NUMERO: 1739A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Paradisi Gaia

MATERIA: Elettrotecnica e macchine elettriche, Teoria + Esercizi + Temi esame risolti - prof. Giaccone, Pellegrino

30/09/13

ELETTROTECNICA e MACCHINE ELETTRICHE

LUCA GIACCONE (ELETTROTECNICA)

Testo esercizi → UTILE Elettrotecnica - Esercizi svolti - Canova, Gruosso, Repetto.

www.calendma.polito.it → calendario lezioni aggiornato.

Consulenze → e-mail.

ESAME: 2 es elettrotecnica + 2 es macchine elettriche
ammesso un formulario fornito sul portale
+ orale integrato.

Grandezze elettriche, componenti e leggi topologiche

Dispositivo elettromagnetico può essere studiato con un mod a param concentrati?

MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI → solo se tempo di propagazione è minore della frequenza del segnale. (molto minore)

Se non è abb piccolo c'è da studiare tutti i parametri
↳ non è l'elettrotecnica che studiamo.

Ora con la tecnologia + avanzata dei processori (ordine dei GHz) questi non possono essere studiati con la teoria dei circuiti.

⇒ Noi studiamo freq. ≈ 50Hz (energia elettromagnetica che arriva a casa)

CORRENTE ELETTRICA: Materiale conduttore (elettroni liberi / banda di conduzione degli elettroni non piena)
Posso misurare quante la carica totale che fluisce attraverso la sez. del cond.
→ Variazione di carica nel tempo

$$i = \frac{dq}{dt}$$

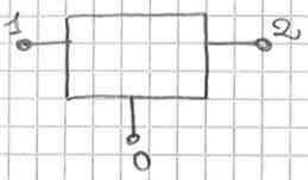
AMPÈRE (A)
↳ unità di misura derivata (≠ carica ≠ tempo)

Potrebbe essere costante ma anche variabile nel tempo!
CORRENTE COSTANTE: CORRENTE CONTINUA
corrente variabile: CORRENTE ALTERNATA (variazioni di tipo periodiche)
↳ REGIME SINUSOIDALE (periodica + alternata)

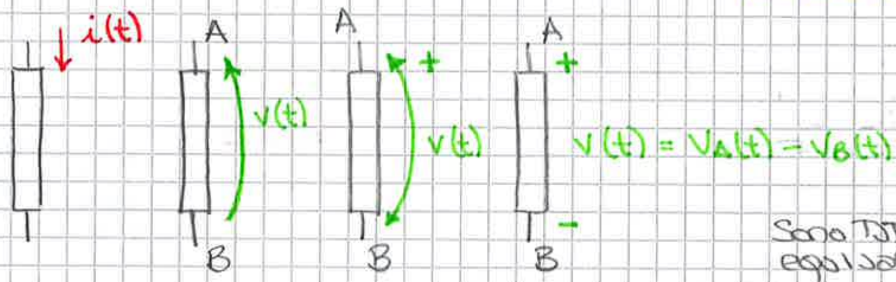
val MAX e min hanno lo stesso modulo

La corrente in un circuito ha una direzione convenzionale → il segno della corrente mi dice se il verso è quello giusto o l'inverso.

TRIPOLO



Correnti e Tensioni hanno un segno! Notazione grafica: vista ad evidenziare il loro segno.

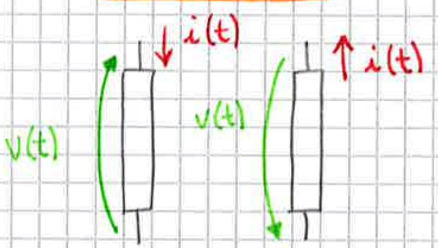


Sono tutte e 4 equivalenti!

Potenza assorbita ≠ Potenza generata

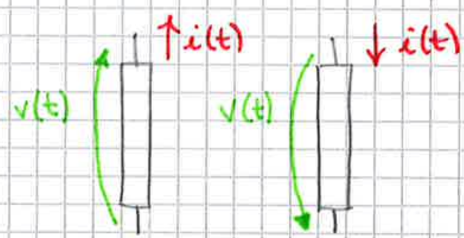
→ CONVENZIONI

UTILIZZATORI



La corrente entra nel morsetto dove abbiamo la polarità positiva della tensione.

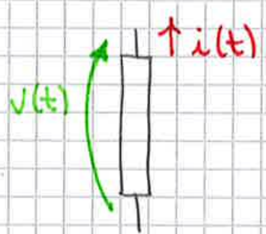
GENERATORI



La corrente esce dal morsetto in cui abbiamo la polarità positiva della tensione

A questo punto una volta fatto il prodotto tra corrente e tensione capiamo cosa sta succedendo (grazie alla potenza)

GENERATORI

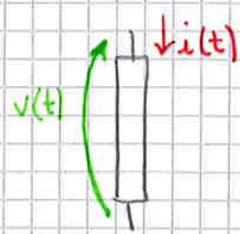


convenzione attiva

$p > 0$ generata

$p < 0$ dissipata o immagazzinata come energia interna

UTILIZZATORI



convenzione passiva

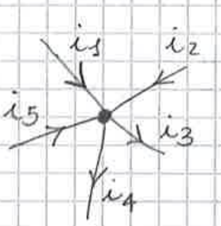
$p > 0$ dissipata o immagazzinata come en. interna

$p < 0$ generata

LEGGI DI KIRCHOF

Per le correnti

Deriva dalla legge di conservazione della carica



⟹ La somma algebrica delle correnti rispetto a un nodo è uguale a 0.

Considero positive le correnti entranti e negativi se quelle uscenti (è del tutto arbitrario)

Faccio la somma algebrica: $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$

$(-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0)$

CORRENTE: variaz di carica nell'unità di tempo

Parto dalla def della legge di Kirchof e arrivo a vedere che deriva dal principio di cons della carica.

$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow q = \int i\, dt$$

$$\rightarrow \int (i_1 + i_2 - i_3 - i_4 + i_5)\, dt = 0$$

$$q_1 + q_2 - q_3 - q_4 + q_5 = 0$$

PRINCIPIO DI CONSERVAZ DELLA CARICA.

Per un $\forall$ nodo

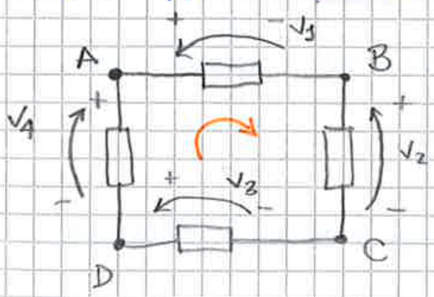
$$\rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{N} i = 0}$$

⤳ Può anche essere detta: la somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dal nodo

$i_1 + i_2 + i = i_3 + i_4$

Per le Tensioni

Viene applicata all'elem. topologico maglia.



⟹ Data una maglia (percorso chiuso di lati di un circuito) la somma algebrica delle tensioni sui lati della maglia è 0.

Voglio calcolare la potenza di ogni dipolo (sono assorbite o generate?)

$P_1 = V_1 i_1$ GENERATA [convenzione dei generatori]

$P_2 = V_2 i_2$ ASSORBITA [convenzione degli utilizzatori]

$P_3 = V_3 i_3$ ASSORBITA [convenzione degli utilizzatori]

Posso quindi dire con sicurezza che 1 genera e 2 e 3 assorbono?

NO! Dipende dai segni di correnti e tensioni (il segno della potenza cambia in base al loro prodotto! → potrebbe anche essere il contrario.

Per esempio se $V_1 \cdot i_1$ viene un num negativo → assorbirà quella qtà di potenza

LKT → $\left.\begin{array}{l} V_1 = V_2 \\ V_3 = V_2 \end{array}\right\} V_1 = V_2 = V_3 = V$

$i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_1 V = V(i_2 + i_3) = V i_2 + V i_3$

Moltiplico ambo i membri per una costante.

$V_1 i_1 = V_2 i_2 + V_3 i_3$

$P_1 = P_2 + P_3$

L'unico vincolo che poniamo è che siano rispettate le legge di KC per il solo set delle correnti e KT per il solo set delle tensioni.

$\underset{G}{P_1(t)} = \underset{A}{P_2(t)} + \underset{A}{P_3(t)} \quad \forall t$

La somma delle potenze generate deve essere uguale alla somma delle potenze assorbite

TEOREMA DELLE POTENZE VIRTUALI

⇒ LEGGE DI CONSERVAZIONE DELLE POTENZE

$$\boxed{\Sigma P_G(t) = \Sigma P_A(t)}$$

in qualunque istante di tempo

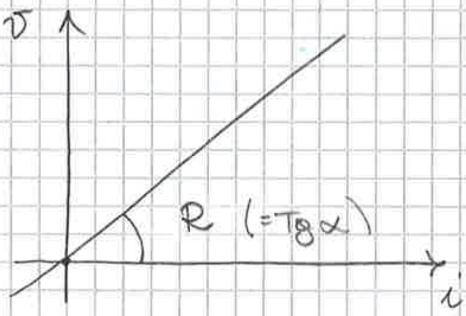
$$\underbrace{\Sigma V_k i_k}_{\text{di tutti i bipoli analizzati in convenzione di GENERATORI}} = \underbrace{\Sigma V_h i_h}_{\text{di tutti i bipoli analizzati in convenzione degli UTILIZZATORI}}$$

Per il momento non abbiamo definito il rapporto tra corrente e tensione ai capi di un dipolo → ora lo faremo e le potenze saranno definite.

$\boxed{V = R \cdot i}$ I LEGGE DI OHM

$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{A}}$ II LEGGE DI OHM

EQ. COSTITUTIVA:



$y = mx + q$

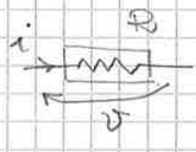
$V = R \cdot i + 0$

R = coefficiente angolare

$\boxed{R > 0}$ sennò non ha significato fisico

$P = v \cdot i$

potenza assorbita.



$$\begin{cases} P = v \cdot i \\ v = R \cdot i \end{cases} \Rightarrow \boxed{P = R i^2}$$

$$i = \frac{v}{R} \Rightarrow \boxed{P = \frac{v^2}{R}}$$

~~La pote~~ La resistenza è un componente dissipativo perché essendo R > 0 ed essendo sia i che v della seconda, la potenza sarà sempre positiva.
→ essendo un elem studiato in convenzione degli utilizzatori sarà solo in grado di assorbire potenza.

v ed i in questo caso saranno sempre concordi.

$$W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P(t)\, dt$$

ENERGIA rilasciata dal sistema sotto forma di calore

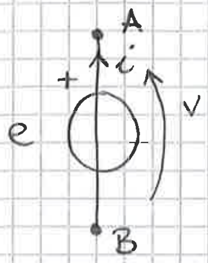
$$= R I^2 \Delta t$$

$\Delta t \to t_2 - t_1$

EFFETTO JOULE

GENERATORE IDEALE DI TENSIONE

Componente ATTIVO.



$e = U_A - U_B = V_{AB}$

Per comodità utilizzo convenzione dei generatori

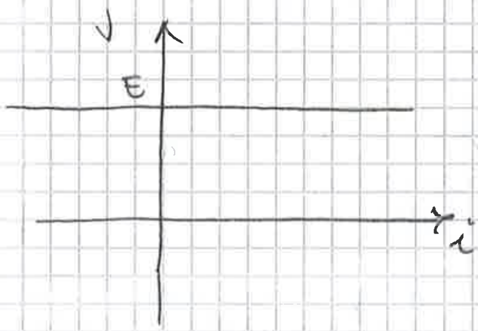
Eq costitutiva: $\boxed{e = V}$

qui non compare la corrente (dovrebbe secondo la def di eq costitutiva)

Perché è un generatore IDEALE

$\forall i$ la corrente può assumere un qualunque valore.

$e = V \quad \forall i$



$\boxed{e = E > 0}$

può dipendere dal tempo (minuscola) — costante (maiuscola)

Perché è IDEALE? la potenza erogata $P = V \cdot i = E \cdot i \quad \forall i$

$e = E > 0$ → supponiamo x comodità

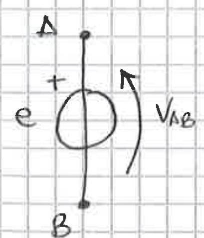
$P = E \cdot i \quad \forall i$

CONVENZIONE GENERATORI ← In questo modo se ho una corrente negativa la potenza diventerà assorbita! (esempio impianto fotovoltaico + rete elettrica)

Non avendo vincoli su corrente range da $-\infty$ a $+\infty$. Può generare ∞ potenza e anche assorbirla. No fisicamente possibile ma lo può gestire. → IDEALE. Può gestire con le sue equazioni livelli di potenza infinita che non esistono nella realtà.

Casi particolari:

- $e = E = 0\,V$ Generatore di tensione che applica tensione nulla



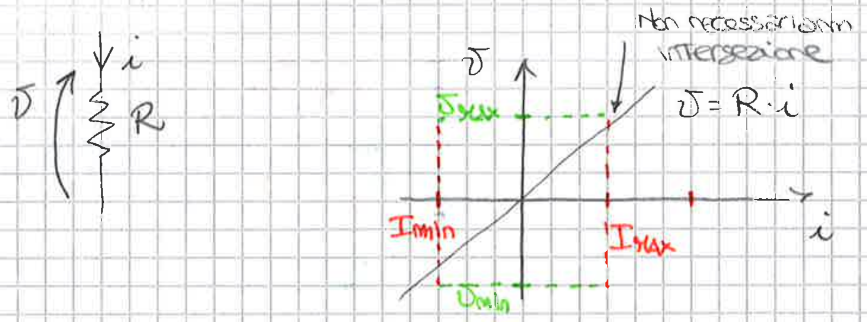
$V_{AB} = U_A - U_B = 0$

$U_A = U_B$

CORTO CIRCUITO

COMPONENTI REALI

RESISTENZA



Al crescere della pendenza significa che sta aumentando la resistenza R

LIMITE IN CORRENTE

CORTOCIRCUITO se vengono a contatto 2 conduttori con tensioni diverse

$$\left.\begin{array}{l} P = v \cdot i \\ v = R \cdot i \end{array}\right\} \Rightarrow P = R i^2$$

La legge tra ideale e reale è la stessa, introduco solo dei vincoli

GENERATORE REALE DI TENSIONE

La tensione mantiene un certo valore in modo lineare fino ad un certo punto in cui decade.

- caratteristica lineare
- caratteristica non lineare

Facendo lo sviluppo in serie della rossa posso approssimarla secondo la blu.

$$v_R(i) = v(i=0) + \left.\frac{\partial v}{\partial i}\right|_{i=0} i$$

Blocco lo sviluppo al I termine

$v(i=0) = E$ val che avrebbe generat ideale di tensione con carat a manitta.

$\left.\frac{\partial v}{\partial i}\right|_{i=0} = -R_g$ È una RESISTENZA ed ha segno negativo $\Rightarrow$ non ha senso fisico!

$$\Rightarrow \boxed{v_R(i) = E - R_g i}$$

CONNESSIONE DI BIPOLI

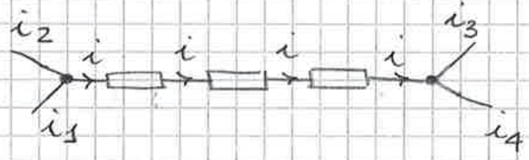
BIPOLO: rete elettrica accessibile solo da una coppia di morsetti e di cui interessa solo il comportamento esterno.

- SERIE
- PARALLELO

SERIE

→ Uno o più bipoli sono connessi in serie se appartengono allo stesso lato. → insieme di componenti connessi tra 2 nodi

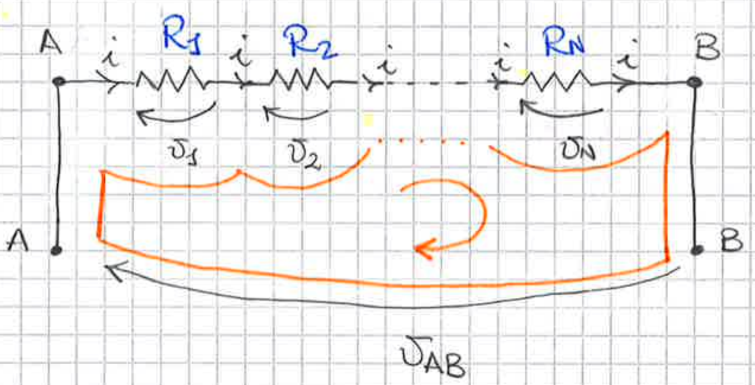
2 possibili definizioni



La corrente di ciascun componente è la stessa.

→ Due o più bipoli sono connessi in serie quando sono attraversati dalla stessa corrente.

Connessione serie di resistenze.



Ogni resistenza ha il proprio livello di tensione.

Per ogni resistenza posso scrivere l'eq costitutiva (OHM)

$$v_1 = R_1 i$$
$$v_2 = R_2 i$$
$$v_N = R_N i$$

KIRCHOFF $\quad v_{AB} - v_1 - v_2 - \dots - v_N = 0$

$$v_{AB} = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$

$$v_{AB} = R_1 i + R_2 i + \dots + R_N i$$

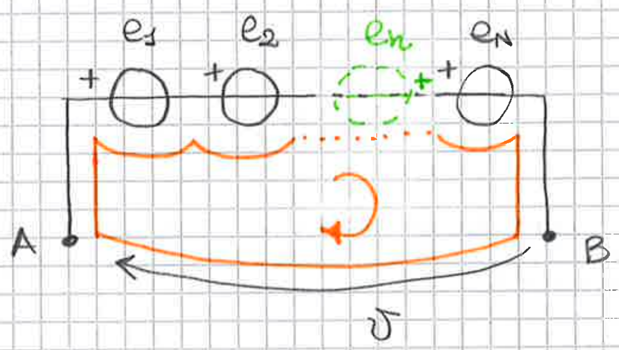
$$\boxed{v_{AB} = i\,(R_1 + R_2 + \dots + R_N)}$$

Riferendoci alla generica resistenza R_K

$$\boxed{V_K = V \frac{R_K}{\underbrace{\sum_{i=1}^{N} R_i}_{R_{eq}}}}$$

PARTITORE DI TENSIONE RESISTIVO

Serie di generatori di tensioni



LEGGE DI KIRCHOFF

$V - e_1 - e_2 - \dots - e_N = 0$

$V = e_1 + e_2 + \dots + e_N$

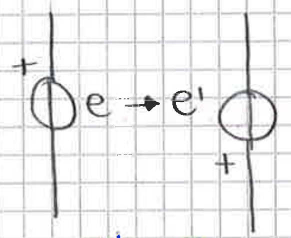
$\boxed{V = e_{eq}} = \sum_{k=1}^{N} e_K$

$\forall i.$

Ho introdotto generatori tutti orientati allo stesso modo → potranno anche esserci valori negativi.

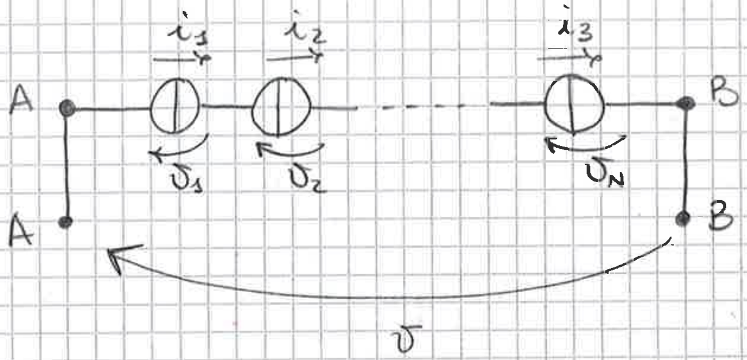
$e_{eq} = \sum_{k=1}^{N} (\pm e_K)$ Per ricordarsi della polarità!

Ma in realtà il ± non serve, basta ricordarsi che



$e' = -e$

Serie di generatori di corrente



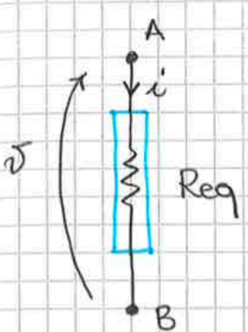
le gen di corrente non pone vincoli per le tensioni.

Invece che scrivere e l'eq di KIRCHHOF che verrebbe uguale a prima ne scriviamo una + interessante.

Se $i_1 \neq i_2 \neq \dots \neq i_N$ → Abbiamo un circuito privo di significato fisico.

Questa configurazione è ammissibile solo se $i_1 = i_2 = \dots = i_N$

Sono equivalenti ad un solo bipolo con questa eq costitutiva!



$$\boxed{i = G_{eq}\, v}$$

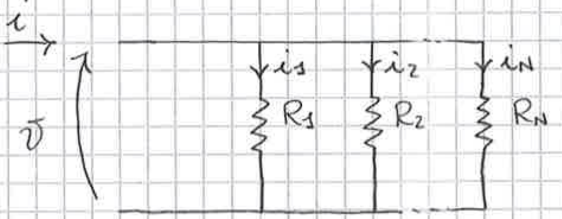
$$G_{eq} = \sum_{i=1}^{N} G_i$$

Questo bipolo è ancora una resistenza pari a R_{eq}

$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}}$$

Partitore di corrente resistivo



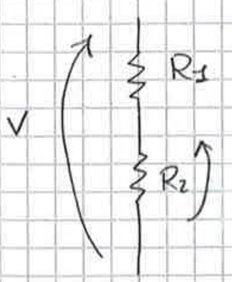
$i_2 = G_2\, v$

$i = G_{eq}\, v \qquad G_{eq} = \sum_{i=1}^{N} G_i$

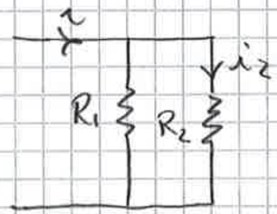
$v = \frac{i}{G_{eq}}$

$$i_2 = i\,\frac{G_2}{G_{eq}}$$

$$\boxed{i_K = i\,\frac{G_K}{\sum_{i=1}^{N} G_i}}$$



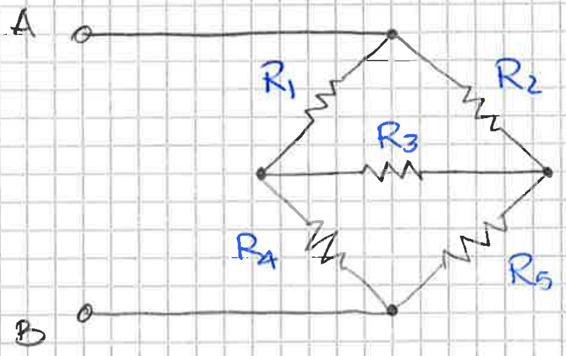
$$V_2 = V\,\frac{R_2}{R_1+R_2}$$



$$i_2 = i\,\frac{G_2}{G_1+G_2} = i\,\frac{1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = i\,\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

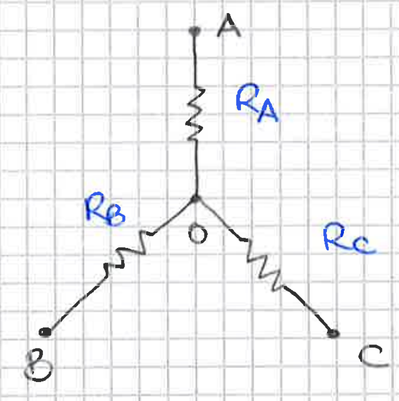
7/10/13

CONNESSIONE A STELLA Y



In questa rete non esistono tipo di connessioni o in serie o in parallelo!

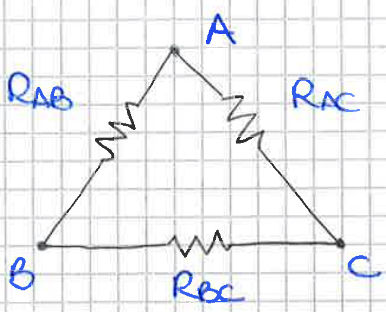
↓ connessione di tipo STELLA



TRIPOLO

Posso interfacciare questo tipo di connessione con un ∀ circuito esterno attraverso 3 poli

CONNESSIONE A TRIANGOLO Δ

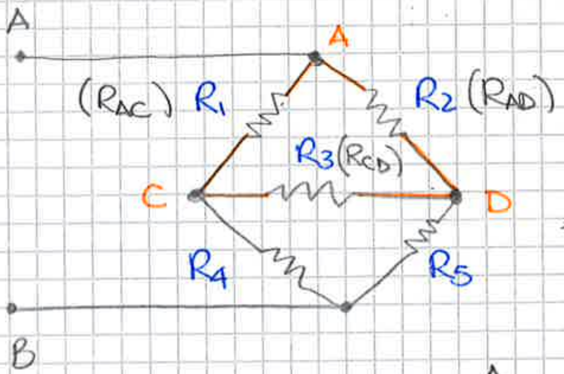


TRIPOLO

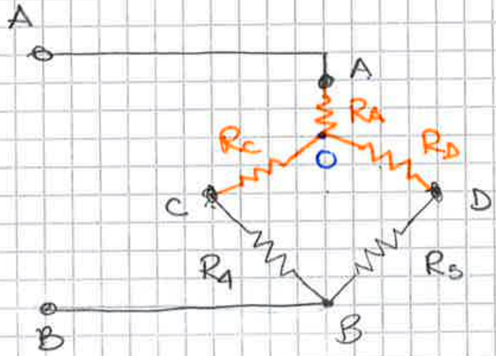
Trasformazione stella - triangolo $Y \to \Delta$

Voglio trasformare una configuraz. a stella in una a triangolo

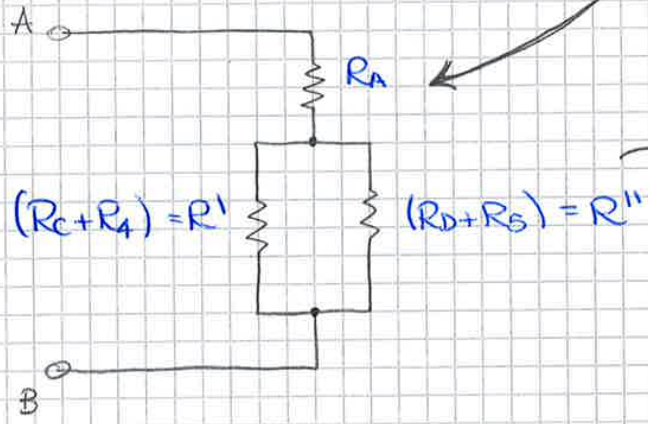
$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

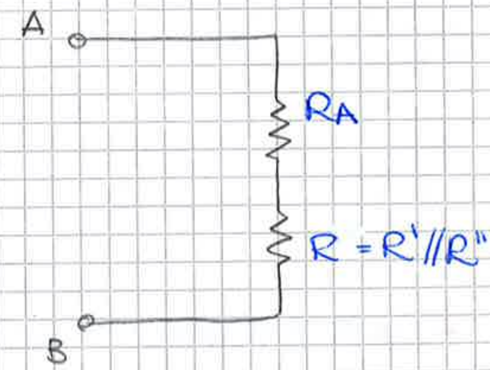


Se volessi operare una trasformaz da triangolo a stella

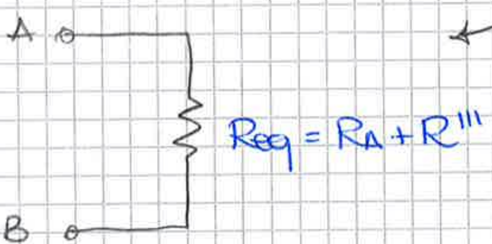


Adesso $R_C - R_4$: SERIE
$R_D - R_5$: SERIE





$$R''' = \frac{1}{\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''}} = \frac{R'R''}{R'+R''}$$



Esistono tipi di circuiti che non permettono semplificazioni perchè non ci sono elem. legati in serie o in parallelo
→ sono connessioni di tipo stella o di tipo triangolo
Opero una trasformaz. da una all'altra quando la identifico e posso poi semplificare il circuito.

SOLUZIONE DI RETI RESISTIVE

(in corrente continua)

- L numero di lati

→ risolvere la rete significa calcolare la tensione e la corrente di ogni lato.

L → INCOGNITE 2L (su ogni lato posso trovare un valore di tensione e uno di corrente)

→ Necessità di scrivere 2L EQUAZIONI

⇒ L EQUAZIONI COSTITUTIVE

2L − L = L? equazioni come le trovo?

Devo trovare altre L equazioni che mi permettano di risolvere la rete.

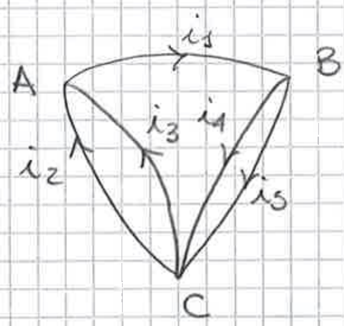
L equazioni ⇒ LEGGI DI KIRCHHOF le ottime L equ. le ricerco tra le leggi di Kirchhof.

N numero di NODI

È importante che le leggi di Kirchhof siano indipendenti (linearm)

↳ Se N sono i nodi, posso scrivere N−1 leggi di Kirchhof delle CORRENTI indipendenti

↓ DIM



LKC (A) → $i_2 + i_3 = i_1$

LKC (B) → $i_1 = i_4 + i_5$

LKC (A) → $i_1 = i_2 + i_3$

LKC (B) − LKC (A) → $0 = i_4 + i_5 - i_2 - i_3$

$i_4 + i_5 = i_2 + i_3$

LKC (C) → $i_4 + i_5 = i_2 + i_3$

↳ Questa è una combinaz lineare della I e della II → non è linearm indipendente!

Ricapitolando:

2L INCOGNITE

- L eq costitutive
- N−1 LKC
- L − (N−1) = L − N + 1 → LKT

L lati

N nodi.

un lato

$\rightsquigarrow$ LKT $\boxed{V_2 - V_3 = 0}$

$$\left.\begin{matrix} V_1 = V_3 \\ V_2 = V_3 \end{matrix}\right\} \quad V_1 = V_2 = V_3 = V$$

$$V_1 = E_1 - R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - V}{R_1}$$

$$V_2 = E_2 - R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - V}{R_2}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = V$$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{R_3}{R_1} I_3$$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} - \frac{R_3}{R_2} I_3$$

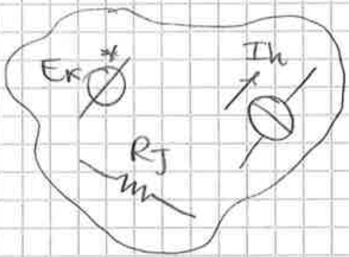
LKC A $\rightsquigarrow$ $$\frac{E_1}{R_1} - \frac{R_3}{R_1} I_3 + \frac{E_2}{R_2} - \frac{R_3}{R_2} I_3 = I_3$$

$$\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = I_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right)$$

$$\frac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{\cancel{R_1 R_2}} = I_3 \frac{R_1 R_2 + R_3 R_2 + R_3 R_1}{\cancel{R_1 R_2}}$$

$$\boxed{I_3 = \frac{R_2 E_1 + R_1 E_2}{R_1 R_2 + R_3 R_2 + R_3 R_1}}$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI



Una ∀ variabile di rete (corrente/tensione) può essere scritta come N contributi sommati. (indipendenti)

N = numero di generatori ideali (indipendenti) presenti in rete.

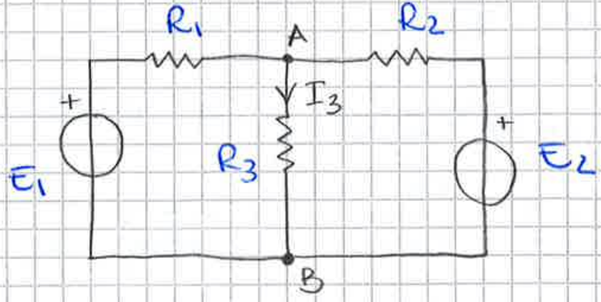
Riprendo espressione di prima

$$\rightsquigarrow \quad I_3 = \frac{R_2E_1 + R_1E_2}{R_1R_2 + R_3R_2 + R_3R_1}$$

$$I_3 = E_1 \frac{R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} + E_2 \frac{R_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

$$I_3 = \underbrace{K_1 E_1}_{I_3'} + \underbrace{K_2 E_2}_{I_3''}$$

Esempio:



il I contributo dipende solo dal generat. E_1

$$I_3 = I_3' + I_3'' = I_3'(E_1) + I_3''(E_2)$$

$$I_3'(E_1) = I_3\Big|_{E_2=0}$$ PRIMO CONTRIBUTO

$$I_3''(E_2) = I_3\Big|_{E_1=0}$$ SECONDO CONTRIBUTO

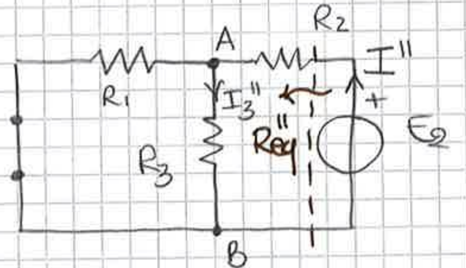
il singolo effetto lo posso calcolare considerando attiva la sua sorgente e passivate tutte le altre sorgenti indipendenti (generatori)

Calcolo I_3'

⇒ Considero attivo E_1 e passivo E_2

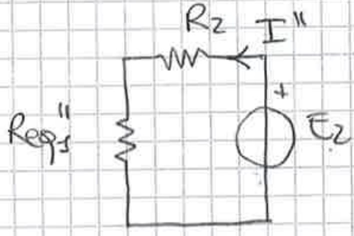
$E_1 \neq 0 \quad E_2 = 0.$

$\Rightarrow I_3''(E_2) \rightarrow E_2 \neq 0 \quad E_1 = 0$ considero attivo E_2 e passivo E_1.



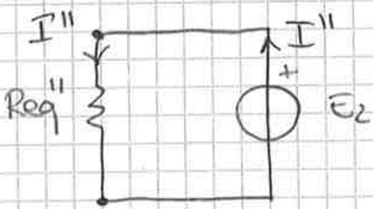
Simmetrica a quella di prima.

R_1 R_3 in parallelo



$$Req_1'' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

Req_1'' R_2 in serie

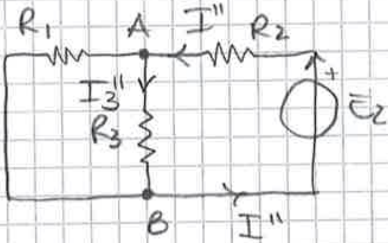


$$Req'' = Req_1'' + R_2$$

$$E_2 = Req'' I'' \Rightarrow I'' = \frac{E_2}{Req''}$$

il nostro obiettivo era calcolare la I_3'' ma in questo circuito non ce n'è traccia → però i 3 circuiti sono equivalenti!

I'' è la corrente generata da E_2 → la vado a ritrovare nel I circuito.



calcolo I_3'' applicando la formula del partitore resistivo.

$$I_3'' = I'' \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

$$\boxed{I_3'' = \frac{E_2}{Req''} \frac{R_1}{R_1 + R_3}}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = K_1 E_1 + K_2 E_2$$

Sostituisco le correnti trovate alla LKC (A)

$$\rightarrow \frac{V_{AB} - E_1}{R_1} + \frac{V_{AB} + E_2}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} + I_5 = I_4$$

incognita V_{AB}.

$$V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + I_4 - I_5$$

$$\boxed{V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + I_4 - I_5}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

Il TEOREMA DI MILLMAN si applica a reti di 2 nodi

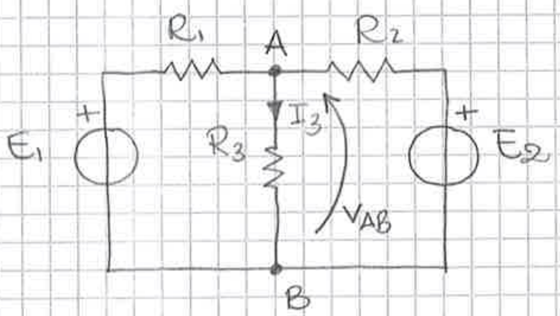
DENOM → somma di inversi di resistenze e rami dove ci sono i generatori ma in 3 non c'è un generatore di tensione → si può pensare R_3 in serie con un generatore di tensione nulla. → somma di inversi di resistenze che sono nei rami con generatori di tensione + rami dove ci sono solo resistenze.

(di tensione!)

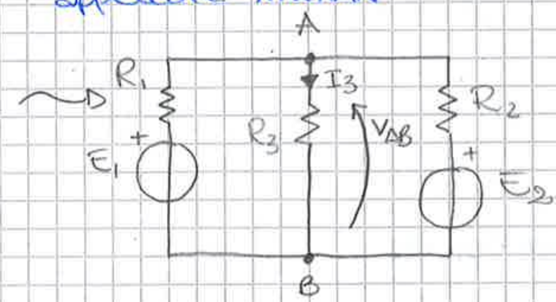
Le resistenze in serie a generatori di corrente non contano nulla.

10/10/13

APPLICAZIONI:



Possiamo vedere meglio il circuito in questo modo per applicare MILLMAN



Voglio calcolare I_3

$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_{AB} = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}$$

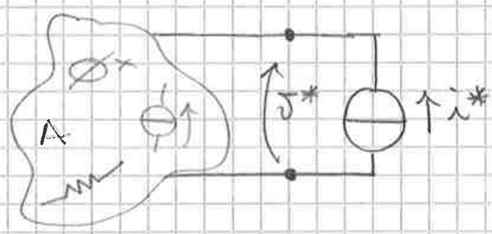
le correnti I_1 e I_2 le ricavo allo stesso modo.

Seguendo questa strada io andrò a costruire o un EQUIVALENTE THÉVENIN o un EQUIVALENTE NORTON (sono i punti di partenza)

TEOREMA DI THÉVENIN

Una rete elettrica comunque complessa, considerata rispetto a 2 suoi punti A e B è equivalente a un generatore ideale di tensione in serie con un resistore

Parto da:



Supponiamo che la rete A abbia N GENERATORI (indipendenti)

I 2 bipoli devono essere equivalenti:
a) stessa tensione a vuoto V_0
b) identica corrente di corto circuito

$$v^* = v^*(E_1, E_2, \dots, E_k, I_1, I_2, \dots I_h) + v^*(i^*)$$

sto ipotizzando di avere k generatori di tensione e h generatori di corrente

$$k + h = N$$

Voglio calcolare il contributo degli N generatori presenti nella rete A.

$$v^*(E_1, E_2, \dots, E_k, I_1, I_2, \dots, I_h) = V_0$$

Applico il principio di sovrapposizione degli effetti

$E_1 \neq 0$ $\quad i^* = 0$ ⤳ disattivo il generatore di cui non mi interessa calcolare il contributo

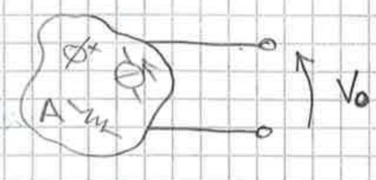
$E_2 \neq 0$

$E_k \neq 0$

$I_1 \neq 0$

$I_2 \neq 0$

$I_h \neq 0$



TENSIONE A CIRCUITO APERTO.

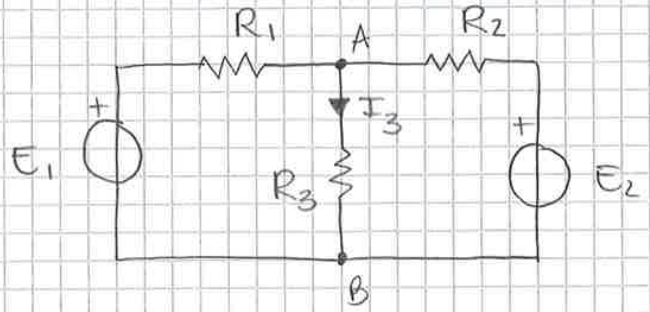
Voglio calcolare il contributo del generatore esterno alla rete A.

$$v^*(i^*)$$

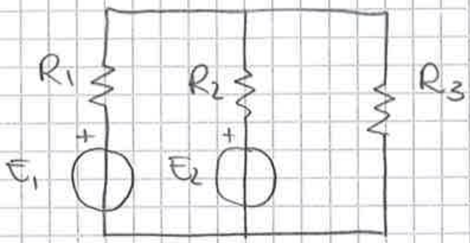
$E_1 = 0 \quad E_k = 0 \quad I_2 = 0 \qquad i^* \neq 0$

$E_2 = 0 \quad I_1 = 0 \quad I_h = 0$

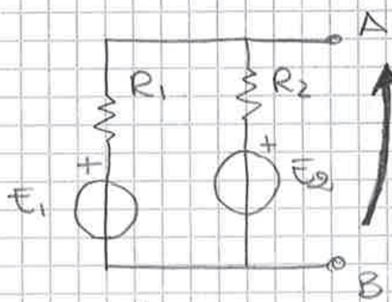
APPLICAZIONI...



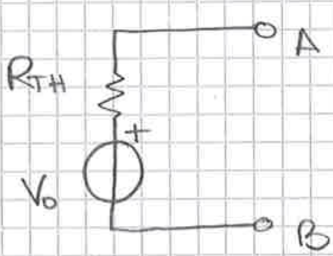
Si vuole calcolare I_3 → applichiamo il TEOREMA DI THÉVENIN



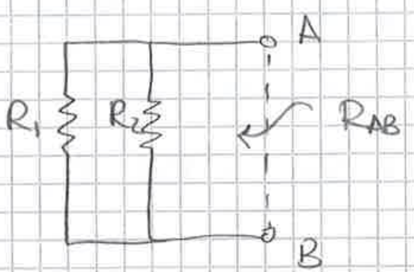
→ Voglio semplificare la parte sinistra della rete:



Questa rete alla fine verrà sostituita con una rete del tutto equivalente



→ IDENTIFICAZIONE DELLA R_{TH}



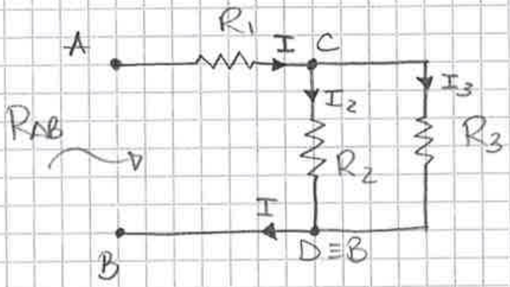
Resistenza equivalente tra i nodi A e B

→ in questo caso coincide con R_{TH}

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ESERCITAZIONE 1

ESERCIZIO 1



Calcolare resistenza equivalente

$R_1 = 10\,\Omega$

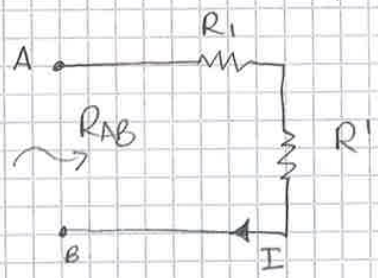
$R_2 = 1\,\Omega$

$R_3 = 9\,\Omega$

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Longrightarrow \boxed{R' \leq \text{MIN}\{R_2; R_3\}}$$

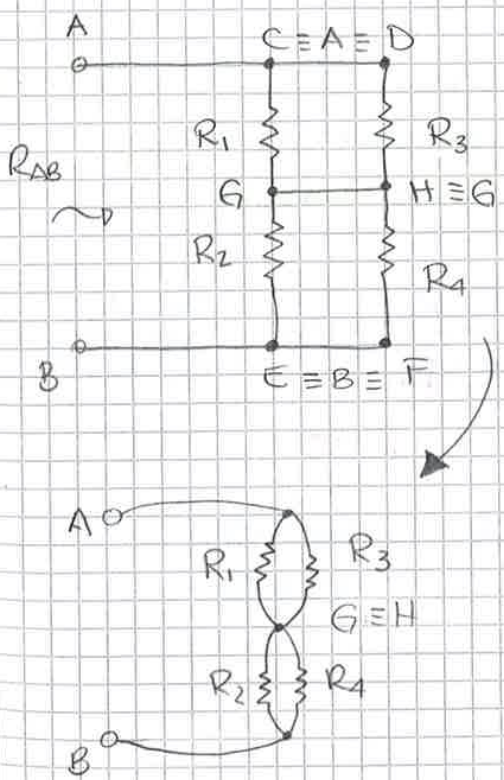
IN PARALLELO

$$= \frac{9}{10} = 0{,}9\,\Omega$$



$R_{AB} = R' + R_1 = 10{,}9\,\Omega$

ESERCIZIO 2



$R_{AB} = ?$

$R_1 = 40\,k\Omega$

$R_2 = 10\,k\Omega$

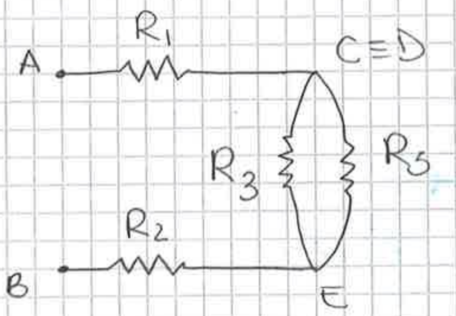
$R_3 = 15\,k\Omega$

$R_4 = 40\,k\Omega$

$$R' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{40 \cdot 15}{40 + 15} = 10{,}91\,k\Omega$$

$$R'' = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8\,k\Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 372

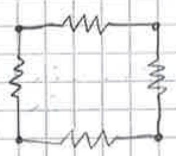


R_3 e R_5 in parallelo

$$R''' = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} = \frac{20 \cdot 20}{20+20} = 10\,m\Omega$$

$$= \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

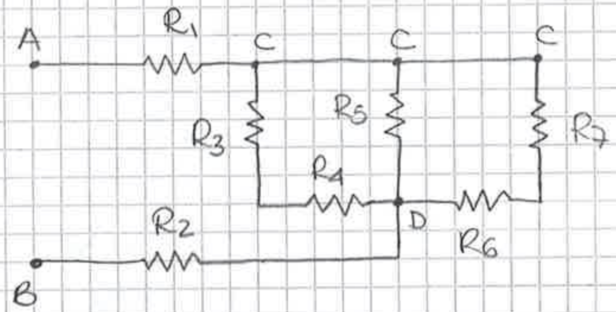
IL PARALLELO DI 2 RESISTENZE DI ANALOGO VALORE È LA METÀ DELLA SINGOLA RESISTENZA



Per calcolare la resistenza equivalente devo sapere tra quali nodi la sto calcolando.

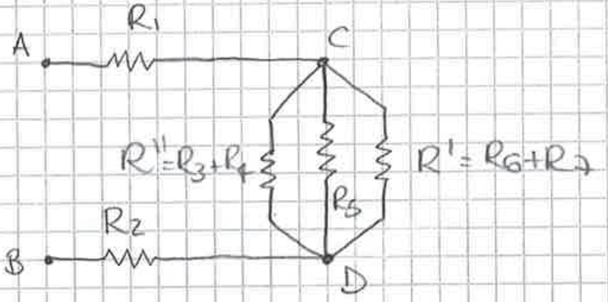
$$R_{AB} = R_1 + R_2 + R''' = 30\,m\Omega$$

ESERCIZIO 4

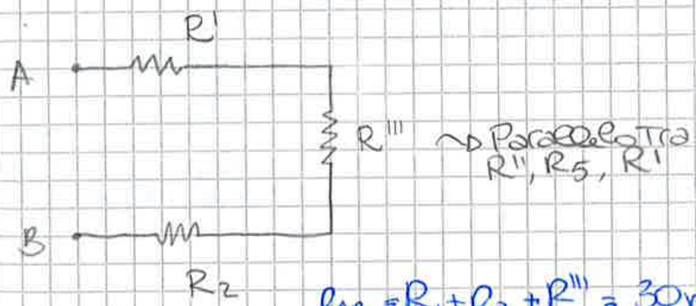


$R_1 = 10\,m\Omega$
$R_2 = 10\,m\Omega$
$R_3 = 10\,m\Omega$
$R_4 = 20\,m\Omega$
$R_5 = 30\,m\Omega$
$R_6 = 10\,m\Omega$
$R_7 = 20\,m\Omega$

Calcola R_{AB}.



R'', R_5, R' in parallelo.



$$R''' = \frac{30}{3} = 10\,m\Omega$$

Il parallelo tra N resistenze dello stesso valore è pari a $\frac{R}{N}$.

$$R_{AB} = R_1 + R_2 + R''' = 30\,m\Omega$$

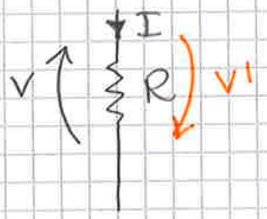
⇒ Vogliamo calcolare le tensioni sulle resistenze V_{R_1} e V_{R_2}.

⤳ Devo applicare la legge di Ohm ma la posso applicare se sono in convenzione degli utilizzatori (Resistenze!)

↳ In caso fossi in convenzione dei generatori devo scrivere la legge di Ohm in maniera corretta.

SEGNO!

Fino adesso abbiamo fatto:



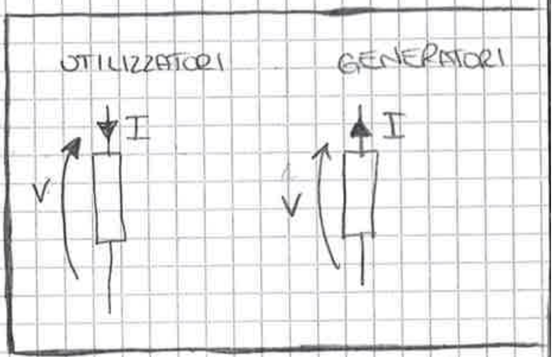
$V = RI$

$V = -V'$

$-V' = V = RI \Rightarrow \boxed{V' = -RI}$

CONVENZIONE DEI GENERATORI

Se trovo convenzione dei generatori allora applico la LEGGE DI OHM con il segno negativo.



R_1 → convenzione utilizzatori

- $V_{R_1} = R_1 I = 12\,V$

R_2 → convenzione dei generatori

$-V_{R_2} = R_2 I$

- $V_{R_2} = -R_2 I = -20\,V$

- $P_{E_1} = E_1 I = 120\,W$ Potenza Generata (sono in convenzione generatori)
- $P_{E_2} = E_2 I = 40\,W$ Potenza Generata (convenzione generatori)
- $P_{E_3} = E_3 I = 32\,W$ Potenza Assorbita (convenzione utilizzatori)
- $P_{R_1} = V_{R_1} I = 48\,W$ Potenza Assorbita (conven. utilizzatori)
- $P_{R_2} = V_{R_2} I = -80\,W$ Potenza Generata (conven. generatori)

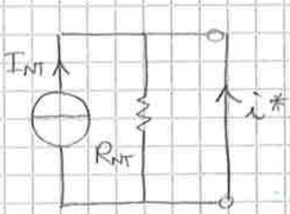
↳ La resistenza genera $-80\,W$ ⇒ assorbe $80\,W$.

$\boxed{K_5 = \frac{1}{R_{eq}}}$ $\quad K_5 = \left[\frac{1}{\Omega}\right]$

$$K_1V_1 + K_2V_2 + K_3I_3 + K_4I_4 = -I_{NT}$$

$$\rightarrow \quad i^* = \frac{v^*}{R_{eq}} - I_{NT}$$

$$I_{NT} = -i^* \Big|_{v^*=0}$$



$v^* = 0$ significa cortocircuitare i 2 morsetti

il cortocircuito annulla la resistenza R_{NT}

↓

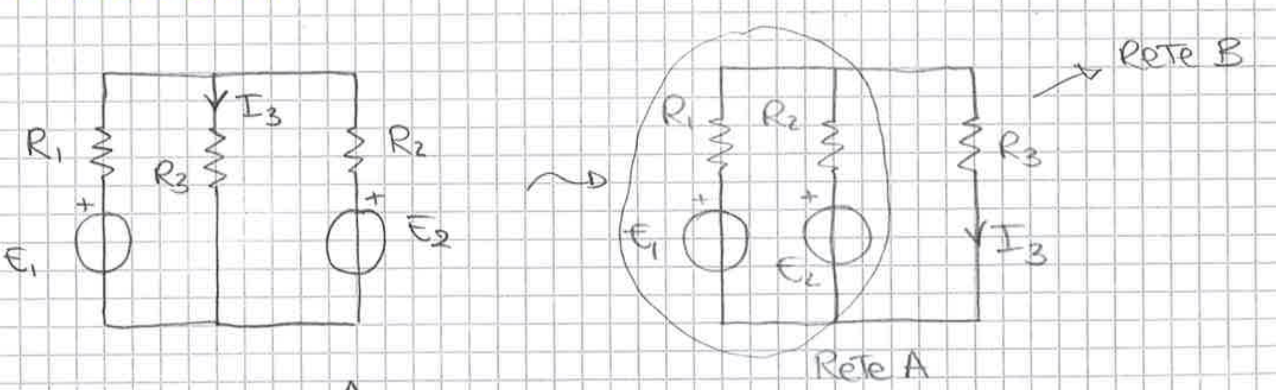
i^* e I_{NT} sono la stessa corrente a meno del verso!

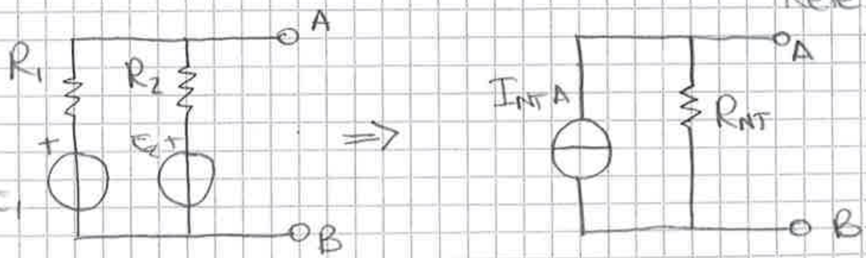
$$R_{eq} = \frac{v^*}{i^*}\Big|_{I_{NT}=0} \quad \leadsto \quad R_{NT} = R_{TH}$$

R_{NT} è analogo R_{TH} ⇝ Posso usarli entrambi

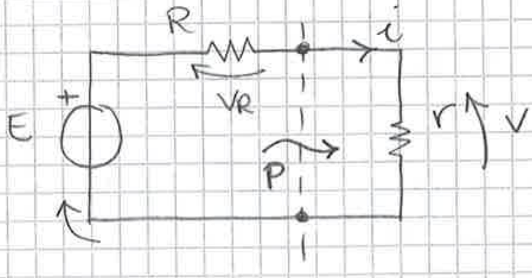
$I_{NT} = I_{cc}$ ⇝ perché è una corrente che si calcola in condizioni di corto circuito

APPLICAZIONI:





MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA



$$\begin{cases} E - V_R - V = 0 \\ V_R = R \cdot i \\ V = r \cdot i \end{cases} \longrightarrow i = \frac{E}{R+r}$$

$$\left[\boxed{P = r \cdot i^2} = r \frac{E^2}{(R+r)^2}\right]$$

$r\ [0; \infty]$

$P(r \to 0) = 0$

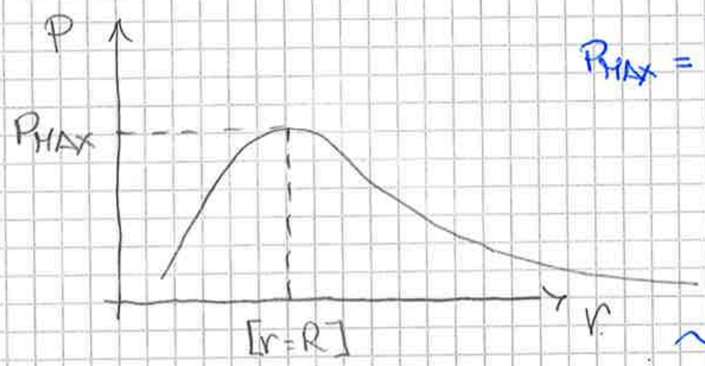
$P(r \to \infty) = 0$

$P = P(r)$ ⤳ Per trovare il massimo di questa funzione la derivata prima deve essere 0.

$$\frac{dP}{dr} = 0 \longrightarrow E^2 \frac{(R+r)^{\cancel{2}} - r2\cancel{(R+r)}}{(R+r)^{\cancel{4}3}} = 0$$

$R+r \neq 0$ sempre!

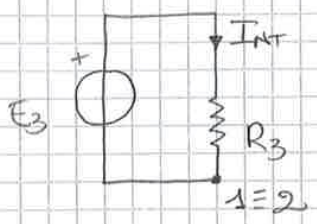
$$R + r - 2r = 0 \Rightarrow r = R$$



$$P_{MAX} = E^2 \frac{R}{(2R)^2} = \frac{E^2}{4R}$$

La potenza massima dipende solo dai parametri del generatore stesso!

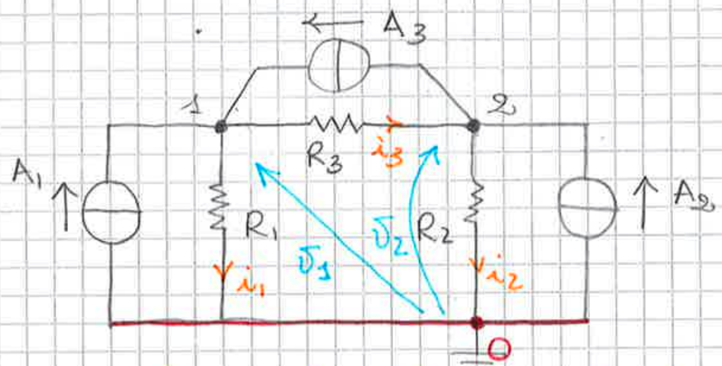
⤳ Non abbiamo massimizzato il rendimento, solo la potenza.



$E_3 = R_3 I_{NT}$

$I_{NT} = \frac{E_3}{R_3}$

$I_{NT} = A_3$



Rappresenta le potenziale di riferimento → $U_0 = 0$

Analizziamo il metodo dei potenziali ai nodi

Esiste un certo numero di tensioni che, se sono note, mi permettono di calcolare tutte le correnti

NODO 0 → nodo di riferimento

POTENZIALI NODALI

Esprimere il cosiddetto potenziale dei nodi 1 e 2 relativo al nodo 0.

$\upsilon_1 = U_1 - U_0$

$\upsilon_2 = U_2 - U_0$

$\perp \; U_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \upsilon_1 = U_1, \quad \upsilon_2 = U_2$

LKC ① → $A_1 - i_1 - i_3 + A_3 = 0$

LKC ② → $-A_3 + i_3 - i_2 + A_2 = 0$

Costituisco un sistema con le 2 equazioni precedenti:

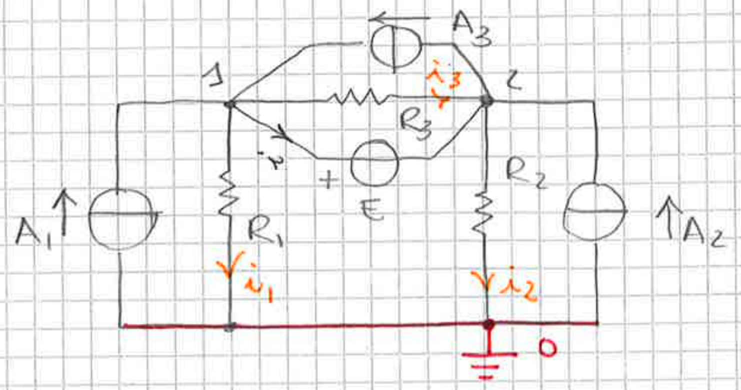
$$\begin{cases} i_1 + i_3 = A_1 + A_3 \\ i_2 - i_3 = A_2 - A_3 \end{cases}$$

3 incognite i_1, i_2, i_3

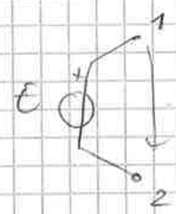
→ Possiamo però calcolare i potenziali nodali?

Scriviamo ogni corrente incognita in funzione dei potenziali nodali υ_1, υ_2

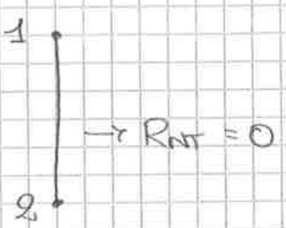
METODO DEL POTENZIALE AI NODI MODIFICATO



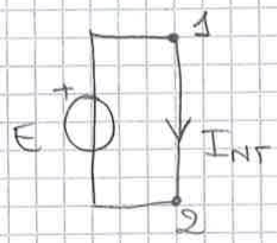
Aggiungo un generatore ideale di tensione



R_{NT}



I_{NT}



Questo circuito non ammette soluzione.

2 elementi vogliono imporre 2 tensioni di valore diverso contemporaneamente

Non posso trovare un equivalente NORTON di un solo generatore ideale di tensione.

LKC ① $\rightarrow A_1 - i_1 - i_3 + A_3 - i = 0$

LKC ② $\rightarrow -A_3 + i_3 - i_2 + A_2 + i = 0$

↳ generatore che ho introdotto

$$\begin{cases} i_1 + i_3 + i = A_1 + A_3 \\ i_2 - i_3 - i = A_2 - A_3 \end{cases}$$

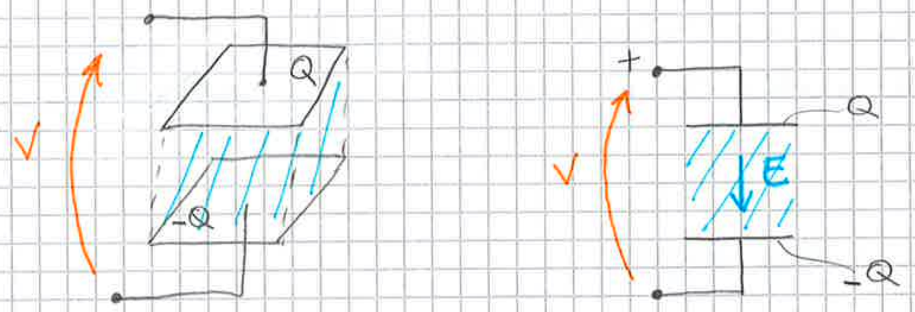
$$\begin{cases} \dfrac{v_1}{R_1} + \dfrac{v_1 - v_2}{R_3} + i = A_1 + A_3 \\[2ex] \dfrac{v_2}{R_2} - \dfrac{v_1 - v_2}{R_3} - i = A_2 - A_3 \end{cases}$$

2 eq e 3 incognite v_1, v_2, i

BIPOLI DINAMICI

- CONDENSATORE
- INDUTTORE

CONDENSATORE



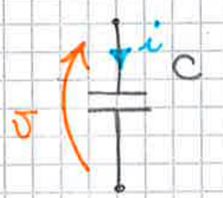
ε costante dielettrica del mezzo

ε_0 costante dielettrica del vuoto

$\varepsilon > \varepsilon_0$

$Q \propto V$

$\boxed{Q = CV}$ $\quad C$ = capacità FARAD F



$$Q = C \cdot v$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(C \cdot v)$$

definizione di corrente → variazione di carica nel tempo

$$\boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

eq differenziale ordinaria del I ordine

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\,dt$$

$$\boxed{dW = d\left(\frac{1}{2} C v^2\right)}$$

È un BIPOLO CONSERVATIVO
Scambio energetico descritto da un differenziale esatto

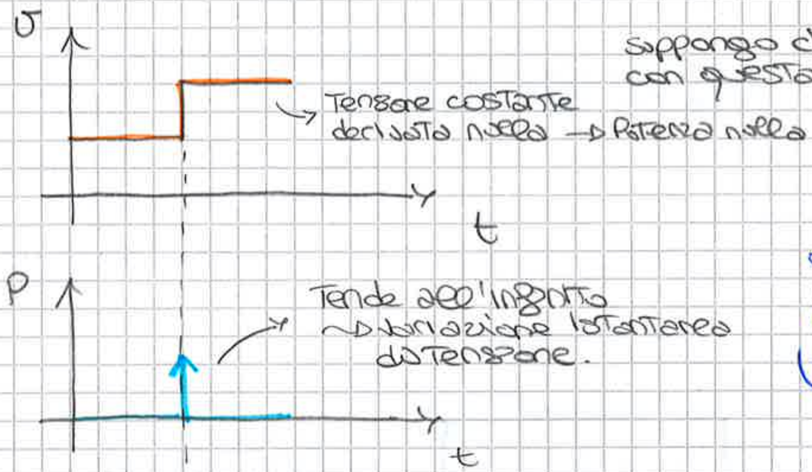
Tanta energia fornisco al BIPOLO, tanta energia sarò in grado di prelevarne!

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C v^2}$$

DESCRIVE LO STATO ENERGETICO DI UN CONDENSATORE

La tensione v viene definita VARIABILE DI STATO
-> con v posso descrivere l'energia immagazzinata del sistema
-> posso definire lo stato del sistema.

Suppongo che la tensione vari con questa legge



Ha una potenza ∞ non può esistere in realtà.
-> Sbagliate supposizioni
Quella variazione di tensione non è possibile!

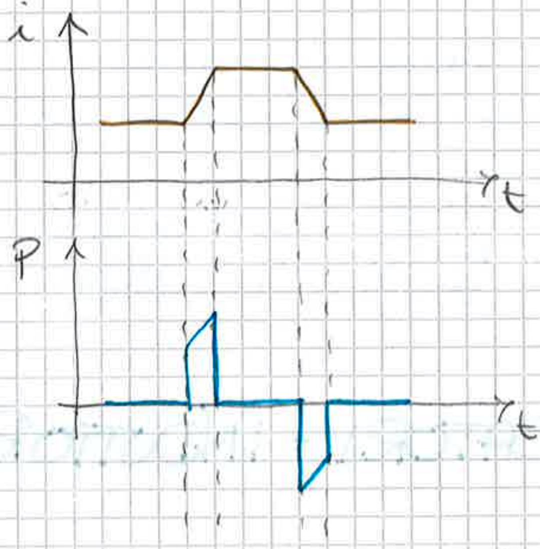
Dimostrazione x assurdo.

v deve essere una funzione CONTINUA del tempo

(Per far variare la tensione in quel modo dovrei fornire una potenza infinita -> IMPOSSIBILE)

POTENZA

$$P(t) = v(t)\,i(t) = L\,i(t)\,\frac{di(t)}{dt}$$



$$P(t) = \frac{dW}{dt}$$

$$dW = P(t)dt = L\,i\,\frac{di}{\cancel{dt}}\,\cancel{dt}$$

$$dW = d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

Il differenziale dell'energia è un differenziale esatto. Tanta energia forniamo all'induttore, tanta ne riusciamo ad estrarne.

$$W = \int_{-\infty}^{t} d\left(\frac{1}{2}Li^2\right) = \frac{1}{2}L\left(i^2(t) - i^2(t=-\infty)\right)$$

$$i(t=-\infty) = 0$$ ← Supponiamo

$$\boxed{W = \frac{1}{2}Li^2}$$

È il componente duale del condensatore → compare la variabile i (sul condensatore compariva v)

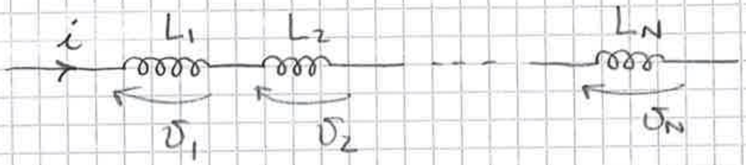
i → VARIABILE DI STATO

$$= \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}\right) \int_{-\infty}^{t} i(t')\,dt'$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}\right)$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}}$$

INDUTTORI



$$v_k = L_k \frac{di_k}{dt}$$

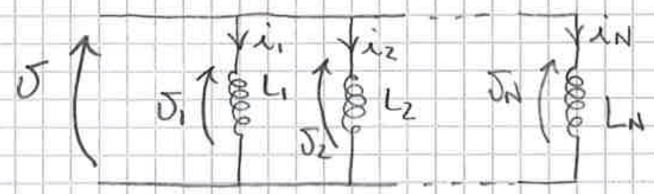
$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt}$$

$$v = (L_1 + L_2 + \dots + L_N) \frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 372

INDUTTORI



$$v = L_k \frac{di_k}{dt} \longrightarrow i_k = \frac{1}{L_k}\int_{-\infty}^{t} v(t')\,dt'$$

$$i = \frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t} v(t')\,dt' + \frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t} v(t')\,dt' + \dots + \frac{1}{L_N}\int_{-\infty}^{t} v(t')\,dt'$$

$$i = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}\right)\int_{-\infty}^{t} v(t')\,dt'$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

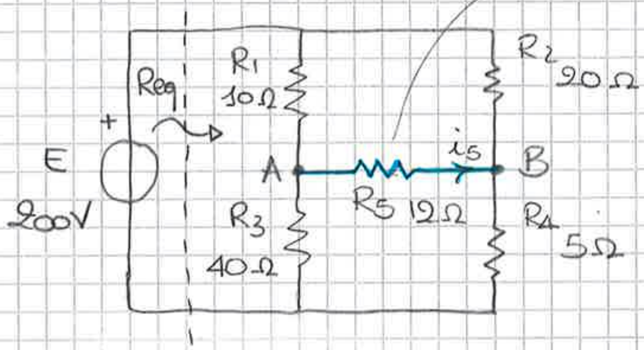
$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 372

ESERCITAZIONE 2

ESERCIZIO 1

Parte di rete che voglio rimanga invariata.



$i_5 = ?$

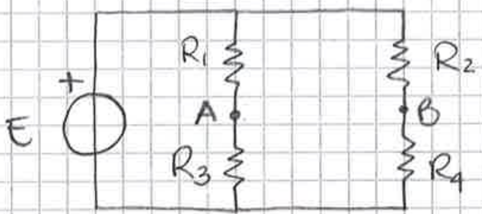
Dobbiamo operare trasform triangolo → stella o stella → triangolo.

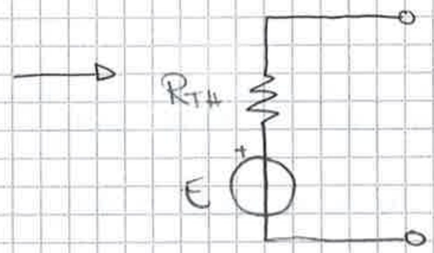
R_5 è compreso in ogni triangolo e in ogni stella → non ci sarà più.

Però mi serve perché devo calcolare i_5!

⇒ Applichiamo eq. Thevenin.

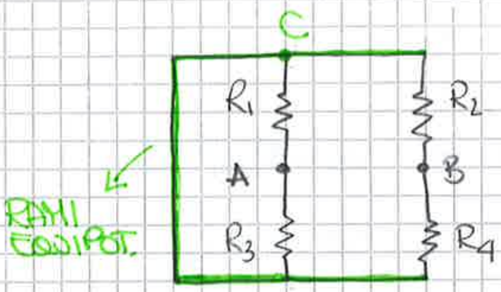
CALCOLO EQ. THEVENIN

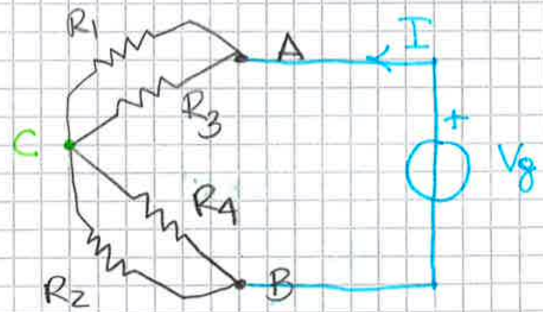




$R_{TH} \rightarrow R_{AB}$ RETE PASSIVATA

↳ sost generat tensione con corto circuito
sost generatore corrente con circuito aperto





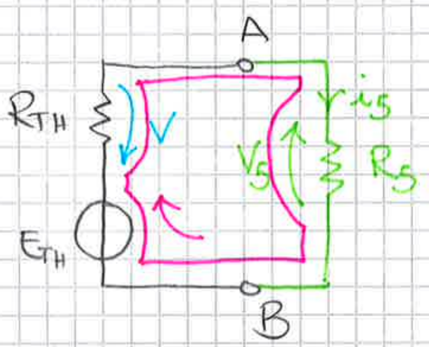
$$R_{eq} = \frac{V_g}{I}$$

⇒ Ogni lato sarà un partitore resistivo di tensione!

V_{R2} la calcoliamo direttam come partitore di tensione resistivo

$$V_{R2} = E \frac{R_2}{R_2 + R_4}$$

$$\Rightarrow E_{TH} = V_{R2} - V_{R1} = 120\,V$$

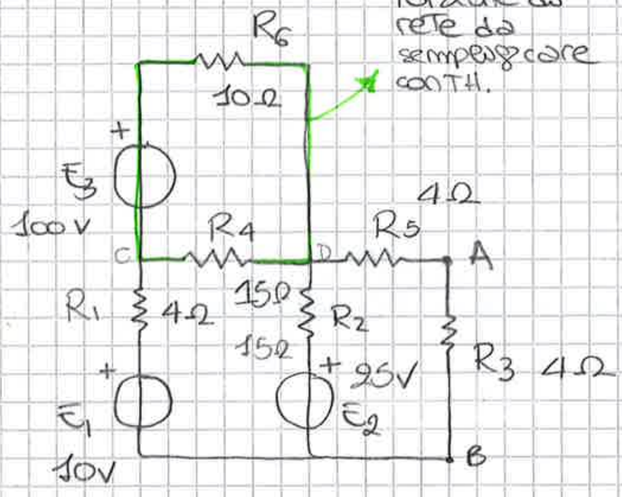


LKT →
$$\begin{cases} E_{TH} - V - V_5 = 0 \\ V = R_{TH}\, i_5 \\ V_5 = R_5\, i_5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_5 = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_5} = 5A$$

Posso anche calcolare i_5 facendo resistenza equivalente tra R_{TH} e R_5!

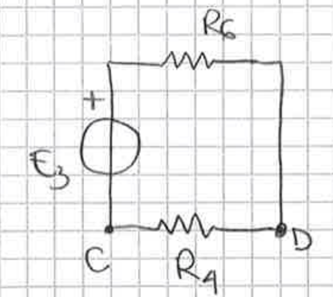
ESERCIZIO 2



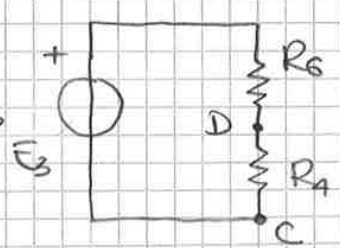
Porzione di rete da semplificare con TH.

$V_{AB} = ?$

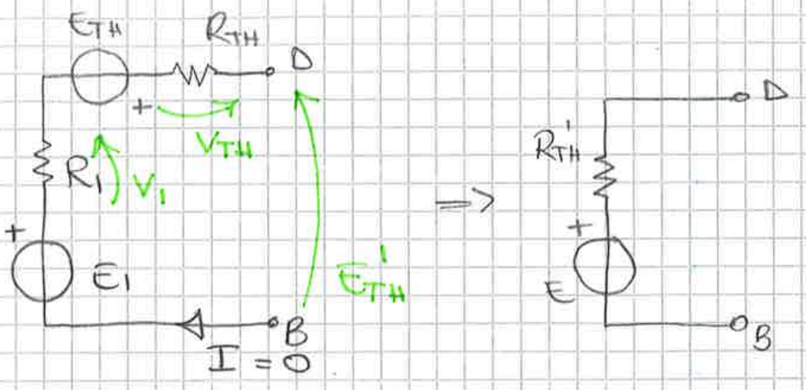
→ semplifichiamo la struttura di rete
↳ Th. THEVENIN

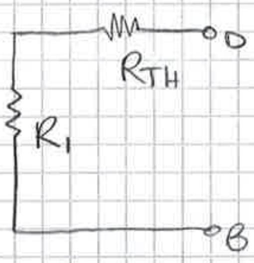


⇒



THÈVENIN RISPETTO AI NODI DB.





$$R_{DB} = R_{TH}' = R_{TH} + R_1$$

?

LKT → $E_{TH}' - V_{TH} - E_{TH} - V_1 - E_1 = 0$

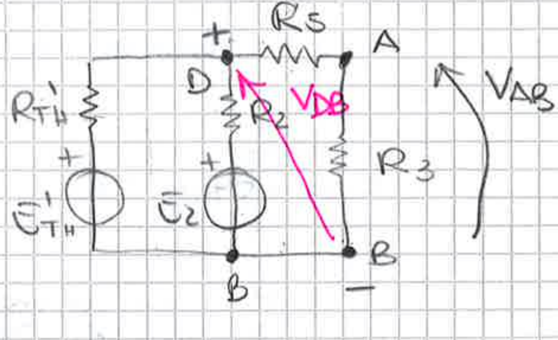
$I = 0 \Rightarrow V_{TH} = V_1 = 0$ (legge di Ohm)

Maglia generalizzata.
→ Nel circuito non esistono maglie elementari. Non circola corrente nel circuito

$$E_{TH}' = E_{TH} + E_1$$

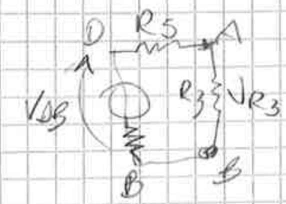
APPLICHIAMO IL TEOREMA DI MILLMAN

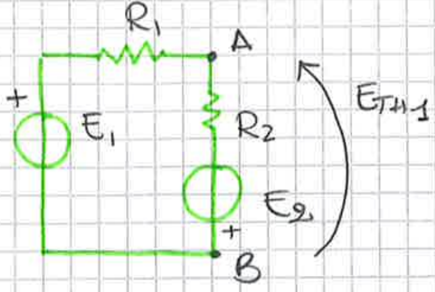
$$V_{DB} = \frac{+\frac{E_{TH}'}{R_{TH}'} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_{TH}'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{(R_5+R_3)}} = 40V$$



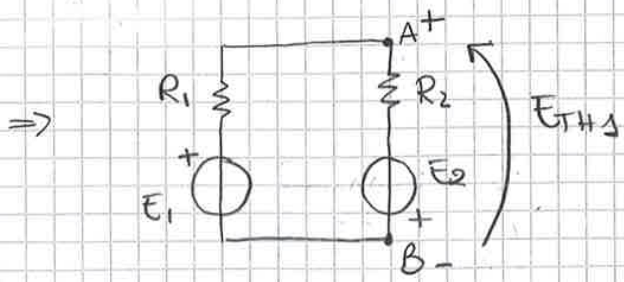
V_{AB} lo posso calcolare come partitore di tensione resistivo.

$$V_{AB} = V_{DB} \frac{R_3}{R_3 + R_5} = 20V$$





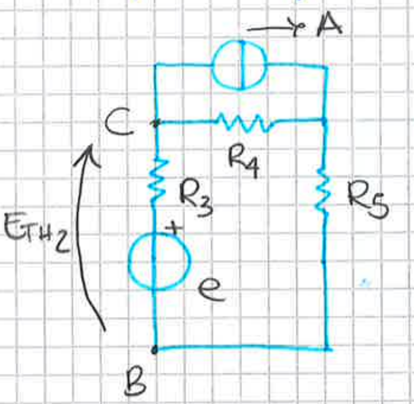
La posso ridisegnare così:



La posso considerare come rete Millman.

$$E_{TH1} = \frac{+\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 2,5\,V$$

Posso evitare di calcolare R_{TH1} perché non ci serve per l'equazione finale!



Applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti

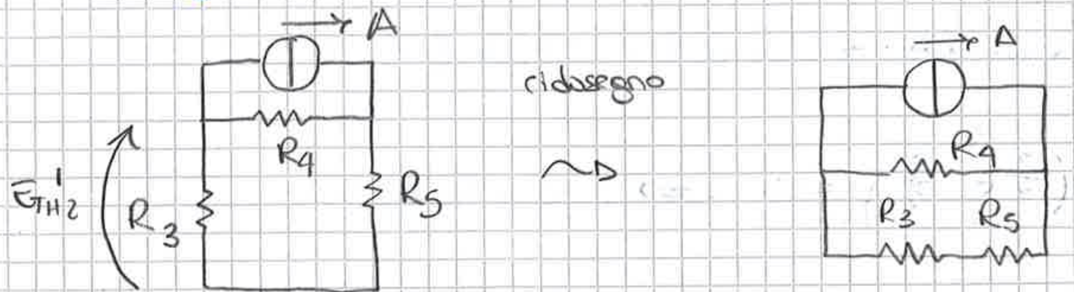
funzione solo del generat. di corrente

funzione solo del generat. di tensione

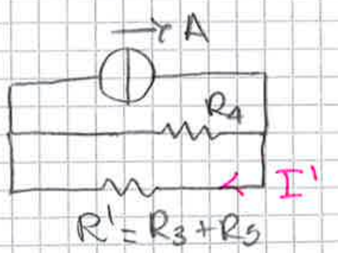
$$E_{TH2} = E'_{TH2}(A) + E''_{TH2}(e)$$

E'_{TH2} $A \neq 0$ $e = 0$

Ridisegno il circuito passivando e



ulteriore semplificazione



Partitore di corrente resistivo

21/10/13

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 372

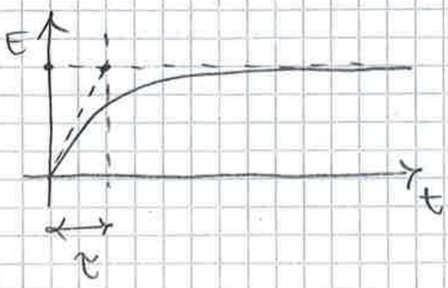
$v(t=0) = 0 = v(t=0^+)$

$0 = v_p(t=0^+) + v_t(t=0^+)$

↘ vale E (costante)

$= E + ke^{-0/\tau} = E + k \Rightarrow k = -E$

$$\boxed{v(t) = E(1-e^{-t/\tau})}$$



FINE DEL TRANSITORIO

Per studiare il TRANSITORIO occorre conoscere due aspetti primari riguardanti della capacità:

- La tensione ai capi del condensatore non può mai variare bruscamente, mentre la corrente può subire questa variazione.
- In corrente continua, a transitorio esaurito, la corrente del condensatore è uguale a 0.

$v(t) = 0,9\, v_p$ 90%

$v(t) = 0,98\, v_p$ 98%

$\cancel{E}(1-e^{-t/\tau}) = 0,9\,\cancel{E}$

$e^{-t/\tau} = 1-0,9$

$-\frac{t}{\tau} = \ln(1-0,9) \Rightarrow t^* = -\tau \ln(1-0,9) \simeq 2\tau$

98% $\Rightarrow t^* \approx 4\tau$

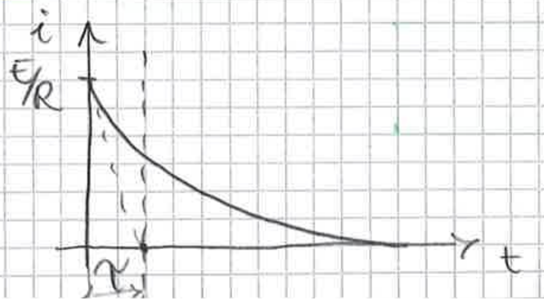
si considera $t^* = 4 \div 5\,\tau$

$i = C\frac{dv}{dt} = C(-Ee^{-t/\tau})\left(-\frac{1}{\tau}\right) = \cancel{C}Ee^{-t/\tau} \cdot \frac{1}{R\cancel{C}} = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

$$\boxed{i = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$$

In corrente continua il condensatore è come un circuito aperto

↳ dopo che si è caricato non fa più passare corrente



v_p = costante

$$\underbrace{\cancel{\frac{dv_p}{dt}}}_{=0} + \frac{v_p}{\tau} = 0 \longrightarrow v_p = 0$$

In questo caso
el integrale particolare
è nullo

In questo circuito non esistono forzanti → il termine noto è uguale a 0.

Studio dell'evoluzione libera perché il circuito viene lasciato così, senza forzanti e si studia il transitorio che prima o poi si estinguerà

Cerco v_t tramite l'omogenea associata:

$$\frac{dv}{dt} \longrightarrow p \qquad v \longrightarrow 1$$

$$p + \frac{1}{\tau} = 0 \qquad p = -\frac{1}{\tau}$$

$$v_t = Ke^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

nell'altro avevo t perché t_0 era uguale a 0 si partiva da lì
invece in questo caso no., il transitorio parte da $t = t_0$.

$$\begin{cases} v(t) = \underbrace{\cancel{v_p}}_{=0} + v_t = Ke^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \\ v(t=t_0) = E \end{cases}$$

la condizione iniziale di questo transitorio inizia quando finisce il transitorio prima

$$E = Ke^{-\frac{t_0-t_0}{\tau}} \Rightarrow K = E$$

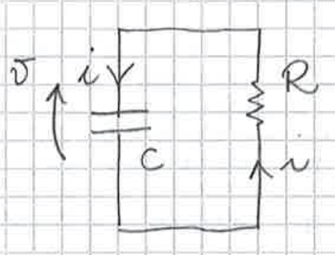
$$\boxed{v = Ee^{-\frac{t-t_0}{\tau}}} \qquad t > t_0 \quad \text{(SCARICA)}$$

$$v = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad 0 < t < t_0 \quad \text{(CARICA)}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 372

$\rightsquigarrow v(t) = E$

$W = \frac{1}{2} C E^2$ era la carica fornita al condensatore (energia con la quale l'abbiamo caricato)



In un circuito come questo tutta l'en del condensatore deve essere dissipata dalla resistenza R.

$t > t_0$

$P_R(t) = R i^2(t)$

$P_R(t) = R\left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)^2$

$t' = t - t_0 \rightarrow P_R(t) = R\left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)^2$

$W_R = \int_{t_0}^{\infty} P_R(t)\, dt = \cancel{R} \frac{E^2}{R^{\cancel{2}}} \int_{t_0}^{\infty} e^{-\frac{2(t-t_0)}{\tau}} dt =$

$= \frac{E^2}{R}\left(-\frac{\tau}{2}\right) \int_{t_0}^{\infty} \left(-\frac{2}{\tau}\right) e^{-\frac{(t-t_0)2}{\tau}} dt =$

$= \frac{E^2}{\cancel{R}}\left(-\frac{\cancel{R}C}{2}\right)\left[e^{-\frac{2(t-t_0)}{\tau}}\right]_{t_0}^{\infty} =$

$= \left(-C\frac{E^2}{2}\right)\left[0 - 1\right]$

$$\boxed{W_R = \frac{1}{2} C E^2}$$

Lo scambio di energia con il condensatore è conservativo

$$\frac{di}{dt} \rightarrow p \qquad i \rightarrow 1$$

polinomio caratteristico

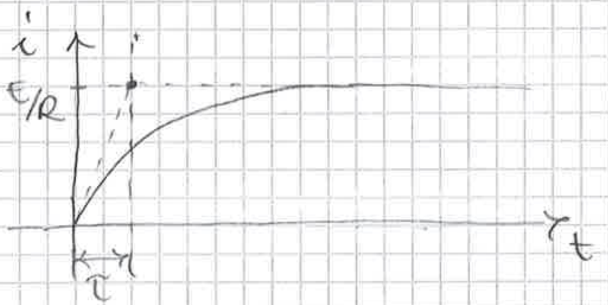
$$p + \frac{1}{\tau} = 0 \rightarrow \boxed{p = -\frac{1}{\tau}}$$

$$\boxed{i_t = K e^{pt} = K e^{-\frac{t}{\tau}}}$$ sol. dell'omogenea associata

$$\begin{cases} i = i_p + i_t = \frac{E}{R} + K e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i(t=0) = 0 \text{ A} \end{cases}$$

$$0 = \frac{E}{R} + K e^{-\frac{0}{\tau}} \rightarrow K = -\frac{E}{R}$$

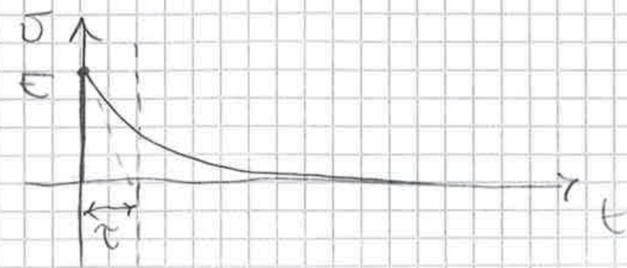
$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$



$$v(t) = L\frac{di}{dt} = L\left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\left(-\frac{1}{\tau}\right) = \frac{\cancel{L}E}{\cancel{R}}\left(\frac{\cancel{R}}{\cancel{L}}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

$$= E e^{-t/\tau}$$

$$v(t) = E e^{-t/\tau}$$



$$\Rightarrow \frac{E}{R} = k e^{-\frac{t_0 - t_0}{\tau}} \qquad k = \frac{E}{R}$$

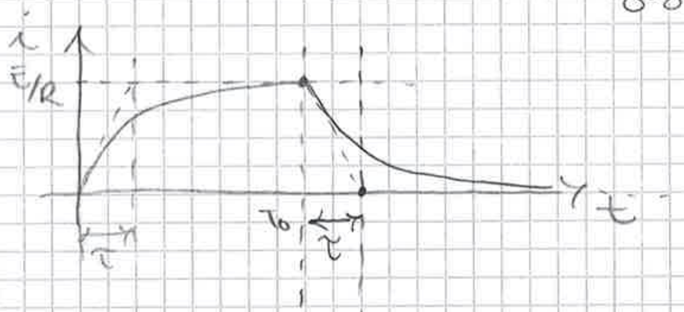
$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$ vale per $t > t_0$

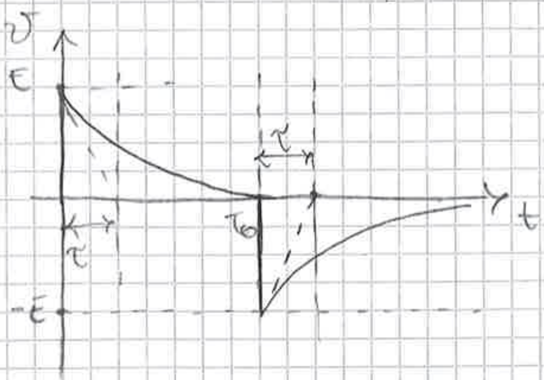
$$v(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{E}{R} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \left(-\frac{1}{\tau}\right) =$$

$$= -\frac{L}{R} E \frac{R}{L} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = -E e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

$$\boxed{v(t) = -E e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}}$$

grafico carica e scarica:





INDUTTORE è l'elem duale del CONDENSATORE

→ e vede dai grafici!

L'induttore è un bipolo conservativo

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow W_L = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R}\right)^2$$

$$P_R(t) = R i^2(t) = R \left(\frac{E}{R} e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)^2$$

$$W_R = \int_{t_0}^{\infty} P_R(t)\, dt =$$

x_p è COSTANTE $\rightsquigarrow$ $x_p = b \cdot \tau$

$x_p = x_\infty$ soluzione a regime (quando $t \to \infty$)

$x_t \rightsquigarrow x_t = k e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

$$x = x_p + k e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

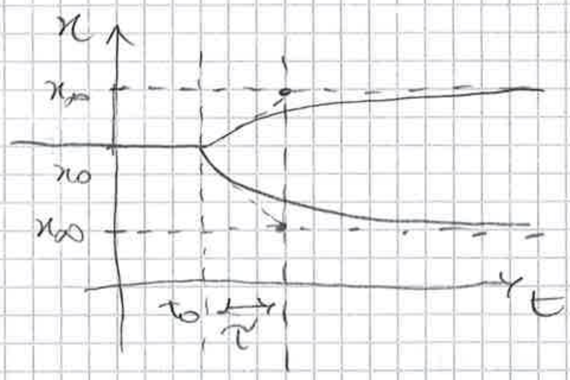
$$x = \underbrace{x_\infty}_{\text{valore della tensione o corrente raggiunto a regime}} + \underbrace{k e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}}_{\text{valore transitorio}}$$

$$\begin{cases} x = x_\infty + k e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \\ x(t = t_0) = x_0 \end{cases}$$

$$x_0 = x_\infty + k e^{-\frac{t_0 - t_0}{\tau}}$$

$$k = x_0 - x_\infty$$

$$\boxed{x = x_\infty + (x_0 - x_\infty) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}}$$



$x_\infty > x_0$

$x_\infty < x_0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 372

VALORE EFFICACE → è il valore che avrebbe un segnale costante di pari potenza media.

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} a^2(t)\,dt}$$

RMS (Root mean square)

$P = V_{rms} \cdot I_{rms}$

→ il val efficace di una f continua è la radice della media del quadrato sul periodo della f stessa

→ FUNZIONI PERIODICHE SINUSOIDALI $= \frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}$

sen cos

$a(t) = \hat{A}\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$

$b(t) = \hat{B}\cos(\omega t + \varphi)$

$\text{sen}(x)$

$\cos(x) \rightarrow \cos(x) = \text{sen}(x + \frac{\pi}{2})$

$b(t) = \hat{B}\,\text{sen}(\omega t + \underbrace{\varphi + \pi/2}_{\alpha})$

$b(t) = \hat{B}\,\text{sen}(\omega t + \alpha)$ → mi posso ricondurre facilmente ad una funzione seno da una funzione coseno

L'eq che utilizzeremo sarà:

$$\boxed{a(t) = \hat{A}\,\text{sen}(\omega t + \varphi)}$$

$\text{sen}(x) \Rightarrow T_r = 2\pi$ rad

$\text{sen}(x) = \text{sen}(x + 2\pi)$ ⊛

$\underset{[rad/s]}{\omega} \cdot \underset{[s]}{t} = [rad]$

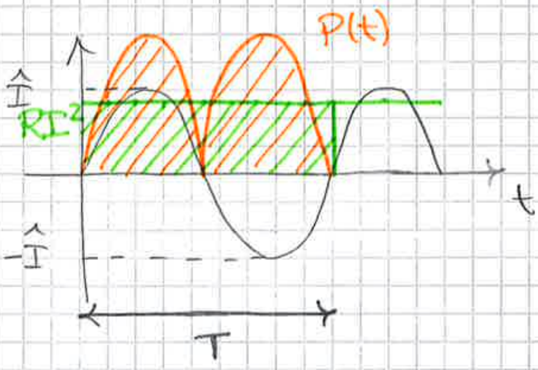
T → soddisferà la seg eq trigonometrica

$\text{sen}(\omega t + \varphi) = \text{sen}(\omega[t+T] + \varphi)$

$\Rightarrow \text{sen}(\underbrace{\omega t + \varphi}_{x}) = \text{sen}(\underbrace{\omega t + \varphi}_{x} + \underbrace{\omega T}_{2\pi})$ ⊛

$\Rightarrow \omega T = 2\pi$ → $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$

Graficamente



L'area sottesa dalla curva arancione è l'energia

$$W = \int_0^T P(t)\,dt \quad \circledast$$

$$W = \int_0^T R\,i^2(t)\,dt = RT\left(\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt\right)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

perché in potenza abbiamo detto che la funzione era una sinusoide

$$W = RTI^2 = (RI^2)T$$

$$\Rightarrow \boxed{W = (RI^2)T} \quad \circledast$$

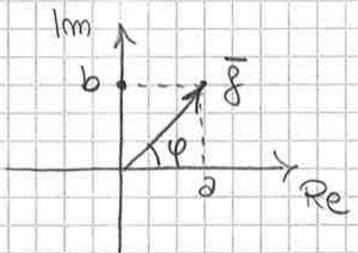
È una potenza costante (val efficace è costante rispetto al tempo) [Anche se la corrente inizialmente è periodica]

⇒ la posso calcolare come l'area di un rettangolo avente per base il periodo e per altezza RI^2.

NUMERI COMPLESSI

$$\bar{z} = a + jb$$

$$j = \sqrt{-1}$$



$$\bar{z} = z \angle \varphi \equiv z\,e^{j\varphi}$$

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

$$\bar{z} = \underbrace{z\cos\varphi}_{a} + j\underbrace{z\,\mathrm{sen}\,\varphi}_{b}$$

$$f(t) = \sqrt{2}\, F \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

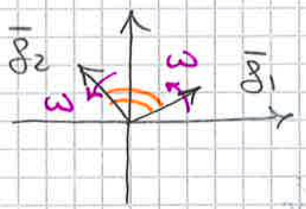
$$f(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\, F e^{j(\omega t + \varphi)}\right]$$

$$\Downarrow$$

$$F e^{j\varphi}$$

?

Se abbiamo due numeri rotanti



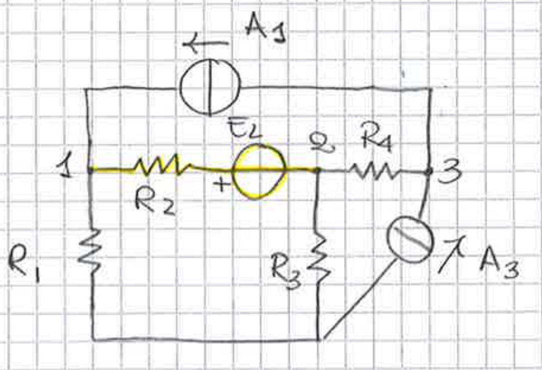
Se ruotano alla stessa velocità si mantiene la relazione di fase tra i 2 fasori

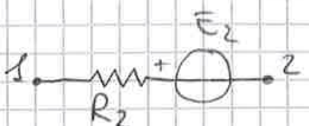
La posizione relativa dei 2 fasori non ci interessa

→ si trascura solitamente il termine $e^{j\omega t}$

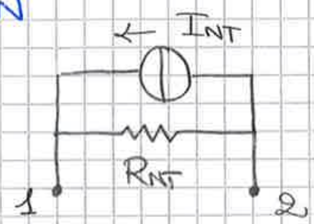
ESERCITAZIONE 3

ESERCIZIO 1

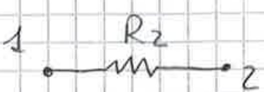




Lo trasformiamo in un equivalente NORTON

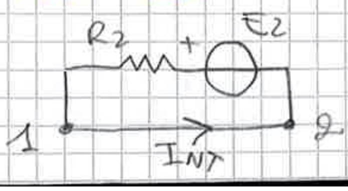


1) Passiviamo tutti i generatori



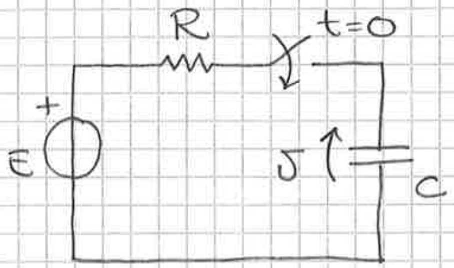
$\rightarrow R_{NT} = R_2$

2) Calcoliamo I_{NT}



Uniamo con un corto 1 e 2 e calcoliamo la corrente che fluisce

ESERCIZIO 2 (Transitori)



$E = 10\,V$

$R = 100\,\Omega$

$C = 100\,\mu F$

$v(t=0) = 0$ condensatore inizialmente scarico.

P_{EMAX} $t>0$ (potenza erogata massima per un tempo $t>0$)

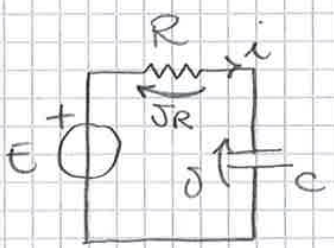
- $t<0$ $\quad i=0$

$P_E = E \cdot i = 0\,W$

- $t>0$

$P_E = E \cdot i(t)$

↳ i è una funzione del tempo con un certo andamento → che identificherà un massimo.



$$\begin{cases} E = v + v_R & \text{(LKT)} \\ v_R = R \cdot i \\ i = C\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$

$$RC\frac{dv}{dt} + v = E$$

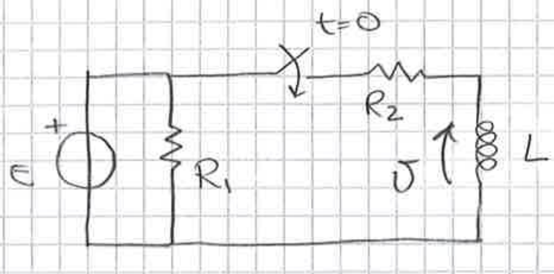
$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{E}{RC} \qquad \tau = RC = 10\,ms$$

$$v = v_p + v_t$$

v_p = costante $\Rightarrow \dfrac{dv_p}{dt} = 0 \Rightarrow v_p = E$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 372

ESERCIZIO 3



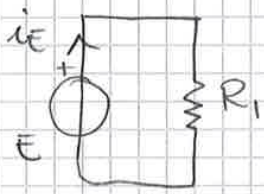
$E = 12\,V$

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 10\,\Omega$

$L = 0{,}5\,H$

$t<0$

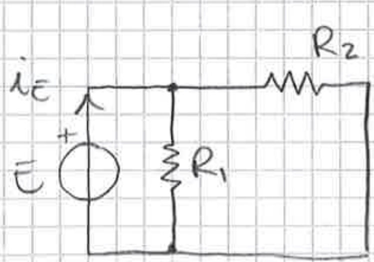


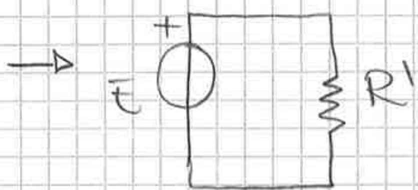
$$i_E = \frac{E}{R_1}$$

a regime $t>0$

$v = L\frac{di}{dt}$ l'INDUTTORE si comporta come un corto circuito

$t \to \infty$

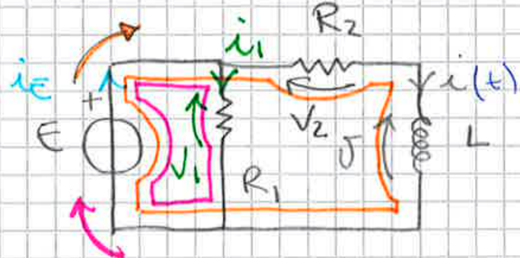




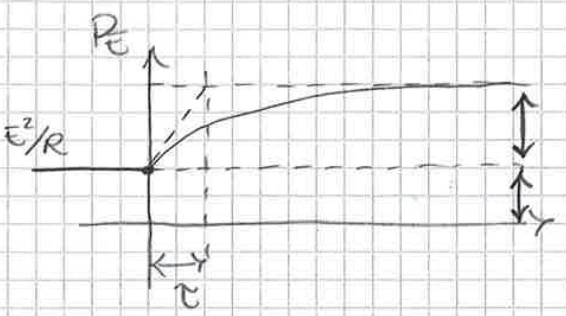
$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} \qquad i_E = \frac{E}{R'} \quad (t\to\infty)$$

$P_E = E\, i_E(t)$ [domanda]

Studiare che succede al circuito per $t>0$.

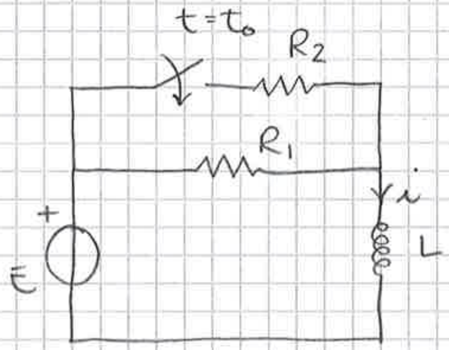


$$\begin{cases} E - V_2 - v = 0 \quad \text{(LKT)} \\ V_2 = R_2 i \\ v = L\frac{di}{dt} \end{cases}$$



$$\frac{E^2}{R_1} + \frac{E^2}{R_2}$$

ESERCIZIO 4



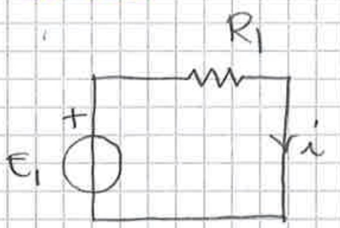
$E = 10\,V$

$R_1 = 2\,\Omega$

$R_2 = 2\,\Omega$

$L = 1\,H$

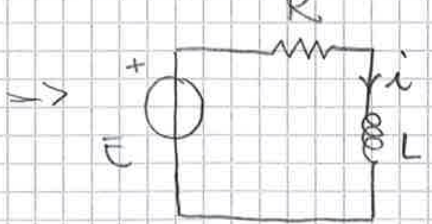
$t < t_0$



$i(t = t_0) = \frac{E_1}{R_1}$ ⇝ condizione iniziale x_0

I_0

Chiudiamo l'interruttore ⇝ Possiamo non scomodare Thévenin, facciamo solo un parallelo tra R_1 e R_2



$$R = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \quad x(t) = x_\infty + (x_0 - x_\infty) e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}$$

dalla teoria.
mi servono solo 3 variabili per calcolare la mia x (corrente o tensione)

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$i(t) = I_\infty + [I_0 - I_\infty] e^{-\frac{t - t_0}{\tau}}$$

$$\frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = a(t)$$

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{a(t)}{\tau}$$ eq differenziale da risolvere

$$\tau = \frac{L}{R} = 1ms$$

Studiamo questo circuito per $0 < t < \frac{T}{2}$

$$\left[\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{I}{\tau}\right]$$

$$i(t=0) = I_0$$

$$i = i_p + i_t$$

$$i_p \rightarrow \frac{di_p}{dt} = 0 \qquad i_p = I$$

$$i_t \rightarrow i_t = Ke^{-t/\tau}$$ (soluzione dell'omogenea associata)

$$\begin{cases} i = I + Ke^{-t/\tau} \\ i(t=0) = I_0 \end{cases}$$

$$I_0 = I + K \rightarrow K = I_0 - I$$

$$\left[i(t) = I + (I_0 - I)e^{-t/\tau}\right]$$

Studiamo un ulteriore transitorio $\frac{T}{2} < t < T$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = -\frac{I}{\tau}$$

$$i\left(t = \frac{T}{2}\right) = I_1$$

$$i = i_p + i_t$$

$$i_p \rightarrow \frac{di_p}{dt} = 0 \Rightarrow i_p = -I$$

$$i_t \rightarrow i_t = Ke^{-\frac{t - T/2}{\tau}}$$

28/10/13

ALGEBRA DEI FASORI

$$a(t) = \sqrt{2}\, A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \bar{A} = A e^{j\varphi}$$

SOMMA ALGEBRICA

$$a_1(t) = \sqrt{2}\, A_1 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_1)$$
$$a_2(t) = \sqrt{2}\, A_2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_2)$$
$$a_3(t) = \sqrt{2}\, A_3 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_3)$$

$$a_1(t) + a_2(t) - a_3(t) = b(t)$$ somma di 3 sinusoidi

$$a_1(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2} A_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t}\right]$$
$$a_2(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2} A_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t}\right]$$
$$a_3(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2} A_3 e^{j\varphi_3} e^{j\omega t}\right]$$

$$a_1(t) + a_2(t) + a_3(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2} A_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t} + \sqrt{2} A_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t} + \sqrt{2} A_3 e^{j\varphi_3} e^{j\omega t}\right] = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\left(A_1 e^{j\varphi_1} + A_2 e^{j\varphi_2} - A_3 e^{j\varphi_3}\right) e^{j\omega t}\right] =$$
$$= \operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\, \underbrace{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2 - \bar{A}_3)}_{\bar{B}}\, e^{j\omega t}\right]$$

$$\boxed{\overbrace{\bar{B} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3}^{\text{somma dei fasori}}}$$ (somma dei valori efficaci delle sinusoidi)

$$\Downarrow$$

$$b(t) = \sqrt{2}\, B \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_B)$$

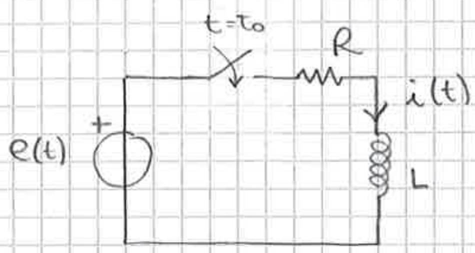
Una somma di sinusoidi nel dominio del tempo rimane una somma → di FASORI (che avranno un modulo e una fase che mi permettono di ritornare nel dominio del tempo)

PRODOTTO PER COSTANTE

$$a(t) = \sqrt{2}\, A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$
$$b(t) = K a(t)$$

$$a(t) = \operatorname{Im}\left[\sqrt{2}\, \underbrace{K A e^{j\varphi}}_{\bar{B}}\, e^{j\omega t}\right]$$

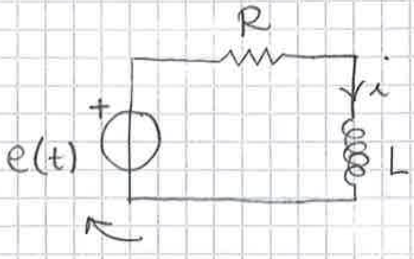
$$\boxed{\bar{B} = K A e^{j\varphi} = K \bar{A}}$$



$i(t=t_0) = 0A$

$e(t) = \sqrt{2}\, E \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_v)$

$t > t_0$



$v_R = Ri$

$v = L\frac{di}{dt}$

$e(t) - v_R(t) - v(t) = 0$

$Ri(t) + \frac{L\,di(t)}{dt} = e(t)$

$i(t) = i_p(t) + i_t(t)$

OMOGENEA ASSOCIATA i_t

$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$

$\tau = \frac{L}{R} \longrightarrow i_t(t) = Ke^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

INTEGRALE PARTICOLARE (soluzione a regime) i_p

$i_p(t) = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_I)$

$\Rightarrow \varphi_v = 0 \qquad \varphi_I = \varphi_v + \varphi$

$\Rightarrow \varphi_I = \varphi$

$i_p(t) = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

$\boxed{e(t) = \sqrt{2}\, E \operatorname{sen}(\omega t)}$

$R\sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) + L\sqrt{2}\, I \cos(\omega t + \varphi)\cdot\omega = \sqrt{2}\, E \operatorname{sen}(\omega t)$

$$\left[\begin{array}{l} \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \cos\alpha\operatorname{sen}\beta \\ \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta \end{array}\right]$$

$e(t) = \sqrt{2}\, E \operatorname{sen}(\omega t)$ $\quad [\varphi_v = 0]$

$i(t) = i_p(t) = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

Possiamo associare dei fasori a queste sinusoidi

$\bar{E} = E e^{j0}$

$\bar{I} = I e^{j\varphi}$

una somma di sinusoidi nel dominio del tempo rimane una somma di fasori nel dominio delle frequenze.

$R\bar{I} + L(j\omega \bar{I}) = \bar{E}$ $\qquad Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt} = e(t)$

Eq. algebrica nel dominio del tempo $\rightarrow$ eq differenziale nel dominio delle frequenze

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R + j\omega L}$$

devo calcolare $\bar{I}$ come rapporto tra 2 num complessi.

DENOMINATORE $= R + j\omega L = \bar{D}$ (num complesso)

$|\bar{D}| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = D$

$\varphi_D = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega L}{R}\right)$ $\qquad \Rightarrow \bar{D} = D e^{j\varphi_D}$

$$i.\ \bar{I} = \frac{E e^{j0}}{D e^{j\varphi_D}} = \underbrace{\left(\frac{E}{D}\right)}_{\to I} e^{j(0 - \varphi_D)}$$

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\varphi = -\varphi_D = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$\begin{cases} V = RI \\ \varphi_V = \varphi_I \end{cases}$$

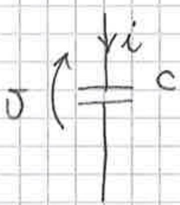
DIAGRAMMA FASORIALE

$\boxed{\varphi_I = 0}$

il fasore tensione è sempre in fase con il fasore corrente, qualsiasi sia la resistenza.

→ la sinusoide tensione è sempre in fase con la sinusoide corrente

Capacità



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\bar{I} = C (j\omega) \bar{V}$$

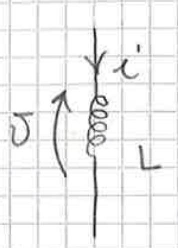
$$\boxed{\bar{I} = j\omega C \bar{V}}$$

$$v(t) = \sqrt{2} V \sin(\omega t + \varphi_V)$$

$$\hookrightarrow \bar{V} = V e^{j\varphi_V}$$

$$\bar{I} = j\omega C V e^{j\varphi_V} = \omega C V e^{j\varphi_V} e^{j\pi/2} = \omega C V e^{j(\varphi_V + \pi/2)}$$

Induttore



$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\bar{V} = L(j\omega)\bar{I}$$

$$\boxed{\bar{V} = j\omega L \bar{I}}$$

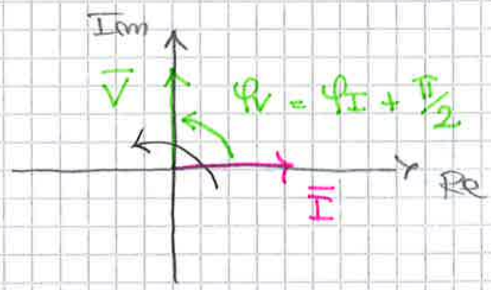
$$i(t) = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_I)$$

$$\rightarrow \bar{I} = I e^{j\varphi_I}$$

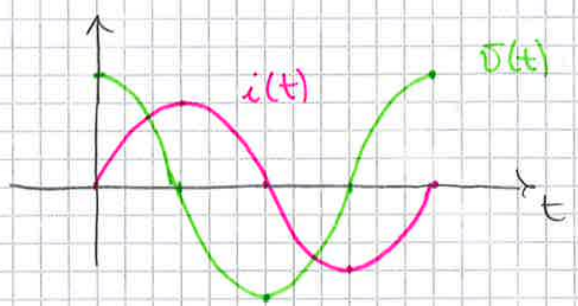
$$\bar{V} = j\omega L I e^{j\varphi_I} = \omega L I e^{j\varphi_I} e^{j\frac{\pi}{2}} = \omega L I e^{j(\varphi_I + \pi/2)}$$

$$\bar{V} = V e^{j\varphi_V}$$

$$\begin{cases} V = \omega L I \\ \varphi_V = \varphi_I + \pi/2 \end{cases}$$



$$\boxed{\varphi_I = 0}$$



$$\bar{V} = j\omega L \bar{I}$$

$$\boxed{X = \omega L}$$

REATTANZA INDUTTIVA

$$\bar{V} = jX\bar{I}$$

$$\boxed{\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}}$$

Legge di Ohm generalizzata

è ancora un fasore l'impedenza? cioè il rapporto tra 2 sinusoidi è ancora una sinusoide?

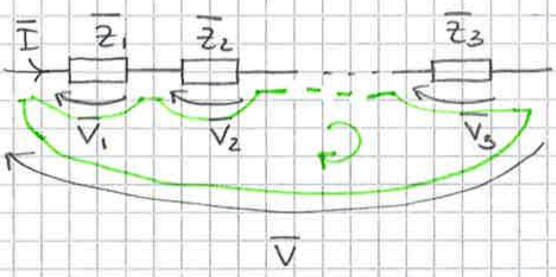
$$\bar{Z} = \frac{\sqrt{2}\, V e^{j\varphi_V} e^{j\omega t}}{\sqrt{2}\, I e^{j\varphi_I} e^{j\omega t}} = \left(\frac{V}{I}\right) e^{j(\varphi_V - \varphi_I + \cancel{\omega t} - \cancel{\omega t})}$$

$$\bar{Z} = \left(\frac{V}{I}\right) e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$$

L'IMPEDENZA è un operatore, non è un FASORE!
Solo un fattore di proporzionalità, un operatore che sta tra 2 fasori.

IMPEDENZA

SERIE DI IMPEDENZE



$$\bar{V} - \bar{V}_1 - \bar{V}_2 - \dots - V_N = 0$$

Possiamo direttamente scrivere l'equazione nel dominio delle frequenze con i fasori

Scrivo Ohm generalizzata per ogni impedenza

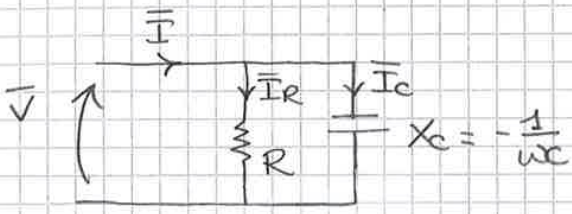
$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I} \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_2 \bar{I} \\ \bar{V}_N = \bar{Z}_N \bar{I} \end{cases}$$

$$\bar{V} = \bar{Z}_1 \bar{I} + \bar{Z}_2 \bar{I} + \dots + \bar{Z}_N \bar{I} = \underbrace{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \dots + \bar{Z}_N)}_{Z_{eq}} \bar{I}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 111 di 372

$$\bar{I} = \bar{Y}_1 \bar{V} + \bar{Y}_2 \bar{V} + \dots + \bar{Y}_N \bar{V}$$
$$= \underbrace{(\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \dots + \bar{Y}_N)}_{\bar{Y}_{eq}} \bar{V}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{1}{\bar{Y}_{eq}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\bar{Z}_k}}$$



$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C$$

⊛ $\bar{V} = R\bar{I}_R$

$$\bar{V} = jX_C \bar{I} = -j\frac{1}{\omega C}\bar{I}$$

⊛ $\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{R} = G\bar{V}$

$$\bar{I}_C = j\omega C \bar{V}$$

$$\bar{I} = \underbrace{(G + j\omega C)}_{\bar{Y}_{eq}} \bar{V}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{1}{\bar{Y}_{eq}} = \frac{1}{G + j\omega C} \frac{(G - j\omega C)}{(G - j\omega C)} = \frac{G - j\omega C}{G^2 + (\omega C)^2} =$$

$$= \underbrace{\frac{G}{G^2 + (\omega C)^2}}_{R} - j\underbrace{\frac{\omega C}{G^2 + (\omega C)^2}}_{X} = R + jX$$

$$X < 0$$

$$\bar{Z} = Z_{eq} e^{j\theta}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \text{arctg}\left(\frac{X}{R}\right) < 0$$

IMPEDENZA OHMICOCAPACITIVA

$\bar{V}_g = \bar{Z}_g \bar{I}$

$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$

LKT $\rightarrow \bar{E}_g - \bar{Z}_g \bar{I} - \bar{Z}\bar{I} = 0$

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_g}{\bar{Z}_g + \bar{Z}}$$

A me interessa il valore efficace di questo numero complesso (perché è quello che compare nella formula di Pm)

$$|\bar{I}| = I = \frac{|\bar{E}_g|}{|\bar{Z}_g + \bar{Z}|}$$

$$\bar{Z}_g + \bar{Z} = (R_g + R) + j(X_g + X)$$

devo fare il modulo di questo numero complesso.

$$I = \frac{E_g}{\sqrt{(R_g+R)^2 + (X_g+X)^2}}$$

$$\Rightarrow P_m = R \frac{E_g^2}{(R_g+R)^2 + (X_g+X)^2}$$

$P_m = P_m(R, X)$

$$\frac{\partial P_m}{\partial R} = 0$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial X} = 0$$

$$P_m = R E_g^2 [(R_g+R)^2 + (X_g+X)^2]^{-1}$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial X} = R E_g^2 (-1) [(R_g+R)^2 + (X_g+X)^2]^{-2} \cdot 2(X_g + X) \cdot (1) = 0$$

sono tutti termini $\neq 0$ tranne l'ultimo $(X_g + X)$

$$\Rightarrow X_g + X = 0 \Rightarrow X = -X_g$$

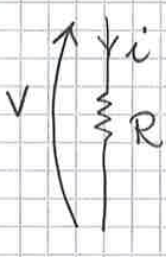
$$\frac{\partial P_m}{\partial R} = 0$$

$$X = -X_g \rightarrow P_m = \frac{R E_g^2}{(R_g+R)^2} \Rightarrow \boxed{R = R_g}$$

4/11/13

$$P(t) = \underbrace{VI\cos\varphi\left[1-\cos(2\omega t+2\varphi_I)\right]}_{P_a(t)} + \underbrace{VI\,\text{sen}\varphi\,(2\omega t+2\varphi_I)}_{P_r(t)}$$

RESISTENZA



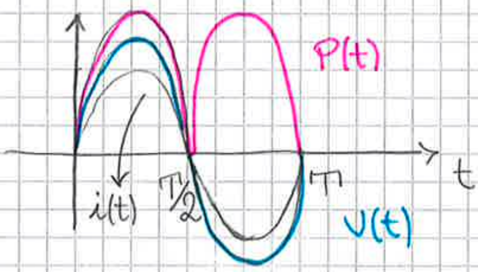
$v = \sqrt{2}\,V\,\text{sen}(\omega t+\varphi_V)$ $\qquad \varphi_V = \varphi_I$

$i = \sqrt{2}\,I\,\text{sen}(\omega t+\varphi_I)$ $\qquad \varphi = \varphi_V - \varphi_I = 0$

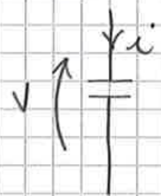
$P_r(t) = 0$ $\qquad$ NO COMPONENTE REATTIVA PER UNA RESISTENZA

$\varphi_I = 0$ (ipotesi per il grafico)

$P_a(t) = VI\cos\varphi\left[1-\cos(2\omega t+2\varphi_I)\right]$



CAPACITA'



$v = \sqrt{2}\,V\,\text{sen}(\omega t+\varphi_V)$

$i = \sqrt{2}\,I\,\text{sen}(\omega t+\varphi_I)$

$\varphi_I = \varphi_V + \pi/2$

$\varphi = \varphi_V - \varphi_I = -\pi/2$ $\qquad \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$P_r(t) = VI\,\underbrace{\text{sen}\varphi}_{-1}\,\text{sen}(2\omega t+2\varphi_I) =$ $\qquad \Rightarrow P_a(t) = 0$

$= -VI\,\text{sen}(2\omega t+2\varphi_I)$ $\qquad$ componente attiva nulla !!

$\varphi_I = 0.$

Analizziamo le potenze:

$$W = \int_0 Pa(t)dt = \int_0^T VI\cos\varphi\,[1-\cos(2\omega t + 2\varphi_I)]dt =$$

$$= \int_0^T VI\cos\varphi\,dt - \int_0^T VI\cos\varphi\cos(2\omega t + 2\varphi_I)\,dt =$$

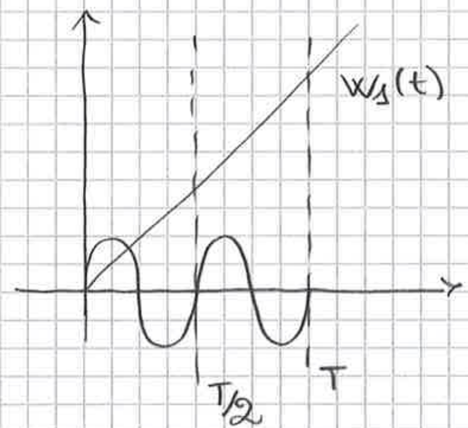
$$= VI\cos\varphi\,T - VI\cos\varphi\int_0^T \cos(2\omega t + 2\varphi_I)\,dt. =$$

$$= VI\cos\varphi\,T - \frac{VI\cos\varphi}{2\omega}\,\text{sen}(2\omega t + 2\varphi_I)$$

$$w(t) = w_1(t) - w_2(t)$$

$$w_1(t) = VI\cos\varphi\,T$$

$$w_2(t) = \frac{VI\cos\varphi}{2\omega}\,\text{sen}(2\omega t + 2\varphi_I)$$



$\varphi_I = 0$

$w(mT) = w_1(mT)$ poiché

$w_2(mT) = 0$ ⇝ al termine di ogni periodo va a 0.

$$w(t) = VI\cos\varphi\,T$$

$$\frac{w(t)}{T} = P_{media} = VI\cos\varphi$$

[Watt] POTENZA ATTIVA

costante rispetto al tempo.

$$Pr(t) = VI\,\text{sen}\varphi\,\text{sen}(2\omega t + 2\varphi_I)$$

$Q = VI\,\text{sen}\varphi$ POTENZA REATTIVA — massimo livello a cui avviene scambio di potenza

$\varphi - \frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Al netto di un periodo corrisponde un valore di energia nulla. ⇝ poiché ho una variazione di energia nulla.

[var] VOLT AMPERE REATTIVI

CALCOLO DELLA POTENZA COMPLESSA SU UN CARICO SINGOLO

1) Calcolare la tensione e la corrente di carico in forma fasoriale rms, utilizzando i metodi di analisi circuitale AC e convertendo le ampiezze di picco in valori rms

2) Calcolare la potenza complessa $S = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$ e porre

$$Re\, S = P_{av}$$
$$Im\, S = Q$$

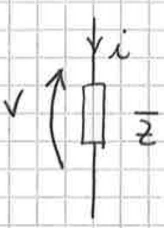
3) Disegnare il triangolo delle potenze

4) se Q è negativa, il carico è capacitivo; se Q è positiva, il carico è induttivo.

5) Calcolare la potenza apparente $|S|$ in volt-ampere

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 121 di 372

5/11/2013



$v = \sqrt{2}\, V \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_V)$

$i = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_I)$

$P_a(t) \longrightarrow P\,[W]$

$P_r(t) \longrightarrow Q\,[VAr]$ volt ampère reattivi

$\bar{Z} = z e^{j\varphi}$ $\qquad \varphi = \varphi_V - \varphi_I$

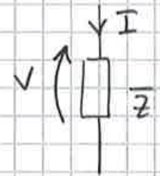
valore efficace $= \dfrac{\text{Ampiezza}}{\sqrt{2}}$

$\boxed{\hat{V} = \sqrt{2}\, V}$

AMPIEZZE

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\cos\varphi \\ Q &= \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\operatorname{sen}\varphi \end{aligned}\right\} \quad S = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}$$

Posso anche non usare i fasori (valore efficace) ma usare le ampiezze, ottenendo sempre un prodotto tensione per corrente.



$$\begin{cases} \bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* \\ \bar{V} = \bar{Z}\cdot\bar{I} \end{cases} \Rightarrow \bar{S} = \bar{Z}\,\bar{I}\bar{I}^*$$

modulo al quadrato

$$\bar{S} = \bar{Z} I^2 = (R + jx) I^2$$

$$\underbrace{\bar{S} = RI^2}_{\text{potattiva}} + \underbrace{jXI^2}_{\text{potenza reattiva}} \longrightarrow \begin{aligned} P &= RI^2 \\ Q &= \underbrace{X}_{\text{reattanza}} I^2 \end{aligned}$$

Potenze in funzione della tensione

$$\begin{cases} \bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* \\ \bar{V} = \bar{Z}\bar{I} \end{cases} \longrightarrow \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}$$

otteniamo $\bar{S} = \bar{Z} I^2 = \bar{Z}\left(\frac{V}{Z}\right)^2$

$$\bar{S} = (R + jX)\left(\frac{V}{Z}\right)^2$$

$$\bar{S} = R\frac{V^2}{Z^2} + jX\frac{V^2}{Z^2}$$

$$P = \frac{V^2}{Z^2} R = \frac{V^2}{Z}\cdot\frac{R}{Z} \longleftarrow$$

$$Q = \frac{V^2}{Z^2} X = \frac{V^2}{Z}\,\frac{X}{Z}$$

$$\begin{cases} S = VI \longrightarrow \dfrac{V^2}{Z} \\ \bar{V} = \bar{Z}\bar{I} \longrightarrow V = ZI \end{cases}$$

$$\longrightarrow P = \frac{V^2}{Z}\cos\varphi \qquad Q = \frac{V^2}{Z}\operatorname{sen}\varphi$$

S potenza complessa ai capi dell'impedenza

$$I = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{V}$$

$P_L = ?$ perdite potenza sulla linea di trasmissione

$$P_L = RI^2$$

$$\eta = \frac{P}{P+RI^2}$$ RENDIMENTO TRASMESSO

RIFASAMENTO: questo provvedimento adoperato per aumentare (migliorare) il fattore di potenza $\cos\varphi$ di un dato carico, allo scopo di ridurre, a pari potenza attiva assorbita, il valore della corrente che circola nell'impianto.

$W = \frac{1}{2}CV^2$ $W = \frac{1}{2}LI^2$

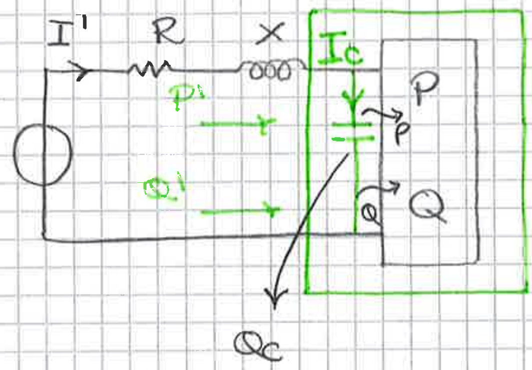
Potenza reattiva ⤳ energia trasferita tramite immagazzinamento di energia tramite campo elettrico e magnetico.

Perdite di energia sulla linea di trasmissione ⤳ quadruplica se raddoppio la corrente

RIFASARE vuol dire fornire in loco, tutta o parte della potenza reattiva elettrica necessaria al carico.

RIFASAMENTO → ovvero metodo per consumare meno potenza reattiva sui nostri carichi

CARICO REATTIVO



Introduco un condensatore in parallelo

- Prima del rifasamento il carico stava assorbendo una quota di potenza P e Q

$P = VI\cos\varphi$

$Q = VI\,\mathrm{sen}\,\varphi$

$\frac{Q}{P} = \mathrm{Tg}\,\varphi$

RIFASAMENTO → se $\cos\varphi$ TROPPO BASSO
$\mathrm{sen}\,\varphi$ TROPPO ALTO

→ voglio aumentarlo
$\cos\varphi \rightarrow \cos\varphi'$

$\boxed{\cos\varphi' = 0{,}9}$

dato problema

DOPO rifasamento

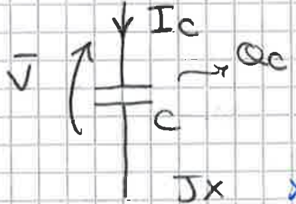
$P' = P$ invariate $= VI'\cos\varphi'$

$Q' = Q + Q_C = VI'\,\mathrm{sen}\,\varphi'$

$\frac{Q'}{P'} = \mathrm{Tg}\,\varphi' = \frac{Q'}{P}$

$Q_C = Q' - Q = P(\mathrm{Tg}\,\varphi' - \mathrm{Tg}\,\varphi)$

potenza reattiva condensatore < 0



$C?$

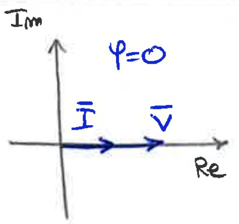
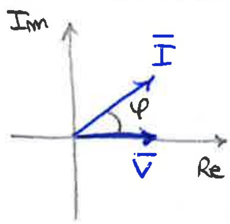
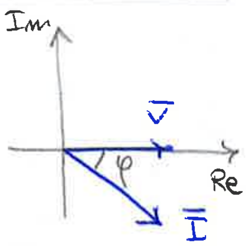
$X = -\frac{1}{\omega C}$

$\bar{S}_C = \bar{V}\,\bar{I}_C^* = 0 + jQ_C$

non assorbe potenza attiva

⇒ Se il carico ha una reattanza induttiva, allora φ è positivo e la corrente RITARDA rispetto alla tensione, essa SEGUE la tensione. Così, quando φ e Q sono positivi, il corrispondente fattore di potenza è detto essere in RITARDO. All'opposto, un carico capacitivo avrà una Q negativa e quindi una φ negativa. Ciò corrisponde a un fattore di potenza in ANTICIPO, che significa che la corrente di carico PRECEDE la tensione di carico. CARICHI REATTIVI

PRINCIPALI CARATTERISTICHE DELLA POTENZA COMPLESSA

	CARICO RESISTIVO	CARICO CAPACITIVO	CARICO INDUTTIVO
LEGGE DI OHM	$\overline{V}_L = Z_L \overline{I}_L$	$\overline{V}_L = Z_L \overline{I}_L$	$\overline{V}_L = Z_L \overline{I}_L$
IMPEDENZA COMPLESSA	$Z_L = R_L$	$Z_L = R_L - jX_L$	$Z_L = R_L + jX_L$
ANGOLO DI FASE	$\varphi = \varphi_V - \varphi_I = 0$	$\varphi = \varphi_V - \varphi_I < 0$	$\varphi = \varphi_V - \varphi_I > 0$
DIAGRAMMA NEL PIANO COMPLESSO			
SPIEGAZIONE	La corrente è in fase con la tensione	La corrente "guida" la tensione	La corrente "segue" la tensione
FATTORE DI POTENZA	Unitario	In anticipo, <1	In ritardo, >1
POTENZA REATTIVA	0	Negativa	Positiva

7/11/13

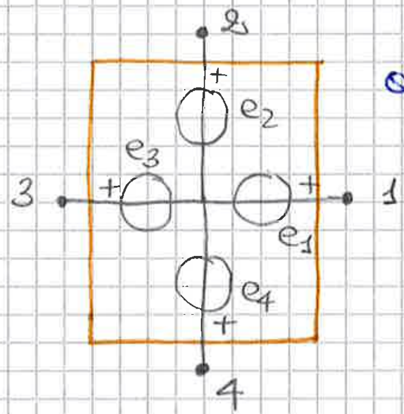
SISTEMA POLIFASE

N generatori sinusoidali isofrequenziali

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{N}$$

$N = 4 \rightsquigarrow \Delta\theta = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$e_1(t) = \sqrt{2}\, E_1 \, sen(\omega t + 0)$
$e_2(t) = \sqrt{2}\, E_2 \, sen(\omega t + \pi/2)$
$e_3(t) = \sqrt{2}\, E_3 \, sen(\omega t + \pi)$
$e_4(t) = \sqrt{2}\, E_4 \, sen(\omega t + \frac{3\pi}{2})$

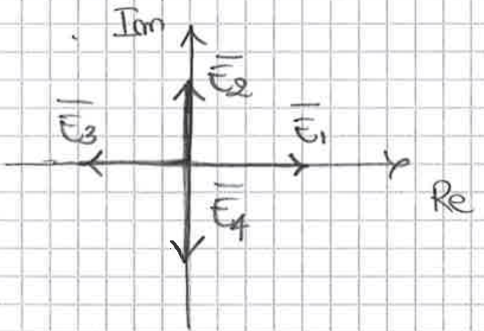


QUADRIPOLO

$\bar{E}_1 = E_1 \qquad \bar{E}_2 = E_2 e^{j\pi/2}$

$\bar{E}_3 = E_3 e^{j\pi} \qquad \bar{E}_4 = E_4 e^{j\frac{3\pi}{2}}$

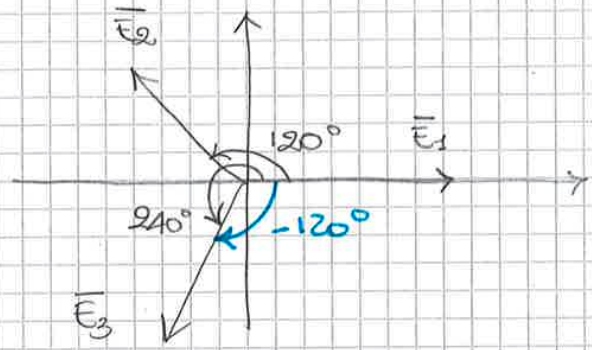
Generatore polifase
↳ i generatori sono sfasati di $\pi/2$ tra loro.



Sottoinsiemi di sistemi polifase → SISTEMI PURI

$e_1(t) + e_2(t) + \dots + e_N(t) = 0$

$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \dots + \bar{E}_N = 0$



È più usuale dire un angolo di −120° piuttosto che un angolo di 240°

$$\Rightarrow \overline{E}_3 = E_3\, e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$ così + usuale!

SIAMO INTERESSATI A STUDIARE SISTEMI SIMMETRICI

TERNA SIMMETRICA DIRETTA

$$|\overline{E}_1| = |\overline{E}_2| = |\overline{E}_3| = E$$

$$\overline{E}_1 = E$$
$$\overline{E}_2 = E\, e^{-j\,2\pi/3}$$
$$\overline{E}_3 = E\, e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

TERNA SIMMETRICA INVERSA

$$|\overline{E}_1| = |\overline{E}_2| = |\overline{E}_3| = E$$ (cambiano le fasi)

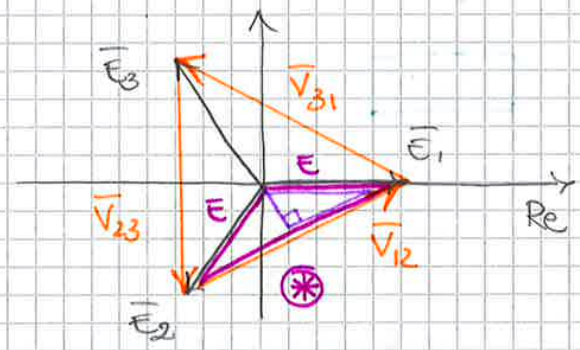
- $\overline{E}_1 = E$
- $\overline{E}_2 = E_2\, e^{j\frac{2\pi}{3}}$
- $\overline{E}_3 = E_3\, e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 131 di 372

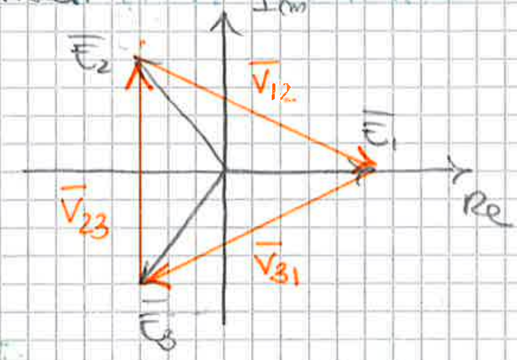
LKT $\rightarrow$ $\overline{V}_{12} - \overline{E}_1 + \overline{E}_2 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{V}_{12} = \overline{E}_1 - \overline{E}_2 \\ \text{LKT} \rightarrow \overline{V}_{23} = \overline{E}_2 - \overline{E}_3 \\ \text{LKT} \rightarrow \overline{V}_{31} = \overline{E}_3 - \overline{E}_1 \end{array}\right\}$$

DIRETTA



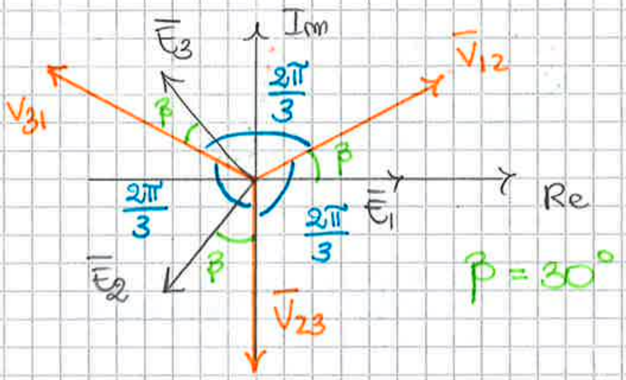
INVERSA



TRIANGOLO EQUILATERO (i moduli sono TUTTI uguali)

Sono 3 vettori la cui somma è nulla

$\overline{V}_{12} + \overline{V}_{23} + \overline{V}_{31} = 0$



$\beta = 30°$

3 sinusoidi isofrequenziali sfasate tra di loro di $2\pi/3$ $\rightarrow$ GENERATORE TRIFASE SIMMETRICO

$|\overline{V}_{12}| = |\overline{V}_{23}| = |\overline{V}_{31}| = V$

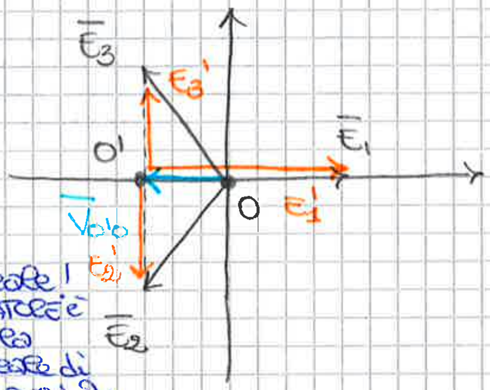
E $\rightarrow$ TENSIONI DI FASE

V $\rightarrow$ TENSIONI CONCATENATE (quelle che possiamo misurare $\rightarrow$ costituiscono anche loro un generatore trifase simmetrico)

$\rightarrow$ Consideriamo il triangolo ISOSCELE. ⊛

$\hookrightarrow$ poi triangolo RETTANGOLO

Diagramma fasoriale



Parte reale! NUMERATORE è 2 volte la parte reale di uno di quei 2 numeri.

↳ al denominatore c'è 2 quindi il risultato è la parte reale!

$V_{O'O}$ = SPOSTAMENTO DEL CENTRO STELLA

↓

La variazione che c'è tra il potenziale del centro stella dei generatori e quello del centro stella delle tensioni di carico.

$$E_k' = \bar{E}_k - \bar{V}_{O'O}$$

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{E}_k - \bar{V}_{O'O}}{\bar{Z}_k} \rightsquigarrow \begin{array}{l} I_1 = 0{,}345\,A \\ I_2 = 200\,A \\ I_3 = 200\,A \end{array}$$

CARICO → $\bar{Z}_1$, $\bar{Z}_2$, $\bar{Z}_3$ Arbitrarie

↳ SQUILIBRATO   3 tensioni diverse ⇒ 3 correnti diverse

CARICO → $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = \bar{Z}$

↳ EQUILIBRATO   3 Tensioni uguali ⇒ 3 correnti uguali

Esempio carico equilibrato

$$V_{O'O} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}} + \frac{\bar{E}_2}{\bar{Z}} + \frac{\bar{E}_3}{\bar{Z}}}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}}} = \frac{\frac{1}{\bar{Z}}\overbrace{\left(\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3\right)}^{=0 \text{ perché sistema SIMMETRICO} \Rightarrow \text{PURO}}}{\frac{3}{\bar{Z}}} = 0\,V$$

lo spostamento del centro stella è nullo.

$$\bar{E}_k' = \bar{E}_k - \bar{V}_{O'O} = \bar{E}_k \Rightarrow \boxed{\bar{E}_k' = \bar{E}_k}$$

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1$$

$$\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2$$

genericamente ⇝ ma il carico 2 nel nostro caso assorbe una potenza nulla $P_2 = 0$ ma $Q_2 \neq 0$.

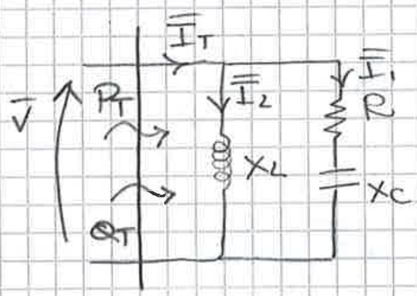
↳ non ho potenza attiva perchè non compare R.

$$\begin{cases} Q_2 = X_L I_2^2 \\ I_2 = \dfrac{V}{X_L} = 23\ A \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_2 = X_L \frac{V^2}{X_L^{\cancel{2}}} = \frac{V^2}{X_L} = 5290\ \text{var}$$

Per trovare I_T ci servono anche le fasi delle altre correnti

Passiamo attraverso le potenze invece



$P_T = P_1$

$Q_T = Q_L + Q_C$

$\bar{S}_T = P_T + jQ_T$

$$\left.\begin{aligned} P_T &= V \cdot I_T \cos\varphi_{Tot} \\ Q_T &= V I_T \operatorname{sen}\varphi_T \\ S_T &= V_T I_T \end{aligned}\right\}$$

Sono 3 alternative del tutto equivalenti

⇝ Posso costruire un triangolo delle potenze

$$\frac{Q_T}{P_T} = \operatorname{Tg}\varphi_T \rightarrow \varphi_T \rightarrow \cos\varphi_T,\ \operatorname{sen}\varphi_T$$

$$I_T = \frac{P_T}{V\cos\varphi_T} \qquad I_T = \frac{Q_T}{V\operatorname{sen}\varphi_T}$$

$$S_T = V_T I_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \Rightarrow I_T = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{V}$$

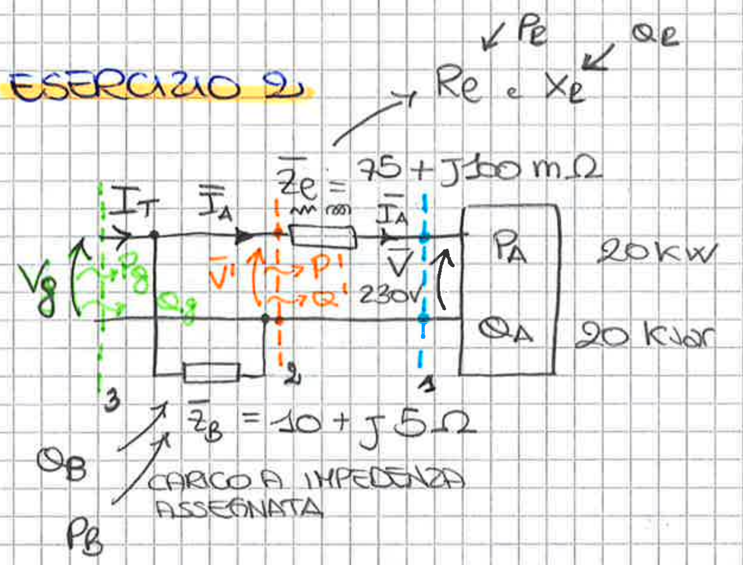
$I_T = 18,96\ A$

vanno bene tutte e 3 le strade.

⇝ Abbiamo finito senza conoscere i numeri complessi!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 137 di 372

ESERCIZIO 2



In una certa sezione posso definire:

- una Tensione $\bar{V}$
- una corrente $\bar{I}_A$ (?)
- una potenza S_A

} posso ricavarmi il mancante dei 3.

$$S_A = V I_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} \Rightarrow I_A = \frac{\sqrt{P_A^2 + Q_A^2}}{V} = 123\,A$$

Trovo una nuova sezione risalendo il circuito (ho un nuovo componente in serie rispetto a quello di prima)

- $\bar{V}'$ (?)
- $\bar{I}_A$
- S' (?)

} vado a cercare le Potenze! (I Passo)

Teo di Bo

$$P_e = R_e I_A^2 \qquad P' = P_e + P_A$$

$$Q_e = X_e I_A^2 \qquad Q' = Q_e + Q_A$$

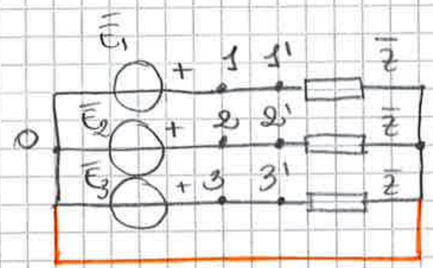
$$S' = \sqrt{P'^2 + Q'^2} = V' I_A \Rightarrow V' = \frac{\sqrt{P'^2 + Q'^2}}{I_A} = 245{,}2\,V$$

Nuova sezione → ho un componente connesso in parallelo con ciò che ho studiato prima

- $V_g = \bar{V}'$
- I_T
- S_g

11/11/13

... CICLO TRIFASE CONTINUA



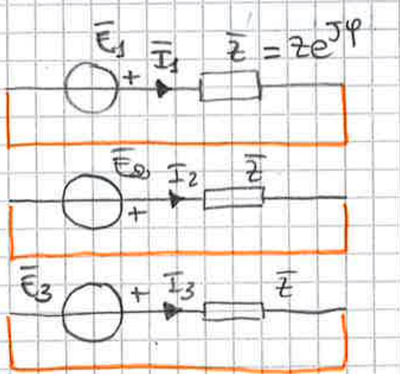
$$\bar V_{OO'} = \frac{\frac{\bar E_1}{\bar Z}+\frac{\bar E_2}{\bar Z}+\frac{\bar E_3}{\bar Z}}{\frac{1}{\bar Z}+\frac{1}{\bar Z}+\frac{1}{\bar Z}} = 0\ V.$$

→ se introduco un nuovo elem circuitale che rispetti la soluzione di rete, non sto alterando le correnti nel circuito

Se sostituisco un generatore di tensione che impone quella tensione non sto alterando la soluzione di rete.

→ CORTO CIRCUITO (generatore di tensione nulla).

↓ SONO EQUIVALENTI

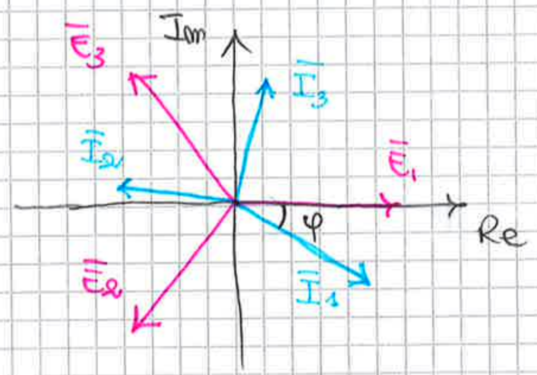


Circuito a 3 fase, in cui ognuno opera indipendentemente dagli altri.

Basta trovare i risultati solo per un circuito e poi ruotandolo di 120° trovo gli altri 2.

→ CIRCUITO MONOFASE EQUIVALENTE

$$\bar I_1 = \frac{\bar E_1}{\bar Z}$$

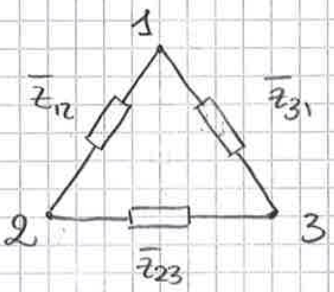


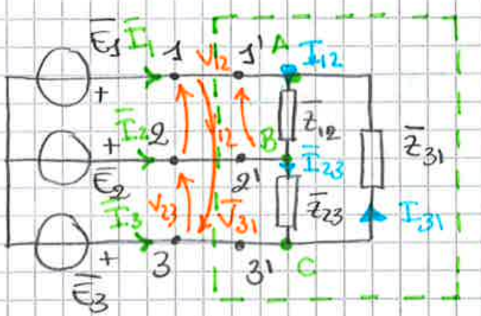
Posso farlo ogni volta che il carico è EQUILIBRATO e terna di generatori SIMMETRICA.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 141 di 372

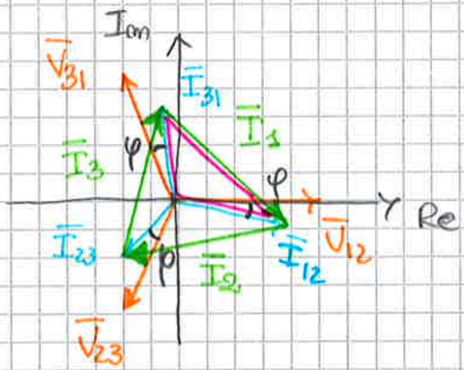
CARICO TRIFASE

TRIANGOLO





$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{Z}_{12}} \qquad \bar{I}_{23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\bar{Z}_{23}} \qquad \bar{I}_{31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\bar{Z}_{31}}$$



Supponiamo un carico EQUILIBRATO

$$\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z} = z e^{j\varphi}$$

Le tre correnti sono sfasate tra loro di 120° e hanno tutte lo stesso modulo

LKC ⤳ A $\bar{I}_1 + \bar{I}_{31} = \bar{I}_{12} \rightarrow \bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31}$

B $\bar{I}_2 + \bar{I}_{12} = \bar{I}_{23} \rightarrow \bar{I}_2 = \bar{I}_{23} - \bar{I}_{12}$

C $\bar{I}_3 + \bar{I}_{23} = \bar{I}_{31} \rightarrow \bar{I}_3 = \bar{I}_{31} - \bar{I}_{23}$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

$$\underbrace{|\bar{I}_1| = |\bar{I}_2| = |\bar{I}_3| = I_L}_{\text{CORRENTI DI LINEA}} \qquad \overbrace{|\bar{I}_{12}| = |\bar{I}_{23}| = |\bar{I}_{31}| = I_F}^{\text{CORRENTI DI FASE}}$$

CORRENTI DI LINEA → arrivano dalla linea elettrica.

CORRENTI DI FASE: Sono quelle che circolano effettivamente nelle impedenze che costituiscono la fase del circuito

Tutto quanto detto per P vale anche per Q.

$Q = Q_{fase1} + Q_{fase2} + Q_{fase3}$

$Q_{fasek} = E_k I_k \operatorname{sen}\varphi = EI\operatorname{sen}\varphi$

$$\boxed{Q = 3EI\operatorname{sen}\varphi = \sqrt{3}VI\operatorname{sen}\varphi}$$

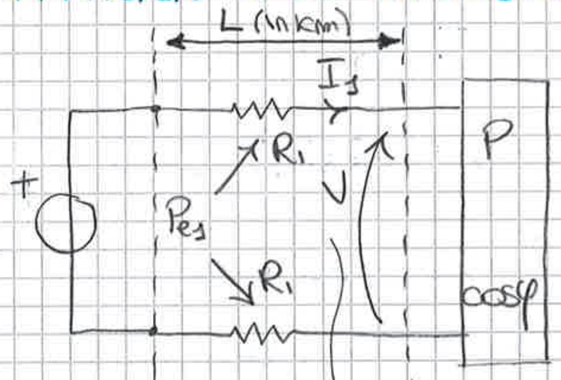
VAr

$$\boxed{\begin{aligned} P &= \sqrt{3}VI_L\cos\varphi \\ Q &= \sqrt{3}VI\operatorname{sen}\varphi \end{aligned}}$$

12/11/13

$$|\bar{S}| = S = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{(\sqrt{3}VI)\cos^2\varphi + (\sqrt{3}VI)\operatorname{sen}^2\varphi} = \sqrt{3}VI$$

VANTAGGI DEL SISTEMA TRIFASE



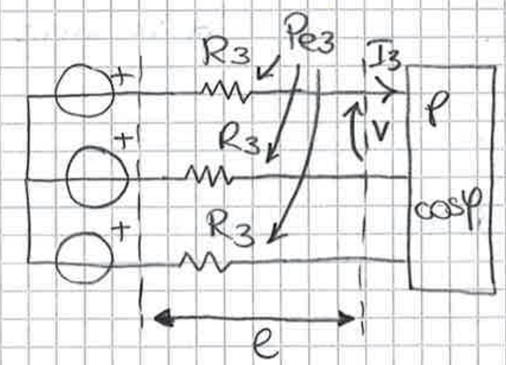
ci sarà anche un senφ per la potenza reattiva

Massima tensione che si può avere

CONFRONTO PARITARIO

Quale delle 2 configurazioni è + conveniente?

- Devono alimentare lo stesso carico
- Massimo valore di tensione
- Stesso rendimento di trasmissione
- Stesso materiale per i cavi



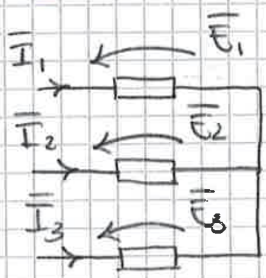
MONOFASE

$P = VI_1\cos\varphi \rightarrow I_1 = \dfrac{P}{V\cos\varphi}$

$R_1 = \rho\dfrac{l}{S_1}$ Perdite sulla linea

CAVI → Funzione della geometria e del materiale

Trifase →



$\varphi_I = 0$

$$P_a(t) = EI\cos\varphi\,[1-\cos(2\omega t)] + EI\cos\varphi\,[1-\cos(2\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)] + EI\cos\varphi\,[1-\cos(2\omega t + \tfrac{4}{3}\pi)]$$

Per BOUCHEROT

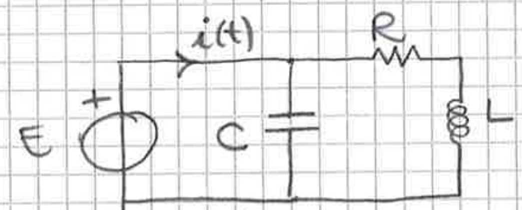
$$P_a(t) = 3EI\cos\varphi - EI\cos\varphi\,\underbrace{[\cos(2\omega t)+\cos(2\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)+\cos(2\omega t+\tfrac{4}{3}\pi)]}_{=0}$$

Sinusoidi sfasate che sommate danno 0.

$P_r(t) = 0$ 3 sinusoidi si compensano

$P(t) = P_a(t) + P_r(t) = 3EI\cos\varphi$ (valore costante, non fluttuante)

ANALISI DI GENERATORI MULTIFREQUENZIALI



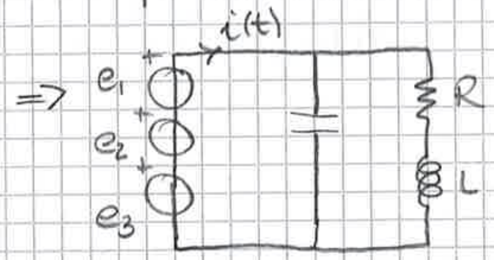
il generatore è dato dalla sovrapposizione dei 3 segnali

$e_1(t) = 100$

$e_2(t) = \sqrt{2}\,50\,\text{sen}(\omega t)$

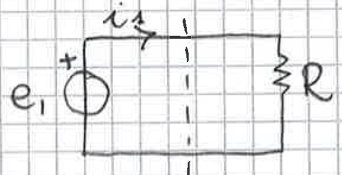
$e_3(t) = \sqrt{2}\,20\,\text{sen}(3\omega t + \pi)$

$E(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_3(t)$



La corrente $i(t)$ per SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI la calcolo da e_1, e_2, e_3
⇝ ogni grandezza di rete sarà somma di 3 contributi, uno per ogni generatore.

- 1° CONTRIBUTO



$X_C \to \infty$ $X_L \to 0$

$i_1(t) = \frac{e_1}{R} = 10\,A$

$e_1(t)$ è un generatore continuo ⇒ frequenza nulla $\omega = 0$

Studio il circuito per diversi valori di ω e diagrammo il modulo e la fase di $\bar{H}(\omega)$ →

DIAGRAMMA DI BODE ⤳ riesco a definire il numero complesso

- Si sa che $RC = [sec] \Rightarrow \frac{1}{RC} = [s^{-1}]$ ⤳ pulsazione ω_0 di taglio

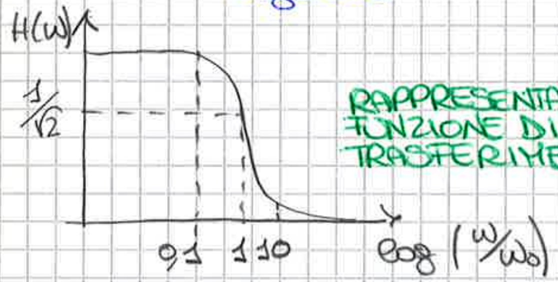
$$\Rightarrow \bar{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

frequenza di taglio $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$

- Funzione modulo $|\bar{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

- Funzione fase $\angle \bar{H}(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

MODULO al variare della pulsazione angolare



RAPPRESENTAZIONE FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

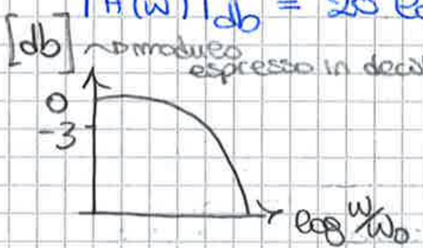
I 2 DIAGRAMMI CONTEMPORANEAM.
→ DIAGRAMMA DI BODE

da 0,1 a 10 si passa da $H(\omega) \approx 1$ a ≈ 0. Queste ampiezze tra le varie potenze di 10 sono dette "decadi".

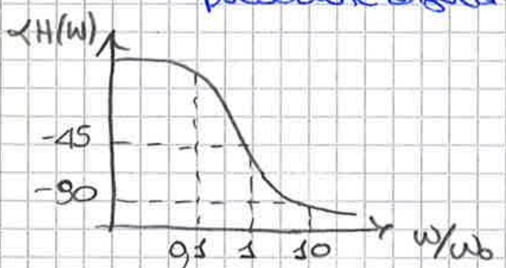
Si definisce "Decibel"

$$|\bar{H}(\omega)|_{db} = 20 \log_{10} (\bar{H}(\omega))$$

[db] ⤳ modulo espresso in decibel



FASE al variare della pulsazione angolare



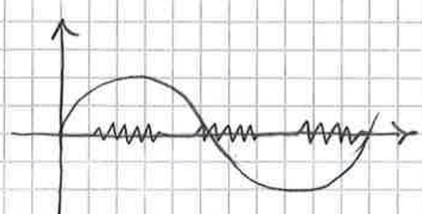
La funzione di trasferimento è un operatore in grado di alterare la grandezza in crescita. È in grado di modulare e ruotare la grandezza in crescita.

Per frequenze < 10% di 1 (sotto 0,1) il segnale passa e non ruota

> 10% di 1 (sopra 10) il segnale viene abbattuto e sfasato (segnale in crescita)

Applicazione: misurare un segnale con rumore

segnale (50 Hz) + rumore (5000 Hz)



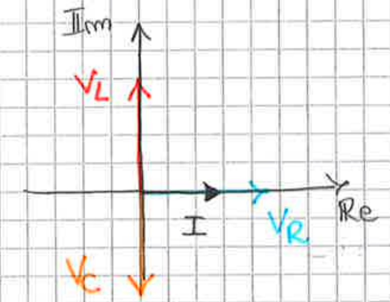
La componente a 5000 Hz è un disturbo e non deve essere misurata. Si può progettare un filtro che abbatta in parte il rumore e lasci passare in parte il segnale a 50 Hz.

11/11/13

Condizioni di risonanza $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \left[f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \right]$ FREQUENZA DI RISONANZA

Reattanza induttiva (Z_L) = Reattanza capacitiva (Z_C)

Per le tensioni sui componenti



$\overline{V_L} = J\omega L I$

$\overline{V_C} = -\frac{J}{\omega C} I$

$\overline{V_R} = R I$

$V = V_R + V_C + V_L = V_R$

V_C e V_L si compensano!

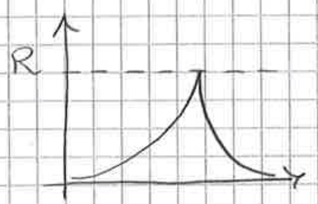
N.B. possono essere tensioni molto elevate

CONNESSIONE PARALLELO

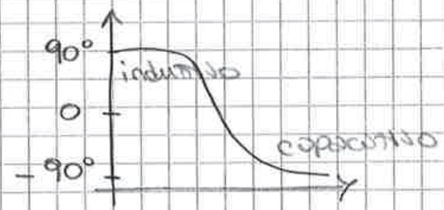
$$\overline{Z_{eq}}(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{J\omega L} - \frac{\omega C}{J}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{J}\left(\frac{1}{\omega L} + \omega C\right)}$$

Il comportamento si inverte in funzione di ω

modulo $(\overline{Z})$

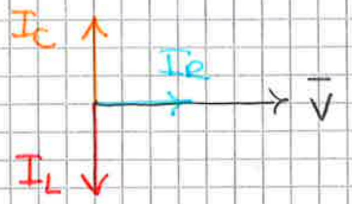


Fase $\angle \overline{Z}$



FREQUENZA DI RISONANZA $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Corrente nei componenti



$I_R = \frac{\overline{V}}{R}$

$I_C = \frac{\overline{V}}{-J/\omega C}$

$I_L = \frac{\overline{V}}{J\omega L}$

Le correnti I_C e I_L si annullano.

$\overline{I} = \overline{I_C} + \overline{I_L} + \overline{I_R} = \overline{I_R}$

MODO 2 con le potenze (Boucherot)

$P_{AB} = 3 R_{AB} \cdot I_{gB}^2 = 3 \cdot 30 \cdot 13,3^2 = 15,92 \text{ kW}$

$P_{4A} = 3 R_{4A} \cdot I_A^2 = 3 \operatorname{Re}(\bar{Z}_{4A}) \cdot I_A^2 = 12,73 \text{ kW}$

$Q_{AB} = 0$

$Q_{4A} = 3 X_{4A} I_A^2 = 3 \operatorname{Im}(\bar{Z}_{4A}) I_A^2 = 3 \cdot 5 \cdot 20,6^2 = 6,36 \text{ kVar}$

$P_G = P_{AB} + P_{4A} = 28,65 \text{ kW}$

Potenza attiva erogata dai generatori

$Q_G = Q_{4A} = 6,36 \text{ kVar}$

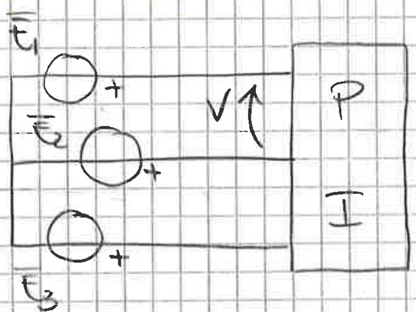
Potenza reattiva erogata dai generatori

$S_G = \sqrt{P_G^2 + Q_G^2} = 29,35 \text{ KVA}$

$S_G = VI\sqrt{3} = 3EI$

$I = \frac{S_G}{3E} = \frac{S_G}{\sqrt{3}V} = 42,5 \text{ A}$

ESERCIZIO 2



$V = 400 \text{ V}$
$P = 50 \text{ kW}$
$I = 100 \text{ A}$

Calcolare RIFASAMENTO per un $\cos\varphi = 0,9$

NB

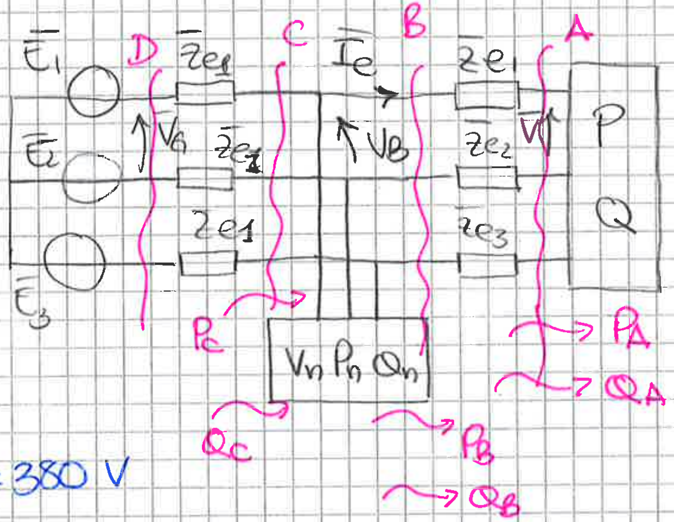
$S = \sqrt{3} VI = 69,28 \text{ kVA}$

$P = S\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{P}{S} = 0,72$

condizione iniziale

$Q_c = P(\operatorname{Tg}\varphi - \operatorname{Tg}\varphi_0)$

ESERCIZIO 3



$V = 380\ V$

$\bar{Z}_{e1} = \bar{Z}_{e2} = 0{,}05 + j0{,}05\ m\Omega$

$P = 100\ kW$

$Q = 50\ kVar$

$P_n = 50\ kW$

$Q_n = 10\ kVar$

$V_n = 380\ V$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 111{,}8\ kVA$

$S = \sqrt{3}\,VI \implies I = \frac{S}{\sqrt{3}V} = 170\ A$

$\frac{Q}{P} = \operatorname{Tg}\varphi = 0{,}5 \rightarrow \varphi = \operatorname{arcTg}(0{,}5)$

$\bar{I}_L = \frac{P}{\sqrt{3}VI\cos\varphi}$

$P_{e2} = 3 Z_{e2} I_L^2 = 3\operatorname{Re}(\bar{Z}_{e2}) I_L^2 = 3 R_{e2} I_L^2 = 4{,}33\ kW$

$Q_{e2} = 3\operatorname{Im}(\bar{Z}_{e2}) I_L^2 = 3 X_e I_L^2$

$P_B = P_A + P_{e2} = 104{,}33\ kW$

$Q_B = Q_A + Q_{e2} = 54{,}3\ kVar$

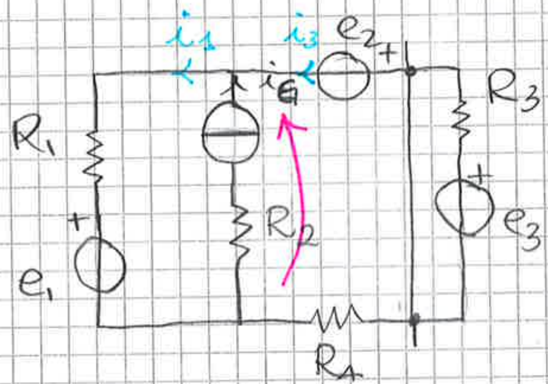
$V_B = \frac{P_B}{\sqrt{3} I_L \cos\varphi}$ $\quad \varphi_B - \operatorname{arcTg}\left(\frac{Q_B}{P_B}\right) \cong 27{,}51°$

$\implies V_B = \frac{104{,}33 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 170 \cdot \cos(27{,}51°)} = 399{,}5\ V$

$P_n = \frac{V_n^2}{R} \cdot 3 \implies R = \frac{3V_n^2}{P_n} = 8{,}66\ \Omega$

Tensione concatenata!

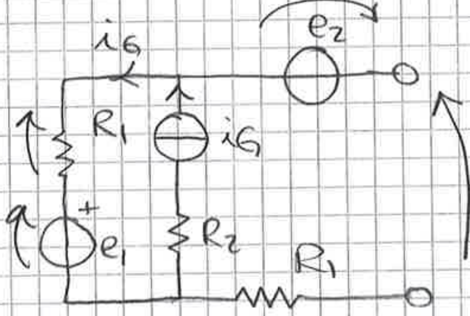
ESERCIZIO TEMA ESAME



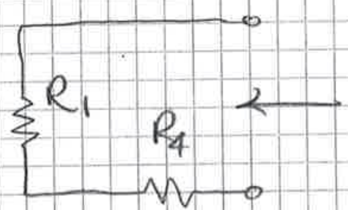
$R_1 = 5\,\Omega$
$R_2 = 5\,\Omega$
$R_3 = 10\,\Omega$
$R_4 = 7{,}5\,\Omega$

$e_1 = 10 \quad e_2 = 10V \quad e_3 = 65V \quad i_G = 1A$

EQ THÈVENIN

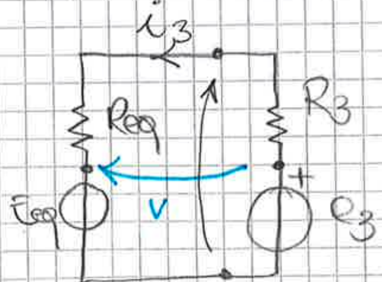


$E_{eq} = e_1 + R_1 i_G + e_2 = 25V$



$R_{eq} = R_1 + R_4 = 12{,}5\,\Omega$

Calcolo potenza erogata da e_3.



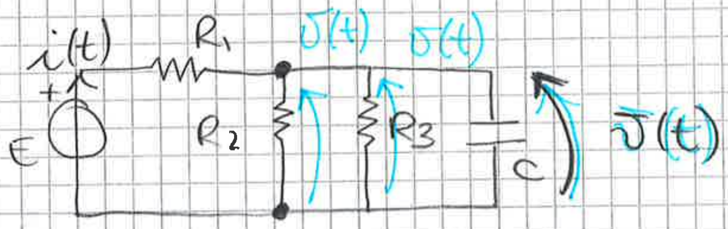
$$i_3 = \frac{\overbrace{e_3 - E_{eq}}^{\checkmark}}{R_{eq} + R_3} = 1{,}778\,A$$

$$P_{e_3} = e_3 i_3 = 115{,}556\,W$$

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$V_0 = v_C(t \le 0) = 6V$
cond. iniziale

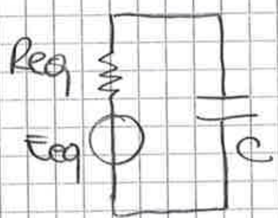
$\boxed{t>0}$



EQ. THÉVENIN

$$E_{eq} = E\,\frac{(R_2 /\!/ R_3)}{(R_2/\!/R_3)+R_1} = 4V$$

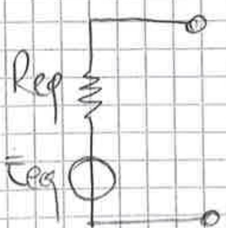
$$R_{eq} = (R_1 /\!/ R_2) /\!/ R_3 = 4/3\ \Omega$$



$$\tau = R_{eq}C$$

$$v(t) = V_\infty + \underbrace{(V_0 - V_\infty)}_{K} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = I_\infty + (I_0 - I_\infty)\, e^{-t/\tau}$$



$E_{eq} = V_\infty$. (4V)

MACCHINE ELETTRICHE

ALBERTO TENCONI

ELETTROMAGNETISMO : Leggi fondamentali

Induzione magnetica B → Densità di flusso [Wb/m^2]

- Materiali magnetici.

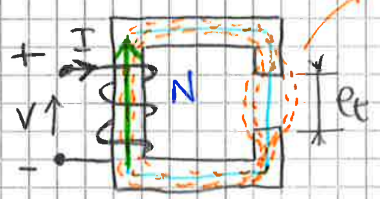
BAAAITO
Non è cane
non è lupo

LIBRO:

- Radu Bojoi - Luca Ferraris
ESERCIZI DI MACCHINE ELETTRICHE
€20.

ESERCITAZIONE 1

ESERCIZIO 1



$l_{Fe} = 40$ cm

$l_t = 1,5$ mm

$S_{Fe} = 8$ cm^2

$\mu_{Fe,r} = 1000$ (1000 volte in + dell'aria)

$I = 1A$

$B_{max} = 1,5$ T (induzione max di magnetizzazione)

Calcolare Nspire necessario affinché Bmax.

$\mu_{aria} = \mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}$ (costante determ. sperimentalmente) $\left[\frac{H}{m}\right]$

è tutto riferito alla permeabilità dell'aria

$$\boxed{\mu_{Fe} = \mu_0 \mu_r}$$

La bobina percorsa da corrente crea un campo magnetico, le linee di campo sceglieranno il percorso + semplice → attorno al materiale

→ il materiale conduttore deve offrire la minor resistenza possibile!

induzione

$\vec{B} = \mu \vec{H}$ → intensità campo magnetico

$\emptyset = B \cdot S$

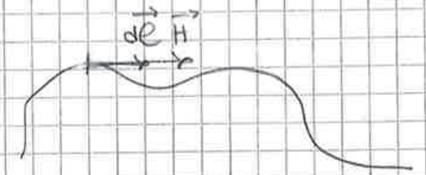
Bobina → corrente → campo magnetico H
→ in funzione di quanto è permeabile il materiale μ → ottengo B.

$$\oint_C \vec{H}\, d\vec{l} = NI$$

$\downarrow$

$H dl$

vettore H e vettore B sono sempre tangenti alle linee di campo magnetico



$$H_{Fe}\, l_{Fe} = NI$$

$\downarrow$

$2\pi r \rightarrow$ raggio medio

$$= \pi \frac{d_e + d_i}{2} =$$

$$\frac{B_{Fe} \cdot \pi (d_i + d_e)}{2 \mu_0 \mu_r N} = I$$

$$\frac{1,5\,\pi (40 \cdot 10^{-2} + 60 \cdot 10^{-2})}{2 \cdot 4\pi\, 10^{-7}\; 3673 \cdot 500} = 1,02\ A$$

INSERIAMO 3mm di TRAFERRO

$$H_{Fe}\, l_{Fe} + H_t\, l_t = NI$$

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_r}\, l_{Fe} + \frac{B}{\mu_0}\, l_t = NI$$

$$I' = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_r} + l_t\right) = 8,18\ A$$

25/11/13

MAGNETI PERMANENTI

ART ATTACK

26/11/13

TRANSITORI TERMICI

Trascorso un lasso di tempo di 5τ il transitorio può essere considerato scarico

$$\eta = \frac{P_n}{P_n + P_d}$$

$P_n \to$ potenza resa

$P_d \to$ perdite

NB

La potenza nominale di una $\forall$ macchina è la potenza resa → quella in uscita

se è un motore sarà la potenza meccanica

se è un generatore sarà una potenza elettrica che passa x e l'asse medio

$$E = B_t \cdot \ell \cdot v$$

↳ $\omega \cdot r$ (velocità tangenziale)

fem TOTALE → $E = (2 B_t \cdot \ell \cdot r)\,\omega$

se ω = cost andamento di fem e andamento induzione al traferro è lo stesso

ESERCITAZIONE 2

ESERCIZIO 1

ESAME → qualcosa di calcolo termico

(ESERCITAZIONE 2 - ES 2)

$\tau = 1000\ s$

$\eta = 0{,}9$

$P_N = 10\ kW$ (servizio continuo S1)
↳ carico costante per un tempo $> 5\tau$

$P_{max} = 18\ kW$

$\Delta\theta_N = 105°C$

a) $P_d|_{10kW} = ?$ $\quad P'_d = ?|_{18kW}$

b) $R_{TH} = ?$ RESISTENZA TERMICA

c) $t = ?|_{18kW}$

$\theta_{max} = 170°C$
$\Delta\theta_i = 80°C$
$\theta_a = 35°C$

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_d} \longrightarrow \eta P_u + \eta P_d = P_u$$

POT UTILE $\quad$ POT DISSIPATA

P_u → di solito è potenza meccanica

$$\boxed{P_d = P_u \frac{1-\eta}{\eta}}$$

$$P_d = 10000 \frac{1-0{,}9}{0{,}9} = 1111\ W$$

$$P_d' = 18000 \frac{0{,}1}{0{,}9} = 2000\ W$$

ESERCIZIO 2)

$N = 500$

$L = 2{,}5\,H$

$S_{Fe} = 9\,cm^2$

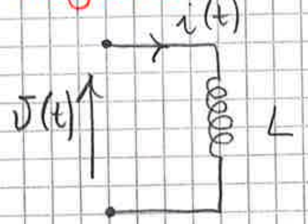
$B_S = 1{,}7\,T$

$f = 50\,Hz$

a) $V = ?$ $I = ?$ saturazione magnetica

b) $L' = ?$

c) $V', I' = ?$ SAT.



$$v(t) = e(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$$ flusso concatenato (flusso TOT visto dalla bobina che è costituita da spire)

$$\lambda(t) = N\phi(t)$$

$$\Rightarrow v(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$v(t) = \sqrt{2}\cdot V \cdot \cos(\omega t)$$ Tensione sinusoidale

↳ pulsazione Dipende dalla freq $= 2\pi f$

$$\begin{cases} \phi(t) = \frac{1}{N}\int v(t)\,dt = \frac{\sqrt{2}V}{N}\int \cos(\omega t)\,dt = \frac{\sqrt{2}V}{\omega N}\cdot \sin(\omega t) \\ \phi(t) = B(t)\,S_{Fe} \end{cases}$$

$$B(t) = \frac{\sqrt{2}\,V}{\omega N S_{Fe}} \sin(\omega t)$$

$\hat{B} = B_S$

$$B_S = \frac{\sqrt{2}V}{\omega N S_{Fe}} \qquad V = \underbrace{\frac{\omega}{\sqrt{2}}}_{\frac{2\pi f}{\sqrt{2}}} N B_S S_{Fe}$$

$$\boxed{V = 4{,}44\, f N B_S S_{Fe}}$$

$$V = 4{,}44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 1{,}7 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 169{,}83 \simeq 170\,V \quad (rms)$$

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{V}{2\pi f L} = \frac{170}{2\pi\, 50 \cdot 2{,}5} = 0{,}216\,A$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 169 di 372

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (NI) \cdot \phi = f(y)$$

$$F = - \frac{\partial W_m}{\partial y}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \phi^2 R_t = \frac{1}{2} B_s^2 \cdot S_{Fe}^2 \cdot 2 \cdot \frac{y}{\mu_0 S_{Fe}}$$

$$W_m = \frac{B_s^2 S_{Fe}}{\mu_0} y$$

$$\Rightarrow F = - \frac{\partial W_m}{\partial y} = - \frac{B_s^2 S_{Fe}}{\mu_0} = -4991 \text{ N}$$

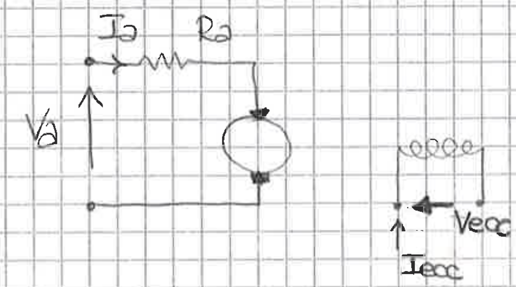
5/12/13

ESERCITAZIONE 3

$$V_a = R_a I_a + E_a$$

$$E_a = K \phi \omega_r$$

$$C = K \phi I_a$$



$$P_N = C_N \omega_N = P_u$$

ω (rad/s) $\rightarrow$ n (rpm) $\qquad n = \omega \frac{30}{\pi}$

ESERCIZIO 1 (3.2 pag 99)

Motore corrente continua ad eccitazione separata

$P_N = 12$ KW (Potenza meccanica $\rightarrow$ perché non c'è specificato in maniera chiara che la macchina è un generatore elettrico// solo in quel caso sarebbe corrente elettrica).

$n = 800$ rpm

$V_a = 120$ V

$I_a = 50$ A

$\eta = 0,78$

$R_a = 0,2\ \Omega$

$P_{ecc} = 0$

a) $P_u = ?$

b) $P_{ja} = ?$

c) $P_{mecc} + P_{ferro} = ?$

d) $V_a' = ?$ | $I_a' = 40$ A, $n' = 2n$

ESERCIZIO 2

MOTORE A CORRENTE CONTINUA ECCITAZIONE SEPARATA

$V_a = 500\ V$ $\quad$ $V_{ecc} = 500\ V$

$P_u = 24\ kW$ $\quad$ $I_a = 55\ A$

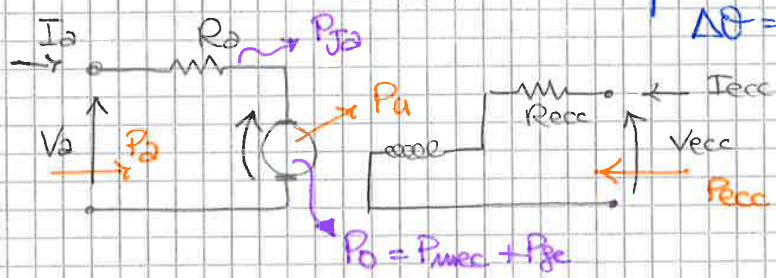
$R_a = 0{,}3\ \Omega$ $\quad$ $R_{ecc} = 300\ \Omega$

a) Perdite = ?

b) $I_0 = ?$

c) $\eta = ?$

d) $R_{th} = ?$ (resistenza termica macchina-ambiente) | $P_u = 24\ kW$, $\Delta\theta = 100°$



a) $P_{ja} = R_a I_a^2 = 0{,}3 \cdot 55^2 = 907{,}5\ W$

$P_{ecc} = \dfrac{V_{ecc}^2}{R_{ecc}} = \dfrac{500^2}{300} = 833{,}3\ W$

$P_a = V_a I_a = 500 \cdot 55 = 27500\ W$

$P_0 = P_a - P_u - P_{ja} = 27500 - 24 - 907{,}5 = 2592{,}5\ W$

$$\underbrace{P_a + \cancel{P_{ecc}}}_{\text{Assorbita totale}} = \underbrace{P_u}_{\text{Potenza erogata}} + \underbrace{P_{ja} + P_0 + \cancel{P_{ecc}}}_{\text{Perdite}}$$

Ma quando calcolo il rendimento devo tenere conto della Pecc.

c) $\eta = \dfrac{P_u}{P_a + P_{ecc}} = \dfrac{24000}{27500 + 833{,}3} = 0{,}847 = 84{,}7\%$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 173 di 372

$P_{ass} = P_a$

$P_{erogata} = P_m = P_a$.

(2) $E_{a2} = K_E \, \omega_{r2} = 0{,}8 \cdot 280 = 224 \text{ V}$

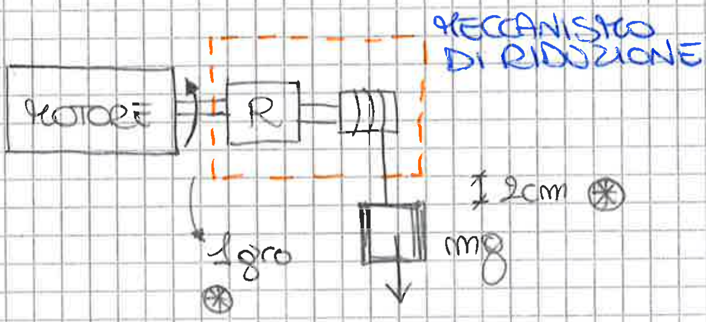
$$I_{a2} = \frac{V_a - E_{a2}}{R_a} = \frac{200 - 224}{0{,}75} = -32 \text{ A}$$

Negativa! corrente uscente convenzione utilizzatori

$P_{a2} = V_a I_{a2} = 200(-32) = -6400 \text{ W}$

$C_2 = K_T I_{a2} = 0{,}8(-32) = -25{,}6 \text{ Nm}$

$P_{m2} = C_2 \omega_{r2} = -25{,}6 \cdot 280 = -7168 \text{ W}$



se ipotizzo $\eta = 1$ la potenza nel motore = potenza nel filo che alza m.

$$C\omega = mg\,v \rightsquigarrow C\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = mg\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

velocità sollevamento carico

1 giro ⇒ 2cm (Δx)
(2π)

$$C = \frac{mg\Delta x}{\Delta\theta} = \frac{500 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}02}{2\pi} = 15{,}61 \text{ Nm}$$

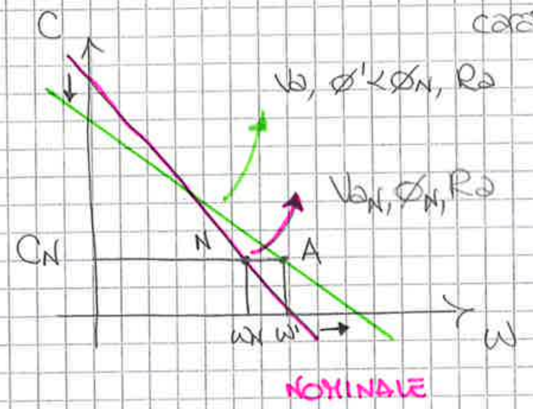
$$I_a = \frac{C}{K_T} = \frac{15{,}61}{0{,}8} = 19{,}51 \text{ A}$$

$$\omega_r = \frac{V_a - R_a I_a}{K_E} = \frac{200 - 0{,}75 \cdot 19{,}51}{0{,}8} = 231{,}7 \text{ rad/s}$$

$$n = \omega_r \frac{60}{2\pi} \simeq 2213{,}69 \text{ giri/min}$$

lo devo trasformare in giri/min!!

c) caratt. meccanica lineare



N, A = punti di funzionamento

Per trovare $(k\phi)'$ devo fare una proporzione rispetto a quello trovato prima:

$$(k\phi)' = (k\phi)_N \cdot \frac{V_{ecc}'}{V_{eccN}} =$$

$$= 5{,}22 \, \frac{160}{200} = 4{,}176 \ V/(rad/s)$$

se V_{ecc}' è + grande di V_{eccN} non posso fare proporzione xkè c'è la saturazione magnetica!!

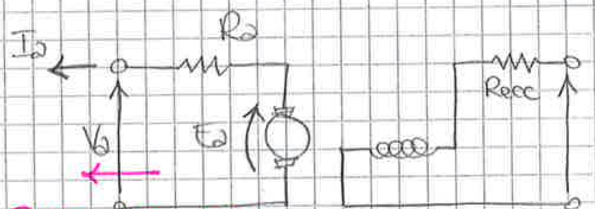
$$I_a' = \frac{C_N}{(k\phi)'} = \frac{2349}{4{,}176} = 562{,}5 A$$

$$\omega' = \frac{V_{aN} - R_a I_a'}{(k\phi)'} = \frac{1000 - 0{,}4 \cdot 562{,}5}{4{,}176} = 185{,}6 \ rad/s$$

$$= \frac{30}{\pi}\omega' = 1772 \ rpm.$$

2° PARTE

Considerare macchina come generatore



$P_{utile} = P_a : 450 \ kW$

$V_a'' = V_{aN}, I_a'', \omega'' = \omega_N, P_N$

$$E_a'' = V_a'' + R_a I_a'' = (k\phi)'' \cdot \omega_N$$

V_{aN}

$$I_a'' = \frac{P_a''}{V_a''} = \frac{450000}{1000} = 450 A$$

V_{aN} (come dice il testo)

$$(k\phi)'' = \frac{V_a'' + R_a \cdot I_a''}{\omega''} = \frac{V_{aN} + R_a I_a''}{\omega_N}$$

$$= \frac{(1000 + 0{,}4 \cdot 450)\,30}{1500 \ \pi} = 7{,}51 \ V/(rad/s)$$

$$V_{ecc}'' = \frac{(k\phi)''}{(k\phi)_N} \cdot V_{eccN} = \frac{7{,}51}{5{,}22} \cdot 200 = 287{,}8 V$$

Questo è possibile solo se non satura è circuito magnetico. !!

$$I_a'' = \frac{C''}{(k\phi)''} = \frac{50}{1{,}085} = 46{,}08 \text{ A}$$

$\rightsquigarrow V_a'' = R_a I_a'' + (k\phi)'' \omega'' \Rightarrow \omega'' = \frac{271{,}5 - 0{,}8 \cdot 46{,}08}{1{,}085} =$

$= 216{,}2$ rad/s

e) $P_{motMAX} = C_{cost} \cdot \omega_{Max} = 120 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 50{,}2$ kW

Per poter azionare questo carico devo avere una macchina che eroghi questa potenza.

f) se motore fosse ad ecc separata quale sarebbe la potenza da dimensionamento da questo motore?

→ ORA POSSO DEFLUSSARE

$P_{motres} = C_{cost} \cdot \omega_{base} = 120 \cdot 1000 \cdot \frac{\pi}{30} = 12{,}5$ kW

$\left(\frac{1}{4}\right.$ della pot. di prima!$\left.\right)$

→ Riduco le flusso di eccitazione per avere E_a = cost (forza elettromotrice costante) pari al valore nominale E_{aN}.

ESERCIZIO 3

MACCHINA CORRENTE CONTINUA IN SERIE

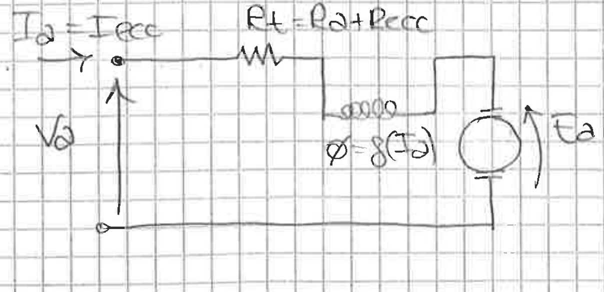
$P_N = 20$ kW

$V_{aN} = 380$ V

$\eta_N = 0{,}936 \quad n_N = 1185$ rpm

$R_t = R_a + R_{ecc} = 0{,}4\ \Omega$

I_a (A)	20	40	60	80
C (Nm)	25,6	91,5	177,5	273



$V_a = R_t I_a + E_a$ — $k\phi\omega$ / $k_t I_a \omega$

$\phi = k' \cdot I_a$

$C = k\phi I_a = kk' I_a^2$

$E_a = k\phi\omega = \underbrace{kk'}_{k_t} I_a \omega$

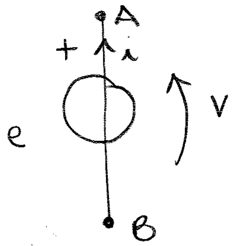
$$\left.\begin{array}{l} C' = 58{,}6\ Nm \\ I_a' \end{array}\right\} (K\phi)' = 1{,}953$$

$\Rightarrow \omega' = 188{,}4\ rad/s$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 181 di 372

2

GENERATORE IDEALE DI TENSIONE (componente attivo)



convenzione GENERATORI

$e = V \quad [\forall i]$

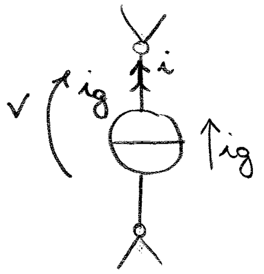
$e = E > 0$

dipende dal t — costante nel t

$\boxed{P = E \cdot i} \quad \forall i$

$e = E = 0V \Rightarrow$ cortocircuito

GENERATORE IDEALE DI CORRENTE (componente attivo)



i_g = corrente del generatore

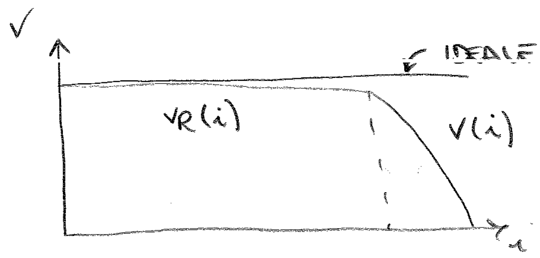
$i = i_g \quad \forall V$

$i_g(t) = I_g > 0$

$\boxed{P = V \cdot I_g}$

$i_g(t) = 0 \Rightarrow$ circuito aperto

GENERATORE REALE DI TENSIONE



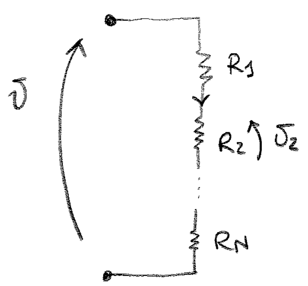
$V_R(i) = V(i=0) + \left.\frac{\partial V}{\partial i}\right|_{i=0} \cdot i$

$V(i=0) = E$ (valore che avrebbe generat ideale di tensione)

$\left.\frac{\partial V}{\partial i}\right|_{i=0} = -R_g$ è una resistenza con segno negativo (nessun senso fisico)

$$\boxed{V_R(i) = E - R_g \cdot i}$$

PARTITORE DI TENSIONE RESISTIVO : Tipologia di circuito costituito da due o più componenti passivi collegati in serie ai capi dei quali se viene applicata una tensione, essa si ripartirà sulle stesse componenti in base al loro valore

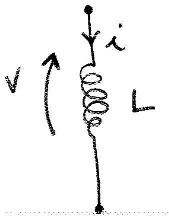


$$V_K = V \frac{R_K}{\sum_{i=1}^{N} R_i}$$

INDUTTORE componente dinamico con memoria

L = induttanza

$$L = \frac{\mu N^2 S}{\ell}$$



$$V = L \frac{di}{dt}$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t} V(t')\,dt'$$

$$P(t) = V(t)\,i(t) = L\,i(t)\,\frac{di(t)}{dt}$$

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

componente duale del condensatore

6

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 187 di 372

1) Ogni segnale sinusoidale può essere rappresentato matematicamente in due modi:

- una forma nel DOMINIO DEL TEMPO

$$v(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

- una forma nel DOMINIO DELLE FREQUENZE (forma fasoriale)

$$V(j\omega) = Ae^{j\varphi}$$

2) Un fasore è un numero complesso, espresso in forma polare, che consiste di un modulo pari all'ampiezza di picco del segnale sinusoidale e di un angolo di fase pari allo sfasamento del segnale sinusoidale rispetto alla cosinusoide di riferimento.

3) Quando si usa la notazione fasoriale, è importante notare la frequenza specifica ω del segnale sinusoidale, dal momento che non appare esplicitamente nell'espressione fasoriale.

POTENZA

POTENZA ATTIVA → $P_a = R\underline{\underline{I}}^2 \quad (= VI\cos\varphi) \quad [W]$ — fattore di potenza $0 < \cos\varphi < 1$

↳ val. efficace

POTENZA REATTIVA → $Q = X\underline{\underline{I}}^2 \quad (= VI\sin\varphi) \quad [var]$

$$\boxed{I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}}$$

↝ POTENZA COMPLESSA $\quad S = RI^2 + jXI^2$
$\quad\quad = P_a + jQ$

POTENZA APPARENTE (valore efficace potenza complessa) $\quad P_{appar.} = \underline{\underline{V \cdot I}} = \sqrt{P_a^2 + Q^2} \quad [VA]$

↳ valori efficaci

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA TOTALE

$$\delta L = -p\,dv + dE_c + dE_g + dL_w$$

↳ attriti legati alla non idealità del fluido
sempre $dL_w > 0$ (ceduto)

$$i = U + pv \quad \text{ENTALPIA}$$

$$di = dU + d(pv) = dU + p\,dV + v\,dp$$

$$di = c_p\,dT$$

$$L_i = \int_1^2 v\,dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w$$

I PRINCIPIO
- moto permanente
- unidimensionale
- 1 ingresso 1 uscita

ENTROPIA

$$dS = \frac{\delta Q + \delta L_w}{T}$$

calore irreversibile dovuto a viscosità fluido sempre $\delta L_w > 0$

$$\boxed{\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0}$$

SECONDO PRINCIPIO

» CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

$$\vec{R} = \frac{d\vec{J_s}}{dt}$$

La risultante di tutte le forze esterne agenti sul sistema è uguale alla variazione della quantità di moto del sistema.

$$\vec{J_s} = \int_m \vec{c}\,dm = \int_V \rho\vec{c}\,dV$$

$$\frac{d\vec{J_s}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\vec{c}\,dV + \int_A \vec{c}\rho\vec{c}\,\vec{r}\,dA = \vec{R}$$

↓ CASO PARTICOLARE
- moto permanente
- moto unidimensionale
- 1 ingresso 1 uscita

$$\vec{R} = \dot{m}\,(\vec{c_2} - \vec{c_1})$$

uscente ↙ ↳ entrante

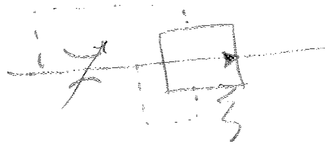
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F}$$

Forze a distanza = forza peso
Forze di superficie = pareti metalliche

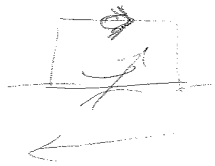
$$\boxed{\vec{P} + \vec{F} - p_1A_1\vec{m_1} - p_2A_2\vec{m_2} = \dot{m}\,(\vec{c_2} - \vec{c_1})}$$

EQ. CONSERVAZ. QUANTITÀ DI MOTO

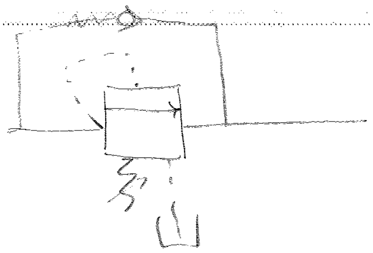
RQ2
regolatrice di portata



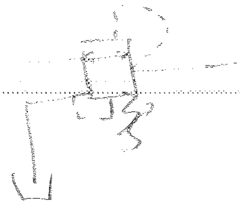
STROZZATORE



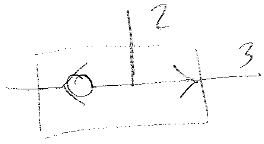
VALVOLA DI SEQUENZA



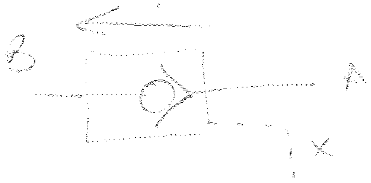
RIDUTTRICE-LIMITATRICE

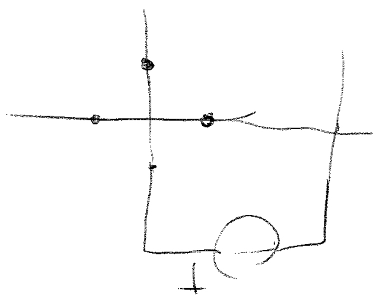


SELETTRICE



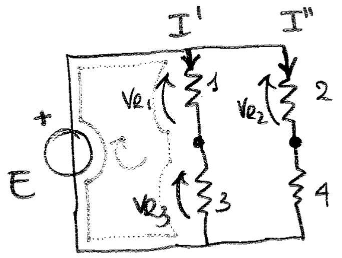
VALVOLA NON RITORNO
PILOTATA IN APERTURA





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 193 di 372

2



$\boxed{LKT}$ $E - V_{R1} - V_{R3} = 0$

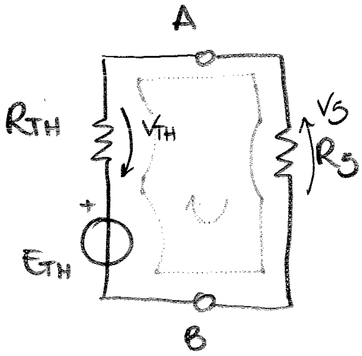
$$E = V_{R1} + V_{R3}$$
$$= R_1 I' + R_3 \cdot I'$$

$$I' = \frac{E}{R_1 + R_3}$$ [partitore di tensore resistivo]

$$V_{R1} = I' \cdot R_1 = R_1 \frac{E}{R_1 + R_3} = 200 \cdot \frac{10}{10+40} = 40 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_{R2} = E \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 200 \frac{20}{20+5} = 160 \text{ V}$$

$$E_{TH} = V_{R2} - V_{R1} = 160 - 40 = 120 \text{ V}$$

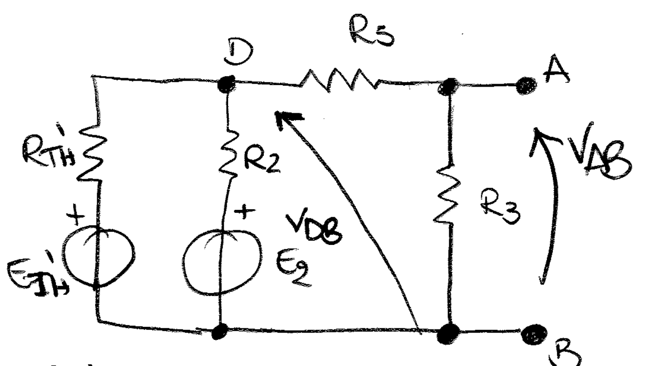


$R_{TH} = 12\,\Omega$
$E_{TH} = 120 \text{ V}$
$R_5 = 12\,\Omega$

$$\begin{cases} E_{TH} - V_{TH} - V_5 = 0 \\ V_5 = R_5 \cdot i_5 \\ V_{TH} = R_{TH} \cdot i_5 \end{cases}$$ $\boxed{LKT}$

$$V_5 = E_{TH} - V_{TH}$$
$$R_5 \cdot i_5 = E_{TH} - R_{TH} \cdot i_5$$
$$(R_5 + R_{TH})\, i_5 = E_{TH}$$
$$i_5 = \frac{E_{TH}}{R_5 + R_{TH}} = \frac{120}{12+12} = 5 \text{ A}$$

4



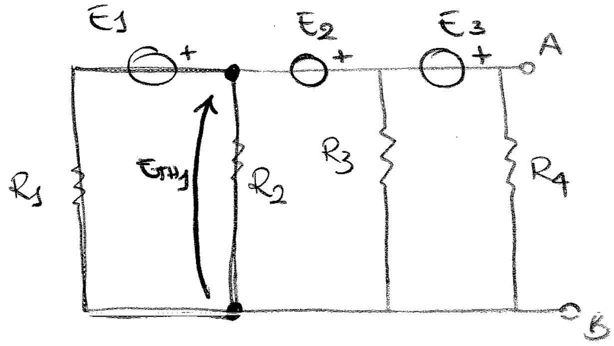
Applico ~~[illegible]~~ MILLMAN per V_{DB}

$$V_{DB} = \frac{\frac{E'_{TH}}{R'_{TH}} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R'_{TH}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3+R_5}} = \frac{\frac{100}{10} + \frac{25}{15}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{8}} = \frac{10 + \frac{5}{3}}{\frac{15\cdot 8 + 10\cdot 8 + 10\cdot 15}{10\cdot 15\cdot 8}} = 40\,V$$

Partitore di tensione resistivo:

$$V_{AB} = V_{DB}\frac{R_3}{R_5+R_3} = 40\cdot\frac{4}{4+4} = \cancel{40}^{5}\cdot\frac{4}{\cancel{8}} = 20\,V \checkmark$$

3)



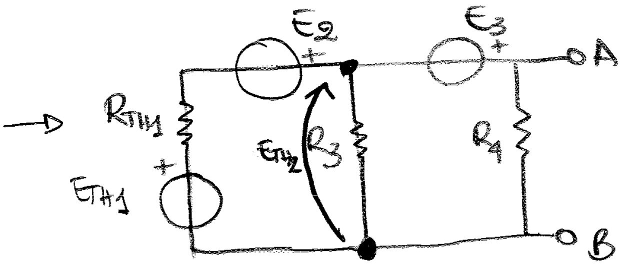
Determinare eq. THÈVENIN rispetto ad AB

$E_1 = E_2 = E_3 = 10V$

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 12\,\Omega$

1Th

$$R_{TH1} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = 6\,\Omega \quad E_{TH1} = E_1\frac{R_2}{R_1+R_2} = 10\cdot\frac{12}{24} = 5\,V$$



2Th

$$R_{TH2} = \frac{R_{TH1} R_3}{R_{TH1}+R_3} = \frac{6\cdot 12}{6+12} = 4\,\Omega$$

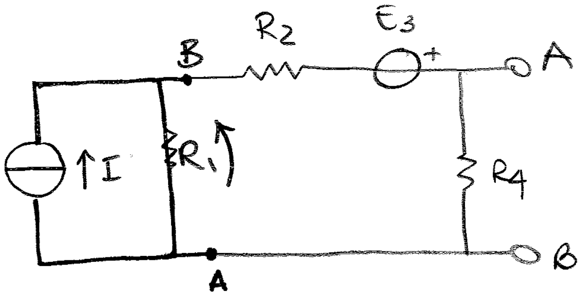
NO

$$E_{TH2} = E_2 + E_{TH1} = 10 + 5 = 15\,V \quad 10 \checkmark$$

PARTITORE DI TENSIONE

OK

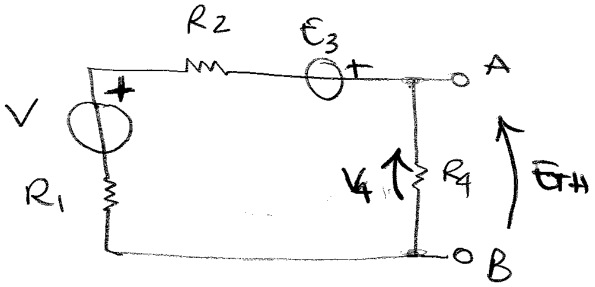
4) ⑥



Determinare eq Th rispetto A-B.

$E = 40V$
$I = 10A$
$R_1 = 10\Omega$
$R_2 = R_3 = 5\Omega$

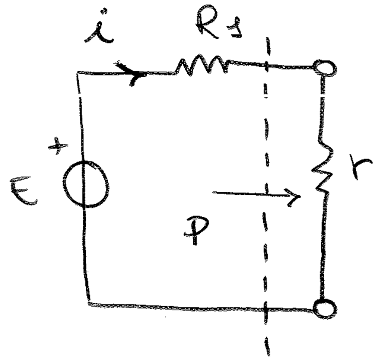
1) OHM $V = I \cdot R_1 = 10 \cdot 10 = 100V$



$$R_{TH} = \frac{(R_1+R_2)R_4}{(R_1+R_2)+R_4} = 3{,}75\,\Omega$$

$$E_{TH} = (E_3+V)\frac{R_4}{R_1+R_2+R_4} = 140\,\frac{5}{10+5+5} = 35V$$

5)



$E = 10V$
$R = 1\Omega$

- Dimostrare quale condizione deve soddisfare r al fine di massimizzare la potenza P
- calcolare max valore di potenza trasferibile
- calcolare rendimento di trasmissione

$$\left.\begin{array}{l} P = r \cdot i^2 \\ i = \dfrac{E}{(R_1+r)} \end{array}\right\} \quad P = r\,\frac{E^2}{(R_1+r)^2}$$

⇝ per massimizzare $\frac{dP}{dr} = 0$

$$E^2\,\frac{(R_1+r)^{\cancel{2}} - r\,2\,\cancel{(R_1+r)}}{(R_1+r)^{\cancel{4}\,3}} = 0$$

$$E^2(R_1+r-2r) = 0$$

$$R_1 - r = 0 \implies r = R_1$$

$$E_{TH2} = -\frac{5}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} + \frac{2}{3}e = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3}e$$

$$R_{TH2} = \frac{1 \cdot 2}{1+2} = \frac{2}{3}$$

$$i = \frac{E_{TH1} - E_{TH2}}{\underbrace{R + R_{TH1} + R_{TH2}}_{\neq 0}} = 0$$

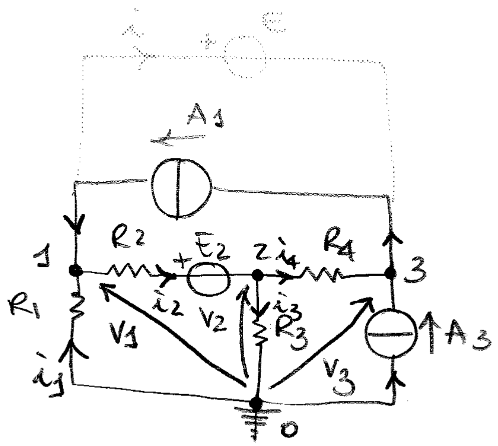
$$E_{TH1} - E_{TH2} = 0$$

$$2{,}5 + \frac{5}{3} - \frac{2}{3}e = 0$$

$$\frac{2}{3}e = 2{,}5 + \frac{5}{3}$$

$$e = \left(2{,}5 + \frac{5}{3}\right)\frac{3}{2} = 6{,}25\,V$$

7)



Scrivere la matrice relativa al calcolo delle tensioni V_1, V_2 e V_3 mediante metodo del potenziale ai nodi (solo rete in nero) e metodo del potenziale ai nodi modificato (incluso parte blu)

METODO POTENZIALE AI NODI → devo trasformare gen di tensione in generat di corrente → NORTON

$V_0 = 0$

LKC ① $A_1 + i_1 - i_2 = 0$

LKC ② $i_2 - i_3 - i_4 = 0$

LKC ③ $A_3 + i_4 - A_1 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 - i_2 = -A_1 \\ i_2 - i_3 - i_4 = 0 \\ i_4 = A_1 - A_3 \end{cases}$$

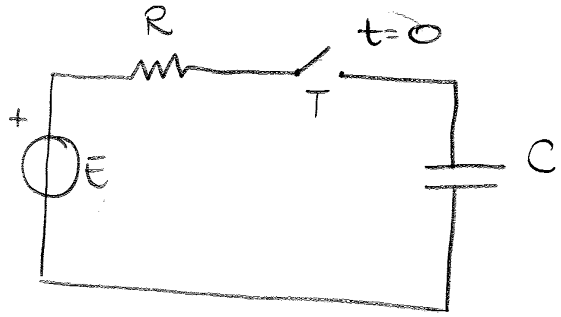
$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{R_1} - \dfrac{V_1 - E_2 - V_2}{R_2} = -A_1 \\ \dfrac{V_1 - E_2 - V_2}{R_2} - \dfrac{V_2}{R_3} - \dfrac{V_3 - V_2}{R_4} = 0 \\ \dfrac{V_3 - V_2}{R_4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{R_1} - \dfrac{V_1}{R_2} + \dfrac{E_2}{R_2} + \dfrac{V_2}{R_2} = -A_1 \end{cases}$$

ESERCITAZIONE 3 – Reti dinamiche del primo ordine

(10)

1)



Il tasto T si chiude in t = 0 s con il condensatore scarico

Determinare:

- P_{MAX} erogata dal generatore e l'istante di tempo in cui tale massimo si verifica
- Potenza erogata dal generatore a regime.
- Dopo quanto tempo dalla chiusura del tasto il generatore eroga una potenza pari a metà della P_{MAX}.

$E = 10V$
$R = 100\,\Omega$
$C = 100\mu F$

$V(t=0) = 0$

$P_{E\,MAX} \quad t>0$

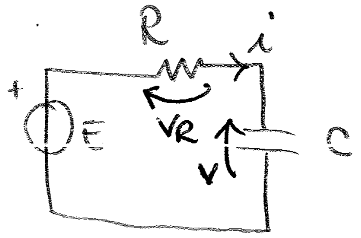
- $t<0 \quad i=0$

  $P_E = E \cdot i = 0W$

- $t>0$

  $P_E = E \cdot i(t)$

  ⊳ l'andamento di i rispetto al tempo identificherà in P_{MAX}



$$\begin{cases} E = V + V_R \\ V_R = R \cdot i \\ i = C\dfrac{dV}{dt} \end{cases}$$

$$V + R \cdot C \frac{dV}{dt} = E$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC} = \frac{E}{RC} \qquad RC = \tau$$

$V = V_p + V_t$

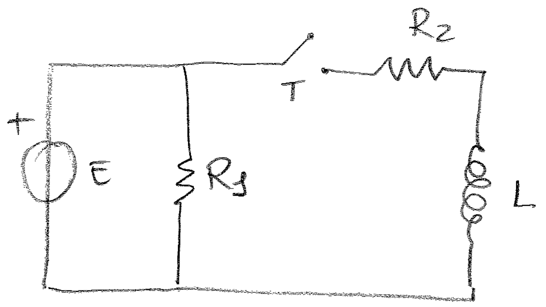
- $V_p = \text{cost} \qquad \dfrac{V_p}{RC} = \dfrac{E}{RC} \qquad V_p = E$

- V_t

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC} = 0 \quad , \quad \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\tau} = 0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 203 di 372

2)



le tasto T si chiude in t = 0 s con el induttore scarico determ:

- corrente erogata dal generatore con le tasto T aperto
- corrente erogata dal generatore a regime con le tasto T chiuso
- andamento potenza erogata dal generatore durante il transitorio

$E = 12V$
$R_1 = R_2 = 10\,\Omega$
$L = 0{,}5H$

$$i_E = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{10} = 1{,}2A$$

$$i_\infty = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}} = \frac{12}{5} = 2{,}4A$$

$P = E \cdot i(t)$

$$\tau = \frac{L}{R'} = \frac{0{,}5}{5} = 0{,}1s$$

$R' = 5\,\Omega$

$$i(t) = i_\infty + (i_0 - i_\infty)e^{-t/\tau} = \frac{E}{R'} + \left(\frac{E}{R_1} - \frac{E}{R'}\right)e^{-t/\tau} = (*)$$

$$= \frac{E}{R'} + \left[\frac{E}{R'}\left(\frac{ER'}{R_1} - 1\right)e^{-t/\tau}\right] =$$

$$= \frac{E}{R'}\left[1 + \left(\frac{ER'}{R_1} - 1\right)e^{-t/\tau}\right] = \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\left[1 + \left(\frac{E\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{R_1} - 1\right)e^{-t/\tau}\right]$$

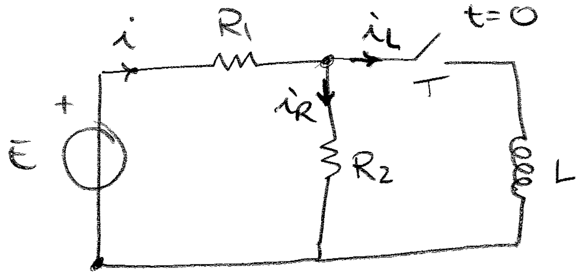
$$= \frac{E}{R'}\left[1 + \left(E\frac{\cancel{R_1}R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\cancel{R_1}} - 1\right)e^{-t/\tau}\right]$$

(*)

$$P = \frac{E^2}{R'} + \left(\frac{E^2}{R_1} - \frac{E^2}{R'}\right)e^{-t/\tau} = 28{,}8 - \left(14{,}4 \cdot e^{-t/\tau}\right) =$$

$$= 14{,}4\left(2 - e^{-t/\tau}\right)$$

4) (14)



Determinare andamento della corrente i

$E = 10V$

$R_1 = R_2 = 1\Omega$

$L = 1H$

$$i_L(t) = i_\infty + (i_0 - i_\infty)\, e^{-t/\tau}$$

$$i_\infty = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$i_0 = 0 \qquad i(t) = \frac{E}{R_1+R_2} - \frac{E}{R_1+R_2} e^{-t/\tau}$$

$$i_L(t) = \frac{10}{2} - \frac{10}{2} e^{-t/\tau} = 5 - 5e^{-t/\tau} = \underline{5(1 - e^{-t/\tau})}$$

$$i = i_R + i_L$$
$$= 5 - 5e^{-t/\tau} + \frac{10}{2}\, i_R$$
$$= 10 - 5e^{-t/\tau}\ A$$

?

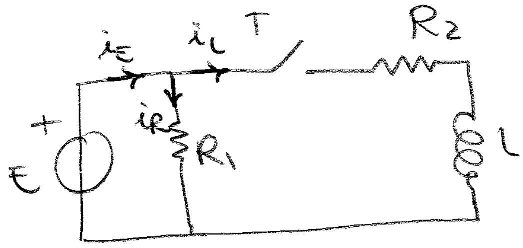
$$i_R = \frac{V_{R_2}}{R_2}$$

$$V_{R_2} = V_L = E\frac{R_2}{R_1+R_2} = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5V$$

$$\Rightarrow \boxed{i_R = \frac{5V}{1\Omega} = 5A}$$

RIFACCIO

2)



il tasto T si chiude in t=0s con l'indutt scarico determinare:

- corrente erogata dal generatore con tasto T aperto
- corrente erogata dal generat. con tasto T chiuso A REGIME
- andamento potenza erogata dal generatore durante il transitorio

$E = 12V$

$R_1 = R_2 = 10\,\Omega$

$L = 0,5\,H$

$$i_E(t<0) = \frac{E}{R_1} = \frac{12}{10} = 1,2\,A$$

$$i_E(t>0) = i_R + i_L$$

$$i_L(t) = i_\infty + (i_0 - i_\infty)\,e^{-t/\tau}$$

$$= \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}} + \left(\frac{E}{R_1} - \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\right)e^{-t/\tau} = \frac{2E}{R_1} + \left(\frac{E}{R_1} - \frac{2E}{R_1}\right)e^{-t/\tau} =$$

$$= \frac{2E}{R_1} - \frac{E}{R_1}\,e^{-t/\tau} =$$

$$= 2,4 - 1,2\,e^{-t/\tau} = 1,2\,(2 - e^{-t/\tau})$$

$$i_R = \frac{E}{R_1}$$

$$= 1,2 + 1,2\,(2 - e^{-t/\tau}) = 1,2\,(3 - e^{-t/\tau})$$

$$\left[\,i_E(t>0) = \frac{E}{R_1} + \frac{2E}{R_1} - \frac{E}{R_1}\,e^{-t/\tau}\,\right]$$

andamento corrente dal generatore durante il transitorio

$$i_\infty = \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}} = \frac{12}{5} = 2,4\,A$$

$$P_E = E \cdot i_E(t)$$

$$= \frac{E^2}{R_1} + \frac{2E^2}{R_1} - \frac{E^2}{R_1}\,e^{-t/\tau} = 14,4 + 28,8 - 14,4\,e^{-t/\tau}$$

$$= 43,2 - 14,4\,e^{-t/\tau} = 14,4\,(3 - e^{-t/\tau})$$

?

Integrale particolare 18

L'integrale particolare dell'eq. è una costante $\Rightarrow$ derivata di una costante $= 0$

$$\left(\frac{1}{R_2C}+\frac{1}{R_1C}\right)V_p(t)=\frac{E}{R_1C}$$

$$\frac{(R_2+R_1)}{R_1R_2C}V_p(t)=\frac{E}{R_1C}$$

$$V_p(t)=\frac{E}{\cancel{R_1C}}\frac{\cancel{R_1}R_2\cancel{C}}{R_2+R_1}=\frac{ER_2}{R_2+R_1}$$

$$V(t)=V_{OA}(t)+V_p(t)=Ke^{-t/R'C}+\frac{ER_2}{R_1+R_2}$$

K lo trovo cercando il suo valore corrispondente a $V=0$ per $t=0$

$$0=K+\frac{ER_2}{R_1+R_2}\Rightarrow K=-\frac{ER_2}{R_1+R_2}$$

$$V(t)=+\frac{ER_2}{R_1+R_2}\left(1-e^{-t/R'C}\right)$$

sostituisco numeri:

$$V(t)=5\left(1-e^{-\frac{t}{\frac{1}{2}\cdot10^{-6}}}\right)\ \circledast$$

Posso a farlo con formula

$$V(t)=V_\infty+(V_0-V_\infty)e^{-t/\tau}$$

$$V_\infty=V_2=E\frac{R_2}{R_1+R_2}=10\cdot\frac{1}{2}=5\,V$$

$$V_0=0$$

$$V(t)=5-5e^{-t/\tau}=5\left(1-e^{-t/\tau}\right)\ \circledast$$

Omogenea associata

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{R_2R_1}{LR_2+LR_1}\,i(t)=0$$

$$s+\frac{R_2R_1}{LR_2+LR_1}=0$$

$$s=-\frac{R_2R_1}{LR_2+LR_1}$$

Integrale particolare

costante

$$\frac{R_2R_1}{L(R_2+R_1)}\,i(t)=\frac{ER_2}{L(R_2+R_1)}$$

$$i_p(t)=\frac{E\cancel{R_2}}{\cancel{L(R_2+R_1)}}\cdot\frac{\cancel{L(R_2+R_1)}}{\cancel{R_2}R_1}=E/R_1$$

$$\tau=\left|\frac{1}{s}\right|=\frac{LR_2+LR_1}{R_2R_1}=L\frac{R_2+R_1}{R_2R_1}=L/R_p=\frac{0{,}1}{0{,}5}=0{,}2\,s$$

$$i_{OA}=K e^{-t/\tau}$$

$$i(t)=i_p+i_{OA}=\frac{E}{R_1}+Ke^{-t/\tau}$$

K) $t=0 \quad i=0$

$$\frac{E}{R_1}+K=0$$

$$K=-\frac{E}{R_1}$$

$$i(t)=\frac{E}{R_1}\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{10}{1}\left(1-e^{-t/0{,}2}\right)=10\left(1-e^{-5t}\right)\,A$$

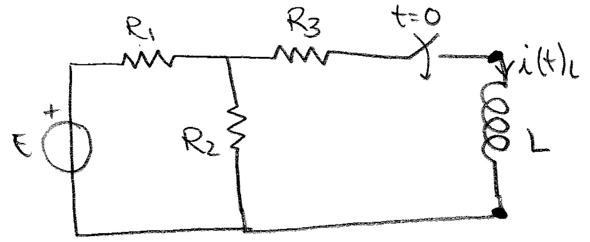
b) corrente nel generatore

$$i_1=i_L(t)+i_2=i_L(t)+\frac{V(t)_L}{R_2}=i_L(t)+\frac{L}{R_2}\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\frac{di(t)}{dt}=-10e^{-5t}(-5)=+50e^{-5t}$$

$$i_1=10-10e^{-5t}+5e^{-5t}=10-5e^{-5t}\,A$$

ESERCIZIO 3



$E = 10V$

$R_1 = R_2 = 1\Omega$

$R_3 = 0,5\Omega$

$L = 10mH = 0,01H$

Determinare:

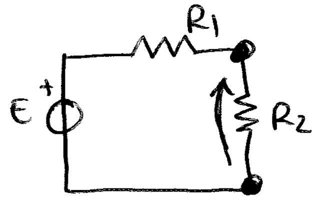
a) • circuito equivalente di Thèvenin ai morsetti di L

b) • $i(t)$

c) • Tempo necessario per raggiungere il 50% di I

d) • energia immagazzinata a regime.

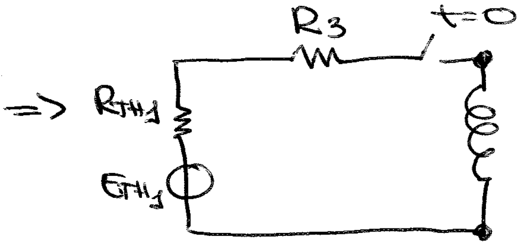
a) circuito equivalente di Thèvenin

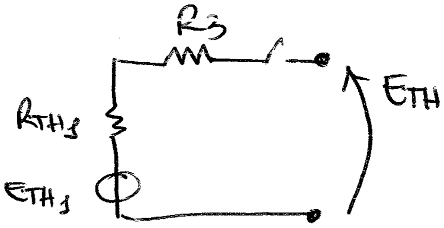


$$E_{TH_1} = E\frac{R_2}{R_1+R_2} = 10\,\frac{1}{2} = 5V$$

$$R_{TH_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = 0,5\Omega$$

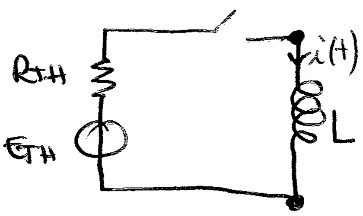
=>





$$R_{TH} = R_{TH1} + R_3 = 0,5 + 0,5 = 1\,\Omega$$

E_{TH} $\quad I = 0 \Rightarrow E_{TH} = E_{TH1} = 5V$



$R_{TH} = 1\,\Omega$

$E_{TH} = 5V$

$L = 0,01H$

$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$V_{TH} = i(t)\cdot R_{TH}$$

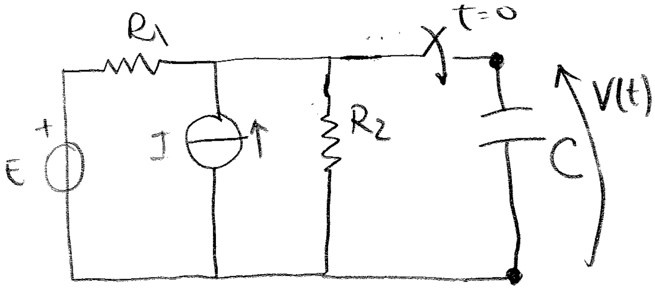
b) $i(t)_L$

$$LKT \Rightarrow V(t)_L + V_{TH} = E_{TH}$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + i(t)\cdot R_{TH} = E_{TH}$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_{TH}}{L}\,i(t) = \frac{E_{TH}}{L}$$

ESERCIZIO 4



$E = 10V$

$I = 1A$

$R_1 = R_2 = 2\,\Omega$

$C = \underline{10\mu F} = 10^{-5} F$

$V(0) = 0$

$1\mu F = 10^{-6} F$

$10\mu F = 10^{-5} F$

Determinare:

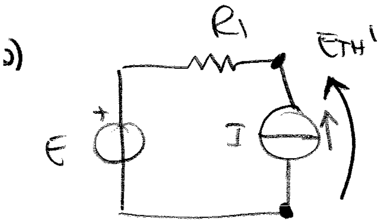
a) circuito equivalente Thèvenin ai morsetti di C

b) $V(t)$

c) corrente in R_2

d) energia immagazzinata a regime

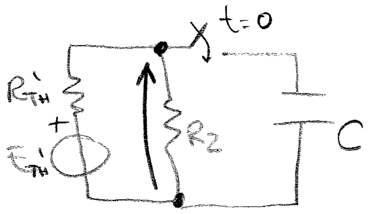
a)



$R_{TH}' = R_1 = 2\Omega$

$E_{TH}' = 2$ contributi $(E + I)$

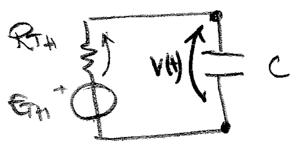
$= E + IR_1 = 10 + 1\cdot 2 = 12V$



$$E_{TH} = E_{TH'} \frac{R_2}{R_{TH}' + R_2} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}\, 2}{\cancel{2+2}} = 6V$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1\Omega$$

b)

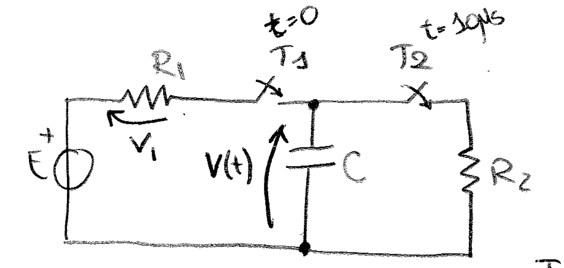


$$i(t)_C = C\frac{dV(t)}{dt}$$

$$C\frac{dV(t)}{dt} - \frac{E_{TH} - V(t)}{R_{TH}} = 0 \quad ; \quad C\frac{dV(t)}{dt} - \frac{E_{TH}}{R_{TH}} + \frac{V(t)}{R_{TH}} = 0$$

$$\frac{dV(t)}{dt} + \frac{1}{R_{TH}C}V(t) = + \frac{E_{TH}}{R_{TH}C}$$

ESERCIZIO 5



$E = 10V$

$R_1 = R_2 = 2\Omega$

$C = 1\mu F$

$V(0) = 0$

Tasto T_1 chiuso a $t=0$ con T_2 aperto, determinare
a) $v(t)$
b) corrente nel generatore
Tasto T_2 chiuso a $t = 10\mu s$ determinare:
c) $v(t)$
d) corrente nel generatore
e) energia immagazzinata a regime

a)

$$V_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

quando ea magari è semplice!!

$$V(t) = E - V_1 \qquad V_1 = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = C\frac{dV(t)}{dt}$$

$$V(t) = E - RC\frac{dV(t)}{dt}$$

$$RC\frac{dV(t)}{dt} + V(t) = E \qquad \frac{dV(t)}{dt} + \frac{1}{RC}V(t) = \frac{E}{RC}$$

omogenea ass

$$\frac{dV(t)}{dt} + \frac{1}{RC}V(t) = 0$$

$$s + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\tau = \left|\frac{1}{s}\right| = RC = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-6}}}$$

$$V_{OA}(t) = Ke^{-t/\tau}$$

int particolare

$$\frac{1}{RC}V(t) = \frac{E}{RC}$$

$$V_p(t) = \frac{E}{\cancel{RC}} \cdot \cancel{RC} = E$$

$$V(t) = V_{OA} + V_p = Ke^{-t/\tau} + E$$

K: $V(0) = 0$

$$K + E = 0 \qquad K = -E$$

$$V(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$V(t) = V_{OA} + V_p = K e^{-t/\tau} + \frac{E R_2}{R_1+R_2}$$

il nuovo transitorio si sviluppa a partire dall'istante $t = 10\mu s$, si introduce una nuova variabile temporale assumendo che la nuova origine sia posta nell'istante di chiusura del tasto 2.

$V(0) = 10V$

$V(t = 10\mu s) = E = 10V$ NO

$V(t=0) = E = 10V$?

$$K + \frac{E R_2}{R_1+R_2} = 10V$$

$$K = 10 - \frac{E R_2}{R_1+R_2} = 10 - \frac{10 \cdot 2}{4} = 5$$

$$V(t) = 5\left(1 + e^{-t/\tau}\right) V$$

d) corrente nel generatore

$$i = i_2 + i(t)$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V(t)}{R_2}$$

$$i = \frac{V(t)}{R_2} + C\frac{dV(t)}{dt} = \frac{5}{2}(1+e^{-t/\tau}) + 10^{-6}\left(5e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\right)\right) =$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{5}{2}e^{-t/\tau} - 5e^{-t/\tau} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}e^{-t/\tau} =$$

$$V(t\to\infty) = V_2 = E\frac{R_2}{R_1+R_2} = 5V \qquad = 2,5\left(1 - e^{-t/\tau}\right) A$$

e) $W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}10^{-6} \cdot 25 = 12,5 \cdot 10^{-6} J$

$$i(t) = Ke^{-t/\tau} + \frac{E}{R_1}$$

K// $\quad i(0) = 0$

$$K + \frac{E}{R_1} = 0 \qquad K = -\frac{E}{R_1}$$

$$i(t) = \frac{E}{R_1}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \tau = 0{,}1s$$

---

b) corrente in R_2

$$\left(\cancel{i_2 = i_1 - i(t)}\right)$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V(t)}{R_2} \qquad V(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

c) corrente nel generatore

$$i_1 = i(t) + i_2$$

?

d) energia immagazzinata a regime

A regime la corrente nell'induttore vale 5A ???

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\,0{,}1 \cdot 6{,}25 = 0{,}3125\,J$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}} = \frac{10}{4} = 2{,}5A$$

NO

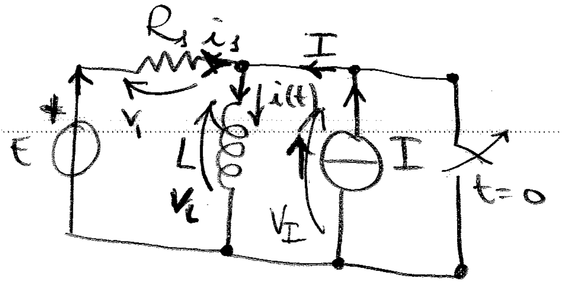
d) potenza massima erogata dal generatore

$$P_{MAX} = E \cdot I_{MAX} = E \cdot \frac{E}{R_1} \overset{t\to\infty}{=} \frac{100}{10} = 10W$$

$ke^x \rightsquigarrow e^x$

Ke^x

ESERCIZIO 8



$E = 2V$
$I = 2A$
$R = 1\Omega$
$L = 0{,}5H$

Determinare:

a) $i(t)$ supponendo $i(0) = 2A$
b) corrente nel generatore
c) Tensione ai capi del generatore I
d) energia immagazzinata a regime

$$-I = i_1 - i(t)$$

$$V_L = V_I = E - V_1$$

$$V_L = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E - V_L}{R_1}$$

$$-I = \frac{E}{R_1} - \frac{1}{R_1} \cdot L\frac{di(t)}{dt} - i(t)$$

$$\frac{L}{R_1}\frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R_1} + I$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_1}{L}i(t) = \frac{E}{L} + \frac{IR_1}{L}$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_1}{L}i(t) = \frac{E + IR_1}{L}$$

omogenea associata

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R_1}{L}i(t) = 0$$

$$s + \frac{R_1}{L} = 0$$

$$\tau = \left|\frac{1}{s}\right| = \frac{L}{R_1} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5s$$

$$i_{OA} = Ke^{-t/\tau}$$

Integrale particolare

$$\frac{R_1}{L}i(t) = \frac{E + IR_1}{L}$$

$$i(t) = \frac{E + IR_1}{\cancel{L}} \cdot \frac{\cancel{L}}{R_1}$$

$$i(t) = Ke^{-t/0{,}5} + \frac{E + IR_1}{R_1}$$

$i(0) = 2A$

$$K + \frac{E}{R_1} + I = 2 \qquad K = -2$$

$$\frac{L(R_1+R_2)}{R_2}\frac{di(t)}{dt}+i(t)R_1=e(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}i(t)=\frac{R_2}{L(R_1+R_2)}e(t)$$

omogenea ass

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}i(t)=0$$

$$S+\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}=0$$

$$\tau=\left|\frac{1}{S}\right|=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\cdot L=R_{eq}\cdot L=0{,}001\,s$$

$$i_{OA}=Ke^{-t/\tau}$$

integrale particolare

$$\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}i(t)=\frac{R_2}{L(R_1+R_2)}e(t)$$

$$i_p=e(t)\frac{\cancel{R_2}}{\cancel{L(R_1+R_2)}}\cdot\frac{\cancel{L(R_1+R_2)}}{R_1\cancel{R_2}}=$$

$$i_p=\frac{e(t)}{R_1}$$

$$i(t)=Ke^{-t/\tau}+\frac{e(t)}{R_1}$$

K// $i(0)=0$

$$K+\frac{e(t)}{R_1}=0\qquad K=-\frac{e(t)}{R_1}$$

$$i(t)=\frac{e(t)}{R_1}\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}\left(1-e^{-t/0{,}001}\right)=\underline{\underline{5\left(1-e^{-t/0{,}001}\right)A}}$$

b) $i(t)$ $2\leq t\leq 4ms$

$e(t)=0$ ✓

$$i(2ms)=5\left(1-e^{-\frac{2\cdot10^{-3}}{0{,}001}}\right)A$$
$$=5-5e^{-2/0{,}001}=4{,}32A$$

$$\Rightarrow\quad\frac{L(R_1+R_2)}{R_2}\frac{di(t)}{dt}+i(t)R_1=0$$

$$i_{OA}=Ke^{-t/\tau}\qquad\tau=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}L=0{,}001\,s$$

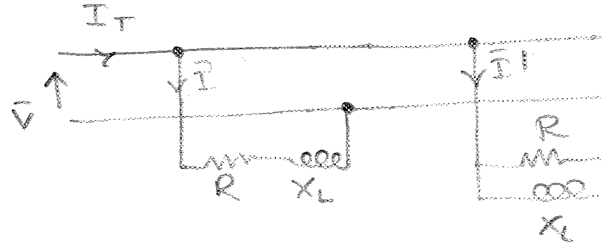
K// $i(0)=4{,}32A$

$$4{,}32=K\qquad\underline{\underline{i=4{,}32e^{-t/\tau}}}\quad\tau=0{,}001s$$

ESERCITAZIONE 4 - Regime sinusoidale ~ metodo circuitale

(36)

ESERCIZIO 1

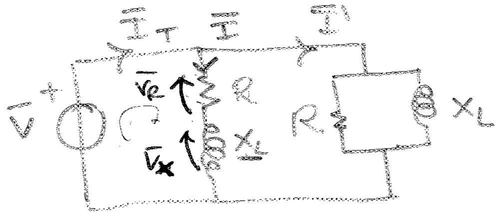


calcolare il valore della corrente assorbita dal carico serie, dal carico parallelo ed il valore della corrente totale.
Disegnare inoltre il diagramma fasoriale di tensioni e correnti

$V = 230V$

$R = 3\,\Omega$

$X_L = 4\,\Omega$

~> 

$$\text{LKT} \rightarrow \begin{cases} \bar{V} - \bar{V}_R - \bar{V}_X = 0 \\ \bar{V}_R = \bar{I} \cdot R \\ \bar{V}_X = \underbrace{j \cdot X_L}_{} \cdot \bar{I} \end{cases}$$

↳ impedenza dell'induttanza

$$\bar{V} = \bar{I}R + \bar{I} \cdot j \cdot X_L$$

$$\bar{V} = \bar{I} \cdot (R + jX_L)$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R + jX_L}$$

$$\varphi = -tg^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$\varphi = tg^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\bar{z} = a + jb$$

$$\varphi = tg^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = tg^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53{,}13°$$

$$\bar{z} = \left[\sqrt{a^2+b^2}\right] e^{j\varphi}$$

$$z e^{j\varphi} = z(\cos\varphi + j \operatorname{sen}\varphi)$$

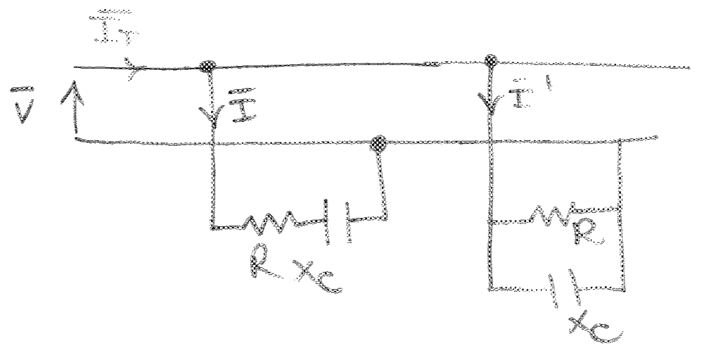
$$\begin{cases} \sqrt{a^2+b^2} = 46 \\ tg^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = 53{,}13 \end{cases}$$

$$b = \sqrt{46^2 - a^2}$$

$$\bar{I} = \frac{230}{3+j4} = \frac{230}{5e^{j53{,}13}} = 46\, e^{-j53{,}13°} = 46\left(\cos[-53{,}13] + j \operatorname{sen}[-53{,}13]\right) =$$

$$= 27{,}6 - j\,36{,}8\ A$$

ESERCIZIO 2



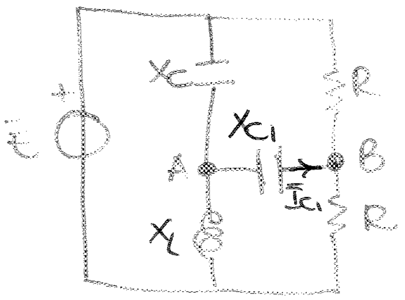
Calcolare il valore della corrente assorbita dal carico serie, dal carico // e il valore della corrente totale.
Disegnare inoltre il diagr fasoriale di tensioni e correnti

$V = 230\,V$
$R = 4\,\Omega$
$X_C = -3\,\Omega$

= A PRIMA

$$\bar V_x = J X \bar I \qquad X = \frac{-1}{\omega C}$$

ESERCIZIO 3



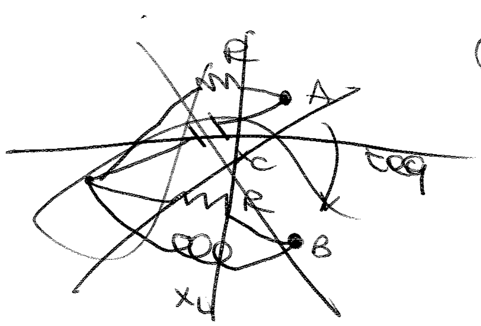
Calcolare corrente che circola nella capacità C_1 e disegnare diagr. fasoriale delle principali grandezze della rete.

$E = 100\,V$ $\qquad X_{C_1} = -10\,\Omega$
$R = 1\,\Omega$
$X_C = -1\,\Omega$
$X_L = 2\,\Omega$

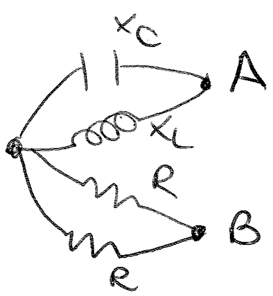
NB

$$\bar I_{C_1} = \frac{\bar V_{AB}}{J X_{C_1}}$$

Eq. THÈVENIN AB

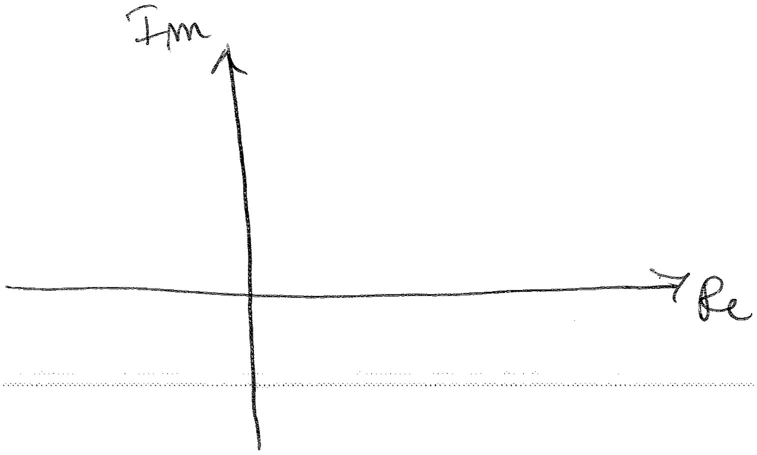


$$\cancel{R_{eq} \quad Z_{eq} = \frac{R \cdot J X_C}{R + J X_C} + \frac{R \cdot J X_L}{R + J \cdot X_L}}$$

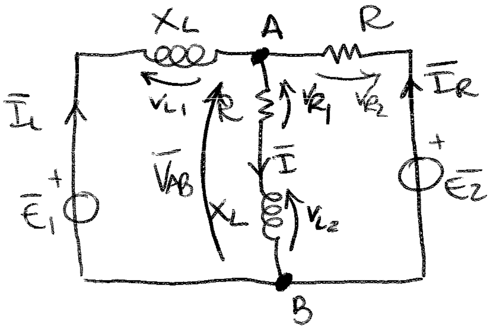


$$R_{eq} = \frac{J \cdot X_C \cdot J \cdot X_L}{J X_C + J X_L} + \frac{R R}{R + R} = \frac{J \cdot X_C \cdot \cancel{J} \cdot X_L}{\cancel{J}(X_C + X_L)} + \frac{R^{\cancel{2}}}{2\cancel{R}} =$$

diagr fasoriale



ESERCIZIO 4



calcolare le correnti $\bar{I}, \bar{I}_R$ e $\bar{I}_L$ e disegnare il diagr fasoriale

$\bar{E}_1 = 100V$

$\bar{E}_2 = 100 e^{j\pi/2} = 100\,(j1) = 100j$

$R = 10\Omega$

$X_L = 10\Omega$

MILLMAN

$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L$

$$\bar{V}_{AB} = \frac{\frac{E_1}{jX_L} + \frac{E_2}{R}}{\frac{1}{jX_L} + \frac{1}{R+jX_L} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{100}{j\cdot 10} + \frac{100e^{j\pi/2}}{10}}{\frac{1}{j10} + \frac{1}{10+j10} + \frac{1}{10}} = \frac{\frac{100}{j10} + \frac{100j}{10}}{\frac{1}{j10} + \frac{1}{10+j10} + \frac{1}{10}} =$$

$$= \frac{\frac{100 + 100j^2}{10j}}{\quad} = \frac{\cancel{\frac{100-100}{10j}}}{\quad} = 0V$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{AB}}{R+jX_L} = 0A$$

$\cancel{V_{AB}} + \bar{V}_{L1} - \bar{E}_1 = 0 \rightsquigarrow V_{L1} = E_1 = 100V \Rightarrow \bar{I}_L = \frac{\bar{V}_{L1}}{jX_L} = \frac{\cancel{100}\,10}{j\,\cancel{10}} =$

$= \frac{10j}{j^2} = \boxed{-10j\ \cancel{A}}$

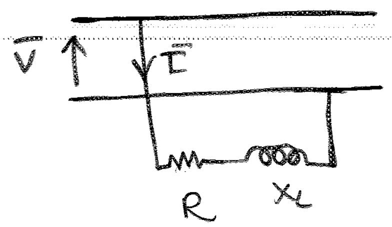
$\cancel{\bar{V}_{AB}} + \bar{V}_{R2} = \bar{E}_2 = 100j$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{R2}}{R_2} = \frac{\overset{10}{\cancel{100}}j}{\cancel{10}} = \boxed{10j\ A}$$

ESERCIZIO 6 → VEDI

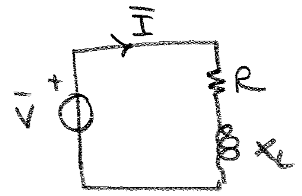
ESERCITAZIONE 5 - Regime sinusoidale - metodo potenze

ESERCIZIO 1



Calcolare valore efficace della corrente assorbita, la potenza attiva, reattiva e apparente assorbita dal carico.

$V_L = 230V \quad R = 5\Omega \quad X = 10\Omega$



$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{(R+JX_L)} = \frac{230}{5+J10} \cdot \frac{(5-10J)}{(5-10J)} = \frac{230(5-J10)}{25-100J^2} =$$

$$= \frac{230}{25+100}(5-J10) = 1{,}84(5-J10) =$$

$$= 9{,}2 - 18{,}4J = 20{,}6 \cdot e^{-J63{,}43^\circ}$$

=

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{(R+JX_L)}$$

$$R+JX_L = 5+J10 = 11{,}18\, e^{J63{,}43^\circ} \Rightarrow \bar{I} = \frac{230}{11{,}18} e^{-J63{,}43^\circ} = 20{,}6\, e^{-J63{,}43^\circ}$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

$P_a = RI^2$ POT ATTIVA ($VI\cos\varphi$)

$Q = XI^2$ POT REATTIVA ($VI\sin\varphi$)

val efficace

$S = RI^2 + JXI^2$ POT. COMPLESSA

$S = P + JQ$

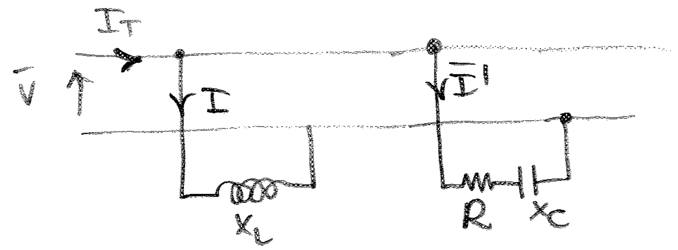
val efficaci

$P_{apparente} = V \cdot I = 230 \cdot 20{,}6 = 4738$ VA

volt-ampere

$P_a = RI^2 = 5 \cdot (20{,}6)^2 = 2121{,}8W \quad Q = 4244$ var

ESERCIZIO 3

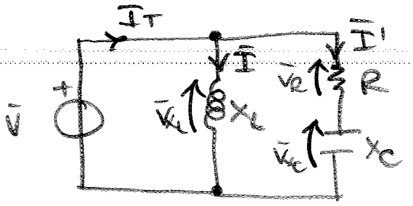


Calcolare valore efficace delle correnti assorbite dai 2 carichi e val efficace corrente totale

$\bar{V}_L = 230\,V \quad X_L = 10\,\Omega$

$R = 10\,\Omega \quad X_C = -7,5\,\Omega$

vedi anche risoluzione QUADERNO



$$\bar{I}_T = \bar{I} + \bar{I}'$$

$$\bar{V} = \bar{V}_{XL}$$

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_{XC}$$

$$\bar{V}_{XL} = \bar{I} \cdot jX_L$$

$$\bar{V}_R = \bar{I}' \cdot R$$

$$\bar{V}_{XC} = \bar{I}' \cdot jX_C$$

$$\bar{V}_{XL} = \bar{I} \cdot jX_L = 230 \Rightarrow \bar{I}_{XL} = \frac{230}{j \cdot X_L} = \frac{230}{j \cdot 10} = -23j \text{ A}$$

$$\bar{I}' \cdot jX_C + \bar{I}' \cdot R = 230 \Rightarrow \bar{I}' = \frac{230}{R + jX_C} = \frac{230}{10 - j7,5} =$$

$$= \frac{230(10 + j7,5)}{156,25} = 1,47(10 + j7,5)$$

$$= (14,7 + j\,11,03) \text{ A}$$

$I_{XL} = 23$ A

$I' = 18,38$ A

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{XL} + \bar{I}' = -23j + 14,7 + 11,03j = (14,7 - 11,97j) \text{ A}$$

$I_T = 18,96$ A