



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1772A -

ANNO: 2015

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Baiocco Fabio

MATERIA: Elementi di fisica nucleare - prof. Lavagno

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

# FISICA NUCLEARE

1)

↓  
metodo sperimentale: (induttivo-deduttivo)

MODELLO FISICO: ① descrivere con precisione una grande classe di osservazioni  
② fare predizioni su risultati di future osservazioni

TEORIA FISICA:  
- previsioni  
- approssimazioni

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \text{ fino a fine 1900' } \Rightarrow \text{OTTIMISMO}$$

• radiazione di corpo nero  
• effetto Compton  
• effetto foto-elettrico

Non spiegati dalla fisica classica

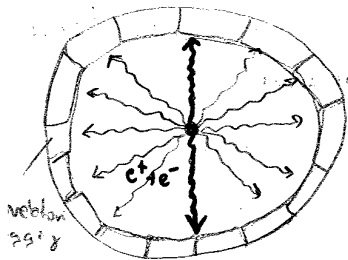
**PET**: positron emission tomography (decadimenti  $\beta^+$ )  $\beta^+ \rightarrow e^+$

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$$

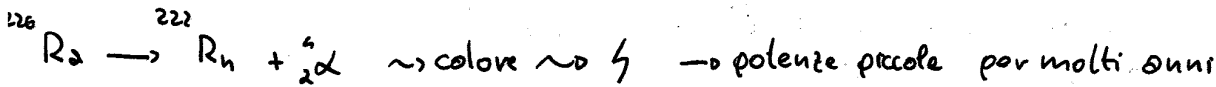
$m \neq 0$     ?     $m = 0$

$c = \lambda \nu$  velocità propagazione onda  $\gamma - \vec{E}$      $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

$\gamma$ : stessa direzione verso opposto  $\Rightarrow$  cons. q.d.m.    • en. conservato (1905 Einstein  $E=mc^2$ )  
 $\rightarrow$  vedo dove sostanza si concentra di più.



**RTG**: generatore termoelettrico  $\Rightarrow$  radioisotopi (decadimenti  $\alpha$ )  $\rightarrow$  del Plutonio



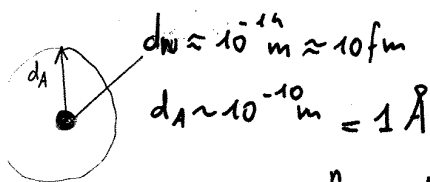
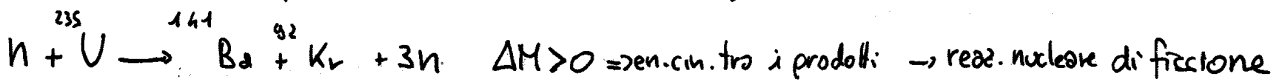
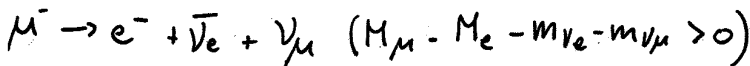
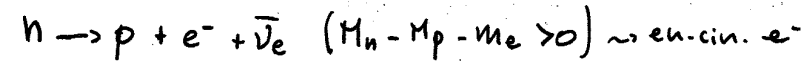
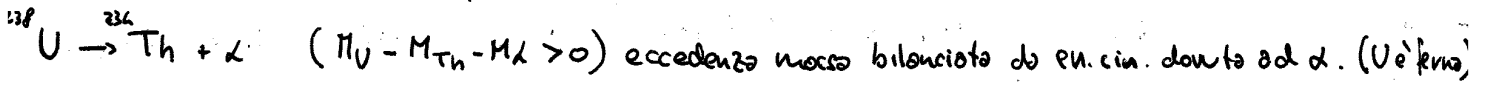
MODELLI di ATOMO:

THOMSON: sfera omogenea di carica positiva con cariche negative incrostate.

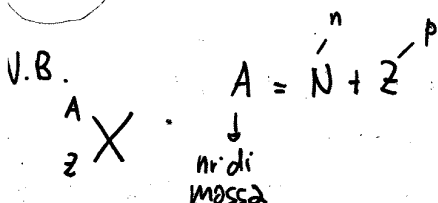
Rutherford:

1911 - foglio d'oro: maggior parte delle particelle  $\alpha$  continua dritta.

Oro è 50x più massivo della particella  $\alpha \rightarrow$  se viene colpito nucleo  $\rightarrow \alpha$  torna indietro



$1 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm}$   $\sim$  in cui è concentrata tutta la materia



$$M_n \approx M_p \approx M_U \text{ nucleoni}$$

$$m_e \approx \frac{M_n}{2000}$$

essere non osservato  $\Rightarrow$  NO modello FISICO

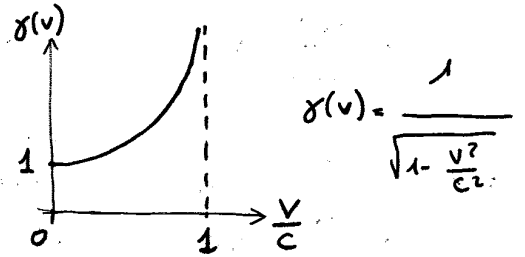
orientazione: (fisico-matematico): cerca transf. di coordinate che lasci invariante la  $\vec{F}_{EM}$

$$\vec{F}_{EM}(x, y, z, t) = \vec{F}_{EM}(x', y', z', t')$$

$$\begin{cases} x' = (x - vt) \gamma(v) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \gamma(v) \end{cases} \rightarrow \frac{vx}{c^2} \text{ trascurabile se } v \ll c$$

$$\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ FATTORE DI LORENZ}$$

N.B. Non introduce nulla di fisso 1902



Einstein spiega queste inesattezze con un modello fisico:

2 principi della relatività ristretta (per moto non accelerato tra i 2 oss.)

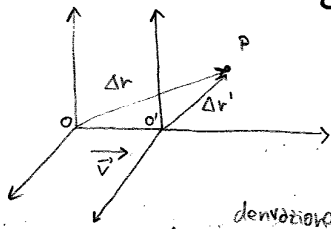
- 1.) Tutte le leggi fisiche sono invarianti rispetto a tutti i sistemi di rif. inerziali;
- 2.) Velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i s. rif. inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore della sorgente che emette luce.

$\hookrightarrow$  implicano le Trasformate di Lorentz

Moti relativi a velocità costante: DINAMICA RELATIVISTICA

$t=0 \quad O \equiv O'$  emissione lampo di luce

$t=t_1$



$O'$  si è spostato a velocità costante (di  $vt$ ), lampo di luce arriva in P (identificato con raggio vettore)

$$c = \frac{|\Delta r|}{\Delta t} \stackrel{\text{2° postulato}}{=} c' = \frac{|\Delta r'|}{\Delta t'}$$

$$\rightarrow |\Delta r| \neq |\Delta r'|$$

$$\Rightarrow \Delta t \neq \Delta t'$$

con legge delle T.L.

(spazio diventa in 4D)

N.B.  $u_x = \frac{dx}{dt}$

le velocità?

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d}{dt'} x'[t(t')] \stackrel{\text{derivazione funzione composta}}{=} \frac{dx'(t)}{dt} \frac{dt}{dt'} = (u_x - v) \gamma(v) \frac{dt}{dt'}$$

$$= \frac{(u_x - v) \gamma(v)}{\frac{dt'}{dt}} \rightarrow \frac{dt'}{dt} = \left(1 - \frac{v}{c^2} u_x\right) \gamma(v)$$

$$= \left[ \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \right] \frac{\gamma(v)}{\gamma(v)}$$

$$u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt} \cdot \frac{dt}{dt'} = \frac{u_y}{\left(1 - \frac{v}{c^2} u_x\right) \gamma(v)}$$

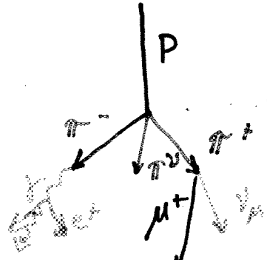
$$u_z' = \frac{u_z}{\left(1 - \frac{v}{c^2} u_x\right) \gamma(v)}$$

$K_{\text{raggi cosmici}} = 100 \text{ MeV} \div 10 \text{ TeV}$

• origini extragalattiche  $\leadsto$  esplosioni di supernovae

↓  
- Raggi cosmici primari

- Raggi cosmici secondari  $\rightarrow$  sciame di particelle dovute all'interazione con la materia



$\mu$ : MUONI:

neutrini: molto + leggeri dell' $e^-$

$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

$M_i > M_f \Rightarrow K_e \neq 0$

$\tau_\mu = 1,56 \cdot 10^{-6}$  VITA MEDIA MUONI  
decadono dopo

$M_\mu \approx 207 m_e$

SEMPRE:

misura muoni a 10km e a terra. Misura en. cin.  $\mu$  dello spettro:  $V_\mu = 0,99c \rightarrow$  sperimentale

$\Delta T = \frac{L}{V_\mu} = 34 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 21,8 \tau_\mu$  Nella scala di vita del muone è tanto  $\rightarrow$  decadono tutti, ne arrivano pochi a terra.

intensità muoni a terra

$\frac{I}{I_0} = 0,27 \cdot 10^{-6} \rightarrow$  se erano 10 milioni di  $\mu$  a 10 km a terra ne arrivano 0,3

$\rightarrow$  invece ne arrivano il 5%  $\Rightarrow$  non ho considerato DILATAZIONE TEMPI

$\tau_\mu \rightarrow$  S.R. a terra  $\tau_\mu(0) \rightarrow$  S.R. a riposo della particella

$\gamma(V_\mu = 0,99c) \approx 5 \rightarrow \tau_\mu(v) = \gamma(V_\mu) \tau_\mu(0) \quad \Delta T = \frac{L}{V} = 21,8 \tau_\mu(0) = \boxed{4,36 \tau_\mu(v)}$

$\frac{I_{\text{terra}}}{I_{10km}} = 0,049 \rightarrow$  su 1 milione ne arrivano 49000  $\rightarrow$  verifica indiretta degli effetti relativistici

nel S.R. terra muone fa 10km, nel S.R.  $\mu$  NO  $\Rightarrow$  contrazione lunghezze

$\Delta T = \frac{L(10km)}{\gamma(v)V} = \boxed{4,36 \tau_\mu(0)}$  vede terra che viaggia verso di lui a 0,99c

DINAMICA RELATIVISTICA:

$\left\{ \begin{aligned} K_{M.R.}(v) &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} = K_{M.R.}(p) \\ \vec{p}_{M.R.} &= m \vec{v} \end{aligned} \right.$

$\leadsto$  Non va bene x descrivere ad esempio  $^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{222}\text{Rn} + ^4\text{He}$   
DECADIMENTI RADIOATTIVI:

$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$   
massa  $\neq 0$       massa = 0  $\rightarrow$  massa di un'onda  $\leftarrow \vec{E} - \vec{B}$ ?  
NON SEMPRE

serve generalizzazione relativistica della dinamica  $\leftrightarrow$  relazione tra energia e massa  $\leadsto$  cons. en. tot.

$\left\{ \begin{aligned} \vec{p}(v) &= m \vec{v} \text{ (3D)} \\ E &= m h(v) \end{aligned} \right. \rightarrow$  funzioni adimensionali incognite  
 $\leadsto E \neq 0$  anche quando  $\vec{v} = 0 \rightarrow E = m c^2 \boxed{f(v)}$   
Lavori adimensionali  $\uparrow$  adimensionale

$$\Rightarrow K^2 + 2mc^2K = p^2c^2$$

relazione en. totale - q.d.m:  $E(p) = ?$

da  $K = E - mc^2 \rightarrow E^2 - 2Emc^2 + m^2c^4 + 2mc^2E - 2m^2c^4 = p^2c^2$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \rightarrow E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

in realtà è  $\pm$  (Nel 1927 viene dimostrato che anche en. negativa

particella di massa  $m$  ha velocità:

$$\begin{cases} p(v) = mv\gamma(v) \\ E(v) = mc^2\gamma(v) \end{cases} \quad \frac{1}{2} \Rightarrow v = c^2 \frac{p}{E} = c^2 \frac{p}{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}} = c \frac{p \cdot c}{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}} \cdot \frac{pc}{pc}$$

- Antiparticella, soddisfa questa relazione).

$$\Rightarrow v = c \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m^2c^2}{p^2}}}$$

Se particella ha massa  $m$  esso avrà sempre  $v < c$  (necessario energia  $\infty$ )

Corollario:

$$m = 0 \Leftrightarrow v = c$$

Un oggetto viaggia alle velocità della luce se la sua  $m = 0$

Se  $m = 0$  particella ha cmq. una q.d.m. e trasporta energia  $\rightarrow$  In dinamica classica NO

$$\begin{cases} \rightarrow E = pc \\ \rightarrow p = \frac{E}{c} \end{cases} \quad \begin{cases} p(v) = mv\gamma(v) \quad 1) \\ E(v) = mc^2\gamma(v) \quad 2) \end{cases} \quad \text{se } \frac{1)}{2)} = \frac{0}{0} \text{ F.I.}$$

se  $m = 0$   $E = 0, p = 0$

ma se  $m = 0 \rightarrow v = c \Rightarrow \gamma(v) = \infty \Rightarrow$  F.I.  $0 \cdot \infty$  il limite è finito: OK!

$$p^2c^2 = K^2 + 2mc^2K \Leftrightarrow p^2c^2 = 2mK_{N.R.}c^2 \text{ da } K_{N.R.} = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p^2 = 2mK_{N.R.}$$

N.R. se  $2mKc^2 \gg K^2 \Rightarrow 2mc^2 \gg K$

1) Se  $mc^2 \gg K$  regime non relativistico

2) Se  $mc^2 \approx K$  regime relativistico

es. per un neutrone:  $M_n c^2 \approx 939 \text{ MeV} \approx 1 \text{ GeV} \rightarrow$  non c'è bisogno della relatività

per un elettrone:  $m_e c^2 \approx 0,5 \text{ MeV} \rightarrow$  si relatività

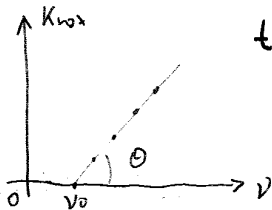
3) Se  $mc^2 \ll K$  regime ultrarelativistico

$$p^2c^2 = K^2 + 2mc^2K \Rightarrow p^2c^2 \approx K^2 \rightarrow \boxed{pc \approx K} \approx \boxed{p \approx \frac{K}{c}}$$

*trascorabile*

massa (energia a riposo) diventa trascurabile  $\rightarrow E \approx pc \approx p \frac{E}{c}$  da  $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$

$h$  misurato sperimentalmente: COST. di Planck  $\rightarrow$  introdotta con effetto di radiazione di corpo nero: assorbimento energia x livelli discreti di energia  $\propto h$



$$h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

energia corpuscolari: FOTONI

$$E_\gamma = h\nu \quad \text{ognuno trasporta qst. energia } \propto \nu$$

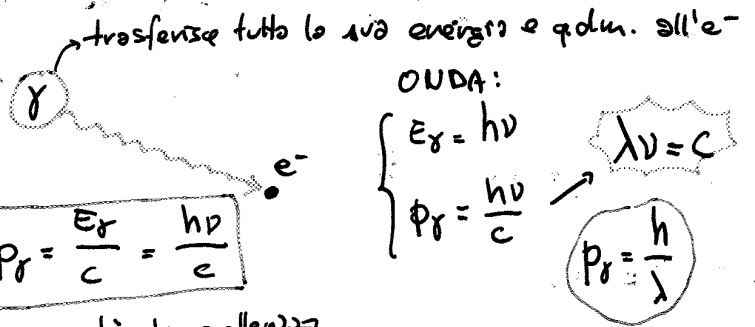
$$v_\gamma = c \Rightarrow m_\gamma = 0$$

da eq. di pinto

$$E_\gamma = p_\gamma c$$

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

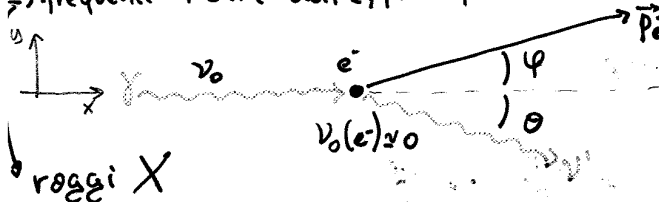
lego qta che caratterizza onda ad aspetto corpuscolare (q.d.m.) (di solito legato alla massa)



**EFFETTO COMPTON:**

urto  $\gamma$ - $e^-$  liberi  $\rightarrow$  guardo luce riflessa  $\Rightarrow \neq$  energia e q.d.m. della luce incidente  $\rightarrow \nu \neq$

$\rightarrow$  frequenze + alte dell'effetto fotoelettrico / posso considerare  $e^-$  libero  $\rightarrow$  trascuro  $\Phi$



non tutta l'en. della luce assorbita da  $e^-$  il resto viene diffuso.

$\Rightarrow$  applico cons. EN. + q.d.m.

$$E) \left\{ \begin{aligned} \underbrace{h\nu_0 + m_e c^2}_{E_i} &= \underbrace{h\nu' + \gamma(v) m_e c^2}_{E_f} \\ \vec{p}_x) \quad \frac{h\nu_0}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + p_e \cos\phi \\ \vec{p}_y) \quad 0 &= -\frac{h\nu'}{c} \sin\theta + \gamma(v) m_e v_e \sin\phi \end{aligned} \right. = \gamma(v) m_e v_e$$

$\rightarrow$  elimino  $v_e$  e  $\phi$

$$\lambda' = \frac{c}{\nu'}, \quad \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$$

$$\boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)}$$

a seconda di dove mi valto  $\lambda_0 \neq$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \quad \text{lunghezza d'onda Compton dell'elettrone}$$

**NATURA ONDULATORIA / CORPUSCOLARE della LUCE e della MATERIA**

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2 \quad m_e c^2 \approx 0.5 \text{ MeV} = E_0 \quad \text{en. della massa a riposo}$$

$K_{e^-} \approx K_{e^+} \ll m_e c^2$   $e^-, e^+$  considerati fermi (en. trascurabile rispetto alla massa)

$$\therefore m_e c^2 + m_e c^2 = h\nu_1 + h\nu_2$$

$$|\vec{p}_{\gamma 1}| = \frac{h\nu_1}{c} \quad |\vec{p}_{\gamma 2}| = \frac{h\nu_2}{c} \quad \vec{p}_{\gamma 1} = -\vec{p}_{\gamma 2} \quad \boxed{v_1 = v_2 = c}$$

$$\vec{0} = \vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2}$$

$\Rightarrow |\vec{p}_{\gamma 1}| = |\vec{p}_{\gamma 2}|$  ma verso opposto

Dalla legge di Bragg:  $2d \sin \theta = m \lambda \Rightarrow \lambda$  dell'e

15. MICROSCOPIO ELETTRONICO:  
 risoluzione legata a  $\lambda$   
 + e<sup>-</sup> occ. +  $\lambda \downarrow \Rightarrow$  vis.  $\uparrow$  (6)

1924: De-Broglie: materia con  $\lambda, \nu \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$

ESPERIMENTO DI DARRISON-GARNER

diffusione e<sup>-</sup> su cristallo di Nickel ad una certa energia caratteristica modulata:  $eV = \frac{1}{2} m_e v^2$

particolare particolare  
 → ottengono FIGURE DI DIFFRAZIONE → legge di Bragg: posizione max e min

$e \cdot V = \frac{1}{2} m_e v^2 \rightarrow m v^2 = 2 e V$

$m^2 v^2 = 2 e V m$

in approssimazione relativistica:  $\lambda$  → cambia al variare di p

$p = m v \rightarrow p = \sqrt{2 m e V}$

⇒  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m e V}} = p$  ~ dimostro relazione di De Broglie: e<sup>-</sup> comportamento ondulatorio.

18. Microscopio elettronico:

radiazione di materia deflessa da campi magnetici → ecc. e<sup>-</sup>

ESPERIMENTO DOPPIA FENDITURA DI YOUNG con e<sup>-</sup>: → cond. di minimo  $d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$

$\sin \theta \approx \theta = \frac{h}{2 p x d} \rightarrow$  se ho pochi e<sup>-</sup> NON VEDO

se sufficientemente lontani

1 PASSO:

$E_\gamma = h \nu$  ( $m_\gamma = 0$ )  
 $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$  fotoni

$m \neq 0, \rightarrow c > v$

$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{p}$

intensità onda

$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$   
 $y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda v = c$   
 $\omega = 2\pi \nu$

$I_1 \propto A^2$   
 $I_2 \propto A^2$

$y = y_1 + y_2 = 2 A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right) \rightarrow I \propto \left[2 A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right]^2$

varia tra 0 e 4A<sup>2</sup>

ampiezze come

$\vec{E}$  e  $\vec{B}$  modulate secondo questa legge (variano tra 0-2)

$I = I_{TOT} \propto (A_1 + A_2)^2$

$I \neq I_1 + I_2$

$I_1 \propto A_1^2 = |\psi_1|^2$

$I_2 \propto A_2^2 = |\psi_2|^2$

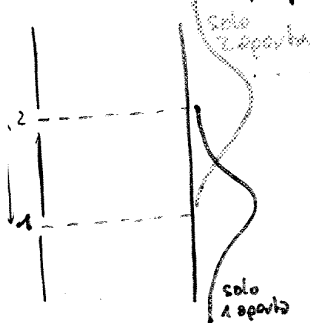
$\psi$ : ampiezza di probabilità dell'e<sup>-</sup> nello spazio

$P = I_{TOT} \propto (\psi_1)^2 + (\psi_2)^2$  se comportamento

corpuscolare, probabilità totale è semplicemente somma, ma ciò che ottengo è FIGURA D'INTERFERENZA

⇒  $P \propto (\psi_1 + \psi_2)^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2$

- con 2 fenditure aperte: alterazione della probabilità  
 che e<sup>-</sup> non si comporta solo da particella



$\psi$ : FUNZIONE D'ONDA

$P \propto \psi_1^2 + \psi_2^2 + 2 \psi_1 \psi_2$  → effetti di interferenza: modulazione probabilità totale che e<sup>-</sup> ottiene sullo schermo

$I \propto A^2 \propto N$ : numero e<sup>-</sup> che attraversano certo area nell'unità di tempo

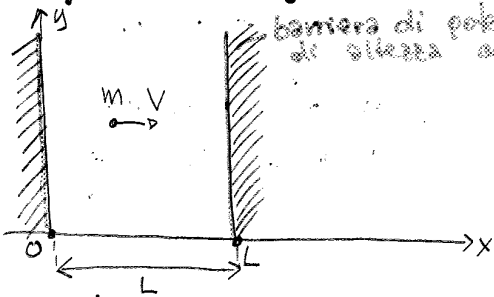
→ NON POSSO + determinazione in modo deterministico la POSIZIONE!



• Posso descrivere particella come un'onda → devo misurare  
 ↳ di massa  $m$  → descritto da pacchetto d'onde con  $v \neq$  7)

NON considerando l'evoluzione temporale:

metto particella in regione spaziale finita (scatola) : particella urta pareti in modo elastico  
 ↳ ossewo sua en. cin. e q.d.m.



$\Psi(x=0) = \Psi(x=L) = 0$  : particella confinata oltre L ⇒ probabilità = 0

• rappresentazione con propagazione ondulatoria:  $\Psi(L) = A \sin(kL)$   
 ⇒ Condizione restrittiva senza nessun fondamento elastico di traiettoria.  $= A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} L\right) = 0$   $n=1,2,3,\dots$   
 $n \neq 0$  × ke nullo nel caso prima

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$  ( $n \neq 0$ ) → Le possibili lunghezze d'onda sono QUANTIZZATE  
 ↳ vengono × pacchetti discreti ( $2L, \frac{2}{2}L, \frac{2}{3}L, \frac{2}{4}L, \dots$ ) → valori intermedi non permessi

$p_n = \frac{h}{\lambda_n}$  → anche q.d.m. quantizzata  $p_n = \frac{h}{2L} \cdot n$  → fissato grandezza scatola p varia × multipli di L

$p_n = \left(\frac{h}{2L}, 2\frac{h}{2L}, 3\frac{h}{2L}, 4\frac{h}{2L}\right)$  →  $E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \left(\frac{h^2}{8L^2m}\right) n^2$   $n=1,2,3,4,\dots$

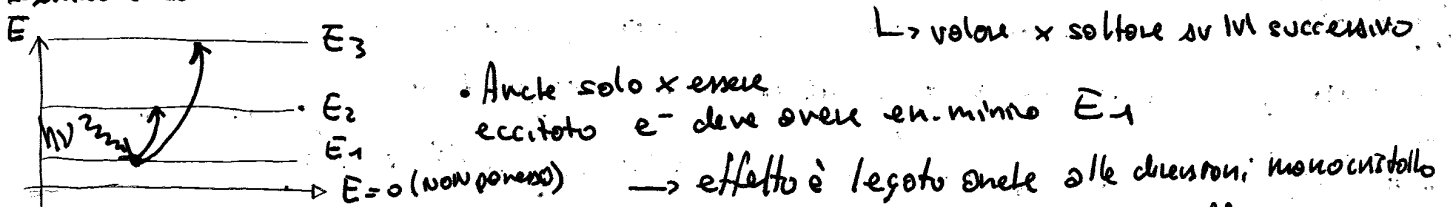
⇒ descrivendo con funzione d'onda essa fuori che può avere solo certe  $\lambda, p, E$   
 $v \neq 0$  perché  $n \neq 0$ , D'altra parte dire che  $p=0$  viola il principio di indeterminazione di Heisenberg → da valore preciso

I.B. Più  $L \uparrow$  più differenza tra 2 valori discreti è piccola.

$L \rightarrow \infty$  ottengo  $L_0 \rightarrow 0$  : riottengo il continuo → mondo macroscopico

Applicazioni: quantizzazione energia e p ⇒ nanomateriali/nanocristalli → confinamento e/o atomi in zone nell'ordine del nanometro

semiconduttori: assorbono radiazione  $h\nu > E_g$  o valori ben prefissati



Se  $L \uparrow$   $E_n$  di soglia è + bassa N.B. Tutto ciò che ha  $v >$  viene diffuso

A 2 corroni: a granelletto simile, nonon = ⇒ granelli + grandi →  $L \rightarrow E \downarrow$   
 soglia di energia per i fotoni che assorbe

Grandi più piccoli → soglia di assorbimento + alta → luce non assorbita → diffusa



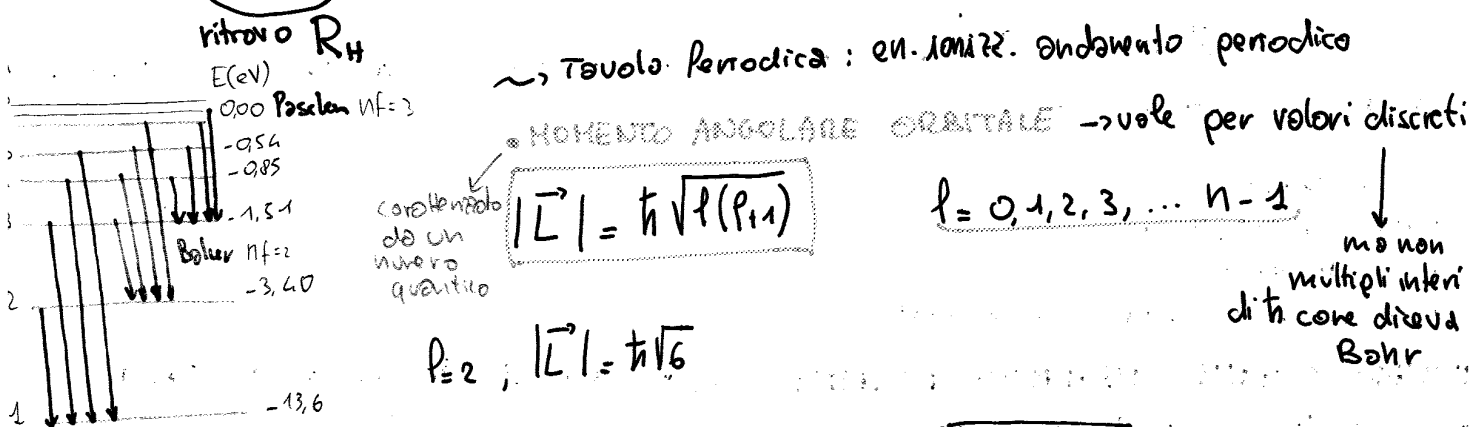
$E(r) = \frac{1}{2} \frac{vee^-}{r} - k_e \frac{e^-}{r} = \left[ -\frac{1}{2} k_e \frac{v}{r} \right]$  ~ ho applicato TISICA II di 1° semestre

D)  $m_e v r_n = n \hbar \rightarrow v = \frac{n \hbar}{m_e r_n}$   
 E)  $\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{r}$   $\rightarrow \frac{1}{2} m_e \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r_n^2} = \frac{1}{2} \frac{k_e e^2}{r_n} \Rightarrow r_n = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} n^2 = a_0 n^2$   $n=1, 2, 3$   
 $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} = 0.0529 \text{ nm}$

energie permesse:  
 $E_n = -\frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{r_n} = \frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{a_0 n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$  più n↑ più e<sup>-</sup> ↓ en. di legame e si libera.

21. di ionizzazione ATOMI DI IDROGENO: en. per portare e<sup>-</sup> all'∞

D) V)  $\frac{E_i - E_f}{h} = \frac{k_e e^2}{2 a_0 h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$   $\rightarrow$  ritrovo formula di Rydberg con caso + generale [12 H<sub>2</sub> ⇒ n<sub>f</sub>=2]  
 $\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{k_e e^2}{2 a_0 h c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$   $\rightarrow$  transizioni: per n<sub>f</sub>=3 ⇒ SERIE DI PASCHEN  
 n<sub>f</sub>=1 Lyman  
 → NON NEL VISIBILE



• Proiezione lungo z [asse coincide con  $\vec{B}$  esterno applicato]:  $L_z = m_l \hbar$   $-l \leq m_l \leq +l$   
 Anche l'orientazione di un vettore è quantizzata, può assumere solo certi angoli rispetto a  $\vec{B}$   
 $dp = 2l + 1$  valori possibili x m<sub>l</sub>

Applicando all'e<sup>-</sup>  $\vec{B}$  ho asse di orientazione privilegiato → studio proiezione  
 En. pot.  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$  ~ interazione osservabile (e<sup>-</sup> in  $\vec{B}$ )  $\mu = i \Sigma$   
 mom. di dipolo magnetico

Supponendo che e<sup>-</sup> orbiti attorno a centro fisso:  $|\mu_e| = e v \pi r^2$  se orbite circolari  
 $|\vec{L}| = m_e v r = m_e \omega r^2$   $\rightarrow$  C.F.P.  
 $|\vec{\mu}_e| = \frac{e}{2m} |\vec{L}|$   $= \frac{e v 2\pi r^2}{2} = \frac{e \omega r^2}{2}$

essendo e < 0 ha orientazione in senso opposto: se  $\odot \Rightarrow \vec{\mu}$  sarà entrante

ma  $L_z$  varia per  $2l+1$  valori discreti!!

→ Ripetono esperimento con  $(H_2) \Rightarrow$  MOM. ANG. ORBITALE = 0  $\Rightarrow \mu_L = 0$

NON dovrebbe interagire con  $\vec{B}$  invece ottengono sempre 2 fasce

• Deve esserci MOM. ANG. ORBITALE DI DIPOLO NON associato a qll orbitale che non è zero quando quello orbitale lo è

$\Rightarrow$  momento angolare intrinseco: particella ce l'ha indipendentemente dall'orbita.

$\mu_{e,z}^{(s)} = -2\mu_B m_s$        $L \cdot S_z = m_s \hbar$        $-\frac{1}{2} \leq m_s \leq +\frac{1}{2}$        $m_s = \pm \frac{1}{2}$

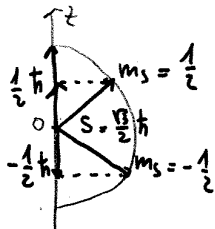
$d_s = 2S + 1 = 2$  : 2 valori discreti  $\sim$  2 fasce

ESPERIMENTO prova che mom. ang. è quantizzato e verifica  $\exists$  mom. ang. di spin.

Rotazione su x stesso è artificio x fasce copine avendo particella puntiforme  $\rightarrow$  NO estensione ]

$\rightarrow$  forza deflettente può avere solo di 2 valori:

$F_z = \pm \frac{e \hbar}{2 m_e} \frac{dB}{dz}$



PRINCIPIO di ESCLUSIONE di PAULI:

In ogni lvl energetico posso mettere più e-

$|\vec{S}| = \hbar \sqrt{s(s+1)}$

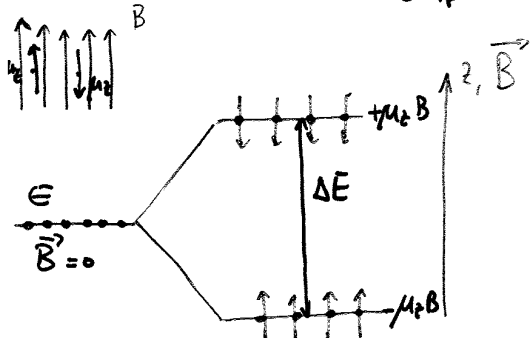
$\mu_z^{(s)} = -\frac{e}{m_e} S_z = \pm \mu_B^{(s)}$  ,  $\mu_B^{(s)} = \frac{e \hbar}{2 m_e}$  : magnetone di Bohr per l'elettrone =  $9,274 \cdot 10^{-24}$  J/T

$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar$      $s = \frac{1}{2}$  ,  $-\frac{1}{2} \leq m_s \leq +\frac{1}{2}$  ,  $m_s = \pm \frac{1}{2}$

• Costituenti nucleo  $\rightarrow$  spin  $\frac{1}{2} \Rightarrow$  Risonanza Magnetica Nucleare: legato allo spin del protone

$q_p = +e$  ,  $m_p \approx 2000 m_e$       N.B. In realtà  $\mu_z = \pm \mu_B$  vale solo x particelle puntiformi tipo l'e-

$\mu_{z,p}^{(s)} = \pm \mu_{B,p}^{(s)} = \pm \frac{e \hbar}{2 m_p} \oplus$



• : atomi idrogeno  $\rightarrow$  nostro corpo è pieno di H<sub>2</sub>O

$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$   $\rightarrow$  separazione del singolo livello energetico in 2 separati a causa dell'interazione con  $\vec{B}$

$\Delta E = +2\mu_z B$  • Eccitazione, diseccitazione tra un protone e l'altro



$\Delta E = +2\mu_z B = h\nu$  a seconda del lvl di B applicato + lvl distanti  $\rightarrow$  radio.  $\neq$

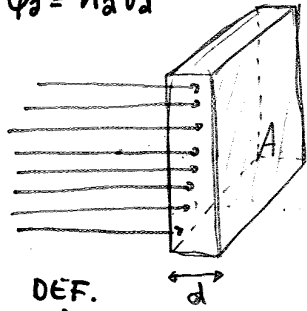
campo B locale molto inferiore a qll esterno, emette radiazione su frequenze radio - + BT + precisione 0.1%

(ospedale: 4T)

$\Phi_a = N_a V_a$

$N_b = n_b A \cdot d$  DEF.

(10)



$\dot{N} = \frac{dN}{dt} \approx \Phi_a N_b$   
 numero di reazioni nell'unità di tempo

SEZIONE D'URTO TOTALE: probabilità che una stato iniziale di particella risulti trasformato a seguito dell'evento di interazione, in un nuovo stato

$\sigma = \frac{\dot{N}}{\Phi_a N_b} = \frac{\text{"successi"}}{\text{"tentativi"}} = \text{"probabilità"} \quad [\sigma] = [L^2]$

valori sperimentali:

$\sigma = 10^{-28} \text{ m}^2 = 1 \text{ b} = \text{barn}$

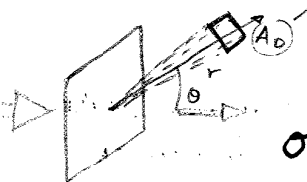
U-235 Fission Cross Section



Per energie piccole in qst caso ho alta probabilità di reazione.

R. però misura sezione d'urto DIFFERENZIALE:

detector  $\rightarrow$  netto rilevatore a certo angolo, mi dice quante particelle entrano su di esso.



Identifico quindi porzione di angolo solido:  $\Delta\Omega = A_D / r^2$

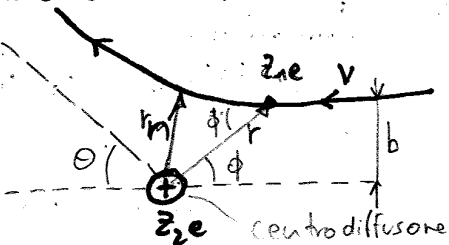
$\sigma_{TOT}$ : è come se avessi rilevatore a tutti gli angoli: (360°)

$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Rightarrow \frac{\Delta\sigma}{\Delta\Omega} = \frac{A_D}{r^2}$

Sezione d'urto differenziale dipende da dove netto rilevatore  $\hookrightarrow$  fortemente influenzato dall'angolo

SEZIONE D'URTO DI RUTHERFORD:  $\rightarrow$  ad un certo angolo di diffusione:

$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\Omega}(\theta)$



cerco relazione tra  $\theta$ : angolo di diffusione  $v$ : en. cinetica

più piccola distanza  $\leftarrow b$ : parametro d'urto tra traiettorie rettilinee incidenti e asse del centro diffusore

tip: - interazione singola  $\rightarrow$  nucleo fatto conca concentrata  
 - interazione pesante Coulombiana

$\rightarrow$  Dopo deviazione particella riprende moto rettilineo uniforme

$b \rightarrow \theta \uparrow \quad b = \frac{a}{2} \cotg \frac{\theta}{2}$

$a = \frac{z_1 z_2 e^2}{E}$   $\rightarrow$  en. cinetica  $\rightarrow$  uscite di misura perché  $k_e = 1$

ipotesi  $a = \frac{z_1 z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 k_e}$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$m \frac{d\vec{v}}{dt} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \vec{u}_r$  : eq. diff. 2° ordine

Potenziale Coulombiano, come quello gravitazionale è un potenziale centrale  $\Rightarrow$  conserva il momento angolare

passaggio a notazione angolare:  $\frac{d\phi}{dt} = \omega$

$m \frac{d\vec{v}}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = \dots \rightarrow d\vec{v} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} \frac{d\phi}{dt} \vec{u}_r$   $\rightarrow$  mom angolare

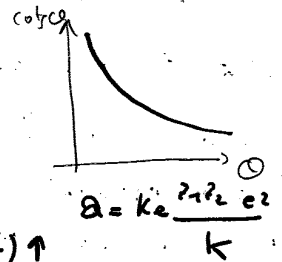
eq. da  $\frac{z_1 z_2 e^2}{m v^2} \Rightarrow$  scrivere

$$\frac{z_1 z_2 e^2}{m v^2} \sin \frac{\theta}{2} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m v b} \frac{1}{\cos \frac{\theta}{2}} \Rightarrow b = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m v^2} \cot \frac{\theta}{2}$$

$$a = \frac{z_1 z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2} k_e$$

mod. vel. incidente  
K: en. cin.

$$\Rightarrow b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$$



a parità di K diminuendo  $b \Rightarrow \theta \uparrow$   
 $\downarrow b$  (ovvero al centro diffusore)  
 $\Rightarrow \theta \uparrow$

se  $K \uparrow \Rightarrow b \downarrow$  perché  $\cot \frac{\theta}{2} \uparrow$   
 in modo che  $b = \text{cost.}$

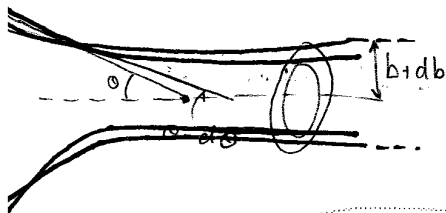
$$b + db \rightarrow \theta + d\theta$$



$$\uparrow \text{superficie}$$

$$\pi (b+db)^2 - \pi b^2 = 2b\pi db + \pi db^2 = 2b\pi db$$

variazione di superficie quando cambio parametro d'urto da  $b$  a  $b+db$



Normalizzo rispetto a sup. tot. A

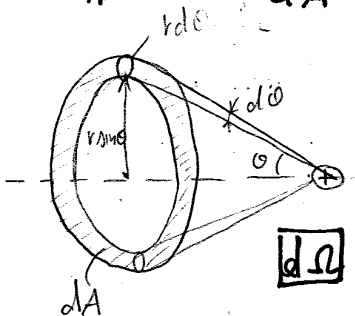
$$\frac{2\pi b db}{A} = \frac{2\pi}{A} \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} \left( -\frac{a}{4 \sin^2(\theta/2)} d\theta \right)$$

$$db = \frac{db}{d\theta} d\theta = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\sin^2(\theta/2)} \right) d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi b |db|}{A} = \frac{a^2 \pi}{4A} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta = \frac{2a^2 \pi \sin \theta}{16A \sin^4(\theta/2)} d\theta$$

$$\sin \theta = 2 \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)$$

$$\rightarrow \cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{2 \sin(\theta/2)}$$



$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{2\pi r \sin \theta r d\theta}{r^2} = 2\pi \sin \theta d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi b |db|}{A} = \frac{a^2 d\Omega}{16A \sin^4(\theta/2)}$$

numero di particelle che hanno interagito nell'unità di tempo in un certo angolo solido.

$$\frac{a^2}{16A \sin^4(\theta/2)} \cdot \underbrace{n_a v A}_{N_a} \cdot \underbrace{n_b A d}_{N_b}$$

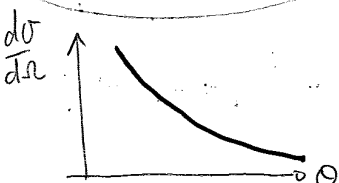
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{d\Omega N_a N_b} \quad A = \frac{a^2}{16A \sin^4(\theta/2)}$$

probabilità di interazione singola

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{16A \sin^4(\theta/2)}$$

sezione d'urto di Rutherford

$$a = k_e \frac{z_1 z_2}{K}$$



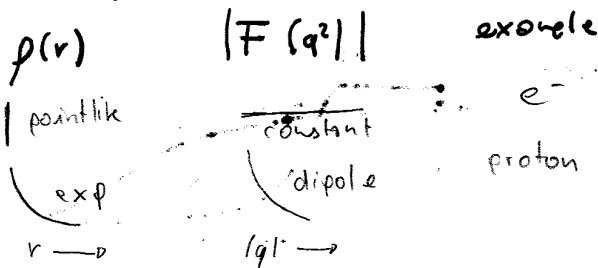
Costi Acceleratori: passo modulare K:  $\lambda = \frac{h c}{p c} \approx \frac{h c}{K e}$

$F(q)$  passo determinativo in teoria:  $f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(\vec{q}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{q}$  (11)

mai possibile: a fissata energia devo misurare impulso trasferito a molti angoli

~ non fattibili:

facciamo ipotesi di  $f(\vec{r}) \rightarrow$  CFR. con dati sperimentali: ci dicono quale va bene



**DISTRIBUZIONE DI CARICA / MASSA NUCLEARE**

solo se entro nella sfera allora campo  $\phi$  non è + uguale a come se tutta la carica concentrata in un punto.

-> distribuzione volumica di carica:  $\rho(\vec{r}) = ze f(\vec{r})$  ~ non è omogenea. L'ho ragionato

• Se puntiforme:  $f(\vec{r}) = \delta(\vec{r})$  Delta di Dirac

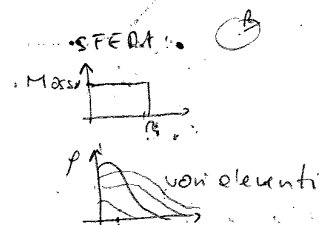
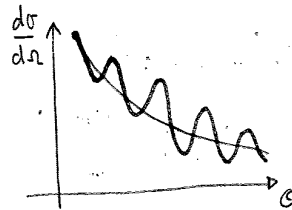
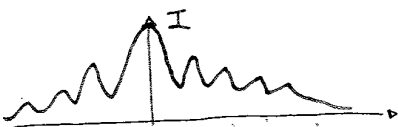
altrimenti:  $f(\vec{r})$

nucleo -> diffrazione  $\odot$  risponde a titolo di diffrazione  $\rightarrow \lambda \approx dN$

Sezione d'urto oscillante con max/min:

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$  e non va rigorosamente a 0

-> nucleo non è fatto da superficie netta, rigida, come la sfera  
-> è sup. che -> oscillante



$\frac{d\sigma}{d\Omega} |_{exp} = \frac{d\sigma}{d\Omega} |_{th.} |F(q)|^2$       $F(q) = \int f(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r}$       $|\vec{q}| = |\vec{p}_f - \vec{p}_i| = 2p \sin \frac{\theta}{2}$

$\int \rho(\vec{r}) d\vec{r} = Q_{NUCLEO} = ze$       $\int f(\vec{r}) d\vec{r} = 1$

$f(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i \frac{\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}} F(\vec{q})$  (trasformata di Fourier)

IPOTESI:  $f_{TRIAL}(r, \text{parametri})$

$F_{TRIAL}(q, \text{parametri}) \Rightarrow$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} |_{TRIAL}$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} |_{TRIAL} \neq \frac{d\sigma}{d\Omega} |_{EXP}$

Se  $\frac{d\sigma}{d\Omega} |_{TRIAL} = \frac{d\sigma}{d\Omega} |_{EXP}$  parametri OK

Questo problema l'ho risolto per primo Enrico Fermi

$$V_I = \frac{E}{B}$$

$$m \frac{v^2}{R} = qvB'$$

$$M = \frac{qB'R}{v} = \frac{qB'B}{E} R$$

$M_N \approx AM_p$  nuclei pesanti fatti da tanti protoni (multipli  $m_p$ ) (15)

$M_H = M_p$  : PROTONI ~ nucleo atomo di idrogeno

${}^1_1H$   $A=1$  ;  $Z=1$  → nr. atomico  
nr. di massa : multiplo intero nesso dell'idrogeno ≈ nesso protone

$$M_p c^2 \approx 938 \text{ MeV}$$

$$M_p \approx 938 \text{ MeV}/c^2$$

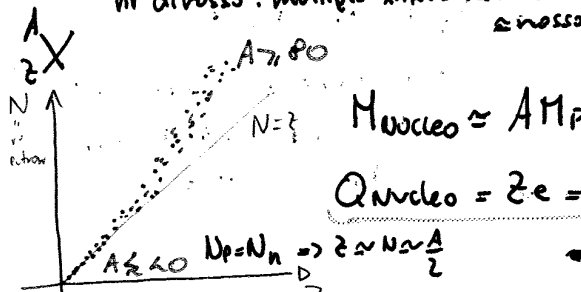
$$N_{\text{protoni}} = A \Rightarrow Q_{\text{nucleo}} = + Ae$$

Non è vero si osserva sperimentalmente

$$\text{che } Q_{\text{nucleo}} = + Ze$$

$$Z \neq A \quad Z \approx \frac{A}{2}$$

x nuclei nuovi + pesanti  $Z < \frac{A}{2}$



$$M_{\text{nucleo}} \approx AM_p$$

$$Q_{\text{nucleo}} = Ze = Ae - (A-Z)e$$

$$\Delta x \Delta p \sim \hbar$$

$$C \Delta p \sim \frac{\hbar c}{\Delta x}$$

$$k_e \approx C \Delta p \approx \frac{\hbar c}{\Delta x} = \frac{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{10 \text{ fm}} = 20 \text{ MeV}$$

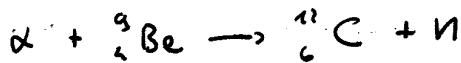
$$N_p = A$$

$$N_e = A - Z$$

${}^{14}_7N$  :  $\frac{14 \text{ protoni}}{7 \text{ elettroni}}$

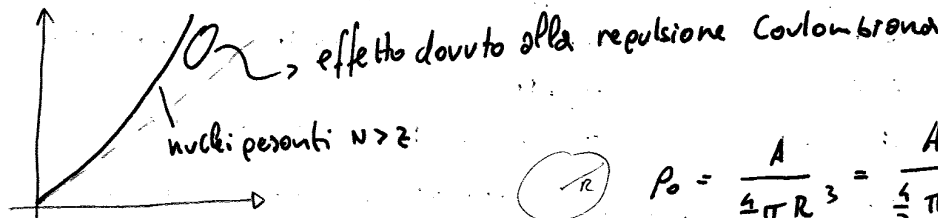
↳ FERMIONI (spin semiintero)

1932 - Chadwick



$$M_n \approx M_p, \quad Q_n = 0 \quad M_{\text{nucleo}} \approx AM_p \approx AM_n$$

$$M_n = N = A - Z$$



$$A = N + Z$$

$Z \approx N \approx \frac{A}{2}$  nuclei medio-leggeri

↳ densità centrale costante → non dipende dai costituenti del nucleo.

ENERGIA DI LEGAME - B.E.

$R = r_0 A^{1/3}$  : dimensioni nucleo scendono con radice cubica del numero di nucleoni

protoni-neutroni : comparabili tra di loro dal punto di vista dell'interazione nucleone

↳ leggerente + massivo

$\rho_0 = \text{cost.}$  → nucleoni interagiscono solo con i loro primi vicini ( $r \approx 3 \text{ fm}$ ) → corto raggio d'azione della forza nucleone

B.E.

nuclei stabili ⇒ protoni e neutroni interagiscono ⇒ en. di legame

↳ posso fare misure precise → massa nuclei (spettrometro) sperimentalmente:  $M(N, Z) \rightarrow A = Z + N$   
→  $N = A - Z$

**ΔPARITÀ** → correzione di termini precedenti → può essere attrattiva o repulsiva (14)

↓  
 lavoro + microscopia dei precedenti

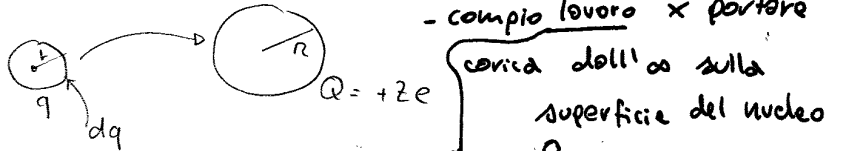
=  $\begin{cases} -\delta \rightarrow A \text{ PARI e } Z, N \text{ PARI} \rightarrow \text{BONUS di eu. di legame} \\ 0 \rightarrow A \text{ DISPARI} \\ +\delta \rightarrow A \text{ PARI e } Z, N \text{ DISPARI} \rightarrow \text{penalizz. di eu. di legame} \end{cases}$

↑  
 repulsivo

⇒ interpolazione con risultati sperimentali (grafico prima) → determino i coefficienti

Numerica

• Obiettivo: determinare **ΔCoul**



densità di carica:

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \text{cost.} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$U = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{R q^{1/3}} \quad \leftarrow \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$r = R \left(\frac{q}{Q}\right)^{1/3}$$

lavoro x  
 concorre  
 sferra rigida  
 con raggio R  
 e Q finale = densità = cost.

- compio lavoro x portare  
 carica dell'100 sulla  
 superficie del nucleo

$$U = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{r(q)}$$

$$\rho = \frac{A}{V} = \text{cost.}$$

$$Q = Ze$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$\Delta_{Coul} = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \frac{1}{A^{1/3}} Z^2$$

$$\Delta_{Coul} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \frac{1}{\hbar c} \hbar c \cong 0,77 \text{ MeV}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$M_{ATOMICA}(A, Z) = Z(M_p + m_e) + (A - Z)M_n - b_{vol}A + b_{sup}A^{2/3} + b_{Coul} \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + b_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \Delta_p$$

$$[a_i] = [E] \Rightarrow \text{MeV}$$

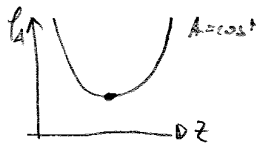
N.B. A nonon dovei

mettere anche energia di legame atomica degli e<sup>-</sup>

→ dell'ordine al più ~100keV

(sarebbe correzione di oltre 3 ordini di grandezza minore)

ES. Valore di Z che rende atomo stabile ad A FISSATO. → Z che minimizza M<sub>ATOMICA</sub>



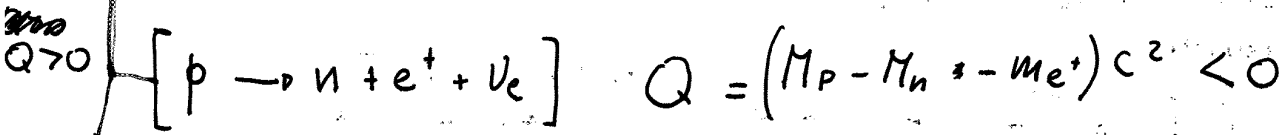
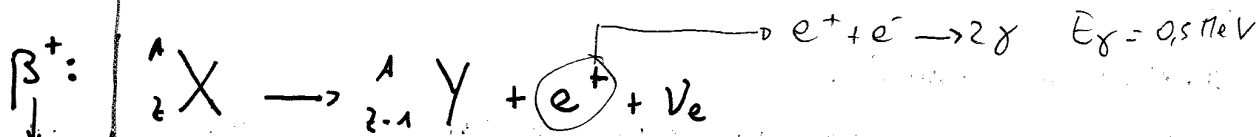
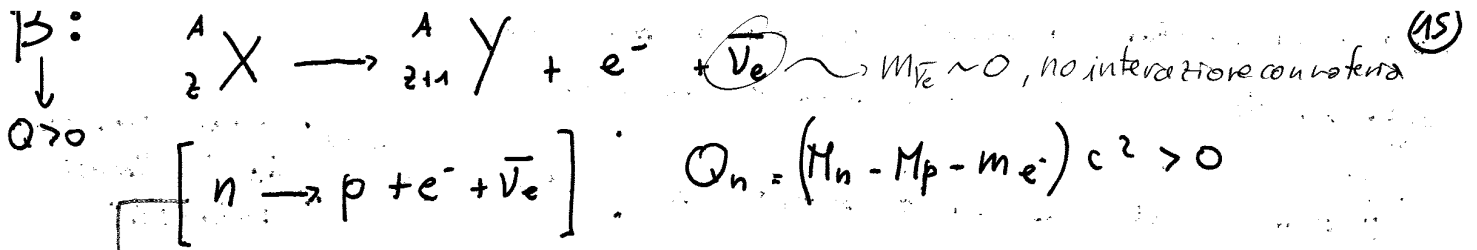
$$\frac{\partial M_A(A, Z)}{\partial Z} \Big|_{A=const} = 0$$

sul minimo, massimizza il valore assoluto dell'energia di legame

$$\frac{\partial M_A}{\partial Z} = (M_p + m_e) - M_n + \frac{2Z-1}{A^{1/3}} b_{Coul} - 4b_{sym} \frac{A-2Z}{A} + \text{trascuro } (\Delta p)$$

$$\left( \frac{2b_{Coul}}{A^{1/3}} + \frac{8b_{sym}}{A} \right) Z_m = M_n - M_p - m_e + \frac{b_{Coul}}{A^{1/3}} + 4b_{sym}$$



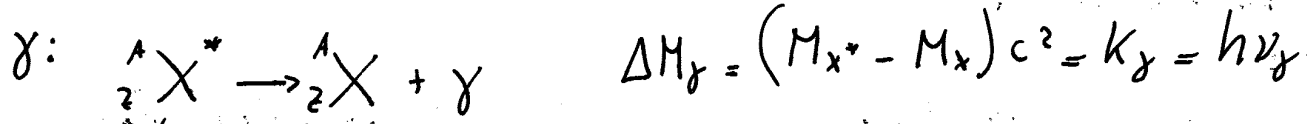
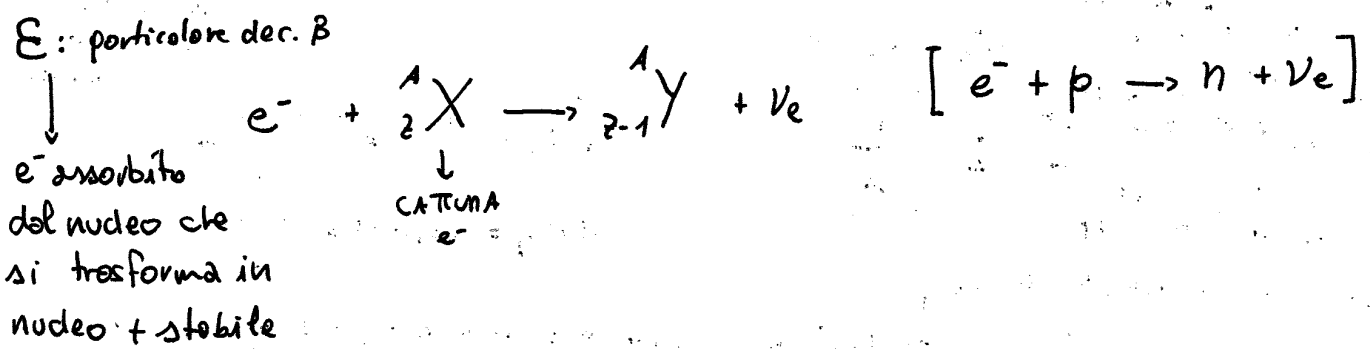


solo all'interno del nucleo  
 v.B. Neutrone è radioattivo  
 Protone è stabile: noi osservato decadimento

$M_n > M_p$   $\downarrow$  decadimento ha un costo

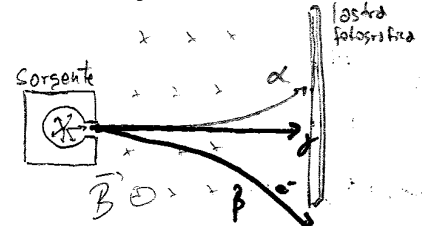
$\beta^+$  mi fa diminuire nr protoni:  
 $\rightarrow \downarrow$  termine interazione Coulombiana // bilancio tot. di energia rende reazione conveniente  $Q > 0$   
 $\rightarrow$  potrebbe  $\downarrow$  anche termine di simmetria

$\Rightarrow$  Aviene xke en. di legame compensa anche questo costo riportando  $Q > 0$



nucleo eccitato: stato con massa maggiore: non era in lui energetico fondamentale

13. Distinguo da raggi  $\gamma$  e raggi  $x$  Annichilamento xke essi hanno sempre energia di 0,511 MeV



vale sui grandi numeri

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$$

REGGE STATISTICA SUI DECADIMENTI:

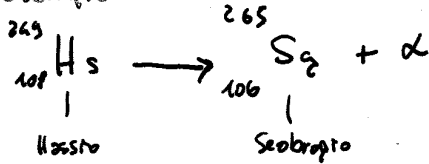
legge empirica:  
 + nuclei radioattivi ho  
 + velocemente decadono

frequenza di decadimento  $\lambda$  COSTANTE DI DECADIMENTO  $[\lambda] = \text{t}^{-1}$

caratteristica di un certo tipo di decadimento

( $\uparrow$  probabilità di decadere x un nucleo che ho + nuclei radioattivi nel suo intorno)

esempio:

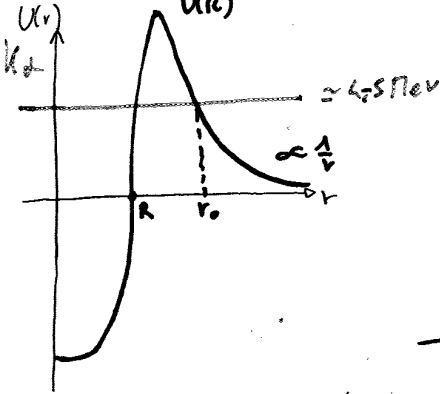


$$M_\alpha = 4,0026 \text{ u} \quad K_\alpha = 9,23 \text{ MeV}$$

$$M_{Sg} = 265,1211 \text{ u} \quad M_{Hs} = ?$$

$$Q = K_{TOT} = K_{Sg} + K_\alpha = K_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Sg}}\right) = 9,369 \Rightarrow M_{Hs} \cdot c^2 = (M_{Sg} + M_\alpha) c^2 + K_{TOT}$$

$$M_{Hs} = M_{Sg} + M_\alpha + \frac{K_{TOT}}{c^2} = \underline{\underline{269,1338 \text{ u}}}$$



$U(r)$  = potenziale di repulsione

$$U_{Coulomb}(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z(Z-2)}{r_0 A^{1/3}}$$

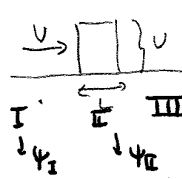
re  $A = 216 \wedge Z = 22 \rightarrow 100$

$$U_C(R) = 43 \text{ MeV}$$

• La particella  $\alpha$  ha un en. di 4-5 MeV, ma incontra una barriera di potenziale 10 volte maggiore  
 → La particella passa lo stesso grazie all'effetto Tunnel

en. cin. di  $\alpha$  può raggi. i 10 MeV nel caso di nuclei molto tenui

effetto Tunnel: probabilità che particella passi da I a III non è nulla



chiamo

$$T = \frac{|\psi_{III}|^2}{|\psi_I|^2} = \frac{\text{prob. in III}}{\text{prob. in I}} = \text{coeff. di trasmissione} = e^{-2CL}$$

massa particella incidente

$$C = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

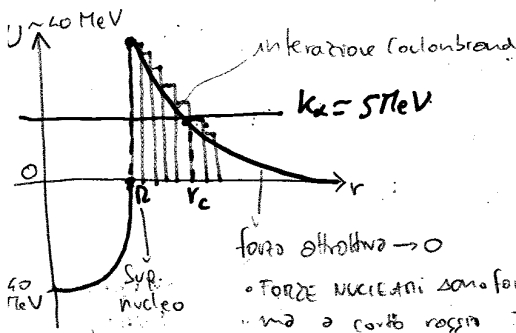
en. cin.

- Nel dec.  $\alpha$  i  $T_{1/2}$  cambiano tantissimo → basto piccolo variaz. nucleo di partenza  
 ↑ variazione di peso en. cin di  $\alpha$

↳ a causa dell'effetto tunnel: particella può passare anche se  $K < U$

(en. cin. < en. pot. a cui è soggetta)

$$T = e^{-2G} \rightarrow \text{vale per barriera rettangolare:}$$



nuclei pesanti perdono 2 protoni ⇒ meno repulsione Coulombiana!

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r^2}$$

• Anche se barriera non è rettangolare lo vedo come sovrapposizione di barriere rettangolari di larghezza  $\Delta x \rightarrow 0$  e altezze decrescenti (somma toro ⇒ integrale  $\Delta r_i \rightarrow 0 \quad N \rightarrow \infty$ )

$$r_c / U(r_c) \equiv K_\alpha \quad C = \frac{\sqrt{2m(U-K)}}{\hbar}$$

$$T = e^{-2CL} = e^{-2 \sum_{i=1}^N C_i \Delta r_i} \equiv e^{-2G}$$

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_c} \sqrt{2M_\alpha(U(r) - K_\alpha)} dr$$

FATTORE DI GAMOV

- Dec.  $\alpha$  NON va bene x la produzione di energia:

Posso xò sfruttare il fatto che ogni particella emette en. costante potenziale x diminuisce x re (17)  
diminuzione diretta isotopi

Utile x microcircuiti in cui l'elaborazione è difficile da sostituire - Becquerel + misuroni spaziali

=> RTG: Generatori Termoelettrici = Radioisotopi

-> sfrutto effetto Seebeck: converte calore  $\Delta T$ : in  $\epsilon$

Decadimenti  $\beta$ :

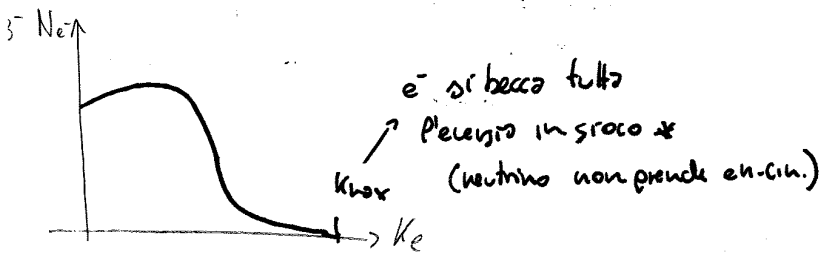
$\beta^-$ )  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$   $\rightarrow K_e = Q \left(1 - \frac{m_e}{M_Y}\right)$  : fattore correttivo molto piccolo

$\beta^+$ )  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$  ( $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ ) [ $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ , nel nucleo  $Q < 0$ ]

Lo evento subito rilevabile con en. cin. fissato

E)  $e^- + {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + \nu_e$

N.B. Particelle  $\beta$  emesse non hanno sempre la stessa en. cin.  $\rightarrow$  fissato decadimento radioattivo



x  $K_V \approx 0 \Rightarrow M_V \approx 0 = 0.05 \text{ eV}$  (CPN)

$m_e \approx 500,000 \text{ eV}$

$K_e|_{\text{max}} = Q_{\text{restione}}$

terme correttivo di Value

$M_{AT}(A, Z) = Z(M_p + m_e) + (A-Z)M_n - \alpha V A$

$A = N + Z$

$+ \alpha_s A^{2/3} + \alpha_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \alpha_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \Delta_{\text{pairing}}$

$\Delta_{\text{PAIRING}} = \begin{cases} -\delta & N, Z \text{ PARI} \\ 0 & A \text{ dispari} \\ +\delta & N, Z \text{ DISPARI} \end{cases}$

$\delta = \frac{12 \text{ MeV}}{\sqrt{A}}$

$Z(Z-1) \approx Z^2$  per  $Z$  grandi

$Q_\beta = (M_X - M_Y - m_e) c^2 \approx M_Y + K_e + K_V = K_e|_{\text{max}}$  (KUV0)

trascurabile CANONE PALLA di CANONE

$\alpha_V = 15,7 \text{ MeV}$

$\alpha_s = 17,2 \text{ MeV}$

$\alpha_c = 0,7 \text{ MeV}$

$\alpha_{\text{sym}} = 23,3 \text{ MeV}$

dec.  $\beta$  conservano il numero di massa, generano energia

$\frac{\partial M_{AT}(A, Z)}{\partial Z} \Big|_{A=\text{cost.}} = 0$

minimo =  $-\beta + 2\gamma Z_{\text{min}} = 0$

$M_{AT}(A, Z) = \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \Delta_{\text{pair.}} \Rightarrow$  parabola

$Z_{\text{min}} = \frac{\beta}{2\gamma}$   $Z$  che minimizza la massa

$\alpha = M_n + \alpha_{\text{sup}} A^{-1/3} + \alpha_{\text{sym}} - \alpha_V$

$\beta = 4\alpha_{\text{sym}} + (M_n - M_p - m_e)$

$\gamma = \frac{4\alpha_{\text{sym}}}{A} + \frac{\alpha_c}{A^{1/3}}$

$$K_x = \frac{K_y^c}{2M_x c^2} = \frac{E_y^2}{2M_x c^2} : \text{trascurabile rispetto a } K_y \Rightarrow \boxed{Q \approx K_y} \quad (18)$$

$$Q \approx E_y \approx (M_x^* - M_x) c^2$$

•  $10 \div 100 \text{ eV}$  DISECCITAZIONE ATOMI  
( $e^-$  che scendono in stato fondamentale)  
→ in tempi di  $10^{-10} \text{ s}$

ONDE  $\gamma - \vec{B}$ :

•  $\text{MeV} \div 100 \text{ keV}$  DISECCITAZIONE NUCLEI  
→ energie  $>$   
→ tempi:  $10^{-20} \text{ s}$

↳ ONDE NON IONIZZANTI:  $E = h \cdot \nu \leq 12,4 \text{ eV}$   
→ no danni tessuti biologici

↳ ONDE IONIZZANTI...  $E = h \cdot \nu > 12,4 \text{ eV}$  (raggi X, raggi  $\gamma$ )  
→ ionizzano materia → alterano struttura atomica (DNA)

dose assorbita: energia per unità di massa di radiazione assorbita

$$[\text{Gy}] = \text{Gray} = \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad \rightarrow \text{esposizione medio } 2 \text{ mGy all'anno}$$

dose equivalente: tiene conto della q.tà di ionizzazione che può compiere una particella rispetto ad un'altra

dose ecc.  $\times \text{FQ}$ . → grado di pericolosità: FQ = fattore di qualità: peso i danni biologici della radiazione

$$1 \text{ Sv} = \text{Sievert} = 1 \text{ Gy} \cdot \text{FQ} = 100 \text{ rem}$$

es. raggi X: FQ = 1

neutroni lenti: FQ = 5

..  $\alpha$  : FQ = 10

max 1mSv all'anno

$e^-$  accelerati o decelerati ⇒ emettono radiazioni  $\gamma - \vec{B}$  } molto + penetranti  
 $\alpha$ : molto ionizzazione, ma basta togliere di colpo x fermare } tutto dipende dall'en. cinetica.  
 raggi  $\gamma$  e neutroni } → + penetranti essendo neutri

materiale inghiottito: q.tà di conto  $\times$  unità di massa ⇒ esposizione:  $\text{C/kg} = \text{Röntgen}$

Rilevante è il tempo in cui dose assorbita

LET: Linear Transfer Energy: en. depositata dalla radiazione sui tessuti lungo un percorso rettilineo.

↑ LET = ↑ FQ

↳ tiene conto anche conto di come l'en. è assorbita →  $\alpha$  in presenza di  $\text{O}_2$  o no  
( $\alpha$  tenuto vicino di  $\text{H}_2\text{O}$  o no)

Radioattività Naturale: Radon  $Z=86 \rightarrow 26$  isotopi ~ roccie

$^{222}\text{Rn}$   $T_{1/2} = 3,8 \text{ gg}$  → + stabile → deriva dal dec. dell' $^{238}\text{U}$  →  $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ y}$  decade in Radon ← Radon ← Torio

Radon rilascia part.  $\alpha$  a 5,5 MeV → danni respirato

liv. di riferimento 500 Bq/m<sup>3</sup>

Polonio-210  $T_{1/2} = 138 \text{ gg}$  →  $\alpha$  → 5,4 MeV → pericoloso se ingerito

Come mai FQ. varia così tanto con tipologia di radiazione:

• particelle cariche pesanti: protoni o ioni, parte en. cin. cariche pesanti sottratta da materia circostante → si ionizza. + ionizzazioni una part. che + bassa è l'energia

fino a valore minimo

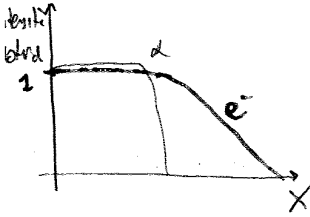
Electrons: particelle cariche 2000 volte + lesse → a punta di K la velocità è elevata (19)

$e^- \rightarrow e^-$  atomico ⇒ perdita energia minore perché

fortemente penetranti

$R = 1800 \mu m$  cfr.  $\alpha$ :  $R = 3 \mu m$

↳ + difficile da definire xke' traiettorie  $e^-$  NON sono rettilinee



NB. X  $\mu m$  ( $e^-$ ) devo anche considerare ulteriore effetto (trascurabile x particelle pesanti)

⇒ perdita di en. x RADIAZIONE = BREMSSTRAHLUNG  $\propto$  acc./dec.

• particella carica accelerata ⇒ radiazione  $4-B^2$ : cons. EN. →  $e^-$  può anche perdere tutto K in 1 sola collisione

• effetto trascurabile x particelle pesanti: ⇒ variazione di K graduale → acc./dec. → piccole

RADIAZIONE 3 PARTI: interazione radiazione con materia

3 PARTI: • propagazione PARTICELLE cariche pesanti (protoni o  $\alpha$ ) → formule di Bethe-Bloch → info su profondità di penetrazione

• propagazione PARTICELLE cariche leggere → elettroni → traiettorie non rettilinee

• particelle NEUTRE

intensità di propagazione:  $I = I_0 e^{-\mu x}$   $[\mu] = [L^{-1}]$  coeff. lineare di attenuazione  
 raggi  $\gamma$  fotoneutrico

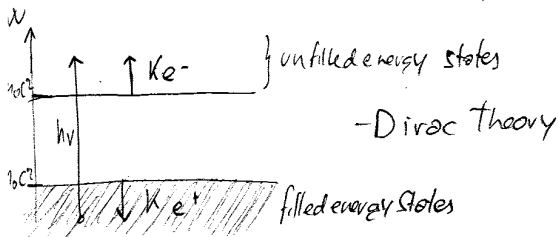
$\mu = \mu_C + \mu_P + \mu_E$  → 3 processi indipendenti (simili)  
 Compton produzione di coppie

$\gamma \rightarrow e^-$  considerato come libero ≠ fotoelettrico in cui  $c^-$  è legato } 1 o l'altro a seconda delle condizioni

- Produzione di coppie:  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$   
 e lettone-positrone ( $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ )

$h\nu = 2m_0c^2 + K_{e^+} + K_{e^-}$

$\frac{h\nu}{c} \vec{v}_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}_+$



• Neutrons: lunghezza media di attenuazione

RIVELATORI: investigare → ENERGIA } particelle evase  
 → TIPOLOGIA

interni: alto risolutivo spaziale

ATLAS: struttura a cipolla (≠ rivelatori) ~≠ energie ≠ poteri penetranti

esterni: grandi superfici

• sensibilità, risposta, risoluzione, efficienza, tempo morto → per essere di nuovo attivo dopo rivel. di una particella e formazione segnale

(tipo segnale (impulso o  $e^-$  particella))

capacità di produrre segnale stile per un certo tipo di radiazione e di energia

capacità di distinguere tra 2 misure vicine (deviazione standard)

frangione di particelle rivelate rispetto a quelle incidenti

I) e II) si comportano in maniera completamente  $\neq$ , nonostante sono anche gli stessi. (20)

L) facilmente fissionabile  $\rightarrow$   $\begin{matrix} 235 \\ 92 \end{matrix} U, \begin{matrix} 238 \\ 92 \end{matrix} U$   
 o bassa probabilità fissione

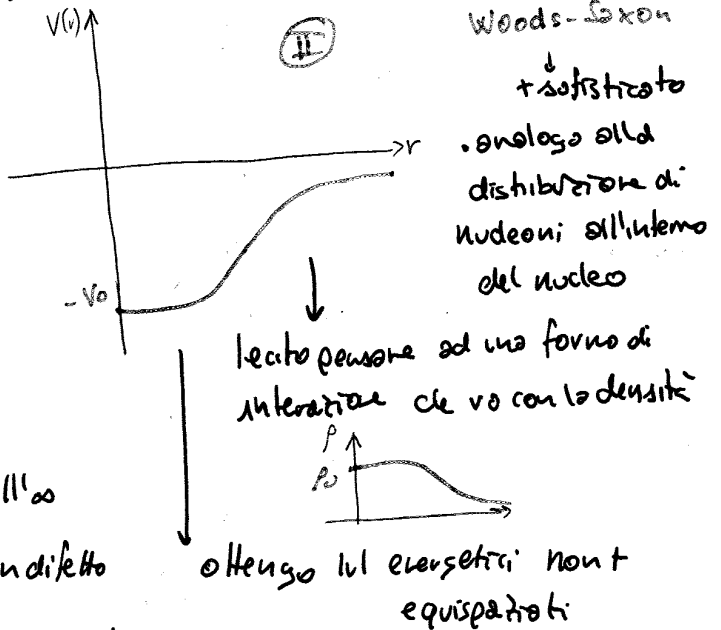
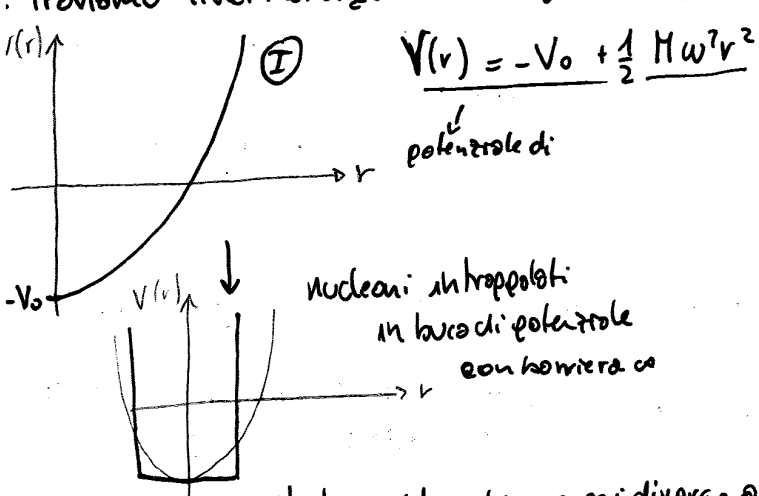
picchi  $\uparrow$

Principio di Pauli:  $Z = 2, 10, 18, 36 \dots$  gas nobili riempimento completo  $\rightarrow$  + stabili  $\rightarrow$  Ten. rouze.

$S_{2n} = B.E.(N, Z) - B.E.(N-2, Z)$   $\hookrightarrow$  forte discontinuità anche nelle energie di legame  
 $S_{2p} = B.E.(N, Z) - B.E.(N, Z-2)$  quindi anche  $\times$   $\left. \begin{array}{l} - \text{separazione neutroni} \\ - \text{separazione protoni} \end{array} \right\}$

$\rightarrow$  picchi (neutroni particolarmente legati al nucleo): sperimentalmente  
 $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 \Rightarrow$  NUMERI MAGICI  $\rightarrow$  nuclei stabili  $\sim$  con  $N, Z$ . pari, pari  
 isotopi con  $n$  dispari comportano in numero minore rispetto a  $n$  pari  
 dispari, pari

Troviamo livelli energetici con potenziale semplice:



I.B. riproduzione dei primi nr magici: pari in code in difetto in entrambi i potenziali  
 • Per trovare orbitali risolvo eq. di Schrödinger

I)  $\uparrow$  densità  $\rightarrow$   $\uparrow$  forza attrattiva  
 $\downarrow$  densità  $\rightarrow$   $\downarrow$  " "  
 $\hookrightarrow$   $\sigma$  più sensato

E.S. potenziale: oscillatore armonico: orbitali:  $N = 2(n-1) + l$  mon. ang. orbitale

$E_I = (N + \frac{3}{2}) \hbar \omega$   $\rightarrow$  legato a costante elastica. al valore di  $N$  ed  $l$  possono avere  $N$  uguale

$d = (N+1)(N+2)$   $\rightarrow$  grado degenerazione

N	nl	l	d	$Z_{TOT}$ o $N_{TOT}$
0	1s	0	2	2
1	1p	1	6	8
2	2s, 1d	0, 2	12	20
3	1f, 2p	1, 3	20	40
4	3s, 2d	0, 2	30	70

primi 3 nr magici  
 cada in difetto

se  $l=0$  si indica con s  
 $l=1 \rightarrow p$   
 $l=2 \rightarrow d$   
 $l=3 \rightarrow f$   
 $N=1 \xrightarrow{1p}$   
 $N=0 \xrightarrow{1s}$   
 $\hbar \omega$

alcuni livelli fortemente spazati:  $\rightarrow$  oltre tutto. Quando 2 lvl differiscono di un energia molto basso posso considerarli come una SHELL a se stante.  $\rightarrow$  anche in tal caso non ottengo NR MAGICI

Forza Superficie: → vomg termine superficie nell'eq. semiempirica con massa

(21)

→ termine di superficie si oppone

→ termine Coulombiano diminuisce xke distanza ↑

$$E_{sup} = a_s A^{2/3} \left( 1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right) \text{ term. superficiale } \uparrow$$

$$E_{coul} = a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} \left( 1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right) \text{ diminuisce}$$

$$\Delta E = (E_{sup} + E_{coul})_{DEF} - (E_{sup} + E_{coul})_{SPERICA} = \frac{\epsilon^2}{5} (2a_s A^{2/3} - a_c z^2 A^{-1/3})$$

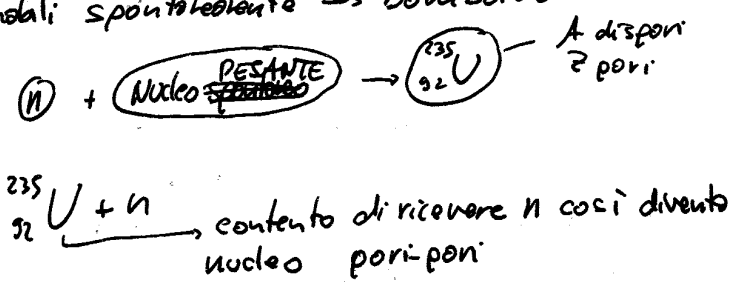
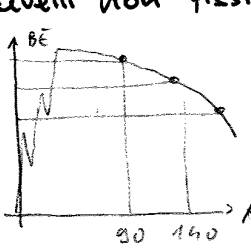
Se  $\Delta E < 0$   FISSIONE SPONTANEA

xkz bombardare di neutroni il nucleo si scinde

$$2 a_s A^{2/3} < a_c z^2 A^{-1/3} \quad \uparrow \quad \Rightarrow \quad \frac{z^2}{A} > \frac{2 a_s}{a_c} \approx 49 \quad \text{cond. molto restrittiva x nuclei in natura}$$

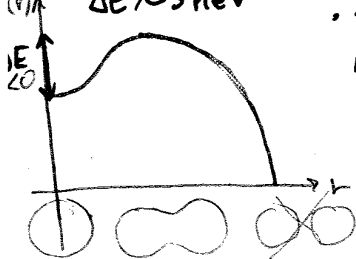
es.  $z=116$   
 $A > 270$  } fissione spontanea → difficile trovare nuclei così massivi in natura → produbbili in laboratorio

Quelli non fissionabili spontaneamente → bombardato di neutroni



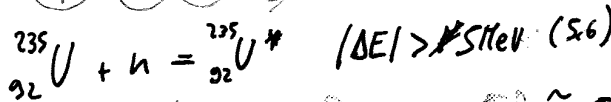
• nucleo diventa uno stato eccitato del  $^{235}\text{U}$   
 → ho acquisito energia di legame → quantificata dal termine di pairing

• Durante la separazione vengono emessi neutroni in eccesso  
 • superare barriera  $\Delta E$ : diff. en. superficiale e termine Coulombiano mi costa passare da situazione sferica a deformata

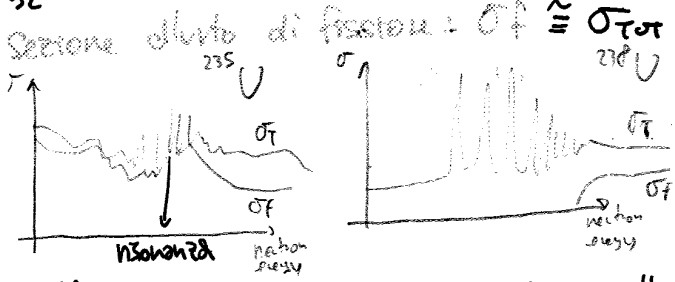


$\begin{matrix} 238 \\ 92 \end{matrix} \text{U}$  pari-pari → involontieri assorbe neutroni → si troverebbe in lut. en. sparato

$$\sigma_{TOT} = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f$$



x neutroni con bassa en. cinetica



• Neutroni termici:  $k_B \approx 0,025 \text{ eV}$

$K = k_B T$ , cost. Boltzmann

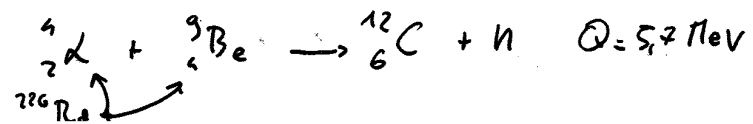
• Neutroni epitermici:  $k_B \approx 1 \text{ eV}$

• Neutroni LENTI:  $1 \text{ keV}$

• Neutroni veloci:  $100 \text{ keV} - 10 \text{ MeV}$

Per  $\begin{matrix} 238 \\ 92 \end{matrix} \text{U}$   $\sigma_f \approx 0$  all'infinito, ≠ 0 solo ad alte energie dei neutroni incidenti

• in generale xò sono veloci, vanno rallentati e chi li rallenta → neutroni d'urto bassa → ho fissione + probabile se en. cin. + bassa



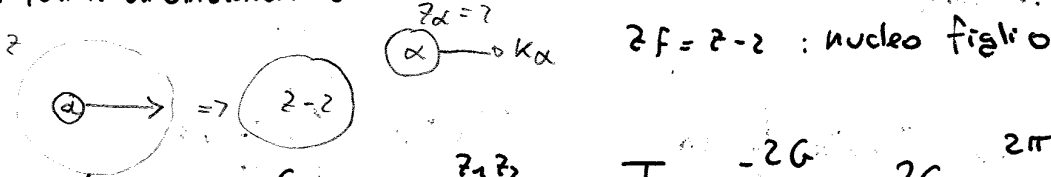
Se voglio  $K = V_c = 4,8 \text{ MeV} \Rightarrow T = 5,6 \cdot 10^{10} \text{ K}$  ) 3 ordini di grandezza di differenza  
 temperatura nel sole.  $T_0 \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ K} \Leftrightarrow K \approx 1,3 \text{ KeV}$

Colosso gravitazionale stella  $\Rightarrow \uparrow T \Rightarrow$  fusione  $\Rightarrow$  energia  $\rightarrow$  contratto colosso

Anche dec.  $\alpha$  non dovrebbe avvenire classicamente, ma avviene 2 nuclei passano ovunque a qualche fm di distanza grazie all'effetto tunnel superando barriera di repulsione Coulombiana.

$T = e^{-2G}$  - fattore di Gamow. per dec.  $\alpha$ :  $G \approx \frac{2\pi (Z_1 - Z_2) e^2}{v/c} \alpha$

$L$ , fattore di attraversamento



Nel nostro caso:  $G \approx \alpha \pi \frac{Z_1 Z_2}{v/c}$ ,  $T = e^{-2G}$

$$2G = \frac{2\pi \alpha Z_1 Z_2}{v/c} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} \sqrt{m} c \pi \alpha Z_1 Z_2}{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m} v} = \frac{\sqrt{2m} c \pi \alpha Z_1 Z_2}{\sqrt{K}}$$

$K = \frac{1}{2} m v^2$  : en. cin. relativa tra 2 nuclei  
 Vel. relativa  $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  : massa ridotta

$E_G = 2mc^2 (\pi \alpha Z_1 Z_2)^2$   
 $\Rightarrow T = e^{-\left(\frac{E_G}{K}\right)^{1/2}}$  es.  $2p$ ,  $T_0 = 10^7 \text{ K}$   
 $\hookrightarrow K \approx 1 \text{ KeV}$

nessuno effetto tunnel: a qst. Temp. non avviene, per lo meno se osserviamo particelle con questi K

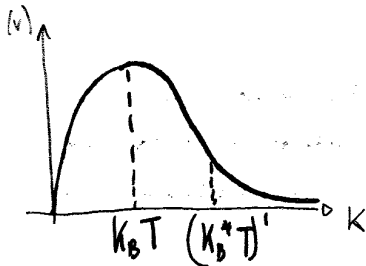
$E_G = 490 \text{ KeV}$   
 $\Rightarrow e^{-2G} = e^{-27} \approx 10^{-9.6}$   
 L'effetto tunnel trascurabile a queste energie

+ nuclei pesanti: +  $Z$  cresce linearmente  $\rightarrow$  cresce repulsione Coulomb.  
 $\rightarrow$  sempre + difficile che si realizzi effetto tunnel.

C'è altro fattore che non ho considerato:  $\langle K \rangle \approx k_B T$

$\rightarrow$  valore medio + probabiltà di en-cin.

: distribuzione di Maxwell-Boltzmann



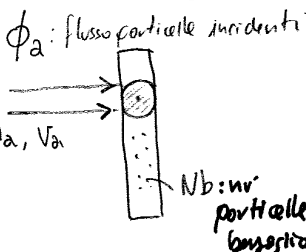
$p(v) dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT} v^2} v^2 dv$   $\rightarrow$  probabilità di trovare particella a quella temperatura e a quella velocità.  
 $\rightarrow$  è max per  $k_B T$

$\bar{R} = N$ : numero reatt. nell'unità di tempo

$N \propto \phi_a N_b \sigma = n_a v_a n_b V \sigma = n_a n_b V v_a \sigma$

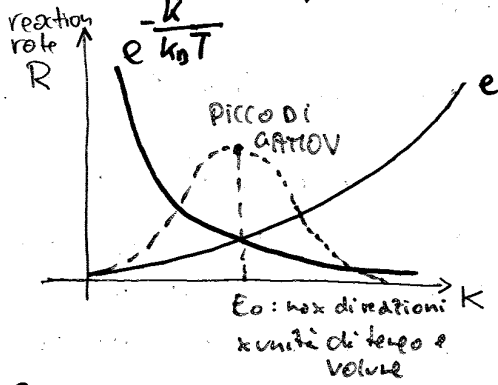
volume intersezione torreglio bersaglio

$R_{LAB} = \frac{\bar{R}}{V} = n_a n_b \sigma v_a \rightarrow$  x unità di tempo evolve sistema di riferimento laboratorio





• ad una certa T, aumentando K  $\rightarrow$  exp  $\downarrow$   $R \approx n_1 n_2 \left(\frac{\sigma}{\pi n_0}\right) \left(\frac{1}{k_B T}\right) \int_0^\infty e^{-\frac{x}{k_B T}} \frac{dx}{du} e^{-\frac{E_G}{k_B T}} \frac{dx}{du} \quad (23)$



$-\left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2} \sim$  effetto tunnel: no  $\uparrow$  K sempre - probabilità

$$\frac{d}{dk} \left[ \frac{k}{k_B T} + \left(\frac{E_G}{k}\right)^{1/2} \right] \Big|_{k=E_0} = 0 \quad \frac{1}{k_B T} - \frac{E_G^{1/2}}{2} \left(\frac{1}{E_0}\right)^{3/2} = 0$$

$$(E_0)^{3/2} = k_B T \frac{E_G^{1/2}}{2} \rightarrow E_0 = \left[ \frac{1}{4} (k_B T)^2 E_G \right]^{1/3}$$

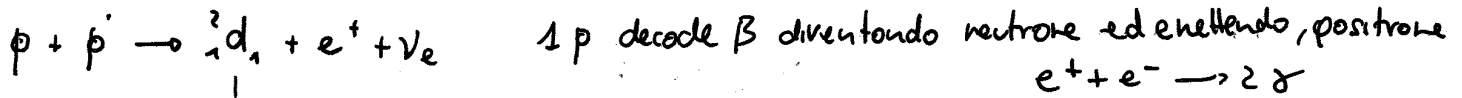
↓  
valore che massimizza nr. reazioni

Se lavoriamo a particolari energie  $\Rightarrow$  di GOMOV

ideali x dove luogo di fusione nucleare

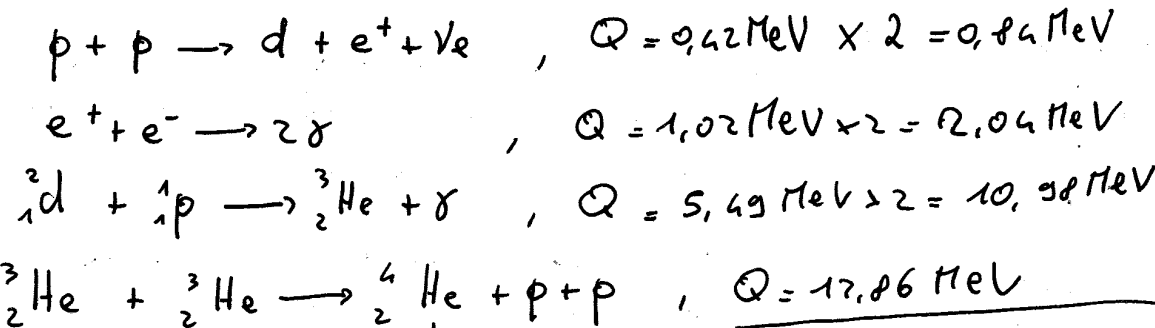
$p + p$ ,  $T = 2 \cdot 10^7 K$ ,  $E_G = 493 KeV \Rightarrow$  in questo caso valore picco di GOMOV  $E_0 = 7,2 KeV$   
 $k_B T = 1,7 KeV$

FUSIONE STELLARE:



$(\sigma_{pp} \approx 10^{-33} b)$   $\rightarrow$  probabilità di avvenire molto bassa, ma nel sole c'è un sacco di idrogeno

BILANCIO ENERGETICO dell'EN. LIBERATA:



$4p \rightarrow d + 2e^+ + 2\nu_e$      piccolo pronunciato di en. di legame  $\rightarrow$  minorigico      $0,52 MeV$   
26,72 MeV -  
26,20 MeV : en. tot. liberata

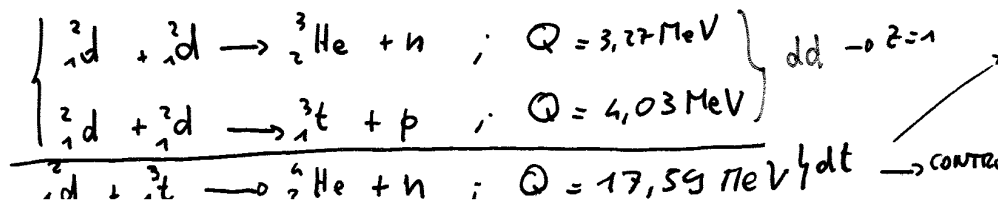
$\rightarrow$  reazioni avvengono relativamente lente a ~~alta~~

$0,28 \cdot 10^{30} Kg$  idrogeno

CASO TERRESTRE: ho bisogno di  $\downarrow$   $\rightarrow$  elementi leggeri (non posso fare come il Sole)

reazioni lente a TTT)

FUSIONE TERMONUCLEARE CONTROLLATA:



minimo possibile

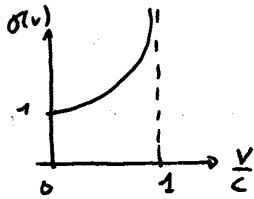
vantaggio:  $\int \sigma dt \gg \int \sigma dd$   
 - avviene con maggiore probabilità  
 $\rightarrow$  energia maggiore

velocità propagazione onde  $\lambda - \nu$  :  $c = \lambda \nu$

MICHELSON-MORLEY  $\rightarrow$  x mettere in evidenza ETHERE  $\rightarrow$  se ci fosse stato vento relativo d'ETERE avrei avuto  $\neq$  di fase e quindi interferenza

Lorentz: transf. di coordinate che lasci invariante  $\vec{F}_{EM} \Rightarrow \vec{F}_{EM}(x,y,z,t) = \vec{F}_{EM}(x',y',z',t')$

$$\begin{cases} x' = (x - vt) \gamma(v) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = (t - \frac{vx}{c^2}) \gamma(v) \end{cases}$$



$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

EINSTEIN:

- ① Tutte le leggi fisiche sono invarianti rispetto a tutti i sistemi di rif. inerziali.
- ② c nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i sist. di rif. inerziali, indipendentemente dalla velocità dell'osservatore

$$u_x' = \left( \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \right) \quad u_y' = \left[ \frac{u_y}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \gamma(v)} \right] \quad u_z' = \frac{u_z}{\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \gamma(v)}$$

CONTRAZIONE LUNGHEZZE:

$$\Delta L(v) = \frac{\Delta L_0}{\gamma(v)}$$

DILATAZIONE TEMPI:

$$\Delta t(v) = \gamma(v) \Delta t_0$$

DINAMICA RELATIVISTICA:

$$\begin{cases} \vec{p} = \gamma(v) m \vec{v} \\ E = \gamma(v) m c^2 \end{cases}$$

$$E = K(v) + m c^2 \Rightarrow K(v) = E - m c^2 = [\gamma(v) - 1] m c^2$$

$$\begin{cases} p^2 c^2 = \gamma^2 m^2 v^2 c^2 \\ K^2 = (\gamma - 1)^2 m^2 c^4 \end{cases} \Rightarrow K^2 + 2 m c^2 K = p^2 c^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\frac{\gamma(v) m v^3}{\gamma(v) m c^2} = \frac{p}{E} \Rightarrow \frac{v^3}{c^2} \frac{p}{E} = \frac{1}{\gamma(v)} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{1}{\gamma(v)}$$

$\rightarrow$  se  $m \neq 0 \quad v < c$   
 $\rightarrow$  se  $m = 0 \quad v = c$

$m c^2 \gg K$  regime non relativistico  $\rightarrow$  (n) :  $M m c^2 \approx 938 \text{ MeV}$

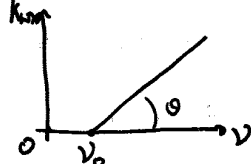
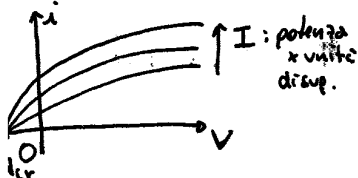
$m c^2 \approx K$  regime relativistico  $\rightarrow$  (e<sup>-</sup>) :  $m_e c^2 \approx 0.5 \text{ MeV}$

$m c^2 \ll K$  regime ultrarelativistico  $\rightarrow p^2 c^2 \approx K^2$

EFFETTO FOTOELETTRICO:

$$K_{max} = e | \Delta V_{cr} | \propto V$$

$$h = h \nu_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$



$$\nu_0 > \frac{\Phi}{h} \text{ : en. di estrazione}$$

$$E_\gamma = h \nu = p_\gamma c$$

applicando **FISICA II** al 1)  $\rightarrow$   $10^{21}$  pernessi.

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} n^2 = a_0 n^2$$

"  $0.529 \text{ nm}$

$\rightarrow$  energie proprie:

$$E_n = \frac{1}{2} k_e \frac{e^2}{a_0 n^2} = \dots$$

en. ionizz.  $H_2$

$$E = \frac{E_x - E_f}{h} = \frac{k_e e^2}{2 a_0 h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{k_e e^2}{2 a_0 c h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

numero Rydberg

**MOMENTO ANGOLARE ORBITALE**

$$|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad L_z = m_l \hbar \quad -l \leq m_l \leq l$$

mom. di dipolo magnetico:  $|\vec{\mu}| = \frac{e}{2m} |\vec{L}|$

$$\mu_{e,z} = - \frac{e \hbar}{2 m_e} m$$

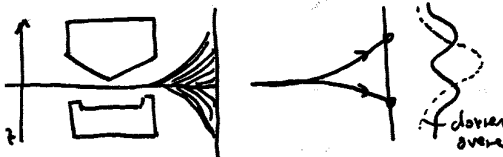
$\mu_B^{(e)}$ : **MAGNETONE DI BOHR**

$\rightarrow$  unita' elementare di momento di dipolo magnetico

**EFFETTO TUNNEL**  $\approx T \ll 1 \quad T \approx e^{-2CL}$   
 $T+R=1$

$$C = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$$

**NUMERO QUANTICO MAGNETICO DI SPIN**: (espor. Stern-Gerlach)



$$F_z = \mu_z \frac{dB}{dz}$$

$\rightarrow$  ripetono con  $H_2$  che ha mom. ang. orbitale = 0  $\Rightarrow \mu_z = 0$  **riottennero 4 linee**

$\rightarrow$  momento magnetico di dipolo  $\neq 0$  quando altro associato ad altro orbitale lo e'.

**MOMENTO ANGOLARE INTRINSECO**:

$$\mu_{e,z} = \pm \frac{1}{2} \mu_B$$

$$\mu_{e,z} = -2 \mu_B m_s = \pm \mu_B^{(s)} \quad \times 1 \text{ elettrone}$$

$$\mu_{p,z}^{(s)} = \pm \mu_B^{(p)} = \pm \frac{e \hbar}{2 m_p} \text{ (F) } \quad \text{connessione x estensione}$$

**RISONANZE**

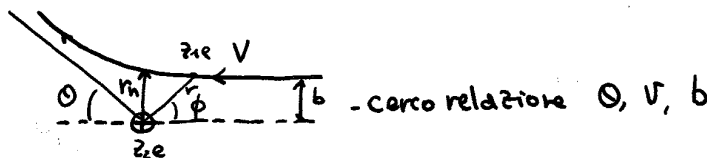
**SEZIONE DIVERTO**

R. non poteva modulare energie  $(\alpha)$  e aveva interazione  $\vec{L} \cdot \vec{B} \Rightarrow$  solo per stitiori dimensioni nucleo

$\sigma = \frac{N}{\phi_a N_b}$ : probabilita' che stato iniziale particella trasformato in nuovo stato a causa dell'evento di interazione

$$\sigma = 10^{-28} \text{ m}^2 = 1 \text{ b}$$

Differenziale:



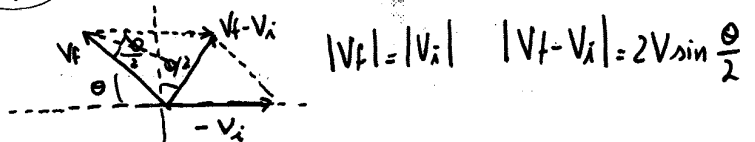
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{dN}{d\Omega N_a N_b}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{r^2} \vec{u}_r = m \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \int_{v_i}^{v_f} d\vec{v} = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{m r^2} \frac{d\phi}{dt} \vec{u}_r = k_e \frac{z_1 z_2 e^2}{L} \frac{d\phi}{dt} \vec{u}_r \quad L = m v b$$

$\rightarrow$  mom. ang. = cost.

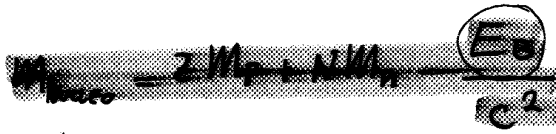
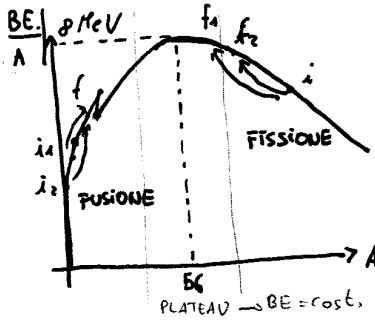
$$\sigma = \frac{N}{\phi_a N_b} = \frac{dN}{dt} \frac{1}{N_a N_b} \cdot \frac{A}{A} = \frac{dN}{N_a N_b} A$$



ENERGIA DI LEGAME

$$M_N(N, Z) - [NM_N + ZM_P] < 0 \rightarrow \frac{M_N(N, Z)c^2 - [NM_N + ZM_P]c^2}{A} < 0 \quad \text{B.E.} \quad \text{ATTRATTIVA}$$

↓  
diminuisce  
massa tot.  
nucleo



← modello a goccia  
+ prove sperimentali

$$(B.E.) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(Z-2Z)^2}{A} + \delta_{pairing}$$

$a_v$  (Z)  $\propto$  Volume : singolo nucleone interagisce significativamente solo con vicino  $\sim 17 \text{ MeV}$

$a_s A^{2/3}$  : corregge termine di Volume:  $\rightarrow$  nucleoni superficiali meno legati

$a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$  : repulsione elettrostatica  $\rightarrow$  compio lavoro per portare protone su superficie sfera con densità di carica costante:  $\rightarrow \frac{q}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \text{cost}$

$$U = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{r(q)} = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dq}{R q^{1/3}} \quad Q^{1/3} = \frac{3}{5} \frac{Q^{1/3}}{4\pi\epsilon_0 R} \quad Q^{5/3} \quad r = R \left(\frac{q}{Q}\right)^{1/3}$$

energia potenziale nella distr. di carica:  $U = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$  singolo protone interagisce con  $Z-1$  protoni:  $Z^2 \Rightarrow Z(Z-1)$

$$Q = 2e \quad R = r_0 A^{1/3} \quad a_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \frac{1}{r_0} \quad \rightarrow 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

↑  
stati quantici  $\neq$

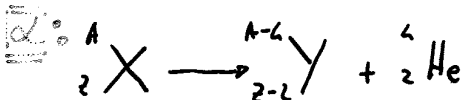
$a_{sym} \frac{(Z-2Z)^2}{A}$  : squilibrio tra i numeri  $\frac{1}{137}$  dei 2 tipi di nucleoni causa incremento energia totale nucleo.  $\rightarrow$  Dopo certo A fa diminuire l'en. di legame

$\delta_{pairing}$  :  $\begin{cases} +\delta & Z, N \text{ PARI } [A \text{ PARI}] \rightarrow \text{nucleo ha energia minore nr protoni "spin up"} \\ 0 & [A \text{ DISPARI}] = \text{nr protoni "spin down"} \rightarrow (BE)_{\text{MAX}} \\ -\delta & Z, N \text{ DISPARI } [A \text{ DISPARI}] \rightarrow \text{per forza 1n e 1p disaccoppiati} \rightarrow (BE)_{\text{MIN}} \end{cases}$   
 $\rightarrow$  massa nucleo  $\rightarrow$  max  $\rightarrow$  meno stabile

REAZIONI NUCLEARI

Un nucleo è stabile  $\Leftrightarrow (BE)_{\text{MAX}} \Leftrightarrow (M_{\text{nucleo}})_{\text{MIN}}$

Carica  $q$ , energia, qdm. si CONSERVANO



$$M_X c^2 = M_Y c^2 + K_Y + M_\alpha c^2 + K_\alpha \quad \text{n.r. } K \ll M c^2$$

$$Q_\alpha = (M_X - M_Y - M_\alpha) c^2 > 0$$

$$0 = \bar{p}_Y + \bar{p}_\alpha \Rightarrow |\bar{p}_Y| = |\bar{p}_\alpha|$$

$$Q_\alpha = K_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_Y}\right) \rightarrow \frac{M_\alpha}{M_Y} \ll 1 \quad K_\alpha \approx Q$$

$$M_{AT}(A, z) = \alpha A - \beta z + \gamma z^2 + \Delta p.$$

$$\rightarrow \frac{\partial M_{AT}}{\partial z} \Big|_{A=const.} = 0 \Rightarrow z_{min} = \frac{\beta}{2\gamma}$$

$$\alpha = M_n + 2s A^{-1/3} + 2s_{sym} - 2v$$

$$\beta = 4s_{sym} + (M_n - M_p - m_e)$$

$$\gamma = \frac{4s_{sym}}{A} + \frac{2c}{A^{1/3}}$$

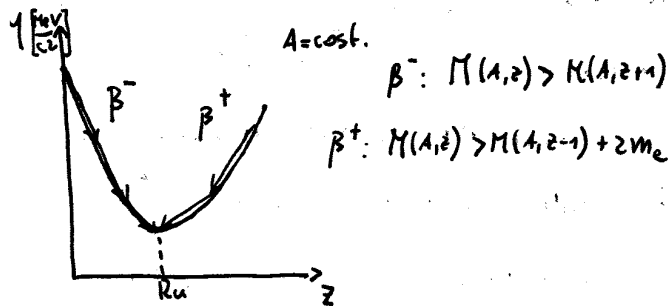
$$z_{min} = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{bc}{bs_{sym}} \frac{1}{A^{2/3}}}$$

$$b = \frac{a}{c^2}$$

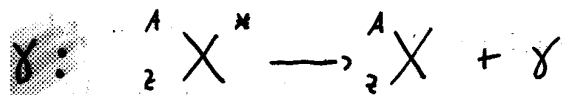
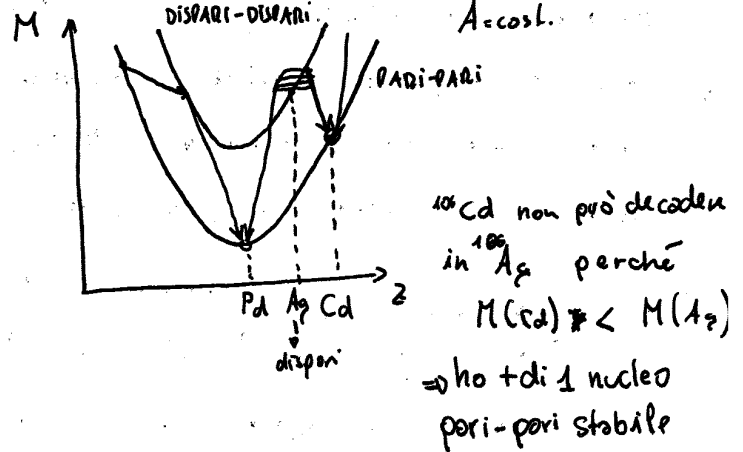
$$z_{stabilita} = \frac{A}{2} \left( 1 - \frac{2c}{4s_{sym}} A^{2/3} \right)$$

se A piccolo:  $z_m \approx \frac{A}{2}$ ; altrimenti:  $z_m < \frac{A}{2}$

DEC. B con A DISPARI; ( $\Delta p_{par} = 0$ )



DEC. B con A PARI



$$Q = (M_x - M_x) c^2$$

$$= K_x + K_y = K_\gamma = p_\gamma c = E_\gamma = h\nu_\gamma > 0$$

LEGGE STATISTICA DEI DECADIMENTI

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \xrightarrow{\text{legge esponenziale}} N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

tempo di dimezzamento:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

• vita media nucleo:  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  def.  $A(t) > 0$   $[A] = Bq = \frac{Dec}{s}$

RADIAZIONI

onde non ionizzanti:  $E = h\nu \leq 12,4 eV$

onde ionizzanti:  $> 12,4 eV$

vl guardia: 500 Bq/m<sup>2</sup>

$$DOSE = [N_0 - N(\Delta t)] \eta \frac{K}{M_{pers.}}$$

$$DOSE EQ. = DOSE \cdot FQ$$

media: 2mGy/anno  
 $J/kg$   
 $max \ 1mSV/anno$

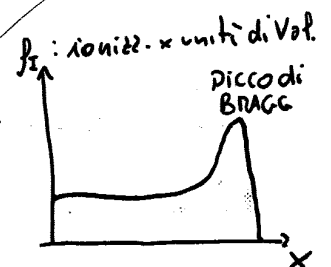
Energia trasferita dal protone all'e<sup>-</sup> (urto frontale):  $\Delta K|_p = K_p \left( \frac{4m_e}{M_p} \right)$

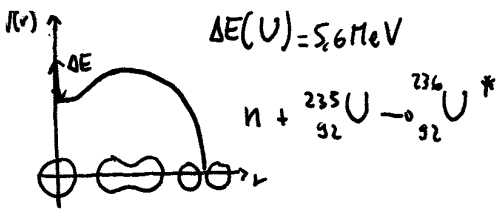
Particella cede gran parte dell'energia quando è quasi ferma

FORMULA DI BETHE-BLOCH: perdita energia per propagazione

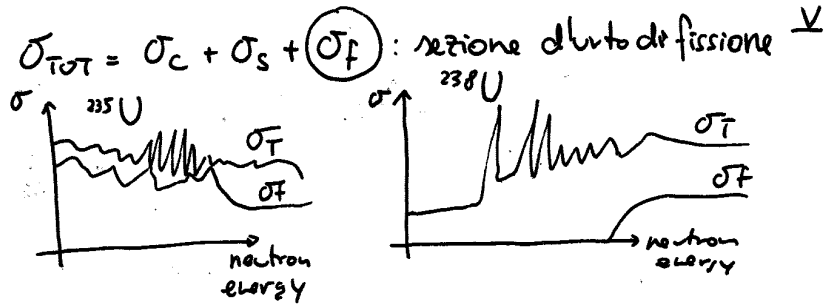
$$\frac{dE}{dx} = - \frac{dK}{dx} \propto \frac{Z^2}{A^2 v^2} \left[ \frac{1}{2} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right]$$

range di propagazione (trascurando termini correttivi):  $R \propto K^{1+q}$





$\sigma_f \approx \sigma_{TOT}$  per neutroni con bassa en. cinetica



neutroni termici:  $k \approx 0.025 \text{ eV}$

neutroni epitermici:  $k \approx 1 \text{ eV}$

neutroni lenti:  $k \approx 1 \text{ keV}$

neutroni veloci:  $k = 100 \text{ keV} \approx 10 \text{ MeV}$

$\downarrow k_n \rightarrow \uparrow \sigma \rightarrow$  fissione + probabile  
 $^{235}\text{U}$  ha + alta probabilità di assorbire  
 $n$  se  $k < 1 \text{ eV}$

REATTORE:  $^{235}\text{U}$  c'è ne' poco perché  $T_{1/2}^{235}\text{U} = 4 \cdot 10^6 \text{ y} \rightarrow$  arricchisco (centrifuga) separando  $\% 235$  da  $238 \rightarrow 3\%$

fattore di moltiplicazione: F

- numero medio neutroni di fissione capaci di innescare o loro volta fissione

$F = 1$  : 1 ne crea un'altra

$F < 1$  : r. e colono si sta spegnendo } Borse di controllo al Boro, Cadmio ( $\uparrow \sigma_{\text{ass. neutroni}}$ )

$F > 1$  : r. e " sta divergendo

### FUSIONE NUCLEARE

forza di Coulomb impedisce ai 2 nuclei leggeri di avvicinarsi a 2 fm per entrare nel campo d'azione delle forze nucleari.

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{z_1 z_2}{R_1 + R_2}, \quad R \approx r_0 A^{1/3} \rightarrow V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \frac{z_1 z_2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

nuclei leggeri:  $A_1 \approx A_2 = 2z_2 = 2z_1 = A$

~~$V_c = 0.73 A^{5/3} \text{ MeV}$~~

N.B. fusione elio:  $V_c = 4.8 \text{ MeV}$   $k = k_B T \Rightarrow T = 5.6 \cdot 10^{10} \text{ K}$

ma  $T_0 = 1.5 \cdot 10^7 \text{ K} \Rightarrow k \approx 1.3 \text{ keV}$

$T = e^{-2G}$   $G \approx 2\pi (z_1 - z_2) d \frac{c}{v}$  : nel caso di DEC.  $\alpha$

nel nostro caso:  $2G = \frac{2\pi d z_1 z_2}{v/c} = \frac{2/\sqrt{2} \sqrt{m} c \pi d z_1 z_2}{\sqrt{m}/\sqrt{2} v} = \frac{\sqrt{2m} c \pi d z_1 z_2}{\sqrt{k}}$

$E_G = 2m c^2 (\pi d z_1 z_2)^2$  : EN. di GAMOV

+ nuclei pesanti +  $z \uparrow \rightarrow \uparrow$  fermite di repulsione Coulombiana  
 - effetto tunnel sempre - probabile