NUMERO: 1719A - ANNO: 2015

A P P U N T I

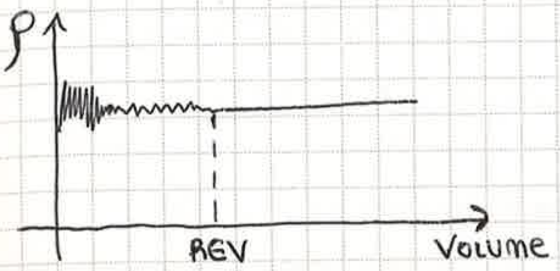
STUDENTE: Chezzi Matteo

MATERIA: Meccanica dei fluidi - prof. Butera, Boano

I FLUIDI

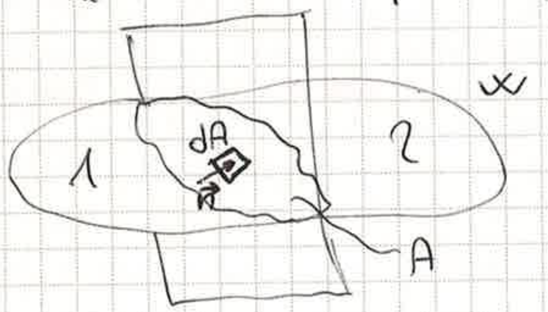
UN FLUIDO È UN CORPO MATERIALE CHE OPPONE POCA RESISTENZA ALLE VARIAZIONI DI FORMA. QUANDO LA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE È BASSA, LE FORZE CHE È NECESSARIO APPLICARE AL FLUIDO TENDONO AD ESSERE SEMPRE PIÙ PICCOLE.
I FLUIDI SI DIVIDONO IN LIQUIDI E GAS: IL LIQUIDO SI OPPONE ALLE VARIAZIONI DI VOLUME MENTRE IL GAS NON SI OPPONE CON LA STESSA RESISTENZA.

REV: VOLUME RAPPRESENTATIVO ELEMENTARE ($\ll$ mm)



IL REV È IL VOLUME MINIMO PER POTER STUDIARE IL FLUIDO COME UN SISTEMA CONTINUO.

LE FORZE SI DISTINGUONO IN FORZE DI MASSA E DI SUPERFICIE.
LE FORZE DI MASSA AGISCONO SUL CORPO, SONO PROPORZIONALI ALLA MASSA E AGISCONO A DISTANZA (ES. GRAVITÀ).
LE FORZE DI SUPERFICIE, INVECE, SONO APPLICATE SUL CONTORNO.



BISOGNA APPLICARE UN SISTEMA DI FORZE $\vec{\Pi}$ EQUIVALENTE ALLE FORZE CHE 1 IMPRIMEVA SU 2.

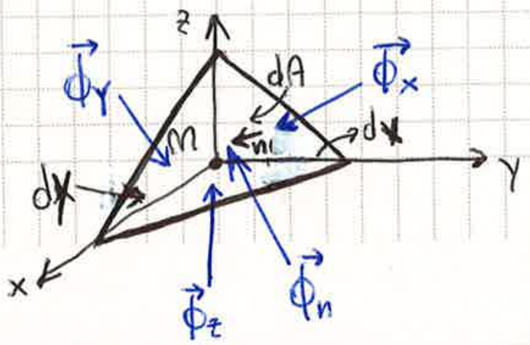
$\frac{d\vec{\Pi}}{dA} = \vec{\phi}_n$: SFORZO UNITARIO CHE AGISCE SULLA SUPERFICIE AVENTE $\vec{n}$ COME VERSORE NORMALE [N/m^2] = [Pa]

SPINTA ELEMENTARE ← $d\vec{\Pi} = \vec{\phi}_n \, dA$

$\vec{\Pi} = \int d\vec{\Pi} = \int_A \vec{\phi}_n \, dA$: SPINTA

$\vec{\phi}_n$ ⟶ COMPONENTE NORMALE $\begin{cases} \text{COMPRESSIONE} > 0 \\ \text{TRAZIONE} < 0 \end{cases}$ (IL FLUIDO NON SOPPORTA SFORZI DI TRAZIONE)

$\vec{\phi}_n = \vec{\phi}_n(M; \vec{n})$
M → PUNTO DI APPLICAZIONE
$\vec{n}$ → DISPOSIZIONE NELLO SPAZIO



LA PORZIONE DI FLUIDO È IN EQUILIBRIO ATTRAVERSO FORZE DI MASSA E DI SUPERFICIE

~~FORZE DI MASSA~~ + FORZE DI SUPERFICIE = 0

$\vec{F} \cdot m_{\text{TETRAEDRO}}$ → $\rho \cdot V \propto O^3$; FORZE DI SUPERFICIE → $\propto O^2$

$\vec{F}$ = FORZE DI MASSA PER UNITÀ DI MASSA

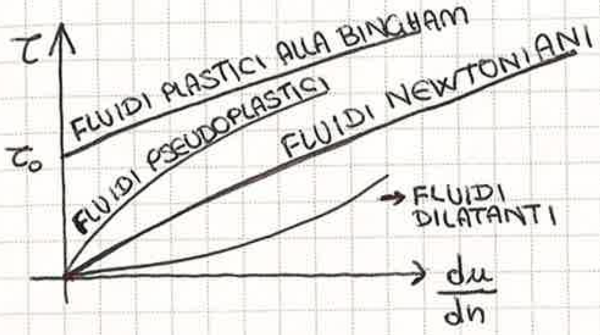
TRASCURABILI

$\tau = \mu \dfrac{du}{dn}$ ← LEGGE DI NEWTON n: DIREZIONE $\perp$ A QUELLA DEL MOTO

$\dfrac{du}{dn} \neq 0 \Rightarrow$ NASCONO DELLE τ NELLA DIREZIONE DEL MOTO, CIOÈ C'È ATTRITO TRA LE PARTICELLE FLUIDE

$\left[\dfrac{du}{dn}\right] = \left[\dfrac{1}{T}\right]$ ← ESPRIME UNA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE ANGOLARE

I FLUIDI CHE SEGUONO QUESTA LEGGE CON UN VALORE DI COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ DINAMICA (μ) COSTANTE PRENDONO IL NOME DI FLUIDI NEWTONIANI.



→ ES: ACQUA, OLIO, ARIA, GLICERINA... (LA PENDENZA DELLA RETTA È IL COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ DINAMICA μ).

I FLUIDI PLASTICI ALLA BINGHAM HANNO UN COMPORTAMENTO SIMILE AI FLUIDI NEWTONIANI: PER PICCOLE DEFORMAZIONI LO SFORZO DEVE SUPERARE UN VALORE DI SOGLIA τ_0 IN MODO DA POTER AVERE DELLE DEFORMAZIONI ANGOLARI (ES. DENTIFRICIO).

FLUIDI TIXOTROPICI: $\tau \downarrow$ SE $t \uparrow$

FLUIDI REOPECTICI: $\tau \uparrow$ SE $t \uparrow$

IL LORO COMPORTAMENTO NON DIPENDE DAL TEMPO

I FLUIDI PSEUDOPLASTICI HANNO UNA TANGENTE ALLA CURVA NON COSTANTE, QUINDI LA VISCOSITÀ VARIA IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE E PER QUESTO SI PARLA DI VISCOSITÀ APPARENTE (LA VISCOSITÀ DIMINUISCE VERSO UN VALORE COSTANTE ALL'AUMENTARE DELLA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE ANGOLARE) (ES. POLIMERI).

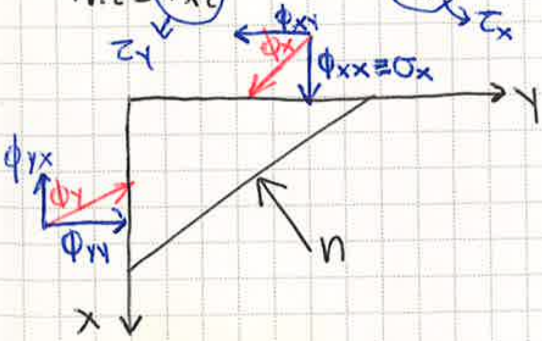
NEI FLUIDI DILATANTI SI HA IL COMPORTAMENTO OPPOSTO: LA VISCOSITÀ APPARENTE AUMENTA ALL'AUMENTARE DELLA VELOCITÀ DI DEFORMAZ. ANGOLARE

$\vec{\phi}_n = \vec{\phi}_x \cos\widehat{nx} + \vec{\phi}_y \cos\widehat{ny} + \vec{\phi}_z \cos\widehat{nz}$

$\phi_{nx} = \underset{\sigma_x}{\phi_{xx}} \cos\widehat{nx} + \underset{\tau_z}{\phi_{yx}} \cos\widehat{ny} + \underset{\tau_y}{\phi_{zx}} \cos\widehat{nz}$

$\phi_{ny} = \underset{\tau_z}{\phi_{xy}} \cos\widehat{nx} + \underset{\sigma_y}{\phi_{yy}} \cos\widehat{ny} + \underset{\tau_x}{\phi_{zy}} \cos\widehat{nz}$

$\phi_{nz} = \underset{\tau_y}{\phi_{xz}} \cos\widehat{nx} + \underset{\tau_x}{\phi_{yz}} \cos\widehat{ny} + \underset{\sigma_z}{\phi_{zz}} \cos\widehat{nz}$



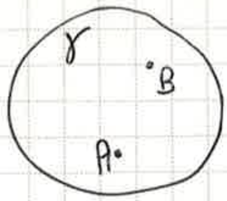
IL PEDICE DELLE τ È QUELLO TRA x, y, z CHE NON COMPARE NEI VARI SFORZI CON PEDICI NON UGUALI.

FLUIDI IN QUIETE (IDROSTATICA)

$\vec{v} = 0 \rightarrow \tau = \mu \dfrac{du}{dn} = 0$

IN UN FLUIDO IN QUIETE SI HA ASSENZA DI SFORZI TANGENZIALI QUALUNQUE SIA LA SUA VISCOSITÀ.

3)

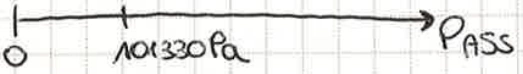


NOTO $P_A \rightarrow P_B$?

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$P_B = P_A + \gamma (z_A - z_B)$$

4) SI PUÒ LAVORARE CON PRESSIONI ASSOLUTE O RELATIVE.
LAVORANDO CON PRESSIONI ASSOLUTE SI AVRANNO SEMPRE PRESSIONI POSITIVE.

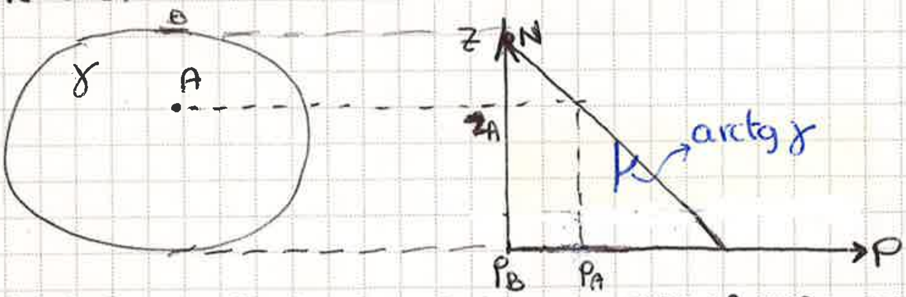


SICCOME IN MOLTE APPLICAZIONI BISOGNA CALCOLARE LA SPINTA NETTA SU UNA SUPERFICIE CHE È 'IMMERSA' NELLA PRESSIONE ATMOSFERICA CONVIENE CONSIDERARE 0 LA PRESSIONE ATMOSFERICA E LAVORARE IN TERMINI DI PRESSIONI RELATIVE.

LA SCALA È TRASLATA RISPETTO ALLA PRECEDENTE.

OVVIAMENTE, AD ENTRAMBI I MEMBRI DELLA LEGGE DI STEVINO BISOGNA UTILIZZARE LO STESSO TIPO DI PRESSIONE (P_{ASS} O P_{REL}).

5) IL LEGAME TRA LA QUOTA E LA PRESSIONE È DI TIPO LINEARE.



PER TRACCIARE IL GRAFICO È NECESSARIO CONOSCERE ALMENO LA PRESSIONE IN UN PUNTO (A). PER UN PUNTO PASSANO INFINITE RETTE QUINDI BISOGNA ANCHE CONOSCERE LA SUA INCLINAZIONE.
L'INCLINAZIONE DELLA RETTA AUMENTA ALL'AUMENTARE DI γ.

ESISTE UNA QUOTA N IN CUI $P_{REL} = 0$. QUESTA QUOTA È IMPORTANTE PERCHÈ È LA QUOTA DEL PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVO.

$$z_{PCIR} + \frac{\overbrace{P_{PCIR}}^{=0}}{\gamma} = z_P + \frac{P_P}{\gamma} \Rightarrow P_P = \gamma (z_{PCIR} - z_P) = \gamma \cdot h_P$$

h_P: AFFONDAMENTO = POSIZIONE DEL PUNTO P RISPETTO AL PCIR.

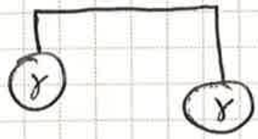
ALLORA, CONOSCENDO LA POSIZIONE DEL PCIR, APPLICANDO LA LEGGE DI STEVINO, SI PUÒ CALCOLARE LA PRESSIONE IN UN PUNTO QUALUNQUE.

$$\cancel{\gamma h_m} = \cancel{\gamma h_m} - \gamma \cdot \Delta - \gamma \cdot \delta + \gamma_m \cdot \Delta$$

$$\gamma \delta = \Delta (\gamma_m - \gamma)$$

$$\delta = \frac{\Delta (\gamma_m - \gamma)}{\gamma}$$ ← QUESTA È LA LETTURA CHE SI HA DALLO STRUMENTO

IN ALCUNI CASI È UTILE UTILIZZARE UN MANOMETRO CON CONCAVITÀ VERSO IL BASSO. IN QUESTO CASO SI PARLA DI MANOMETRO ROVESCIO E IL FLUIDO MANOMETRICO DEVE AVERE UN PESO SPECIFICO INFERIORE A γ.

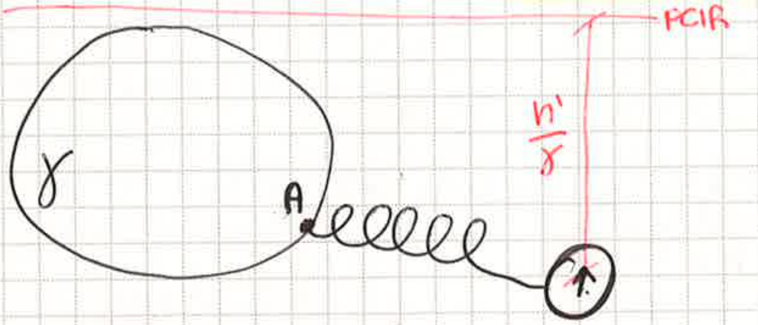


$$\delta = \frac{\Delta (\gamma - \gamma_m)}{\gamma}$$

QUESTO MANOMETRO È UTILE NEL CASO DI δ MOLTO BASSE PERCHÉ ESSENDO $\frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma} < 1$ LA LETTURA MANOMETRICA Δ È $> \delta$ E QUINDI AMPLIFICA IL δ EVITANDO COSÌ ERRORI DI MISURA.

NEL CASO DEL MANOMETRO DIFFERENZIALE, INVECE, SE $\gamma_m > 2\gamma$ SI HANNO DEI Δ PIÙ BASSI DEI δ (LA LETTURA VIENE RIDOTTA).

UN ALTRO STRUMENTO È IL MANOMETRO METALLICO.



IL MANOMETRO È COLLEGATO AL SERBATOIO MEDIANTE UN TUBICINO CHE A SUA VOLTA È COLLEGATO A UN QUADRANTE. IL FLUIDO PENETRA NEL TUBICINO E PREME SU UN SISTEMA DI LEVETTE CHE FA RUOTARE LA LANCETTA DEL QUADRANTE.

LA LETTURA n È UNA MISURA DI PRESSIONE CHE CORRISPONDE ALLA PRESSIONE NEL BARICENTRO DEL QUADRANTE.
LA PRESSIONE LETTA SULLO STRUMENTO NON È QUELLA NEL PUNTO A.

$$[n] = \left[\frac{Kg_P}{cm^2}\right] \longrightarrow \frac{9{,}806}{10^{-4}} [Pa]$$

IN Pa: $\frac{n'}{\gamma} = h_{G\,manom.}$

$$p = \gamma \cdot h \rightarrow n' = \gamma \cdot h_{G\,manom.} \Rightarrow \frac{n'}{\gamma} = h_G$$

→ DIMENSIONALMENTE CORRISPONDE A UNA LUNGHEZZA

(ES. MANOMETRO DI BOURDON)

$d\vec{S} = p \cdot \vec{n}\, dA$

$\vec{S} = \int d\vec{S}$

SICCOME L'AREA A È CONTENUTA IN UN PIANO, IL VERSORE $\vec{n}$ IN OGNI PUNTO HA LA STESSA DIREZIONE QUINDI LE SPINTE ELEMENTARI $d\vec{S}$ SONO TRA DI LORO TUTTE PARALLELE.
QUESTO SIGNIFICA CHE $\vec{S} \parallel \vec{n}$ E CHE $S = \int dS$.

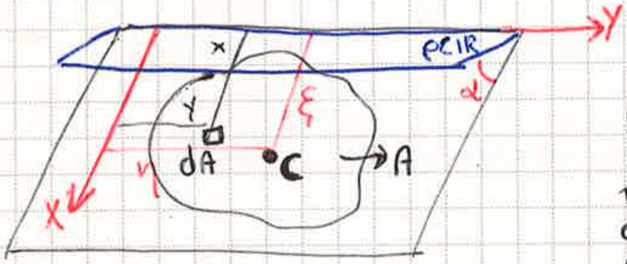
$$S = \int dS = \int_A p\,dA = \int \gamma \cdot \underbrace{h}_{z_{PCIR} - z} \cdot dA = \int \gamma \cdot x \,\mathrm{sen}\,\alpha\, dA = \gamma \,\mathrm{sen}\,\alpha \int x\,dA$$

PER DEFINIZIONE DI BARICENTRO, $x_G = \frac{\int x\,dA}{A}$. ALLORA, $A x_G = \int x\,dA$.

SOSTITUENDO NELLA FORMULA DELLA SPINTA SI HA: $S = \gamma \,\mathrm{sen}\,\alpha \cdot A \cdot x_G$.

$S = \gamma \cdot A \cdot h_G = p_G \cdot A$ ← LA SPINTA RISULTA ESSERE UGUALE ALLA PRESSIONE NEL BARICENTRO PER L'AREA DELLA SUPERFICIE.

RIMANE PERÒ DA TROVARE IL CENTRO DI SPINTA, OVVERO IL PUNTO IN CUI VIENE APPLICATA QUESTA SPINTA.



$C = (\xi ; \eta)$

LE COORDINATE DEL CENTRO DI SPINTA SONO MISURATE RISPETTO A UN SISTEMA DI RIFERIMENTO DOVE L'ASSE Y COINCIDE CON LA LINEA DI SPONDA E L'ASSE X APPARTIENE ALLA SUPERFICIE INCLINATA ED È DIRETTO SECONDO LA DIREZIONE DI MASSIMA PENDENZA.

PER STUDIARE LA COORDINATA ξ SI PUÒ DIRE CHE LA SPINTA MOLTIPLICATA PER ξ DETERMINA UN MOMENTO DI ROTAZIONE INTORNO ALL' ASSE Y CHE DEVE ESSERE UGUALE AL MOMENTO DATO DA TUTTE LE SPINTE ELEMENTARI.

$$S \cdot \xi = \int p\,dA \cdot x = \int \gamma \cdot h \cdot x\,dA = \int \gamma x \,\mathrm{sen}\,\alpha \cdot x\,dA = \gamma \,\mathrm{sen}\,\alpha \int_A x^2\,dA$$

$$\cancel{\gamma \,\mathrm{sen}\,\alpha}\, x_G \cdot A \cdot \xi = \cancel{\gamma \,\mathrm{sen}\,\alpha} \cdot \int_A x^2\,dA$$

$$\xi = \frac{\int_A x^2\,dA}{x_G \cdot A} = \frac{I}{M}$$

I → MOMENTO D'INERZIA DI A FATTO RISPETTO ALLA LINEA DI SPONDA

M → MOMENTO STATICO DI A FATTO RISPETTO ALLA LINEA DI SPONDA.

PER CALCOLARE η SI PUÒ DIRE CHE IL MOMENTO DATO DALLA RISULTANTE APPLICATA IN C (CHE HA UN BRACCIO η RISPETTO ALL' ASSE X) DEVE ESSERE UGUALE AL MOMENTO DATO DALLE SPINTE ELEMENTARI CHE SONO DISTRIBUITE SULLA FIGURA.

$$\vec{S}_{FLUIDO \to AB} = -\vec{S}_{AB \to FLUIDO}$$

SI PUÒ ISOLARE UN VOLUME DI FLUIDO DOVE PARTE DELLA SUA SUPERFICIE DI CONTORNO COINCIDE CON LA SUPERFICIE CURVA AB E CONSIDERARE L'EQUILIBRIO DI QUESTA PORZIONE DI FLUIDO.

$$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0 \quad ; \quad \vec{G} + \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_0 = 0$$

$$\vec{S}_{FLUIDO \to AB} = -\vec{\Pi}_0$$

$$-\vec{\Pi}_0 = \vec{G} + \vec{\Pi}_1$$

$$|\vec{\Pi}_1| = A_{ABC} \cdot p_{G_{ABC}}$$

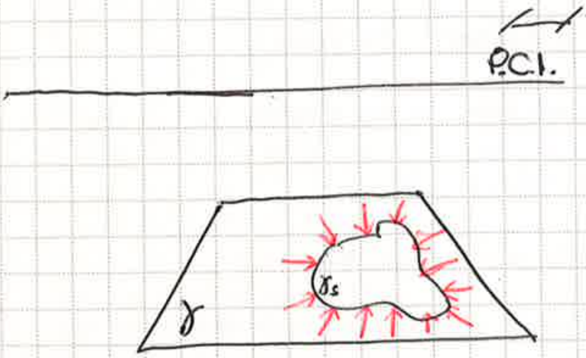
SE SI VUOLE CALCOLARE LA SPINTA CHE IL FLUIDO IMPARTISCE SULLA SUPERFICIE CURVA DE SI PUÒ CHIUDERE OPPORTUNAMENTE E RIEMPIRE IL VOLUME W_2 CON LO STESSO FLUIDO γ CHE SI TROVA NEL RECIPIENTE E CHE HA LO STESSO PCI.

$$\vec{S}_{FLUIDO \to DE} = \vec{S}_{FLUIDO \to W_2} = \vec{\Pi}_2$$

$$\vec{G}_1 + \vec{\Pi} = 0 \; ; \; \vec{G}_1 + \vec{\Pi}_2 + \vec{\Pi}_3 = 0$$

$$\vec{\Pi}_2 = -\vec{G}_1 - \vec{\Pi}_3 = +\gamma W_2 \vec{k} - \vec{\Pi}_3$$

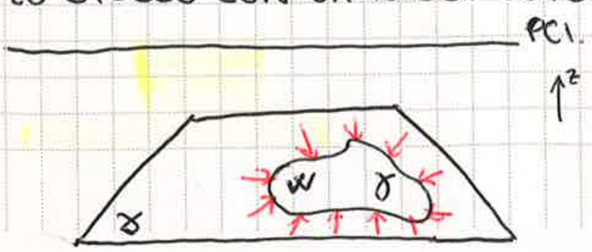
$$|\vec{\Pi}_3| = A_{DEF} \cdot p_{G_{DEF}}$$



QUALE SPINTA RICEVE IL SOLIDO γ_s DA PARTE DEL FLUIDO γ QUANDO SI TROVA IN QUELLA POSIZIONE?

LE SPINTE ELEMENTARI ESERCITATE DAL FLUIDO SULLA SUPERFICIE DEL SOLIDO NON DIPENDONO DAL FATTO CHE CI SIA UN SOLIDO MA DIPENDONO SOLO DALL'AFFONDAMENTO DEI PUNTI.

QUINDI SI PUÒ SOSTITUIRE IL SOLIDO CON DEL FLUIDO DI PESO SPECIFICO γ AVENTE STESSO PCI E ISOLARE UN VOLUME DI FLUIDO AVENTE ESATTAMENTE LO STESSO CONTORNO DEL SOLIDO IN ESAME.



A QUESTO VOLUME DI FLUIDO SI PUÒ APPLICARE L'EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI STATICHE.

$$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$$

$$\vec{\Pi} = -\vec{G} = -(-\gamma \cdot W \cdot \vec{k}) = \gamma W \cdot \vec{k}$$

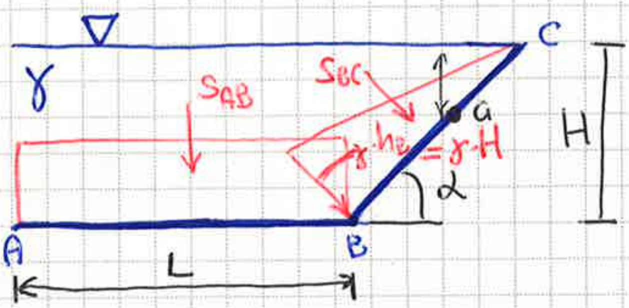
ARCHIMEDE

② $\left.\begin{array}{l} P_2 = P_1 - \gamma \cdot \Delta h \\ P_1 = \dfrac{F_1}{A_1} \\ P_2 = \dfrac{P_{AUTO}}{A_2} \end{array}\right\}$ $\dfrac{F_1}{A_1} = \dfrac{P_{AUTO}}{A_2} + \gamma \cdot \Delta h \longrightarrow F_1 = \dfrac{P_{AUTO}}{A_2} \cdot A_1 + \gamma \cdot \Delta h \cdot A_1$

$= 50 + (9806 \cdot 0{,}87) \cdot 2 \cdot 10^{-4}$

$= 51{,}7 \ N$

Es. 4: SBARRAMENTO



- PERFETTA TENUTA IN A, CIOÈ L'ACQUA NON SI PUÒ INFILTRARE SOTTO E DETERMINARE DELLE SPINTE VERSO L'ALTO
- FLUIDO FINO ALLA QUOTA H, CIOÈ AL LIVELLO MASSIMO DELLO SBARRAMENTO

a) QUAL È LA MINIMA LUNGHEZZA L AFFINCHÈ, SOTTO L'AZIONE DEL FLUIDO γ, L'ELEMENTO NON SI RIBALTI ?

b) DEFINITA L, PER QUALE VALORE DI α È MINIMA?

L'ELEMENTO RISCHIA DI RIBALTARSI RUOTANDO INTORNO AL PUNTO B. ALLORA:

a) $B)\ S_{AB} \cdot b_{SAB} - S_{BC} \cdot b_{SBC} = 0$ ← LUNGHEZZA MINIMA

$\begin{cases} S_{AB} = \gamma \cdot h_{G_{AB}} \cdot A_{AB} = \gamma \cdot H \cdot L \cdot 1 \\ b_{S_{AB}} = \dfrac{L}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} S_{BC} = \gamma \cdot h_{G_{CB}} \cdot A_{CB} = \gamma \cdot \dfrac{H}{2} \cdot 1 \cdot \dfrac{H}{\operatorname{sen}\alpha} \\ b_{S_{BC}} = \dfrac{1}{3} \dfrac{H}{\operatorname{sen}\alpha} \end{cases}$

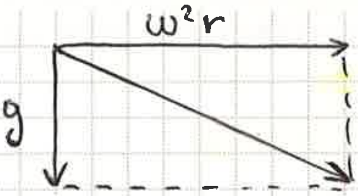
IL CENTRO DI SPINTA SI TROVA A 1/3 DALLA BASE

$(\cancel{\gamma} \cdot H \cdot L \cdot 1) \cdot \left(\dfrac{L}{\cancel{2}}\right) - \left(\cancel{\gamma} \cdot \dfrac{H}{\cancel{2}} \cdot 1 \cdot \dfrac{H}{\operatorname{sen}\alpha}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{3} \dfrac{\cancel{H}}{\operatorname{sen}\alpha}\right) = 0$

$L^2 - \dfrac{H^2}{3\operatorname{sen}^2\alpha} = 0 \Longrightarrow L = \dfrac{H}{\sqrt{3} \cdot \operatorname{sen}\alpha}$

b) BISOGNA MASSIMIZZARE IL DENOMINATORE $\Longrightarrow \alpha = 90° \Longrightarrow L_{MIN} = \dfrac{H}{\sqrt{3}}$

IL FLUIDO È SOGGETTO A UN CAMPO DI FORZE DI MASSA DATO DALLA FORZA DI GRAVITÀ E DALLA FORZA CENTRIFUGA.



QUINDI, $A_{COMPLESSIVA} = \sqrt{g^2 + (\omega^2 r^2)^2}$.

DI CONSEGUENZA, LE FORZE APPLICATE SULL'UNITÀ DI VOLUME SARANNO PROPORZIONALI A $\rho \cdot A_{COMPL}$.
NEL CAMPO DELLA GRAVITÀ, SE SI HANNO 2 FLUIDI DI DENSITÀ ρ_1 E ρ_2 SULLA LORO UNITÀ DI VOLUME AGISCE SOLO LA FORZA PESO E QUINDI SI AVRANNO UN PESO SPECIFICO γ_1 E γ_2.

$$\gamma_1 - \gamma_2 = g(\rho_1 - \rho_2)$$

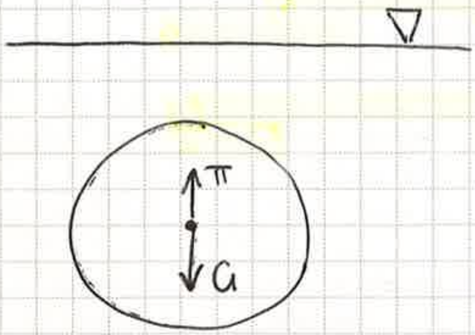
SE QUESTI 2 FLUIDI SI TROVANO NEL CILINDRO, LE FORZE CHE AGISCONO SULL'UNITÀ DI VOLUME SONO DATE DALLA FORZA PESO E DALL'ACCELERAZIONE CENTRIFUGA.

$$F_1 - F_2 = \sqrt{g^2 + (\omega^2 r^2)^2} \cdot (\rho_1 - \rho_2)$$

IN QUESTO CASO LA DIFFERENZA TRA LE FORZE CHE AGISCONO SULL'UNITÀ DI VOLUME È AUMENTATA.

SE SI VOGLIONO SEPARARE 2 FLUIDI LA VELOCITÀ DI SEPARAZIONE DIPENDE DALLA DIFFERENZA TRA QUESTE FORZE, QUINDI NEL 2° CASO LA SEPARAZIONE AVVIENE PIÙ VELOCEMENTE.

GALLEGGIANTI



a) $|G| > |\Pi|$: IL CORPO AFFONDA — DOVE LO METTO STA!
b) $|G| = |\Pi|$: EQUILIBRIO INDIFFERENTE
c) $|G| < |\Pi|$: IL CORPO SALE IN SUPERFICIE FINO ALLA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO
(SALENDO IN SUPERFICIE LA PARTE IMMERSA, E QUINDI LA SPINTA, DIMINUISCE)

SE IL CORPO È DI MATERIALE OMOGENEO, IL SUO BARICENTRO COINCIDE CON IL CENTRO DI SPINTA, QUINDI NON SI HANNO PROBLEMI PER QUANTO RIGUARDA LA ROTAZIONE.

ACCELERAZIONE TOTALE DELLA PARTICELLA $= A_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$ ← LA PARTICELLA PUÒ AVERE ACCELERAZIONE ANCHE SE LA VELOCITÀ NON CAMBIA NEL TEMPO

$$A_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$A_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\vec{A} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}_{\text{ACCEL. LOCALE}} + \underbrace{u\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}}_{\text{ACCELERAZIONE CONVETTIVA}}$$

← ACCELERAZIONE TOTALE IN FORMA VETTORIALE

TRAIETTORIE

LA TRAIETTORIA DI UNA PARTICELLA È IL LUOGO DEI PUNTI SUCCESSIVAMENTE OCCUPATI DA ESSA.

LO SPOSTAMENTO INFINITESIMO CHE SUBISCE LA PARTICELLA IN OGNI PUNTO È PARALLELO AL VETTORE VELOCITÀ CHE C'È IN QUEL PUNTO AL MOMENTO DI PASSAGGIO DELLA PARTICELLA:

$$dx = u(x, y, z, t)\,dt$$

$$dy = v(x, y, z, t)\,dt$$

$$dz = w(x, y, z, t)\,dt$$

LINEE DI CORRENTE (O DI FLUSSO)

ESSE SONO RIFERITE A UN DATO ISTANTE DI TEMPO E SONO LE LINEE TANGENTI IN OGNI PUNTO AL VETTORE VELOCITÀ IN QUELL' ISTANTE:

$$dx = u(x, y, z, t_0)\,dt$$

$$dy = v(x, y, z, t_0)\,dt$$

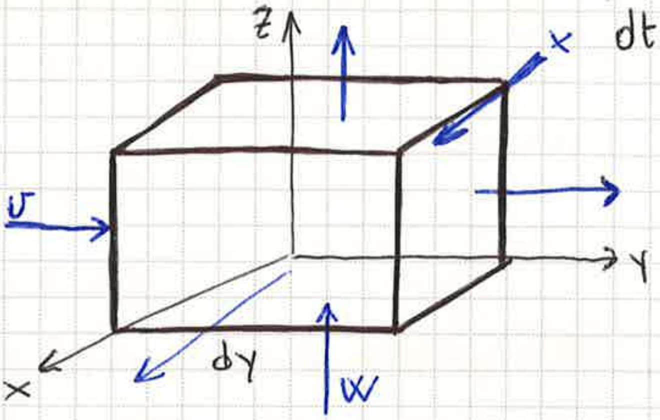
$$dz = w(x, y, z, t_0)\,dt$$

IL CAMPO DI MOTO PUÒ DIPENDERE DAL TEMPO, QUINDI IL VETTORE VELOCITÀ CAMBIA, OPPURE NO E IN QUESTO CASO SI PARLA DI CONDIZIONI DI MOTO STAZIONARIO O PERMANENTE.

IN GENERALE, TRAIETTORIA E LINEE DI FLUSSO NON COINCIDONO. ESSE COINCIDONO QUANDO IL MOTO È STAZIONARIO.

$[\rho\, dQ\, dt] = \left[\frac{\cancel{M}}{\cancel{L^3}}\cdot\frac{\cancel{L^3}}{\cancel{T}}\cdot \cancel{T}\right]$ MASSA CHE ATTRAVERSA dA NEL TEMPO dt

- EQ. IN FORMA LOCALE (O INDEFINITA)



- IL VOLUME È FERMO ED È ATTRAVERSATO DA UN FLUIDO
- IL FLUIDO È SEDE DI UN CAMPO DI MOTO:

$u \parallel x$
$v \parallel y$
$w \parallel z$

MASSA ENTRANTE − MASSA USCENTE

y) $\cancel{\rho v\, dx\, dz\, dt} - \left(\cancel{\rho v} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy\right) dx\, dz\, dt$

z) $\cancel{\rho w\, dx\, dy\, dt} - \left(\cancel{\rho w} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} dz\right) dx\, dy\, dt$

x) $\cancel{\rho u\, dy\, dz\, dt} - \left(\cancel{\rho u} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\right) dy\, dz\, dt$

$$\circledast \quad M_{IN}^{dt} - M_{OUT}^{dt} = -\frac{\partial \rho v}{\partial y} dy\, dx\, dz\, dt - \frac{\partial \rho w}{\partial z} dz\, dx\, dy\, dt - \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\, dy\, dz\, dt = \Delta M_{INT.}^{dt}$$

$\boxtimes$

MASSA INIZIALE $= \rho\, dx\, dy\, dz$

VARIAZIONE DI MASSA NELL'UNITÀ DI TEMPO $= \frac{\partial(\rho\, dx\, dy\, dz)}{\partial t}$

IL VOLUME DI CONTROLLO NON CAMBIA

VARIAZIONE DI MASSA AVVENUTA IN dt $(\Delta M_{INT}^{(dt)})$ $= \frac{\partial(\rho\, dx\, dy\, dz)}{\partial t} dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx\, dy\, dz\, dt$

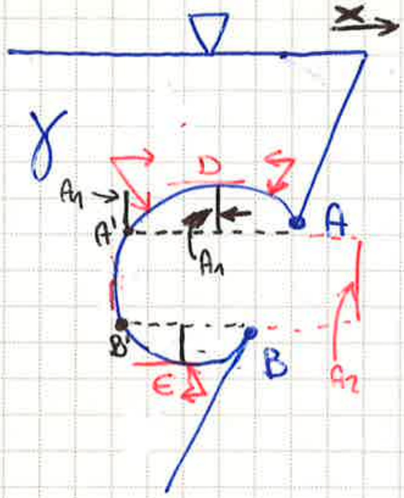
RIMETTENDO INSIEME $\circledast$ E $\boxtimes$ SI HA:

$$-\frac{\partial \rho u}{\partial x} \cancel{dx\, dy\, dz\, dt} - \frac{\partial \rho v}{\partial y} \cancel{dy\, dx\, dz\, dt} - \frac{\partial \rho w}{\partial z} \cancel{dz\, dx\, dy\, dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \cancel{dx\, dy\, dz\, dt}$$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0} \longleftrightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0}$$

ESERCITAZIONE 3

Es1: CALCOLARE LA SPINTA SULLA SUPERFICIE CURVA A-B UTILIZZANDO IL METODO DELLE COMPONENTI.



$$//x \quad -S_{AD_x} + S_{DE_x} - S_{EB_x} = S_x$$

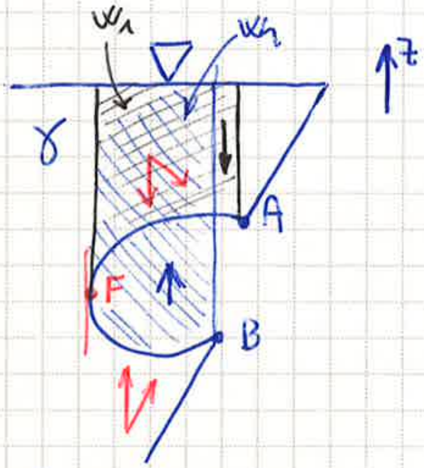
OPPURE

$$S_{AA'_x} = S_{AD_x} + S_{DA'_x} = \gamma \cdot h_{G_x} A_1 + \gamma \cdot h_{G_x} \cdot A_1 = 0$$

$$S_{BB'_x} = 0$$

QUINDI, IN TOTALE LA COMPONENTE LUNGO x DELLA SPINTA È SEMPLICEMENTE LA SPINTA CHE SI OTTIENE SU A_2, OVVERO LA PROIEZIONE DI A'B' IN DIREZIONE x:

$$S_x = \gamma \cdot h_{G_{A_2}} \cdot A_2$$

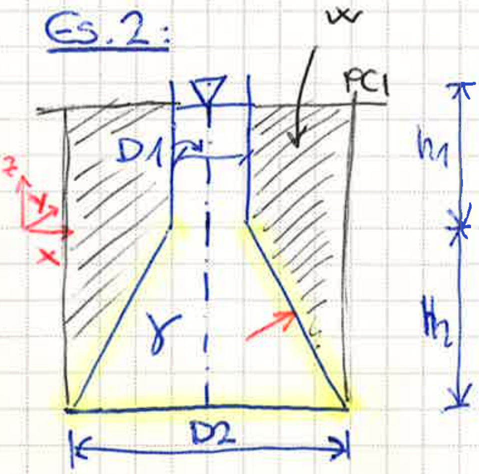


$$S_z = -\gamma \cdot W_1 + \underbrace{\gamma \cdot W_2}_{} = \gamma\,(W_2 - W_1)$$

SPINTA VERTICALE DEL FLUIDO COMPRESO TRA F E B

IL VOLUME COMUNE A W_1 E W_2 NON DÀ CONTRIBUTO.

Es.2:



$D_1 = 1\ m$

$D_2 = 4\ m$

$h_1 = 2\ m$

$h_2 = 6\ m$

$\gamma = 9806\ N/m^3$

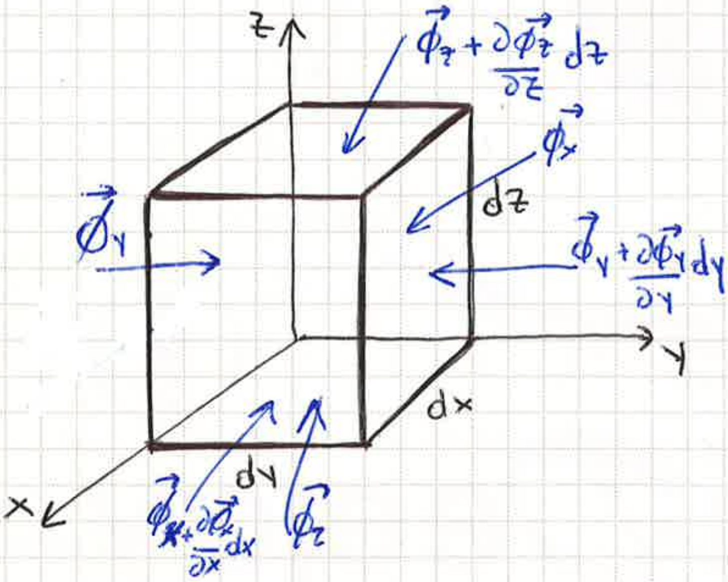
VOLUME TRONCO DI CONO $= \frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

MODULO E DIREZIONE DELLA SPINTA SULLA SUPERFICIE TRONCOCONICA?

EQUAZIONE INDEFINITA DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI DINAMICHE (FORMA LOCALE)

$d\vec{R} = dm \cdot \vec{A}$ ← SISTEMA DI FORZE INFINITESIMO CHE AGISCE SULLA PARTICELLA

- → FORZE DI MASSA $\vec{F}$
- → FORZE DI SUPERFICIE $\vec{\phi}$



LA PARTICELLA È UN PARALLELEPIPEDO DI LATI dx, dy, dz

$dm = \rho\, dx\, dy\, dz$

F DI MASSA $= \vec{F} \rho\, dx\, dy\, dz$

FORZE DI SUPERFICIE:

$$\vec{\phi}_y\, dx\, dz - \left(\vec{\phi}_y + \frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} dy\right) dx\, dz = -\frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} dy\, dx\, dz \qquad \text{(FACCE} \perp \text{ASSE } y)$$

$$\vec{\phi}_z\, dx\, dy - \left(\vec{\phi}_z + \frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z} dz\right) dx\, dy = -\frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z} dz\, dx\, dy \qquad \text{(FACCE} \perp \text{ASSE } z)$$

$$\vec{\phi}_x\, dy\, dz - \left(\vec{\phi}_x + \frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} dx\right) dy\, dz = -\frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} dx\, dy\, dz \qquad \text{(FACCE} \perp \text{ASSE } x)$$

$$\rho \vec{F} \cancel{dx\, dy\, dz} + \cancel{dx\, dy\, dz}\left(-\frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} - \frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} - \frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z}\right) = \rho \cancel{dx\, dy\, dz} \cdot \vec{A}$$

$$\boxed{\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \frac{\partial \vec{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\phi}_z}{\partial z}}$$

CONSIDERAZIONI:

1. SE $\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{A} = 0$ E $\vec{\phi}_x = p\vec{i}$, $\vec{\phi}_y = p\vec{j}$, $\vec{\phi}_z = p\vec{k}$

   $\rho \vec{F} = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} = \text{grad}\, p$ È LA STESSA DI QUELLA IN CONDIZIONI STATICHE

$\int_A \rho v_N \, dA \cdot \vec{v}$: FLUSSO DI QUANTITÀ DI MOTO $\vec{M}$ (DIMENSIONALMENTE È UNA FORZA)

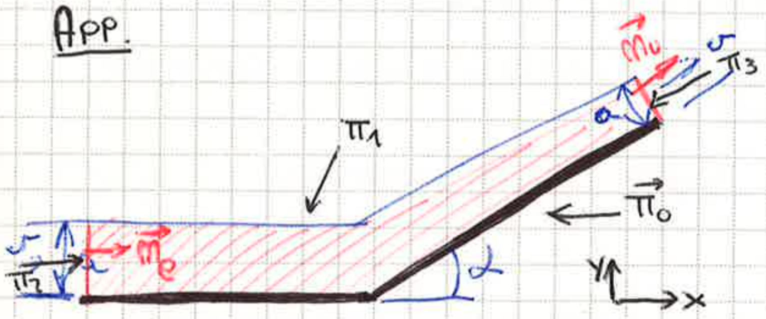
$$\vec{M} = \vec{M}_e - \vec{M}_u = \int_{A_e} \rho \vec{v} \cdot v_N \, dA - \int_{A_u} \rho \vec{v} \, |v_N| \, dA$$

QUINDI, L'EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI DINAMICHE È:

$$\boxed{\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0}$$

AZZERANDO LE VELOCITÀ SI RITORNA ALL'EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI STATICHE: $\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$.

APP.



LA PIASTRA È INVESTITA DA UN GETTO DI FLUIDO CHE A CAUSA DELLA FORMA DELLA PIASTRA VIENE DEVIATO.
LO SPESSORE DEL GETTO IN ARRIVO È PARI AD a E HA **UNA** VELOCITÀ v ED ESCE CON LE STESSE CARATTERISTICHE.

α È LA DEVIAZIONE IMPARTITA AL GETTO DALLA PIASTRA.

Hp: PESO DEL FLUIDO E RESISTENZE TRA FLUIDO E PIASTRA TRASCURABILI

CALCOLARE LA SPINTA CHE IL FLUIDO ESERCITA SULLA PIASTRA.

SE SI ISOLA UN VOLUME DI FLUIDO OPPORTUNO QUESTA SPINTA È UNA SPINTA DI SUPERFICIE.
AL VOLUME CONSIDERATO DEVE POTER ESSERE APPLICATA L'EQUAZIONE GLOBALE DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI DINAMICHE E UNA DELLE FORZE DI SUPERFICIE DEVE ESSERE LA SPINTA DELLA PIASTRA SUL FLUIDO.

$$\vec{S}_{FLUIDO \to PIASTRA} = -\vec{\Pi}_0$$

$$\vec{\Pi} = \vec{\Pi}_0 + \cancel{\vec{\Pi}_1} + \cancel{\vec{\Pi}_2} + \cancel{\vec{\Pi}_3}$$

$$\cancel{\vec{G}} + \vec{\Pi} + \cancel{\vec{I}} + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0$$

$\vec{\Pi}_1 = 0$ PERCHÉ SI HA P_{atm} SUL CONTORNO

$\vec{\Pi}_2 = \vec{\Pi}_3 = 0$: SE SI HA UN GETTO CHE HA LE TRAIETTORIE RETTILINEE E PARALLELE TRA DI LORO E SI TROVA IN UN AMBIENTE CON P_{atm} ALLORA ANCHE ALL'INTERNO DEL GETTO SI HA LA STESSA PRESSIONE.

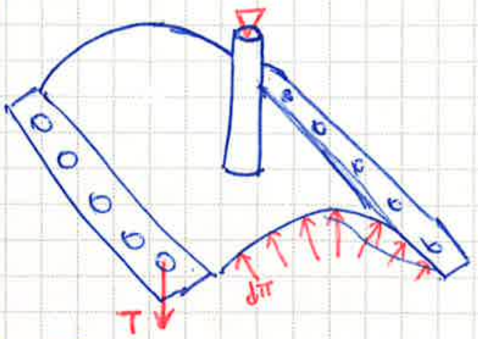
$$v_N = v \Rightarrow \vec{M}_e = \int_A \rho \vec{v} \cdot v \, dA = \int_A \rho v^2 dA \cdot \vec{n} = \beta \rho_m V_e^2 \cdot A_e$$

VELOCITÀ MEDIA NELLA SEZIONE DOVE IL FLUSSO ENTRA

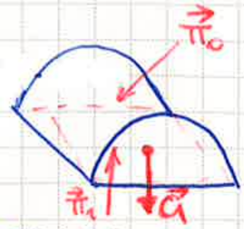
β: COEFFICIENTE DI RAGGUAGLIO

$$\beta = \frac{\int_A \rho v^2 dA}{\rho_m \cdot V_m^2 \cdot A}$$

a)



$10\,T = \text{Peso guscio} - \Pi_{\text{fluido} \to \text{guscio}}$



ISOLANDO IL VOLUME DI FLUIDO COMPRESO ALL'INTERNO DEL GUSCIO SI PUÒ APPLICARE L'EQ. GLOBALE DELL'EQUILIBRIO IN CONDIZIONI STATICHE.

$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$

$\vec{G} + \vec{\Pi}_0 + \vec{\Pi}_1 = 0$

$-\vec{\Pi}_0 = \vec{G} + \vec{\Pi}_1$

Π_0 : SPINTA DEL GUSCIO SUL FLUIDO

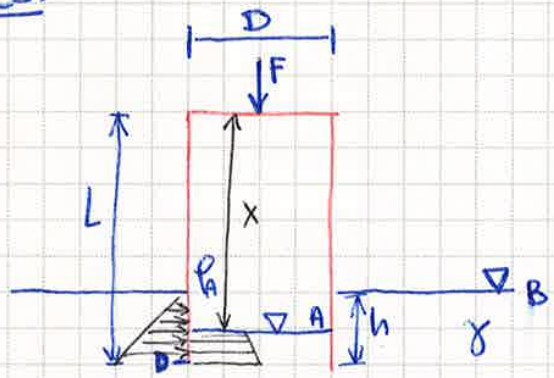
T: FORZA CHE IL GUSCIO TRASFERISCE AL BULLONE

$$-\Pi_0 = -G + \Pi_1 = -\underbrace{\left(\ell \cdot \frac{\pi R^2}{2} \gamma\right)}_{61613\,N} + \underbrace{(\gamma \cdot h_G \cdot A)}_{156896\,N} = 95283\,N$$

$10\,T = 4500 - 95283 \Rightarrow T = -9078{,}3\,N$

b) $S_{FONDO} = \gamma \cdot h_G \cdot A = 9806 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 2^2 = 492903\,N$

Es.



$D = 2\,m$

$L = 8\,m$ $\qquad \gamma = 9806\,N/m^3$

$F = 98060\,N$

DI QUANTO SI IMMERGE IL BICCHIERE?

L'ARIA SEGUE LA LEGGE DEI GAS PERFETTI E QUINDI HA UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA.

a) $\gamma \cdot h = p_A + \gamma(L - x)$ ← PUNTO ALLA QUOTA D PENSATO COME NON APPARTENENTE E APPARTENENTE AL CILINDRO

p_A È COSTANTE ALL'INTERNO DEL CILINDRO (FLUIDO DI PICCOLO PESO SPECIFICO)

b) $F = p_A \cdot \pi \frac{D^2}{4}$

c) $p_{IN} \cdot V_{IN} = p_F \cdot V_F \rightarrow 101330\, \cancel{\pi \frac{D^2}{4}} \cdot L = \cancel{\pi \frac{D^2}{4}} \cdot x \cdot (p_A + 101330)$

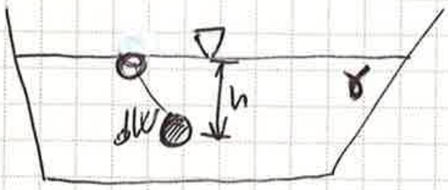
$101330\, L = x(p_A + 101330)$

METTENDO A SISTEMA a), b) e c) SI HA:

H ESPRIME L'ENERGIA MECCANICA DELL'UNITÀ DI PESO DEL FLUIDO ED È DATA DALLA SOMMA DI 3 ENERGIE POSSEDUTE DAL FLUIDO:

- UN'ENERGIA POTENZIALE DOVUTA AL FATTO CHE LA PARTICELLA SI TROVA AD UNA QUOTA z;
- UN'ENERGIA DI PRESSIONE $\left(\frac{p}{\gamma}\right)$
- UN'ENERGIA CINETICA $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$

PER CAPIRE IL SIGNIFICATO DI ENERGIA DI PRESSIONE SI UTILIZZA IL SEGUENTE CONCETTO:

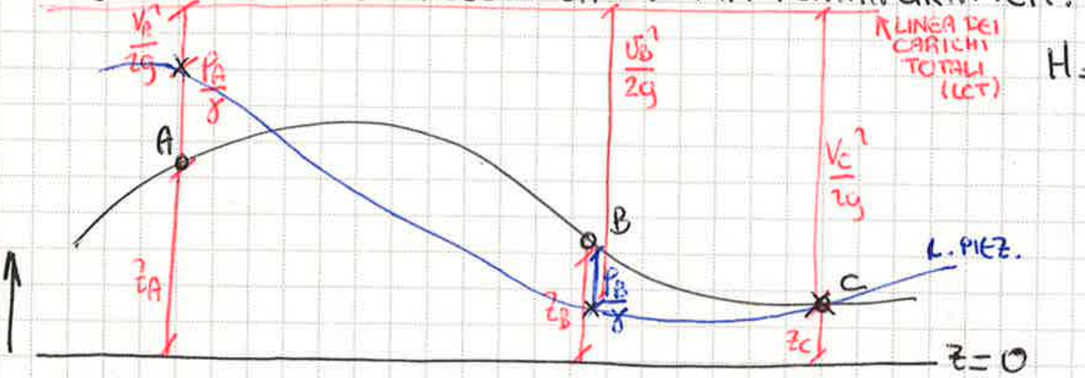


$$PESO_{dW} = \gamma \cdot dW$$

$$p = \gamma \cdot h$$

SE SI RIPORTA IN SUPERFICIE IL VOLUME dW, IL SISTEMA DI FORZE CHE LO HA RIPORTATO IN SUPERFICIE HA RISULTANTE NULLA PERCHÈ IN OGNI MOMENTO C'È EQUILIBRIO TRA IL $PESO_{dW}$ E LA SPINTA DI ARCHIMEDE QUINDI IL LAVORO COMPIUTO È NULLO.
È PERÒ AUMENTATA LA SUA ENERGIA POTENZIALE, QUINDI DEVE PER FORZA ESSERE DIMINUITA UN'ALTRA FORMA DI ENERGIA, CIOÈ QUELLA DOVUTA ALLA PRESSIONE CHE IN SUPERFICIE SARÀ NULLA.

È UTILE RIPORTARE LA COSTANZA DI H IN FORMA GRAFICA:



$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} > 0$$

LA COSTANZA DI H PUÒ ESSERE ESPRESSA DICENDO CHE LA SOMMA DI 3 SEGMENTI DI VALORE $z, \frac{p}{\gamma}, \frac{v^2}{2g}$ DEVE ESSERE COSTANTE.

hp: $p_A > 0$, $p_B < 0$, $p_C = 0$

LA LINEA PIEZOMETRICA OTTENUTA UNENDO TUTTI I PUNTI DI QUOTA PIEZOMETRICA È IMPORTANTE PERCHÈ LA DISTANZA TRA LA LCT E LA L. PIEZ È PARI ALL'ALTEZZA CINETICA.
QUESTO PERMETTE DI DETERMINARE LE ZONE DI UN IMPIANTO IN CUI SI HANNO VELOCITÀ MAGGIORI O MINORI.
SE LE 2 LINEE SONO PARALLELE LE VELOCITÀ SONO COSTANTI.
SE LE 2 LINEE SI ALLONTANANO IN QUELLA ZONA SI AVRÀ VELOCITÀ MAGGIORE.
SE LE 2 LINEE SI AVVICINANO VUOL DIRE CHE IN QUELLA ZONA LA VELOCITÀ STA DIMINUENDO.

PER CALCOLARE LA PORTATA BISOGNA CONOSCERE LA VELOCITÀ MEDIA NELLA SEZIONE CONTRATTA E SICCOME LE LUCI HANNO DIMENSIONI MODESTE RISPETTO AL CARICO CHE GRAVA SU DI ESSE SI CONSIDERA $V_c = V_a$.

$$V_c = \sqrt{2g\left(h_1 - z_a - \frac{p}{\gamma}\right)}$$

$$Q = C_c \cdot A \cdot C_v \cdot \sqrt{2g\left(h_1 - z_g - \frac{p}{\gamma}\right)} = \mu A \sqrt{2g\left(h - \frac{p}{\gamma}\right)}$$

$h \uparrow$ CARICO SULLA LUCE

SE $P = 0$ (RELATIVA) $\Rightarrow Q = \mu A \sqrt{2gh}$

$$Q_{MAX} = \mu A \sqrt{2g\left(h - \frac{-101330}{\gamma}\right)}$$

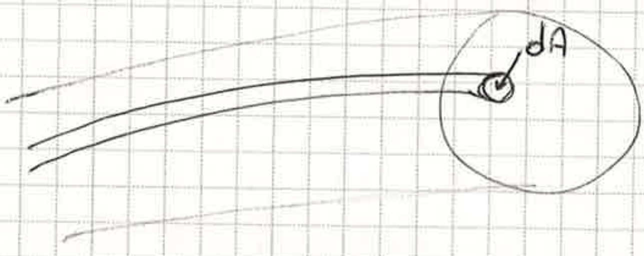
SE $h - \frac{p}{\gamma} = 0 \rightarrow \frac{p}{\gamma} = h \Rightarrow Q = 0$

SE $\frac{p}{\gamma} > h$ IL GAS NEL SERBATOIO A VALLE ENTRA NEL SERBATOIO A MONTE SOTTO FORMA DI BOLLE.

L'IPOTESI DI LAVORARE SOLO SU UNA TRAIETTORIA È MOLTO RESTRITTIVA E NON PERMETTE DI APPLICARE IL TEOREMA DI BERNOULLI IN MOLTE APPLICAZIONI PRATICHE.
PER COMODITÀ SI LAVORA DA UNA SEZIONE TRASVERSALE ALL'ALTRA E PER QUESTO SI ESTENDE IL TEOREMA DI BERNOULLI ALLE CORRENTI.

POTENZA DI UNA CORRENTE

LA POTENZA DI UNA CORRENTE SI RIFERISCE AD UNA DATA SEZIONE ED È L'ENERGIA CHE QUELLA CORRENTE FA PASSARE IN QUELLA SEZIONE NELL'UNITÀ DI TEMPO.



$v\,dA = dQ$ ← VOLUME DI FLUIDO CHE LA CORRENTE FA PASSARE IN dA NELL'UNITÀ DI TEMPO

$\gamma v\,dA = \gamma\,dQ$ ← PESO DI FLUIDO CHE ATTRAVERSA dA NELL'UNITÀ DI TEMPO

$[H] = \frac{\text{ENERGIA}}{\text{PESO}}$

$\gamma\,dQ \cdot H$ ← ENERGIA CHE NELL'UNITÀ DI TEMPO PASSA ATTRAVERSO dA

IL TUBO DI FLUSSO HA SEZIONE COSÌ PICCOLA CHE SI PUÒ CONFONDERE CON UNA TRAIETTORIA E QUINDI SI PUÒ UTILIZZARE IL CARICO TOTALE H.

$dP = \gamma \cdot dQ \cdot H$

$dP \uparrow$ POTENZA INFINITESIMA

ESERCITAZIONE 5

Es.

$x \geq 0$ $\quad$ $u = x$ $\quad$ $P(3,4)$ $\quad$ EQ. TRAIETTORIA?

$y \geq 0$ $\quad$ $v = -y$

$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$ ← LA TRAIETTORIA È TANGENTE IN OGNI PUNTO AL VETTORE VELOCITÀ

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \; ; \quad \frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x} \; ; \quad \int \frac{dy}{y} = \int -\frac{dx}{x}$$

$$\ln y = -\ln x + c_1$$

$$\ln(yx) = c_1 \rightarrow yx = c_2 \Rightarrow c_2 = 4 \cdot 3 = 12 \qquad \boxed{yx = 12}$$

Es.

$$u = c_1 \cdot v_0 (x^2 - y^2 + xy)$$

$$v = c_1 \cdot v_0 (-2xy - 2yz + 2z^2) \qquad w = ?$$

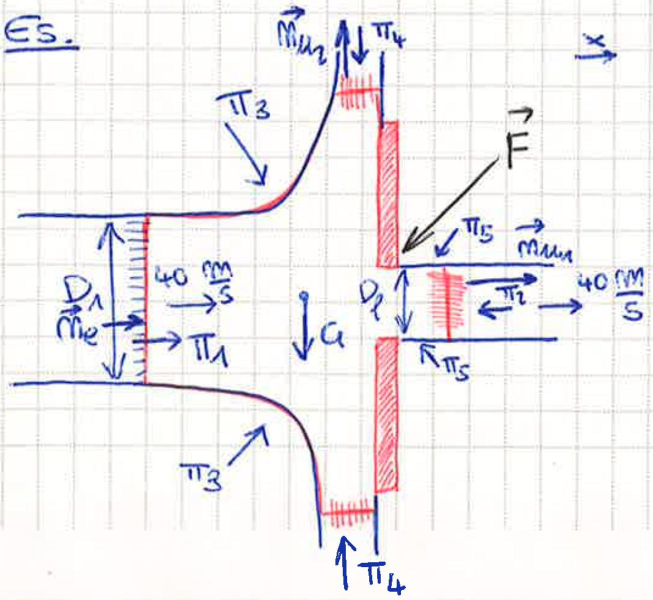
$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\cancel{2c_1 v_0 x} + c_1 v_0 \cdot y + \cancel{(-2c_1 v_0 x)} - 2c_1 v_0 \cdot z + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 2c_1 v_0 z - c_1 v_0 y$$

$$w = c_1 v_0 \cdot z^2 - c_1 v_0 yz + c_2$$

Es.



$D_\ell = 20$ mm

$D_{PIATTO} = 300$ mm

GETTO D'ARIA

$v_e = 40$ m/s

$D_1 = 0{,}08$ m

$\vec{F}$ TALE CHE IL PIATTO RIMANGA FERMO?

LA FORZA CON CUI SI TIENE IL PIATTO FERMO SI SCARICA SUL FLUIDO ATTRAVERSO LA SUPERFICIE DI CONTATTO FLUIDO-PIATTO, QUINDI $\vec{F}$ DIVENTA UNA FORZA DI SUPERFICIE APPLICATA AL FLUIDO.

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow \cancel{A_1} V_e = \cancel{A_2} \cdot V_{max} - \cancel{A_2}\frac{1}{3}V_{max}$$

$$V_e = \frac{2}{3}V_{max} \Rightarrow V_{max} = \frac{3}{2}V_e$$

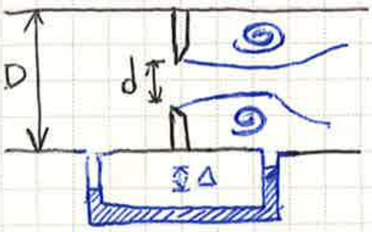
$$\beta_u = \frac{\int_A \left(\frac{3}{2}V_e\frac{r}{R}\right)^2 dA}{V_e^2 \cdot A} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^r \left(\frac{3}{2}V_e\frac{r}{R}\right)^2 r\,dr\,d\theta}{V_e^2 \cdot A} = \frac{\frac{9}{4}\cancel{V_e^2}\cdot 2\pi\int_0^r \frac{r^2}{R^2}\cdot r\,dr}{\cancel{V_e^2}\cdot A}$$

$$= \frac{9}{4}\cdot\frac{2\pi}{A}\cdot\frac{1}{R^2}\int_0^r r^3\,dr = \frac{9}{\cancel{4}\,2}\cdot\frac{\cancel{2\pi}\cdot\cancel{4}}{\cancel{\pi}D^2}\cdot\frac{1}{\cancel{R^2}}\cdot\frac{1}{4}R^{\cancel{4}\,2} = \frac{9}{8} = 1{,}125$$

$$-F_{x\,schermo\to fluido} = 1380\cdot\frac{\pi\cdot 0{,}6^2}{4} - 1034\cdot\frac{\pi\cdot 0{,}6^2}{4} + 1\cdot\underset{\rho}{\underset{\uparrow}{1{,}2}}\cdot 3{,}3^2\cdot\frac{\pi\cdot 0{,}6^2}{4} - \frac{9}{8}\cdot 1{,}2\cdot 3{,}3^2\cdot\frac{\pi\, 0{,}6^2}{4}$$

$$= 97{,}37\,N$$

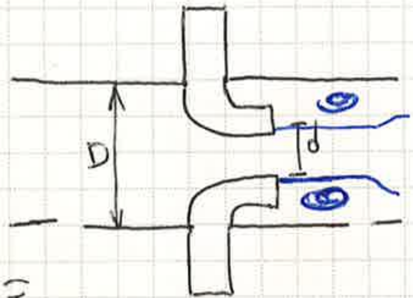
DIAFRAMMA



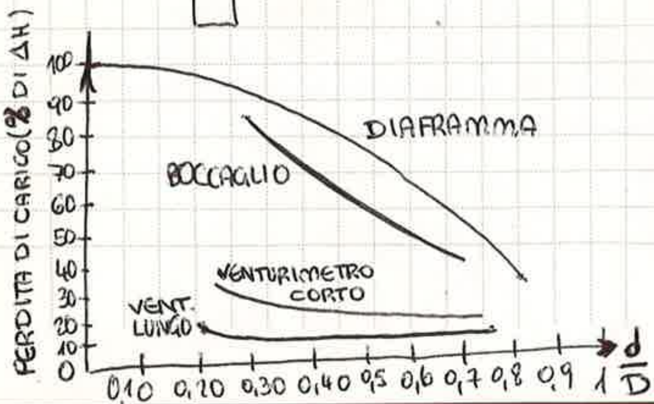
È ESSENZIALMENTE UN PIANO FORATO AL CENTRO CHE HA UNO SPIGOLO VIVO PER PERMETTERE IL DISTACCO DELLA VENA.
IL DIAFRAMMA NON È UNO STRUMENTO MOLTO PRECISO PERCIÒ BISOGNA AVERE UNA CURVA DI TARATURA CHE PERMETTE DI DIRE QUALE PORTATA PASSA QUANDO SI LEGGE UN DISLIVELLO Δ.

$$Q = Q(\Delta)$$

BOCCAGLIO



RISPETTO AL DIAFRAMMA, IL BOCCAGLIO ACCOMPAGNA DI PIÙ LA VENA.
IL PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO È UGUALE A QUELLO DEL DIAFRAMMA: SI INSERISCONO I RAMI DI UN MANOMETRO DIFFERENZIALE CHE MISURA LA DIFFERENZA DI QUOTA PIEZOMETRICA E SI RICAVA UNA CURVA DI TARATURA.



IL VENTURIMETRO DÀ LUOGO A PERDITE DI CARICO MINORI MENTRE IL DIAFRAMMA È LO STRUMENTO CHE GENERA PIÙ PERDITE.

IN QUESTO CASO, L'ENERGIA POTENZIALE $(z_A - z_B)$ SI È SPESA PER LE PERDITE DI CARICO E IN ENERGIA CINETICA.
QUINDI LA PORTATA SARÀ MINORE: $Q = A \cdot V_{UR}$.

SI DEFINISCE CADENTE DEI CARICHI J LA PERDITA DI ENERGIA MECCANICA PER UNITÀ DI PERCORSO.

$$\boxed{J = -\frac{\partial H}{\partial s}}$$

← DERIVATA PARZIALE PERCHÈ H POTREBBE DIPENDERE ANCHE DAL TEMPO

↑ ASCISSA CURVILINEA CHE INDICA IL PERCORSO

SICCOME È PIÙ AGEVOLE AVERE QUANTITÀ POSITIVE E SICCOME IL CARICO TOTALE DIMINUISCE DURANTE IL PERCORSO (DERIVATA NEGATIVA) SI METTE DAVANTI UN SEGNO '−'.

SI DEFINISCE CADENTE PIEZOMETRICA LA VARIAZIONE DI QUOTA PIEZOMETRICA NELL'UNITÀ DI PERCORSO.

$$\text{CADENZA}_{\text{PIEZ.}} = -\frac{\partial h}{\partial s}$$

SE MOTO UNIFORME: $H = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$; $\frac{\partial(\alpha V^2/2g)}{\partial s} = 0$
(ANCHE UNIFORME IN MEDIA)

↓

CADENTE DEI CARICHI = CADENTE PIEZOMETRICA

$$\begin{cases} s = 0 \\ H = H_0 \end{cases} \qquad H = H(s)\,?$$

$$\partial H = -J\,ds \rightarrow H\Big|_0^s = -Js\Big|_0^s \quad ; \quad H(s) - H(0) = -\int_0^s J\,ds$$

$$H(s) = H_0 - \underbrace{\int_0^s J\,ds}_{\text{PERDITE DI ENERGIA LUNGO IL PERCORSO TRA 0 E } s} \overset{\text{SE } J=K}{=} H_0 - Js$$

J È COSTANTE SE IL MOTO È UNIFORME (ES. STESSO DIAMETRO TUBAZIONE, STESSA PORTATA, STESSO MATERIALE, ...)

LUNGO IL PERCORSO CI SONO DELLE PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE CHE SONO DOVUTE AGLI SFORZI TANGENZIALI CHE NASCONO ALL'INTERNO DEL FLUIDO IN MOTO.
LE PERDITE DI CARICO CONCENTRATE SI VERIFICANO INVECE IN PARTICOLARI SEZIONI E SONO DOVUTE ESSENZIALMENTE A BRUSCHE VARIAZIONI DI GEOMETRIA. PER ESEMPIO:

BISOGNA STARE ATTENTI NEL POSIZIONARE LA POMPA PERCHÉ A MONTE DELLA POMPA NON SI POSSONO AVERE PRESSIONI TROPPO NEGATIVE E QUINDI IMPOSSIBILI.

RIASSUNTO DELLA DINAMICA

EQ. INDEFINITA DELL'EQUILIBRIO: ① $\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \frac{\partial \vec{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\Phi}_z}{\partial z}$ (LOCALE)

② $\vec{G} + \underset{(\sigma,\tau)}{\vec{\Pi}} + \vec{M}_e - \vec{M}_u + \vec{I} = 0$ (GLOBALE)

$\downarrow$ FLUIDI IDEALI

$\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \text{grad}\, P$ (EQ. DI EULERO)

$\rightarrow$ TH. DI BERNOULLI $\begin{cases} 5 \text{ HP} \\ H = \text{COSTANTE} \end{cases} \rightarrow$ APP: - FORONOMIA (MISURA DELLE PORTATE)

POTENZA DI UNA CORRENTE: $\gamma Q H \rightarrow \begin{cases} 4 \text{ HP} \\ \text{POTENZA} = \text{COSTANTE} \end{cases}$

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha V^2}{2g} = \text{COSTANTE}$$ (VENTURIMETRO)

FLUIDI REALI $\rightarrow J \rightarrow H(s) = H_0 - \int_0^s J\, ds$

FLUIDI NEWTONIANI INCOMPRIMIBILI

$\mu = \text{cost.}$ $\qquad$ $\text{div}\, \vec{v} = 0$

LAPLACIANO

PER QUESTI FLUIDI LA ① SI SCRIVE: $\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \vec{v}$

(EQUAZIONE DI NAVIER-STOKES)

PER QUESTI FLUIDI LA ② SI SCRIVE: $\int_W \rho(\vec{F}-\vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \vec{v}$

$$\underbrace{\int_W \rho \vec{F}\, dW}_{\vec{G}} \underbrace{- \int_W \rho \vec{A}\, dW}_{+\vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u} \underbrace{- \int_W \text{grad}\, p\, dW}_{+\vec{\Pi}_p} + \underbrace{\int_W \mu \nabla^2 \vec{v}\, dW}_{\ominus \int_A \mu \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cos\hat{nx} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cos\hat{ny} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cos\hat{nz} \right) dA} = 0$$

NORMALE ENTRANTE

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cos\hat{nx} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cos\hat{ny} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cos\hat{nz}}_{\frac{\partial \vec{v}}{\partial n}}$$

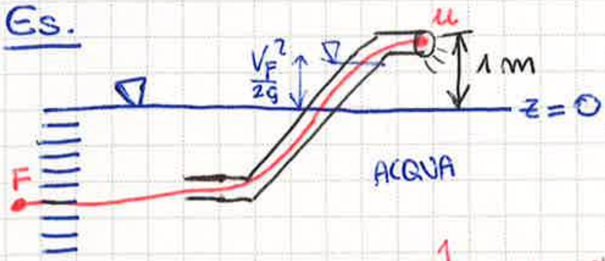
$$\circledast\ \vec{G} + \vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u + \vec{\Pi}_p - \int_A \mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial n}\, dA = 0$$

$$P_A - P_B = \gamma (z_B - z_A) + \cancel{\gamma}\,\rho \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_B^2} - \frac{1}{A_A^2}\right) =$$

$$= -25496 + 1000 \cdot \frac{0{,}02^2}{2}\left[\frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot 0{,}2^2}{4}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot 0{,}4^2}{4}\right)^2}\right] = -6498 \text{ Pa}$$

RISPETTO ALLA SITUAZIONE STATICA, LA DIFFERENZA DI PRESSIONE È RIDOTTA PERCHÈ IL FLUIDO HA IN BASSO UNA SEZIONE PIÙ PICCOLA.
INVERTENDO I DIAMETRI DELLA TUBAZIONE SI AVREBBE UN RISULTATO DIVERSO.

ES.



$v = 10$ m/s (UNIFORME)
$D = 0{,}08$ m
FLUIDO PERFETTO

Q ?

$$Q = V \cdot A$$

$$H_F = H_u \Rightarrow \underbrace{z_F + \frac{P_F}{\gamma}}_{z_{SUP.LIB} = 0} + \overset{1}{\alpha}\frac{V_F^{2}}{2g}\,{}^{10\,m/s} = \underset{1\,m}{z_u} + \cancel{\frac{P_u}{\gamma}}^{=0} + \underset{1}{\alpha}\frac{V_u^2}{2g}$$

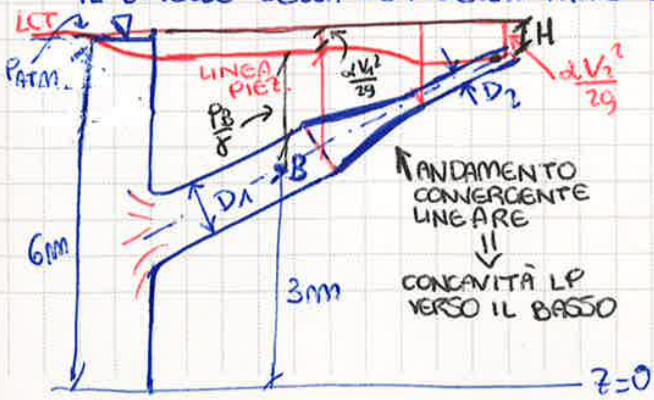
$$\frac{V_F^2}{2g} = z_u + \frac{V_u^2}{2g}$$

L'ALTEZZA CINETICA CHE IL FLUIDO AVEVA NEL FIUME SI È DISTRIBUITA IN ALTEZZA CINETICA ALLA FINE E IN ENERGIA POTENZIALE (È SALITO DI QUOTA USANDO ENERGIA CINETICA).

$$V_u = \sqrt{V_F^2 - 2g \cdot z_u} = \sqrt{10^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 1\,m} = 8{,}96 \text{ m/s}$$

$$Q = V_u \cdot A_u = 8{,}96 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}08^2}{4} = 44{,}8 \ \frac{l}{s}$$

SE $z_u > \frac{V_F^2}{2g}$ IL FLUIDO ~~TRASFORMA~~ TRASFORMEREBBE LA SUA ENERGIA CINETICA IN ENERGIA POTENZIALE E SI ANDREBBE A POSIZIONARE AD UNA QUOTA AL DI SOPRA DI QUELLA CHE C'È NEL FIUME PARI A $\frac{V_F^2}{2g}$, QUINDI IL TUBO CONTROCORRENTE SI COMPORTEREBBE COME UNA PRESA DINAMICA INDICANDO IL LIVELLO DELLA LCT DELLA TRAIETTORIA CHE È ENTRATA DENTRO.



ES.

$D_1 = 0{,}2$ m
$D_2 = 0{,}1$ m
$H = 1{,}5$ m
$\gamma = 9806$ N/m³
$H_0 = 6$ m

• FLUIDO PERFETTO E INCOMPRIMIBILE

Q ? LCT ?

LINEA PIEZ ?

P_B = ?

SICCOME VELOCITÀ E PRESSIONE SONO COLLEGATE, ANCHE $p = \bar{p} + p'$.

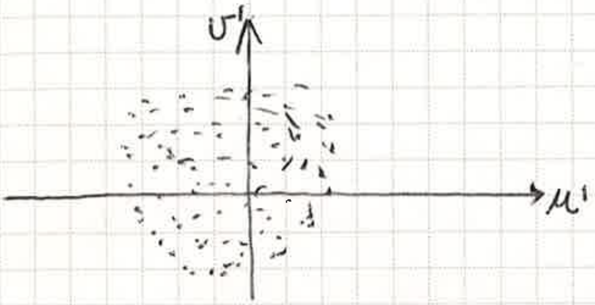
$$u' = u - \bar{u} \Rightarrow \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u' \, dT = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} (u - \bar{u}) \, dT = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u \, dT - \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \bar{u} \, dT =$$

$$= \bar{u} - \frac{1}{\cancel{T}} \bar{u} \cdot \cancel{T} = 0$$ ← LA MEDIA TEMPORALE DELLE FLUTTUAZIONI È NULLA

$\overline{u'^2} \neq 0$

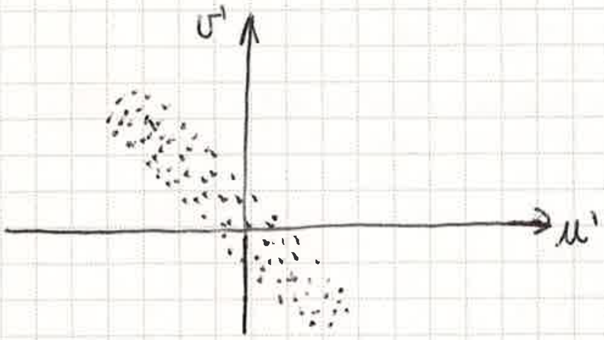
SI DEFINISCE INTENSITÀ DELLA TURBOLENZA: $I = \dfrac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{u}}$.

È UNA MISURA CHE CONFRONTA L'AMPIEZZA DELLE FLUTTUAZIONI RISPETTO AL VALORE MEDIO DELLE VELOCITÀ.



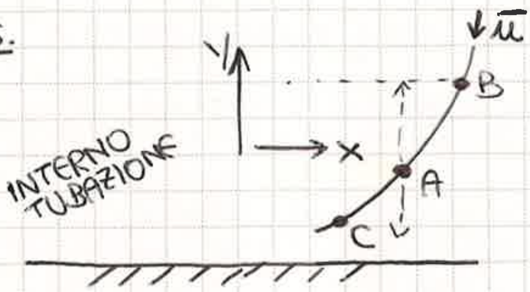
IL MOTO PER SEMPLICITÀ È CONSIDERATO BIDIMENSIONALE.

SE SI AVESSE UN FENOMENO CHE GODE DI ISOTROPIA TUTTI I PUNTI SAREBBERO DISTRIBUITI RISPETTO AI 4 QUADRANTI.



NEL CASO DI MOTO TURBOLENTO SI HA UNA PREFERENZIALE DISPOSIZIONE DEI PUNTI NEL 2° E 4° QUADRANTE.

ES.



$u_C < u_A < u_B$

UN FLUIDO REALE SI MUOVE DI MOTO TURBOLENTO.

I PUNTI DISPOSTI LUNGO UNA SEZIONE NON HANNO TUTTI LA STESSA VELOCITÀ MA LE PARETI FRENANO IL FLUIDO E ANDANDO VERSO L'ASSE SI HA UN VALORE DELLA VELOCITÀ u CHE AUMENTA

UNA PARTICELLA HA UNA FLUTTUAZIONE $v' > 0$ E UNA VELOCITÀ INIZIALE u_A E PASSA DA A A B. I PUNTI CHE SI TROVANO ALLA QUOTA B HANNO IN MEDIA UNA VELOCITÀ MAGGIORE DI u_A, QUINDI QUESTA PARTICELLA, UNA VOLTA RAGGIUNTO B, HA $u' < 0$ CIOÈ HA UNA VELOCITÀ PIÙ BASSA DELLE ALTRE.

$u'v' < 0$

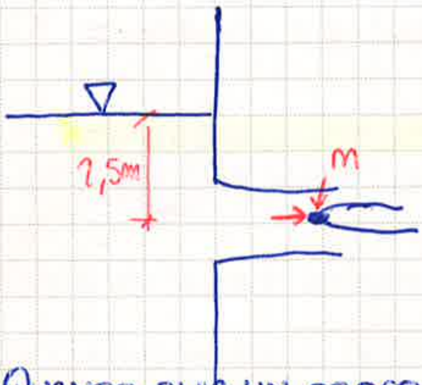
Es.2: UN GHIACCIAIO, SITO A 2000 m DI QUOTA, ALIMENTA UN TORRENTE. SOTTO L'IPOTESI CHE L'ACQUA SCORRA NELL'ALVEO COME FLUIDO IDEALE SI VALUTI L'ORDINE DI GRANDEZZA DELLA VELOCITÀ DI ARRIVO AL MARE.

H = COSTANTE

$$z_a + \overset{=0}{\cancel{\frac{p_a}{\gamma}}} + \overset{=0}{\cancel{\frac{V_a^2}{2g}}} = z_\ell + \overset{=0}{\cancel{\frac{p_\ell}{\gamma}}} + \frac{V_\ell^2}{2g}$$

$$V_\ell = \sqrt{2g(z_a - z_\ell)} = \sqrt{2\cdot 9,8\cdot 2000} \simeq 200 \text{ m/s}$$

Es.4: UN TUBO DI PITOT È ALLINEATO SULL'ASSE DI UN GETTO D'ACQUA EFFLUENTE DA UNA LUCE SULLA QUALE GRAVA UN CARICO DI 2,5 m. LA PRESSIONE ASSOLUTA RILEVATA DALLA PRESA DINAMICA E MISURATA CON UN MANOMETRO METALLICO VALE CIRCA?



$$v = \sqrt{2gh} \quad (h = 2,5 \text{ m})$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{p'}{\gamma}$$ ← AUMENTA LA PRESSIONE NEL PUNTO M

$$p' = \cancel{\gamma}\cdot\frac{v^2}{\cancel{2g}} = 2,5\cdot 9806 = 24515 \text{ Pa}$$

$$P_{mis} = 24515 + 101330 = 125734 \text{ Pa}$$

QUANDO SI HA UN CORPO ALL'INTERNO DI UN FLUIDO E LE TRAIETTORIE INVESTONO IL CORPO IL FLUIDO VIENE FRENATO E SI HA UN PUNTO A VELOCITÀ NULLA DOVE AUMENTA LA PRESSIONE CHE SI CHIAMA PUNTO DI RISTAGNO.

$$\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\int_A \rho\vec{v}\cdot v_n\, dA\, dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\int_A \rho\left(\vec{\bar v}+\vec{v}'\right)\left(\bar v_n + v_n'\right) dA\, dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\int_A \rho\left[\vec{\bar v}\cdot\bar v_n + \vec{v}'\cdot\bar v_n + \vec{\bar v}\, v_n' + \vec{v}'\, v_n'\right] dA\, dt =$$

$$= \int_A \frac{1}{T}\rho\left[\int_{t_0}^{t_0+T}\vec{\bar v}\cdot\bar v_n\, dt + \overset{=0}{\cancel{\int_{t_0}^{t_0+T}\vec{v}'\cdot\bar v_n\, dt}} + \overset{=0}{\cancel{\int_{t_0}^{t_0+T}\vec{\bar v}\cdot v_n'\, dt}} + \int_{t_0}^{t_0+T}\vec{v}'\cdot v_n'\, dt\right] dA =$$

$$= \int_A \frac{1}{T}\rho\left[\vec{\bar v}\cdot\bar v_n\cdot T + \int_{t_0}^{t_0+T}\vec{v}'\cdot v_n'\, dt\right] dA =$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = -|z| + \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{V_1^2}{V^2} = 1 - |z|\frac{2g}{V^2}$$

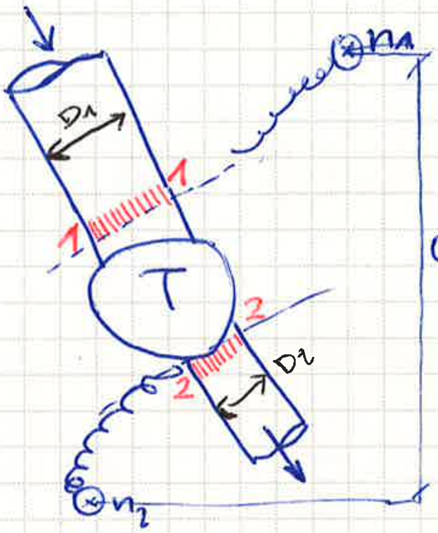
$$V^2 = V_1^2 + 2g|z|$$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2}{V^2} = \frac{V_1^2 + \cancel{2g|z|} - \cancel{2g|z|}}{V_1^2 + 2g|z|} = \frac{V_1^2}{V_1^2 + 2g|z|}$$

$$D = D_1\left(\frac{V_1^2}{V_1^2 + 2g|z|}\right)^{1/4} = D_1\frac{C}{|z|^{1/4}}$$

← ALL'AUMENTARE DI Z, IL DIAMETRO DIMINUISCE PROPORZIONALMENTE A $\frac{1}{z^{1/4}}$

Es.



$W = 9000$ KW

$D_1 = 1$ m

$D_2 = 0{,}8$ m

$n_1 = 38\ \frac{Kgf}{cm^2}$

$n_2 = 0{,}5\ \frac{Kgf}{cm^2}$

$Q = 3\ m^3/s$

$a = 3$ m

η?

$$\eta = \frac{W_{ale}}{W_{idra}} = \frac{W}{\gamma Q(H_m - H_v)}$$

$$H_m - H_v = \underbrace{z_m + \frac{p_m}{\gamma}}_{h_m = h_1} + \overset{=1}{\cancel{\alpha}}\frac{V_m^2}{2g} - \left(\underbrace{z_v + \frac{p_v}{\gamma}}_{h_v = h_2} + \overset{=1}{\cancel{\alpha}}\frac{V_v^2}{2g}\right)$$

$V_m = Q/A_1$

$V_v = Q/A_2$

$$\overset{H_m}{H_1} - \overset{H_v}{H_2} = \underbrace{h_1 - h_2}_{\downarrow} + \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right]$$

$$z_{MAN\,1} + \frac{p_{MAN\,1}}{\gamma} - z_{MAN\,2} - \frac{p_{MAN\,2}}{\gamma} = 3 + \frac{38 \cdot 9{,}806 \cdot 10^4}{9806} - \frac{0{,}5 \cdot 9{,}806 \cdot 10^4}{9806}$$

$$H_m - H_v = 3 + 380 - 5 + \frac{9}{2 \cdot 9{,}806}\left(\frac{16}{\pi^2 \cdot 1^4} - \frac{16}{\pi^2 \cdot 0{,}8^4}\right) = 3 + 375 - 1{,}072 = 376{,}92\ m$$

$$\eta = \frac{9000 \cdot 1000}{9806 \cdot 3 \cdot 376{,}92} = 0{,}81$$

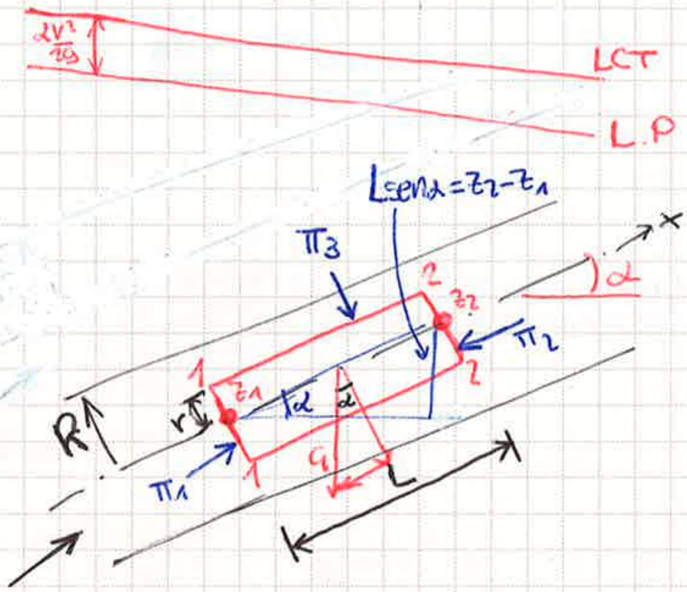
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 80

$\vec{T}$ PER UNA CORRENTE IN MOTO UNIFORME E PERMANENTE IN TUBAZIONI CIRCOLARI

$$\vec{G}+\vec{\Pi}_{\bar{p}}+\vec{I}_{\bar{v}}+\vec{M}e_{\bar{v}}-\vec{M}u_{\bar{v}}-\int_A \mu\frac{\partial\vec{u}}{\partial n}\,dA+\int_A \rho\vec{u}\,u_n\,dA=0$$

$$\vec{T}=\int_A \mu\frac{\partial\vec{u}}{\partial n}\,dA-\int_A \rho\vec{u}'u_n\,dA$$

$$\vec{G}+\vec{\Pi}_{\bar{p}}+\vec{I}_{\bar{v}}+Me_{\bar{v}}-Mu_{\bar{v}}-\vec{T}=0$$



$\tau = \tau(r)$

SICCOME IL MOTO È UNIFORME E PERMANENTE, LE τ HANNO LA STESSA DISTRIBUZIONE IN TUTTE LE SEZIONI.

IL VOLUME DI FLUIDO SI TROVA IN EQUILIBRIO:

$$\vec{G}+\vec{\Pi}_{\bar{p}}+\underbrace{\cancel{\vec{I}_{\bar{v}}}}_{\text{MOTO PERMANENTE}}^{=0}+\underbrace{\vec{M}e_{\bar{v}}-\vec{M}u_{\bar{v}}}_{=0\ \text{MOTO UNIFORME}}-\vec{T}=0$$

$$\vec{G}+\vec{\Pi}_{\bar{p}}-\vec{T}=0$$

$$\vec{T}=G+\vec{\Pi}_{\bar{p}} \xrightarrow{\text{LUNGO } x} T=-G\,sen\alpha+\Pi_1-\Pi_2$$

$$G=\gamma\cdot A_b\cdot L$$

$$T=-\gamma\cdot A_b\cdot L\,sen\alpha+p_1A_b-p_2A_b=-\gamma A_b(z_2-z_1)+p_1A_b-p_2A_b=$$

$$=\gamma A_b\left[z_1+\frac{p_1}{\gamma}-z_2-\frac{p_2}{\gamma}\right]=\gamma A_b(h_1-h_2)=\gamma A_b\cdot L\,\frac{h_1-h_2}{L}=\gamma W J$$

$$T=\int_A \underbrace{\mu\frac{\partial\vec{u}}{\partial n}}\,dA-\int_A \rho\underbrace{\vec{u}'u_n}\,dA \Rightarrow \tau=\frac{T}{A_{LAT}}$$

SONO UNIFORMI SULLA SUPERFICIE LATERALE $\Rightarrow T=\mu\frac{\partial\vec{u}}{\partial n}A_{LAT}-\rho\vec{u}'u_n A_{LAT}$

$$\tau=\frac{T}{A_{LAT}}=\frac{\gamma WJ}{A_{LAT}}=\underbrace{\gamma\frac{\pi r^{\cancel{2}}\cdot\cancel{L}\cdot J}{2\pi\cancel{r}\cdot\cancel{L}}}_{\text{LA CORRENTE HA UNA SEZIONE CIRCOLARE}}=\gamma\cdot\frac{r}{2}\cdot J$$

T È DATA DALLA SOMMA DI TUTTE LE τ SULLA SUPERFICIE LATERALE

$$L^2 \frac{\cancel{Q}\,dQ}{A_c^2 \cdot g} = -\cancel{Q}\,dt$$

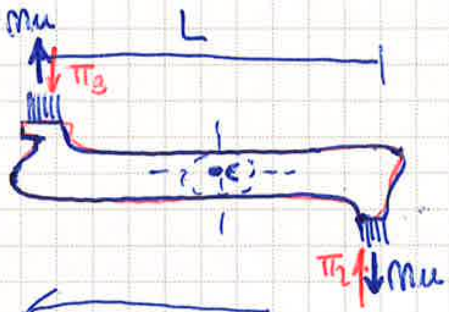
$$dQ = -\frac{A_c^2 \cdot g}{L^2}\,dt$$

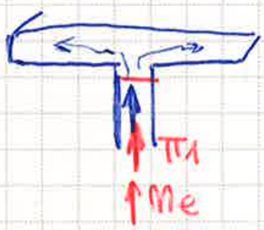
$$Q\Big|_{Q_0}^{Q} = -\frac{A_c^2 \cdot g}{L^2}\, t\Big|_0^t \rightarrow Q - Q_0 = -\frac{A_c^2 \cdot g}{L^2}\cdot t$$

$$Q(t) = Q_0 - \frac{A_c^2 \cdot g}{L^2}\cdot t$$

$$F = \rho \frac{Q^2}{A_c} \rightarrow F(t) = \rho \frac{4}{\pi D^2 \cdot e_c}\left(\overset{Q(h=h_0)}{Q_0} - \frac{e_c^2 \pi^2 D^4}{16 L^2} g t\right)^2$$

Es. UN MULINELLO IDRAULICO RUOTA INTORNO ALL' ASSE C. v È LA VELOCITÀ DEI GETTI USCENTI DAI 2 BOCCAGLI AVENTI ALLO SBOCCO DIAMETRO PARI A 5 cm.
DETERMINARE LA COPPIA NECESSARIA PER TENERE FERMO IL MULINELLO.





$\gamma = 9806\ N/m^3$

$v = 3\ m/s$

$d = 0{,}05\ m$

$L = 0{,}4\ m$

$$\vec{G} + \underbrace{\vec{\Pi}}_{\vec{\Pi}_1 + \vec{S}_{M\to F} + \underset{=0}{\cancel{\vec{\Pi}_2}} + \underset{=0}{\cancel{\vec{\Pi}_3}}} + \vec{M}_e - \vec{M}_u + \overset{=0}{\cancel{\vec{I}}} = 0$$

← v È COSTANTE

$$\vec{G} + \vec{\Pi}_1 + \vec{S}_{M\to F} + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0$$

$$-\vec{S}_{M\to F} = \vec{S}_{F\to M} = \vec{G} + \vec{\Pi}_1 + \vec{M}_e - \vec{M}_u$$

DETERMINANO UNA ROTAZIONE INTORNO A C: $\vec{M}_u$

$$M_u = \rho V^2 A = 1000 \cdot 3^2 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4} = 17{,}67\ N$$

$$\text{COPPIA} = \rho V^2 \cdot A \cdot L = 1000 \cdot 3^2 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4} \cdot 0{,}4 = 7{,}1\ Nm$$

QUINDI, PER TENERE IL MULINELLO FERMO OCCORRE ESERCITARE UNA COPPIA UGUALE E CONTRARIA.

LE TUBAZIONI SONO FERME $\Rightarrow \bar{u} = 0$

$$0 = -\frac{\gamma J}{2\mu \cdot 2} \frac{D^2}{4} + \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'}\, dr + C_1$$

$$C_1 = \frac{\gamma J}{2\mu \cdot 2} \cdot \frac{D^2}{4} - \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'}\, dr$$

SI SOSTITUISCE QUESTO VALORE NELL'ESPRESSIONE DI $\bar{u}$:

$$\bar{u}(r) = -\frac{\gamma J}{2\mu} \cdot \frac{r^2}{2} + \int_0^{r} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'}\, dr + \frac{\gamma J}{2\mu 2} \frac{D^2}{4} - \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'}\, dr =$$

$$= \frac{\gamma J}{4\mu}\left[\frac{D^2}{4} - r^2\right] - \underbrace{\int_r^{\frac{D}{2}} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'}\, dr}_{A}$$

- MOTO LAMINARE

$$\gamma \frac{r}{2} J = -\mu \frac{du}{dr}$$

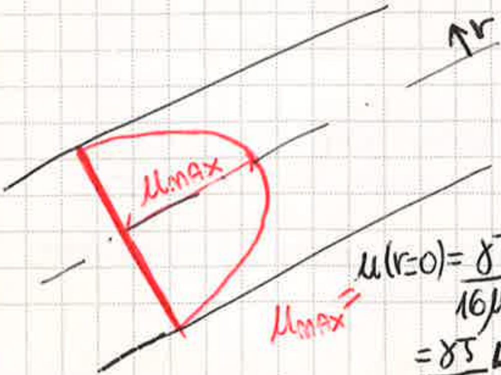
$$du = -\frac{\gamma J}{2\mu} r\, dr$$

$$u(r) = -\frac{\gamma J}{2\mu} \frac{r^2}{2} + C_2$$

C_2 SI CALCOLO IMPONENDO LA C.C: $u(r = D/2) = 0$

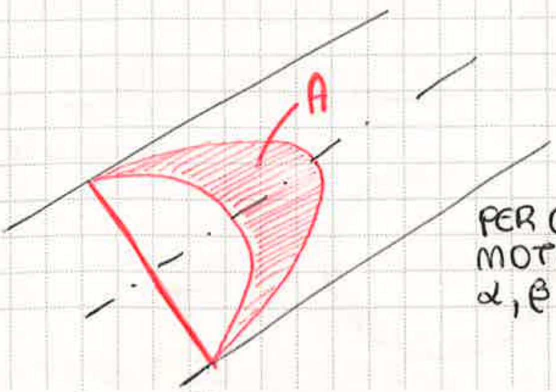
$$0 = -\frac{\gamma J}{2\mu \cdot 2} \cdot \frac{D^2}{4} + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{\gamma J}{4 \cdot \mu} \cdot \frac{D^2}{4}$$

$$u(r) = -\frac{\gamma J}{2\mu} \frac{r^2}{2} + \frac{\gamma J}{4 \cdot \mu} \frac{D^2}{4} = \frac{\gamma J}{4 \cdot \mu}\left[\frac{D^2}{4} - r^2\right]$$



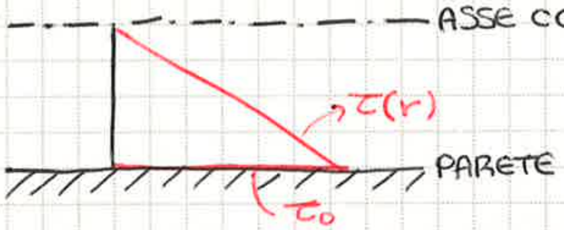
$$u(r=0) = \frac{\gamma J}{16\mu} D^2 = \frac{\gamma J}{16\mu} 4R^2 = \gamma J \cdot \frac{R^2}{4\mu}$$

MOTO LAMINARE



MOTO TURBOLENTO

PER QUESTO MOTIVO $\alpha, \beta \simeq 1$



$$\tau_0 = \tau_{max} = \gamma \frac{D}{4} J$$

PER DEFINIRE IL PROFILO DEGLI SFORZI τ BASTA CONOSCERE LO SFORZO MASSIMO τ_0.

IL CALCOLO DI J SI PUÒ RICONDURRE AL CALCOLO DI τ_0.

TEOREMA DI BUCKINGHAM

- SI HANNO N GRANDEZZE DIMENSIONALI (a_i)

$$a_1 = \underset{\text{INCOGNITO}}{f}(a_2, a_3, \dots, a_N)$$

- M È IL NUMERO DI GRANDEZZE TRA DI LORO DIMENSIONALMENTE INDIPENDENTI

- ESISTE UN LEGAME TRA $N-M$ GRANDEZZE ADIMENSIONALI (π_i)

$$\pi_1 = \underset{\text{INCOGNITO (SI TROVA PER VIA SPERIMENTALE)}}{g}(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{N-M})$$

PRO: 1. RIDUCO DI M IL NUMERO DI PARAMETRI

2. INDIVIDUO I PARAMETRI CHE SONO IMPORTANTI DAL PUNTO DI VISTA FISICO

NEL CASO DEL CALCOLO DELLE PERDITE DISTRIBUITE:

$$\tau_0 = f(\underset{\text{VELOCITÀ DEL FLUIDO}}{U}, \underbrace{\rho, \mu}_{\text{PROPRIETÀ DEL FLUIDO}}, \underbrace{D, \varepsilon}_{\text{PROPRIETÀ DELLA CONDOTTA}})$$

ε → SCABREZZA EQUIVALENTE

$[\tau_0] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$

$[U] = L \cdot T^{-1}$

$[\rho] = M \cdot L^{-3}$

$[\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

$[D] = L$

$[\varepsilon] = L$

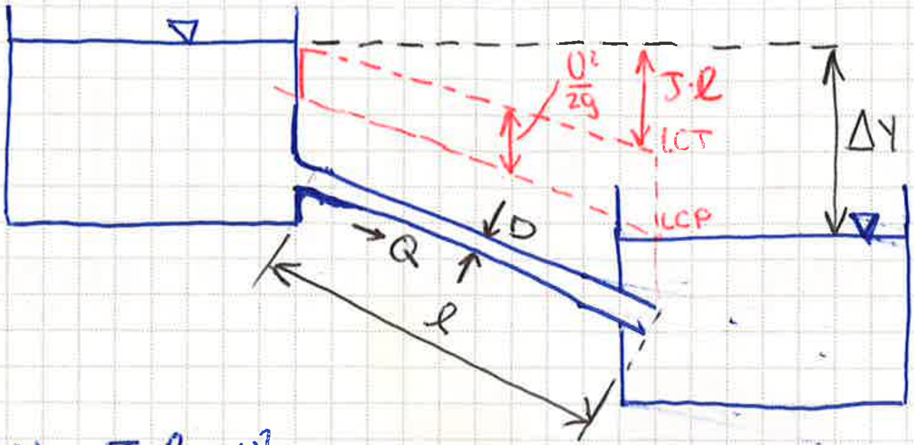
$N = 6$, $M = 3$ $\Rightarrow$ 3 GRUPPI ADIMENSIONALI

LE GRANDEZZE SCELTE PER ADIMENSIONALIZZARE LE ALTRE SONO: U, ρ, D.

$$\pi_1 = \frac{\tau_0}{\rho^a \cdot U^b \cdot D^c} \qquad [\rho^a \cdot U^b \cdot D^c] = M^a \cdot L^{-3a+b+c} \cdot T^{-b}$$

ESERCITAZIONE 9

Es. CALCOLARE LA DIFFERENZA DI CARICO ΔY CHE PERMETTE DI SPOSTARE LA PORTATA Q.



$Q = 28\ l/s = 0{,}028\ m^3/s$

$D = 0{,}10\ m$

$l = 10\ m$

TUBO LISCIO ($\varepsilon = 0$)

$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$ $\begin{cases} \rho = 1000\ \frac{Kg}{m^3} \\ \mu = 10^{-3}\ N\cdot s/m^2 \end{cases}$

$\Delta Y = J\cdot l + \frac{U^2}{2g}$

$U = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}\cdot D^2} = 3{,}6\ m/s$

$\frac{U^2}{2g} = 0{,}65\ m$ ← DI SOLITO $\frac{U^2}{2g} \simeq 5\ cm \div 1\ m$

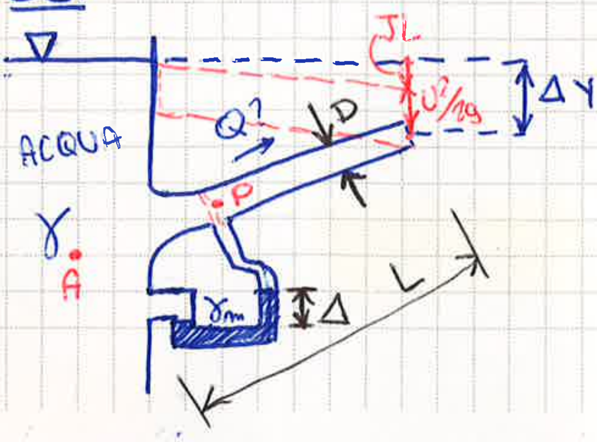
$Re = \frac{U\cdot D}{\nu} = 360\,000 = 3{,}6\cdot 10^5$ ⇒ MOTO TURBOLENTO

$\lambda = 0{,}316\cdot Re^{-0{,}25} = 0{,}013$ (OPPURE SI USA IL DIAGRAMMA DI MOODY)

$J = \lambda\frac{U^2}{2g\cdot D} = 0{,}09$ ← PER OGNI m PERCORSO SI HA UNA PERDITA DI CARICO DI 9 cm

$\Delta Y = 0{,}09\cdot 10 + 0{,}65 = 1{,}55\ m$ ← SOLO CIRCA 1/3 DELL'ENERGIA È DISPONIBILE PER IL MOTO DEL FLUIDO

Es.



$D = 0{,}025\ m$

$L = 5\ m$

$\nu = 10^{-6}\ m^2/s$

$\gamma = 9800\ N/m^3$

$\gamma_m = 133\,300\ N/m^3$

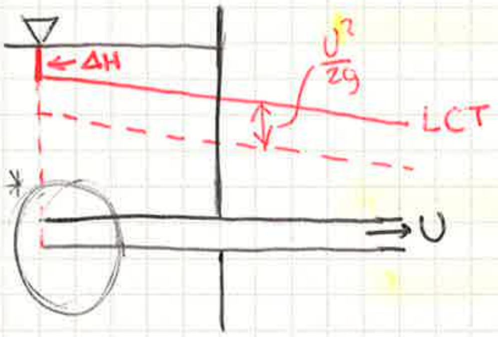
$\Delta = 0{,}1\ m$

$\Delta Y = 1\ m$

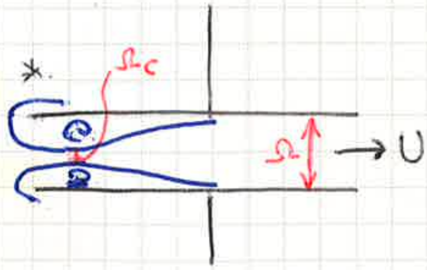
$\varepsilon = ?$

$Q = ?$

- **PERDITA D'IMBOCCO CON TUBO (ADDIZIONALE) INTERNO**



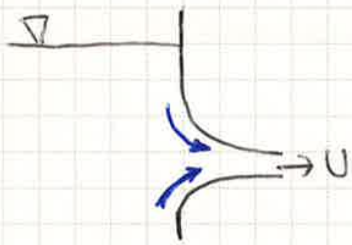
LA CONDOTTA VA A PESCARE ALL'INTERNO DEL SERBATOIO STESSO.



NEL CASO DELL'IMBOCCO L'ANGOLO CHE DEVE COMPIERE LA PARTICELLA PER ENTRARE NELLA CONDOTTA È MAGGIORE RISPETTO AL CASO IN CUI LA CONDOTTA NON ENTRA NEL SERBATOIO STESSO. PER QUESTO SI CREA UNA SEZIONE CONTRATTA PIÙ PICCOLA E QUINDI I VORTICI STAZIONARI SONO PIÙ GRANDI E PORTANO VIA PIÙ ENERGIA.

$$C_c = \frac{\Omega_c}{\Omega} = 0,5 \Rightarrow \Delta H = \frac{U^2}{2g}$$

- **PERDITA D'IMBOCCO RACCORDATO**

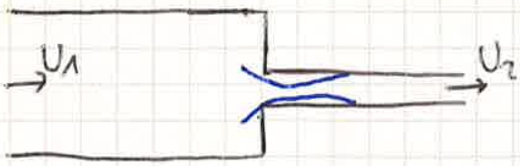


IL RACCORDO FA SI CHE NON SI FORMI LA SEZIONE CONTRATTA E QUINDI NON SI HA IL DISTACCO DELLA VENA FLUIDA ($C_c = 1$).

$$\Downarrow$$

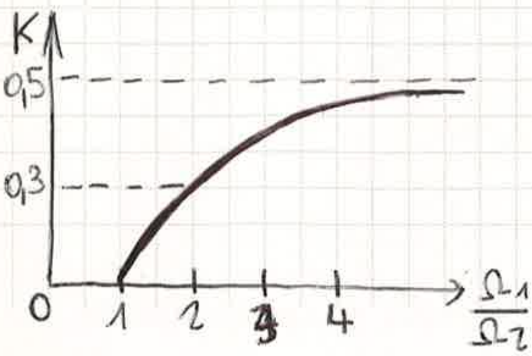
$$\Delta H = 0$$

- **BRUSCO RESTRINGIMENTO**



SE I DIAMETRI SONO MOLTO DIVERSI SI HA UNA PERDITA DI CARICO MAGGIORE.

$$\Delta H = k \frac{U_2^2}{2g} \quad \text{CON } K = K\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)$$



SE SI ALLARGA LA PRIMA CONDOTTA IN MANIERA INDEFINITA SI HA UN RAPPORTO TRA LE 2 AREE ELEVATO E QUESTA SITUAZIONE È ASSIMILABILE AD UN IMBOCCO A SPIGOLO VIVO E QUINDI LO 0,5 NON È CASUALE.

LUNGHE CONDOTTE

LE SEGUENTI SEMPLIFICAZIONI NELLE VARIE EQUAZIONI SI POSSONO FARE QUANDO LA CONDOTTA HA UNA LUNGHEZZA SUFFICIENTEMENTE ELEVATA.

1) $\Delta H_{CONC.} \simeq \frac{U^2}{2g}$ $\qquad \Delta H_{DISTR} = J \cdot L$

$\Delta H_{CONC.}$ TRASCURABILI SE $\Delta H_{CONC.} < 0{,}04\, \Delta H_{DISTR.}$

$$\frac{\cancel{U^2}}{\cancel{2g}} < 0{,}04 \frac{\lambda \cancel{U^2}}{\cancel{2g} \cdot D} \cdot L \Rightarrow \frac{L}{D} > \frac{1}{0{,}04\,\lambda}$$

Es: $\lambda = 0{,}025 \Rightarrow L > 1000\, D$

CON QUESTA SEMPLIFICAZIONE $H_{INIZ} - H_{FIN} = \Delta H_{DISTR.} = J \cdot L$

2) $U < 1 \div 2\ m/s \Rightarrow \frac{U^2}{2g} < 0{,}05 \div 0{,}2\ m$ (MOLTO PICCOLO)

$H = h + \alpha \cancel{\frac{U^2}{2g}}^{\simeq 0} \Rightarrow H \simeq h$ (CARICO TOTALE $\simeq$ CARICO PIEZOMETRICO)

LCT $\simeq$ LCP

3) CALCOLO DI J MEDIANTE FORMULE SEMPLIFICATE DI TIPO EMPIRICO

$J = \beta \frac{Q^2}{D^n}$ $\qquad n = 5 \div 5{,}33$ (PER MOTO TURBOLENTO PIENAMENTE SVILUPPATO)

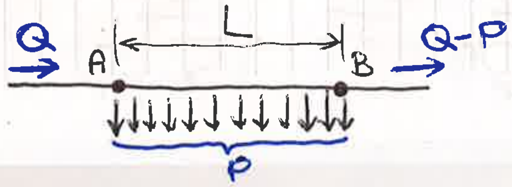
β DIPENDE SOLO DALLE CARATTERISTICHE DELLA CONDOTTA (ε, D)

I PROBLEMI CHE SI AFFRONTERANNO POSSONO ESSERE DI VERIFICA O DI PROGETTO.

NEI PROBLEMI DI VERIFICA SI CONSIDERA UNA RETE DI CONDOTTE ESISTENTE CON CARATTERISTICHE NOTE E SI CALCOLA LA PORTATA CHE LA RETE È IN GRADO DI DISTRIBUIRE.

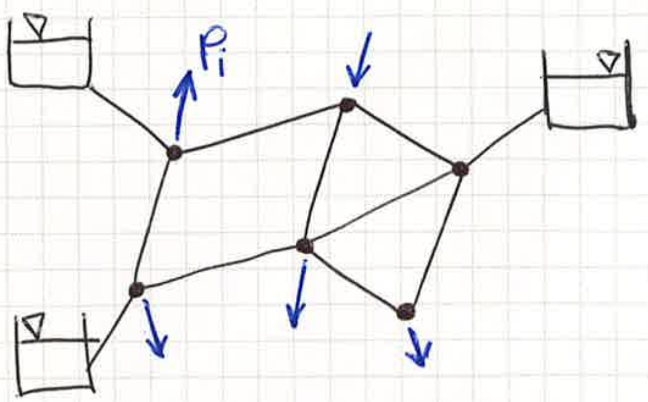
NEI PROBLEMI DI PROGETTO BISOGNA PROGETTARE UNA RETE NOTE ALCUNE CARATTERISTICHE (ES. LUNGHEZZA) E TROVARE I DIAMETRI DELLE CONDOTTE NECESSARI A GARANTIRE UNA CERTA PORTATA.

IN UNA RETE DI CONDOTTE CI POSSONO ESSERE MOLTI PUNTI DI EROGAZIONE DEL FLUIDO. PER SEMPLIFICARE I CALCOLI L'EROGAZIONE DEVE ESSERE TRASFORMATA IN UN'EROGAZIONE CONCENTRATA IN UN NUMERO PICCOLO DI NODI.



EROGAZIONE DISTRIBUITA $q = \frac{P}{L}$

PROBLEMI DI VERIFICA DI UNA RETE



I SERBATOI SONO PUNTI IN CUI SI CONOSCE IL CARICO.

L: NUMERO DEI LATI / TRONCHI DELLA RETE (TRATTI DI CONDOTTA CHE HANNO CARATTERISTICHE COSTANTI)

N: NUMERO DEI NODI DELLA RETE. I NODI SONO DEI PUNTI CHE SEPARANO 2 TRONCHI O IN CUI AVVENGONO DEI PRELIEVI DI PORTATA (NON RIENTRANO I SERBATOI).

IN UN PROBLEMA DI VERIFICA DI UNA RETE SONO NOTI:

- LE CARATTERISTICHE DELLE CONDOTTE (L_i, D_i, β_i);
- I CARICHI DEI SERBATOI (H_S)
- LE PORTATE IMMESSE / PRELEVATE AI NODI

LE INCOGNITE INVECE SONO ESSENZIALMENTE:

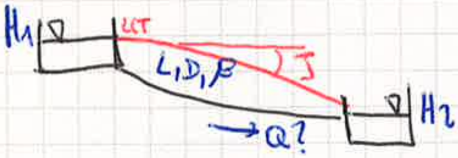
- PORTATE NEI LATI (L)
- CARICHI AI NODI (N)

$\Rightarrow$ L+N INCOGNITE DA DETERMINARE

LE EQUAZIONI CHE SI POSSONO UTILIZZARE PER RISOLVERE IL PROBLEMA SONO:

- BILANCIO DI MASSA (EQ. DI CONTINUITÀ): $\sum Q_{IN} = \sum Q_{OUT}$ (PER OGNI NODO)
- BILANCIO ENERGETICO (AI LATI): $H_i - H_{i+1} = J_i L_i$ (L EQUAZIONI)

ES: CONDOTTA SINGOLA



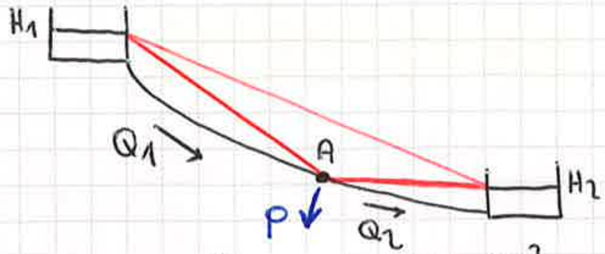
$L = 1,\ N = 0 \Rightarrow 1$ INCOGNITA (Q)

1 EQUAZIONE DI BILANCIO ENERGETICO:

$$H_1 - H_2 = JL$$

$$H_1 - H_2 = \underbrace{\beta \frac{Q^2}{D^n}}_{J} \cdot L$$ $\longrightarrow$ SI PUÒ DETERMINARE Q

ES: SCARICO DI EMERGENZA



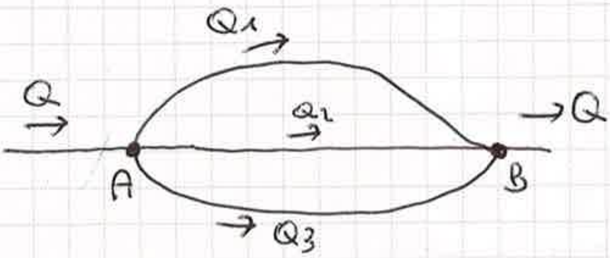
- CONDIZIONI ORDINARIE: $Q_1 = Q_2$
- CONDIZIONI DI EMERGENZA: $Q_2' = 0$

$$H_A' = H_2 \Leftarrow J_2' = 0$$

TRATTO 1: $H_1 - H_A' = \beta_1 \frac{Q_1'^2}{D_1^n} L_1 \rightarrow$ SI TROVA Q_1'

NODO A: $P = Q_1' > Q_1$

ES: CONDOTTE IN PARALLELO



NOTI L, D, β PER OGNI CONDOTTA

LE 3 CONDOTTE HANNO IN COMUNE I 2 NODI QUINDI LA DIFFERENZA $H_A - H_B$ È SEMPRE LA STESSA.

$$H_A - H_B = \beta \frac{Q_i^2}{D_i^n} L_i = K_i Q_i^2$$

$$Q_i = \frac{\sqrt{H_A - H_B}}{\sqrt{K_i}} \xrightarrow{\text{NOTI } H_A, H_B} Q = \Sigma Q_i = \sqrt{H_A - H_B}\left(\Sigma \frac{1}{\sqrt{K_i}}\right)$$

$$H_A - H_B = \frac{1}{\left(\Sigma \frac{1}{\sqrt{K_i}}\right)^2} \cdot Q^2 = K_{eq} \cdot Q^2$$

SE I CARICHI NON SONO NOTI MA È NOTA LA PORTATA COMPLESSIVA CHE PASSA NEL SISTEMA:

$$H_A - H_B = K_{eq} \cdot Q^2 = K_i \cdot Q_i^2$$

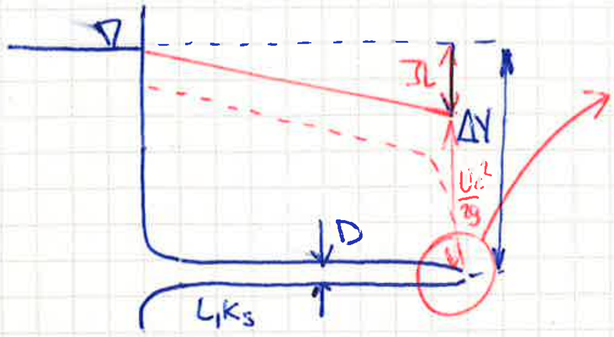
PER CALCOLARE LA RIPARTIZIONE DELLE PORTATE: $Q_i = Q \dfrac{1}{\sqrt{K_i} \cdot \left(\Sigma \frac{1}{\sqrt{K_i}}\right)}$

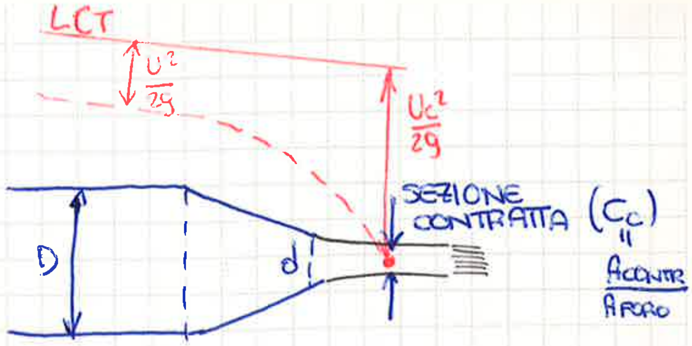
PROBLEMI DI PROGETTO DI UNA RETE

- SI ESAMINERANNO SOLO RETI APERTE
- SONO NOTE:
  - PORTATE (Q_i)
  - CARICHI SERBATOI (H_i)
  - CONDOTTE (L_i, β_i)
- BISOGNA DETERMINARE:
  - DIAMETRI (D_i) → L INCOGNITE
  - CARICHI NODI INTERNI (H_i) → N INCOGNITE

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta z}{1082}} = 0{,}033 \ \frac{m^3}{s}$$

Es.





$D = 8$ cm $\qquad C_c = 0{,}85$

$d = 4$ cm $\qquad K_s = 93 \, m^{1/3} s^{-1}$ (COEFFICIENTE DI STRICKLER)

$L = 3$ m $\qquad \Delta Y = 1$ m

LEGGE DI CHEZY: $U = \chi \sqrt{R J}$

$\chi = K_s \cdot R^{1/6}$

RAGGIO IDRAULICO ($R = D/4$ PER UNA CONDOTTA CIRCOLARE)

$$J = \frac{U^2}{\chi^2 R} = \frac{U^2}{K_s^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{Q^2}{K_s^2 \left(\frac{D}{4}\right)^{4/3} \left(\frac{\pi}{4} D^2\right)^2} = \underbrace{\frac{10{,}29}{K_s^2}}_{\beta} \cdot \frac{Q^2}{D^{5,33}}$$

DIPENDE SOLO DAL MATERIALE

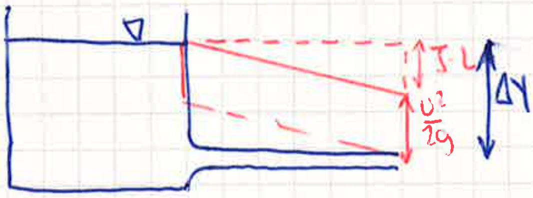
- CONFIGURAZIONE CON RESTRINGIMENTO

$$\Delta Y = JL + \frac{U_c^2}{2g} = \frac{10{,}29}{K_s^2} \cdot \frac{Q^2}{D^{5,33}} \cdot L + \frac{Q^2}{2g\left(C_c \frac{\pi}{4} d^2\right)^2}$$

$Q = 0{,}0046 \ m^3/s = 4{,}6 \ l/s$

$U_c = \frac{Q}{A_c} = 4{,}3 \ m/s$

- CONFIGURAZIONE SENZA RESTRINGIMENTO



$$\Delta Y = JL + \frac{U^2}{2g} = \frac{10{,}29}{K_s^2} \cdot \frac{Q^2}{D^{5,33}} L + \frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi}{4} D^2\right)^2}$$

$Q = 14{,}8 \ l/s$

$U = \frac{Q}{A} = 2{,}9 \ m/s$

(3) NEL TRATTO CD LA CONDOTTA LAVORA IN DEPRESSIONE, NEL TRATTO IN CUI LA CONDOTTA SUPERA IL LIVELLO INIZIALE DEL SERBATOIO HA BISOGNO DI ESSERE INNESCATA PER FAR FLUIRE LA PORTATA.

LA PORTATA CHE PASSA NEI CASI (1), (2) E (3) È SEMPRE LA STESSA.

(4) IN QUESTO CASO PASSA UNA PORTATA INFERIORE RISPETTO ALLE 3 CONFIGURAZIONI PRECEDENTI.
ALCUNI PUNTI DELLA CONDOTTA SEMBRANO SUPERARE LA LPA E QUINDI HANNO AFFONDAMENTO NEGATIVO MA IN REALTÀ LA LPA È INFLUENZATA DALLA QUOTA DELLA CONDOTTA ED È QUELLA TRATTEGGIATA.

$$J' < J \Rightarrow Q' < Q$$

NEL NODO A VIENE IMPOSTA $P_{ASS} = 0$

$$H_1 - \left(z_A - \frac{P_{atm}}{\gamma}\right) = \beta \frac{Q'}{D^n} L \quad \text{(SOPRA LPA)}$$

PIÙ AUMENTA LA QUOTA DI A E PIÙ J', E QUINDI LA PORTATA, DIMINUISCE.
IL CASO CRITICO SI HA QUANDO IL PUNTO A È ALLA STESSA QUOTA DEL CARICO INIZIALE ASSOLUTO: LA LPA DIVENTA ORIZZONTALE E LA PORTATA È PARI A 0.

PROF. BUTERA

SCHEDA 5

Es.1: SI DEVE DETERMINARE LA PORTATA CHE FLUISCE IN REGIME TURBOLENTO UNIFORME IN UNA CONDOTTA. È NOTA LA CADENTE J, IL DIAMETRO E LA SCABREZZA OMOGENEA EQUIVALENTE ε.
UTILIZZANDO LA FORMULA DI COOLEBROOK:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

$$J = \lambda \frac{V^2}{2gD} = \frac{\lambda Q^2 \cdot 16}{2gD\pi^2 D^4}$$

$$Re\sqrt{\lambda} = \frac{\cancel{v}D}{\underset{\text{NOTA}}{\nu}} \cdot \frac{\sqrt{2gDJ}}{\cancel{v}} = \frac{D}{\nu}\sqrt{2gDJ}$$ ← $Re\sqrt{\lambda}$ NON DIPENDE DALLA VELOCITÀ

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2{,}51}{\frac{D}{\nu}\sqrt{2gDJ}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$$

$$\lambda = \left[\frac{1}{-2\log_{10}\left(\frac{2{,}51}{\frac{D}{\nu}\sqrt{2gDJ}} + \frac{1}{3{,}71}\frac{\varepsilon}{D}\right)}\right]^2$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4}, \quad A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$A_1 = 2A_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} = 2\frac{\pi D_2^2}{4} \Rightarrow \frac{D_1^2}{D_2^2} = 2 \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = 2$$

Es. 5: DEL FLUIDO VIENE CONVOGLIATO IN MOTO ASSOLUTAMENTE TURBOLENTO TRA DUE SERBATOI TRAMITE DUE LUNGHE CONDOTTE FUNZIONANTI IN PARALLELO, DI EGUALE SCABREZZA RELATIVA E LUNGHEZZA, I CUI DIAMETRI SONO L'UNO DOPPIO DELL'ALTRO. LE DUE CADENTI SARANNO?

$$J_1 = \frac{H_m - H_v}{L_1}, \quad J_2 = \frac{H_m - H_v}{L_2} \quad \xrightarrow{L_1 = L_2} \quad J_1 = J_2$$

$\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_1 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_2$, $D_1 = 2D_2$ E MOTO ASSOLUTAMENTE TURBOLENTO NON INFLUENZANO IL RISULTATO.

Es. 6: DUE FLUIDI DI PARI PESO SPECIFICO PERCORRONO IN MOTO UNIFORME DUE CONDOTTE CILINDRICHE IN PARALLELO, DI FORMA ASSEGNATA E SEZIONE L'UNA IL DOPPIO DELL'ALTRA. GLI SFORZI TANGENZIALI ALLA PARETE NELLE 2 CONDOTTE RISULTERANNO?

$$\tau_0 = \gamma R J \qquad R = \frac{A}{P}$$

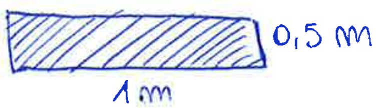
$$\tau_1 = \gamma_1 R_1 J_1, \quad \tau_2 = \gamma_2 R_2 J_2$$

$J_1 \neq J_2$ PERCHÉ NON È DETTO CHE LE CONDOTTE ABBIANO LA STESSA LUNGHEZZA.

SE PER ESEMPIO LE 2 SEZIONI SONO 

NON È DETTO CHE RADDOPPIANDO L'AREA SI RADDOPPI IL PERIMETRO BAGNATO QUINDI IL RAGGIO IDRAULICO È DIVERSO.

Es. 7: DELL'ACQUA SCORRE IN MOTO UNIFORME IN UNA CONDOTTA RETTANGOLARE CILINDRICA LE CUI DIMENSIONI SONO 0.5 × 1 m, SOTTO L'AZIONE DI UNA PENDENZA MOTRICE PARI A 0,001. LO SFORZO TANGENZIALE ALLA PARETE VALE?



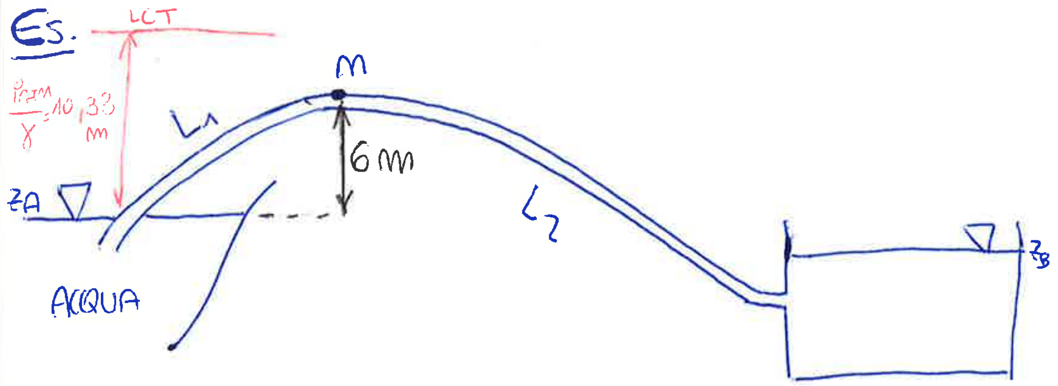
$$J = 0{,}001 \qquad \tau_0 = \gamma R J$$

$$R = \frac{1 \cdot 0{,}5}{1 + 1 + 0{,}5 \cdot 2} = 0{,}167 \text{ m}$$

$$\tau_0 = 9806 \cdot 0{,}167 \cdot 0{,}001 = 1{,}63 \frac{N}{m^2}$$

1

Es.



$L_1 = 70$ m
$L_2 = 250$ m
$D = 0,2$ m
$m_{KUTTER} = 0,3$
$Y = z_A - z_B$
$Q = Q(Y)$?

FINO A QUANDO IL FUNZIONAMENTO È REGOLARE SI HA: $H_A - PERDITE = H_B$

$$\underset{\downarrow\, z_A}{H_A} - 1,16\frac{Q^2}{2g} - JL - \frac{Q^2}{2g} = \underset{\downarrow\, z_B}{H_B}$$

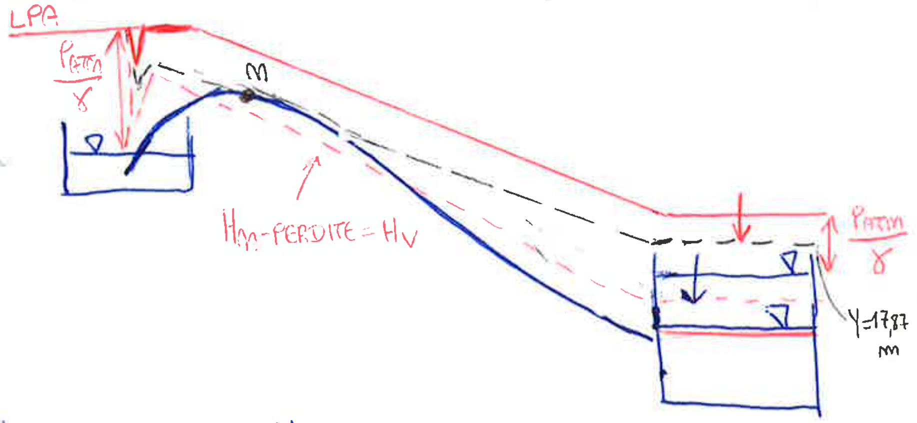
$$J = \frac{V^2}{C^2 R} \qquad C = \frac{100}{1+\frac{2m}{\sqrt{D}}} = \frac{100}{1+\frac{2\cdot 0,3}{\sqrt{0,2}}} = 42,7 \ \frac{m^{1/2}}{s}$$

$$J = \frac{V^2}{42,7^2 \cdot \frac{\pi D^{\cancel{2}}}{4 \cdot \cancel{\pi D}}} = \frac{V^2}{42,7^2 \cdot \frac{0,2}{4}} = \frac{V^2}{91,16}$$

$$z_A - 2,16\frac{Q^2}{2g} - \frac{Q^2}{91,16 \cdot A^2}(250+70) = z_B$$

$$Q^2 \underbrace{\left[\frac{2,16}{2\cdot 9,806} + \frac{320}{91,16\cdot\left(\frac{\pi\cdot 0,2^2}{4}\right)^2}\right]} = z_A - z_B = Y$$

$$Q = \sqrt{Y} \cdot 1,65 \cdot 10^{-2}$$



ALL' AUMENTARE DI Y LA LINEA PIEZOMETRICA ASSOLUTA POTREBBE TAGLIARE LA CONDOTTA.

LA LPA TRATTEGGIATA NON È FATTIBILE PERCHÈ UN TRATTO DELLA CONDOTTA SI TROVA AL DI SOPRA DELLA LPA.

$$\begin{cases} H_A - PERDITE = H_M \\ P_M = -101330 \text{ Pa} \end{cases}$$

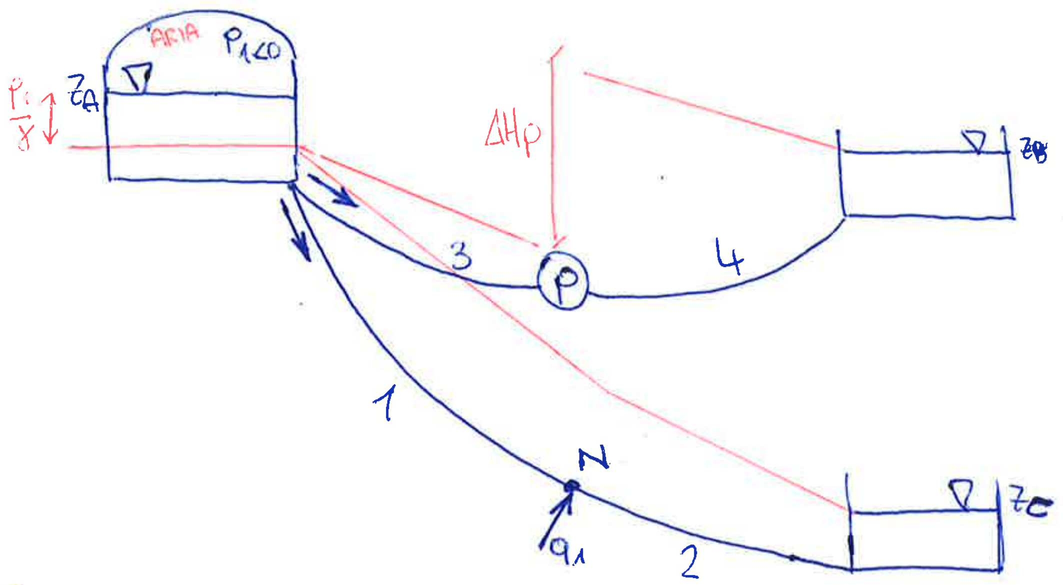
$$z_A - 1,16\frac{Q^2}{2gA^2} - \frac{1}{91,16}\frac{Q^2}{A^2}70 = z_M + \frac{\overset{-101330\text{ Pa}}{P_M}}{\gamma} + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$z_A - z_M + \frac{101330}{9806} = \frac{Q^2}{A^2}\left(\frac{2,16}{2\cdot 9,806} + \frac{70}{91,16}\right)$$

$$-6 + 10,33 = \frac{Q^2}{\left(\pi\cdot\frac{0,2^2}{4}\right)^2}\left(\frac{2,16}{2\cdot 9,806} + \frac{70}{91,16}\right) \rightarrow Q = 0,0697 \ \frac{m^3}{s} = Q_{MAX}$$

2

Es. (TEMA D'ESAME)



LUNGHE CONDOTTE

NOTI: $\gamma, L_i, D_i, k, n, W_P, \eta_P, P_1, Q_1$

- TRACCIARE LE LINEE PIEZOMETRICHE
- CALCOLARE LA PORTATA TOTALE DERIVATA DAL SERBATOIO A.

I LIVELLI DEI SERBATOI RIMANGONO COSTANTI.

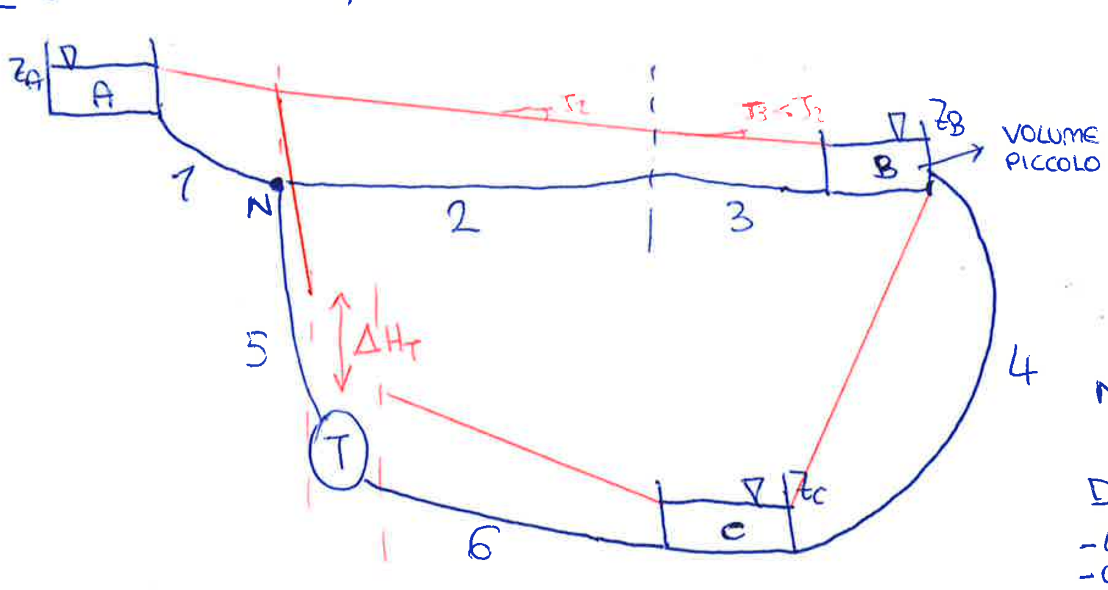
$$\begin{cases} H_A - \beta_3 Q_3^2 + \Delta H_P - \beta_4 Q_4^2 = H_B \\ H_A - \beta_1 Q_1^2 - \beta_2 Q_2^2 = H_C \\ Q_3 = Q_4 \\ Q_2 = Q_1 + q_1 \\ W_P = \dfrac{\gamma Q_3 \Delta H_P}{\eta_P} \rightarrow \Delta H_P = \dfrac{\eta W_P}{\gamma Q_3} \end{cases}$$

$$\beta = \frac{K}{D^n} L$$

$$\begin{cases} H_A = z_A + \dfrac{P_1}{\gamma} \Rightarrow z_A + \dfrac{P_1}{\gamma} - \beta_3 Q_3^2 + \dfrac{\eta W_P}{\gamma Q_3} - \beta_4 Q_4^2 = z_B \longrightarrow Q_3 \\ z_A + \dfrac{P_1}{\gamma} - \beta_1 Q_1^2 - \beta_2 (Q_1 + q_1)^2 = z_C \longrightarrow Q_1 \end{cases}$$

$$Q_{TOT\ DERIVATA} = Q_1 + Q_3$$

Es. (TEMA D'ESAME)



SE LE PORTATE IN INGRESSO E IN USCITA SONO DIVERSE CAMBIANO I LIVELLI DEI SERBATOI

NOTI: $\eta_T, z_A, z_B, z_C, k, D, n, L_i$

$D_3 > D_2$

- LINEE PIEZOMETRICHE?
- Q_1, Q_2, Q_5, Q_6?
- W_T?

3

LUNGO LA DIREZIONE DEL MOTO: $\underbrace{\vec{G}}_{\simeq 0}+\vec{\Pi}+\underbrace{\vec{M}}_{\simeq 0}+\underbrace{\vec{I}}_{\text{INERZIA LOCALE}}-\underbrace{\vec{\chi}}_{=0\ \text{(FLUIDO PERFETTO)}}=0$

$$\Pi = \cancel{p_0 \Omega} - (\cancel{p_0}+\Delta p)\,\Omega = -\Delta P \cdot \Omega$$

I : VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO DEL VOLUME DI FLUIDO PER UNITÀ DI TEMPO

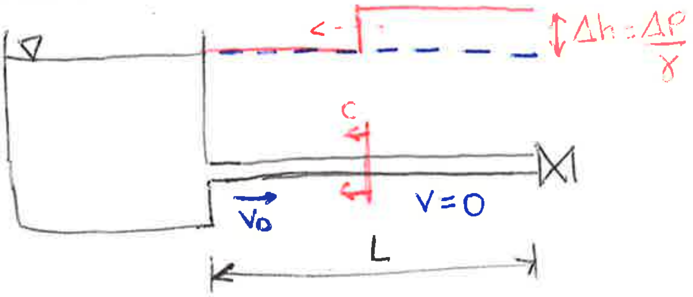
$$I = \frac{q\,dm_{INIZ} - q\,dm_{FIN}}{dt} = \frac{\text{MASSA}\,(V_{INIZ}-V_{FIN})}{dt} = \frac{\rho\Omega ds\,(V_0-0)}{dt} = \rho\Omega \underbrace{\boxed{\frac{ds}{dt}}}_{=c} V_0 = \rho\Omega c V_0$$

$$\Pi + I = 0 \rightarrow -\Delta P \cdot \cancel{\Omega} + \rho \cancel{\Omega} c V_0 = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta P = \rho c V_0}$$

ACQUA: $\rho_{H_2O} = 1000\ Kg/m^3$, $c_{H_2O} = 1000\ m/s$, $V_0 = 1\ m/s \Rightarrow \Delta P_{H_2O} = 10^6\ Pa = 10\ bar$

OSSERVANDO IL PROCESSO NEL TEMPO SI DISTINGUONO 4 FASI SUCCESSIVE:

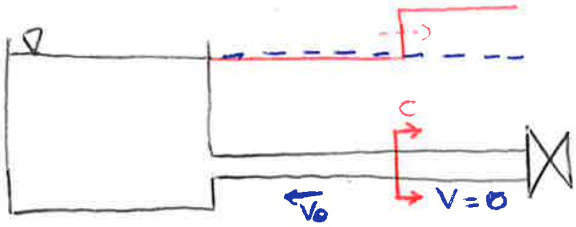
1



DOPO LA CHIUSURA SI CREA UN'ONDA DI PRESSIONE CHE SI PROPAGA ALL'INTERNO DELLA CONDOTTA FINO A RAGGIUNGERE IL SERBATOIO.

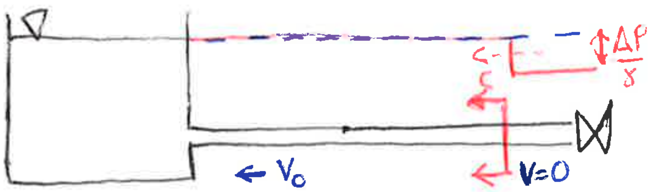
$$0 < t < \frac{L}{c}$$

2



L'ONDA DI PRESSIONE NON HA ENERGIA SUFFICIENTE PER MODIFICARE IL LIVELLO DEL SERBATOIO.
IL LIVELLO DEL SERBATOIO FISSA IL CARICO E LA NON COMPATIBILITÀ TRA LA SITUAZIONE NELLA CONDOTTA E QUELLA NEL SERBATOIO GENERA UNA NUOVA ONDA DI PRESSIONE CHE SI MUOVE IN DIREZIONE OPPOSTA ED È UN'ONDA DISCENDENTE VERSO VALLE. QUESTA ONDA RIDUCE LA PRESSIONE DELLA STESSA QUANTITÀ ΔP DELLA PRECEDENTE. IN QUESTA FASE $\frac{L}{c} < t < \boxed{\frac{2L}{c}} \rightarrow \tau_0$: TEMPO DI FASE

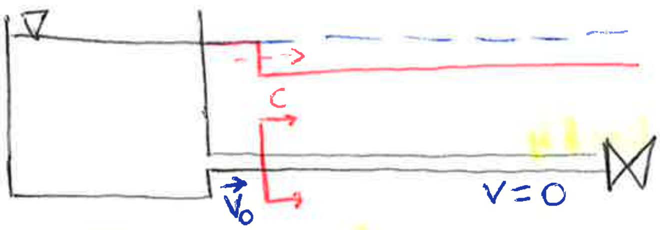
3



IL FLUIDO SI MUOVE CON VELOCITÀ V_0 MENTRE LA SARACINESCA IMPONE $V=0$ QUINDI NASCE UNA NUOVA ONDA SIMILE ALLA PRIMA MA QUESTA VOLTA LA LINEA PIEZOMETRICA SI ABBASSA.

$$\frac{2L}{c} < t < \frac{3L}{c}$$

4



AL TERMINE DELLA TERZA FASE SI HA UNA SITUAZIONE DI PRESSIONE RIBASSATA OVUNQUE RISPETTO ALLA CONDIZIONE INIZIALE CHE DI NUOVO NON È COMPATIBILE CON QUELLA DEL SERBATOIO E NASCE QUINDI UN'ALTRA ONDA RIFLESSA CHE RIPORTA LE PRESSIONI E QUINDI IL CARICO A QUELLO IMPOSTO DAL SERBATOIO.
IN QUESTA FASE SI HA $\frac{3L}{c} < t < \frac{4L}{c} = 2\tau_0$.

A QUESTO PUNTO INIZIA UN NUOVO CICLO CON SEMPRE QUESTE 4 FASI.

4