforme} \rightarrow \text{carica in moto uniformemente accelerato}$$

$q_0 > 0 \quad \vec{a} \parallel \vec{E}$ $q_0 < 0 \quad \vec{a} \nparallel \vec{E}$

IL DIPOLO ELETTROSTATICO (sistema neutro + semplice) 2 cariche stesso modulo, ma segno opposto.

- MOMENTO DI DIPOLO

$$\vec{p} = q \cdot \vec{a}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

→ decresce + in fretta che in sistema carico.

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (2\cos\theta \vec{u}_r + \sin\theta \vec{u}_\theta)$$

→ decresce molto velocemente

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

• in coordinate intersecche

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} [3p\cos\theta \vec{u}_r - \vec{p}]$$

- Se C è sull'asse del dipolo

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} 2\vec{p}$$

• se C sul piano mediano passante per il centro del dipolo

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (-\vec{p})$$

POTENZIALE di un sistema neutro

$$V_C \sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{r^2}$$

$\vec{p} \Rightarrow$ caratteristica del sistema vuole solo se centro di massa delle cariche \oplus e \ominus non coincidono.

U.B. Più un sistema è simmetrico più il suo potenziale decresce con la distanza.

- DIPOLO IN UN \vec{E} esterno

$$\vec{R} = p_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + p_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + p_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}$$

$2 \cdot q = p$ a molto piccolo
 $\hookrightarrow \vec{E}$ uniforme $\Rightarrow \vec{R} = 0$

MOMENTO MECCANICO di un DIPOLO in un \vec{E} UNIFORME

$$\vec{\tau} = \vec{b} \times \vec{F} = \vec{a} \times q\vec{E} = q \cdot \vec{a} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

→ EQUILIBRIO

- 1) $\vec{p} \parallel \vec{E}$
 2) $\vec{p} \perp \vec{E}$

ENERGIA POTENZIALE di un DIPOLO

$$U_e = qV(x+a_x, y+a_y, z+a_z) - qV(x, y, z) = qV(x, y, z) + q \left(\frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z \right) - qV(x, y, z)$$

$$= p_x \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + p_y \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) + p_z \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right) = \vec{p} \cdot \nabla V = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$\vec{p} \parallel \vec{E}$ $U_e = -pE$ MINIMO EQUILIBRIO STABILE

$\vec{p} \perp \vec{E}$ $U_e = pE$ MASSIMO EQUILIBRIO INSTABILE

• oscillazione attorno a posizione di equilibrio $\rightarrow \vec{p} =$ momento di richiamo $= \vec{\tau} = -pE \sin\theta$

INTERAZIONE TRA 2 DIPOLI $\vec{F} = -\text{grad}(U_e)$

$$U_{e,21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} [3(\vec{p}_1 \cdot \vec{u}_r)(\vec{p}_2 \cdot \vec{u}_r) - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2]$$

→ data a presenza di dipolo 1

- ELETTROSTATICA NEI CONDUTTORI

↳ in EQUILIBRIO (cariche non soggette a nessuna forza) → $\vec{E} = -\nabla V = 0$ $V = \text{cost.}$

• tutti i punti all'interno e su superficie hanno stesso POTENZIALE.

- conduttore carico: $\oint_{\Sigma_{ch}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = 0 = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow q_{int} = 0 \quad \forall \Sigma$

→ All'interno del conduttore **NON** ci sono **CARICHE LIBERE** → si distribuiscono sulla superficie.

• Distribuzione è max nei punti in cui il raggio di curvatura è minimo.

- CASI PARTICOLARI:

- superficie sferica ⇒ $\sigma = \text{cost.}$ in tutti i punti stesso raggio di curvatura.

- conduttore piano ⇒ $\sigma = \text{cost.}$ in tutti i punti raggio di curvatura ∞

N.B. x Le superfici equipotenziali → in prossimità della superficie \vec{E} è \perp

- discontinuità da dentro 0 a fuori $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$

TEOREMA DI COULOMB:

$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$ → su punto \vec{E} + elevato

LA CAPACITÀ: (di essere caricati fino ad un certo valore) → dipende dispende " cariche.

$C = \frac{q}{V}$ non dipende né da |q| né da |V|
 ↳ raddoppio q → 2q ⇒ $\sigma \rightarrow 2\sigma \Rightarrow V \rightarrow 2V \Rightarrow C = \frac{2q}{2V} = \frac{q}{V}$

$q = \int \sigma(x', y', z') d\Sigma$ $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma(x', y', z')}{r} d\Sigma$ INVARIATA

- dipende da **FORMA** - **DIMENSIONI** del **conduttore** - **ϵ_0 mezzo**

$[C] = \frac{C}{V} = F$ $10^{-12} F \div 10^{-9} F$

- **INDUZIONE ELETTROSTATICA** (avvicino q a conduttore) • una volta comparsa la carica

indotta non si modifica +.

• Ridistribuzione di cariche / $\vec{E} + \vec{E}' = 0$

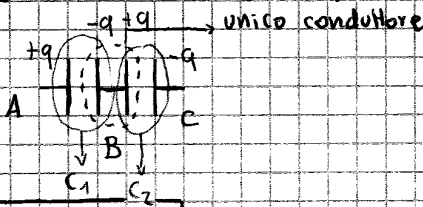
$\sum q_{indotte} = 0$ → carica indotta in un sistema isolato si conserva.

• Se 2 conduttori → ridistribuzione di C_1 dovuta a C_2 crea \vec{E} estero induce cariche su C_2
 ⇒ ridistribuzione anche su C_2

↳ a contatto: - stesso potenziale (via di mezzo tra V_1 e V_2)
 - carica distribuita su tutta la superficie.

mettere a terra → collegare 2 conduttori → q ridistribuita su tutto il pianeta.

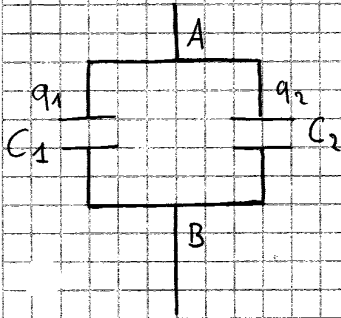
-SERIE di CONDENSATORI



$$\left. \begin{aligned} V_A - V_B &= \frac{q}{C_1} \\ V_B - V_C &= \frac{q}{C_2} \end{aligned} \right\} V_A - V_B + V_B - V_C = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \quad \boxed{C_{eq} < C_i}$$

PARALLELO DI CONDENSATORI (d.d.p. ai 2 capi è la stessa)



$$\begin{aligned} V_A - V_B &= \frac{q_1}{C_1} & \rightarrow & \quad q_1 = C_1 (V_A - V_B) \\ V_A - V_B &= \frac{q_2}{C_2} & \rightarrow & \quad q_2 = C_2 (V_A - V_B) \end{aligned}$$

$$q_1 + q_2 = \underbrace{(C_1 + C_2)}_{C_{eq}} (V_A - V_B) \quad \boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i} \quad \boxed{C_{eq} > C_i}$$

CARICARE UN CONDENSATORE

↳ costringo cariche stesso segno in spazio ristretto \Rightarrow compio lavoro
 • per aumentare ulteriormente carica \rightarrow stappo dq' da armatura negativa e la porto su quella positiva.

$$dW = dq' V' \quad W = \int_0^q dq' V' = \int_0^q dq' \frac{q'}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} q V$$

• Lavoro si trasforma in energia elettrica immagazzinata nel condensatore

$L_0 =$ lavoro compiuto per caricarlo

$$\boxed{U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 \sum \Sigma^2}{\epsilon_0 \Sigma} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} d\Sigma \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)^2 \sum d = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Vol} \quad \rightarrow \text{compreso tra armature}$$

↳ Pegame Energia immagazzinata - \vec{E} del condensatore

DENSITÀ di ENERGIA ELETTRICA

$$\boxed{u_e = \frac{dU_e}{dVol} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2} \quad \boxed{J/m^3} \quad \rightarrow \text{in qualunque zona dello spazio ci sia un } \vec{E}$$

$$\boxed{u_e(x,y,z) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2(x,y,z)} \quad \rightarrow \text{risultato generale anche se il campo non è conservativo}$$

$$U_e = \int_{Vol} u_e(x,y,z) dVol = \int_{Vol} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2(x,y,z) dVol$$

② POLARIZZAZIONE x ORIENTAMENTO (H₂O, CO₂) molecola ha già di per se mom. di dipolo

↳ momento di dipolo intrinseco

$\sum \vec{p}_i = 0$ agitazione termica → casuale

- applico \vec{E} : dipolo tende ad allinearsi

$N = N_1$ (molecole allineate) + N_2 (nn allineate) • momento di dipolo complessivo diminuisce al crescere della temperatura

$d\vec{p} = \langle \vec{p} \rangle dN$

$\frac{d\vec{p}}{dV} = \langle \vec{p} \rangle \frac{dN}{dV} = \langle \vec{p} \rangle n = n^\circ \text{ entità elementari } \times \text{ unità di volume}$ $[P] = \frac{C}{m^2}$
 $\vec{p} = \vec{P} V_{vol}$

- se sostanza ISOTROPA: $\vec{P} \parallel \vec{E}$

$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$

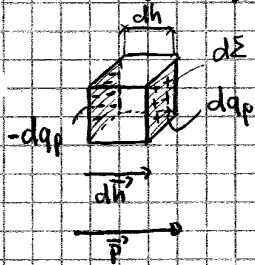
$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$

POLARIZZAZIONE

man. di dipolo x unità di volume

DAL MICRO AL MACRO

(Polarizzazione Uniforme) → \vec{p} sta verso e direzione in tutto il materiale



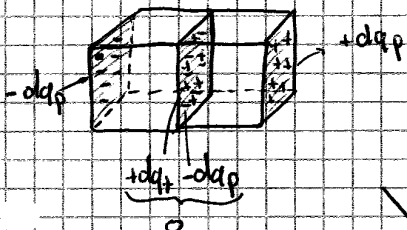
$d\vec{p} = \vec{P} dVol = \vec{P} d\Sigma dh$
 $d\vec{p} = dq_p dh$ } $\vec{P} d\Sigma dh = dq_p dh$
 $P d\Sigma = dq_p$

$\sigma_p = \frac{dq_p}{d\Sigma} = P$

- all'interno si creano dipoli coincidenti

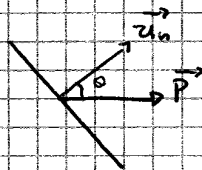
con ρ_a densità di carica di polarizzazione su superficie

• dielettrico polarizzato \approx cariche di polarizzazione su superficie.



⇒ se pol. unif. ⇒ solo su sup. + esterne

In generale:

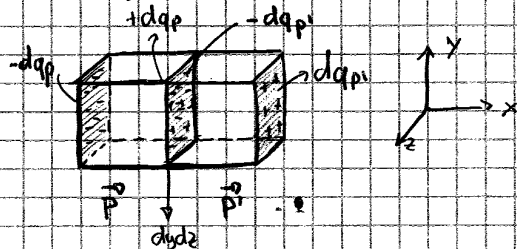


$\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n}_u$

- V superficie

- anche per pd. nonuniforme

POLARIZZAZIONE NON UNIFORME



• all'interfaccia le cariche non si bilanciano +

$dq_p - dq_{p'} = P_x dydz - P_x' dydz$

Non so come è diretto \vec{P} , ma a me interessa

la direzione normale alla superficie → x

⇒ $(P_x - (P_x + \frac{\partial P_x}{\partial x} dx)) dydz$ • subppo insieme in un intorno di P_x al 1° termie

$= - \frac{\partial P_x}{\partial x} dx dy dz$ • faccio sta cosa anche per altre direzioni

$dq_{p, tot} = (-\frac{\partial P_x}{\partial x} - \frac{\partial P_y}{\partial y} - \frac{\partial P_z}{\partial z}) dx dy dz = -\text{div } \vec{P} dx dy dz$

$\frac{dq_{p, tot}}{dV} = \rho_p = -\text{div } \vec{P}$ DENSITÀ DI CARICA x UNITÀ DI VOLUME

dielettrici ISOTROPI + omogenei

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho + \rho_p}{\epsilon_0} \Rightarrow \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Dim: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} + \frac{\rho_p}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{\text{div } \vec{P}}{\epsilon_0}$

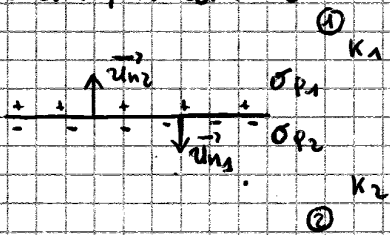
$$= \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{\text{div}(\epsilon_0 \chi \vec{E})}{\epsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{E} + \frac{\text{div}(\epsilon_0 \chi \vec{E})}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{E} + \frac{\epsilon_0}{\rho_0} \chi \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$(\text{div } \vec{E})(1 + \chi) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0 k} = \frac{\rho}{\epsilon} \text{ c.v.d.}$$

2 DIELETRICI ≠ A CONTATTO



\vec{E} attraversa superficie carica \rightarrow subisce discontinuità

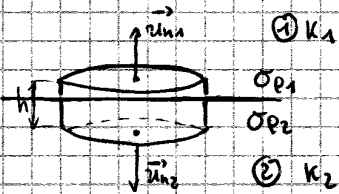
$E_{1t} = E_{2t}$ si conserva

$$E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma_{p1} + \sigma_{p2}}{\epsilon_0} = \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{u}_{n1} + \vec{P}_2 \cdot \vec{u}_{n2}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{1n} - \rho_{2n}}{\epsilon_0}$$

Discontinuità ϵ_0

\vec{D} non è vettore CONSERVATIVO

$h \ll R \quad \vec{u}_{n2} = -\vec{u}_{n1}$



$$d\phi(\vec{D}) = \vec{D}_1 \cdot \vec{u}_{n1} d\Sigma_{\text{base}} + \vec{D}_2 \cdot \vec{u}_{n2} d\Sigma_{\text{base}} + \vec{D} \cdot \vec{u}_{n2} d\Sigma_{\text{laterale}} = 0$$

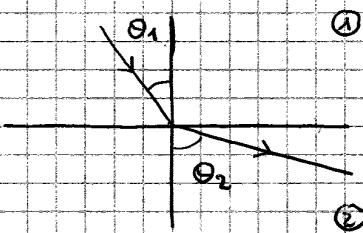
$$= (D_{1n} - D_{2n}) d\Sigma_{\text{base}} = 0$$

• flusso dipende solo da cariche libere \rightarrow ho solo q_p .

$D_{1n} = D_{2n}$ si conserva • 3 proprietà: valide sempre

• se 1° DIELETRICO è ISOTROPO:

$$\epsilon_0 k_1 E_{1n} = \epsilon_0 k_2 E_{2n}$$



$$\begin{cases} E_1 \sin \theta_1 = E_2 \sin \theta_2 & \text{comp. tg} \\ k_1 E_1 \cos \theta_1 = k_2 E_2 \cos \theta_2 & \text{comp. norm.} \end{cases}$$

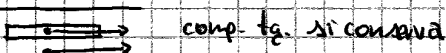
$$\frac{\tan \theta_1}{k_1} = \frac{\tan \theta_2}{k_2} \rightarrow \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{k_1}{k_2}$$

LEGGE DELLA RIFRAZIONE delle linee di forza del campo elettrico

• \vec{E} aumenta propria inclinazione rispetto alla normale se $k_1 < k_2$

• se $\theta_1 = 0 \Rightarrow$ incidenza normale $\Rightarrow \theta_2 = 0 \quad \vec{E}$ non deviato

• misurazione di \vec{E} nei dielettrici se d. isotropo

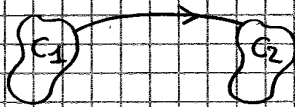


• 2 componenti normali in stretto rapporto misura qll dentro \rightarrow ricavo qll fuori

\Rightarrow metto insieme 2 componenti

- ELETTRODINAMICA -

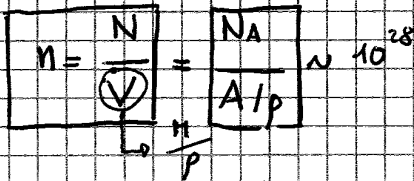
$V_1 < V_2$



flusso di e⁻ verso potenziale maggiore

- se mantengo ΔV cost. → flusso di carica

PORTATORE DI CARICA → e⁻



- ΔV ai capi di un conduttore → $\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \rightarrow \vec{V}_d$ VELOCITÀ DI DERIVA

- se portatore ⊕: $\vec{V}_d \parallel \vec{E}$

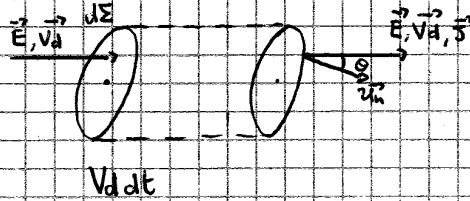
- se portatore ⊖: $\vec{V}_d \nparallel \vec{E}$

INTENSITÀ di CORRENTE:

o sezione circolare infinitesima

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

[i] = A



- carica che fluisce attraverso sezione = carica racchiusa in cilindro con altezza V_d dt

$$\frac{dq}{dt} = n_+ q_+ d\Sigma V_d dt \cos \theta \cdot \frac{1}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = di = \underbrace{n_+ q_+ V_d}_{\vec{J}} d\Sigma \cos \theta$$

$$\vec{J} = n_+ q_+ \vec{V}_d \text{ vettore DENSITÀ di CORRENTE}$$

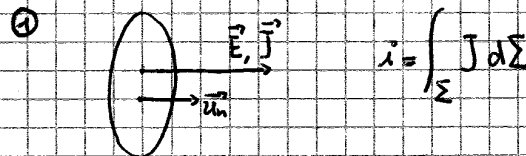
se ⊕ $\vec{J} \parallel \vec{V}_d$ se ⊖ $\vec{J} \nparallel \vec{V}_d$

N.B. \vec{J} sempre stessa direzione e stesso verso di \vec{E}

$$di = \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma$$

$$i = \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma$$

- CASI PARTICOLARI:



$$i = \int_{\Sigma} J d\Sigma$$

② densità di corrente uniforme

$\vec{J} = \text{cost} \parallel \vec{u}_n$

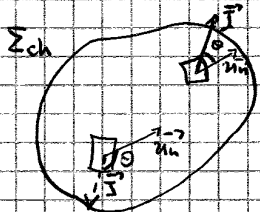
$$i = J \Sigma \quad J = \frac{i}{\Sigma}$$

$$[J] = \frac{A}{m^2}$$

esempio: soluzione ioni + eioni - ⇒ $\vec{J} = n_+ q_+ \vec{V}_{d+} + n_- q_- \vec{V}_{d-}$ $V_d \sim 10^{-3} \div 10^{-6}$ m/s chr. $V_{th} = 10^5 \div 10^6$ m/s

V_d così piccola → effetto micro × è n° portatori è enorme ⇒ effetto cumulativo

- FLUSSO DI CORRENTE ATRAVERSO SUPERFICIE CHIUSA



$$d\phi(\vec{J}) = \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma$$

$\begin{cases} > 0 & \text{se } 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ < 0 & \text{se } \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases}$

$$\phi(\vec{J}) = \int_{\Sigma_{ch}} \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma \text{ sarà } \begin{cases} > 0 \\ < 0 \end{cases} \text{ a seconda di quale contributo prevale.}$$

$$i_{\Sigma_{ch}} = \frac{\partial q_{int}}{\partial t}$$

se $\phi(\vec{J}) = i_{\Sigma_{ch}} \neq 0$ per il principio della cons. delle cariche ⇒ carica

all'interno della sup. deve cambiare.

→ traiettoria: tanti spezzoni di parabola

$$\vec{V}_{i+1} = \vec{V}_i + \vec{a} \tau$$

$$\vec{V}_{i+1} = \vec{V}_i - \frac{|e|E}{m} \tau$$

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\vec{V}_{i+1})_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\vec{V}_i)_j - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{|e|E}{m} \tau \Rightarrow \langle \vec{V}_{i+1} \rangle = - \frac{|e|E}{m} \tau$$

• velocità media prima di $i+1$

• $\sum = 0$ somma vettori con direzione casuale → essendo V_i dovuto = V_{th}

$$\vec{V}_d = - \frac{|e|E}{m}$$

VELOCITÀ di deriva

$$\mu = - \frac{|e|E}{m} = \text{mobilità}$$

$$n \cdot q \cdot \vec{V}_d = \frac{q \tau}{m} E \cdot n \cdot q \rightarrow n(-|e|) \vec{V}_d = \frac{n e^2 \tau}{m} E$$

CONDUCEBILITÀ ELETTRICA σ

→ dipende solo dal materiale e da T

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

⇒ LEGGE DI OHM in forma LOCALE

$$\vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{J} = \rho \vec{J}$$

RESISTIVITÀ ELETTRICA ρ

dipende solo dal materiale e da T → $\rho(T) = \rho_{20^\circ C} (1 + \alpha \Delta T)$ $\alpha = \text{coeff. termico}$

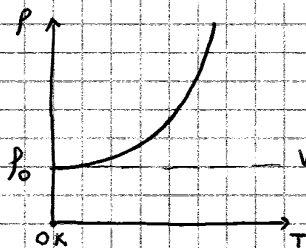
N.B. materiali Ohmici: -metalli -soluzioni elettrolitiche

• per le sol. e.p. ⇒ $\sigma = \frac{n_+ q_+^2 \tau_+}{m_+} + \frac{n_- q_-^2 \tau_-}{m_-}$

$$[\rho] = \Omega \cdot m \quad [\sigma] = \Omega^{-1} = S$$

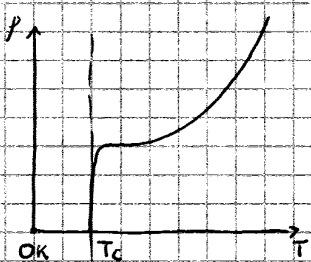
• metalli $\alpha > 0$ aumento temp. ⇒ ρ aumenta (n° urti nel reticolo)

• semiconduttori $\alpha < 0$ aumento temp. ⇒ ρ diminuisce (aumenta n° portatori n → prevale su tempo di p.c.m.)



valore residuo che dipende da impurità

• superconduttori



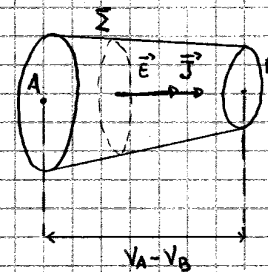
$T_c = \text{temp. CRITICA}$

• ho cariche in moto anche con $\Delta V = 0, E = 0$ a 130-140K

LEGGE DI OHM in forma INTEGRALE

o.k. $\Sigma \vec{J}$ è cost. $\vec{E} = \rho \vec{J}$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{P} = \int_A^B \rho \vec{J} \cdot d\vec{P} =$$



$$= \int_A^B \rho J dP = \int_A^B \rho \frac{i}{\Sigma} dP = i \int_A^B \frac{\rho dP}{\Sigma} \rightarrow R = \text{resistenza del conduttore}$$

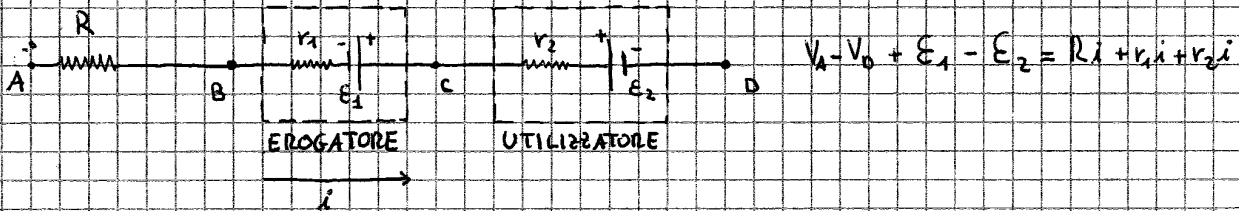
• dipende da materiale + caratteristiche geometriche

$$V_A - V_B = i R$$

CASO PARTICOLARE: $\Sigma = \text{cost. } \rho = \text{cost.} \Rightarrow R = \frac{\rho l}{\Sigma}$

$$R = \frac{\rho l}{\Sigma}$$

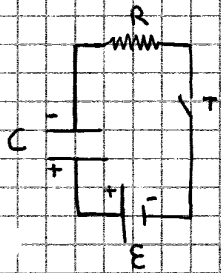
$$[R] = \Omega$$



$V_A - V_D + \sum_k E_k = \sum_k r_k i + R i = \sum_j R_j i_j$ **LEGGE DI OHM GENERALIZZATA**

- se non ho generatori
- se circuito chiuso
- N.B. Amperometro: in serie, r bassissima
- Voltmetro: in //, r elevata

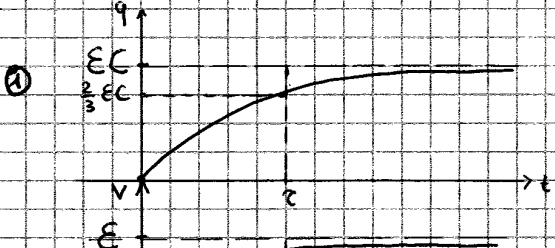
- CIRCUITO RC - (per caricare C) hyp: r interna ≈ 0 , tutti i conduttori ohmici



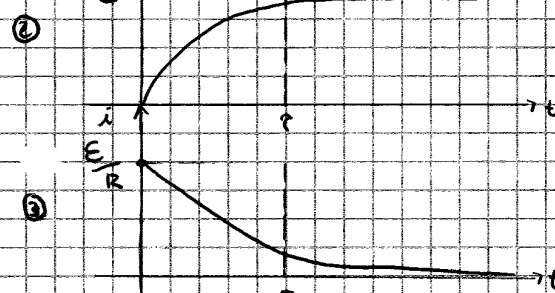
1) $q=0 \quad i=0$
 2) $t=0$ T chiuso $E = R i + \frac{q}{C} = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$ eq. DIFF. 1° ordine

$E - \frac{q}{C} = R \frac{dq}{dt} \rightarrow \int \frac{dq}{E - \frac{q}{C}} = \int \frac{dt}{R} \rightarrow \frac{t}{R} = (-C) \ln \left(E - \frac{q}{C} \right) \Big|_{q=0}^q \rightarrow$

$\frac{t}{RC} = \ln \frac{E - \frac{q}{C}}{E} \rightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E - \frac{q}{C}}{E} \rightarrow$ **① $q = EC(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$**



② $V = \frac{q}{C} = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$



③ $i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

- q si accumulano su C
- d.d.p. aumenta, i diminuisce
- $[RC] = \text{tempo} = \tau$ dopo $t = \tau \quad q = \frac{2}{3} EC$
- dopo $t = \tau$ transitorio terminato
- Se $i \neq \text{cost.}$ $t' = \frac{\rho}{C} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^8} \approx 0.3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ avere info su tutto il circuito.
- $RC = 10^{-5} \text{ s} \rightarrow$ regime "QUASI STAZIONARIO"

- ENERGIA:

$E i dt = R i^2 dt + \frac{q}{C} i dt$ $E i = R i^2 + \frac{q}{C} i$ POTENZA

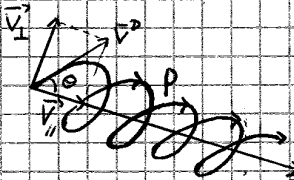
lavoro per incrementare carica su armature di C di dq

$\int_0^{\infty} E i dt = \int_0^{\infty} R i^2 dt + \int_0^{\infty} \frac{q}{C} i dt \rightarrow \int_0^{\infty} E \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt = \int_0^{\infty} R \frac{E^2}{R^2} e^{-\frac{2t}{RC}} dt + \int_0^{\infty} \frac{EC}{C} (1 - e^{-t/RC}) \frac{E}{R} e^{-t/RC} dt$

$E^2 C = \frac{E^2 C}{2} + \frac{E^2 C}{2}$ **LAVORO fornito dal generatore**

- $\frac{1}{2}$ dissipato da R
- $\frac{1}{2}$ immagazzinata sotto forma di en. statica nel C

CASO PARTICOLARE: \vec{B} uniforme, $\hat{v}B \neq \frac{\pi}{2}$ $\vec{F}_L = q(\vec{V}_\perp + \vec{V}_\parallel) \times \vec{B} = q\vec{V}_\perp \times \vec{B} = qVB \sin\theta$



$$qVB \sin\theta = \frac{mv^2 \sin^2\theta}{r} \quad r = \frac{mV \sin\theta}{qB} \rightarrow \text{cost. nel tempo}$$

moti: rettilineo unif + circolare unif. \Rightarrow ELICOIDALE UNIFORME

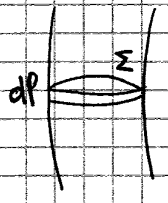
$q\vec{V}_\perp \times \vec{B} = m\vec{\omega} \times \vec{V}_\perp$ $\vec{\omega} = -\frac{q}{m}\vec{B}$ • se $q < 0$ $\vec{\omega} \parallel \vec{B}$ oppure • se $q > 0$ $\vec{\omega} \perp \vec{B}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{qB}$ passo: $p = V_\parallel T = V \cos\theta \frac{2\pi m}{qB}$

- Spettrometro di massa
- Selettore ionico

CARICHE IN MOTO in conduttore percorso da corrente

- a causa di $\vec{E} \rightarrow \vec{V}_d$
 - a causa di $\rightarrow \vec{V}_{th}$
- $\vec{F}_L = (-e)(\vec{V}_{th} + \vec{V}_d) \times \vec{B}$ n° portatori elevatissimo 10^{28}



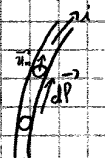
$d\vec{F} = n \sum dP (-e)(\vec{V}_{th} + \vec{V}_d) \times \vec{B}$

n° portatori in zona infinitesima dN

\rightarrow somma di contributi casuali

$d\vec{F} = \left[\frac{n(-e)(\vec{V}_d)}{J} \times \vec{B} \right] \sum dP$ $\vec{F}_v = \frac{d\vec{F}}{dVol} = \vec{J} \times \vec{B}$ FORZA DI LORENTZ per unità di Volume

caso particolare: (conduttore filiforme)



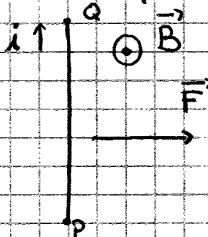
- $\vec{J} \parallel \vec{v}_d$
 - $\vec{J} = \text{cost}$ essendo sezione piccola
- $J = \frac{i}{\Sigma}$

$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \Sigma dP = J d\vec{P} \times \vec{B} \Sigma = i d\vec{P} \times \vec{B}$

$d\vec{F} = i d\vec{P} \times \vec{B}$ 2° FORMULA di LAPLACE (no significato fisico)

$\vec{F} = \int_P i d\vec{P} \times \vec{B}$ ~ in reg. staz. $= i \int_P d\vec{P} \times \vec{B}$

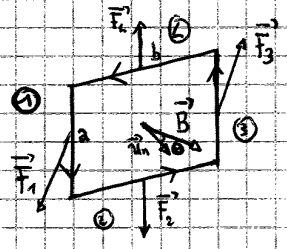
caso particolare: • \vec{B} uniforme • Conduttore rettilineo filiforme



$\vec{F} = i \int_P d\vec{P} \times \vec{B} = i \left(\int_P d\vec{P} \right) \times \vec{B} = i \vec{PQ} \times \vec{B}$ $\vec{F} = i \vec{PQ} \times \vec{B}$ non importa la forma del conduttore

NB. se percorso chiuso $\vec{F} = 0$

SPIRA RETTANGOLARE rigida • \vec{B} uniforme • $\vec{F} = 0$



$F_2 = F_4 = ibB$ $F_2 + F_4 = 0$

$F_3 = F_1 = iaB$

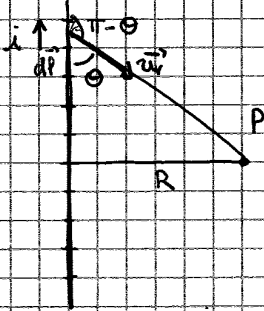
$\vec{M} = b\vec{r} \times \vec{F}$

$M = brF \sin \theta = b i a B \sin \theta$

$M = i \Sigma B \sin \theta$

- CASI PARTICOLARI:

• conduttore filiforme rettilineo infinito:



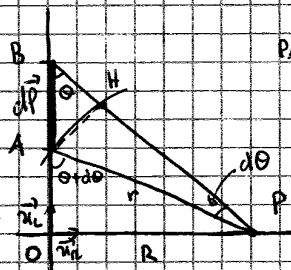
perché in regime stazionario

$$d\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{P} \times \vec{u}_r}{r^2} \rightarrow \vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int \frac{d\vec{P} \times \vec{u}_r}{r^2} =$$

$$d\vec{P} \times \vec{u}_r = dP \sin(\pi - \theta) = dP \sin\theta \vec{u}_\phi$$

\vec{u}_ϕ entrante

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\int_P \frac{dP \sin\theta}{r^2} \right) \vec{u}_\phi = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(\int \frac{R d\theta}{\sin^2\theta} \frac{\sin\theta}{R^2} \sin\theta \right) \vec{u}_\phi$$



$PA \approx PB$

$$dP = \frac{AH}{\sin\theta} \approx \frac{R d\theta}{\sin\theta} = \frac{R d\theta}{\sin\theta}$$

$$r \approx \frac{R}{\sin\theta}$$

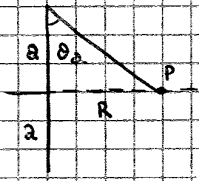
$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \left(2 \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \right) \vec{u}_\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_\phi =$$

$R \rightarrow \infty \quad \theta \rightarrow 0$
 $R \rightarrow 0 \quad \theta_{max} = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_\phi$$

LEGGE DI BIOT-SAVART
 con $R \ll P$ esclude effetti di bordo

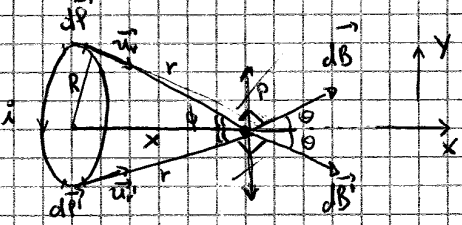
• in 3D (simmetria cilindrica) • filo di dimensione finita



$$B(P) = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} 2 \left(\int \sin\theta \right) \vec{u}_\phi =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{\cos\theta_a \vec{u}_\phi}{\sqrt{a^2 + R^2}}$$

- SPIRA CIRCOLARE



$$d\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{P} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

$$d\vec{B} + d\vec{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dP}{r^2} (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dP}{r^2} 2 \cos\theta \vec{u}_x$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} + d\vec{B}' = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{2 \cos\theta}{r^2} \left(\int dP \right) \vec{u}_x = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{2 \cos\theta}{r^2} \pi R \vec{u}_x$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i \cos\theta R}{2 r^2} \vec{u}_x$$

θ e ϕ complementari $\Rightarrow \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2}{2 (R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

$B_{max} \leftrightarrow x=0$

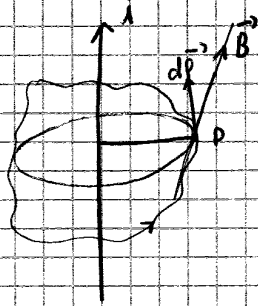
Se $x \gg R$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{x^3} \vec{u}_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{2\pi}{x^3} \vec{u}_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{x^3}$$

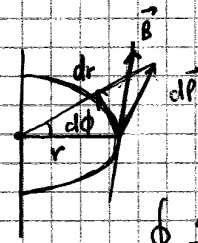
cfr. $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^3} [3\vec{p} - \vec{p}']$

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{x^3} [3(\vec{m} \cdot \vec{u}_r) \vec{u}_r - \vec{m}]$ • completa analogia tra spira percorsa da i e dipolo magnetico.

LEGGI DI AMPERE (vale solo in regime stazionario)



-circonferenza per P concentrica nel filo, la tangente in P mi dà il verso di \vec{B}



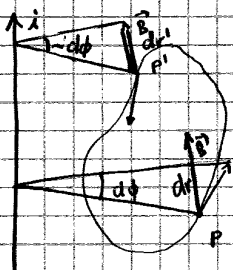
$$dr = r d\phi$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint \frac{\mu_0 i}{2\pi r} r d\phi =$$

$$= \oint \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint d\phi =$$

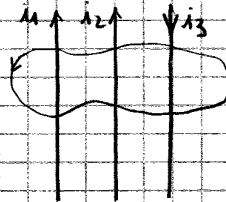
$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi} 2\pi = \mu_0 i$$

• Se linea chiusa, ma non concatenata corrente



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$

• Se concatenata più correnti



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint \sum_k \vec{B}_k \cdot d\vec{r} =$$

$$= \sum_k \oint \vec{B}_k \cdot d\vec{r} = \sum_k \mu_0 i_k =$$

$$= \mu_0 \sum_k i_k = \mu_0 (i_1 + i_2 + i_3)$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_k i_k} \text{ forma integrale}$$

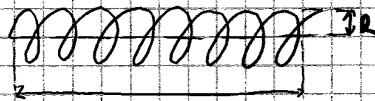
teo. Rotore/teo. Stokes: circuitazione di un campo vettoriale lungo un percorso chiuso è uguale al flusso del rotore del campo attraverso una superficie qualunque che ha come contorno la linea di circuitazione.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_{\Sigma} \text{rot} \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma \quad i = \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_k i_k$$

$$\int_{\Sigma} \text{rot} \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \mu_0 \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot \vec{u}_n d\Sigma \Rightarrow \int_{\Sigma} (\text{rot} \vec{B} - \mu_0 \vec{J}) \cdot \vec{u}_n d\Sigma = 0 \quad \text{rot} \vec{B} - \mu_0 \vec{J} = 0$$

$$\boxed{\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}} \text{ forma differenziale}$$

SOLENOIDE (+spire insieme)



$L \gg R$

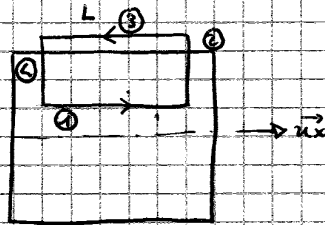
SOLENOIDE IDEALE: spire compatte e uguali fra loro

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$ per ogni superficie coassiale

direzione di \vec{B} : // all'asse

verso di \vec{B} : mano dx

modulo di \vec{B} : legge di Ampère



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{r} =$$

$$= B L + 0 + 0 + 0 = \boxed{B L = \mu_0 i n L}$$

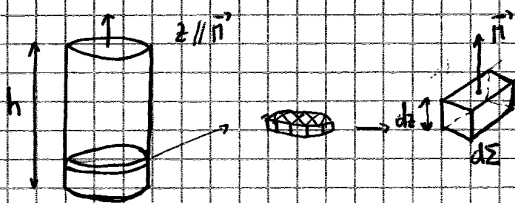
N = numero di spire

$$B L = \mu_0 N i = \mu_0 n L i \Rightarrow \vec{B} \text{ è costante su un s. rettilinea co}$$

$$n = \frac{N}{L}$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 i n \vec{u}_x}$$

magnetizzazione uniforme: \vec{M} cost.



$$d\vec{m} = \vec{M} dVol = \vec{M} dz d\Sigma = M d\Sigma dz \vec{u}_z$$

• sostituisco ~~spina~~ parallelepipedo con spira percorsa da corrente con lo stesso momento magnetico $d\vec{m}$



$$d\vec{m} = d i_m d\Sigma \vec{u}_z$$

$$M d\Sigma dz = d i_m d\Sigma \quad \underline{d i_m = M dz}$$

• All'interfaccia tra i 2

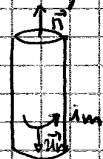
parallelepipedi non c'è corrente

⇒ La corrente si distribuisce solo su sp. esposte

No correnti di magnetizzazione all'interno della sostanza.

$$i_m = \int d i_m = \int M dz = M \int dz = M h$$

- densità di corrente di magnetizzazione per unità di lunghezza.



$$\underline{J_{s,m} = \frac{i_m}{h} = M}$$

Relazione vettoriale: $\underline{\vec{J}_{s,m} = \vec{M} \times \vec{u}_m}$ vale sempre qualunque sia la forma della sostanza

Magnetizzazione non uniforme

Superficie: $\underline{\vec{J}_{s,m} = \vec{M} \times \vec{u}_m}$

Interno: $\underline{\vec{J}_m = \text{rot } \vec{M}}$

LEGGI DI AMPERE (modificate)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{p} = \mu_0 (i + i_m) \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m)$$

i_m : correnti di magnet. \rightarrow equivalente macroscopico di ciò che accade in un materiale magnetizzato

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m) = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \text{rot } \vec{M}$$

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{B} = \vec{J} + \text{rot } \vec{M} \quad \rightarrow \quad \text{rot } \left(\underbrace{\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}_{\vec{H}} \right) = \vec{J}$$

$$\underline{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

campo magnetizzante o intensità di campo magnetico

$$\underline{[\vec{H}] = \frac{A}{m}} \quad \text{• suo rotore dipende solo dalle correnti di conduzione}$$

$$\underline{\text{rot } (\vec{H}) = \vec{J}}$$

• descrive 2° legge di Maxwell sulla magnetostatica all'interno di un materiale

$$\underline{\oint \vec{H} \cdot d\vec{p} = i}$$

$$\underline{\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})} \quad \text{EQ. di STATO dei mezzi MAGNETIZZATI}$$

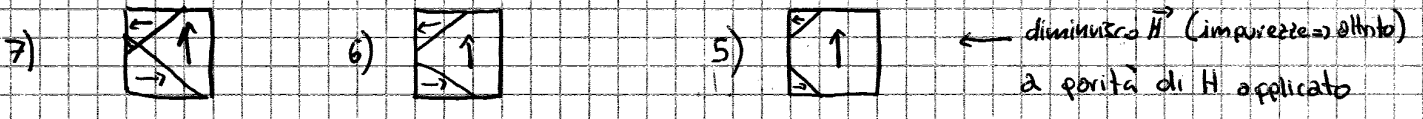
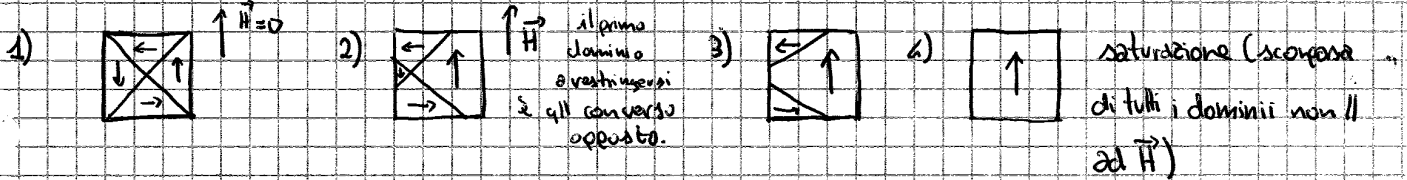
$$\underline{\vec{M} = \chi_m \vec{H}} \quad \rightarrow \quad \vec{M} \parallel \vec{H} \quad \text{solo per alcuni materiali}$$

$$\bullet \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 k_m \vec{H} = \underline{\underline{[\mu H]}} \quad \vec{B} \parallel \vec{H} \parallel \vec{M}$$

$$\bullet \quad \vec{B} = \mu_0 \left(\frac{\vec{H}}{\chi_m} + \vec{H} \right) = \mu_0 \left(\frac{1 + \chi_m}{\chi_m} \right) \vec{H} =$$

$$= \mu_0 \frac{k_m}{k_m - 1} \vec{H}$$

ciclo di isteresi a livello microscopico: → aumento \vec{H}

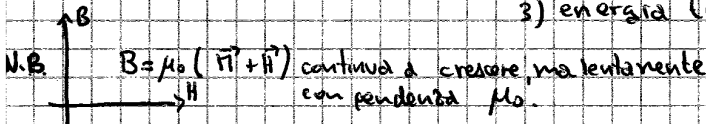


$$\chi_m = \frac{C \rho}{T - T_c}$$

2° Legge di Curie
* il Fe 770°C

- per tornare a pt. di partenza:
- 1) smagnetizzato (cicli sempre + piccoli)
 - 2) urto cinetico
 - 3) energia termica $T > T_{curie}$

↳ χ_m dipende da storia materiale



↳ mat. diventa paramagnetico

FERROMAGNETI:

1) DOLCI (elettromagneti) ciclo di isteresi stretto M_r basso, χ_m cost.

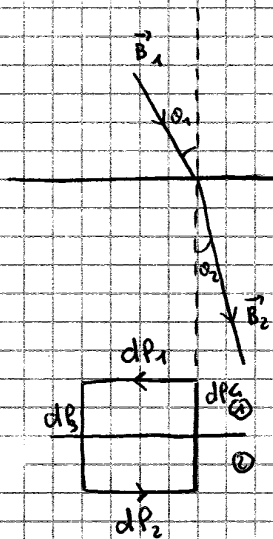
2) DURI (Peghe x magneti permanenti) ciclo ampio M_r elevato

Superconduttori: $\chi_m = -1$ $k_m = 0$



$\mu_0 \vec{H}$ correnti di schermo → superficie ⇒ campo interno = $-\mu_0 \vec{H}$
↳ schermo anche cavità interna

$\vec{B} = 0$ dentro superficie, ma rafforz. all'esterno ⇒ EFFETTO MEISSNER



① $B_{1n} = B_{2n}$ | $B_{1t} - B_{2t} = \mu_0 J_{s,m}$ discontinuità componente tangenziale

② $\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \frac{B_{1t}}{\mu_1 k_{m1}} = \frac{B_{2t}}{\mu_2 k_{m2}}$

$B_1 \cos \theta_1 = B_2 \cos \theta_2$ | $B_1 \sin \theta_1 = \frac{B_2 \sin \theta_2}{k_{m2}}$

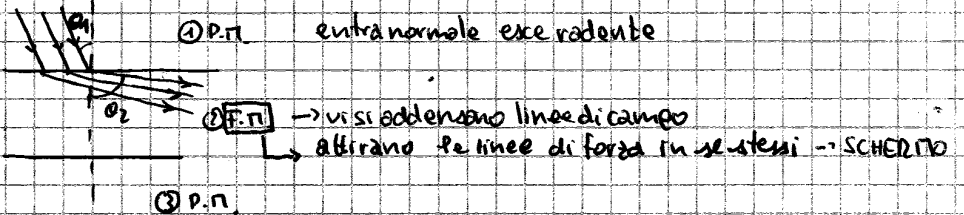
$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{H}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{H}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \vec{H}_3 \cdot d\vec{l}_3 + \vec{H}_4 \cdot d\vec{l}_4 = H_{1t} - H_{2t} = 0$

$H_{1t} = H_{2t}$ componente tangenziale di H si conserva

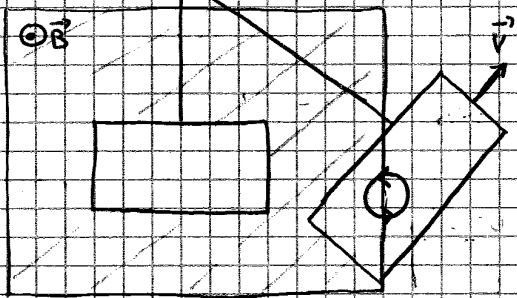
divido $\frac{I_0 \theta_1}{k_{m1}} = \frac{I_0 \theta_2}{k_{m2}} \Rightarrow \frac{\epsilon_2 \theta_1}{I_0 \theta_2} = \frac{k_{m1}}{k_{m2}}$ LEGGE della RIFRAZIONE delle linee di campo di \vec{B}

applicazione:

$k_{m1} \ll k_{m2} \Rightarrow \theta_1 \ll \theta_2$
PARAM. FERROM.



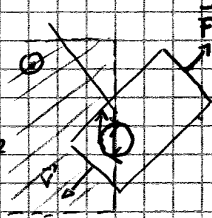
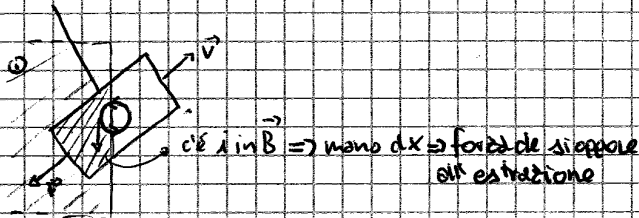
CORRENTI DI FOCAULT / PARASSITE



$\frac{d\phi(B)}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{E}$ indotto \rightarrow linee di forza L a B sulla destra

• approssimo linee di \vec{E} : linee chiuse che concatenano \vec{B}
 \vec{E} accelera cariche \oplus stavano di \vec{E} | i stesso
 \ominus verso opposto | verso di \vec{E}

i create onde grandi \rightarrow effetto Joule \rightarrow forni a induzione



$\vec{E} \frac{d\phi(B)}{dt} > 0$ i verso opposto \rightarrow creare B' entrante

Applicazioni: - bilancia ad induzione

- freni elettromagnetici

smagete sul vapore \rightarrow acciaio in stazione \rightarrow induttore rotoria \rightarrow \vec{F} contraria.

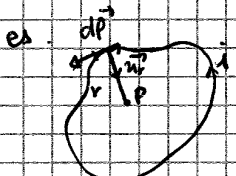
• focalmente controllabili • no attrito relativo

- AUTOINDUZIONE

vara $i \rightarrow$ varia \vec{B} . $\phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{u}_n dS$ **AUTOFLUSSO**

↳ indurre i'

↳ variazione autoflusso \Rightarrow f.e.m. Autoindotta.



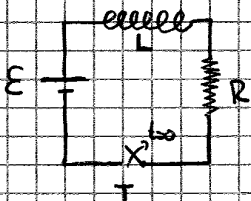
$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \oint \frac{d\vec{p} \times \vec{u}_r}{r^2}$

$\phi(\vec{B}) = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int_S \oint \frac{d\vec{p} \times \vec{u}_r}{r^2} \cdot \vec{u}_n dS = L i$

coeff. di AUTO-INDUZIONE \rightarrow dipende solo da μ_0 (mezzo) e geometrie circuito
 o AUTOINDUTTORIA

$[L] = \frac{[\phi(B)]}{[i]} = \frac{T \cdot m^2}{A} = \frac{Wb}{A} = \frac{V \cdot s}{A} = \Omega \cdot s = [H]$

effetto di autoinduttanza nel circuito: IMPEDISCE brusche variazioni di i nel circuito.



$t < 0 \quad i = 0$

$t = 0$ T chiuso $\rightarrow i \rightarrow \phi(B)$ autoflusso \rightarrow f.e.m. indotta $\rightarrow i$

$\Rightarrow i$ del circuito non passa istantaneamente da 0 a $\frac{E}{R}$

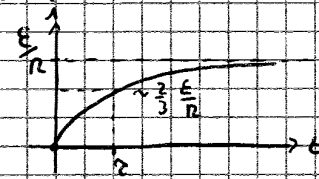
$E + E_i = R \cdot i$ $E_i = E_L = -\frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt}$ $E - L \frac{di}{dt} = R i \Rightarrow \frac{t}{L} = -\frac{1}{R} \ln \left(\frac{E - Ri}{E} \right)$

$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$

autoindotta

$\tau = \frac{L}{R}$

↳ $i_L =$ sovrappone a ciò che lo ha indotto **EXTRA-CORRENTE di chiusura**



no andamento di gradino

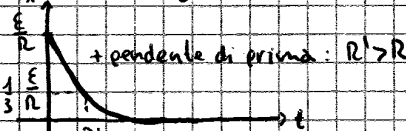
apri Tasto

\rightarrow anche $R \times$ periferico elettrico essendo tasto aperto

$i = \frac{E}{R}$ generatore fuori gioco \rightarrow c'è solo $E_L = R i$ $-L \frac{di}{dt} = R i$

$\int_{i_0}^1 \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$

$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$



EXTRA-CORRENTE di APERTURA

ENERGIA (lo dove viene em che ha generato extracorrente di ap. essendo generatore fuori gioco?)

$E i dt = L \frac{di}{dt} i dt + R i^2 dt$ in chiusura di T

↳ lavoro periferico i da 0 a $i_{00} \rightarrow$ contro f.e.m. autoindotta.

dipende solo da estremi di integrazione $\int_0^1 L i = \frac{1}{2} L i^2$ **ENERGIA INTRINSECA della corrente**
 ↳ immagazzinata nell'induttore

EQ. VI 2 circuiti accoppiati

$$\begin{cases} E_1 + E_{L1} + E_{M1} = R_1 i_1 \\ E_{M2} + E_{L2} = R_2 i_2 \end{cases} \quad E_{M1} = - \frac{d\Phi_1(B_2)}{dt} = - \frac{d(M_{12})}{dt} = - M \frac{di_2}{dt}$$

↑
M non variabile e geometria

$$\begin{cases} E_1 - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = R_1 i_1 \\ -M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} = R_2 i_2 \end{cases} \quad \text{energia nei 2 circuiti:}$$

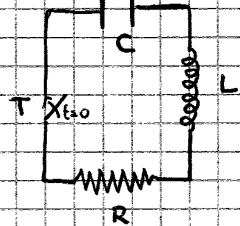
$$E_{ind} = R_1 i_1^2 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 dt + M \frac{di_2}{dt} i_1 dt$$

↑
aumentare corrente i1 in ① di di1
↑
aumentare corrente i2 di di2 in ②

$$U = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \text{ en. immagazzinata.}$$

Applicazioni: - Trasformatore (anima ferromagnetica con struttura laminata per evitare correnti parassite)

RCL IN SERIE



$$i(t=0) = 0 \quad E_L = V_C + V_R \quad -L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C} + R i$$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \quad i = i_0 e^{kt}$$

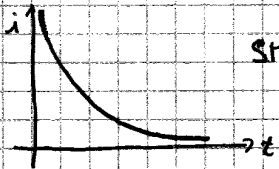
eq. diff. 2° ordine omogenea a coeff. cost.

$$L k^2 + R k + \frac{1}{C} = 0 \quad \text{EQ. CARATTERISTICA}$$

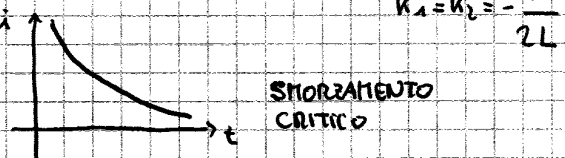
$$k = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4 \frac{L}{C}}}{2L} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

2 sol. entrambi reali
negativi

1) $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$ $i(t) = A e^{k_1 t} + B e^{k_2 t}$



2) $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ $i(t) = A e^{k_1 t} + B t e^{k_2 t}$

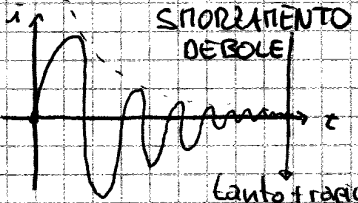


3) 2 soluzioni complesse

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \quad k = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right)}$$

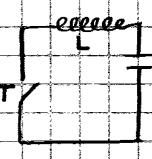
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$i(t) = A e^{-\frac{R}{2L} t} e^{j\omega_0 t} + B e^{-\frac{R}{2L} t} e^{-j\omega_0 t} = A' e^{-\frac{R}{2L} t} \text{sen}(\omega_0 t + \varphi)$$



Lento + rapido
tanto + grande
è la resistenza.

LC in SERIE



$$i(t=0) = 0 \quad V_C(t=0) = V_0 \quad q_0 = V_0 C$$

$$E_L = V_C \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0 \quad \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$$

OSCILLATORE ARMONICO

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{frequenza propria del circuito}$$

1) $i = A \text{sen}(\omega_0 t + \phi')$ $\phi' = 0$

2) $q = \int i dt = -\frac{A}{\omega_0} \text{cos} \omega_0 t$

$t=0 \quad q = q_0 = -\frac{A}{\omega_0} \quad A = -q_0 \omega_0$



1) $i = -q \omega_0 \text{sen} \omega_0 t$
2) $q = q_0 \text{cos} \omega_0 t$
L_0 in quadratura tra loro

Se non siamo nel vuoto? $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho + \rho_p}{\epsilon_0} \rightarrow$ densità di carica di polarizzazione
 $\text{div } \vec{D} = \rho$ \rightarrow vettore induzione dielettrica

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad \text{div } \vec{J} = -\text{div} \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) \Rightarrow \boxed{\text{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) = 0}$$

sempre solenoideale

$$\boxed{\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) + \mu_0 \vec{J}_m} \rightarrow \text{densità di corrente di magnetizzazione.}$$

$$\boxed{\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} \text{ senza } \rho_p \text{ o } \vec{J}_m \Rightarrow \boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i + \frac{\partial \Phi(D)}{\partial t}}$$

EQUAZIONI DI MAXWELL (nel vuoto) \rightarrow spiego tutte le leggi dell'elettromagnetismo

① LEGGE DI GAUSS: relazione \vec{E} - q sorgenti di \vec{E} ② \vec{B} SOLENOIDALE

$$\boxed{\int_{\Sigma_{ch}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{q}{\epsilon_0}} \quad \boxed{\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad \boxed{\int_{\Sigma_{ch}} \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = 0} \quad \boxed{\text{div } \vec{B} = 0}$$

③ LEGGE DI FARADAY

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi(B)}{\partial t}}$$

(flusso di \vec{B} concatenato con linea di circuitazione di \vec{E})
 sorgenti di \vec{E} anche var. temporale di \vec{B}

④ LEGGE DI AMPERE-MAXWELL

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{\partial \Phi(E)}{\partial t} \right)} \quad \boxed{\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)}$$

sorgenti di $\vec{B} \Rightarrow$ - var. temporali di \vec{E}
 - correnti di conduzione

Nella MATERIA:

uso \vec{D} al posto di \vec{E} x evitare q_p

① $\boxed{\int_{\Sigma_{ch}} \vec{D} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = q}$ $\boxed{\text{div } \vec{D} = \rho}$ ② invariata \rightarrow non entrano in gioco q_p o \vec{J}_m

③ rimane = ④ $\boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i + \frac{\partial \Phi(D)}{\partial t}}$ $\boxed{\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$

U.B. \vec{H} e \vec{B} non misurabili direttamente

⑤ ISOTROPO $\boxed{\vec{D} = \epsilon \vec{E}}$ cost. diel. assoluta del mat.

⑥ ISOTROPO e ferromagnetici $\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}}$

\hookrightarrow con attenzione: se μ cost varia con \vec{H}

\Rightarrow EQ. RELATIVISTICAMENTE INVARIANTI

\hookrightarrow forma inalterata da sist. di rif. inerziale all'altro.

\rightarrow usando leggi di trasformazione di Lorentz.

per $\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{D}$ sempre di 1° grado vale sempre principio di sovrapposizione

$\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{F} = q(\vec{V} \times \vec{B})$ \Rightarrow FORZA DI LORENTZ (proiezione + estesa)

$$\boxed{\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})}$$

- anello di congiunzione tra magnetismo e meccanica
 \rightarrow 2° legge di Laplace (circuito soggetto a forza)

$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

$u_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \Rightarrow u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$ densità di energia per unità di volume in presenza di \vec{E} o \vec{B}

SOLUZIONE dell'eq. diff. delle ONDE PIANE (qualsiasi funzione con i seguenti argomenti)

$\sum_1^p (x-vt)$ ONDA PROGRESSIVA (concorde con asse x)

$\rightarrow x-vt$
 $(x-vt)^2$
 $\text{sen}k(x-vt)$
 $e^{K(x-vt)}$

$\sum_2^p (x+vt)$ ONDA NEGRESSIVA

DIR: $\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$ $x-vt = u$ $\frac{\partial u}{\partial x} = 1$ $\frac{\partial u}{\partial t} = -v$

\Rightarrow PR di Sovrapposizione

$C = \sum_1^p (x-vt) + \sum_2^p (x+vt)$ sol. + generale

$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E_z}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \rightarrow \int \partial B_y = \int \frac{\partial E_z}{\partial u} (dt) \rightarrow -\frac{1}{v} B_y = -\frac{1}{v} E_z + \text{cost}$
 $B_y = -\frac{1}{v} E_z + \text{cost}$
 $\text{cost} = 0$ m è sol cercata

$B = \frac{E}{v} \rightarrow \frac{E}{B} = v$ $\vec{E} \times \vec{B} \propto \vec{v}$

all'ing. direzione di propagazione dell'onda

$B_z = \frac{1}{v} E_y$

ONDE ARMONICHE

$C = \sum_0^p \text{sen}[k(x-vt) + \phi]$

Ampiezza

fase

$k =$ NUMERO D'ONDA $[k] = m^{-1}$

$\lambda = \frac{2\pi}{k} \rightarrow$ periodicità spaziale

$T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow$ periodicità temporale

$C = \sum_0^p \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$

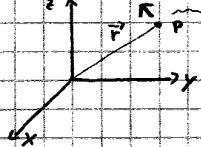
velocità $v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \gamma$

oscillazioni al secondo $\gamma = \frac{1}{T}$ frequenza

$\lambda = \frac{c}{\gamma}$ $\omega = 2\pi\gamma$
 $v = \frac{c}{k}$

ONDE ELETTRICHE in direzione qualsiasi:

(armoniche - piane)



direzione di propagazione

la chiamo \vec{K}

$\vec{K} =$ VETTORE D'ONDA $(K) = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\sum_0^p = \sum_0^p \text{sen}(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t) = \sum_0^p \text{sen}(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)$

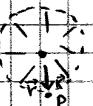
$\rightarrow 0$ se propagazione nel versato ax

FRONTE D'ONDA: Superficie su cui onda e.p. ha FASE costante.

se onda piana \rightarrow piano

RAGGIO LUMINOSO: retta \perp ad un fronte d'onda in un punto. Indica in quel punto la direzione di propagazione dell'onda.

non tutte le onde armoniche sono PIANE: es. sorgente puntiforme: fronti d'onda: superfici sferiche concentriche a sorgente



$\sum_0^p = \sum_0^p \text{sen}(kr - \omega t)$
 \rightarrow sin direzione

$\sum_0^p = \frac{A}{r}$ ampiezza onda decresce con distanza sorgente.

a r molto grande \rightarrow approssimo fronte d'onda con piano ad esso tangente. \rightarrow ONDA PIANA

N.B. ONDA ARMONICA \rightarrow è buona appross. $x \ll \lambda$ \rightarrow Qualunque tipo di onda e.p. è scrivibile come somma

o integrale di onde armoniche **TEOREMA DI FOURIER**

$f(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \text{sen}(m\omega t) + b_m \text{cos}(m\omega t))$

\rightarrow f funzione periodica

$g(t) = \int_0^{\infty} (a(\omega) \text{sen}\omega t + b(\omega) \text{cos}\omega t) d\omega$

\rightarrow g funzione non periodica

$$P = \frac{dW}{dt} = \int_S \vec{u}_n \cdot d\vec{S}$$

$|\vec{S}|$ = modulo di Poynting = potenza trasportata dall'onda h.m. per unità di superficie posta L a direzione di propagazione

$$[S] = \frac{W}{m^2} = \frac{J}{m^2 \cdot s}$$

N.B. P = en. // // x unità di tempo

$$\vec{S} = E \times H = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B}$$

→ qualsiasi tipo di onda, se è armonica: $\vec{S} = E_0 E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{v}$

↳ varia spesso nel tempo ⇒ en. media

$$I = \frac{1}{t} \int_0^t S dt = \frac{1}{t} \int_0^t E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) dt$$

↳ intensità di energia trasportata: valor medio dell'en. trap. da onda h.m. x unità di tempo e sup. posta

$$[I] = \frac{W}{m^2} = \frac{J}{m^2 \cdot s}$$

↳ alla direz. di prop. → analogo def. della potenza

$$\frac{1}{t} \int_0^t E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) dt = \frac{1}{t} E_0^2 \frac{1}{2} \int_0^t (1 + \cos(2(kx - \omega t))) dt = \frac{1}{2} E_0^2 \frac{1}{c}$$

↳ $\frac{1}{\beta}$ = lunghezza di assorbimento (dipende dal mezzo) ↳ legato a $n \Rightarrow \lambda e \gamma$

per altre onde con hyp di prop. lungo x : → $I = I_0 e^{-\beta x}$

- **PRESSIONE DI RADIAZIONE**: onda che urta materiale, non solo cede energia, applica anche una forza

⇒ \vec{F} media applicata da onda h.m. per unità di superficie del materiale urtato.

$$\frac{F_m}{S} = P_{rad}$$

- Σ totalmente assorbente: (onda del vuoto prosegue nel mezzo)

$$P_{rad} = \frac{I}{c}$$

se incidenza normale altrimenti

$$P_{rad} = \frac{I}{c} \cos^2 \theta$$

θ = direz. di prop. e normale a superficie

- Σ totalmente riflettente

$$P_{rad} = \frac{2I}{c}$$

se incidenza normale altrimenti

$$P_{rad} = \frac{2I}{c} \cos^2 \theta$$

$$\frac{I}{c} \cos^2 \theta \leq P_{rad} \leq \frac{2I}{c} \cos^2 \theta$$

perché sup. mai totalmente ass. o rifl.

↳ quantità di moto ceduta dall'onda per unità di tempo e di superficie

SORGENTI e Spettro delle onde h.m.

↳ anche in moto accelerato, per frenamento di particelle cariche → e⁻ accelerati ultraveloci bersaglio (elemento pesante) (dipoli oscillanti) → antenne (es. raggi X) → elettrone cade h.m.

transizioni atomiche

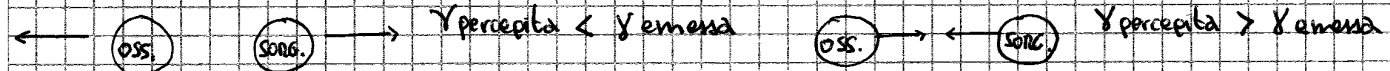
↳ e⁻ eccitato si cede su stato fondamentale

↳ ben definite da n° quantici

$$E = \frac{h\nu}{h} \quad h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

↳ emittati corrispondono a det. elemento.

• effetto Doppler (V tipo di onda)



SPETTRO: diviso in bande (confini non così netti, tranne per il visibile)

ONDERRADIO / METRICA (controlli oscillatori)

MICROONDE disp. elettr. e transizioni fra molecole

VISIBILE

INFRAROCCO → transizioni molecolari/atomiche R_l + esterni e⁻ eccitati x energia termica → onde calde

VISIBILE

ULTRAVIOLETO: frenamento di q, transizioni atomiche h_l intermedi

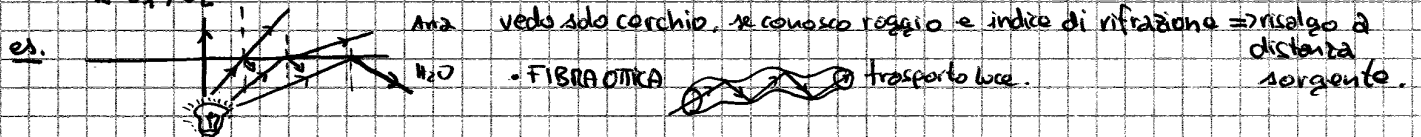
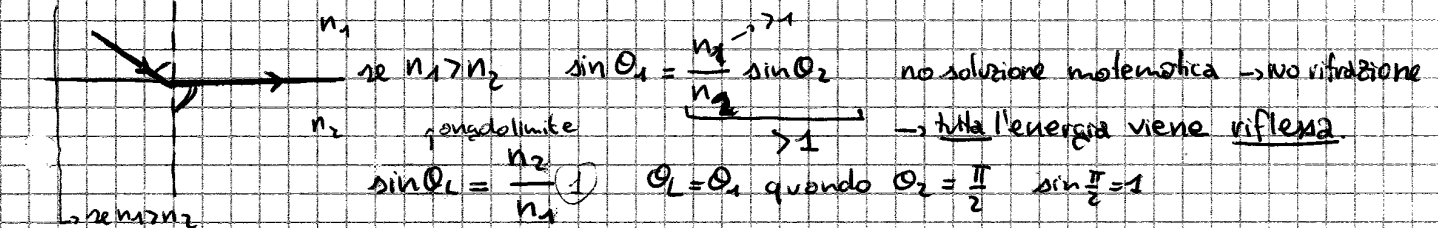
RAGGI X: transizioni R_l + interne

RAGGI gamma: transizioni che interessano il nucleo

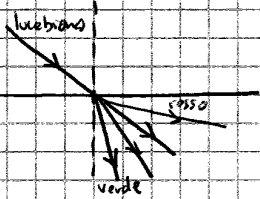
γ rimane = anche in mezzi

↳ varia a seconda del mezzo x ke dipende da v

- **RIFLESSIONE TOTALE** aumentando θ_1 oltre valore raggio rifratto non si forma più.



DISPERSIONE: onda non monocromatica $\neq \lambda \Rightarrow \neq n \Rightarrow \neq$ angoli di rifrazione



INTERFERENZA! quando 2 onde si sovrappongono accade che l'intensità risultante non è uguale alla somma delle singole intensità.

- CONDIZIONI:**
- 1) 2 onde stessa frequenza
 - 2) differenza di fase costante nel tempo.
 - 3) stessa direzione di oscillazione
- } ONDE COERENTI
 } onda SORGENTI COERENTI

n.b. Se tempo di osservazione lungo rispetto a tempo che varia costante diff. di fase \Rightarrow INCOERENTI

$$C_1 = \int_0^L \cos(k_1 r_1 - \omega t + \phi_1) \rightarrow \text{percorso onda prima di interferire}$$

$$C_2 = \int_0^L \cos(k_2 r_2 - \omega t + \phi_2)$$

\rightarrow dipende dal mezzo

$$k_1 r_1 + \phi_1 = -d_1 \quad \text{FASE dell'ONDA}$$

$$k_2 r_2 + \phi_2 = -d_2$$

$$\lambda = \frac{v}{\gamma} \quad \lambda_0 = \frac{c}{\gamma}$$

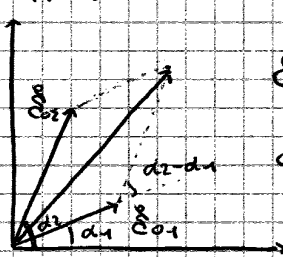
$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad k = k_0 n$$

$$C_1 = \int_0^L \cos(\omega t + d_1)$$

$$C_2 = \int_0^L \cos(\omega t + d_2)$$

parallelogramma rimane costante nel tempo $\times k_0$ fase cost.

sovrappongo usando FASORI o METODO dei VETTORI ROTANTI



$$C_{CON}^2 = C_1^2 + C_2^2 - 2 C_1 C_2 \cos(\pi - (d_2 - d_1))$$

CARATTER \rightarrow proporzionale a intensità onda risultante (Poynting)
 \downarrow diff. di fase

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$$

termine interferenziale

se diff. di fase non cost. \Rightarrow osservo periodo esteso \rightarrow medio δ nel tempo

$$\cos \delta = 0 \quad I = I_1 + I_2 \quad \delta = 2m\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \rightarrow \text{interferenza costruttiva} \rightarrow \text{se } I_1 = I_2 \quad I = 4I_1$$

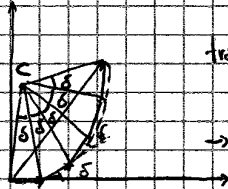
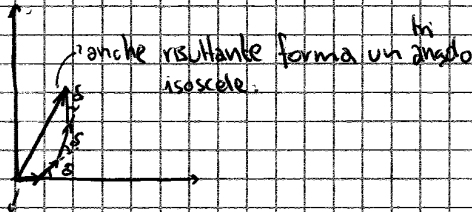
$$\delta = (2m' + 1)\pi \quad m' = 0, \pm 1, \pm 2 \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \rightarrow \text{interferenza distruttiva}$$

se $I_1 = I_2 \quad I = 0$

- interferenza onde luminose: difficile da studiare

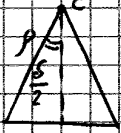
$\Delta t = 10^{-15}$ s (non riesco ad apprezzare che magari c'è stato un periodo di diff. di fase cost. per 10^8 s prendo un'onda e cerco di suddividerla)

- sorgenti coerenti e sinerne, due onde di intensità



modulo ampiezza 1° onda = ampiezza 0° = $\frac{1}{N}$ fase di S

n° triangoli



$$C_{01} = 2p \sin \frac{\delta}{2}$$

ampiezza singola onda

$$C_{OR} = 2p \sin N \frac{\delta}{2}$$

$$\frac{C_{OR}}{C_{01}} = \frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

$$C_{OR}^2 = C_{01}^2 \left(\frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2$$

→ intensità della risultante

$$I = I_1 \left(\frac{\sin N \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = I_1 \left(\frac{\sin N \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}}{\sin \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$

δ = sfasamento tra 2 onde l.m. adiacenti

$$\delta = k d \sin \theta$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$I = I_1 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi N d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)} \right)^2$$

↳ ≠ somma I di coerenza ⇒ figura di interferenza: max & min

MAX:

quando si annulla denominatore → $\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = m \pi$

$$\sin \theta = \frac{m \lambda}{d}$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin Nx}{\sin x} = N$$

de l'Hôpital

$$I_{max} = I_1 N^2 \rightarrow n^{\circ} \text{ sorgenti}$$

MIN:

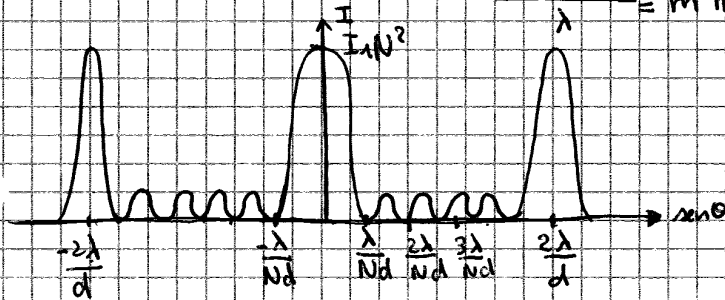
quando si annulla numeratore:

$$\frac{\pi N d \sin \theta}{\lambda} = m' \pi$$

$$\sin \theta = \frac{m' \lambda}{N d}$$

$m' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm(N-1)$
 ~~$\pm N, \pm(N+1)$~~

escluso 0 e $\pm N$ xk si annulla anche il Den. ⇒ MAX



→ essendo I sempre positiva ci sono altri max tra i min

$$\text{max: } L: \frac{\pi N d \sin \theta}{\lambda} = (2m'+1) \frac{\pi}{2}$$

$N-1$ min $N-2$ max 2°

ampiezza angolare di un max principale: (distanza tra 2 min adiacenti)

$$\Delta \sin \theta = \frac{2\lambda}{N d}$$

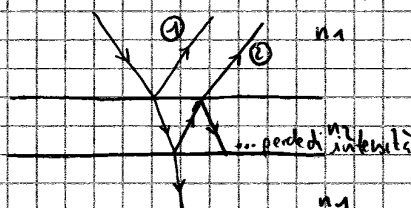
al crescere di N → picchi elevati e stretti e minime max 2° → non visibili

$$\sin \theta = \frac{(2m'+1) \lambda}{2dN}$$

$m' = 0, 1, 2, \dots, (N-2), (N-1)$
 altri cose x irregolari

interferenza da lamina sottile: (ing. involtra)

- bolle sapone, olio



$$I \sim \frac{I_1}{N^2} \rightarrow I_{max \text{ secondari}} \ll I_{max \text{ principali}}$$

se N grande → non si vedono

⊙ e ⊙ coerenti poiché originale da unica onda

↳ solo coerenza ≠ → ecco che c'è interferenza.

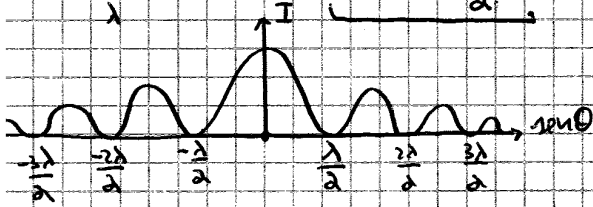
$$I = I_{max} \left(\frac{a - \frac{2\pi \Delta y \sin \theta}{\lambda}}{\frac{N 2\pi \Delta y \sin \theta}{\lambda}} \right)^2 = I_{max} \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2 \rightarrow \text{ridistribuzione spaziale dell'energia}$$

se $\pi a \sin \theta = 0$ $I = I_{max}$ perché $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ **MAX CENTRALE**

minimi: $N=0$

→ zeri di diffrazione

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = m\pi \quad \sin \theta = \frac{m\lambda}{a} \quad m = \text{tutti tranne } 0 \rightarrow \text{ricordo del coso del max centrale.}$$



essendo $I > 0$ tra i minimi \Rightarrow altri max \rightarrow posizioni per cui si massimizza l'argomento del seno del numeratore

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = (2m'+1) \frac{\pi}{2}$$

+ cresce $|m'|$ + valore del max decresce

50% dell'intensità dell'onda è concentrata nel max centrale.

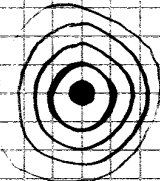
$$\sin \theta = (2m'+1) \frac{\lambda}{2a} \quad m' = \dots, -3, -2, -1, 2, 3, \dots$$

larghezza max centrale: (doppio rispetto ad altri)

$$\Delta \sin \theta = \frac{2\lambda}{a}$$

→ varia con λ e $\lambda \ll a$ max centrale molto stretto
 max \gg non visibili \Rightarrow diff. non osservabile.
 se $\lambda > a$ $\sin \theta > 1$?

N.B. Se fenditura circolare

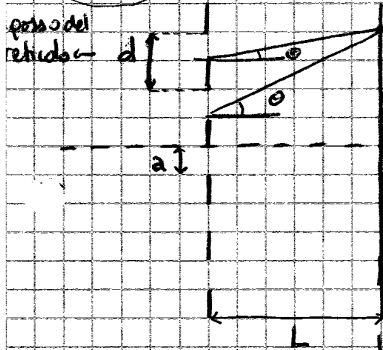


se non monocromatica \rightarrow max centrale non dipende da $\lambda \Rightarrow$ varia larghezza \rightarrow si sfocano tutti (min e max)

INTERFERENZA + DIFFRAZIONE = RETICOLO DI DIFFRAZIONE \rightarrow sistema con più fenditure.

$Nd \ll L$

es. vetro con incisioni
 L opcole \rightarrow a.k.a. trasparente non possono



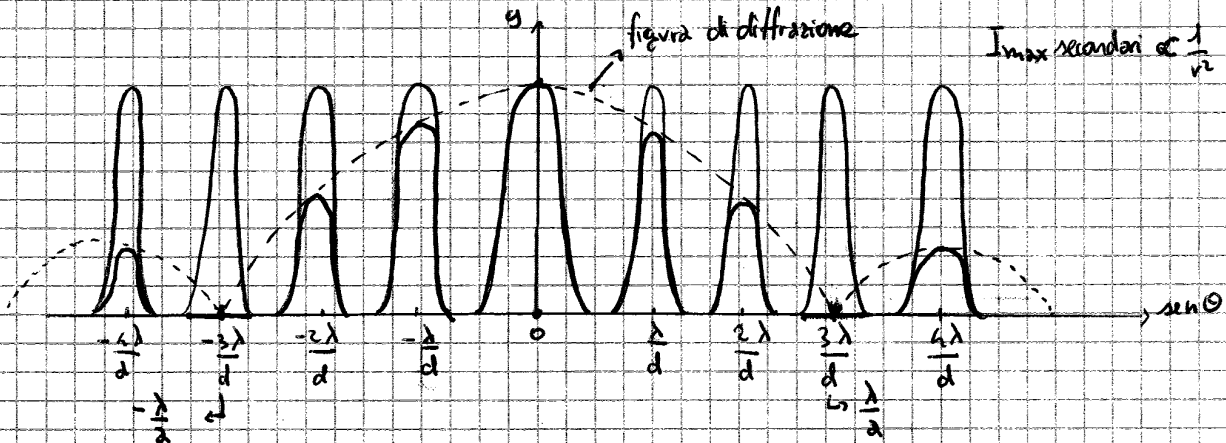
$$I = I_1 \left(\frac{\sin \left(\frac{N d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)} \right)^2$$

è l'intensità di ogni fenditura è modulata dalla diffrazione

$$I_1 = I_{max} \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$

$$I = N^2 I_0$$

$$I = I_{max} \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2 \left(\frac{\sin \left(\frac{N d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)} \right)^2 f(\theta)$$



I_{max} secondari $\propto \frac{1}{\sqrt{N}} \Rightarrow$ trascurabili

Andamento di B e di Π in funzione della distanza dell'asse del cavo (r)

② e ④ studio funzione f ?

③ $a < r < b$ $B = \frac{\mu_1 i}{2\pi r} \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$ $\frac{dB}{dr} = \frac{\mu_1 i}{2\pi} \left[-\frac{r^2 - a^2}{r^2(b^2 - a^2)} + \frac{2r}{r(b^2 - a^2)} \right] = \frac{\mu_1 i}{2\pi} \left[\frac{r^2 + a^2}{r^2(b^2 - a^2)} \right]$

→ NON SI ANNULLA MAI (no max, ne minimi)

$\frac{d^2B}{dr^2} = \frac{\mu_1 i}{2\pi} \left[-\frac{2a^2}{r^3(b^2 - a^2)} \right] = -\frac{\mu_1 i}{\pi} \frac{a^2}{r^3(b^2 - a^2)} < 0$ concavità verso il basso.

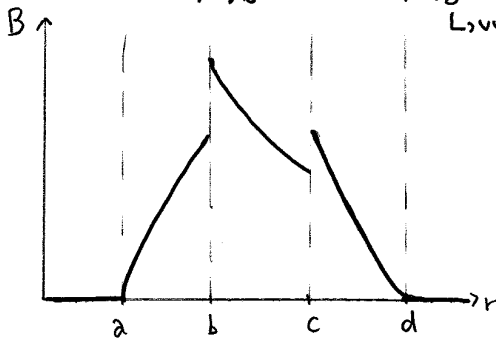
$\frac{\mu_1 i}{2\pi} \frac{r^2}{r^2(b^2 - a^2)} + \frac{\mu_1 i}{2\pi} \frac{a^2}{r^2(b^2 - a^2)}$

④ $c < r < d$ $B = \frac{\mu_2 i}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - c^2}{d^2 - c^2} \right)$ $\frac{dB}{dr} = \frac{\mu_2 i}{2\pi} \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{r^2 - c^2}{r^2(d^2 - c^2)} - \frac{2r}{r(d^2 - c^2)} \right] =$
 $= \frac{\mu_2 i}{2\pi} \left[\frac{-d^2 + c^2 + r^2 - c^2 - 2r^2}{r^2(d^2 - c^2)} \right] = \frac{\mu_2 i}{2\pi} \left[-\frac{r^2 + d^2}{r^2(d^2 - c^2)} \right]$

NON SI ANNULLA MAI (No max no min)

$\frac{d^2B}{dr^2} = \frac{\mu_2 i}{2\pi} \left[\frac{2d^2}{r^3(d^2 - c^2)} \right] > 0$ concavità verso l'alto

2-3 $\chi_{m1} < 1$ $\lim_{r \rightarrow b^-} B(r) < \lim_{r \rightarrow b^+} B(r)$ $3-4$ $\chi_{m2} > 1$ $\lim_{r \rightarrow c^-} B(r) < \lim_{r \rightarrow c^+} B(r)$
 L'VUOTO \downarrow VUOTO



② $a < r < b$ $\Pi = \frac{\chi_{m1} i}{2\pi r} \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$

$\frac{d\Pi}{dr} = \frac{\chi_{m1} i}{2\pi} \left[-\frac{r^2 - a^2}{r^2(b^2 - a^2)} + \frac{2r}{r(b^2 - a^2)} \right] = \frac{\chi_{m1} i}{2\pi} \left[\frac{r^2 + a^2}{r^2(b^2 - a^2)} \right]$

NON SI ANNULLA MAI (né max ne minimi)

$\frac{d^2\Pi}{dr^2} = \frac{\chi_{m1} i}{2\pi} \left[-\frac{2a^2}{r^3(b^2 - a^2)} \right] > 0$ N.B. $\chi_{m1} < 0$ concavità verso l'alto

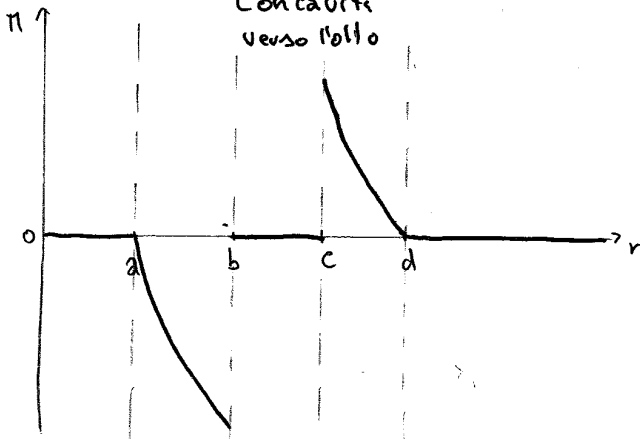
④ $c < r < d$ $\Pi = \frac{\chi_{m2} i}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - c^2}{d^2 - c^2} \right)$ $\frac{d\Pi}{dr} = \frac{\chi_{m2} i}{2\pi} \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{r^2 - c^2}{r^2(d^2 - c^2)} - \frac{2r}{r(d^2 - c^2)} \right] =$

$= \frac{\chi_{m2} i}{2\pi} \left[\frac{-d^2 + c^2 + r^2 - c^2 - 2r^2}{r^2(d^2 - c^2)} \right] = \frac{\chi_{m2} i}{2\pi} \left[-\frac{r^2 + d^2}{r^2(d^2 - c^2)} \right]$

NON SI ANNULLA MAI (No max, Ne minimi)

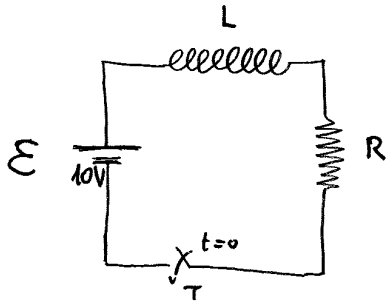
$\frac{d^2\Pi}{dr^2} = \frac{\chi_{m2} i}{2\pi} \left[\frac{2d^2}{r^3(d^2 - c^2)} \right] > 0$ $\chi_{m2} > 0$

concavità verso l'alto



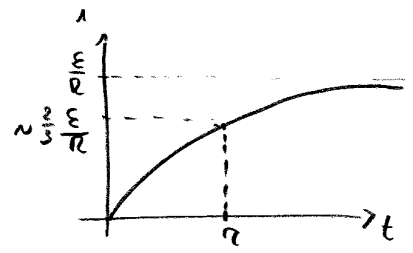
induttanza = $6 \cdot 10^{-6} \text{ H} = L = \frac{\Phi(B)}{i}$ $R = 1 \cdot 10^{-3} \Omega$ $\Delta V = 10 \text{ V}$ $t = ?$ i (10% valore finale) = ?

$i_R(t = \tau) = ?$



$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

↳ *esponente di chiusura*



$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = Ri \quad \mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = Ri \quad L \frac{di}{dt} = \mathcal{E} - Ri \quad \int \frac{di}{\mathcal{E} - Ri} = \int \frac{dt}{L} \quad -\frac{1}{R} \ln(\mathcal{E} - Ri) = \frac{t}{L} + \text{const}$$

$$\ln(\mathcal{E} - Ri) = -\frac{R}{L}t + \text{const} \quad \mathcal{E} - Ri = A e^{-\frac{R}{L}t} \quad \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{\mathcal{E} - A e^{-\frac{R}{L}t}}{R} \quad \text{a } t=0 \quad i=0 \Rightarrow A = \mathcal{E} \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

$$i = 0,80 \frac{\mathcal{E}}{R} \quad i = \frac{\Delta V}{R} \quad i(\infty) = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad \tau = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ H}}{1 \cdot 10^{-3} \Omega} = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{H}}{\Omega}$$

$$0,80 \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,80 \quad e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - 0,80 = 0,20 \quad \frac{\text{H}}{\Omega} = \frac{\Omega \cdot \text{s}}{\Omega} = \text{s}$$

$$\ln e^{-t/\tau} = \ln(0,20) \quad -\frac{t}{\tau} = \ln(0,20)$$

$$t = -\tau \ln(0,20)$$

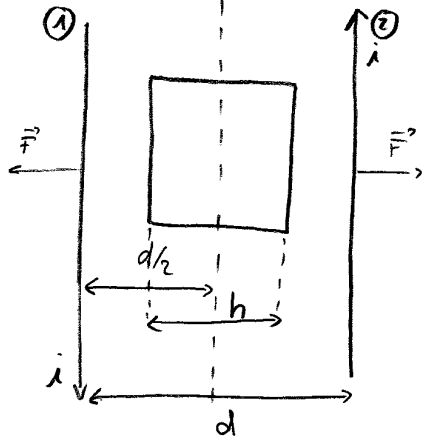
$$t = -6 \cdot 10^{-3} \ln(0,20) =$$

$$= 9,65 \cdot 10^{-3} \text{ s} \approx \underline{\underline{9,66 \text{ ms}}}$$

$$i_R(t=0) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-1}) = \frac{10 \text{ V}}{1 \cdot 10^{-3} \Omega} (1 - \frac{1}{e}) = 10^4 - \frac{10^4}{e} =$$

$$= \underline{\underline{9,6321 \text{ A}}} = \frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\text{V}}{\frac{\text{V}}{\text{A}}} = \text{A}$$

L'NO Mutua induttanza tra fili e spira = ?



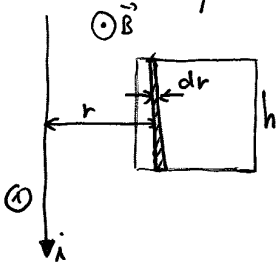
$$\phi_2(\vec{B}_2) = M_{1,2} \cdot i_1$$

M = rapporto tra $\phi(\vec{B})$ concatenato con uno dei 2 circuiti fatto la corrente che passa nell'altro circuito.

$$M_{\text{spira-filo}} = \frac{\phi(\vec{B})_{\text{spira}}}{i_{\text{filo}}}$$

$$\frac{d+h}{2}$$

$$\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo1}}) = \int \vec{B}_{\text{filo1}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma \quad B_{\text{filo1}} = \frac{\mu_0 i_{\text{filo1}}}{2\pi r}$$



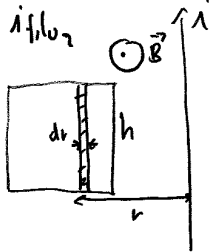
$$d\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo1}}) = \vec{B}_{\text{filo1}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma = B_{\text{filo1}} \cdot h dr \quad \frac{d+h}{2}$$

$$\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo1}}) = \int \vec{B}_{\text{filo1}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma = \int B_{\text{filo1}} h dr = \frac{\mu_0 i_{\text{filo1}} h}{2\pi} \int \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i_{\text{filo1}} h}{2\pi} \ln \frac{d+h}{d-h}$$

$$M_{sf1} = \frac{\phi_{\text{spira}}(\vec{B})}{i_{\text{filo1}}} = \frac{\mu_0 i_{\text{filo1}} h}{2\pi} \ln \left(\frac{d+h}{d-h} \right) = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \left(\frac{d+h}{d-h} \right)$$

$$M_{sf2} = \frac{\phi_{\text{spira}}(\vec{B})}{i_{\text{filo2}}}$$

$$\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo2}}) = \int \vec{B}_{\text{filo2}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma \quad B_{\text{filo2}} = \frac{\mu_0 i_{\text{filo2}}}{2\pi r}$$



$$d\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo2}}) = \vec{B}_{\text{filo2}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma = B_{\text{filo2}} h dr$$

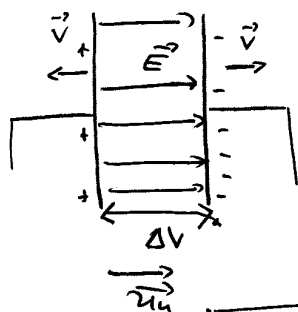
$$\phi_{\text{spira}}(\vec{B}_{\text{filo2}}) = \int \vec{B}_{\text{filo2}} \cdot \vec{u}_{\text{spira}} d\Sigma = \int B_{\text{filo2}} h dr = \frac{h \mu_0 i_{\text{filo2}}}{2\pi} \int \frac{dr}{r} = \frac{h \mu_0 i_{\text{filo2}}}{2\pi} \ln \frac{d+h}{d-h}$$

$$= \frac{\mu_0 i_{\text{filo2}} h}{2\pi} \ln \frac{d+h}{d-h}$$

$$M_{sf2} = \frac{\phi_{\text{spira}}(\vec{B})}{i_{\text{filo2}}} = \frac{h \mu_0 i_{\text{filo2}}}{2\pi} \ln \frac{d+h}{d-h} = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \left(\frac{d+h}{d-h} \right)$$

$$M = M_{sf1} + M_{sf2} = \frac{\mu_0 h}{\pi} \ln \left(\frac{d+h}{d-h} \right)$$

$\vec{V} = 1 \text{ mm/s}$
 $V = 60 \text{ V}$



$\vec{V} = 1 \text{ mm/s} = 0,001 \text{ m/s}$

$d = \vec{V} \cdot t$

$\vec{J}_s = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$

$E = \frac{V}{d} = \frac{V}{vt}$

$\vec{E} = \frac{V}{vt} \vec{u}_n$

$\vec{J}_s = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} = -\epsilon_0 \frac{V}{vt^2} \vec{u}_n$

↳ fluisce in verso opposto

dopo $t = 1 \text{ s}$

$|J_s| = \epsilon_0 \frac{V}{vt^2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 60 \text{ V}}{0,001 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s}^2} = \frac{5,31 \cdot 10^{-7} \frac{\text{F} \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}{\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}} = \frac{\text{C}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

$R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$

andamento di

a) B indotto durante la carica per $r < R$ e $r > R$

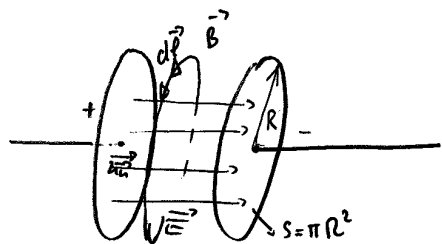
E aumenta di $10^{12} \text{ V/(m} \cdot \text{s)}$

b) $|B| = ?$ per $r = 0,05 \text{ m}$

$E = 10^{12} t$

c) $I_s = ?$

↳ legge di Maxwell (unica i tra armature è spostamento)



$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_s = \mu_0 \int_S \vec{J}_s \cdot \vec{u}_n dS = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n dS$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \Phi(E)}{\partial t}$

$r < R \quad 2\pi r B = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$

$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt}$

$r > R \quad 2\pi r B = \mu_0 \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt}$

$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}$

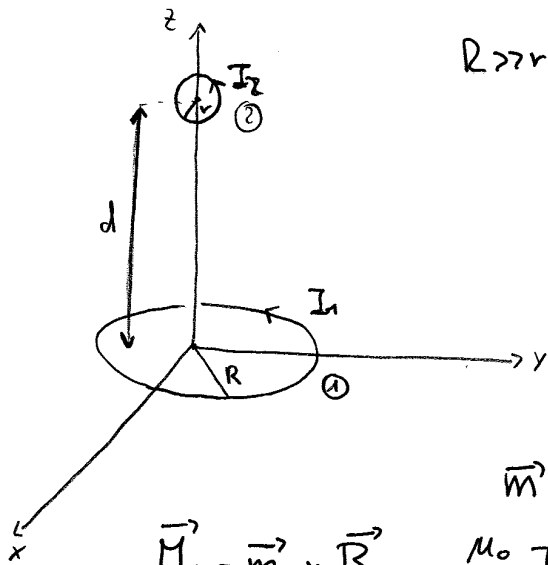
b) $|B|_{r=0,05 \text{ m}} = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} = \frac{2\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 0,05 \text{ m}}{2} \cdot 10^{12} \frac{\text{V}}{\text{m} \cdot \text{s}}$

$= \frac{2,78 \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{F} \cdot \text{m} \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{H} \cdot \text{F} \cdot \text{V}}{\text{m}^2} = \frac{\text{V} \cdot \text{C}}{\text{A} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}} =$

$\frac{\text{H} \cdot \text{F} \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{C}}{\text{A} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{C}}{\text{A} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \text{T}$

$I_s = \int \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{u}_n d\vec{\Sigma} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n dS =$

$= \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} = 8,85 \cdot 10^{-12} \pi (0,2)^2 \cdot 10^{12} = \frac{1,11 \text{ F} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{V}}{\text{m} \cdot \text{s}} = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A}$



$R \gg r$

$\vec{M}_{12} = ?$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1 R^2}{2 (R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{k}$$

$r < R \Rightarrow$ cost. su tutta la zona occupata da spirale 2.

$$\vec{M} = I_2 \int d\vec{s} \times \vec{r} = I_2 \pi r^2 \vec{i}$$

$$\vec{M}_{12} = \vec{M} \times \vec{B} = - \frac{\mu_0 I_1 I_2 \pi r^2 R^2}{2 (R^2 + d^2)^{3/2}} \vec{j}$$

$|\vec{M}| = |\vec{m} \times \vec{B}| = |\vec{m} B \sin \theta| \rightarrow$ eq. quando \vec{m} e \vec{B} hanno la stessa direzione
 \Rightarrow 2 spire su piani //

$\theta = 0$ EQ. ST.

$\theta = \pi$ EQ. INST.

$\gamma = 30 \text{ Hz}$ polarizzata linearmente lungo y, si muove lungo x $t=0$ $(0,0,0) \vec{E}_{max} = E_0 = 1 \text{ V/m}$

1) $\vec{E}(x, t, y, E_0) = ?$

2) $\vec{B}(x, t, y, E_0) = ?$

$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi \gamma t + \phi\right)$$

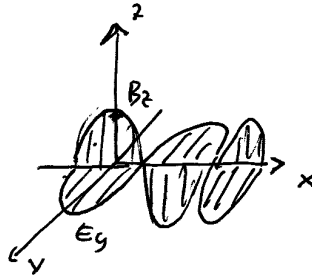
$t=0 (x, y, z) = (0, 0, 0) \Rightarrow \phi = 0 \quad \lambda = \frac{c}{\gamma}$

$E_y = E_0 \cos 2\pi \left(\frac{\gamma}{c} x - \gamma t\right)$ \rightarrow l'onda si muove

$B = \frac{E}{c} \Rightarrow \underline{B_z = \frac{E_0}{c} \cos 2\pi \left(\frac{\gamma}{c} x - \gamma t\right)}$

derivando E_y

e in kgv $B_z = \frac{1}{c} E_0 \cos\left(\frac{2\pi \gamma}{c} x - 2\pi \gamma t\right)$



i j k
x y z
E B_z B_y

$$\text{rot } \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{E} = (0, E_y, 0)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$\leftarrow \begin{matrix} \text{rot } \vec{B} \\ \text{rot } \vec{E} \end{matrix} \rightarrow$

$\gamma = 180 \text{ MHz}$ $E_0 = 2 \text{ mV/m}$ $\lambda = ?$ $k = ?$ $\omega = ?$ $\vec{E} = ?$ $\vec{B} = ?$ $u = \epsilon E^2 = \frac{\rho^2}{\mu} = ?$

vuol dire

$E_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$

~~$\lambda = ?$~~ ~~$k = ?$~~ ~~$\omega = ?$~~

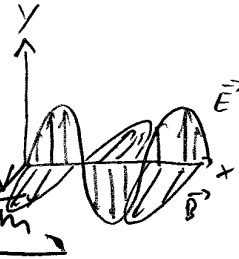
$I = ?$

$\lambda = \frac{c}{\gamma} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{180 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 1,66 \text{ m}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3,78 \text{ m}^{-1}$

$\omega = c \cdot k = 3 \cdot 10^8 \cdot 3,78 = 1,134 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$

~~$E = E_0 \sin(3,78x)$~~



$E = E_0 \sin(kx - \omega t) \vec{y}$

$\vec{E} = (2 \cdot 10^{-3}) \sin[3,78x - 1,134 \cdot 10^9 t] \vec{y}$

$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 6,66 \cdot 10^{-12} \text{ T}$

$\vec{B} = 6,66 \cdot 10^{-12} \sin[3,78x - 1,134 \cdot 10^9 t] \vec{z}$

$u = \epsilon_0 E^2 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ V/m})^2 = 7,08 \cdot 10^{-17} \text{ J/m}^3$

$= E_0^2 = 8,85 \cdot 10^{-12} (2 \cdot 10^{-3})^2 \sin^2[3,78x - 1,134 \cdot 10^9 t]$

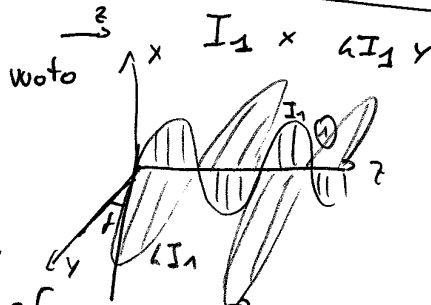
$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2}$

$= 5,31 \cdot 10^{-9} \frac{\text{F} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^2}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{c \cdot \text{V}^2}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{c \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$

$= \frac{A \cdot \text{V}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{W}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{W}{\text{m}^2}$

sovrapposizione 2 onde piane $\rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega$ $\phi = 0$

$\vec{E} = E_{01} \cos(kz - \omega t) \vec{i} + E_{02} \cos(kz - \omega t) \vec{j}$



$I_1 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{01}^2 c$ $I_2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{02}^2 c$

$E_{01} = \sqrt{\frac{2 I_1}{\epsilon_0 c}}$

$E_{02} = \sqrt{\frac{2 I_2}{\epsilon_0 c}} = 2 E_{01}$

$\Rightarrow \vec{E} = E_{01} \cos(kz - \omega t) \vec{i} + 2 E_{01} \cos(kz - \omega t) \vec{j}$

$\alpha =$ angolo direzione oscill. conasse x

$\alpha = \arctg \frac{E_{02}}{E_{01}} = 2 \arctg 2 = 63,4^\circ$

$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2} = \sqrt{E_{01}^2 + 4 E_{01}^2} = \sqrt{5} E_{01}$

$I_0 = I_1 + I_2 = I_1 + 4 I_1 = 5 I_1$

$= E_{01} \cos(kz - \omega t) (\vec{i}^2 + \vec{j}^2)$

onda risultante piana, monocromatica, polarizzata

ONDA non monocromatica → (spettro visibile) vuoto

$\theta_i = 30^\circ$

$n_v(\lambda) = \left(A + \frac{B}{\lambda^2} \right)$

$A = 1.505$

$B = 4.185 \text{ nm}^2 = 4.185 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$

$\Delta\theta_r = ? = (\theta_r(\lambda_r = 700 \text{ nm}) -$

$\lambda_r = 700 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$\lambda_v = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

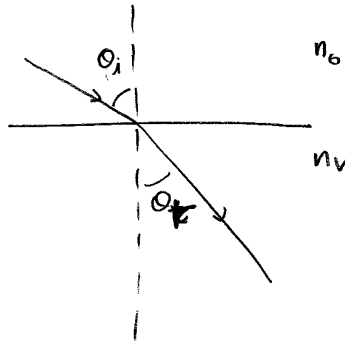
$\theta_r(\lambda_r = 500 \text{ nm}))$

$n_v(\lambda_r) = \left(1.505 + \frac{4.185 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2}{700^2 \text{ nm}^2} \right) =$

$= 1.513$

$n_v(\lambda_v) = \left(1.505 + \frac{4.185 \text{ nm}^2}{(500)^2 \text{ nm}^2} \right) =$

$= 1.521$



rosso

$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_v(\lambda_r)}{n_0}$

$\sin \theta_r = \frac{\sin \theta_i}{n_v(\lambda_r)} = \frac{1}{2(1.513)} = \frac{1}{3.026} = 0.330$

Verde

$\theta_r(\lambda_r) = \arcsin 0.330 = 19.26^\circ$

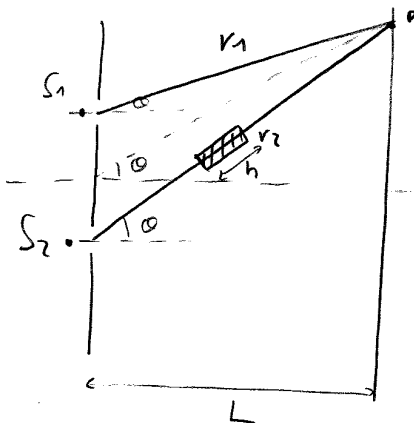
$\sin \theta_r(\lambda_v) = \frac{1}{2(1.521)} = 0.328$

$\theta_r(\lambda_v) = \arcsin(0.328) = 19.16^\circ$

$\Delta\theta_r = (19.26^\circ - 19.16^\circ) \approx 0.12^\circ$

$n = 2 \text{ cm}$ $n_a = 1.000276$ $\lambda_0 = 5890 \text{ \AA}$

max



$n_g > n_a$

10 frange $n_g = ?$

in max dist. → diff. di cammino ottici = $m \lambda_0$

$n_a(r_2 - r_1) = m \lambda_0$

$n_a(r_2 - h) + n_g h - n_a r_1 = (m + 1) \lambda_0$

\Downarrow $n_a r_2 - n_a r_1 = m \lambda_0$

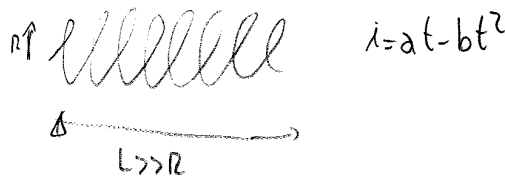
$n_a r_2 - n_a h + n_g h - n_a r_1 = m \lambda_0 + 10 \lambda_0$

$= \text{max } n_a h - n_g h = 10 \lambda_0$

$n_g = \frac{n_a h - 10 \lambda_0}{h} = n_a - \frac{10 \lambda_0}{h}$

$= 1.000276 - \frac{10 \cdot 5.89 \cdot 10^{-7}}{7 \cdot 10^{-2}} =$

$= 1.000571$



1) Δ
2)

$r = \frac{dq}{dr} = \frac{Q}{4\pi r^2}$
 $E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

$\vec{p} = q \cdot \vec{a}$
 $\vec{p} =$

$i = \int \Sigma$ $R = \frac{\rho}{\Sigma}$ $P_v = \rho \int \Sigma^2$
 $P = i^2 R = \int \Sigma^2 \epsilon \rho \cdot \frac{\rho}{\Sigma}$

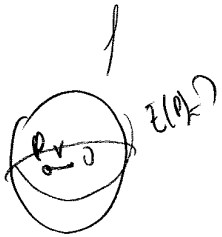
$\vec{P} = \int \Sigma^2 \rho$

$P_v = -n |e| \vec{E} \cdot \vec{v} d = \rho \int \Sigma^2$

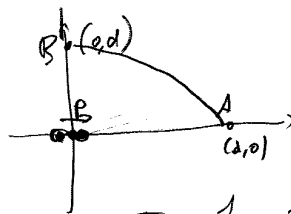
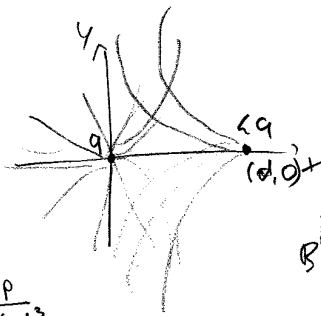
$E = \rho \int \Sigma = \rho \cdot n \cdot q \cdot v d$

$E = 10^{-5} \cdot 10^{28} \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$
 $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $E = 1.6 \cdot 10^{-26} \cdot 10^{28}$
 $= 1.6 \cdot 10^2$

$K \propto R$



$P = \epsilon_0 (A, h - 1) 7$



$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 d^3} 2\rho$
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{24\pi \epsilon_0 d^3} 2\rho d = \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{d^3} dr$

$-\frac{\rho}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{r^2} \right]_0^{\frac{\pi}{2} d} = -\frac{1}{2} r^{-2} \quad (10^{-7})^2$

$-\frac{\rho}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{16 d^2} = -\frac{4\rho}{\pi^3 \epsilon_0 d^2}$

$V_i = \rho E_i = \frac{2\rho}{4\pi \epsilon_0 d}$
 $V_f = -\rho E_f = \frac{\rho}{4\pi}$
 $W = V_i - V_f = 2\rho E$
 $2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}$

$\vec{E} = -\nabla V$

$V = -\int E$

$V = \frac{1}{2} a x^2 + \frac{1}{2} b y^2$

$\frac{dq}{dv} = \rho$

$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$

$4\pi \epsilon_0 E = -\int \frac{dq}{dv} \frac{dv}{r^2}$

$4\pi \epsilon_0 (-ka - by) = Q$

$-4\pi \epsilon_0 b = \frac{Q}{V}$