



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1731A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Fasano Vito

MATERIA: Applicazioni avanzate di fisica tecnica - prof. Asinari

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

NOTAZIONE TENSORIALE

pag. 208

QUANTITÀ SIGNIFICATIVE

$a = \|\underline{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \in \mathbb{R}$ SCALARE (es. T)

\underline{a} oppure grassetti $\in \mathbb{R}^3$ VETTORE \rightarrow VERSORE $\hat{m} \rightarrow \|\hat{m}\| = 1$

A matrice o tensore

\rightarrow matrice simmetrica cui c'è a.k. una regola per misurare le distanze. (una metrica)

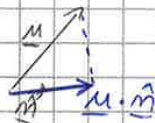
ⁿCOMPONENTI:

a_i : i-esima componente di \underline{a} , oppure (in blu): a_i : indica tutto il vettore \underline{a} (i libero di scorrere)

$A = A_{ij} = A_{mn} \dots$ stessa regola delle componenti vettoriali.

PRODOTTO INTERNO (INNER PRODUCT)

$\bullet \underline{u}, \hat{m} \in \mathbb{R}^3 \Rightarrow \underline{u} \cdot \hat{m} = u_1 m_1 + u_2 m_2 + u_3 m_3 = \sum_k u_k m_k$
 \downarrow velocità del fluido \downarrow versore



è una proiezione di un vettore su un altro, e ottengo qualcosa di più piccolo dimensionalmente (vettore \rightarrow scalare)

\downarrow
 la sommatoria riduce i g.d.l.

$\bullet \underline{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \underline{b} \in \mathbb{R}^3$

$\underline{A} \cdot \underline{b} = \sum_j A_{ij} b_j \in \mathbb{R}^3$ (vettore)

OSS Quando non sappiamo che indice prendere, prendo l'ultimo.

$\bullet \underline{A}, \underline{B} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \Rightarrow \underline{A} : \underline{B} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{ij} B_{ij} \in \mathbb{R}$

Ogni sommatoria abbassa di 1 i.g.d.l.

PRODOTTO ESTERNO (o DIADICO)

\hookrightarrow combina ogni componente di un vettore con tutte le altre del secondo

\downarrow
 2 vettori \rightarrow ottengo un tensore.

$\underline{a}, \underline{b} \in \mathbb{R}^3 \Rightarrow \underline{a} \otimes \underline{b} = \underline{ab} = \underline{a \cdot b} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

3. LAPLACIANO $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla(\cdot)$

↳ è l'applicazione in sequenza di div e grad

↳ il laplaciano mantiene la stessa forma

$$a \in \mathbb{R} \longrightarrow \nabla^2 a = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 a}{\partial x_i^2} \in \mathbb{R}$$

$$a \in \mathbb{R}^D \longrightarrow \nabla^2 a = \sum_{j=1}^D \frac{\partial^2 a_j}{\partial x_j^2} \in \mathbb{R}^D$$

Il laplaciano conserva la dimensione della quantità a cui è applicato.

NOTAZIONE DI EINSTEIN

↳ Distinzione fra indici:

- **rossa**: sempre tutte le volte che c'è una sommatoria, ma tutte le volte che c'è la sommatoria, l'indice era ripetuto. \Rightarrow ogni volta che abbiamo un indice ripetuto, e perché abbiamo una sommatoria (la numerazione è denotativa)
 Possiamo omettere di scrivere la sommatoria
- **blu**: tutti gli altri indici liberi

A cosa serve questa notazione?

Espressione tensoriale (a.s.x)

Espressione tensoriale semplificata

↳ la stessa secondo Einstein

↳ ritraduco l'espressione in tensoriale, ma più semplice

Espressione semplificata (analisi 1)

Espressione + semplice

Es.

$$1) \nabla \cdot \nabla \cdot \underline{A} = \frac{\partial^2 A_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \in \mathbb{R}$$

↳ sommatoria non scritta, ma presente

$$2) a \in \mathbb{R}^n, \underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \nabla \cdot (\underline{A} \cdot a) = \frac{\partial (A_{ij} a_j)}{\partial x_i} = A_{ij} \frac{\partial a_j}{\partial x_i} + \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_i} a_j =$$

$$= A_{ij} \left(\frac{\partial a_j}{\partial x_i} \right)^T + \frac{\partial (A_{ij})^T}{\partial x_i} a_j =$$

$$= \underline{A} : (\nabla a)^T + (\nabla \cdot \underline{A}^T) \cdot a \in \mathbb{R}$$

↳ l'indice del numeratore viene dopo il denominatore, e non va bene

\Leftrightarrow

farei 2 operazioni che si cancellano a vicenda

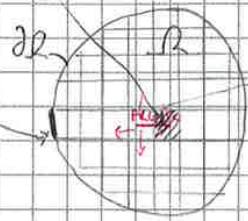
- trasposta
- inverti l'indice delle righe con quello delle colonne

TEOREMA DI GAUSS

$$\int_{\partial R} \mathbf{F} \cdot \hat{n} \, dS = \int_R \nabla \cdot \mathbf{F} \, dV$$

\uparrow flusso
 \downarrow chiusa

→ Trasformo una quantità del tipo ② in ①



tra i 2 elementi poss. avere un flusso interno, che è indipendente rispetto all'integrale di tipo ②.
 Tutti i flussi di elementi adiacenti si cancellano, perché sono presenti con entrambi i segni.

Gli unici flussi che non si elidono sono quelli al bordo!

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_R \rho \, dV = - \int_R \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \, dV$$

è facile ragionare in termini di flussi

DERIVATA
EULERIANA (punto fisso, R e flussi)

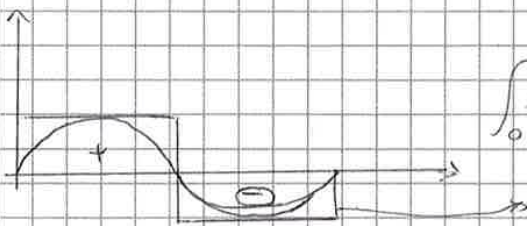
6/03/15
lez. 2

È possibile invertire l'ordine di \int e ∇ fintanto che il dominio di integrazione non dipende dalla variabile di derivazione;

$$\int_R \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \right] dV = 0 \rightarrow \text{vorrei togliere l'integrale, per avere una condizione completamente differenziale.}$$

In generale, l'integrale di una certa quantità è uguale a 0. (condizione di conservazione)

Es.



$$\int_0^{2\pi} \sin(x) \, dx = 0$$

Ma vale anche per questa funzione

VINCO
DEBES

la condizione integrale nulla non sta a nessun vincolo sulla forma della funzione

La maggior parte delle approssimazioni usa la formulazione Euleroiana.

↓
+ matematica, separa bene tempo e spazio
FACILE DISCRETIZZARE A QUELLO NUMERICO

FORMA LAGRANGIANA

UPWIND → tempo conto della dimensionalità del fluido

Ha i suoi vantaggi:

(il tempo procede uniformemente in una direzione)

insegue la posizione di fluido a cui ho applicato la misura al tempo t.

Es. inquinanti in uscita da una ciminiera. CARTE DISCRETE, bolle, particelle, parolotti.

MECCANICA: x, \dot{x}, \ddot{x} con $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ derivata ordinaria
 $x(t)$ funzione del tempo

es. aut folta da pesci, segui i singoli pesci

TERMO-MECCANICA: $P(t, x)$

↳ la densità dipende anche dallo spazio ⇒ è un campo deformabile

"lo spazio è accoppiato con il tempo"

INVARIANTE GALILEIANA

pag. 159

La Lagrangiana ha anche un'altra proprietà:

↓
è una derivata temporale che è invariante galileiana

Ci sono sistemi di riferimento inerziali (non accelerati) o accelerati

↓
Homo delle forze fittizie (es. uomo su shuttle)

Tra quelli inerziali si cerca di avere lo stesso comportamento.

In sistemi di riferimento inerziali, i risultati usando la forma euleroiana sono identici, ma con la Lagrangiana si ottiene sempre lo stesso risultato.

$$\frac{Dp}{Dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t} \quad \left| \begin{array}{l} \text{è sempre lo stesso} \\ \text{(Fermo in un punto)} \end{array} \right.$$

$$\frac{Dp}{Dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t+\Delta t, x+\Delta x) - P(t, x)}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \text{Stabilita dal punto iniziale mi sposta, il secondo punto seguirà la U.}$$

↓
P è perturbata rispetto a tempo e spazio.

11/03/15
Lec. 3

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DIMENSA

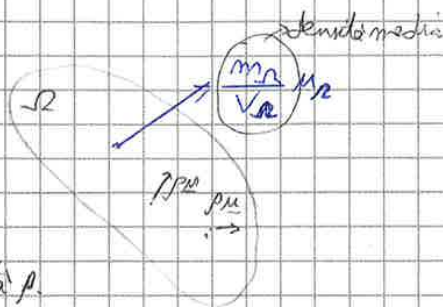
↳ è una equazione vettoriale (3 equazioni scalari)

Se i flussi aumentano sempre la dimensione di ciò che trasportano, in questi casi il flusso della quantità dimensta diventa un tensore

Ω : volume di controllo

Definisco una

$$u_R = \frac{1}{m_R} \int_{\Omega} \rho u_i dV$$



Crea un punto, ci sarà una velocità u_i e una densità ρ .

$$\frac{m_R}{V_R} u_R = \frac{1}{V_R} \int_{\Omega} \rho u_i dV$$

↳ media volumetrica di singoli vettori (è un vettore)

Valiamo la variazione nel tempo di m_R, u_R :

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_R u_R) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho u_i dV = - \int_{\partial R} F(\rho u_i) \hat{n} dS + \int_{\Omega} S_i dV$$

↳ termine di sorgente interna

Partiamo da ρu_i e consideriamo il flusso di ρu_i (aumenta la dimensione)

- flusso di q. d.m. che esce \Rightarrow q. d.m. all'interno diminuisce
 - \hat{n} \rightarrow considera solo la componente perpendicolare al bordo (normale)
 - $F(\rho u_i) \cdot \hat{n}$ \rightarrow vettore
- ↳ tensore

Applicherò il th. di Gauss, ma prima dobbiamo andare avanti con i vettori, oppure lavorare con una componente generica per volta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho u_i dV = - \int_{\partial R} \underline{F} \cdot \hat{n} dS + \int_{\Omega} S_i dV$$

\underline{F} è indichibile in:

① **ADVEZIONE (Avection)** (legata ad u)

↳ è l'unico termine che abbiamo nell'eq. precedente. È il trasporto della quantità d'interesse dovuta al puro campo di moto.

② **TIRISTATICO** (presente anche non in mot)

↳ caso idrostatico

STORZO

(tensore degli sforzi)

③ **" DINAMICO**

↳ in senso meccanico, quando ci sono deformazioni, dipende da ρu

Se la velocità non è nulla e il sistema ha una sua deformazione, caso ① e ②, non posso imporre tutti gli sforzi al termine istantaneo.

Il vero problema è l'ultimo termine.

Veniammo risolverlo gli sforzi alla premessa, senza parlare per la velocità.

Introduciamo una definizione generalizzata di pressione (vale anche quando $\dot{v} \neq 0$), ma non richiede di misurare \dot{v} .

1) Def. generalizzata p ($\dot{v} \neq 0$)

2) non richiede \dot{v}

$$\Rightarrow p = \frac{\text{tr}(\underline{\Pi})}{3}$$

dove $\underline{\Pi} = \underline{F}_{STAT} + \underline{F}_{DYN}$ **tensori degli sforzi**

3) consistenza con $\underline{F}_{STAT} = p \underline{I}$

la traccia di un tensore è invariante a trasformazioni (e anche la p)

Cosa succede nel caso dinamico?

$$p = \text{tr} (p \underline{I} + \underline{F}_{DYN}) / 3 = \text{tr} (p \underline{I}) / 3 + \text{tr} (\underline{F}_{DYN}) / 3$$

$$p = p + \text{tr} (\underline{F}_{DYN}) / 3 \Rightarrow \boxed{\frac{\text{tr} (\underline{F}_{DYN})}{3} = 0}$$

3) abbiamo alcune condizioni:

$$\underline{F}_{DYN} = f(\underline{v})$$

Quali implicazioni avrà?

2) $\text{tr} (\underline{F}_{DYN}) = 0$

6) SIMMETRIA \rightarrow fissamento del senso lavoro con tensori simmetrici

\underline{v} è simmetrico? $\underline{v}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ NON È SIMMETRICO

es. $i=1, j=2 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \neq \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$ Come simmetrizzare \underline{v} senza introdurre un'altra dipendenza in più?

← Somma \underline{v} e \underline{v}^T

$\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$ se inverti 1 e 2 permuto gli elementi, ma la somma non cambia!

$$\underline{F}_{DYN} = f(\underline{v} + \underline{v}^T)$$

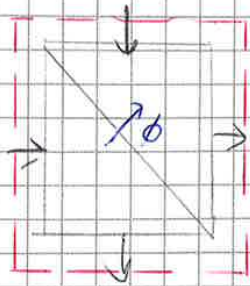
$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \nabla \cdot \underline{u}$$

a) $\text{tr} (\underline{v} + \underline{v}^T) = \text{tr} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 2 \nabla \cdot \underline{u} \neq 0$

in generale non è a traccia nulla

13/03/15
les. 4

ANALISI ENERGETICI - PARTE A



ϕ non compare nel bilancio del volume di controllo

In base al grado di dettaglio, scegliamo il volume di controllo. Anche per distinguere un eq. differenziale da integrale.

sono semplici, ma si deve definire il V.C.

I PRINCIPIO

• SISTEMI CHIUSI :

$$\Phi - W_k = \frac{dU}{dt}$$

Φ (bando ∂R)
intorno al bando

con Φ : flusso termico

W_k : flusso di potenza termica

Φ : intendendo flussi entranti
 $-W_k$

U : en. interna racchiusa in tutto lo parti del volume di controllo

• SISTEMI APERTI :

$$\Phi - W_k = \frac{d}{dt} (U + E_c + E_p + P_o V) + \sum_{k=1}^{nc} G_k (h + e + p)_k$$

Φ (bando ∂R)
intorno al bando

W_k : potenza ^{meccanica} / termica (all'albero)

$W_k < W_k$ perché occorre potenza meccanica per il cambio flusso

è comodo tenere conto esplicitamente (introdurre) l'entalpia

Si aggiungono $E_c + E_p \Rightarrow E_{meccanica}$

$P_o V$: P_o è la pressione atmosferica \rightarrow cost

V : vol. di controllo \rightarrow varia nel tempo

L'ultimo passo fa riferimento al bordo del volume di controllo, ed è legato alle portate che attraversano il volume di controllo.

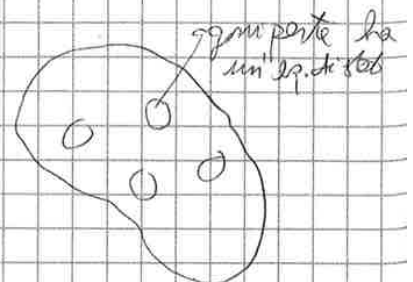
G_k portata che passa dalla k-esima entrata

$(h + e_p + p)$ \rightarrow energie specifiche [J/kg]

entalpia = $h = u + pv$ \rightarrow è facile tenere conto in modo unitario

$U = \sum_{i \text{ parte}} U_i$: vedo le energie di ogni parte e le somma

tutte queste parti dovrebbero essere assoggettate alle stesse condizioni termodinamiche.



Esistono flussi "regolari", che si muovono in modo laminare

" " " " " " " " " " " " molto disordinato e instabile.



Queste espressioni sono in grado di rappresentare entrambi i regimi.

$$u = u_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

Posso considerare la distanza tra 2 picchi
→ stessa eq. ma nei 2 regimi

$L \gg 1$ sol. che cambia lentamente

$L \ll 1$ " " " rapidamente

Considero la massima variabilità della funzione e del suo gradiente

$$\|u\|_{\max \in \mathbb{R}} = u_0 \|\sin(\cdot)\| \leq u_0 \rightarrow \text{la variabilità di } u \text{ è governata dal modulo di } u.$$

$$\|u_0\|_{\max \in \mathbb{R}} = O(u_0) \rightarrow \text{stesso ordine di grandezza di } u_0$$

Se invece considero la derivata:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cdot \frac{2\pi}{L}$$

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{\max \in \mathbb{R}} \leq u_0 \frac{2\pi}{L}$$

→ Scopro che dipende da u_0 e da L !

(Se $L \ll 1$ la f cambia lentamente e il gradiente è piccolo)

(Se $L \gg 1$ la f cambia rapidamente e il gradiente è grande)

Per caratterizzare il tipo di deflusso, osservo il GRADIENTE.

$$\frac{\|u\|_{\max \in \mathbb{R}}}{\left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{\max \in \mathbb{R}}} = \frac{L}{2\pi} (uL)$$

L : **lunghezza caratteristica**

rapporto tra velocità massima e gradiente massimo

Siamo partiti da 2 soluzioni, e abbiamo derivato un parametro (L) in grado di discriminare i 2 casi.

Cosa succede se la stessa formula la applichiamo a delle funzioni irregolari?

Se ho una soluzione con lunghezza caratteristica L :

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{\max \in \mathbb{R}} = \frac{2\pi}{L} \|u\|_{\max \in \mathbb{R}}$$

ris non c'è u , solo u ed L

es. $2\pi \|u\|_{\max} = U$ **velocità caratteristica**

L la seleziono in modo che mi dia qualcosa di gradiente.

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{\max \in \mathbb{R}} = \frac{U}{L}$$

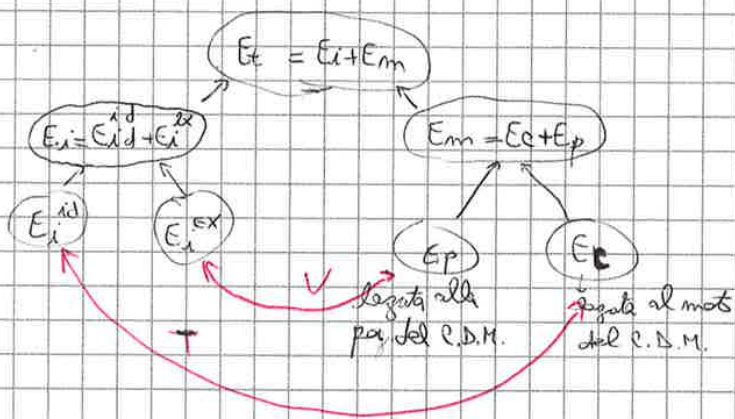
- ① Ha il prodotto diadico, quando prevale, spara componenti fluttuanti della velocità in tutte le direzioni. → INSTABILE
- ③ Termine tranquillo, resistente.

Dal punto di vista energetico:

- ① non dissipa nulla, prende dell'energia da una componente e la dà a tutte le altre
- ③ mangia la quantità di moto, toglie energia, che va in attrito
 ↓
 auto riscaldamento del fluido

$\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} < 0$ Non è una proprietà definita in modo univoco.

Dagli appunti dell'entropia:



Quando parliamo di molecole, passiamo alla chimica.

$E_c : \frac{1}{2} U^2$ E_p en. potenziale

E_i : en. interna → natura chimica

Se vediamo a livello microscopico E_i , è formata da E_c ed E_p .

Tuttavia, anche per le molecole posso definire un centro di massa (multibody)

E_i^{id}	: en. cinetica microscopica	}
E_i^{ex}	" " potenziale " "	

Es. un gas perfetto ha $E_i = \rho v AT$, perché a livello microscopico non ha en. pot. microscopica

2) f_{TECH} **termine termico** \rightarrow è un vettore! W/m^2 , ma dev'essere la direzione

Attraverso la legge di Fourier

$$q = -\lambda \nabla T$$

∇ è un gradiente
 $[W/m^2] = [W/mK] [K/m]$
 λ : **conduttività termica** $[W/mK]$

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = -\lambda \begin{pmatrix} \partial/\partial x_1 \\ \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_3 \end{pmatrix}$$

A volte si definiscono:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

diffusività termica \rightarrow perché i finici cercano di ricondurre fenomeni diversi alla stessa chiave di lettura.
 $[m^2/s]$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

no de Prandtl

è il rapporto dei 2 coefficienti di trasporto
 $(\nu \rightarrow q \text{ di moto})$
 $(\alpha \rightarrow \text{energia})$

Il trasporto di calore deve avere qualcosa in comune con il trasporto della quantità di moto.

3) f_{MECH} **termine meccanico**

tensore degli sforzi Π $[N/m^2]$ rappresenta una forza (specifica)
 Ora cerca qualcosa tipo $[W/m^2]$ " no potenza (")

Quindi:

$$\Pi \cdot u \quad [N/m^2 \cdot m/s] = [W/m^2]$$

devo ottenere un vettore \Rightarrow prodotto interno scalare

Mettendo insieme tutti i termini:

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t u + \underbrace{q_x}_{\text{il termine}} + \underbrace{\Pi \cdot u}_{\text{è una grandezza conservata cons. dell'ent. totale}}) = 0$$

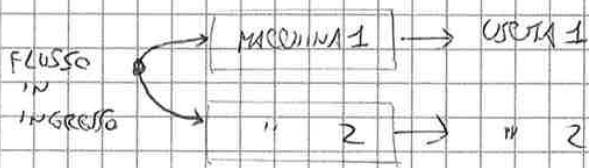
$$\Pi = p \underline{I} - \underline{\Pi}_v$$

$$\underline{I} \cdot u = u$$

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t u + p \underline{I} \cdot u) = \nabla \cdot (-q_x + \underline{\Pi}_v \cdot u)$$

li ho spostati a seconda mano perché uno dipende da α e l'altro da ν .

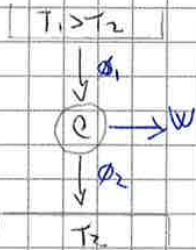
NON-CONSERVED QUANTITIES



Supponiamo di avere 2 macchine in parallelo 1 e 2, e di alimentarle con lo stesso flusso in ingresso.

Se la grandezza è conservata, in uscita, la somma delle 2 uscite è uguale a quello in ingresso.

fl. di una grandezza conservata (es. l+e)

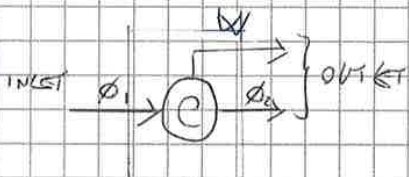


Il motore
 ↓
 en. interna → en. interna + pot. meccanica

ϕ_1 : esce dal termostato 1 I° PTD

W : potenza meccanica → $\phi_1 = W + \phi_2$

ϕ_2 : flusso termico in uscita (perda)



Il I° PTD non è sufficiente a caratterizzare le macchine, non distingue ϕ_2 e W .

en. meccanica → en. termica (100%)
 " " meccanica (100%)

en. termica → en. termica (100%)
 " " meccanica (forare)

5 flussi meccanici sono + preziosi!

EXERGIA: frazione di energia convertibile in energia meccanica, mediante una macchina perfetta

7 incognite, Equazioni \Rightarrow SISTEMA SOTTOCONVINATO

\Rightarrow 3 m° adimensionali

$h_4 = h_0$ vengono espressi in funzione di h_1, h_2, h_3

$\Pi_1 \rightarrow$ Nusselt

$$\frac{h_0 d}{\lambda}$$

$\Pi_2 \rightarrow$ Reynolds

$$\frac{w d \rho}{\mu}$$

$\Pi_3 \rightarrow$ Prandtl

$$\frac{c_p \mu}{\lambda}$$

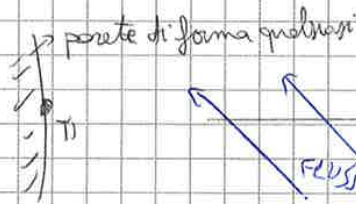
Tutti i numeri adimensionali si possono esprimere come rapporti

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda/d}$$

\rightarrow trasmittanza convettiva
 \rightarrow trasmittanza conduttiva

tipicamente vede la FORMULA DI NEWTON:

$$q_e = \alpha (T_1 - T_2) \quad \text{CONVESSIONE}$$

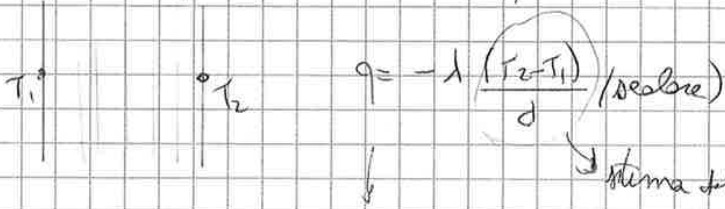


T_1 : parete
 T_2 : situazione di flusso indisturbato (all'infinito)

Leg. di Fourier: CONDUZIONE

$$q_e = -\lambda \nabla T \text{ (vettoriale)}$$

\rightarrow All'interno di un corpo



T_1 e T_2 li sceglie in tenendo conto che sono a distanza d .

$$q = \left(\frac{\lambda}{d} \right) (T_1 - T_2)$$

\downarrow stima del gradiente

$Nu = \frac{\alpha}{h_0} = \frac{q_e}{q}$ \rightarrow Possa interpretare Nusselt come il rapporto del flusso convettivo sul flusso conduttivo (reale).

(Rapporto di trasmittanze, o conduttanza di flussi).

25/03/15
 les. 7

Ricapitolando le eq. di Navier-Stokes-Fourier:

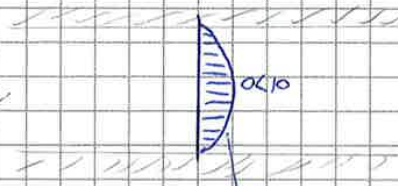
il sistema di equazioni è di conservazione, a meno dell'unico termine sorgente ρa .

Per riuscire a risolverle è necessario fornire le equazioni costitutive (\underline{T} , q).

$$\underline{T} = \rho \underline{v} \dots$$

↳ segno positivo

es. 2 piastre in cui scorre



Parabolica soluzione matematica, ma intorno a quest profilo sono auro dell perturbazione

Se la soluzione è stabile, questa variazione si appiana

Prendo una soluzione analitica, si aggiunge una pertubazione e se ne osserva il comportamento.

Le grandezze conservate sono molto utili per verificare, ma non come info ingegneristica.

Es. Per valutare un software, posso verificare la conservazione di flussi, per capire se il software è buono.

Per caratterizzare le macchine, l'en. totale non è molto utile.

Valutiamo altre forme di energia non conservate:

ENERGIA CINETICA

$$e_m = \rho_k + \rho_p$$

~~$\rho_k(t)$~~ Non la immagino dipendente in maniera esplicita dal tempo

$a = -\nabla p$ e la posso collegare al vettore dell'accelerazione esterna

$$[m/s^2] = [1/m] [m^2/s^2]$$

$$[N/kg] = \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right] \frac{m}{kg}$$

$$e_k = \frac{1}{2} u^2 \quad (\text{è già per unità di massa})$$

Stiamo cercando un'equazione che mi dica la variazione nel tempo di e_k (eubria):

$$\frac{\partial (\rho e_k)}{\partial t} + \dots$$

Scrivendo l'equazione della quantità di moto, devo moltiplicare l'eq sulla velocità (Q.M.) per u scalarmemente.

$$\frac{\partial (\rho u^2)}{\partial t} + \dots$$

Partiamo dalla forma lagrangiana: $\left(\rho \frac{D u}{D t} = -\nabla p + \rho a \right) \quad (1)$

Cerca di rimuovere la parte potenziale \Rightarrow

$\Rightarrow \alpha = -\nabla \varphi$ sposti ρ a μ a \mathbf{x} i

$\rho \frac{D\mathbf{x}}{Dt} + \rho \mu \cdot \nabla \varphi = -(\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{\mu}$ Abbiamo assunto ρ non dipendenti del tempo

$\rho \frac{D\mathbf{x}}{Dt} + \rho \frac{D\varphi}{Dt} + \rho \mu \cdot \nabla \varphi = -(\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{\mu}$

$\left(\rho \frac{D\varphi}{Dt} + \rho \mu \cdot \nabla \varphi \right) = \rho \frac{D\varphi}{Dt}$

$\rho \frac{D\mathbf{x}_m}{Dt} = -(\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{\mu}$

\rightarrow Ho un campo di moti, inseguo una porzione di materia e vedo quaderre come cambia l' \mathbf{x}_m .

\rightarrow Sono gli stessi componenti di quando studio l'energia totale, ma stavolta $\underline{\mu}$ è fuori dalla divergenza.

Considerando un caso isotermo, $\nabla T = 0 \Rightarrow$ non ci sarà lavoro \Rightarrow resta la differenza.

Stavolta faccio la divergenza del tensore degli sforzi, e poi lo proietto.

$(\nabla \cdot \underline{\Pi}) \cdot \underline{\mu}$ non è un flusso, è solo una componente del bilancio di flusso

vettore vettore

Per capire cosa c'è di nuovo, cerco analizzare la parte nuova:

$\frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j} \mu_i = \frac{\partial (\Pi_{ij} \mu_i)}{\partial x_j} - \Pi_{ij} \frac{\partial \mu_i}{\partial x_j} =$

$= \nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{\mu}) - \underline{\Pi} : \nabla \underline{\mu}$

prodotto di saturazione termine nuovo

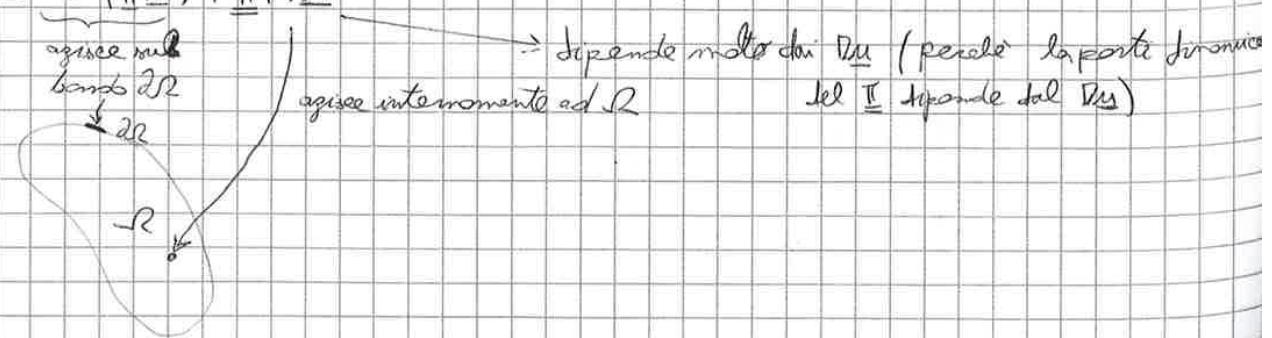
$\Pi_{ij} \mu_i$ assomiglia al prodotto matrice per colonna, ma vorrei avere μ_j .
In questo caso $\underline{\Pi}$ è simmetrico, quindi basta invertire gli indici

oss $\Pi_{ij} = \Pi_{ji}$ sym!

$\Pi_{ij} \mu_i$ prodotto scalare tra il tensore e il vettore

$\rho \frac{D\mathbf{x}_m}{Dt} = -\nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{\mu}) + \underline{\Pi} : \nabla \underline{\mu}$

$\nabla \cdot (\underline{\Pi} \cdot \underline{\mu})$ è un flusso
 $\underline{\Pi} : \nabla \underline{\mu}$ tutto ciò che non è riconducibile al bordo
agisce sul bordo ∂R
agisce internamente ad R



ENTALPIA → si ricava dall'equazione dell'energia interna

Dai concetti precedenti: $h = u + pv$

con la notazione simbolica: $h = e_1 + p \frac{1}{\rho}$

Specificazione sempre:

dh : euleriano

dh : lagrangiano

Se la relazione $h = e_1 + p \frac{1}{\rho}$ è universale, deve valere per ogni sistema di riferimento ⇒ dh lagrangiano

↓

⇐

$$dh = de_1 + dp \frac{1}{\rho} + p d \frac{1}{\rho}$$

$$dh = de_1 + \frac{1}{\rho} dp - \frac{1}{\rho^2} p d\rho$$

Moltiplico tutto per ρ :

$$\rho dh = \rho de_1 + dp - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

dalla relazione sull'energia interna:

$$\rho \frac{de_1}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \Pi : \nabla \mathbf{u}$$

$$\rightarrow \text{scorporo } \Pi = p \mathbb{I} - \underline{\underline{\Pi}}_0$$

$$\rho dh = -\nabla q - \underline{\underline{p \mathbb{I}}} : \nabla \mathbf{u} + \underline{\underline{\Pi}}_0 : \nabla \mathbf{u} + dp - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

devo lavorare su questi 2

$$-p \mathbb{I} : \nabla \mathbf{u} = \text{la matrice identità ha termine 1 solo sulla diagonale} \Rightarrow \delta_{ij}$$

$$= -p \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = -p \nabla \cdot \mathbf{u}$$

solo solo i termini sulla diagonale

$$\left(\frac{dp}{dt} + p \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (10) \right)$$

$$= -p \left(-\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) = \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

→ il primo termine è uguale al secondo cambiato di segno

↓
SI CANCELLANO!

CONSIGLIO: Se nell'equazione troviamo $\frac{dp}{dt}$ → entalpia

Esprimiamo $\nabla \cdot \underline{u}$ con $-\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$

$$(55) \quad \rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{\rho}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} - \nabla \cdot \underline{q} + \underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u}$$

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{D\rho}{Dt} - \rho \cdot g + \underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u}$$

Certi termini sono presenti dappertutto.

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{q} + \underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u}$$

L'entropia ha nella sua struttura:

- trasporto termico: $\nabla \cdot \underline{q}$ e' legato alla diffusivita' (α) $\rightarrow \rho c = \frac{\rho}{\alpha}$
- " meccanico: $\underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u}$ e' legato a ν

Case precedenti: $ds = \frac{\delta q}{T} + \delta_{ir}$

Dividiamo per la T:

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -\frac{1}{T} \nabla \cdot \underline{q} + \frac{1}{T} \underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u} \quad \text{non abbiamo piu' un flusso (T e' fuori)}$$

$$\frac{1}{T} \nabla \cdot \underline{q} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \underline{q} \right) - \underline{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right)$$

e' un flusso entropico

Sostituisco:

$$\rho \frac{Ds}{Dt} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \underline{q} \right) = \underline{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{1}{T} \underline{\Pi}_v : \nabla \underline{u}$$

fl. meccanico - gradiente di qualcosa

fl. meccanico - gradiente di qualcosa

$$ds - \frac{\delta q}{T} = \delta_{ir} \geq 0 \quad \text{generazione di entropia}$$

- 1) Se ho un fenomeno con tanti fenomeni di trasporto, la produzione di entropia e' la somma di vari fenomeni.
- 2) I singoli termini dipendono da gradienti; sono tutti positivi perché sono gradienti al quadrato.
- 3) Quando si parla di trasformazioni reversibili, intendo che passa da stati di equilibrio, cioè infinitamente lenta \rightarrow per evitare i gradienti.

Se ci sono i gradienti devo utilizzare la termodinamica dei continui.

DTMS Method ΔT method logarithmic

Tutti questi metodi partono dallo scambiatore tubi-in-tubi.

è molto dimensionale

Sceglia tra scambiatori compatti e non compatti

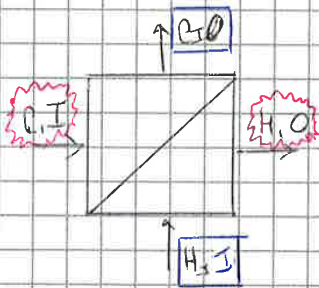
$$\frac{600 \text{ m}^2 \text{ area tot scambiatore termico}}{1 \text{ m}^3 \text{ di volume}}$$

l'area di esposizione cambia il flusso con T + vicina alla temperatura ambiente



la configurazione contraria è migliore basta vedere il flusso termico in una e nell'altra (equivalente) e vedere che è migliore

Lo scambiatore è un quadrupolo:



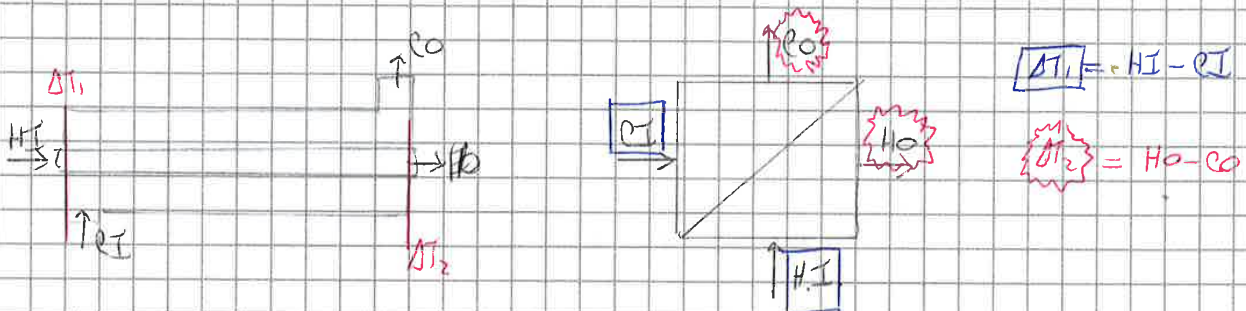
la differenza di temperatura la si intende sempre

$x=0$ e $x=L$:

In generale, $\Delta T_1 = H.I. - C.O.$

$\Delta T_2 = H.O. - C.I.$

In equivalente



Per tutti gli altri scambiatori, bisognerà specificare in che modo è stato definito ΔT .

Nel caso abbiamo a che fare con geometrie diverse usiamo un fattore di correzione, il **fattore di temperatura**

tipicamente si definisce come il rapporto

$$F_T = \frac{\text{flusso scambiato}}{\text{fl. che scambierebbe in controcorrente nelle medesime condizioni}}$$

C_{min} capacità termica specifica portata
 $c [J/KgK]$

$$\left. \begin{array}{l} (c_p) \cdot G_H \\ (c_p) \cdot G_c \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_{min} \\ C_{max} \end{array} \text{ delle } (T_{hi} - T_{ci}) \text{ differenzia tra le } T \text{ d'ingresso}$$

Ce ne sono di diversi tipi, con diverse formule per ϵ .

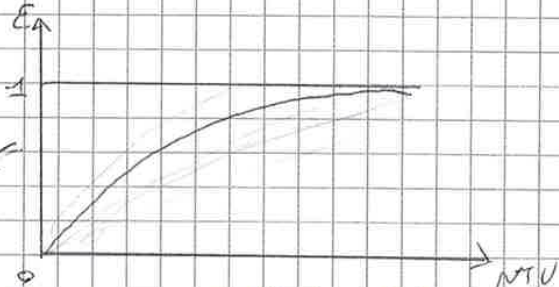
$NTU = \frac{UA}{C_{min}}$ → cambia a seconda delle condizioni operative

Se $\frac{C_{min}}{C_{max}}$ va a ϕ , tutte le forme si convertono in: $\boxed{\epsilon = 1 - \exp(-NTU)}$ **MAXIMUM**

↓
 stesse prestazioni tra equicorrente e controcorrente ($T_{m1} = T_{m2}$ passaggio di fase)

Se $\frac{C_{min}}{C_{max}} \rightarrow 1$, l'equicorrente satura al 50%, l'altro va comunque a 1

← i flussi dei 2 corpi partono insieme ma per poi separarsi.



VANTAGGIO dell'equicorrente:

Se entro con il fluido caldo con una certa temperatura e con il fluido freddo con una certa T , non ci sarà un punto in cui il fluido freddo supera la T del corrispondente fluido caldo, come di poi passa.

↓
 SFRIDICO l'efficienza, ma tengo sotto controllo la temperatura.

Nella presentazione ci sono una serie di esempi

Posso distinguere i fenomeni attraverso intervalli dei Ma dimensionali.

$$\left. \begin{aligned} p &= p(Ma) \\ u &= u(Ma) \\ \rho &= \rho(Ma) \end{aligned} \right\}$$

Se Ma è nelle equazioni, allora anche la soluzione contiene Ma .

Data la dipendenza esplicita delle equazioni dal numero di Mach come faccio a ricavare la dipendenza della soluzione dal " " "

Rispetto ai gradienti spaziali:



se aumento la portata, aumentano le masse in cavit

Il meccanismo con cui avviene questo è estremamente rapido (propagazione dell'inf.)

Il fluido si comporta come **incompressibile**.

Cio che determina il comportamento è la velocità di propagazione dell'informazione

regolazione dell'uscita sull'ingresso.

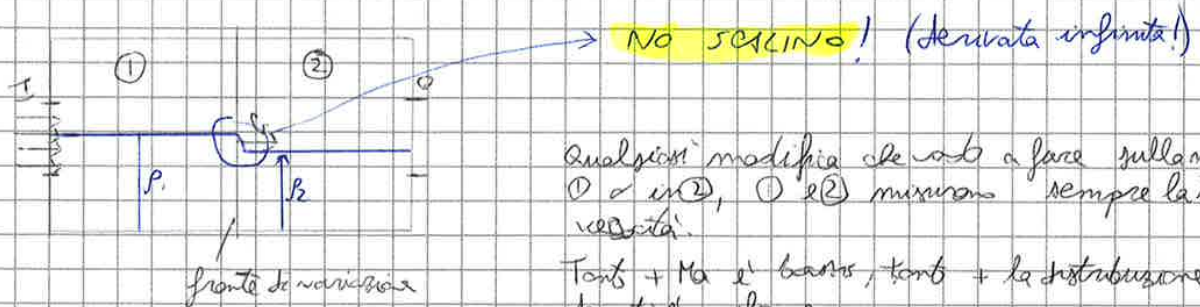
Il modello matematico può approssimare la velocità di propagazione a infinito. Ha senso confrontare la velocità del fenomeno con quella del suono.

$$Ma = \frac{u}{c}$$

Se la velocità del suono (propagazione dell'informazione) confronta la u , può essere come variabile u in ingresso.

Le conseguenze:

H_p del flusso lento rispetto alla propagazione dell'informazione



Qualsiasi modifica che vuoi a fare sulla massa: ① e in ②, ① e ② misurano sempre la stessa velocità. $T_{amb} + Ma$ è basso, $T_{amb} +$ la distribuzione di densità è uniforme

Ho una soluzione del tipo:

$$p = p_0 + O(Ma^2)$$

O mi dice che è dello stesso ordine dell'argomento

Nel limite incompressibile la densità è costante? NO, ma la densità rispetto alla costante è molto piccola.

$$\frac{1}{T} \nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \mathbf{q} \right) - \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right)$$

$$Y_1 \frac{\partial Y_2}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} (Y_1 Y_2) - Y_2 \frac{\partial Y_1}{\partial X}$$

↓
 voglio ricordarmi come flusso entropico (W/m²K)

$$\rho \frac{Ds}{Dt} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \mathbf{q} \right) = \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{\mu}{T} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) : \nabla \mathbf{u}$$

$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ (Fourier) anche questo termine ha il ∇T 2 volte.

Al primo membro ho tutto ciò che è flusso.

Torno all'espressione complessiva in forma ^{substantiva} ~~lagrangiana~~:

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \mathbf{u} + \frac{1}{T} \mathbf{q}) = \sigma \geq 0 \quad \rightarrow \text{nel punto } P \text{ generico}$$

σ dovrebbe avere tutti i termini necessari per predire punto per punto la produzione di entropia.

$$\sigma = \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{\mu}{T} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) : \nabla \mathbf{u}$$

↓
 è sempre positiva

$$\int_{IP+dt} dS - \frac{dQ}{T} = dS_{irr} \geq 0$$

↓
 lavoro di entropia incluso i flussi entropici, è un integrale su Ω (dir)

$$\int_{\Omega} \sigma dV = \sum_{IP+dt} dS_{irr} \geq 0$$

↓
 Noi ora lo facciamo punto per punto

Come sono fatti i singoli termini?

$$\sigma_T = \mathbf{q} \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \geq 0 ?$$

$$\sigma_T = -\lambda \nabla T \cdot \left(-\frac{\nabla T}{T^2} \right) = \frac{\lambda}{T^2} \nabla T \cdot \nabla T = \frac{\lambda}{T^2} (\nabla T)^2 \geq 0 \rightarrow \text{Nei sistemi reversibili } \sigma_T = 0 \text{ (assenza di gradienti)}$$

$$\sigma_T = \frac{\lambda}{T^2} (\nabla T)^2 \geq 0$$

↓
 Per vincere un gradiente devo compiere uno sforzo maggiore.

$$\sigma_u = \frac{\mu}{T} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) : \nabla \mathbf{u}$$

$$\nabla \mathbf{u} = \nabla^S \mathbf{u} + \nabla^A \mathbf{u}$$

∇^S : simmetrico
 ∇^A : antisimmetrico

$$\nabla^S \mathbf{u} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$$

$$\nabla^A \mathbf{u} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} - \nabla \mathbf{u}^T)$$

↓
 se lo sommo, $\nabla \mathbf{u}$ compare 2 volte, $\frac{1}{2} 2 \nabla \mathbf{u} = \nabla \mathbf{u}$
 $\nabla \mathbf{u}^T$ sparisce

↓
 $(\nabla^A \mathbf{u})^T = -\nabla^A \mathbf{u}$ Il tracciato di un antisimmetrico è uguale a - se stesso.

Come si ricorre l'eq. nel caso dell'entalpia?

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot q = 0$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot q \quad \frac{\partial h}{\partial t} = c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-\lambda \nabla T)$$

$\lambda = \text{cost}$ (assunzione) (se ho una parete multistrato posso fare tante eq. con diversi parametri di strati a strati).

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \rightarrow \text{DOMANDA FREQUENTE}$$

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

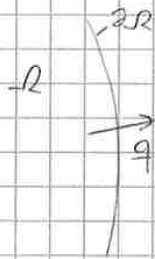
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

eq. della conduzione in solido nel caso limite di materiali omogenei.

$$\text{dove } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{[W/mK]}{[kg/m^3][J/kgK]} = [m^2/s]$$

Sul bordo:

è un'equazione parabolica



$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

[W/mK]

$$\left(h = \frac{q}{\alpha} \rightarrow m^2/s \right)$$

è meglio vedere un flusso q sul bordo, per passare da K/m (PT) al flusso (W/m²) moltiplicare la conducibilità termica λ .

I nostri problemi dipendono da α (in R) e da λ (al bordo ∂R)

Eq. PARABOLICA: da ogni equazione alle derivate parziali ricorre un polinomio caratteristico \rightarrow nel nostro caso è al secondo grado, e alle eq. paraboliche è associato un polinomio aventi radici paraboliche.

LIMITE: Tutte le eq. paraboliche prevedono una propagazione dell'informazione con velocità infinita.

\rightarrow la genera Fourier (q è legato linearmente a ∇T)

Per risaldamenti su scala microscopica \rightarrow eq. di Cattaneo

\downarrow
iperbolica \rightarrow fronte di propagazione con velocità finita

Tutti gli sistemi numerici hanno velocità di propagazione infinita.

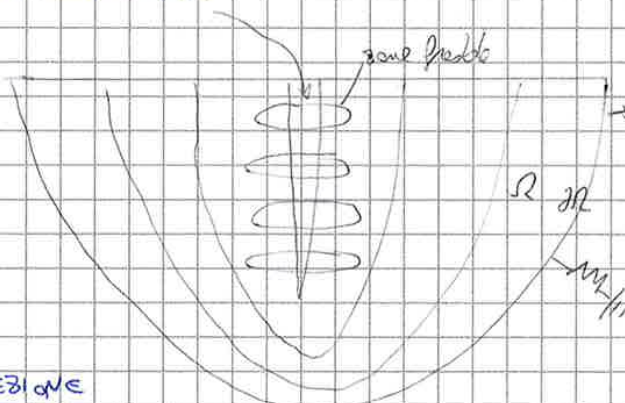
$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial m} = \frac{1}{r} (T_B - T_\infty)$$

T_∞ fuori da R

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{1}{\lambda r} (T_B - T_\infty) = \frac{1}{\lambda r} (T_\infty - T_B)$$

r : fuori da R
 λ : dentro R (conduttività del solido)

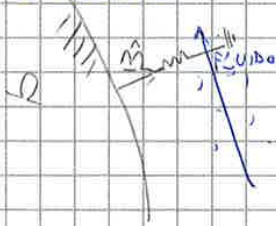
ES. SOMMA GEOTERMICA



→ l'impronta termica, allontanandosi tende a diventare una semisfera.

Non si deve mettere la semisfera (alta del dominio)

ES CONVEZIONE



$\frac{1}{r} = h$: coeff. convettivo di scambio termico di tutto ciò che sta fuori da R .

es. metallo in R , acqua fuori

↳ non la conduttività dell'acqua

$$\frac{\partial T}{\partial m} = \frac{h(T_\infty - T_B)}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda} \right) (T_\infty - T_B)$$

Nella condizione di Robin → uso la cond. del metallo

lunghezza caratteristica

NUMERO Nusselt : ricorda Nusselt, ma in questi casi h fa riferimento all'acqua, ma λ fa riferimento al solido.

Efficienza alette:

$$\eta = \frac{\text{tonh}(mb)}{mb}$$

Confronto l'aletta con la migliore possibile ^{max}

Tutte dovrebbero essere alla stessa temperatura della radice dell'aletta.

η : rapporto fra il flusso che attraversa l'aletta, con il flusso che attraverserebbe l'aletta se era fosse a T istantaneamente la radice.

Alette troppo lunghe manifestano tutta l'area aggiunta: si perde sia economicamente che energeticamente.

b: lunghezza e dimensione caratteristica

$m = \left[\frac{1}{L} \right]$ legato alla conducibilità termica del materiale e alla convezione

Se $m \uparrow \Rightarrow \downarrow$ qualità aletta. Non deve nel conduttore poco (plastica) nel caso contrario;

$$m^2 = \frac{hP}{KA}$$

Considero la Σ dello scambiatore più quella delle alette moltiplicata per la loro efficienza

grafici: se $\uparrow N \Rightarrow \downarrow L$ scambiatore ($\downarrow \Delta T$ e $\downarrow U_c \Rightarrow$ migliore Φ)
 $\uparrow U_c$

$$\Phi = F_c U_c (LMTD)$$

Se migliora U_c a pari $\Phi \Rightarrow \downarrow LMTD \Rightarrow \downarrow \Delta T$ migliore

Ma per la movimentazione dei fluidi:

Se $\uparrow N \Rightarrow \uparrow P$ pumping in quanto $\Phi = A_c \cdot p \cdot \dot{m} \Rightarrow \Delta T \uparrow \Rightarrow \sigma_c \uparrow$
area di passaggio

Come reagiamo?

Shell and Tube heat exchanger: misurano dei baffles (disfronimi)

\downarrow è usato per gas o bifase (+ facile da pulire); il fluido viene forzato nei baffles, che sono a rotazione circolare.

F_c è anche presente per questo tipo di scambiatore

Si usano parametri a 6 temperature.

I tubi vengono incontrati dal fluido in maniera trasversale; la config. influenza il flusso

Metodo di calcolo: i "j" tengono conto dei flussi nei disfronimi all'esterno del layer tubiero.

$$\eta_j = 0,6 \text{ leakages}$$

Immaginateci alcune grandezze INTEGRALI:

$$\int_{\Omega} \{q\} dV$$

oppure

$$\int_{\partial\Omega} \{q\} dS$$

Si prende il vettore delle soluzioni, e con esso bisogna riuscire a costruire delle grandezze ingegneristiche (flussi, portate, ecc...)

Nella risoluzione iterativa non lo subiti i risultati alla prima iterazione (ad es un flusso), che viene aggiornato periodicamente.

Integriamo sul volume di controllo Ω :

$$\sum_{j=0}^M \Phi_j - W_4^* = \frac{d}{dt} (U + E_k + E_p)_{ev} + \sum_{i=0}^N G_i (h + e_k + e_p)_i \quad (2)$$

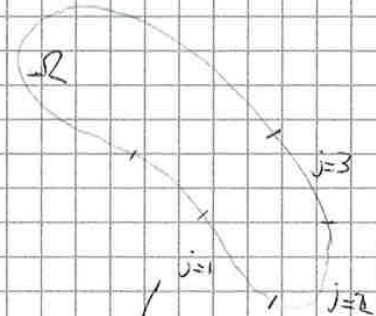
Devo trovare la compressibilità (1) e (2):

$$\nabla \cdot (-q) \in P \in \Omega$$

• Applico il th. di Gauss ai controlli:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (-q) dV = - \int_{\partial\Omega} q \cdot \hat{n} dS = \sum_{j=0}^M \int_{\partial\Omega_j} (-q) \cdot \hat{n} dS$$

$$\partial\Omega = \bigcup_{j=0}^M \partial\Omega_j$$



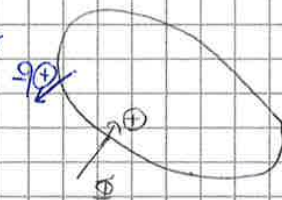
Al bordo di Ω abbiamo zone isolate, zone lambite da un fluido, ecc...
ZONE INGEGNERISTICAMENTE DIVERSE

$$\Phi_j = \int_{\partial\Omega_j} (-q) \cdot \hat{n} dS$$

oss.

Nel caso precedente,

Nel caso attuale



$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (-q) dV = \sum_{j=0}^M \Phi_j$$

primo termine

(1)

(2)

il secondo con la CFD

$$\int_{\mathcal{R}} \nabla \cdot (\rho(h+e_k+e_p) \cdot \underline{u}) dV = \sum_{i=0}^N \int_{\mathcal{R}_i} (h+e_k+e_p) d\mathcal{G}$$

Se ho un calcolo (C) posso fare questo.

Ogni dG è moltiplicato per la sua energia.

Se non ho il profilo come faccio? considero il valore medio della sezione:

$$(h+e_k+e_p)_i = \frac{\int_{\mathcal{R}_i} (h+e_k+e_p) d\mathcal{G}}{\int_{\mathcal{R}_i} d\mathcal{G}}$$

$$\int_{\mathcal{R}} \nabla \cdot (\rho(h+e_k+e_p) \cdot \underline{u}) dV = \sum_{i=0}^N (h+e_k+e_p)_i \mathcal{G}_i$$

oss.

Per i sistemi deformabili, si fa come potenza meccanica al netto rispetto alla potenza di deformazione.

II PTD

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \underline{q} \right) + \sigma_\alpha + \sigma_\beta = \frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \underline{u})$$

$-\underline{q}$ il flusso termico entrante
 $-\frac{\underline{q}}{T}$ è " " entropico "

$\frac{1}{T}$ a base temperatura è importante fl. termico o base T
 grande fl. entropico

σ_α
 σ_β termini di produzione di entropia

$\sum_{\text{int}} \int_{\mathcal{R}} (\sigma_\alpha + \sigma_\beta) dV$
 → integrale sul volume dei termini di produzione di entropia

Integriamo il flusso entropico:

$\left(\frac{ds}{dt} \right)$ variazione di entropia nel volume di controllo

$$\int_{\mathcal{R}} \nabla \cdot \left(\frac{-\underline{q}}{T} \right) dV = \int_{\mathcal{R}} \frac{1}{T} (-\underline{q}) \cdot \hat{n} dS =$$

→ quale temperatura?? (sistema a termostato)

$$= \sum_{i=0}^N \int_{\mathcal{R}_j} \frac{1}{T} (-\underline{q}) \cdot \hat{n} dS$$

DEFINIZIONE DI T_j SUL BORDO LESIMO \mathcal{R}_j (Una la suddivisione j)

$$\frac{1}{T_j} = \frac{\int_{\mathcal{R}_j} \frac{1}{T} (-\underline{q}) \cdot \hat{n} dS}{\int_{\mathcal{R}_j} (-\underline{q}) \cdot \hat{n} dS}$$

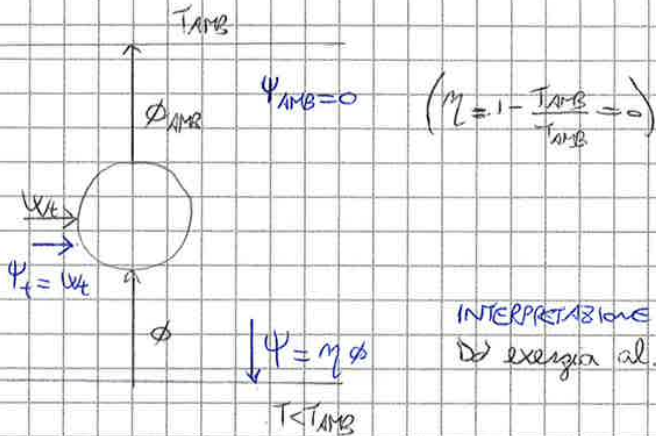
è una media (il peso in questo caso è il flusso termico)

Possiamo definire un **flusso d'energia** Ψ :

$\Psi = \eta \phi$ Se $\eta \geq 0$ ϕ e Ψ sono concordi

Se $\eta < 0$ ϕ e Ψ " discordi

ES. APPARATO: FRIGERIFERO (macchina a ciclo inverso)



INTERPRETAZIONE

Da energia al sistema \Rightarrow sto dando energia al vano controllato

$$\Psi = |\phi| \left| 1 - \frac{T_{AMB}}{T} \right| = |\phi| \left(\frac{T_{AMB}}{T} - 1 \right)$$

$COP = \frac{\phi}{W_4} = \frac{\phi_{AMB} - W_4}{W_4} = \frac{\phi_{AMB}}{W_4} - 1$ **Coefficient of performance**

$$COP = \frac{\phi}{\phi_{AMB} - \phi} = \frac{1}{\frac{\phi_{AMB}}{\phi} - 1} = \frac{1}{\frac{T_{AMB}}{T} - 1}$$

$$\left(\frac{T_{AMB}}{T} - 1 \right) = \frac{1}{COP} = |\eta|$$

qui cosa in disequilibrio con la biosfera e' una **RSORSA**

Però portare un sistema in equilibrio verso la biosfera estrando energia.

IPTS - T_{amb} IPTS (per far comparire η):

$$\sum_{j=0}^M \phi_j + \dots \quad \text{IPTS}$$

$$\sum_{j=0}^M \frac{\phi_j}{T_j} + \dots \quad \text{IPTS}$$

$$\sum \left(1 - \frac{T_{amb}}{T_j} \right) \phi_j + \dots$$

$\eta_j \cdot \phi_j = \Psi_j \Rightarrow \sum_{j=0}^M \Psi_j - W_4 \rightarrow$ Tot. disponibilità meccanica del sistema

$$\sum_j^{in} G_j b_j - \sum_k^{out} G_k b_k = \text{confluisce nel v. di R.}$$

La somma dei 3 termini a destra $-T_0 \sum \dot{Q}_R$ (2)

quindi (1)-(2) = $\frac{d(E - T_0 S)}{dt}$ **Bilancio exergetico**

L'exergia può essere rappresentata da un diagramma a freccia; servono a partire dalle risorse primarie.

EXAMPLE 1

N.B. prima energia e poi exergia
1st step

Da entalpia ad entropia posso calcolare exergia; per il gas perfetto ho funzioni analitiche per entrambi, mentre per vapori ho i diagrammi.

Energy = $h - T_0 s$, essa è anche funzione delle condizioni ambiente non essendo un'area.

È funzione della distanza dal punto di equilibrio.

EFFICIENZA EXERGETICA = $\frac{\text{Effetto utile exergetico}}{\text{Spesa exergetica}}$ → **conservazione del componente**
Non è chiaro e misuro

Abbiamo quindi un certo grado di arbitrarietà.

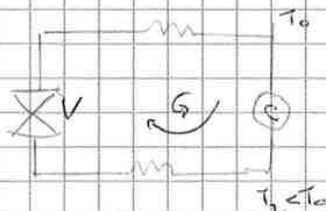
Es. var. vol. non ha proprio un'efficienza.

Il 1° approccio non è così soggettivo.

In flusso → $h - h_0 - T_0 (s - s_0)$
cond. di riferimento

Circa dei problemi in impianti multifluidi, con calcoli di energia misti.

EXAMPLE 2 refrigeratore



oss. È importante preservare il livello di temperatura alla sorgente. Ciò migliora il **rateo exergetico ottenibile**.

22/04/15

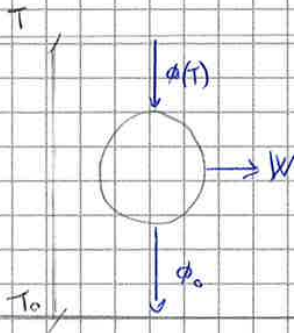
les. 13

ESERCIZIO: a livello d'impianti, decidiamo di qualificare i flussi più "preziosi".

Vediamo la quota parte di energia convertibile in meccanica ← EN. MECCANICA (o POTENZA MECCANICA)

CRITERIO DI IMPORTANZA → per non confondersi, usiamo il termine **exergia**.

Partiamo da un sistema:



Giunto la ΔT fra T e T_0 (ambiente) usano un motore di Carnot, che nelle condizioni ideali, privo di irreversibilità, ha $\eta < 1$.

oss.

⊙ **IRREVERSIBILITÀ:** qualsiasi effetto dovuto a gradienti

Noi pensiamo subito ai gradienti dovuti alla velocità. Ma si devono includere ed omettere quelli legati a T .

Non esistono dispositivi senza gradienti, perché ci servono per trasferire energia in tempo finito.

⊙ la macchina di Carnot ha $\eta < 1$ anche senza attriti, perché la ΔT si trova all'esterno della macchina, tra il flusso che entra e quello che esce dalla macchina.

$$\frac{W}{Q(T)} = \eta_c = 1 - \frac{T_0}{T}$$

$$W = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) = Ex \text{ exergia}$$

$$EXERGIA_{termica} = \underbrace{Q}_{IPTD} - T_0 \left(\underbrace{\frac{Q}{T}}_{IPTD \text{ (flusso entropico)}} \right) \Rightarrow EXERGIA = IPTD - T_0 (IPTD)$$

Se combiniamo le equazioni differenziali, si possono vedere tutti i termini brevemente.

$$\text{PRODUZIONE di entropia } IPTD > 0 \Rightarrow \text{DISTRIBUZIONE di EXERGIA } \leq 0 = -IPTD$$

Andiamo a reverse il IPTD:

$$\text{I)} \sum_j \dot{Q}_j - \dot{W}_k = \frac{d}{dt} (U + EK + EP + p_0 V) + \sum_i \dot{G}_i (R + EK + EP)_i$$

$$\text{II)} \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_i IRR = \frac{dS}{dt} + \sum_i \dot{G}_i s_i$$

$$\sum_i \dot{Q}_i \eta_j \quad \text{dove } \eta_j = 1 - \frac{T_0}{T_j} \geq 0 \text{ fattore di Carnot}$$

$$\sum_j \dot{Q}_j - \dot{W}_t = \frac{d}{dt} (A + E_{int}) + \sum_i \dot{Q}_i (b + E_{int})_i + \dot{Q}_{IRR}$$

ENERGIA

ACUMULATA: $A_0 = 0$ nelle cond. ambiente (T_0, p_0)

TRASPORTATA: $b_0 = 0$

Equivalentemente, possiamo vedere le cose dal punto di vista della potenza meccanica:

$$\dot{W}_t = - \frac{d}{dt} (A + E_{int}) + \sum_{j=0}^n \dot{Q}_j = \sum_{k=0}^n \dot{Q}_k (b_k) - \dot{Q}_{IRR}$$

Se l'accumulo diminuisce nel tempo, lo stesso è disponibile.

Sanno la quota parte di flussi termici convertibili.

- \dot{Q}_i , è la portata che gli altri danno a me

La IRREVERSIBILITÀ erode la potenza meccanica disponibile all'albero.

Tutti i gradienti erodono la potenza meccanica.

Qual è il miglior motore possibile? $\dot{Q}_{IRR} = 0$

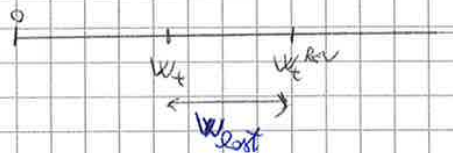
max \dot{W}_t

$$\dot{W}_t = \dot{W}_t^{rev} - \dot{W}_{lost}$$

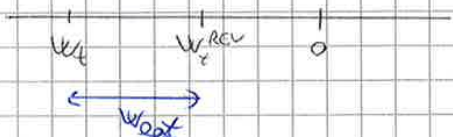
max \dot{W} senza irreversibilità!

$$\dot{W}_{lost} = \dot{Q}_{IRR} = T_0 \int \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) d\dot{Q} \geq 0$$

HEAT ENGINES (motore)



REFRIGERATORS



$$dA = m c dt - \frac{T_0}{T} m c dt$$

Dividendo per $m c T_0$:

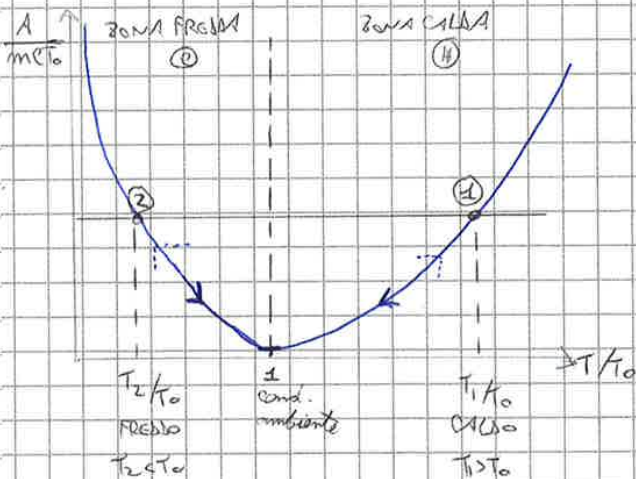
$$\frac{1}{m c T_0} dA = \frac{dT}{T_0} - \frac{dT}{T} \quad (T > T_0)$$

Integro:

$$\frac{1}{m c T_0} \int dA = \frac{1}{T_0} \int_{T_0}^T dt - \int_{T_0}^T \frac{dT}{T}$$

$$\frac{A - A_0}{m c T_0} = \frac{1}{T_0} (T - T_0) - \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \Rightarrow \frac{A}{m c T_0} = \frac{T}{T_0} - 1 - \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad \text{energia accumulata}$$

$A(t), A_0 = A(T_0) = 0$



$$\lim_{\frac{T}{T_0} \rightarrow 0} \frac{A}{m c T_0} = 0 - 1 - \ln(0) = +\infty$$

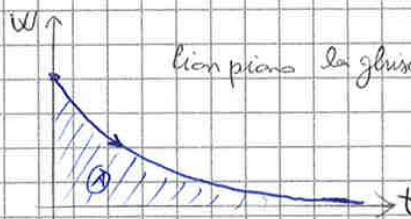
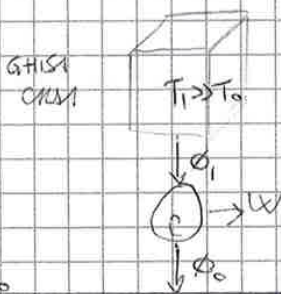
$$\lim_{\frac{T}{T_0} \rightarrow \infty} \frac{A}{m c T_0} = \infty - 1 - \ln(\infty) = \infty - \infty = +\infty \quad (\text{ma } \ln \text{ è } \log)$$

$A \geq 0$ SEMPRE POSITIVA

es. prendo una certa A positiva \Rightarrow coperto di produrre en. meccanica nel V.C.

es. Blocco di GHISIA CALDO \rightarrow posso estrarre en. meccanica con un motore

1



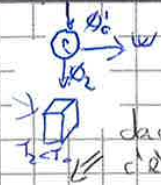
non piano la ghisa si raffredda, e W diminuisce.

A è l'area del diagramma

Posso anche partire dalle cond. ambiente.

Prendo il blocco di ghisa con una pompa di calore:

es 2) Blocco di GHISIA FREDDO



da quale parte c'è energia meccanica

OSS

La cumatona non è simmetrica rispetto a 1
La cinghia è + difficile.

MOTORE A GHISIA (T_0 e + alt di T_2) \Rightarrow è lo stesso di prima, ma lavora su 2 temperature più basse

- due
 1) INLET
 2) OUTLET

correggere $\ominus \ln \frac{P_2}{P_1}$

Caso generico: GAS MIXTURE: ci interessa combinare la pressione parziale del componente.

Parti da $y_1 p_0$ a $y_2 p_0$, con una macchina che cerca di estrarre energia.

Come succede anche per Tep, queste concentrazioni sono diverse in diversi punti dell'atmosfera.



$T_1 = T_2 = T_0$

$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = -R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = R \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$
PARTESA
 ARRIVO

- Se ho 1: $y_1 p_0$
 2: $y_2 p_0$

$\Rightarrow \bar{s}_2 - \bar{s}_1 = R \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right)$

$\frac{W/t}{\dot{m}} = (\bar{s}_2 - \bar{s}_1) T_0 = \frac{ex}{energia} = R T_0 \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right) =$

Nel caso in cui parto da una condizione generica

- y_1 : INGRESSO
 y_2 : USCITA

$ex = R T_0 \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \right)$

energia del singolo componente

Per la miscela:

$\bar{ex}_{mix} = \frac{\sum_i m_i ex_i}{\sum_i m_i} = \sum_i y_i ex_i = \sum_i y_i R T_0 \ln \left(\frac{y_i}{y_i^e} \right)$ (y_i equilibrio)

Teniamo conto automaticamente di tutte le specie chimiche

Se c'è solo il ln, sto parlando di una specie di come influenza l'energia.

" " sia $\ln(x y)$ ($y \cdot \ln()$) mi sto riferendo ad una miscela.

Se il combustibile ricomincia, non lo devo tenere conto della sua energia (o esopelle 'metà' $y \cdot \ln()$ media ponderata)

Se usiamo R , costante universale, avremo l'ch molare.

oss.

NON DIMENTICARE $y_i!$ $y \ln \left(\frac{y_i}{y_i^e} \right)$ per le miscele

Nella combustione, l'energia peggiora un po' se c'è zolfo nel combustibile (devo toglierlo).

TURBOLENZA

pag. 192

29/04/15
20.15

DEF. di Leonard da Vinci

C'è un vortice principale, seguito da tanti vortici di differente dimensione, ma soprattutto i vortici + piccoli nascono da quelli immediatamente più grandi.

Il fluido sviluppando vortici dissipa attrito. Se dà a un sistema (senza forma fissa) una certa energia, vogliamo capire cosa succede, perché si creano queste strutture?

↓
SISTAMO L'ENERGIA POSSIBILE NEL MINOR TEMPO POSSIBILE

Dal punto di vista moderno: essendo la struttura principale instabile, tende a distribuire l'energia in strutture più piccole, perché sono + STABILI.

$$Re = \frac{\rho d}{\nu} < Re_{cr} \Rightarrow d \leq \frac{\nu}{\rho} Re_{cr}$$

Si può determinare un valore limite che separa strutture stabili e non.

Prati di vortici, non riesco a dissipare con un'unica struttura, se sono in condizioni instabili.

Le strutture continuano a suddividersi finché la loro dimensione raggiunge il limite di stabilità, sotto il quale le strutture sono stabili e dissipano ϵ_k come sole.

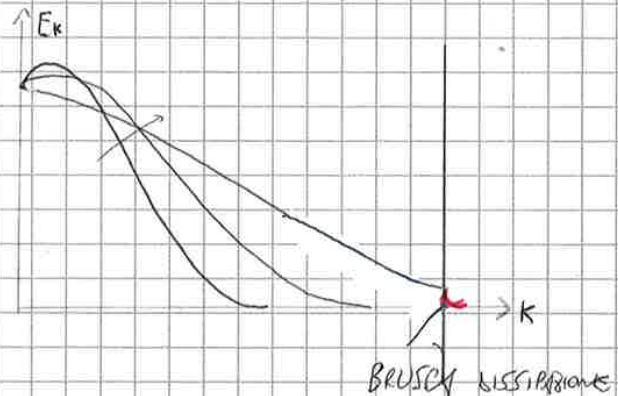
Come avviene questa suddivisione? Si afferma che:

- 1) lo schema è caotico
- 2) non RIPETIBILE
- 3) dimensione dei vortici molto diversa tra loro (dal punto di vista numerico è critico)
- 4) presenza di MIXING (intermittente) aspetto UTILE INGEGNERISTICO

$$K = \frac{2\pi}{d}$$

NUMERO D'ONDA

$$k > \frac{2\pi \mu}{\nu} \frac{1}{Re_{cr}} = k_{max}$$



Costruisco strutture sempre + piccole, finché supero la soglia del k , che porta a dissipazione

AREA DI DISSIPAZIONE: interfaccia tra 2 vortici per unità di volume

(+ strutture ci sono, + area e' disponibile per la dissipazione)

• RANS → + COMUNE

Non il vortice + grande e poi più, quindi che perdiamo energia dovendo agli altri, il vortice principale la perde (è come se ci fosse una viscosità in più).



Aggiungo la VISCOSITÀ TURBOLENTA, che tiene conto di tutto quello che succede dal campo numerico a quello vero.

La soluzione numerica rappresenta solo la dimensione del vortice grande.

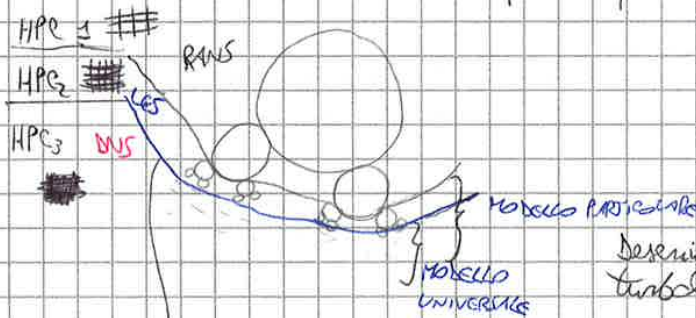
• LES → mi serve comunque una viscosità turbolenta.

Tra k_{min} e k_{max} esiste un caso intermedio.

Il primo vortice sente la dipendenza geometrica della forma che lo genera; andando avanti, perdono via via le informazioni sulla forma, ma ne guadagnano dagli altri vortici.



Dopo un po' i vortici diventano tutti uguali (a partire da qualsiasi punto universale).



Descrive tutti i vortici, il + facile approccio alla turbolenza, ma richiede mesh possente.

Posso fare la griglia fino al limite, per tutto ciò che sta sotto un modello.

RANS: Reynolds Averaged Navier Stokes

LES: Large Eddy Simulation

DNS: Direct Numerical Simulation → non c'è sotto griglia

1) RANS + $M_p (k-\epsilon)$

(Senza M_p avrei solo la viscosità molecolare → fenomeno laminare (Euler))
Un vortice grande quanto una cella non può durare

↳ calcolo la $u_r \rightarrow \frac{u_r}{v} \approx 10$ è un campo variabile punto per punto

Eq. alle derivate parziali (PDE)

2) LES + M_u (SMAGORINSKY)

eq. algebriche → v_t funzione

3) DNS (nessun modello) $k \uparrow \uparrow$

Dobbiamo trovare una relazione tra p e ρ :

$$p = f(\rho)$$

$$p = p(\rho, s)$$

[ISOENTROPICA = REVERSIBILE + ADIABATICA]

$$PV^\gamma = \text{cost} = p_0 V_0^\gamma$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$$

come di base

Ho sempre bisogno di 2 grandezze per descrivere uno stato.
 Usa come seconda coordinata l'entropia (ISOENTROPICA)

$$D_p(\rho, s) = \frac{Dp}{D\rho} \frac{D\rho}{Ds} + \frac{Dp}{Ds} \frac{Ds}{D\rho}$$

(P: 1/m)

↓

$\frac{N}{m^3} m$
 $\frac{kg \cdot m^3}{s^2 m^3}$

$\frac{kg}{m^3} m$
 $\frac{kg}{m^2}$

$\frac{kg}{m^3} m$
 $\frac{kg}{m^2}$

è una velocità al quadrato, la velocità del suono c_s :

$$c_s = \sqrt{\frac{Dp}{D\rho}_s}$$

velocità del suono

Sostituendo:

$$Dp = c_s^2 D\rho$$

Ottengo quindi:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c_s^2 D^2 p$$

EQ. DELLE ONDE

→ è un'equazione di tipo PARABOLICA $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)$

il polinomio caratteristico è una conica iperbolica

le onde fanno una velocità di propagazione pari a quella del suono c_s .

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha D^2 T \text{ PARABOLICA}\right)$$

L'eq delle onde descrive segnali che si propagano alla velocità c_s senza dissipazioni.

SMORZATI infatti α diffonde calore
 è uno dei parametri che governa la
 produzione di entropia.

Usa la relazione di Gibbs:

$$dq - dli = dex$$

$$Tds - pdv = dex$$

passo ai differenziali nel caso di equilibrio

$$\frac{Tds}{dt} - p \frac{Dv}{Dt} = \frac{Dex}{Dt}$$

passo alle lagrangiane

Sono in un caso isentropico $\Rightarrow \frac{Ds}{Dt} = 0 \Rightarrow$

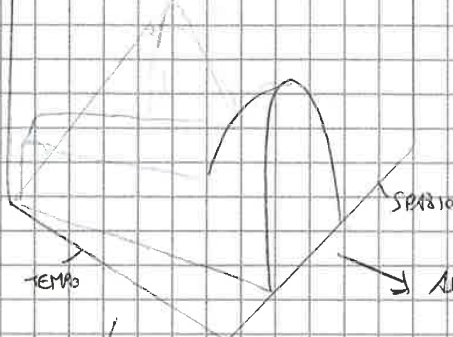
20/05/15
 lec. 16

L'es. delle onde acustiche ci dice che, presso un qualunque segnale, lo propaga alla velocità del suono.

Es. In una stanza, ci sono diverse riflessioni del segnale

Cominciere osservare l'effetto complessivo, dovuto a tante onde.

↓
 DIPENDENZA DALLA GEOMETRIA



Al tempo $t=0$, lo unisce profilo della densità (della perturbazione)

↓
 Sovrapposizione diversi fotogrammi della soluzione

↓
 eccesso di particelle

Se sparisce da particelle ferme, metà della perturbazione si muove a SX e metà a DX.

↓
 asse in movimento

↓
 asse in movimento

Il picco si dimorza, ma per le 2 perturbazioni si mantengono costanti senza smorzarsi.

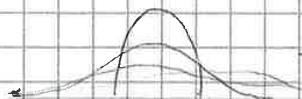
Cosa succederebbe se questi eccesso di particelle fosse un eroe?

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

IPERBOLE



PARABOLE



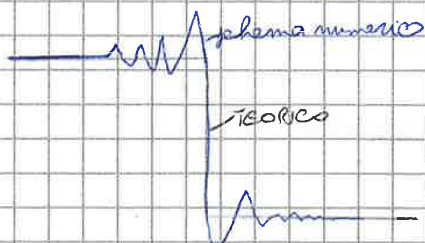
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

→ si tende ad annullarsi.

↓
 Verrebbe portato a spazio e propagato a grandi distanze.

↓
 la componente iperbolica e' pericolosa

cf. SHOCK



ES. SISTEMA DI EULERO

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ \alpha &= 0 \end{aligned}$$

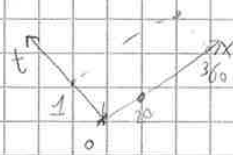
→ molti iperbolici ⇒ molto difficile da risolvere numericamente

Es. Lo una $f(x)$

Prendo un x iniziale z_0

Quando l'argomento della funzione diventa z_0 , ottengo di nuovo $f(z_0)$

Come fa in un tempo successivo a diventare z_0 ?



$$f(z_0) = f(x - ct)$$

$360 - 340 \text{ m/s} \cdot 1.5 \Rightarrow$ il valore che avevo nel punto z_0 in $t=0$ si è spostato in 360 in $t=1$.

↓
Inseguimento x (varia Δx)

$$p(t, x) = p_0 + p_M \cos(k(x - ct))$$

$$x + ct \text{ var } \Delta x$$

CONVENZIONI

Mecanica: λ : lunghezza d'onda, f : frequenza, $\frac{1}{f}$: periodo del tempo caratteristico

Fisica delle onde: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi f$

$$p(t, x) = p_0 + p_M \cos(kx - \omega t)$$

relazione di dispersione

con $\omega = kv$

↓
 $\omega = kv \Rightarrow$ eq. lineare delle onde

↓
i fisici hanno a che fare con tantissime equazioni delle onde

E' possibile passare dal campo di densità al campo di **PRESSIONE**:

$$p_0 \rho_0^2 = p_0 \quad (\text{limite isentropico})$$

↓

$$p(t, x) = p_0 + \rho_0^2 p_M \cos(kx - \omega t)$$

↓
 $\rho_0^2 p_0$ $p_M \ll p_0$, $p_M \ll p_0$

$$\nabla p = \rho_0^2 \nabla p$$

Facciamo lo stesso ragionamento per la velocità \rightarrow usiamo l'equazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial (p u)}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (*)$$

IPOTESI

Suppongo che la soluzione sia:

$$u(t, x) = u_0 + u_M \cos(kx - \omega t) \quad \text{con } u_M \text{ incognita.}$$

(E)

$P_0 \approx 1 \text{ atm} = 100000 \text{ Pa}$

$\Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ *è molto piccola*

$\Delta p \leq \Delta p_{\text{eff}} \ll 10^6 \cdot (2 \cdot 10^{-5}) = 20 \text{ Pa}$ $L_1 = 120 \text{ dB}$
è la grande variazione sonora tollerabile.

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *la grande intensità sonora 120 dB $\Rightarrow 10^{12} \cdot 10^{-12} = 1 \text{ W/m}^2$*

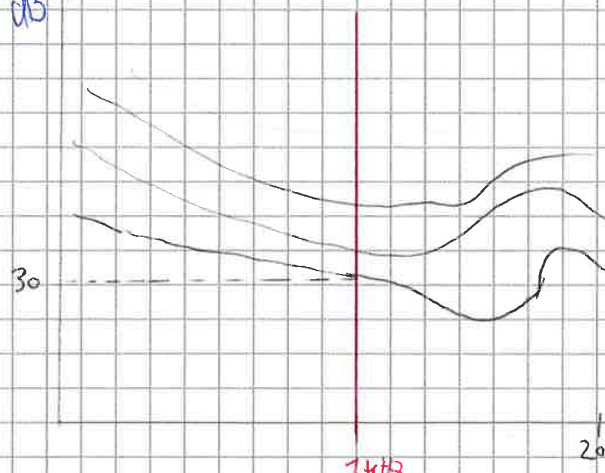
$W_0 = 10^{-12} \text{ W} \rightarrow 1 \text{ W/m}^2$

$10 \log_{10} \left(\frac{P_0 \cdot 0.5 I_0}{\Delta p_0^2} \right) \approx 10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{\Delta p_0^2} \right)$
precedimento

Sulla scala manca $\frac{K_2(f)}{20}$. un modo per riuscire ad avere una portanza di quella di essere convenzionalmente per definire la sensibilità, prendo una frequenza speciale tale che $K_2 = 20$

1000 Hz \leftarrow $\frac{K_2}{20} = 1$
per le altre frequenze farei un confronto diretto con 1000 Hz. Siamo + sensibili a 1000 Hz.

dB



PHON Unità di sensibilità acustica
PHONOMETRO: pressostato molto sensibile
 A 1000 Hz ho 30 PHON di sensibilità

La sensibilità a questa frequenza **fa coincidere per definizione con il livello di pressione.**

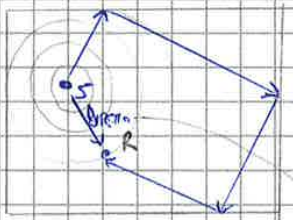
È interessante sulla curva non ho problemi, tenendo fissa la frequenza, la sensibilità scala con il livello di pressione.

SUONI IN SPAZI CONFINATI

25/05/15

lez. 17

↓
 oltre a dover caratterizzare la sorgente, devo caratterizzare anche l'ambiente:
 - forma
 - materiali
 ...



In R, oltre al contributo sono diretto, ho un contributo dovuto alle onde riflesse.

La presenza o meno di onde riflesse è legata al tipo di materiali e alla geometria della stanza.

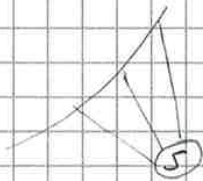
il contributo diretto c'è comunque, indipendentemente dalla stanza.

Stessa sorgente, stesso materiale, stessa posizione, possono dare risultati diversi (stanza).

CAMPO SONORO: distribuzione di onde sonore in un ambiente confinato.

- **libero** (Solo onde dirette), spazi aperti, stanze molto grandi
- **semiriverberato**
- **riverberato** (Solo onde riflesse), c'è comunque una sorgente, ma il contributo è trascurabile rispetto a quelle riflesse.

CAMPO SONORO: insieme delle onde riflesse



cerco di avere diversi cammini di riflessione per le onde, usando forme complesse.

Come descriviamo i 3 casi?

INTENSITA' AUSTICA in CAMPO SONORO LIBERO

$I = \frac{\text{potenza generata dalla sorgente } (W)}{\text{Superficie (legata alla distanza fra sorgente e ricevitore)}}$ $I = \frac{W}{S}$

$I = \frac{W}{4\pi r^2}$ → per le onde tonale → sfere

$\frac{I}{I_0} = \frac{W}{4\pi r^2 I_0}$ $I_0 = \frac{W_0}{S_0}$

$L_{I \text{ dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{W}{4\pi r^2} \cdot \frac{S_0}{W_0} \right) = L_W + 10 \log_{10} \left(\frac{S_0}{4\pi r^2} \right)$

A livello di modello, monopartiti da $I = \frac{P_{ST}}{S_{UP}}$, ma l'abbiamo applicate in condizioni semplificate di campo sonoro libero.

REVERBERAZIONE (riflessione delle onde)

$$I = \underbrace{\frac{W}{4\pi r^2}}_{\text{DIRITTO}} + \dots_{\text{REVERBERAZIONE}}$$

in realtà, a seconda di dove colloca la sorgente, la superficie ha una forma di sfera $Q = \frac{4\pi r^2}{S_{ORIGINE}}$

$Q=2$ APPROSSIMATO A PAVIMENTO

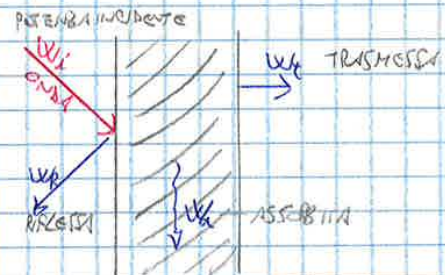
$Q=8$ ANGOLO

superficie attraverso cui migrano le onde meccaniche

$$I = \frac{WQ}{4\pi r^2} + \dots$$

Vediamo il II termine, introduciamo il concetto di coefficienti della parete:

Se l'onda acustica è vicina alla frequenza di risonanza, una parte della potenza viene assorbita.



In condizioni stazionarie, bilancio di potenze:

$$W_i = W_r + W_a + W_t$$

$$1 = \frac{W_r}{W_i} + \frac{W_a}{W_i} + \frac{W_t}{W_i}$$

$$1 = r + a + t$$

$$a' = a + t$$

FATTORE APPARENTE DI ASSORBIMENTO

$$1 = r + a'$$

oss.

Dal punto di vista del ricevitore, non cambia se l'onda è trasmessa o assorbita, comunque non mi arriva.

quantifico la potenza riflessa: $(1 - \bar{a}')W$
 medio: per tenere conto delle differenze tra le superfici (pavimento, pareti, platea...)

Per ricavare a' :

I APPROCCIO: tabelloni di a tabellati, stima \bar{a}' . → NON FUNZIONA MAI.

27/05/15
lez. 18

$$\overset{+}{W} dt - \overset{-}{\alpha' S I} dt = \overset{\text{volume della stanza}}{V} dJ$$

↳ variazione della densità specifica di energia in parete nella stanza. (J/m^3)

In generale vogliamo caratterizzare la RIFLESSIONE, ma usiamo:

$$\alpha' = 1 - R \rightarrow R = 1 - \alpha'$$

↳ stiamo sommando la parte assorbita e la parte trasmessa medio perché fa una media sulle superfici

$$J \cdot c_s = I \quad \xrightarrow{\text{Sostituendo}} \quad W dt - \frac{\alpha' c_s S}{V} J dt = V dJ$$

(4) → densità di un integrale
 $(J/m^3) \cdot [m/s] = [W/m^2]$

↓ diviso per $V dt$

$$\frac{W}{V} - \left(\frac{\alpha' c_s S}{V} \right) J = \frac{dJ}{dt}$$

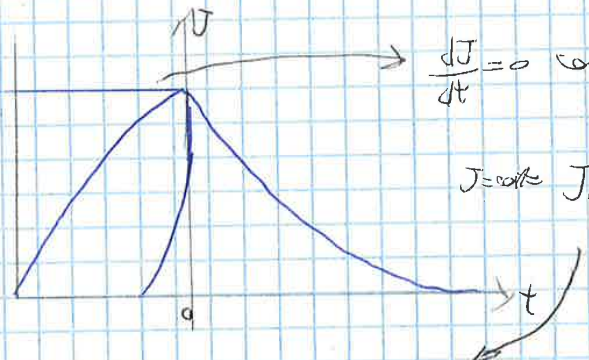
↓ energia per unità di volume, + ne incide sulle pareti.

ha le dimensioni di una frequenza, $\beta [1/s]$

Supponiamo che vi sia una condizione per cui vi è un transitorio, durante il quale raggiungiamo una condizione di regime, e a valle del quale spegniamo la sorgente:

2 metodi (per riempire la stanza di onde)

- 1) Accendiamo un generatore di onde, e aspettiamo che questi riempiono la stanza
- 2) CLAPPOMETRO: 2 parti di legno sbattute l'una contro l'altra, si genera un picco di onde che riempie la stanza.



Riscriviamo l'equazione come:

$$\beta (J_0 - J) = \frac{dJ}{dt}$$

Bls: $J(t=0) = J_0$

È possibile costruire la soluzione dell'equazione come:

$$J(t) = J_0 \exp(-\beta t)$$

soluzione

Spenta la sorgente, si ha un decadimento esponenziale legato alla caratteristica della stanza.

Il II esperimento misura le τ e si calcola \bar{a}' .

III esperimento

$$I = \underbrace{\frac{WQ}{4\pi r^2}}_{\text{DIRETTO}} + 4 \underbrace{\frac{(1-\bar{a}')W}{\bar{a}'S}}_{\text{RIVERBERAZIONE}}$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{W}{I_0} \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + 4 \frac{(1-\bar{a}')}{\bar{a}'S} \right) \text{ con } I_0 = \frac{W_0}{S_0} = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ intensità di riferimento}$$

Supponiamo in una stanza di avere una potenza W .
Se vogliamo risalire all'intensità, c'è un termine che dipende dalla stanza.

stessa macchina, in stanza diversa, da intensità diversa.

$$\frac{I}{I_0} = \frac{W}{W_0} \left(\frac{Q S_0}{4\pi r^2} + 4 \frac{(1-\bar{a}') S_0}{\bar{a}' S} \right)$$

$\Downarrow \log$

$$L_I = L_W + 10 \log_{10} \left(\frac{Q S_0}{4\pi r^2} + 4 \frac{(1-\bar{a}') S_0}{\bar{a}' S} \right)$$

\Downarrow $-K$ fattore correttivo, $K(\bar{a}', S/S_0, r)$

$$L_I = L_W - K$$

Per ricavare il campo libero, basta spegnere $\frac{(1-\bar{a}') S_0}{\bar{a}' S}$

Sull'audiogramma normale, questi discorsi sull'intensità non sono sufficienti per tenere conto delle sensazioni.

Si divide il campo di frequenze in 8 intervalli, bande di OTTAVA.

Questa suddivisione non è geometrica, gli intervalli ^{ottava} si allungano tanto quanto salgono le frequenze. In musica si usano anche i 3^{ri} di banda.



Prendiamo un intervallo. Sempre meglio. Noi cerchiamo al centro dell'intervallo la frequenza centrale della banda d'ottava.
 \downarrow
nome della banda

Ciascuna frequenza centrale è il doppio della precedente.

es. il valore minimo sarà $\frac{500}{\sqrt{2}}$

è " " massimo " $500 \cdot \sqrt{2}$

Siamo sicuri che il minimo di una banda sia massimo della precedente?

$$250 \sqrt{2} = 250 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{500}{\sqrt{2}}$$

Di solito si ferma a 8000 Hz.