



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1728A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Faraci Alessio

MATERIA: Tecnica delle costruzioni - prof. Mancini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

ESERCITAZIONE 1

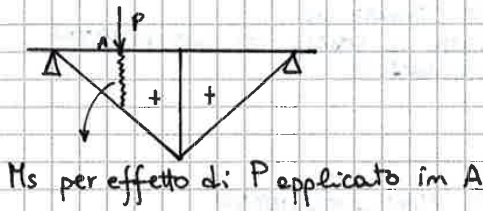
03-03-15

Richiami di SCIENZE DELLE COSTRUZIONI

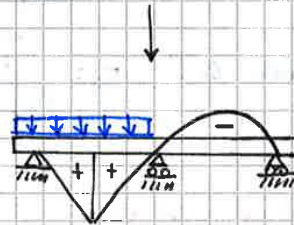
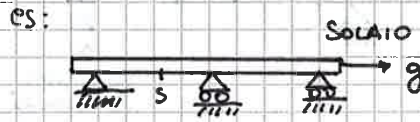
LINEE DI INFLUENZA



Linee di influenza del M_s



M_s per effetto di P applicato in A



L.I. M_s

$$M_s(q) > 0$$

RIVEDI

- 1) Principio dei lavori virtuali:
- 2) Teorema di Betti

COMBINAZIONE DELLE AZIONI

$$M_{sd} = N (\gamma_g \cdot g_k + \gamma_a q_k)$$

normativa

$$\gamma_g = 1 \text{ oppure } 1,35$$

$$\gamma_a = 0 \text{ oppure } 1,5$$

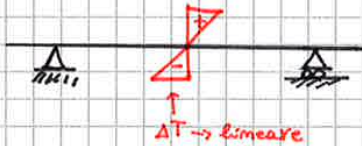
sono dei fattori parziali

→ devo determinare il valore MAX e min del momento flettente

deve essere + positivo possibile

deve essere + negativo possibile

1) CONGRUENTE E COMPATIBILE



→ solo deformazione struttura

2) NON CONGRUENTE E COMPATIBILE



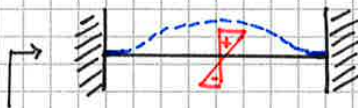
→ ci sono deformazioni elastiche

↓
TENSIONI

$$\epsilon_{TOT} = \bar{\epsilon} + \epsilon_{el} \rightarrow \epsilon_{TOT} \text{ è CONGRUENTE}$$

↓
 impresse ↓
 in ciascuna sezione che dipendono
 unicamente dalla non linearità della ΔT

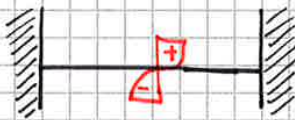
3) CONGRUENTE E NON COMPATIBILE



→ nascono Rv e caratteristiche di sollecitazioni (c.d.s)

trave doppiamente incastrata

4) NON CONGRUENTE E NON COMPATIBILE



→ ci sono Rv e c.d.s che danno vita a

→ deformazioni elastiche

↓
TENSIONI

$$\epsilon_{TOT} = \bar{\epsilon} + \epsilon_{el} \rightarrow \epsilon_{TOT} \text{ è CONGRUENTE (lineare)}$$

ESERCITAZIONE 2

† PROBABILITÀ DI SICUREZZA (numero adimensionale)

$$0 < P(R \geq S) < 1$$

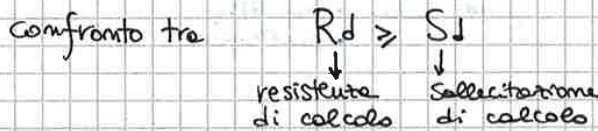
† LIVELLO 3 (confronto tra 2 numeri puri)

$$P_R \leq P_R^* \begin{cases} 10^{-5} \div 10^{-7} & \text{(non in esercizio)} \\ 10^{-2} & \text{(condizioni di esercizio)} \end{cases}$$

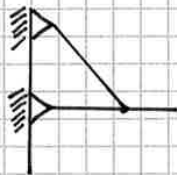
† LIVELLO 2 (confronto tra 2 numeri puri)

$$\beta \geq \beta_{traeger} (\approx 3,8)$$

† LIVELLO 1 / SETI-PROBABILISTICO



esempi:



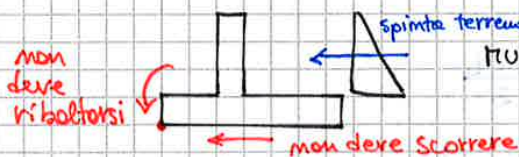
ROTTURA PER TRAZIONE (confronto tra non 2 numeri puri)

$N_{Rd} \geq N_{sd}$ → sforzo normale di sollecitazione di calcolo
↓
sforzo normale resistente di calcolo
($N_R = A_s \cdot f_y$) area sezione · smarrimento



GUARDO GLI EFFETTI DEI CARICHI (confronto tra non 2 numeri puri)

$$M_{Rd} \geq M_{sd}$$



MURO DI SOSTEGNO (caso misto)

▷ VALUTAZIONE PROBABILITÀ

- 1) Valuto l'intera struttura } dipende da caso a caso e da cosa voglio
o ↙ 2) solo alcune parti

▷ RISCHIO ACCETTATO DALLA COMUNITÀ (non puro in genere riferito ad 1 anno)

Misure della pericolosità di un evento avverso per l'uomo o per i beni economici, sociali ed ambientali

N.B. → a fronte di diversi rischi alcune cause sono + accettate rispetto ad altre
→ percezione di rischio

ESERCITAZIONE 3

- trave semplicemente appoggiata (c.a.) sottoposta ad 1 carico \rightarrow con 4 ferri di 12 mm ^{d'armatura}
- \rightarrow Valuta la probabilità di rottura per SLU per flessione nella sezione di mezzeria

1) scrivo la funzione di STATO LIMITE

$$g = M_R - M_S$$

\downarrow momento resistente / sollecitazione



\rightarrow avendo come dati:

$$M_R \sim U(\mu, \sigma) \text{ KNm}$$

$$M_S \sim U(84; 8,4) \text{ kNm}$$

per $U(\mu_x, \sigma_x) \rightarrow$ ho $\begin{cases} \mu_x = \frac{a+b}{2} \\ \sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \end{cases}$

quindi $a = 2\mu - b$

$$\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}} \rightarrow \begin{cases} b = \mu + \sigma\sqrt{3} \\ a = \mu - \sigma\sqrt{3} \end{cases}$$

\rightarrow ora posso calcolare a e b delle 2 distribuzioni

$$M_R \rightarrow R: \quad \begin{aligned} a_R &= 98,4 \text{ KNm} & a_R &= 119 - 11,9\sqrt{3} \\ b_R &= 139,6 \text{ KNm} & b_R &= 119 + 11,9\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$M_S \rightarrow S: \quad \begin{aligned} a_S &= 69,5 \text{ KNm} & a_S &= 84 - 8,4\sqrt{3} \\ b_S &= 98,6 \text{ KNm} & b_S &= 84 + 8,4\sqrt{3} \end{aligned}$$

→ sostituendo i valori trovati di a_s, b_s, a_R, b_R

$$= 0,99983$$

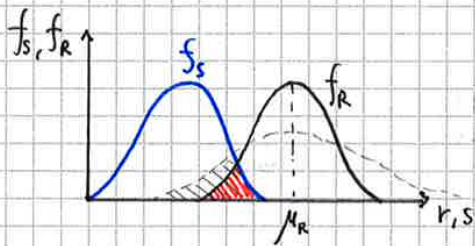
$$\Rightarrow P_I = P(M_R \leq M_s) = 1 - 0,99983 = 1,66 \cdot 10^{-5}$$

integro per strisce verticali:

$$P_I = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(s) F_R(s) ds = \int_{a_R}^{b_s} \frac{1}{b_s - a_s} \left(\frac{s - a_R}{b_R - a_R} \right) ds$$

$$= \frac{1}{b_s - a_s} \cdot \frac{1}{b_R - a_R} \left[\frac{s^2}{2} - a_R s \right]_{a_R}^{b_s} = 1,66 \cdot 10^{-5}$$

Supponiamo di conoscere f_s e f_R



f_R sta a dx → per la sicurezza

variabilità delle proprietà dei materiali: $V_R = 5\%$ → coefficiente di variazione

→ se $V_R = 15\%$ → buona qualità → f_R si spazia → aumenta l'area di sovrapposizione

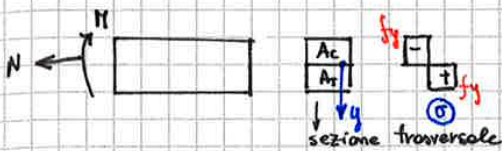
+ grande è l'incertezza (es. resistenza) ⇒ + grande incertezza sicurezza
⇒ $P_I \uparrow$

→ col metodo semi-probabilistico:

$$M_R(s) \geq M_S(s)$$

$g \geq 0$ quando $M_R \geq M_S$

preso un conio:



$A_t = \text{area tesa } \oplus$
 $A_c = \text{area compressa } \ominus$

sulle tensioni sulla sezione trasversale

$$N = \int_A \sigma dA = 0 \Rightarrow \int_A \sigma dA = f_y \int_{A_t} dA \ominus f_y \int_{A_c} dA = 0$$

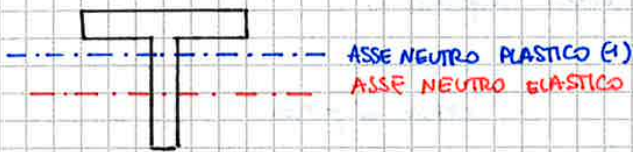
\downarrow max ho tensioni max
 \downarrow parte compressa tensioni negative

$$\Rightarrow \int_y (A_t - A_c) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{A_t = A_c}$$

L'ASSE NEUTRO PLASTICO divide la sezione in 2 parti aventi aree uguali:

* sezione trave in acciaio



Momento flettente basso
 \hookrightarrow comportamento elastico

$$M = \int_A \sigma_y dA = M_R$$

\hookrightarrow momento resistente

$$= \int_y \int_{A_t} y dA - \int_y \int_{A_c} y dA = 0$$

coordinate calcolate rispetto (1)

$$= \int_y \left(\int_{A_t} y dA - \int_{A_c} y dA \right) = M_R$$

S_t { Momento statico della porzione di area tesa (A_t) rispetto all'asse neutro plastico }
 S_c { Momento statico della porzione di area compressa (A_c) rispetto all'asse neutro plastico }
 \hookrightarrow numero negativo

(\Rightarrow 1° passo devo calcolare l'asse neutro plastico)

$$\Rightarrow \boxed{M_R = \int_y (|S_t| + |S_c|) = \int_y W_{pe}}$$

$$W_{pe} = \text{modulo plastico della sezione} = |S_t| + |S_c|$$

$$\frac{M_R}{M} = \frac{f_y \frac{bh^2}{4}}{f_y \frac{bh^2}{6}} = \frac{6}{4} = 1.5$$

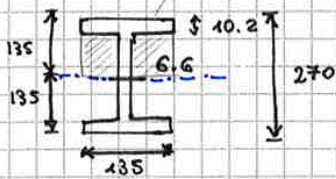
Se prendo un acciaio e valuto il comportamento elastico plastico

⇒ la resistenza che mi può fornire una sezione (a geometria rettangolare)

→ 1.5 della resistenza che avrei in campo solo elastico lineare.

$$W_{pl} = |S_T| + |S_C|$$

per IPE 270



→ rettangolo da cui sottraggo le aree //

$$|S_C| = \frac{135 \cdot 135^2}{2} - (135 - 6.6) \frac{(135 - 10.2)^2}{2}$$

$$= 230269 \text{ mm}^3$$

$$|S_T| = |S_C|$$

commento un errore del 5%

$$\Rightarrow W_{pl} = 2 \cdot 230269 = 460539 \text{ mm}^3$$

↓ in realtà + prouole perche' \downarrow → sottrazione materiale
 90% no errore
 $W_{pl} = 484000$

$$M_R = f_y \cdot W_{pl}$$

$$M_{100\% PLAST} = f_y \cdot W_{el_{max}}$$

429000 mm³

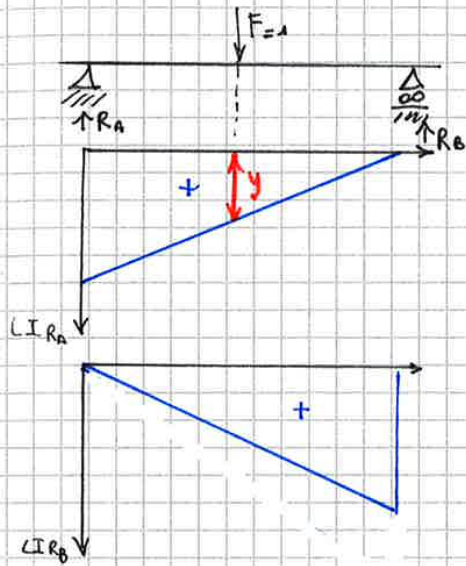
$$\frac{M_R}{M_{100\% PL}} = \frac{f_y W_{pl}}{f_y W_{el}} = \frac{484000}{429000} = 1.12$$

→ incremento del momento resistente del 12%

(Dobbiamo utilizzare il modello elastico lineare per usare il principio di sovrapposizione)

def:

La linea di influenza di un determinato effetto (spostamento, reazioni vincolari e caratteristiche di sollecitazione) è un diagramma le cui ordinate lette sotto le diverse posizioni del carico, rappresentano il valore dell'effetto dovuto ad un carico unitario mobile.



Reazioni = R

$$y = R_a \text{ dovuta ad } F=1$$

L.I. R_a per forze verticali:

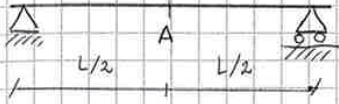
↓ specifica la tipologia di azione

L.I. R_b per forze verticali:

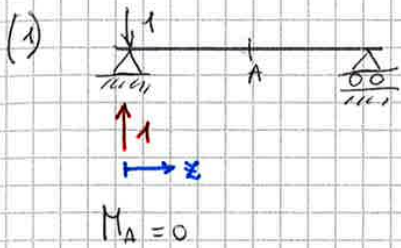


ESERCITAZIONE 7

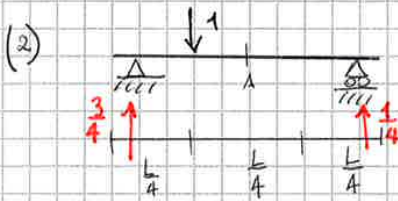
METODO DIRETO (L.I. momento flettente)



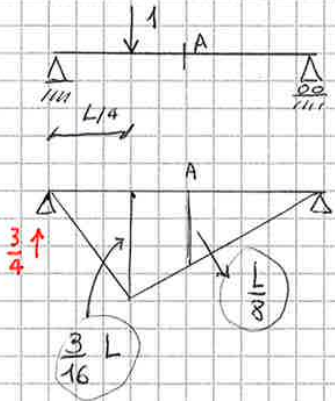
Considero schemi di carichi differenti:



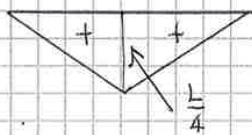
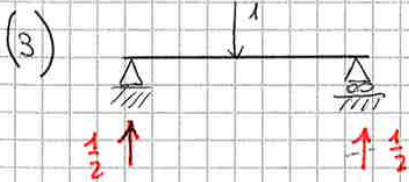
forza unitaria sull'appoggio in $x=0$
 - = reazioni



forza unitaria applicata in $x = \frac{L}{4}$



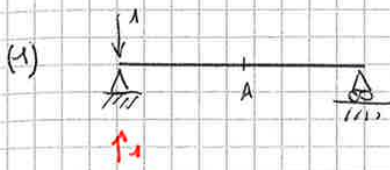
$$M_A = \frac{1}{8}$$



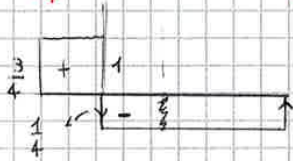
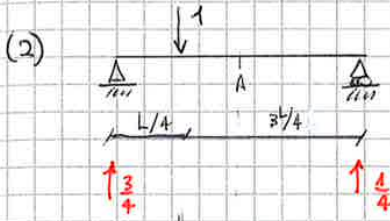
$$M_A = \frac{1}{4}$$

caratteristica di sollecitazione

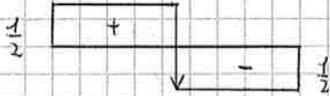
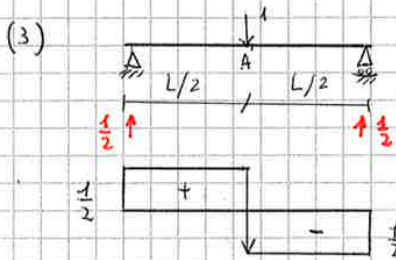
→ LINEA DI INFLUENZA DEL TAGLIO DI UNA TRAVE SEMP. APP. NELLA SEZ. DI METIERIA PER FORZE VERTICALI



$T_A = 0$

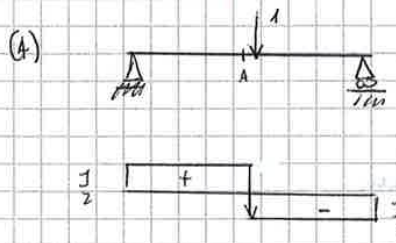


$T_A = -\frac{1}{4}$

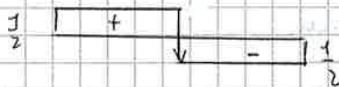


forze unitarie infinitesimo nelle sezione a sx di A

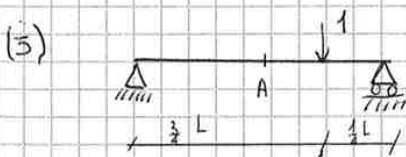
$\Rightarrow T_A = \frac{1}{2}$



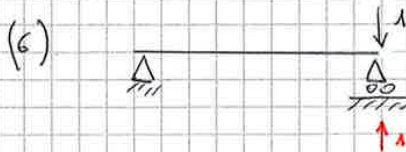
$\approx dx$



$\Rightarrow T_A = -\frac{1}{2}$

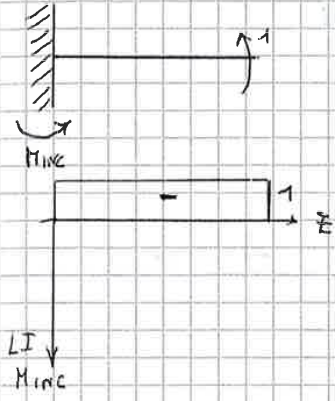


$T_A = \frac{1}{4}$

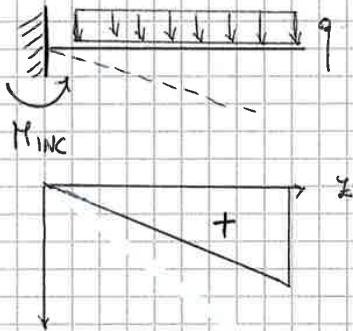


$T_A = 0$

L.I. per coppie arbitrarie (M_{inc})



es:



PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI



rigidità axiale curvatura indotta del sistema B

$$(1) \quad \sum F_A \cdot \delta m_B = \int_L N_A \cdot \frac{N_B}{EA} dz + \int_L M_A \cdot \frac{M_B}{EI} dz + t \int_L T_A \cdot \frac{T_B}{GA} dz$$

spostamenti punti di applicazione sforzo normale deformazioni momento flettente fattore di taglio rigidità di taglio

$$(2) \quad \sum F_B \cdot \delta m_A = \int_L N_B \cdot \frac{N_A}{EA} dz + \int_L M_B \cdot \frac{M_A}{EI} dz + t \int_L T_B \cdot \frac{T_A}{GA} dz$$

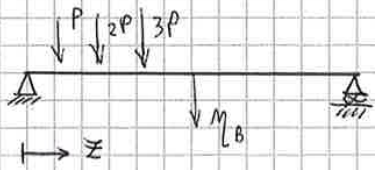
rigidità flessionale



$$\underbrace{\sum F_A \delta m_B}_{L_{AB}} = \underbrace{\sum F_B \delta m_A}_{L_{BA}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{AB} = L_{BA}}$$

la funzione di influenza è la linea di influenza dell'E.I. per le C.D. (no moltiplicati)

→ Consideriamo:



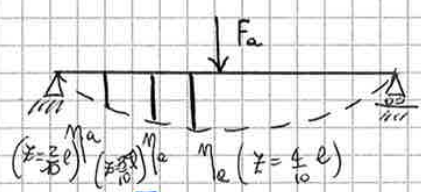
P: $z = \frac{2}{10} l$

2P: $z = \frac{3}{10} l$

3P: $z = \frac{4}{10} l$

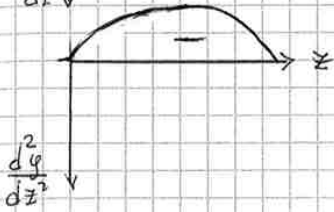
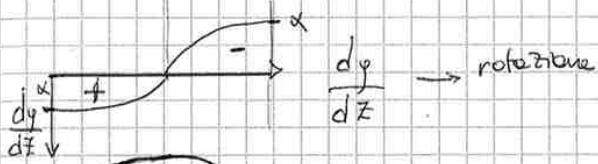
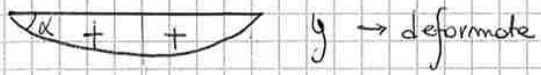
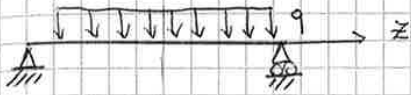
calcola lo spostamento verticale nella sezione di mezzaria

E.I. = M_B → compie lavoro con S.E. ⇒ S.E. = F_a verticale in mezzaria



C.D. = F_b (P, 2P, 3P) → F.I. = m_e (spostamenti verticali in $z = \frac{2}{10} l, z = \frac{3}{10} l, z = \frac{4}{10} l$)

m_a = linea di influenza dell'effetto incognito (spostamento m_b) per forze verticali



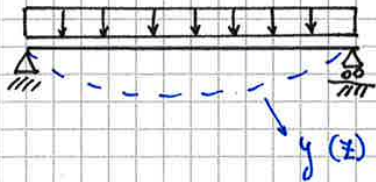
$$\frac{d^2}{dz^2} \frac{q}{EI} = - \frac{q}{EI}$$

per (1) $x=0 \rightarrow y=0$ prendo \otimes e sostituisco

$$\Rightarrow C_2 = 0$$

per (2) $x=l \rightarrow y=0 = \frac{1}{EI} \left(\frac{q}{24} l^4 - \frac{ql^4}{12} \right) + C_1 l$

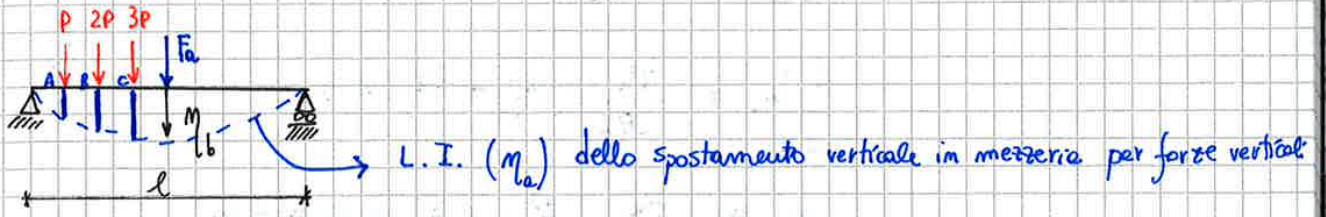
$$\Rightarrow C_1 = -\frac{ql^3}{EI} \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{12} \right) \Rightarrow C_1 = \frac{ql^3}{24EI}$$



per $x = \frac{l}{2} \rightarrow y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{EI} \left(\frac{q}{16} \frac{l^4}{16} - \frac{q}{12} \frac{l^3}{8} \right) + \frac{ql^3}{24EI} \frac{l}{2}$

$$= \frac{ql^4}{EI} \left(\frac{1}{24 \cdot 16} - \frac{1}{96} + \frac{1}{48} \right) = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$$

• trave semplicemente appoggiata soggetta a 3 FORZE: calcola $M_b = ?$

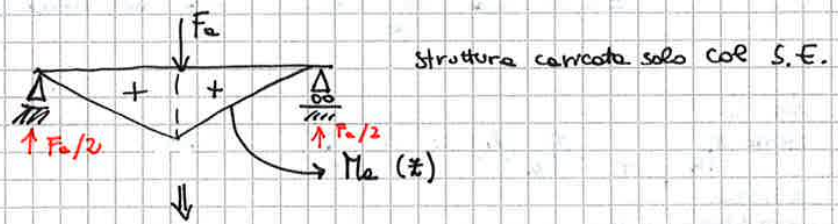


E.I. $M_b \rightarrow$ S.E. F_a

C.D. $F_b \rightarrow$ F.I. M_a ^{spostamenti verticali}
 ↓ forze verticali (P, 2P, 3P)

⇒ $F_a \cdot m_b = \sum F_b \cdot m_a$ ← !

$$\frac{d^2 m_a}{dz^2} = -\frac{M_a(z)}{EI}$$



$$0 \leq z \leq \frac{l}{2}$$

$$\frac{l}{2} \leq z \leq l$$

$$M_a(z) = \frac{F_a}{2} z$$

$$M_a(z) = \frac{F_a}{2} (l - z)$$

(c) per $0 \leq z \leq \frac{l}{2}$

$$\frac{d^2 m_a}{dz^2} = -\frac{F_a}{2} \frac{z}{EI}$$

$$\frac{d m_a}{dz} = -\frac{F_a}{2EI} \frac{z^2}{2} + C_1 \quad (1)$$

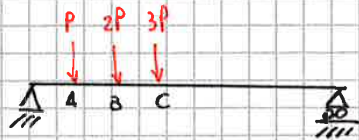
$$m_a = -\frac{F_a}{12EI} z^3 + C_1 z + C_2 \quad (2)$$

per $z=0$ $\eta_a = 0 \Rightarrow (1) \quad c_2 = 0$

per $z = \frac{l}{2}$ $\frac{d\eta_a}{dz} = 0 = c_1 - \frac{F_a l^2}{16 EI}$

$\Rightarrow c_1 = \frac{F_a l^2}{16 EI}$

$\eta_a(z) = - \frac{F_a \cdot z^3}{12 EI} + \frac{F_a l^2}{16 EI} \cdot z = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{z^3}{12} + \frac{l^2 z}{16} \right) \leftarrow (3)$



$P \rightarrow z = \frac{1}{10} l$

$2P \rightarrow z = \frac{3}{10} l$

$3P \rightarrow z = \frac{4}{10} l$

PER LA SEZIONE A

$\eta_a \left(z = \frac{1}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{1}{12} \frac{8}{1000} l^3 + \frac{l^2}{16} \cdot \frac{1}{10} l \right) = \frac{F_a l^3}{EI} \left(\frac{71}{6000} \right) = 0.01 \frac{F_a l^3}{EI}$

\Downarrow
(3)

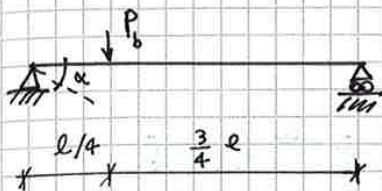
PER LA SEZIONE B

$\eta_a \left(z = \frac{3}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{1}{12} \frac{27}{1000} l^3 + \frac{l^2}{16} \cdot \frac{3}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} \cdot l^3 \cdot 0.016$

PER LA SEZIONE C

$\eta_a \left(z = \frac{4}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} \left(-\frac{1}{12} 64 l^3 + \frac{l^2}{16} \cdot \frac{4}{10} l \right) = \frac{F_a}{EI} l^3 \cdot 0.019$

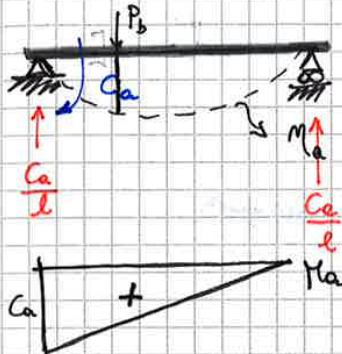
• esercizio



Calcola rotazione α nella Δ di sx per effetto di una forza P applicata in $z = \frac{l}{4}$

E.I. $\alpha_b \rightarrow$ S.E. C_a (coppia di forze)

C.D. $P_b \rightarrow$ F.I. M_a



$$M_a(z) = C_a - \frac{C_a}{l} \cdot z$$

$$\frac{d^2 M_a}{dz^2} = \left(-C_a + \frac{C_a}{l} \cdot z \right) \frac{1}{EI}$$

$$\frac{d M_a}{dz} = \frac{1}{EI} \left(-C_a \cdot z + \frac{C_a}{l} \cdot \frac{z^2}{2} \right) + C_1$$

$$M_a = \frac{1}{EI} \left(-C_a \frac{z^2}{2} + \frac{C_a}{l} \frac{z^3}{6} \right) + C_1 z + C_2$$

CONDIZIONI AL CONFINO

$$\left\{ \begin{array}{l} z=0 \quad M_a = 0 \quad C_2 = 0 \\ z=l \quad M_a = 0 \end{array} \right.$$

$$0 = \frac{1}{EI} \left(-C_a \frac{l^2}{2} + \frac{C_a}{l} \frac{l^3}{6} \right) + C_1 l$$

$$C_1 = \frac{1}{EI} \left(\frac{l}{2} C_a - \frac{l}{6} C_a \right) = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{3} l C_a \right)$$

TEOREMA DI BETTI - GENERALIZZATO

Consideriamo 2 sistemi di azioni:

a) $\left. \begin{matrix} F_a \\ \gamma_a \rightarrow \text{cedimenti vincolari} \\ \bar{\epsilon}_a \rightarrow \text{deformazioni impresse} \end{matrix} \right\} \text{risultato complessivo} \left\{ \begin{matrix} m_a \\ \epsilon_{el,a} \\ \sigma_a \text{ (deformaz. impresse delle def.)} \end{matrix} \right.$

b) $\left. \begin{matrix} F_b \\ \gamma_b \\ \bar{\epsilon}_b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sigma_b \\ m_b \\ \epsilon_{el,b} \end{matrix} \right.$

(1) $\underbrace{\sum F_a \cdot m_b + \sum R_a \cdot \gamma_b}_{\text{LAVORO ESTERNO}} = \underbrace{\int_V \{\sigma_a\}^T \cdot \{\epsilon_{el,b}\} dV + \int_V \{\sigma_a\}^T \{\bar{\epsilon}_b\} dV}_{\text{LAVORO MUTUO INTERNO}}$

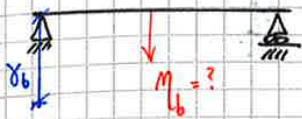
Annotations: "cedimento" points to γ_b , "integrali di volume" points to the volume integrals, "def. impresse" points to $\bar{\epsilon}_b$.

(2) $\sum F_b \cdot m_a + \sum R_b \cdot \gamma_a = \int_V \{\sigma_b\}^T \cdot \{\epsilon_{el,a}\} dV + \int_V \{\sigma_b\}^T \{\bar{\epsilon}_a\} dV$

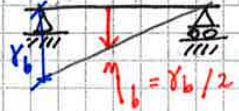
per travi $\rightarrow \int_V \{\sigma_a\}^T \cdot \{\epsilon_{el,b}\} dV = \int_L N_a \cdot \frac{N_b}{EA} dz + \int_L M_a \cdot \frac{M_b}{EI} dz + \int_L J_a \cdot \frac{T_b}{GA} dz$

* esempio:

(b) Calcola lo spostamento verticale in mezzaria $M_b = ?$ dovuto ad un cedimento vincolare δ_b

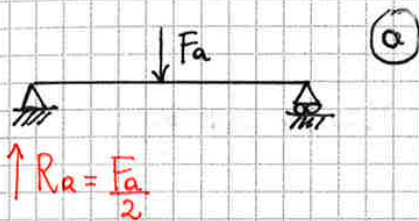


Il risultato che ci dobbiamo aspettare che $M_b \neq 0 \Rightarrow$



E.I. $M_b \rightarrow$ S.E. F_a in mezzaria

C.D. $\delta_b \rightarrow$ F.I. R_a nel vincolo di sx
 \rightarrow reazione vincolare



a) $F_a \neq 0$
 $\delta_a = 0$
 $\bar{E}_a = 0$

b) $F_b = 0$
 $\delta_b \neq 0$
 $\bar{E}_b = 0$

riscrivo (1) e (2)

(2) $0 = \int_V \{ \sigma_b \}^T \{ E \epsilon_a \} dV$ *uguale!*

(1) $\sum F_a \cdot m_b + \sum R_a \cdot \delta_b = \int_V \{ \sigma_a \}^T \{ E \epsilon_b \} dV$

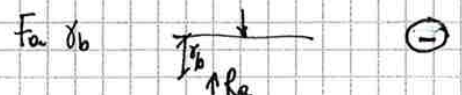
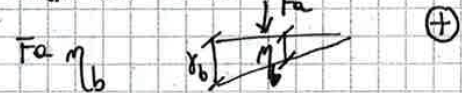
$\Rightarrow \sum F_a m_b + \sum R_a \delta_b = 0$

$F_a m_b = -R_a \delta_b$

$F_a m_b = -\frac{F_a}{2} \delta_b$

$m_b = +\frac{1}{2} \delta_b$

SEGNI DEI LAVORI

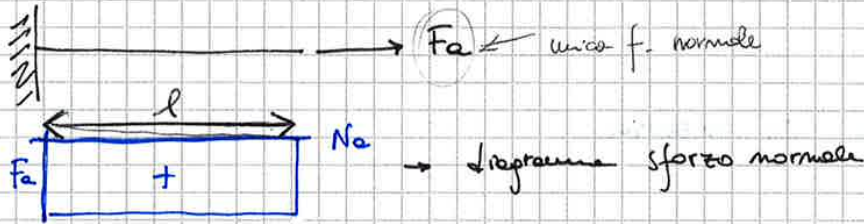


$$\bar{\epsilon}_b = \alpha \Delta T \rightarrow \text{costante}$$

$$\int_V \{\sigma_a\}^T \{\bar{\epsilon}_b\} dV = \int_L dz \int_A \sigma_a \cdot \bar{\epsilon}_b dA = \int_L \bar{\epsilon}_b dz \int_A \sigma_a dA$$

\swarrow cost. sull'area
 \downarrow N_a

$$F_a \eta_b = \int_L \bar{\epsilon}_b \cdot N_a dz = \bar{\epsilon}_b \int_L N_a dz$$



$$F_a \eta_b = \bar{\epsilon}_b \int_L N_a dz$$

\parallel
 area rettangolo

$$F_a \eta_b = \alpha \Delta T \cdot F_a \cdot l$$

$$\eta_b = \alpha \Delta T \cdot l$$

$$\rightarrow \sum F_a \eta_b + \sum R_b \delta_b = \int_V \{\sigma_a\}^T \{\epsilon_{elb}\} dV + \int_V \{\sigma_a\}^T \{\bar{\epsilon}_b\} dV$$

$$\rightarrow \sum F_b \eta_a + \sum R_b \delta_a = \int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_{ela}\} dV + \int_V \{\sigma_b\}^T \{\bar{\epsilon}_a\} dV$$

def. imprime.

$$\Rightarrow \int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_{ela}\} dV = 0$$

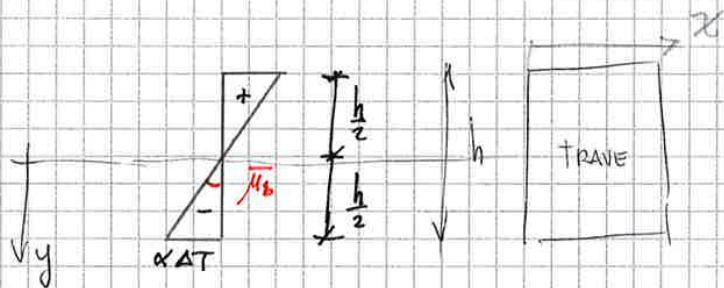
per il TEO di BETTI sono uguali:

$$\Rightarrow F_a \eta_b = \int_V (\sigma_a \cdot \bar{\epsilon}_b) dV$$

$$\int_V (\sigma_a \cdot \bar{\epsilon}_b) dV = \int_L dz \int_A (\sigma_a \cdot \bar{\epsilon}_b) dA$$

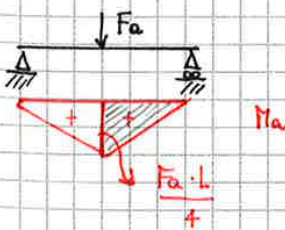
$$\bar{\epsilon}_b(y) = \bar{\mu}_b \cdot y$$

$$\bar{\mu}_b = - \frac{\alpha \Delta T}{\frac{h}{2}}$$



Momento d'inerzia

$$\sigma_a = \frac{M_a}{I_x} y$$



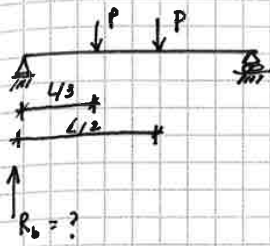
$$\Rightarrow \int_L dz \int_A (\sigma_a \bar{\epsilon}_b) dA = \int_L dz \int_A \left[\frac{M_a(z)}{I_x} y \cdot (\bar{\mu}_b \cdot y) \right] dA$$

$$= \frac{\bar{\mu}_b}{I_x} \int_L M_a(z) dz \left[\int_A y^2 dA \right] \Rightarrow F_a \eta_b = \bar{\mu}_b \int_L M_a(z) dz = \bar{\mu}_b \frac{1}{2} L F_a \frac{h}{4}$$

area

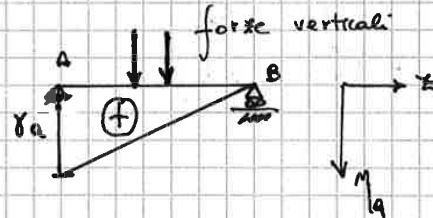
ESERCIZIO

CALCOLARE LA REAZIONE VERTICALE
IN A PER EFFETTO DI 2 FORZE VERTICALI



E.I. R_b in A \rightarrow S.E. γ_a in A

C.D. $F_b \rightarrow$ F.I. η_a



$\rightarrow \eta_a$ è la L.I. della reazione verticale in A (E.I.) per forze verticali (C.D.)

a) $F_a = 0$
 $\bar{E}_a = 0$
 $\gamma_a \neq 0$

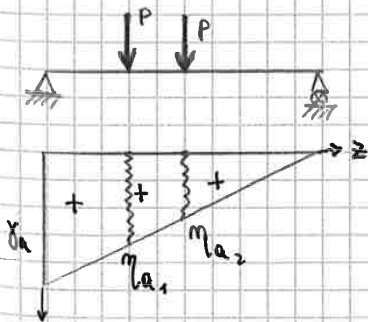
b) $F_b \neq 0$
 $\bar{E}_b = 0$
 $\gamma_b = 0$

$$\rightarrow \cancel{\sum F_b \eta_b} + \cancel{\sum R_b \gamma_b} = \int_V \{\sigma_a\}^T \{\epsilon_{e,b}\} dV + \int_V \{\sigma_a\}^T \{\bar{E}_b\} dV$$

$$\rightarrow \sum F_b \eta_a + \sum R_b \gamma_a = \int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_{e,a}\} dV + \int_V \{\sigma_b\}^T \{\bar{E}_a\} dV$$

$$\Rightarrow F_b \eta_a + R_b \gamma_a = 0$$

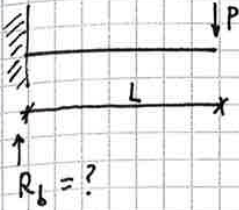
$$R_b \gamma_a = -F_b \eta_a$$



$$\eta_{a1} = \frac{2}{3} \gamma_a$$

$$\eta_{a2} = \frac{1}{2} \gamma_a$$

• esempio

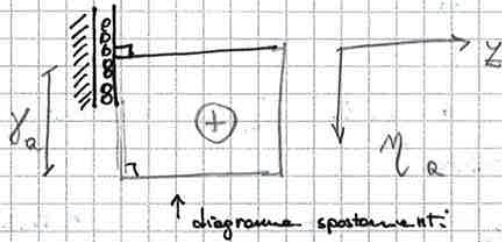
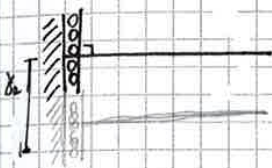


Calcolare reazione verticale R_b in una mensola soggetta ad una forza P

SPOSTATI VERTICALI \oplus verso \downarrow

E.I. $R_b \rightarrow$ S.E. γ_a

C.D. $F_b \rightarrow$ F.I. η_a

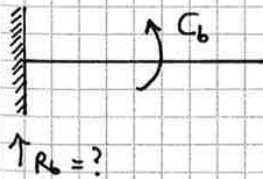


$$R_b \cdot \gamma_a = -F_b \cdot \eta_a$$

$$R_b \cdot \gamma_a = +F_b \cdot \eta_a$$

$$R_b \cdot \gamma_a = P \gamma_a \rightarrow R_b = P$$

• Calcolare adesso R_b per effetto di una coppia antioraria

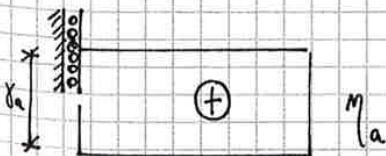


$R_b = 0$ (risultato che mi aspetto)

E.I. $R_b \rightarrow$ S.E. γ_a

C.D. $C_b \rightarrow$ F.I. θ_a (rotazione)

$$\theta_a = \frac{dM}{dz} \Big|_a$$



↳ se è orizzontale \forall punto $\theta = 0 \Rightarrow$ il diagramma è zero



TRACCIAMENTO QUALITATIVO DELLE LINEE DI INFLUENZA



E.I. $R_b \rightarrow$ S.E. δ_a

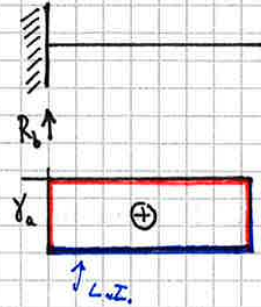
C.D. $F_b \rightarrow$ F.I. η_a

η_a è la L.I. della R_b per forze verticali

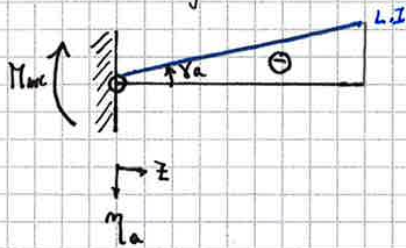
◆ L.I. R_b x forze verticali:

(1) applico il S.E.

(2) traccio il diagramma degli spostamenti verticali



◆ L.I. M_{inc} x forze verticali:



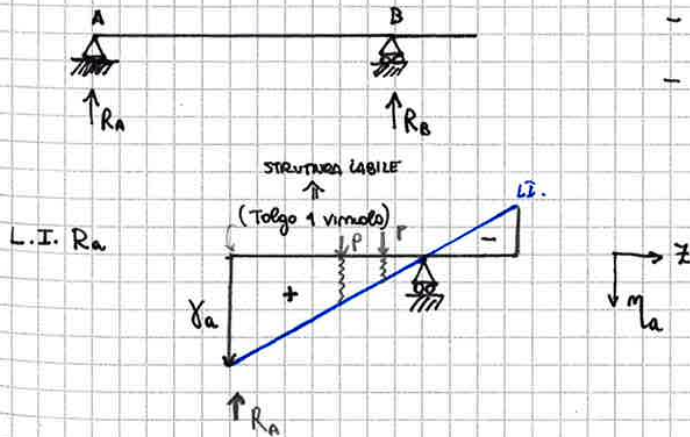
(1) metto 1 cerniera \rightarrow STRUTTURA LABILE

(2) rotazione δ_a opposto a M_{inc}

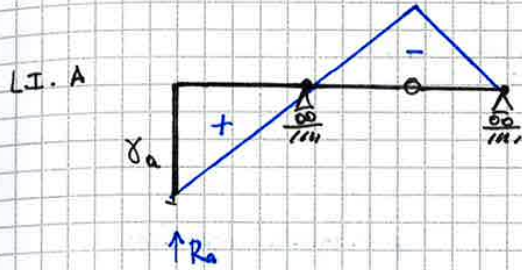
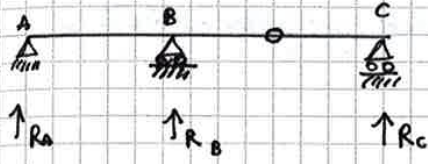
◆ TRAVE SEMPLICEMENTE APPOGGIATA CON UNO SBALZO

determina

- L.I. di R_A
 - L.I. di R_B
- } x forze verticali

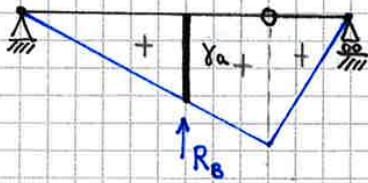


* L.I. R_{vinc} x forze verticali



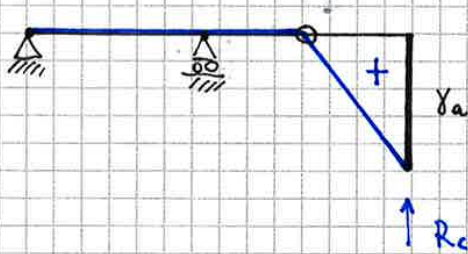
R_{Amax} q nel tratto AB
 R_{Amin} q nel tratto BC

L.I. in B



R_{Bmax} q nel tratto AC

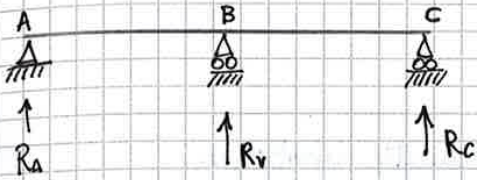
L.I. in C



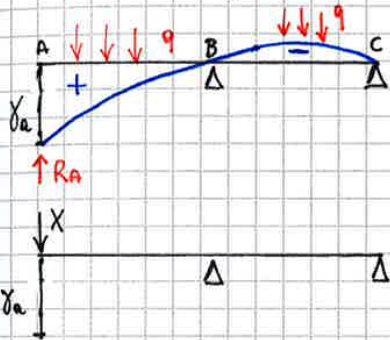
R_{Cmax} q tra 0 e C

$$\Rightarrow 1 \cdot \delta_a = \frac{X}{EI} \cdot \frac{L^3}{48}$$

$$X = \frac{48 EI}{L^3}$$



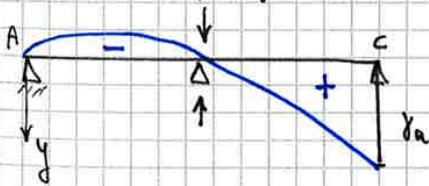
L.I. in A per forze verticali:



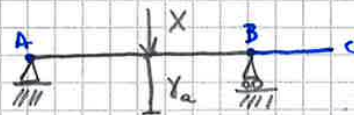
se q tra AB \Rightarrow $R_a \uparrow$
 se q tra BC \Rightarrow $R_a \downarrow$

se cerco R_a^{\max} considero il q variabile sulla campata di $SX \rightarrow AB$
 " " R_a^{\min} " " " " " " $dx \rightarrow BC$

L.I. in C per forze verticali:



⊗



$$M_0(z) = X M_1$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_0}{EI}$$

X si chiude su A e B

\Rightarrow BC \rightarrow $M_{flettente} = 0$

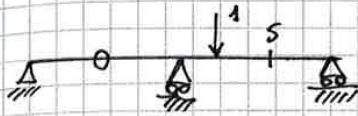
$$\Rightarrow \frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M_0}{EI} = 0 \Rightarrow \frac{d y}{dz} = c$$

retta \uparrow
 $g(z) = \frac{1}{2}z^2 + cz$

L.I. di caratteristiche di sollecitazione

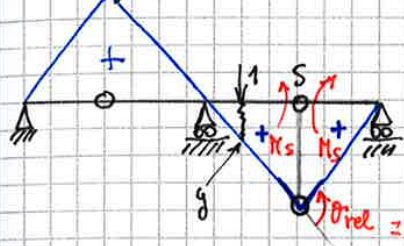
STRUTTURE ISOSTATICHE

M_s dovuto ad una forza unitaria applicata in A.

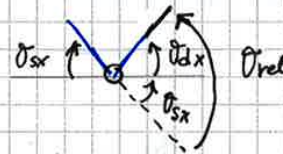


E.I. M_s → S.E. $\theta_{relativa}$ in S (rotazione)
 C.D. F_{vert} → F.I. spostamenti verticali

1° PASSO) introdurre in S una scomposizione che permetta una rotazione relativa



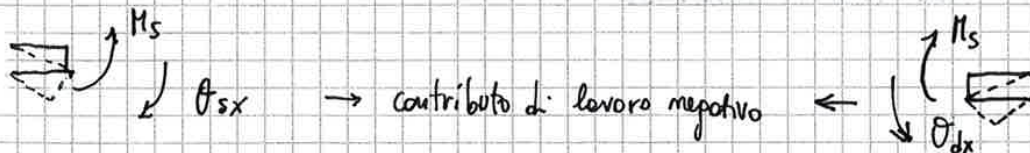
⇒ Struttura LABILE



2° PASSO) Applicare in S la rotazione relativa θ_{rel}

3° PASSO) Tracciare il diagramma degli spostamenti verticali

Applico il PLV per calcolare M_s dovuto ad una forza verticale unitaria

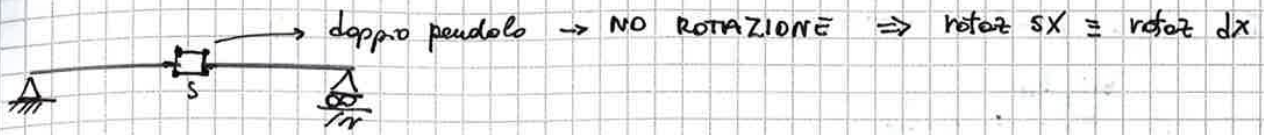


$$\Rightarrow -M_s \theta_{rel} + 1 \cdot y = 0$$

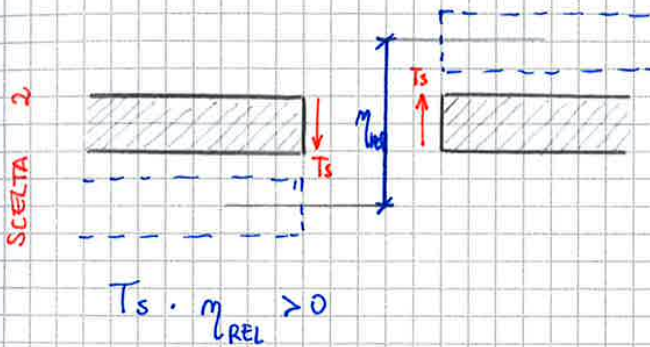
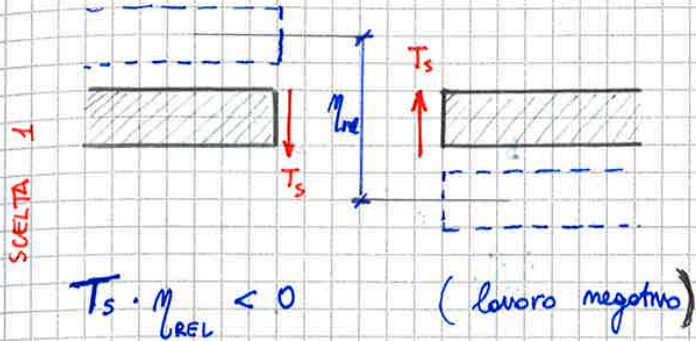
↑ ↑
L_{EXT} L_{INT}

$$M_s \theta_{rel} = 1 \cdot y$$

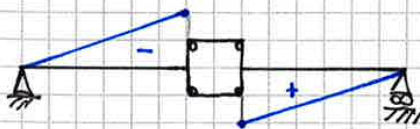
se $\theta_{rel} = 1 \Rightarrow M_s = y \rightarrow$ L.I. M_s per forze verticali



- (1) introduco in S un doppio pendolo
- (2) applico uno spostamento trasversale relativo



Per la scelta 1



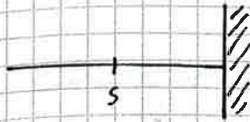
$$-T_s m_{rel} + 1 \cdot y = 0$$

$$T_s m_{rel} = 1 \cdot y$$

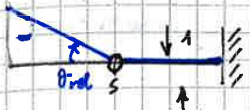
$$\text{se } m_{rel} = 1 \Rightarrow T_s = 1 \cdot y$$

in questo modo
segno taglio ≡ segno lavoro

L.I. M e T per forze verticali:



L.I.
M_S



Introduzione in S di una cerniera

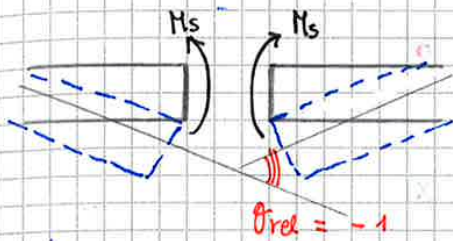
M=0
sfuocato L.S

L.I.
T_S



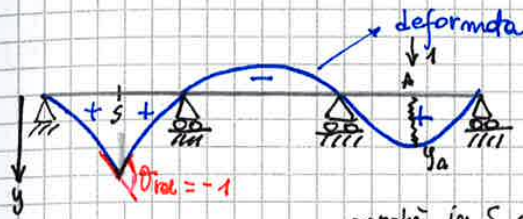
C^* , V^* sono tali da determinare una distorsione unitaria e negativa nella sezione S

L.I. $M_s \rightarrow$ la distorsione è una rotazione relativa negativa nella sezione S



$$\begin{cases} \text{sx} & M_s \ominus \varnothing \Rightarrow \text{trave } \curvearrowright \\ \text{dx} & M_s \oplus \varnothing \end{cases}$$

per avere rotazione relativa negativa la struttura ruota in senso antiorario



L.I. str. iperstatiche (generalmente) curvilinee
 ↳ stai attento se ci sono scalzi
 L.I. str. isostatiche \rightarrow lineari

perché in S non abbiamo spostamento relativo

$$M_s(-1) + T_s \cdot 0 + 1 \cdot y_A = C^* \cdot 0 + V^* \cdot 0$$

↳ compie lavoro con θ_{rel}

APPUNTO TEO BETTI

↓

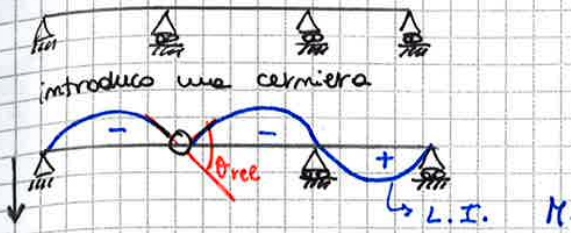
$$M_s(-1) = 1 \cdot y_A$$

↓

se $M_s = y_A \Rightarrow$ la deformata \equiv linea di influenza

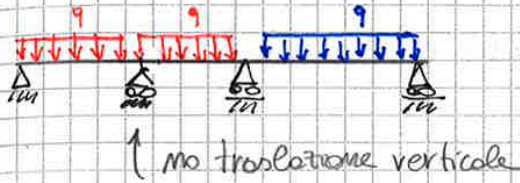
\Rightarrow L.I. per strutture iperstatiche applico un sistema azioni distorcanti nella sezione di interesse che sia il duale della c.d.s.

esempio: L.I. del M

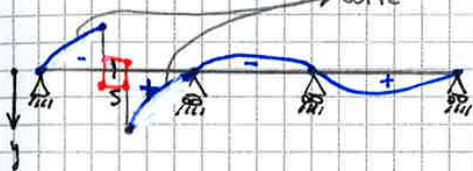


$M_s^{MAX} \rightarrow q$ sull'ultima campata a dx perché L.I. \oplus

$M_s^{MIN} \rightarrow q$ sulle prime 2 perché L.I. \ominus



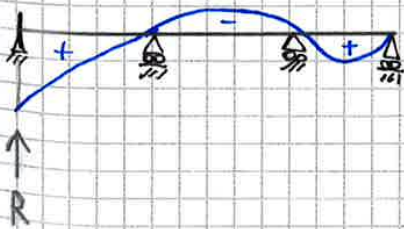
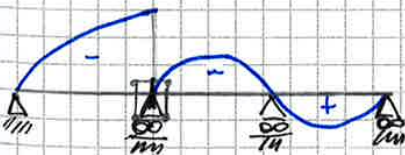
L.I. del T_s curve

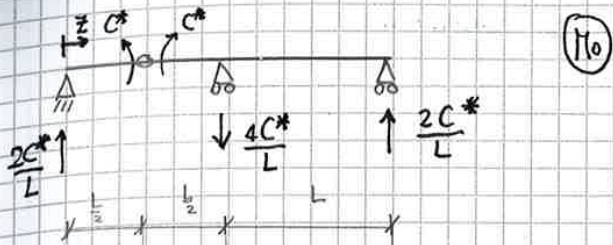


in S metto un doppio pendolo (no rotazione relativa) e applico le forze V^* (e non C^*) \Rightarrow effetto \Rightarrow spostamento trasversale relativo negativo (\odot)

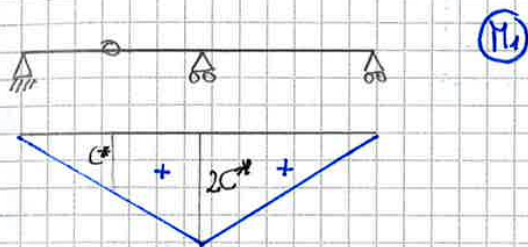
$T_s^{MIN} \rightarrow q$ dove L.I. \ominus

$T_s^{MAX} \rightarrow q$ dove L.I. \oplus





← *diagramma momento flettente*



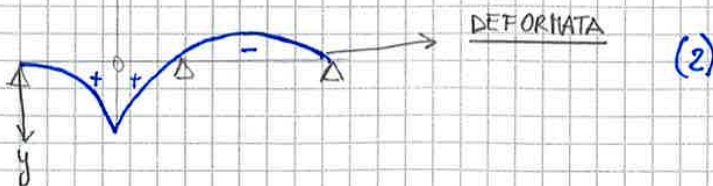
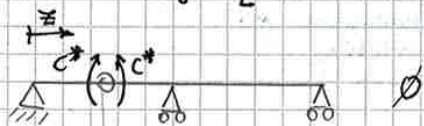
$$\int_0^{2L} \frac{M_0 M_1}{EI} dz = 2 \int_0^L \frac{M_0 M_1}{EI} dz$$

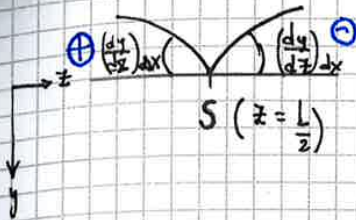
applico la regola di Simpson

$$= \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{6} (0 + 4 C^* \cdot 1 + 2 C^* \cdot 2)$$

$$= \frac{L}{3EI} \cdot 8 C^* = (1) = -1 = \int_0^{2L} \frac{M_0 M_1}{EI} dz$$

$$\Rightarrow C^* = -\frac{3}{8} \frac{EI}{L}$$





la pendenza a dx di S è negativa perché $y \rightarrow$ diminuisce al $\uparrow z$ opposto se a sx (guardando z)

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\frac{dy}{dz}\right)_{sx} - \left(\frac{dy}{dz}\right)_{dx}}_{\text{quantità negativa}} = -1$$

non del lavoro
ma del fatto che

(a) $z=0 \rightarrow y=0$ sostituisco in (□) $\Rightarrow C_2=0$

(b) $z=L \rightarrow y=0$ " " (○) $\Rightarrow 0 = \frac{C^* L^3}{3EI} + C_3 \cdot L + C_4$

(c) $z = \frac{L}{2} \rightarrow y_{sx} = y_{dx} \Rightarrow$ (□) $\Rightarrow \frac{C^*}{3EI} \left(\frac{L}{2}\right)^3 + C_1 \frac{L}{2} + C_2 = \frac{C^*}{3L EI} \left(\frac{L}{2}\right)^3 + C_3 \frac{L}{2} + C_4$

(d) ~~$\frac{C^*}{L \cdot EI} \left(\frac{L}{2}\right)^2 + C_3 - \frac{C^*}{L EI} \left(\frac{L}{2}\right)^2 - C_1 = -1$~~

$$C_3 = C_1 - 1$$

(c) $C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} + C_4$

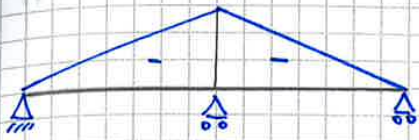
$$C_1 \frac{L}{2} = C_1 \frac{L}{2} - \frac{L}{2} + C_4$$

$$C_4 = \frac{L}{2}$$

(b) $0 = \frac{C^* L^2}{3EI} + C_3 L + \frac{L}{2}$

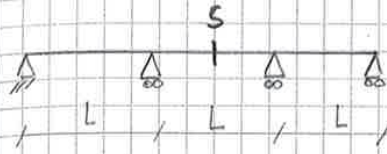
$$C_3 = -\frac{C^* L}{3EI} - \frac{1}{2}$$

$$C_1 = C_3 + 1 = -\frac{C^* L}{3EI} + \frac{1}{2}$$

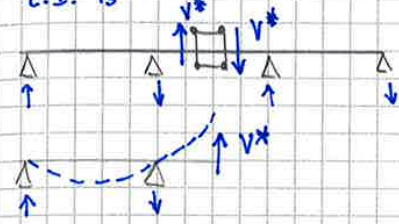


M_0

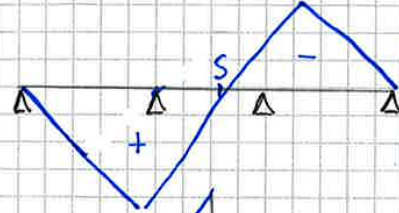
• esempio:



L.I. T_s

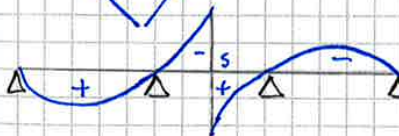


→ reazioni



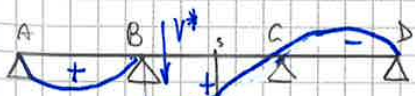
→ rettilinee

(M)



L.I. T_s

L.I. infinitesimo a dx di B



fermo; cambio curvatura

$$\left(\begin{array}{l} EI T_s \rightarrow SE \\ CD F \rightarrow \end{array} \right)$$

ESECRITAZIONE - SOLAIO

CENTRO ARCATO PRECOMPRESSO

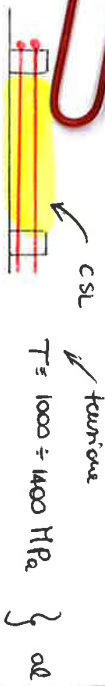
ACCIAIO S 500



Per evitare fessure nel CLS:

- aggiungo fibre nell'imposto
- faccio precompressione

⊕ PRE-TENSIONE



- (1) metto in tensione i cavi
- (2) getto CLS e acciaio
- (3) rilancio i cavi → STATO DI COAZIONE

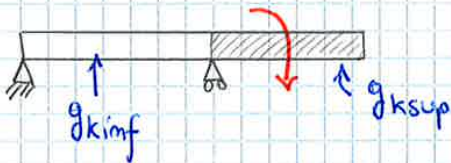
PESO PROPRIO $\rightarrow V_g = 2 \div 5 \%$

PERMANENTI PORTATI $\rightarrow V_g = 5 \div 10 \%$

in S.L.U.

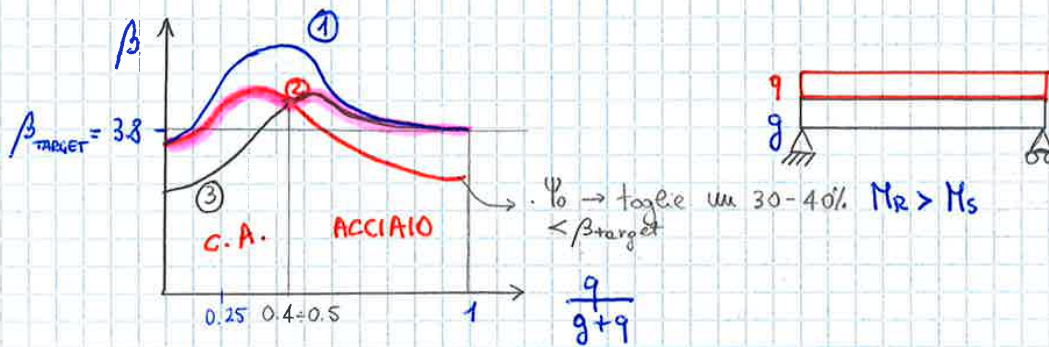
ribaltamento

(per S.T.R. considero solo g_k)



$$E_d = E \left(\sum_{i=1}^n \gamma_a G_{ki} + \sum_{i=1}^n \gamma_a \Psi_{oi} \cdot Q_{ki} \right) \quad (2)$$

$$E_d = E \left(\sum_{i=1}^n \gamma_a G_{ki} + \gamma_a Q_{ki} + \sum_{j=1}^n \gamma_a \Psi_{oj} \cdot Q_{kj} \right) \quad (3)$$



Quale uso tra (2), (3)? (per struttura in C.A. e in acciaio)
per $q/(g+q)$

* tra 0 \rightarrow 0.4 \rightarrow uso la (2) \rightarrow per struttura in C.A.

$$\left[q_{rot} < q_{permanente} \right]$$

* tra 0.4 \rightarrow 1 \rightarrow uso la (3)
per strutture in ACCIAIO



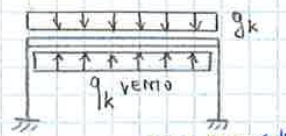
$$\frac{q}{g+q} = 0.25 \leftarrow$$

in C.A.

$$g_k = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{k\text{ neve}} = 1 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{k\text{ vento}} = 0.5/0.6 \text{ kN/m}^2$$



in acciaio

$$g_k = 0.15 \div 0.3 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{k\text{ neve}} = 1 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{k\text{ vento}} = 0.5/0.6 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{var} \gg q \Rightarrow \frac{q}{g+q} \uparrow$$

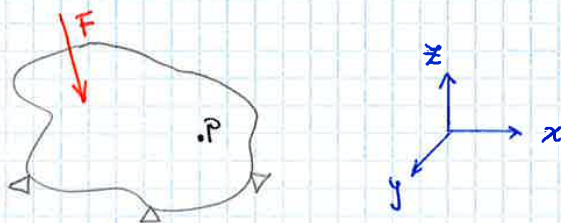
ESERCITAZIONE 14

DEFORMAZIONI IMPRESSE - AZIONI INDIRECTE

$\bar{\epsilon}$ = deformazioni impresse
 ↓ COMPATIBILI CON I VINCOLI / NON COMPATIBILE
 ↓ CONGRUENTI / NON CONGRUENTI

CONGRUENZA DI UNA DEFORMAZIONE

Consideriamo un corpo elastico



u, v, w : componenti di spostamento secondo x, y, z

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

scorrimenti angolari

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

6 valori di deformazioni
 ↓ non ammissibili \forall scelta
 ↓ i valori devono soddisfare le eq. di congruenza

▷ EQ. DI CONGRUENZA TRA $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y}$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2}} \quad + \quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2}}$

Se soddisfatta \Rightarrow def. congruente

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2}$$

stessa cosa vale per le altre

\Rightarrow 6 EQ. DI CONGRUENZA

(1) $\bar{\epsilon}_z$ CONGRUENTE e COMPATIBILE con i vincoli della struttura

esempio $\rightarrow \Delta T$ a forcella \Rightarrow lineare \Rightarrow CONGRUENTE



\uparrow vincoli non si oppongono alle rotazioni di estremità \Rightarrow COMPATIBILE

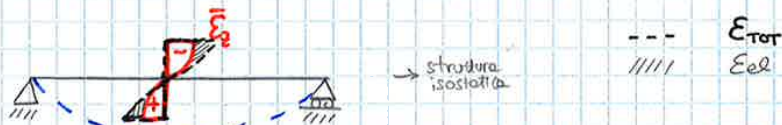
NON NASCONO:

- E_{el} (def. elastiche)
- R_v e caratteristiche di sollecitazioni (reazioni vincolari = R_v)
- σ_{el} (tensioni elastiche)

EFFETTO STRUTTURALE:

- deformazione della struttura (.....)

(2) $\bar{\epsilon}_z$ NON CONGRUENTE ma COMPATIBILE con i vincoli:



$\bar{\epsilon}_z$ NON CONGRUENTE (non lineare) \Rightarrow NASCONO:

- E_{el} tali che $E_{TOT,z} = \bar{\epsilon}_z + E_{el,z}$ sia di tipo CONGRUENTE

Ma se nascono delle $E_{el} \Rightarrow$ nascono $\sigma_{el,z} = E \cdot E_{el,z}$

\downarrow
devono essere in equilibrio con le caratteristiche di sollecitazione N_z e M_x sulle generica sezione trasversale

$$N_z = \int_A \sigma_{el,z} dA = 0$$

$$M_x = \int_A \sigma_{el,z} \cdot y dA = 0$$

\rightarrow perché $R_v = 0$

si verifica quando 1 solo $\bar{\epsilon}_z$ che sia compatibile con i vincoli

(4) $\bar{\epsilon}_z$ NON CONGRUENTE e NON COMPATIBILE con i vincoli (caso peggiore)



EFFETTI STRUTTURALI:

- MASSIMO
- R_V e caratteristiche di sollecitazione
 - $\epsilon_{el,z}$ e $\sigma_{el,z}$ per la non compatibilità
 - $\epsilon_{el,z}$ e $\sigma_{el,z}$ per la non congruenza

$$\Rightarrow \epsilon_{el,z} = \epsilon_{TOT,z} - \bar{\epsilon}_z$$

$$= \lambda + \mu_x y + \mu_y x - \bar{\epsilon}_z$$

TENSIONI: \uparrow $\sigma_z = E \cdot \epsilon_{el,z}$

\rightarrow MODULO ELASTICO

\rightarrow Considero 1 sezione omogenea (costituita da 1 solo materiale)

$$\sigma_z = E (\lambda + \mu_x y + \mu_y x - \bar{\epsilon}_z)$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 dato calcolarli lo so

conosco 3 eq. di equilibrio

$$\left. \begin{aligned} (1) \int_A \sigma_z dA &= N_z \\ (2) \int_A \sigma_z y dA &= M_x \\ (3) \int_A \sigma_z x dA &= M_y \end{aligned} \right\}$$

$\neq 0$ se $\bar{\epsilon}_z$ $\neq \epsilon$ NON CONGRUENTE
 E NON COMPATIBILE (AT)
 e/o \rightarrow ABBIAMO 1 CARICO APPLICATO (0+)

$$\int_A \sigma_z dA = N_z \Rightarrow \int_A E \lambda dA + \int_A E \mu_x y dA + \int_A E \mu_y x dA - \int_A E \bar{\epsilon}_z dA = N_z$$

\leftarrow cost \leftarrow pendenza diagramma delle def TOT

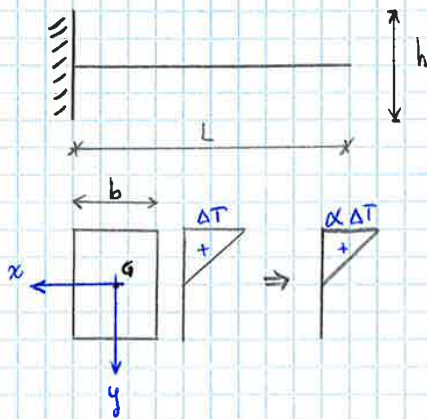
$$\int_A \sigma_z dA = N_z = E \lambda \int_A dA + E \mu_x \int_A y dA + E \mu_y \int_A x dA - E \int_A \bar{\epsilon}_z dA$$

\downarrow \downarrow
 Momento statico rispetto x Momento statico rispetto y

Se fisso x \downarrow al livello baricentrico (G)
 \Rightarrow opposti $y \Rightarrow$ si elidono

$$\Rightarrow E \lambda \int_A dA - E \int_A \bar{\epsilon}_z dA = N_z$$

✦ ESEMPIO 1



$$\alpha [^{\circ}\text{C}^{-1}] = 1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

⇒ $\bar{\epsilon}_z$ NON CONGRUENTE MA COMPATIBILE
Sist di riferimento baricentrico e centrale

TROVA LE $\bar{\epsilon}_{e,z}$ e σ_z sulla sezione trasversale

→ valgono le 3 eq. di equilibrio:

$$(1) \int_A \sigma_z dA = N_z$$

$$(2) \int_A \sigma_z y dA = M_x$$

$$(3) \int_A \sigma_z x dA = M_y$$

} = 0 xkè NO carichi e $\bar{\epsilon}_z$ NON CONGRUENTE
↓ sezione MA COMPATIBILE CON I VINCOLI

⇒ σ_z DEVONO ESSERE AUTOEQUILIBRATE (le 3 risultanti devono essere uguali a 0)

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda &= \frac{N_z}{EA} + \frac{1}{A} \int_A \bar{\epsilon}_z dA \end{aligned} \right.$$

con $N_z = 0$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_x &= \circledast \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_y &= \circledast \end{aligned} \right.$$

con $I_{xy} = 0$ perché sist di rif. principale centrale

$$\bar{\lambda} = \frac{b}{b \cdot h} \left(-\frac{2\alpha \Delta T}{h} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^0 y \, dy$$

$$= -\frac{2\alpha \Delta T}{h^2} \left[\frac{y^2}{2} \right]_{-\frac{h}{2}}^0 = -\frac{2\alpha \Delta T}{h^2} \cdot \left(-\frac{h^2}{4} \right) = \frac{\alpha \Delta T}{4}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\alpha \Delta T}{4} \leftrightarrow [-]$$

def totale a livello baricentrico $\oplus \Rightarrow$ allungamento

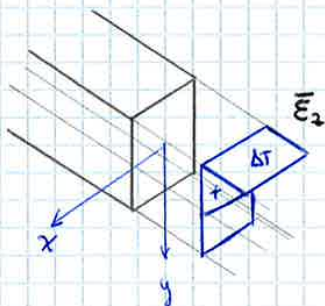
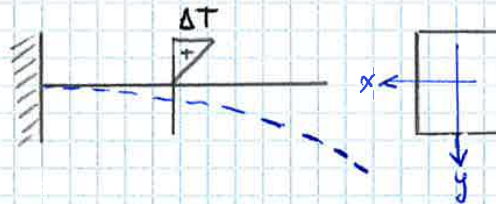
$$\bar{\mu}_x = \frac{1}{I_x} \int_A \bar{\epsilon}_z y \, dA = \frac{1}{I_x} b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{\epsilon}_z y \, dy$$

$$\bar{\mu}_x = \frac{b}{I_x} \int_{-\frac{h}{2}}^0 -\frac{2\alpha \Delta T}{h} \cdot y^2 \, dy = -\frac{2\alpha \Delta T}{I_x} \frac{b}{h} \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^0$$

$$= -\frac{12\alpha \Delta T}{bh} \frac{b}{h} \cdot \left(+\frac{h^3}{8} \right) = -\frac{\alpha \Delta T}{h}$$

$$\bar{\mu}_x = -\frac{\alpha \Delta T}{h}$$

curvatura negativa



→ devo aspettarmi $\bar{\mu}_y = 0$

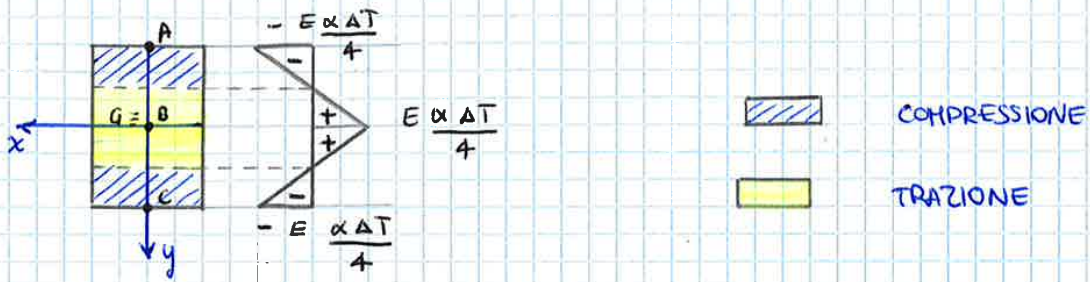
$$\bar{\mu}_y = \frac{1}{I_y} \int_A \bar{\epsilon}_z x \, dA = \frac{1}{I_y} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} x \, dx \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{\epsilon}_z \, dy$$

$$\parallel$$

$$0 \Rightarrow \bar{\mu}_y = 0$$

DIAGRAMMA σ_z

$$\sigma_z = E \cdot \epsilon_{el,z}$$



VERIFICA

$$\int_A \sigma_z dA = 0 = N_z$$

$$\int_A \sigma_z y dA = 0 = M_x$$

$$\int_A \sigma_z x dA = 0 = M_y$$

In esercizio una $\Delta T \rightarrow$ può portare ad 1 fessurazione interna del c/c

$$\mu_b = \mu_{el} + \bar{\mu}_b = -\frac{\alpha \Delta T}{h} \quad (\text{come esempio 1})$$

\uparrow reale \downarrow legata alla presenza di Π nello schema reale

$$\mu_{el} = \frac{M_b}{EI} \quad \text{con } M_b = M_0 + M_a X$$

\downarrow carico = 0

$$\Rightarrow \mu_b = \frac{M_a X}{EI} - \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

$$\int_0^L M_a \mu_b dz + \int_0^L M_a \bar{\mu}_b dz = 0$$

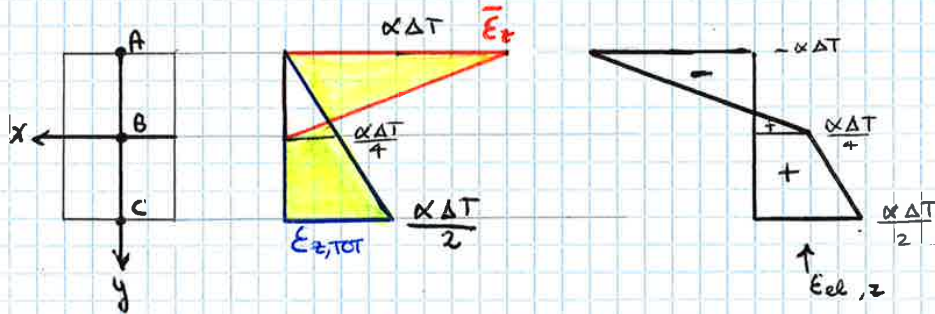
$$\int_0^L M_a \mu_b dz = 0 \quad \rightarrow \int_0^L M_a \left(\frac{M_a X}{EI} - \frac{\alpha \Delta T}{h} \right) dz = 0$$

$$\rightarrow \int_0^L \frac{M_a^2 X}{EI} dz = \int_0^L \frac{M_a \alpha \Delta T}{h} dz$$

$$X = \frac{\int_0^L \frac{M_a \alpha \Delta T}{h} dz}{\int_0^L \frac{M_a^2}{EI} dz} = -\bar{\mu} \frac{\int_0^L M_a dz}{\int_0^L \frac{M_a^2}{EI} dz} = \frac{\frac{1}{2} L^2}{\frac{L}{6EI} \left[L^2 + 4 \frac{L^2}{4} + 0 \right]}$$

$$X = -\bar{\mu} \frac{\frac{1}{2} L^2}{\frac{L^2}{3EI}} = -\bar{\mu} \frac{3EI}{2L} = \frac{3}{2} \frac{\alpha \Delta T}{h} \frac{EI}{L}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{el,z} &= \epsilon_{TOT,z} - \bar{\epsilon}_z \\ &= \lambda_b + \mu_b y - \bar{\epsilon}_z \\ &= \frac{\alpha \Delta T}{4} + \frac{1}{2} \frac{\alpha \Delta T}{h} \cdot y - \bar{\epsilon}_z \end{aligned}$$



$$\epsilon_{el,z}(A) = -\alpha \Delta T$$

$$\epsilon_{el,z}(B) = \frac{\alpha \Delta T}{4}$$

$$\epsilon_{el,z}(C) = \frac{\alpha \Delta T}{2}$$

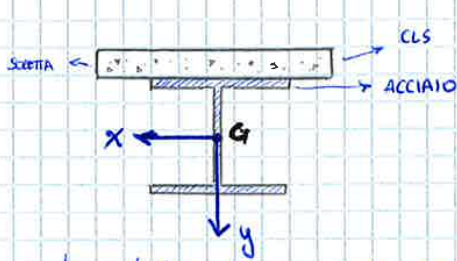
$$\sigma_z = E \cdot \epsilon_{el,z} \rightarrow \text{nella sezione } \underline{A}$$

$$\int_A \sigma_z dA = N_z = 0$$

$$\int_A \sigma_z y dA = M_b = \frac{3}{2} \frac{\alpha \Delta T EI}{h}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{el,z} &= \lambda_b + \mu_b y - \bar{\epsilon}_z = \\ &= \bar{\lambda} + \bar{\mu}_x y + \underbrace{\mu_b}_{\frac{M_b}{EI}} y - \bar{\epsilon}_z = \\ &= \underbrace{(\bar{\lambda} + \bar{\mu}_x y - \bar{\epsilon}_z)}_{\text{NON CONGRUENTE}} + \underbrace{\mu_b \cdot y}_{\text{NON COMPATIBILITÀ}} \end{aligned}$$

SEZIONE ETEROGENEA

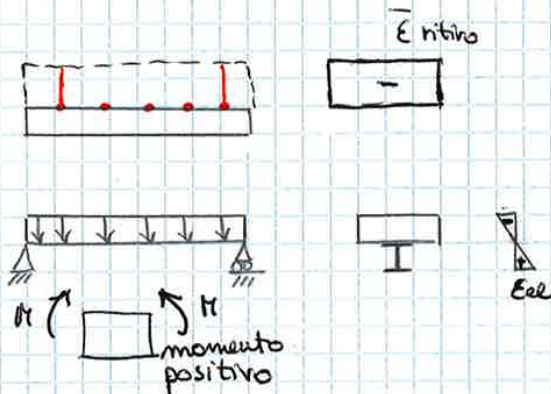


$\bar{\epsilon}_{ntivo}$ → def. rimane ma non su tutta l'altezza della sezione
 ↓
NON CONGRUENTE

La def. è congruente o non?

$$\begin{cases} M_y = 0 \\ M_x \neq 0 \end{cases}$$

Vista di lato



la soletta si accorcia
 ↓
 metto i pioli
 ↓
 l'acciaio lavora bene in trazione

3 pioli: impediscono l'accorciamento: $\bar{\epsilon}_z$ lavora sull'intera struttura

Devo aspettarmi $\sigma_z \neq 0$ sia per CLS sia per l'acciaio

- ϵ_{TOT} deve essere congruente → piana
- equilibrio con le caratteristiche di sollecitazione

$$\begin{aligned} \epsilon_{TOT} &= \epsilon_{el,z} + \bar{\epsilon}_z \rightarrow \text{non congruente} \\ &= \lambda + \mu_x y + \mu_y x + \bar{\epsilon}_z \end{aligned}$$

A_c = area CLS $\left. \begin{matrix} \leftarrow E_c \rightarrow \\ \leftarrow E_s \rightarrow \end{matrix} \right\}$ modulo elastico
 A_s = area Acciaio

Comosco

$$\epsilon_{el} = \epsilon_{TOT} - \bar{\epsilon}_z = \lambda + \mu_x y + \mu_y x - \bar{\epsilon}_z$$