NUMERO: 1718A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Chialà Francesco

MATERIA: Fisica II - prof. Iotti

FISICA II (PARTE I)

II ANNO (2014/2015)

FRANCESCO CHIARÀ

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 202

OPERATORE NABLA

$A = \underline{A}$
CONVENZIONE

$$\vec{\nabla} = \vec{u}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{u}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{u}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

1) APPLICANDO QUESTO OPERATORE AD UN CAMPO U SCALARE SI HA:

$$\vec{\nabla} U = \vec{u}_x \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{u}_y \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{u}_z \frac{\partial U}{\partial z} = \left(\frac{\partial U}{\partial x} , \frac{\partial U}{\partial y} , \frac{\partial U}{\partial z} \right)$$

QUESTO VETTORE È DETTO GRADIENTE (INDICA LA DIREZIONE IN CUI IL VALORE DEL CAMPO AUMENTA PIÙ VELOCEMENTE)

2) QUANDO APPLICHIAMO NABLA AD UN CAMPO VETTORIALE $\vec{A}$ ~~ANDATO~~ ANDANDO AD ASSOCIARE AD ESSO UNA QUANTITÀ SCALARE E NON PIÙ UN VETTORE: (MEDIANTE PRODOTTO SCALARE)

$$\text{div}\,\underline{A} = \underline{\nabla} \cdot \underline{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

QUESTA QUANTITÀ È DETTA DIVERGENZA

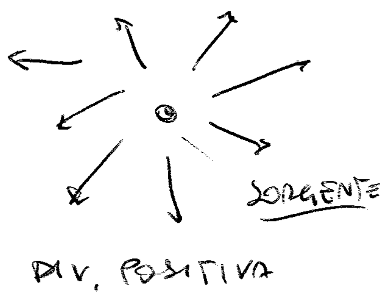
3) QUANDO APPLICHIAMO NABLA AD $\vec{A}$ EFFETTUANDO UN PRODOTTO VETTORIALE TRA $\underline{\nabla}$ ED $\underline{A}$:

$$\text{rot}\,\underline{A} = \underline{\nabla} \times \underline{A}$$

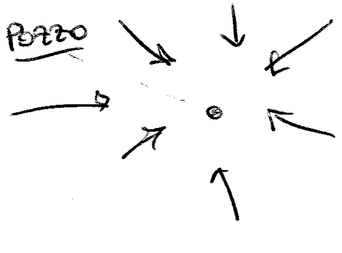
QUESTA QUANTITÀ È DETTA ROTORE

DIVERGENZA

IMMAGINIAMO UN CAMPO VETTORIALE $\vec{A}$ T.C. $\underline{A}(x,y,z) = (x,y,z)$
PENSIAMOLO COME IL CAMPO DI VELOCITÀ DEL FLUIDO SECONDO UNA DESCRIZIONE LAGRANGIANA (SENZA SEGUIRE OGNI PARTICELLA). È COME SE UNA SORGENTE ESPELLE DEL FLUIDO IN TUTTE LE DIREZIONI. OPPURE LO ACCUMULA



DIV. POSITIVA



DIV. NEGATIVA

LA DIVERGENZA È QUINDI COLLEGATA AL CONCETTO DI FLUSSO, IN PARTICOLARE POSSIAMO DIRE CHE HA LO STESSO SEGNO DEL FLUSSO

$\boxed{\text{TEOREMA FONDAMENTALE CALCOLO INTEGRALE}}$ (RICHIAMO)

$$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a) \qquad \text{DOVE} \quad f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \qquad [a,b]$$

"L'INTEGRALE DI UNA DERIVATA SI CALCOLA COME LA DIFFERENZA DELLE PRIMITIVE CALCOLATE NEGLI ESTREMI DI $I = [a,b]$"

OSSERVAZIONE:

SIA 'F' CAMPO VETTORIALE

CALCOLIAMO

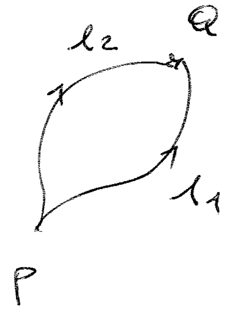
$$\underset{P,Q}{L} = \int_{P\,l}^{Q} \underline{F} \cdot \underline{dl}$$

ESSO È IL LAVORO COMPIUTO DALLA FORZA F LUNGO IL CAMMINO CHE VA DA 'P' A 'Q'.

RICORDIAMO CHE SE $\vec{F}$ È CONSERVATIVA IL LAVORO NON DIPENDE DAL CAMMINO EFFETTUATO MA SOLO DAL PUNTO INIZIALE E FINALE

$$L = -\Delta E_p =$$

$$L = \int_{P\,l}^{Q} \vec{F} \cdot \vec{dl} = -\left[E_p(Q) - E_p(P)\right]$$

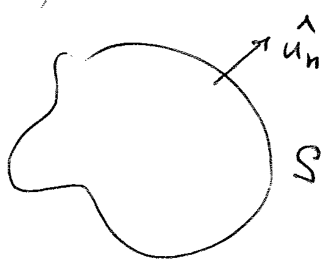


$\boxed{\text{IL TEOREMA DEL GRADIENTE}}$

$$\int_{P\,(l)}^{Q} \vec{\nabla} U \cdot \vec{dl} = U(Q) - U(P)$$

$\boxed{\text{TEOREMA DELLA DIVERGENZA}}$ (DETTO ANCHE DI GAUSS O DI GREEN)

$$\underbrace{\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \, dV}_{\text{INTEGRALE TRIPLO}} = \underbrace{\oint_S \vec{A} \cdot \vec{u}_n \, dS}_{\text{INTEGRALE DOPPIO}}$$



INTEGRARE IN V FINITO LA DIVERGENZA DI '$\vec{A}$' EQUIVALE A CALCOLARNE IL ~~VOLUME~~ FLUSSO ATTRAVERSO LA SUPERFICIE CHIUSA S

DATO CHE LE FACCE SONO 6

$$d\Phi_{dV}(\vec{A}) = \sum_{i=1}^{6} d\Phi_{(i)}(\vec{A}) = \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right) dV =$$

$$= \operatorname{div} \vec{A}\, dV$$

COME INTERPRETO CIÒ?

ANALOGIA:

1) $\operatorname{div} \vec{A} = \dfrac{d\Phi_{dV}}{dV}$ [DENSITÀ DI FLUSSO = PORTATA SPECIFICA (PER UNITÀ DI VOLUME)]

2) TEOREMA DELLA DIVERGENZA: SE VOGLIO CONOSCERE IL FLUSSO TOTALE INTEGRO:

$$\int d\Phi_{dV}(\vec{A}) = \int_V \operatorname{div} \vec{A}\, dV$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 202

CONSEGUENZE: ROTORE

SE $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ È CONSERVATIVO PER IL FLUSSO

- FLUSSO CONCATENATO CON UNA LINEA CHIUSA ORIENTATA
- $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ È SOLENOIDALE
- SE $\forall \ell$, $\oint_\ell \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = 0 \iff \vec{A}$ È CONSERVATIVO $\underset{\not\Leftarrow}{\Longrightarrow} \vec{\nabla} \times \vec{A} = $

UN CAMPO CONSERVATIVO È IRROTAZIONALE CIOÈ IL SUO ROTORE È NULLO.

NON VALE IL VICEVERSA: "VALE SOLO SE IL DOMINIO DI $\vec{A}$ È A CONNESSIONE LINEARE SEMPLICE E IL CAMPO È IRROTAZIONALE!!"

$\boxed{\text{OPERATORI DEL SECONDO ORDINE}}$

- $\text{div rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$
- $\text{rot grad } U = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} U) = \vec{0}$

PENSARE CHE SIA $\perp$ A $\vec{\nabla}$

PENSARE CHE SIA $\parallel$ A $\vec{\nabla}$

NON È PERÒ VERO!!!

- laplaciano: $\nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$

IN PARTICOLARE:

- $\nabla^2 U = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial z^2}$
- $\nabla^2 \vec{A} = \nabla^2 A_x \hat{u}_x + \nabla^2 A_y \hat{u}_y + \nabla^2 A_z \hat{u}_z$
- $\nabla^2 \vec{A} = \underbrace{\vec{\nabla} (\underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{A}}_{\text{DIVERGENZA}})}_{\text{GRAD DELLA DIVERGENZA}} - \underbrace{\vec{\nabla} \times (\underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{A}}_{\text{ROTORE}})}_{\text{ROTORE DEL ROTORE}}$

INTRO FENOMENI ELETTRICI

I FENOMENI QUALI ATTRITO O PROPRIETÀ DEGLI OGGETTI SONO FENOMENI CHE DIPENDONO DALLE INTERAZIONI ELETTRICHE.

VII sec a.C. PRIMI ESPERIMENTI SULL'ELETTRIZZAZIONE CON L'AMBRA.

FENOMENI TRIBOELETTRICI: TUTTI I MATERIALI SE STROFINATI ACCUMULANO O CEDONO ELETTRONI, ELETTRIZZANDOSI PER ATTRITO.

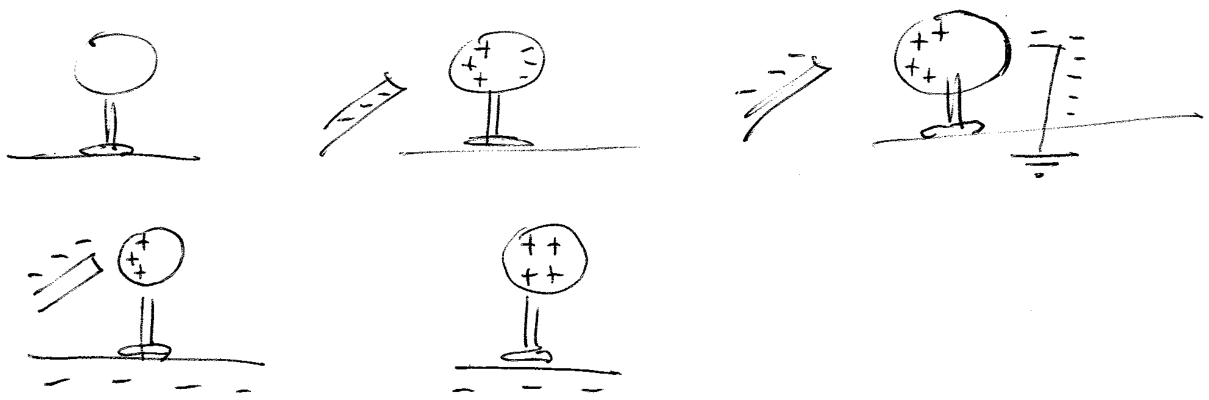
VETRO, NYLON — MAX CARICA POSITIVA

PVC, EBANITE — MAX CARICA NEGATIVA

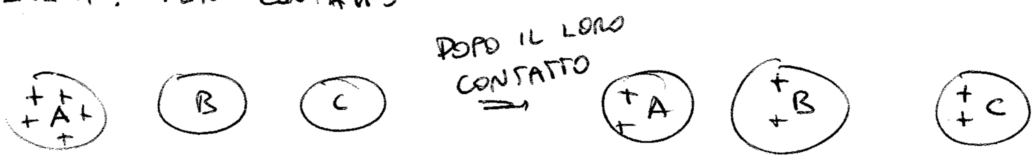
SI PUÒ STILARE UNA SERIE TRIBOELETTRICA CLASSIFICANDO I MATERIALI CHE CEDONO O ACCUMULANO GLI ELETTRONI

ESEMPIO
FENOMENO TRIBOELETTRICO:
PRENDERE LA SCOSSA QUANDO SI CHIUDE LA SPORTELLA DELLA MACCHINA IN QUANTO LA SUA CARROZZERIA SI È CARICATA A CAUSA DELL'ATTRITO CON L'ARIA.

ELETTRIZZAZIONE PER INDUZIONE



ELETTR. PER CONTATTO



L'UNITÀ DI MISURA DELLA CARICA ELETTRICA È IL COULOMB (GRANDEZZA DERIVATA)

" " " FONDAMENTALE È L'AMPERE (INTENSITÀ DI CORRENTE)

LA CARICA È SEMPRE UN MULTIPLO DI $e \simeq 1,61 \cdot 10^{-19}$ C

	MKSA	CGS_{ES} (ELETTROSTATICO)	CGS_{EM} (ELETTROMAGNETICO)
K_e	$1/4\pi\varepsilon$	1	c^2
		CGS_{GAUSS} (DI GAUSS)	CGS_{HL} (HEAVISIDE LORENZ)
		1 [DA UN PUNTO DI VISTA SCIENTIFICO È QUELLO PIÙ USATO (È PIÙ APPROPRIATO DAL PUNTO DI VISTA TEORICO)]	$1/4\pi$

QUANTO VALE? (K_e)

$$SI: K_e = 10^{-7} c^2 = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

K_e È DEFINITA COME COSTANTE DI PERMEABILITÀ DIELETTRICA (O COSTANTE DIELETTRICA) NEL VUOTO

LA VELOCITÀ DELLA LUCE È ESPRESSA ~~IN FUNZIONE DEL~~ CON UNA PRECISIONE TALE DA CONSIDERARSI ESATTO. DA ESSO DERIVA LA DEFINIZIONE DI METRO ED ANCHE DI K_e

LA LEGGE DI COULOMB RICORDA QUELLA DI NEWTON MA È PRIVA DEL SEGNO MENO IN QUANTO ESSO È DETERMINATO DAI SEGNI DELLE CARICHE. INOLTRE L'INTENSITÀ DELLA FORZA ELETTRICA DIPENDE DAL MEZZO IN CUI SI LAVORA. SI MOLTIPLICA A DENOMINATORE PER ε_r VALORE ADIMENSIONALE >1 $\quad K_e$ DIVENTA $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$

RAGGIO DI ATOMO DI IDROGENO$^+$ 10^{-10} m

" DEL NUCLEO 10^{-15} m $= 1$ fm [fetto metro / in onore di Fermi]

$$F_g = \gamma \frac{m_e m_p}{r^2} \simeq 3{,}6 \cdot 10^{-47} N$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \simeq 8{,}2 \cdot 10^{-8} N$$

$$\Longrightarrow \frac{F_e}{F_g} \simeq 2{,}3 \cdot 10^{39}$$

1.

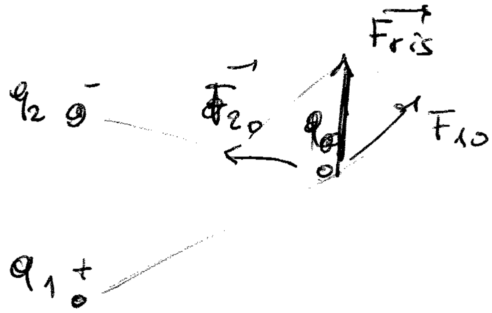
TUTTA L'ELETTROSTATICA SI RISOLVE IN DUE ELEMENTI

1) LEGGE DI COULOMB
2) PRINC. DI SOVRAPPOSIZIONE

PRINC. DI SOVRAPPOSIZIONE

IMPORTANTE!

SE ABBIAMO UN SISTEMA DI CARICHE SORGENTI <u>VINCOLATE</u> È LA SOMMA VETTORIALE DI TUTTE LE POSSIBILI COPPIE DI FORZE CREATASI TRA LE CARICHE



$$\vec{F}_{ris}(\vec{r}) = \sum_i \vec{F}_i(\vec{r}_i)$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_{ris}(\vec{r})}{q_0} = \frac{\sum_i \vec{F}_i(\vec{r})}{q_0} =$$

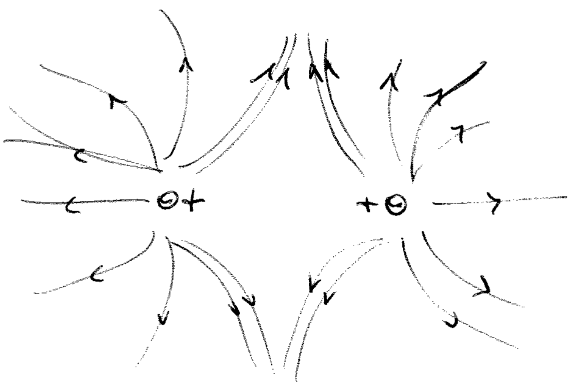
$$= \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}_i)$$

[IPOTESI

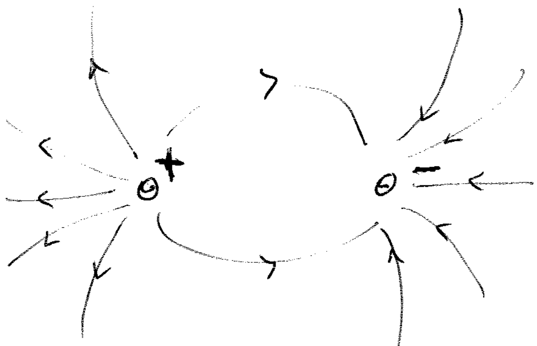
$q_0 \to 0$]

("SE SI SOVRAPPONGONO LE FORZE, LO FANNO ANCHE LE CARICHE")

RAPPR. CAMPO



CARICHE UGUALI POSITIVE

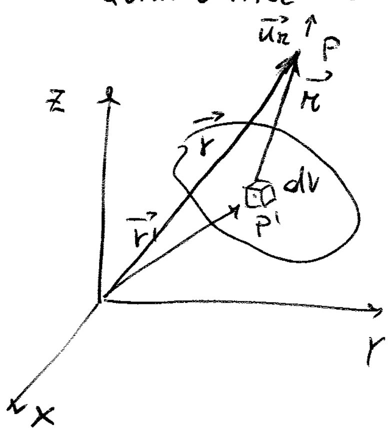


CARICHE OPPOSTE

IL CAMPO ELETTROSTATICO <u>NON</u> È SOLENOIDALE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 202

QUANTO VALE $E(P) = ?$



$\rho(P') = \dfrac{dq}{dV}$

$\vec{r}' = (x', y', z') \Rightarrow dV = dx'dy'dz'$

$\vec{r} = (x, y, z)$

$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}' = r\,\vec{u}_r$

IMMAGINO UN ELEMENTO INFINITESIMO CONTENUTO IN UN ELEMENTO ESTESO DI VOLUME dV.

$$d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

DISTANZA

QUESTO È IL CAMPO DATO DALL'ELEMENTO INFINITESIMO dV

SE VOGLIO IL CAMPO TOTALE SENTITO DA P A CAUSA DELLA PRESENZA DEL CORPO ESTESO CARICO INTEGRO IN TAL MODO:

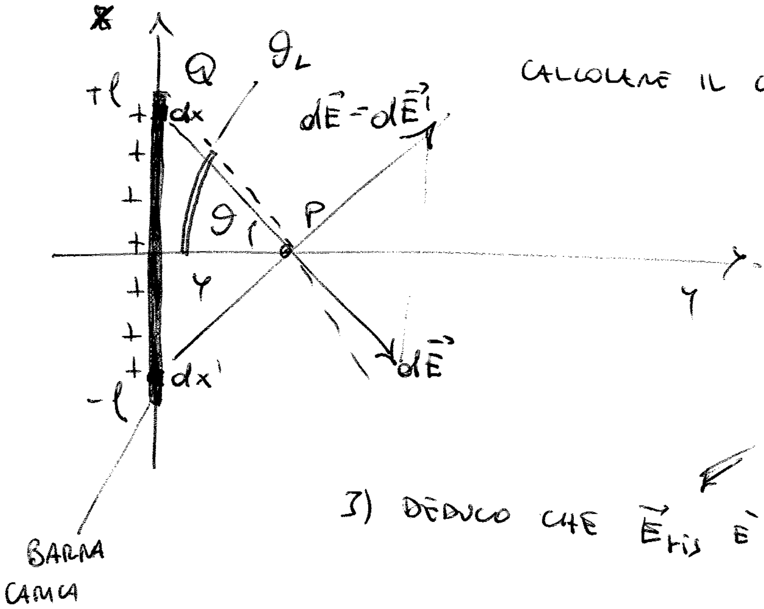
$$\boxed{\vec{E}(P) = \int d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(x',y',z')}{r^2}\vec{u}_r\,dx'dy'dz'}$$

INTEGRALE TRIPLO

NOTA: NON POSSO PORTARE FUORI DALL'INTEGRALE ρ (AMMENOCHÉ ESSA NON SIA COSTANTE) E NEMMENO $\vec{u}_r$ IN QUANTO ESSO VARIA DA PUNTO A PUNTO NELLA DISTRIBUZIONE ESTESA DI CARICA

ESEMPIO APPLICAZIONE

$Q > 0 \qquad \lambda = \dfrac{Q}{2l} \qquad P = (0, y)$



CALCOLARE IL CAMPO IN P.

1) CONSIDERIAMO UN ELEMENTO dx. ESSO PRODUCE UN CAMPO $d\vec{E}$ SU P.
ESSO CONTIENE $dq = \lambda dx$

2) UN ELEMENTO DIAMETRALMENTE OPPOSTO È dx' CHE PRODUCE UN CAMPO $d\vec{E} = d\vec{E}'$ E CONTIENE
$dq = dq' = \lambda dx'$

3) DEDUCO CHE $\vec{E}_{ris}$ È DIRETTO LUNGO Y

LAVORO E POTENZIALE ELETTROSTATICO

RICORDIAMO CHE TUTTI I CAMPI CENTRALI SONO CONSERVATIVI
SOMMA DI CAMPI CONSERVATIVI È CONSERVATIVA

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U_e$$

[FORZA = MENO GRADIENTE DELL'ENERGIA POTENZIALE (U_e)]

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\left[U_e(B) - U_e(A)\right] \equiv -\Delta U_e$$

NOTAZIONI

$\Delta U = U_{fin} - U_{iniz} \Rightarrow$ VARIAZIONE

$-\Delta U = U_{iniz} - U_{fin} \Rightarrow$ DIFFERENZA

LA VARIAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE RIGUARDA IL CORPO ASSOGGETTATO DAL CAMPO E NON LA SORGENTE.

$$W_{AB} = q_0 \int_A^B E \cdot dl = -q_0 \left[V(B) - V(A)\right] = -q_0 \Delta V = q_0 \, d.d.p.$$

SCRIVENDO

$$U_e = U_e \frac{q_0}{q_0} = q_0 V \qquad V \equiv \frac{U_e}{q_0}$$

d.d.p. $= -\Delta V$ (OPPOSTO VARIAZIONE)

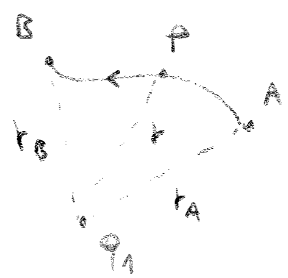
$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r^2} \hat{u}_r \qquad U_e(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r} + C$$

RICORDA

$$\vec{F_e}(F') = -\frac{\partial U}{\partial r} \hat{u}_r$$

C: DEFINITA A MENO DI UNA COSTANTE

$$W_{AB} = -\Delta U_e = \frac{q_0 q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$



↳ DI SOLITO SI PONE $C = 0$ ASSUMENDO $U = 0$ A DISTANZA ∞ DALLA SORGENTE

CALCOLIAMO

$$W_{A\infty} = \int_A^\infty \vec{F} \cdot d\vec{l} = \left[\text{LAVORO PER PORTARE LA CARICA CAMPIONE ALL'}\infty\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_0}{r_A} = U_e(A)$$

$$W_{A\infty} = U_e(A)$$

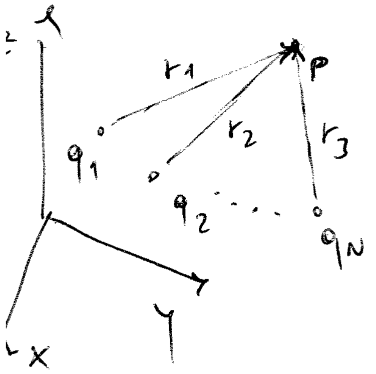
[IL LAVORO È UGUALE ALL'ENERGIA POTENZIALE IN A]

CAMPO E POTENZIALE ELETTROSTATICO GENERATI DA N CARICHE

$$\vec{E}(P) = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{u}_{r_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{u}_{r_i}$$

$$V(P) = \sum_i V_i(P_i) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i} + C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} + C$$

PRINC. DI SOVRAPPOS.



$$q_0 V(P) = W_{P\infty} = U_e^{q_0}$$

$$q_0 [V(A) - V(B)] = W_{AB}^{q_0}$$

SE, INVECE, ABBIAMO UNA DISTRIBUZIONE CONTINUA IL RAGIONAMENTO È LO STESSO: SUDDIVIDERE IN ELEMENTI dV ASSIMILABILE AD UNA CARICA i-ESIMA E SOMMARE I VARI CONTRIBUTI

SE SPOSTIAMO IL PUNTO P E VOGLIAMO CALCOLARE IL NUOVO VETTORE DEL CAMPO NON DOBBIAMO DIMENTICARE CHE SEMPRE E COMUNQUE LA POSIZIONE DELLE SORGENTI RIMANE LA STESSA. TUTTAVIA ANCHE LE SORGENTI COMUNQUE INTERAGISCONO, PERCIÒ SI AVRÀ UNA U_e^{totale} PARI A:

$$U_e^{totale} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=0 \\ j\neq 0}}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} =$$

$\frac{1}{2}$ PER ESCLUDERE I DOPPIONI DI COPPIE

$$= \frac{1}{2} \sum_i q_i \sum_j \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_i q_i V(r_i) \left(+ C \right)$$

CONVENZIONALMENTE $C = 0$ ALL'∞

CARICA CON MASSA: VALE ANCORA LA LEGGE DI NEWTON

CARICA q_0 DI MASSA m

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F}_e = q_0 \vec{E} \end{cases} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_- r_+}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\vartheta}{r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\hat{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

IL POTENZIALE DIMINUISCE PIÙ RAPIDAMENTE NEL DIPOLO CHE NELLA SINGOLA CARICA.

CAMPO IN COORD. POLARI SFERICHE

$$\vec{E} = E_r\hat{u}_r + E_\vartheta\hat{u}_\vartheta$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\vartheta}{r^3}$$

$$E_\vartheta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\vartheta} = \frac{p\,\mathrm{sen}\,\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\vartheta\,\hat{u}_r + \mathrm{sen}\,\vartheta\,\hat{u}_\vartheta\right)}$$

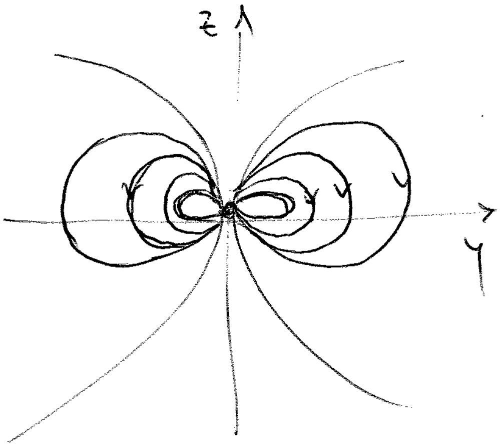
CAMPO ELETTROSTATICO IN APPROSSIMAZIONE DI DIPOLO

RAGIONAMENTO SUI PIANI

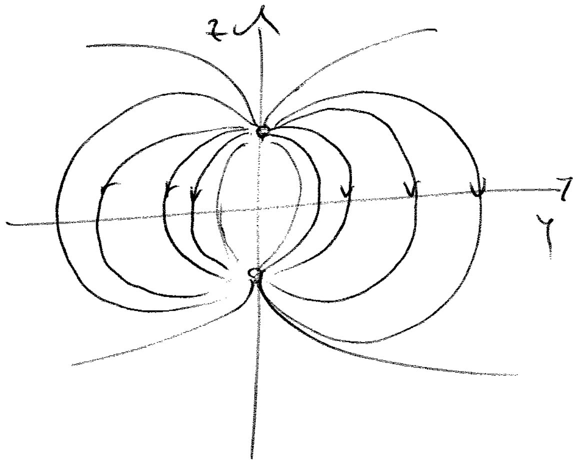
SE SIAMO SUL PIANO

$$\vartheta = 0,\ \vartheta = \pi \implies \vec{E} \parallel \vec{p}$$

$$\vartheta = \frac{\pi}{2},\ \vartheta = \frac{3}{2}\pi \implies \vec{E} \parallel -\vec{p}$$



DIPOLO PURO (REALE)



DIPOLO APPROSSIMATO

STUDIO ENERGETICO $\qquad\qquad U_e = qV$

$$U_e = [\text{ENERGIA POTENZIALE}] = q\,V(P') + (-q)\,V(P)$$

$P(x, y, z) \qquad P'(x + a_x, y + a_y, z + a_z)$

SE P E P' SONO MOLTO VICINI AVREMO

$$V(P') = V(P) + \left(\frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z\right) \quad \dots$$ AL PRIMO ORDINE

QUINDI:

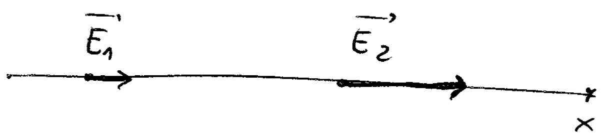
$$U_e = \cancel{qV(P)} + q\left[\frac{\partial V}{\partial x} a_x + \frac{\partial V}{\partial y} a_y + \frac{\partial V}{\partial z} a_z\right] - \cancel{qV(P)} =$$

$$= q\left[\vec{\nabla} V \cdot \vec{a}\right] = q\vec{a} \cdot \vec{\nabla} V = \vec{p} \cdot (-\vec{E}) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

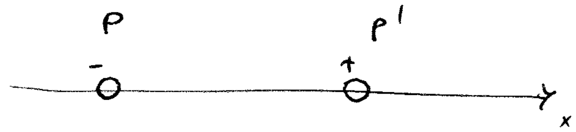
$$\Rightarrow \boxed{U_e = -\vec{p} \cdot \vec{E}} \qquad \left[\text{RICORDANDO } \vec{E} = -\vec{\nabla} V\right]$$

$\vec{p} \perp \vec{E}$ CORRISPONDERÀ AD UNA POSIZIONE DI EQ. STABILE IN QUANTO IL PRODOTTO $\vec{p} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow U_e = 0$

COMPORTAMENTO DEL DIPOLO IMMERSO IN UN CAMPO NON UNIFORME



LO STUDIO INCLUDE DI CONSIDERARE LE COMPONENTI ORTOGONALI DEL CAMPO



$P \to x$

$P' \to x + a \qquad\qquad \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2$

CI RIDUCIAMO AD UN PROBLEMA UNIDIMENSIONALE E EVITIAMO IL SEGNO DI "VETTORE"

$E(P') \simeq E(P) + \dfrac{\partial E}{\partial x} a_x$ SVILUPPO AL PRIMO ORDINE SUPPONENDO CHE $-q$ E $+q$ SIANO ABBASTANZA VICINI

$$|\vec{F}| = F_1 + F_2 = (-q\,E(P)) + (+q\,E(P')) = -\cancel{qE(P)} + \cancel{qE(P)} + q\frac{\partial E}{\partial x} a_x =$$

$$= q\frac{\partial E}{\partial x} a_x = q a_x \frac{\partial E}{\partial x} = p\frac{\partial E}{\partial x}$$

LEGGE DI GAUSS

$$\Phi_{S_{chiusa}}(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{u}_n\, dS = \frac{(\Sigma q)_{int}}{\varepsilon_0}$$

(VEDI DIMOSTRAZIONE DELL'ANNO SCORSO)

RICHIAMO PUNTO CRUCIALE DIMOSTRAZIONE:

PRENDIAMO UNA CARICA q E UNA SUPERFICIE GAUSSIANA (SFERA CONCENTRICA) CHE LA RACCHIUDE

$$\hat{u}_n\, dS = r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, \hat{u}_r \quad \begin{pmatrix} 0 < \vartheta < \pi \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}\cdot\hat{u}_n\, dS = E(r)\, r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, \overbrace{\cos 0}^{=1} =$$

$$= E(r)\, r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi = d\Phi$$

FLUSSO ELEMENTARE ATTRAVERSO dS

IL FLUSSO TOTALE SARÀ:

$$\int_S d\Phi = \int_S \vec{E}\cdot\hat{u}_n\, dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\int_0 \frac{q}{\cancel{r^2}}\cancel{r^2} \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi =$$

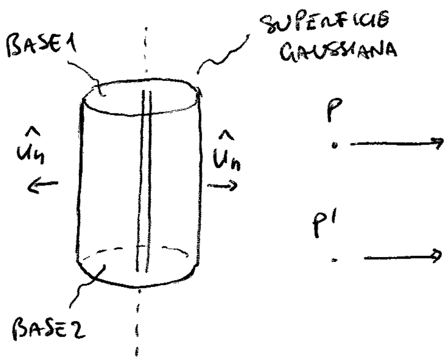
[NOTIAMO CHE SE IL CAMPO NON ANDASSE COME $\frac{1}{r^2}$ L'INTEGRANDO DIPENDEREBBE DA r E QUINDI DALLA SUPERFICIE, INVECE SI SEMPLIFICANO]

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} q\left[-\cos\vartheta\right]_0^{\pi} d\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} 2\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q\, 2\cdot 2\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

IL 4π ~~VIENE~~ ~~INT~~ È STATO INTRODOTTO PROPRIO PER QUESTA SEMPLIFICAZIONE

$\lambda > 0$



IL CAMPO È RADIALE E SEMPRE $\perp$ AL FILO.
PER STUDIARLO SCEGLIAMO UNA SUPERFICIE CILINDRICA CON ASSE COINCIDENTE CON IL FILO STESSO.

CALCOLO L'INTEGRALE

$$\oint_{S\,\text{Cilindro}} \vec{E} \cdot \hat{u}_n \, dS = \left[\begin{array}{l} \text{NON CI SONO COMPONENTI} \\ \text{VERTICALI PER CUI NON} \\ \text{C'È FLUSSO TRA LE} \\ \text{SUPERFICI DI BASE} \end{array} \right] = \int_{S\,\text{Cilindro}} E \, dS = E \int_S dS =$$

$$= E \underbrace{2\pi r h}_{\text{SUPERFICIE LATERALE}}$$

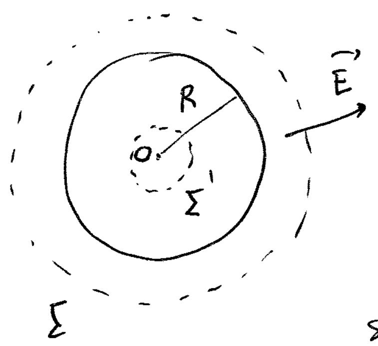
RICORDANDO ORA CHE $q_{int} = \lambda \cdot h$ POSSIAMO SCRIVERE:

$$E(r)\, 2\pi r \cancel{h} = \underbrace{\frac{\lambda \cancel{h}}{\varepsilon_0}}_{\text{TEOREMA DI GAUSS}} \Longrightarrow$$

NOTA: LA SEMPLIFICAZIONE DI h CI CONFERMA LA VALIDITÀ DEL TEOREMA DI GAUSS PER QUALSIASI SUPERFICIE

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \hat{u}_r}$$

GUSCIO SFERICO



$\sigma > 0$

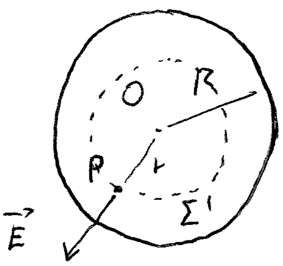
DETERMINARE IL CAMPO $\vec{E}(r)$
SI DISTINGUONO DUE CASI:
1) $r < R$ 2) $r > R$

$$\oint \vec{E}(r) \cdot \hat{u}_n \, dS = E(r) \underbrace{4\pi r^2}_{\text{SUPERFICIE SFERA}}$$

SE $r < R$: $q_{int} = 0 \Longrightarrow E(r) = 0$

SE $r > R$: $q_{int} = Q \Longrightarrow E(r) = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \dfrac{1}{4\pi r^2}$

SFERA CARICA



$$\rho = \frac{Q}{4/3 \pi R^2}$$

PER $r > R$ $\longrightarrow$ VEDI GUSCIO SFERICO

PER $r < R$ ...

CONSIDERO UNA SUPERFICIE CONCENTRICA A QUELLA DELLA SFERA MA DI RAGGIO $r < R$ CHE CHIAMO Σ'

CALCOLO QUINDI IL FLUSSO:

$$\Phi_{\Sigma'}(\vec{E}') = \oint_{\Sigma'} \vec{E}' \cdot \hat{u}_n \, dS = \oint_{\Sigma} E(r) \, dS = \ldots$$

$=$ [VISTA LA SIMMETRIA SFERICA IL CAMPO $\vec{E}'$ È UGUALE IN MODULO SU TUTTI I PUNTI DELLA SUPERFICIE Σ' CONSIDERATA QUINDI $E(r)$ LO PORTO FUORI DA "$\oint$"]

$$\ldots = E(r) \oint_{\Sigma} dS = E(r) \, 4\pi r^2$$

$$q_{int} = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{4}{3} \pi r^3 = Q \frac{r^3}{R^3}$$

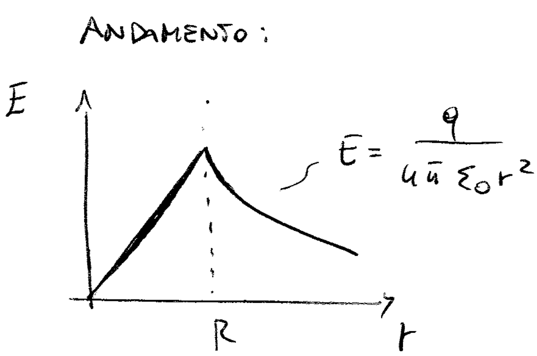
LA LEGGE DI GAUSS CI DICE:

$$\Phi_{\Sigma'}(\vec{E}') = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \text{QUINDI} \quad E(r) \, 4\pi r^2 = \frac{Q r^3}{\varepsilon_0 R^3}$$

$$\Downarrow$$

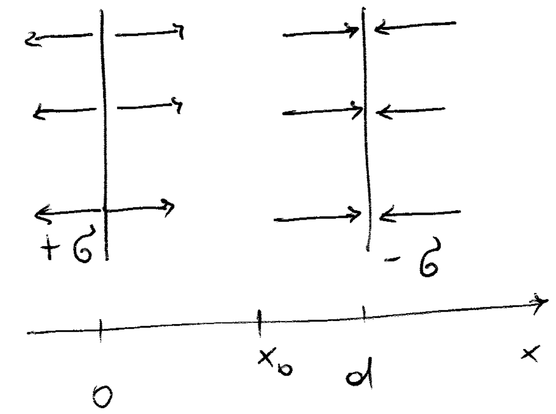
$$\boxed{E(r) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0} \frac{r}{R^3}}$$

ANDAMENTO:



DOPPIO STRATO PIANO

2 PIANI CON CARICA UGUALI IN MODULO MA OPPOSTE IN SEGNO



$$\vec{E}' = \vec{E}'_+ + \vec{E}'_- \quad \text{(PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE)}$$

$$\vec{E}_+ = \begin{cases} -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{u}_x & x<0 \\ +\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{u}_x & x>0 \end{cases}$$

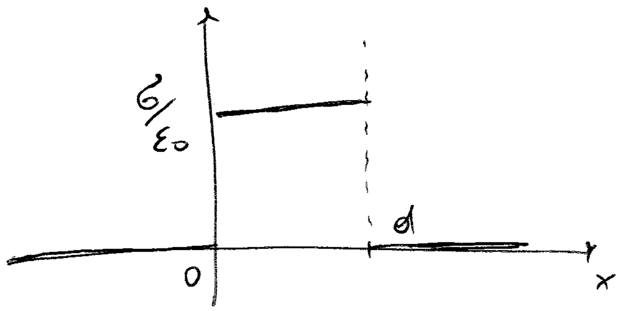
DENSITÀ NEGATIVA

$$\vec{E}_- = \begin{cases} -\left(\dfrac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{u}_x & x<d \\ +\left(\dfrac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{u}_x & x>d \end{cases}$$

CALCOLIAMO $\vec{E}$ NEI SEMISPAZI

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & x<0 \\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{u}_x & 0<x<d \\ 0 & x>d \end{cases}$$

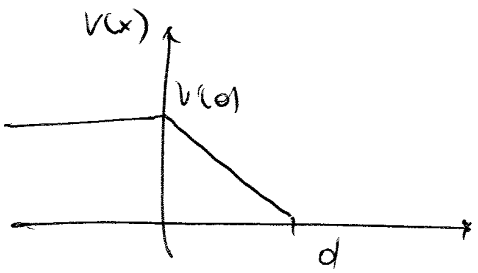
GRAFICO ANDAMENTO $\vec{E}$:



$$V(x_0) - V(0) = \int_{x_0}^{0} E\,dx = \left[\begin{array}{l}\text{DATO CHE } E \text{ È} \\ \text{COSTANTE PER } x_0 \in (0,d)\end{array}\right] = E\int_{x_0}^{0} dx = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}x_0$$

$$\Longrightarrow V(x_0) = V(0) - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}x_0$$

GRAFICO ANDAMENTO V:



IL RIFERIMENTO PER "V" NON SI PRENDE ALL'INFINITO NEL CASO DI PIANI INFINITI MA IN CORRISPONDENZA DEL PIANO A DISTANZA d DALL'ORIGINE

IN GENERE SI GUARDA ALL'EQUAZIONE OMOGENEA
CHE SI REALIZZA QUANDO $\rho = 0$

DA CIÒ SEGUE $$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$$

L'EQUAZIONE $\nabla^2 V = 0$ È DETTA <u>EQUAZIONE DI LAPLACE</u>

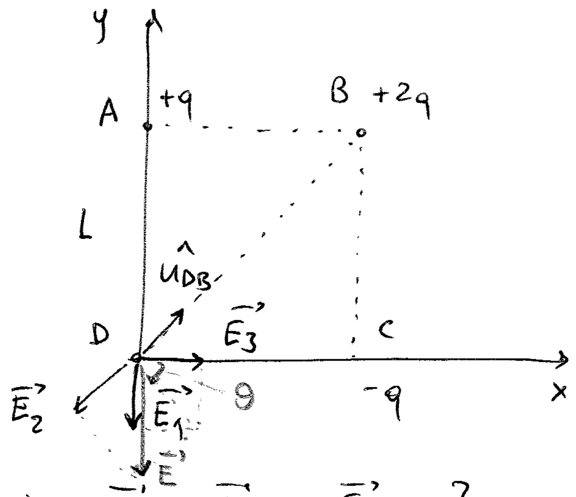
PER RISOLVERE EFFETTIVAMENTE L'EQUAZIONE BISOGNA CONOSCERE LA DENSITÀ ρ.

UNA VOLTA PRECISATO IL DOMINIO E SPECIFICATA LA CONDIZIONE AL CONTORNO ESISTE UN TEOREMA CHE DIMOSTRA CHE LA SOLUZIONE È UNICA.

[NOTA ASSESTANTE: IL POTENZIALE NON DIPENDE DALLA DENSITÀ ρ]

$\boxed{\text{ESERCIZI}}$

N°1



DETERMINARE IL CAMPO E IL POTENZIALE NEL PUNTO "D".

$$\vec{u}_{PB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{u}_x + \vec{u}_y\right)$$

$$\vec{E}(D) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = ?$$

$$\vec{E}_1 = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\hat{u}_y \qquad \vec{E}_2 = \frac{-\cancel{2}q}{4\pi\varepsilon_0 (L\sqrt{\cancel{2}})^2}\hat{u}_{DB} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{u}_x + \hat{u}_y)$$

$$\vec{E}_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\hat{u}_x$$

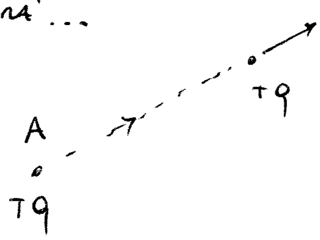
$$\vec{E}(D) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\hat{u}_x - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\hat{u}_y\right] = E_x\hat{u}_x + E_y\hat{u}_y$$

IL MODULO SARÀ

$$\left[\,|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}\,\right] \qquad tg\,\theta = \frac{E_y}{E_x}$$

NOTIAMO CHE INIZIALMENTE NON CI SONO CARICHE, PERCIÒ PER POSIZIONARE LA PRIMA CARICA IN "A" NON C'È LAVORO PERCHÉ NON C'È ALCUNA FORZA CONTRASTANTE. PER METTERE LE SUCCESSIVE CARICHE NELLA LORO POSIZIONE INVECE SÌ È SARÀ...

$$L_1 = \int_{\infty}^{B} \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{\ell}$$



$$\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{es} = \frac{-2q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{u}_r$$

$$L_1 = \int_{\infty}^{B} \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{\ell} = \int_{B}^{\infty} \vec{F}_{es} \cdot d\vec{\ell} = U_{es}(q, A; 2q, B)$$

ENERGIA ELETTROSTATICA IN CUI LA CARICA q È POSTA IN "A" E LA CARICA 2q IN "B"

$$L_1 = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} = (2q)\underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}}_{= V_{+q,A}(B)}$$

LAVORO POSITIVO

ADESSO SPOSTIAMO E POSIZIONIAMO LA 3ª CARICA IN "C".
CALCOLO IL LAVORO COME SOMMA DI QUELLO APPLICATO COME SE "A" NON CI FOSSE E POI QUELLO APPLICATO COME SE "B" NON CI FOSSE

$$L_2 = L_{2A} + L_{2B}$$

$$L_{2A} = U_e(-q, C; +q, A) = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 L\sqrt{2}}$$

$$L_{2B} = U_e(-q, C; +q, B) = \frac{-2q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}$$

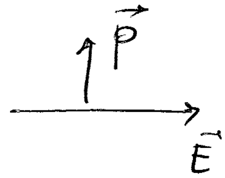
LAVORO NEGATIVO

$$\boxed{L = L_1 + L_{2A} + L_{2B}}$$

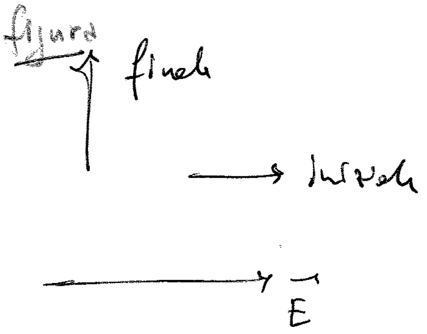
ESERCIZIO 8

QUAL È IL VALORE MASSIMO DEL MOMENTO MECCANICO SUL DIPOLO DI MOMENTO DI DIPOLO PARI A $\vec{p}$?

$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\qquad |\vec{M}| = |\vec{p}||\vec{E}| \sin\vartheta$

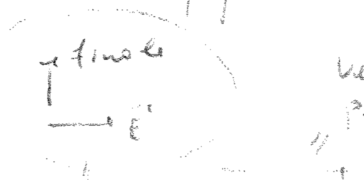


QUAL È IL LAVORO COMPIUTO DALL'ESTERNO PER RUOTARE IL DIPOLO NELLA CONFIGURAZIONE IN CUI IL MOMENTO RISULTA MASSIMO



$$\boxed{U_{es} = -\vec{p} \cdot \vec{E}}$$

vettori perpendicolari (vedi figura)

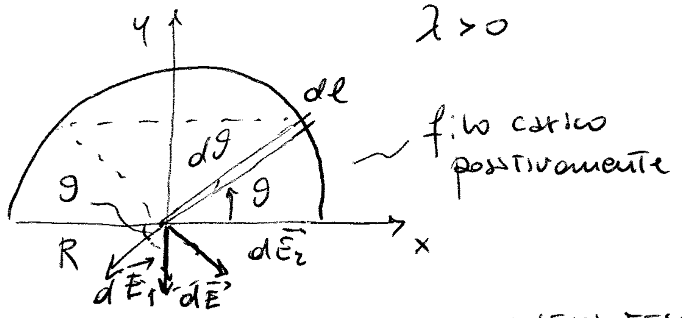


vettori paralleli

$$L^{ext} = \Delta U_{es} = U_{es}^{finale} - U_{es}^{iniziale} = 0 + |\vec{p}||\vec{E}|$$

N°7

$\lambda > 0$ $\qquad$ QUANTO VALE $\vec{E}(O) = ?$



DIVIDIAMO IL FILO IN PORZIONI INFINITESIME $d\ell$

$$d\vec{E} = d\vec{E_1} + d\vec{E_2} = dE_y \hat{u}_y$$

$$dE_y = -2 \frac{\lambda d\ell}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot \sin\vartheta$$

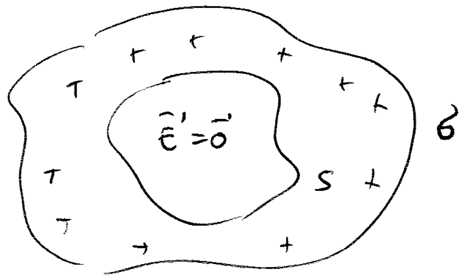
[IL MENO COMPARE PERCHÉ dE_y È DI SEGNO OPPOSTO ALLA DIREZIONE POSITIVA DELL'ASSE y]

RICORDANDO $d\ell = R\, d\vartheta$ (DEF. DI RADIANTE)

INTEGRO LUNGO TUTTO IL FILO

$$E_y = \frac{-2\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R^{\cancel{2}}} \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta \, R\, d\vartheta = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 202



$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

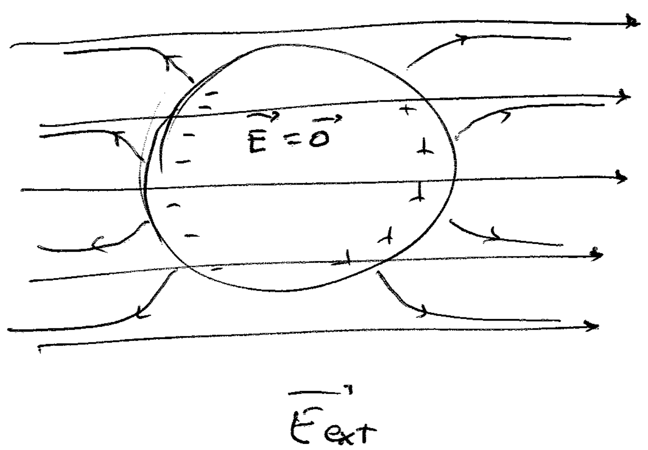
IL FATTO CHE $\vec{E} = \vec{0}$ ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE PER IL TEOREMA DI GAUSS POSSIAMO DIRE CHE $\Phi_S(\vec{E}) = 0$

- QUINDI $q_{int} = 0$

  QUESTO IMPLICA CHE LA CARICA SI DISTRIBUISCE AI BORDI DELLA SUPERFICIE

- LA CARICA (NETTA, INDOTTA E/O IN ECCESSO) SI TROVA SULLA SUPERFICIE ESTERNA

- $\vec{E}$ ALL'ESTERNO È $\perp$ ALLA SUPERFICIE

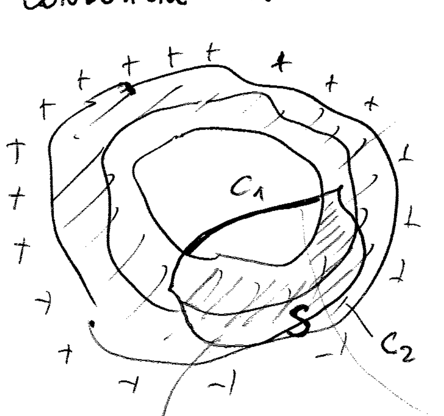


NON CI POSSONO ESSERE COMPONENTI TANGENZIALI PERCHÉ IN TAL CASO LE CARICHE SI MUOVEREBBERO (INVECE NO, SIAMO ALL'EQUILIBRIO)

(IL CAMPO VIENE MODIFICATO IN MODO DA ESSERE OPPOSTO A $\vec{E}_{ext}$)

- IL CONDUTTORE È EQUIPOTENZIALE (IN REALTÀ ESISTE LA COSIDDETTA BARRIERA DI POTENZIALE)

CONDUTTORE CAVO



Superficie interne al materiale

CAMPO NULLO ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE

IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO $\vec{E}' = \vec{0}$ IMPLICA $\Phi_S(\vec{E}) = 0$ CHE IMPLICA $q_{int} = 0$

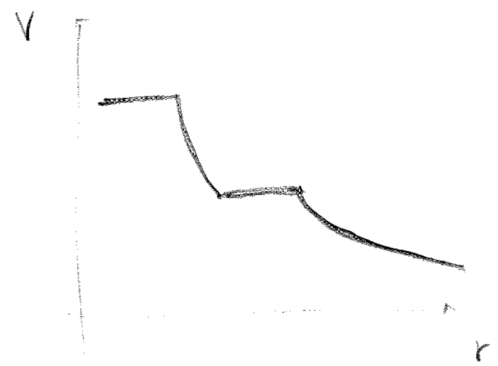
STO DICENDO CHE LA CARICA NETTA È NULLA. QUINDI NESSUNO VIETA (ANZI, NELLA REALTÀ CIÒ SI VERIFICA) CHE CI SIANO CARICHE + E − CHE SI BILANCIANO.

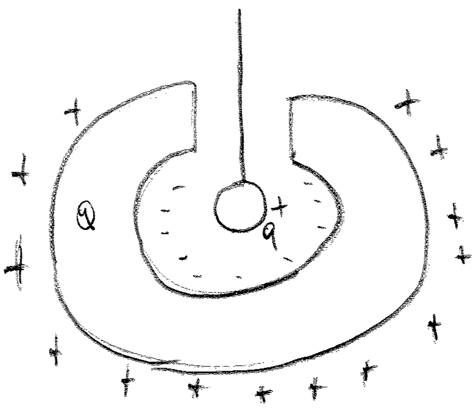
~~IN REALTÀ~~ SE COSÌ È ALLORA $\vec{E} \neq \vec{0}$ ALL'INTERNO

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq \vec{0}$$

$$
V(r) = \begin{cases}
r < R_1 & \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = V_1 \\[2ex]
R_1 < r < R_2 & \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \\[2ex]
R_2 < r < R_3 & \cancel{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}} - \cancel{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = V_2 \\[2ex]
r > R_3 & \cancel{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}} - \cancel{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}
\end{cases}
$$

GRAFICO





ALL'ESTERNO NON MI ACCORGO DELLA PRESENZA O DI EVENTUALI SPOSTAMENTI DI q+.
UNICO MODO PER SCARICARE LA CARICA +q È PORLA A CONTATTO CON IL CONDUTTORE IN TAL MODO ESSA NEUTRALIZZERÀ PARTE DELLA CARICA POSITIVA PRESENTE SULLA STESSA.

"IL CONDUTTORE CAVO FA DA SCHERMO PER L'ESTERNO NEI CONFRONTI DELL'INTERNO"

"L'INTERNO VIENE SCHERMATO DALL'ESTERNO"

(VEDI "GABBIA DI FARADAY")

- FACCIAMO TENDERE $R_2 \longrightarrow \infty$

ALLORA

$$\left(\lim_{R_2 \to \infty}\right) C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{(R_2 - R_1)} \longrightarrow \boxed{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$

- SE INVECE $R_1, R_2 \approxeq R >> R_2 - R_1 = h$

ALLORA

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{h} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 S}{h}}$$

$S = 4\pi R^2$ SUPERFICIE DELLA SFERA

- LA CAPACITÀ SI MISURA IN "FARAD" $[F]$

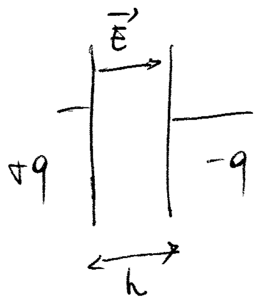
IL FARAD CORRISPONDE ALLA CARICA DI $\dfrac{1 \text{ COULOMB}}{1 \text{ VOLT}}$

TIPI DI CONDENSATORE

- IL CONDENSATORE SFERICO È UNO DEGLI ESEMPI DI CONDENSATORE
- ESISTE ANCHE QUELLO CILINDRICO

IN TAL CASO L'INDUZIONE COMPLETA SI REALIZZA QUANDO LE DIMENSIONI IN LUNGHEZZA SONO MOLTO MAGGIORI DELLE DIMENSIONI IN LARGHEZZA

- ESISTE QUELLO PIANO



DIMENSIONI TRASVERSALI MOLTO MAGGIORI RISPETTO AD h

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ (RISULTATO RICAVATO DALL'ESERCIZIO DEL DOPPIO STRATO.)

$$V_+ - V_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} h$$

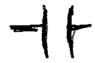
$$q = \sigma S$$ S = AREA DELL'ARMATURA

CALCOLIAMO IL RAPPORTO

$$C = \frac{q}{V_+ - V_-} = \frac{\cancel{\sigma} S \varepsilon_0}{\cancel{\sigma} h} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 S}{h}}$$

È LA STESSA QUANTITÀ CHE SI REALIZZA QUANDO $R_1, R_2 \approxeq R >> R_2 - R_1 = h$ NEL CONDENSATORE SFERICO. È RAGIONEVOLE IN QUANTO DA VICINO, UNA SFERA APPARE PIATTA.

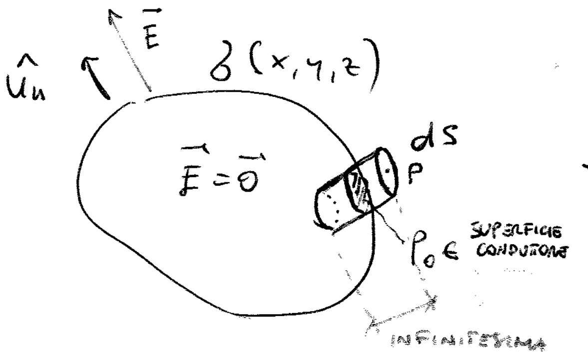
RISPOSTA:
SÌ, È CONSERVATIVO MA AI BORDI NON SI HA UN IMPROVVISO ANNULLAMENTO DEL CAMPO, PERCIÒ VI SONO DELLE DEFORMAZIONI DELLO STESSO AI BORDI. (SI PARLA DI "EFFETTO AI BORDI")

SIMBOLO CONDENSATORE: QUALSIASI SIA IL TIPO 

TEOREMA DI COULOMB

PRENDIAMO UN CONDUTTORE CARICO

σ = DENSITÀ (IN GENERALE: VARIA DA PUNTO A PUNTO)



VOGLIAMO STABILIRE UNA RELAZIONE TRA σ SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE ED $\vec{E}$ SU UN PUNTO $P \notin$ ALLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE

USO UNA SUPERFICIE GAUSSIANA CILINDRICA dS (CILINDRO RETTO) CHE STA PER METÀ DENTRO E PER METÀ FUORI LA SUPERFICIE.

CALCOLO IL FLUSSO:

$$\Phi_{Cilindro}(\vec{E}) = 0 + 0 + E(P)\,dS$$

- 0: L'AREA INTERNA NON CONTRIBUISCE PERCHÉ $\vec{E}' = \vec{0}$
- 0: FLUSSO LATERALE NULLO PERCHÉ (A PARTE IL DISEGNO) CONSIDERO L'ALTEZZA DEL CILINDRO INFINITESIMA E TRASCURABILE)
- $E(P)\,dS$: FLUSSO ATTRAVERSO dS ESTERNA A CUI CONTRIBUISCE LA CARICA CONTENUTA IN dS TRATTEGGIATA

QUINDI $q_{int} = \sigma(P_0)\,dS$

PER LA LEGGE DI GAUSS

$$\Phi_{Cilindro}(\vec{E}) = \frac{\sigma(P_0)}{\varepsilon_0}\cancel{dS} = E(P)\cancel{dS}$$

O MEGLIO...

$$\boxed{E(P) = \lim_{P \to P_0} \frac{\sigma(P_0)}{\varepsilon_0}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 202

ESSENDO ANCHE

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{E_1}{E_2}$$

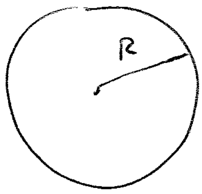
PERCIÒ ANCHE IL CAMPO È MAGGIORE NELLA SFERA PICCOLA.

IN GENERALE SI VERIFICA CHE IL CAMPO È TANTO MAGGIORE QUANTO MINORE È IL RAGGIO DI CURVATURA DI UNA SUPERFICIE.

EFFETTO PUNTA (O SCARICA PER EFFETTO CORONA): IL CAMPO SI SCARICA NEI PUNTI A MAGGIORE CURVATURA. (VEDI IMPLICAZIONE NEI FULMINI)

2ª ESERCITAZIONE N°1

GOCCIA DI FLUIDO CONDUTTORE



CONOSCIAMO q E V_0

$R = ?$

$$V_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \Longrightarrow \boxed{R = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 V_0}}$$

NUOVA GOCCIA DATA DALL'UNIONE DI TRE GOCCE COME QUELLE PRECEDENTI

$\mathcal{V}, \mathcal{V}' =$ VOLUMI GOCCE

$$V' = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R'}$$

$$q' = 3q$$

$$\mathcal{V}' = 3\mathcal{V} = 3\,\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Downarrow$$

sostituendo

$$R' = \sqrt[3]{3}\,R$$

$$\boxed{V' = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{3q}{\sqrt[3]{3}\,R} = \sqrt[3]{3^2}\,V_0}$$

UTILIZZANDO

[COORD. POLARI SFERICHE]

$$\vec{E} = \alpha r^3 \hat{u}_r \qquad \vec{E}(\vec{r}) = E_r \hat{u}_r + E_\vartheta \hat{u}_\vartheta + E_\varphi \hat{u}_\varphi$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 E_r\right) + \frac{1}{r \sin\vartheta} \frac{\partial (E_\vartheta \sin\vartheta)}{\partial \vartheta} + \frac{1}{r \sin\vartheta} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} = \text{(FORMULA NON RICHIESTA)}$$

DATO CHE $\operatorname{div} \vec{E}$ HA SOLO COMPONENTE RADIALE

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \alpha r^3) = \frac{1}{r^2} 5 \alpha r^4 = 5 \alpha r^2$$

RICAVIAMO QUINDI $\boxed{\rho = \varepsilon_0 5 \alpha r^2}$

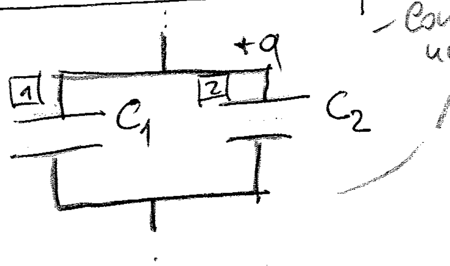
- QUANTO VALE LA CARICA TOTALE? $(q = ?)$

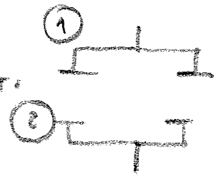
$$q = \int_\tau \rho(r)\, d\tau = \int_0^R dr \int_0^\pi d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi\, \overbrace{r^2 \sin\vartheta}^{|\det J|}\, \overbrace{5 \varepsilon_0 \alpha r^2}^{\rho} =$$

$$= 4\pi\, 5 \varepsilon_0 \alpha \int_0^R r^4 dr = 4\pi \varepsilon_0 \alpha \cancel{5} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} R^5 = 4\pi \varepsilon_0 \alpha R^5$$

CONDENSATORI IN SERIE E PARALLELO

- PARALLELO





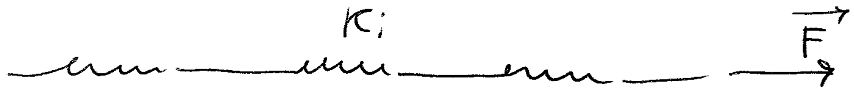
I CONDUTTORI (1) E (2) SONO EQUIPOTENZIALI PRESI SINGOLARMENTE, INDICHIAMO CON V

LA d.d.p. FRA I DUE CONDUTTORI.

IL CONDENSATORE [1] HA $q_1 = C_1 V$ $\qquad q_{TOT} = q = q_1 + q_2 =$

" " [2] HA $q_2 = C_2 V$ $\qquad = (C_1 + C_2) V$

ANALOGIA MECCANICA

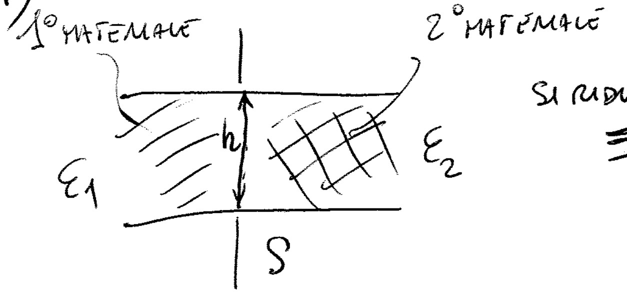


DEFORMAZIONI DIVERSE

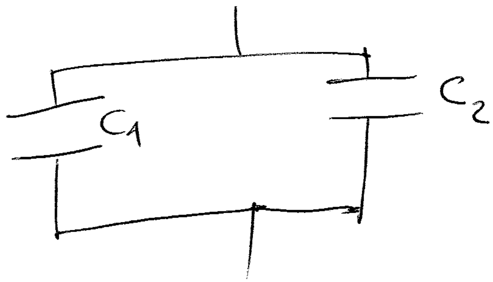
$$\Delta l_i = \frac{F}{K_i} \qquad \Delta l = \sum_i \Delta l_i = \left[\sum_i \frac{1}{K_i} \right] F = \frac{1}{K_{eq}} F$$

DIELETTRICO MISTO

1)



SI RIDUCE A $\equiv$

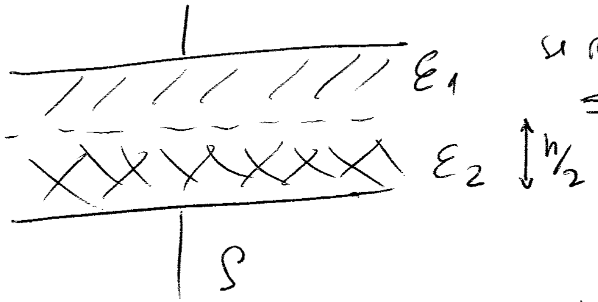


$$C_1 = \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_0 \, S/2}{h} \qquad C_2 = \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_0 \, S/2}{h}$$

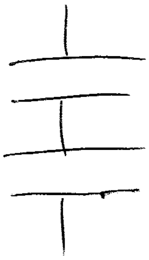
$$C_1 = \varepsilon_1 C_0 \qquad C_2 = \varepsilon_2 C_0$$

DOVE $C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{2h}$

2)



SI RIDUCE A $\equiv$



$C_1 = \varepsilon_1 C_0$

$C_2 = \varepsilon_2 C_0$

DOVE $C_0 = \dfrac{2 \varepsilon_0 S}{h}$

QUANTO VALE LA FORZA AGENTE SU dq

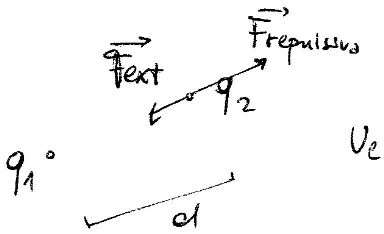
$$\vec{F} = dq\,\vec{E}'' = dq \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\hat{n}\,dS \quad \left[\text{ESPLICITANDO } dq = \sigma\,dS\right]$$

A PRESCINDERE DA TUTTO LA FORZA È $\perp$ ALLA SUPERFICIE E DIRETTA VERSO L'ESTERNO

DEFINISCO PRESSIONE ELETTROSTATICA

$$p_e = \frac{\vec{F}}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\hat{n}$$

$\boxed{\text{CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO}}$



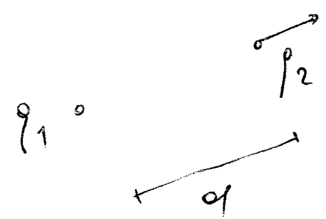
SUPPONIAMO $q_1 q_2 > 0$

$U_e(d) > 0$

VOGLIAMO PORTARE q_1 E q_2 AD UNA CERTA DISTANZA RECIPROCA
QUANDO VOGLIAMO AVVICINARLE COMPIAMO

$W_{ext} > 0$

SUPPONIAMO ORA $q_1 q_2 < 0$



QUESTA VOLTA $W_{ext} > 0$ SE $d \to \infty$

$U_e(d) < 0$

IN GENERALE

$$U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

QUANDO PORTIAMO A DISTANZA INFINITA LE DUE CARICHE LIBERIAMO TALE ENERGIA

$$U_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{N}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r_{ij}}}_{V_j(\vec{r}_i)}$$

POTENZIALE DOVUTO A q_j NELLA POSIZIONE DELLA CARICA q_i

CHIAMIAMO $\displaystyle\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r_{ij}} = V_i$

POTENZIALE CHE SENTE q_i A CAUSA DELLA PRESENZA DI <u>TUTTE LE CARICHE</u>

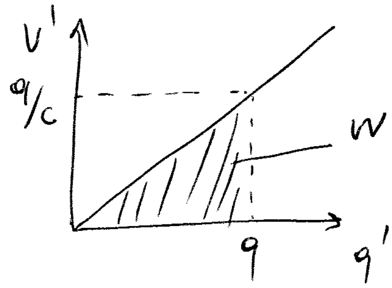
5

LAVORO TOTALE LO OTTENGO INTEGRANDO

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

GRAFICO

$$C = \frac{q'}{V'} \qquad V' = \frac{q'}{C}$$



$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \frac{q}{C}$$

RICORDIAMO CHE IL CONDENSATORE GLOBALMENTE RIMANE NEUTRO !!!
ABBIAMO DISTRIBUITO IN MANIERA DIVERSA LA CARICA

DEFINIAMO L'ENERGIA ELETTROSTATICA COME:

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} C V^2$$

IN ALCUNI CASI U_e SI RIFERISCE ALL'ENERGIA POSSEDUTA DALLA SINGOLA ARMATURA. QUESTO DIPENDE DA DOVE FISSIAMO IL RIFERIMENTO.
SE LO PONIAMO ALL'∞ DOVE $V=0$ ALLORA È LECITO PENSARE U_e COME RELATIVA ALLA SINGOLA ARMATURA

$\boxed{\text{ENERGIA DEL CAMPO ELETTROSTATICO}}$ (CASO CONDENSATORE PIANO)

$$U_e = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\varepsilon_0 \frac{S}{h}}_{C} \underbrace{(Eh)}_{V}^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S}{h} E^2 h^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 S E^2 h =$$

C CONDENSATORE PIANO (VEDI PAGINE PRECEDENTI)

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \underbrace{S h}_{\mathcal{V}} E^2 =$$

$\mathcal{V}$ INTERNO AL CONDENSATORE

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \mathcal{V}$$

DEFINISCO DENSITÀ DI ENERGIA ELETTROSTATICA : $u_e = \dfrac{U_e}{\mathcal{V}} = \dfrac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

(NEL CASO PARTICOLARE IN CUI ABBIAMO A CHE FARE CON UN CONDENSATORE PIANO DOVE IL CAMPO È UNIFORME)

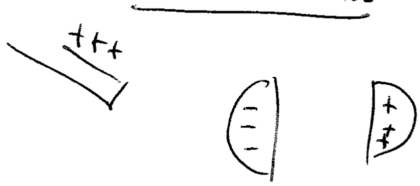
ELETTROSTATICA IN PRESENZA DI DIELETTRICI

NEL DIELETTRICO UNA EVENTUALE ELETTRIZZAZIONE PER STROFINIO DETERMINA UNA VARIAZIONE LOCALE DELLE DISTRIBUZIONI DI CARICHE.

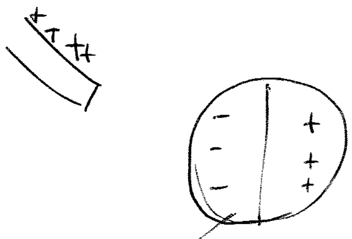
NEL CASO DI ISOLANTI O DIELETTRICI SI PARLA DI POLARIZZAZIONE

POLARIZZAZIONE VS. INDUZIONE

NEL CONDUTTORE



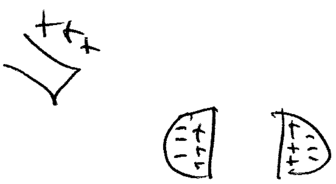
SE ROMPIAMO LA SFERA SI REALIZZA UNA ELETTRIZZAZIONE PERMANENTE



ELETTRIZZAZIONE TEMPORANEA

(QUESTA SITUAZIONE SI REALIZZA ANCHE NEL DIELETTRICO PERÒ...)

NEL DIELETTRICO

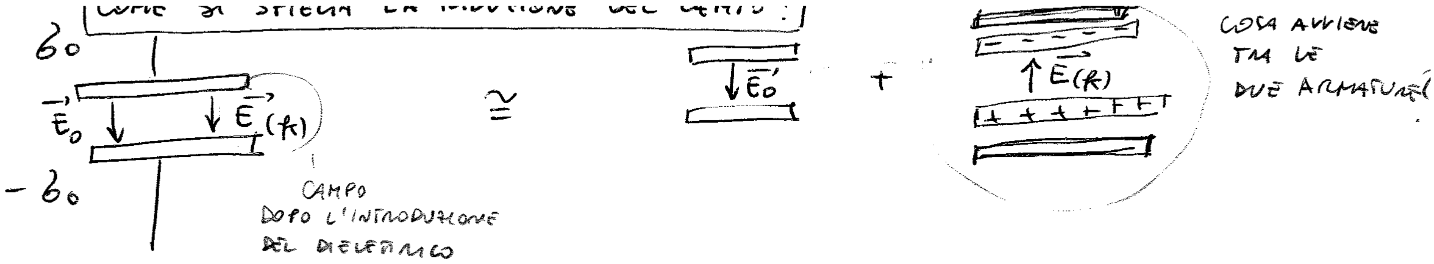


LE PORZIONI DI SFERA DIVENTANO NEUTRE COMPLESSIVAMENTE

INDUZIONE E POLARIZZAZIONE SONO IN ULTIMA ANALISI DIVERSE !!!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 202

Come si spiega la riduzione del campo?



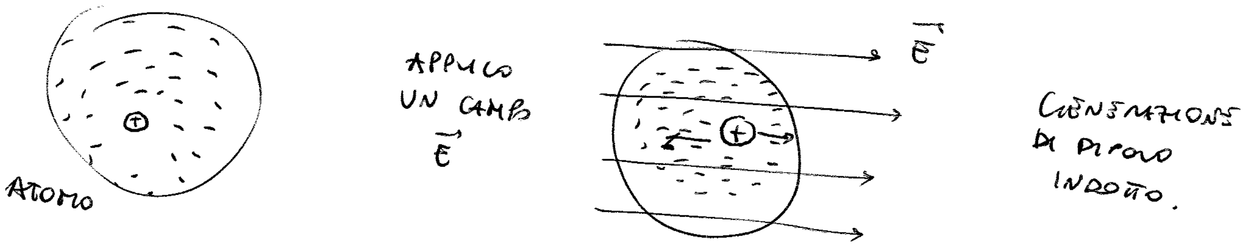
SI PUÒ IMMAGINARE CHE SI CREA UNA POLARIZZAZIONE DEL DIELETTRICO DALLA QUALE SI GENERA UN CAMPO MICROSCOPICO CHE SI OPPONE AD $\vec{E}_0'$ CHE CHIAMIAMO $\vec{E}_{(k)}$.

POLARIZZAZIONE NEI DIELETTRICI

POLARIZZAZIONE PER DEFORMAZIONE

ORIENTAMENTO (NELLE MOLECOLE POLARI)

RICHIAMO



LE NEGATIVE SI SPOSTANO VERSO SINISTRA.
LE POSITIVE SI SPOSTANO A DESTRA.

UNA **MOLECOLA POLARE** HA UN BARICENTRO DI CARICHE ASIMMETRICO ANCHE QUANDO NON ESISTE UN CAMPO $\vec{E}$. (MOMENTO DI DIPOLO INTRINSECO)

MOMENTO DEL DIPOLO INDOTTO DAL CAMPO

$$\vec{p} = f(\vec{E})$$

$$p = \underbrace{\alpha \varepsilon_0 E} + \beta E^2 + \gamma E^3 + \dots \cong \alpha \varepsilon_0 E$$

NEL PRIMO TERMINE DELLO SVILUPPO SI USA UN COEFF. α DA CUI SI SCORPORA ε_0 SE SIAMO NEL S.I.

QUANDO IL SISTEMA NON È ISOTROPO LA LEGGE DI p CAMBIA PERCHÉ CAMBIA LA POLARIZZABILITÀ α.

IN PARTICOLARE

$$\alpha \xrightarrow{\text{diventa}} \underset{\text{Matrice}}{\bar{\alpha}} = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$$

Tale matrice è detta **Tensore**

(Tale Tensore dipende dalla Terna di assi)

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{p} = \bar{\alpha}\, \varepsilon_0 \vec{E}}$$

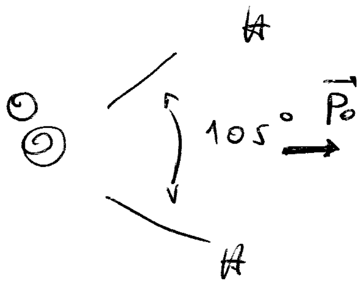
SI PUÒ DIMOSTRARE CHE $\bar{\alpha}$ È DIAGONALIZZABILE SE IL SISTEMA È ISOTROPO. $\bar{\alpha}$ SI PRESENTA QUINDI IN TAL MODO

$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix}$$

MOLECOLE POLARI

SONO MOLECOLE IN CUI IL MOMENTO DI DIPOLO È INTRINSECO O PERMANENTE. CIÒ SUSSISTE SE LA MOLECOLA NON È SIMMETRICA.

ESEMPIO: Acqua

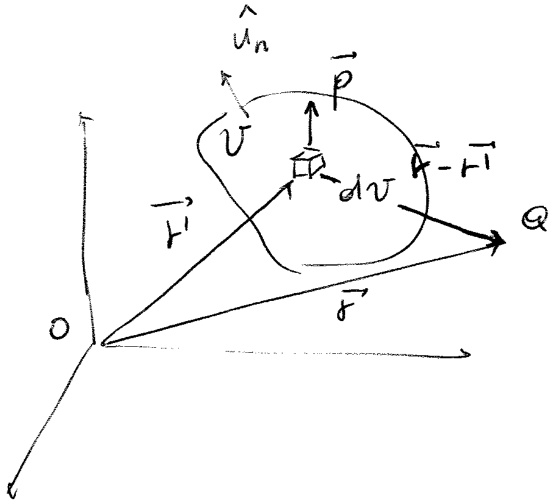


Essendo O + elettronegativo di H, la nuvola elettronica risulta + concentrata sull'ossigeno.

$\vec{p}_0$ MOMENTO DI DIPOLO INTRINSECO $\quad \vec{M} = \vec{p}_0 \times \vec{E}$

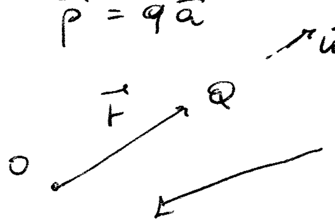
SE ESISTE IL CAMPO ELETTRICO LA MOLECOLA TENDE AD OSCILLARE INTORNO ALLA DIREZIONE INDIVIDUATA DA $\vec{E}$.
IL CAMPO TENDE AD ALLINEARE I MOMENTI $\vec{p}_0$ INTRINSECI.
GLI URTI DELLE MOLECOLE CHE SI GENERANO TENDONO A DISALLINEARLA
(Vedi funzionamento del forno a microonde)

$\vec{p}(\vec{r})\, dV = \langle \vec{p} \rangle n$ $\left(\text{Essendo } \vec{p}(\vec{r}) = \frac{\langle \vec{p} \rangle n}{dV} \right)$



Ricordiamo: (vedi: dipolo elettrico)

$\vec{p} = q\vec{a}$



(se $\vec{p}$ nell'origine)

Il potenziale in approssimazione di dipolo vale:

$$V(Q) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{u}_r}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

Quanto vale il dipolo in Q?

Difficoltà: $\vec{p}$ non nell'origine

$$V(Q) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p}(\vec{r'})(\vec{r}-\vec{r'})\,dV}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}$$

Questo è il potenziale dovuto alla presenza del dipolo $\vec{p}$ in dV

Integro per sapere il contributo totale

$$V(Q)_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\vec{p}(\vec{r'}) \cdot (\vec{r}-\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}\, dV$$

Si può anche notare che se:

$\vec{r} = (x, y, z)$

$\vec{r'} = (x', y', z')$

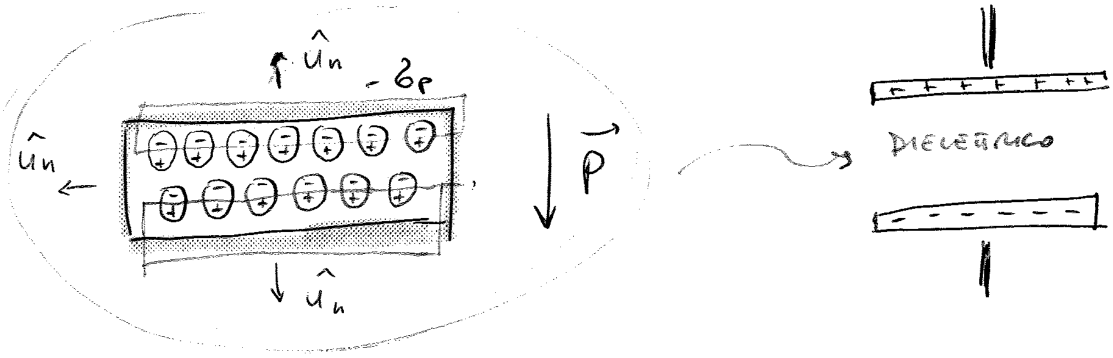
$$\left[\frac{\vec{r}-\vec{r'}}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3} = \nabla_{r'} \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \right) \right]$$

Provare a verificare tale relazione

Perciò:

$$\left[V(Q)_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \vec{p}(\vec{r'}) \cdot \nabla_{r'} \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \right) dV \right] \quad (1)$$

CONSIDERIAMO IL DIELETTRICO IN VERDE



SE PRENDIAMO LE REGIONI RIQUADRATE A MATITA SI NOTA PARTI DEL DIPOLO NON COMPENSATI DA NESSUN ALTRO DIPOLO PERCHÉ IL DIELETTRICO È TERMINATO

$$\vec{E} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}_{\text{macroscopico}} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = \vec{E}_0 - \frac{\cancel{\varepsilon_0}\,\chi_e \vec{E}}{\cancel{\varepsilon_0}}$$

OSSERVAZIONE: LA SINGOLA MOLECOLA ⊖ SENTE IL CAMPO $\vec{E}_0$ AGENTE NELLE ARMATURE DEL CONDENSATORE ED ANCHE AL CAMPO GENERATO DALLE MOLECOLE CHE LE SONO ATTORNO, LA MOLECOLA È SOGGETTA AD UN CAMPO LOCALE

$$(1+\chi_e)\,\vec{E} = \vec{E}_0 \qquad \varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 202

IN ALCUNI CASI LA POLARIZZAZIONE SI PUÒ DESCRIVERE COME

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$ APPROSSIMAZIONE DI $\vec{P}$ LINEARE

SE SOSTITUIAMO ALL'INTERNO DI $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(\vec{E} + \chi_e \vec{E} \right) = \varepsilon_0 \underbrace{(1 + \chi_e)}_{\varepsilon_r} \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$ $\varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon =$ COST. DIELETTRICA ASSOLUTA

"RELAZIONE COSTITUTIVA DEL MEZZO"

CORRENTI ELETTRICHE STAZIONARIE (MAGNETOSTATICA)

CORRENTI ELETTRICHE STAZIONARIE SE NON VARIANO NEL TEMPO.

ESSE SONO SORGENTI DI CAMPI MAGNETICI STAZIONARIE.

QUANDO SIAMO IN CONDIZIONI ELETTROSTATICHE SI CONSIDERA NON UN EQUILIBRIO PERFETTO MA IN SENSO STATISTICHE.

GLI ELETTRONI POSSONO ESSERE IMMAGINATI COME UN GAS.

IN UN GAS PERFETTO LA VELOCITÀ MEDIA $v_m = 0$

IN UN GAS PERFETTO GRAZIE AL PRINCIPIO DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA SI RICAVA (VEDI FISICA 1)

$$\bar{E}_K = \frac{3}{2} k_B T \qquad \bar{E}_K = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$\bar{E}_K$ PROPORZIONALE ALLA TEMPERATURA E ALLA VELOCITÀ MEDIA $\bar{v}$

$\bar{v}_T$ = VELOCITÀ MEDIA PER AGITAZIONE TERMICA $= 10^5 \, m s^{-1}$ DIPENDE DA T !!!

(E STATISTICHE DI FERMI-DIRAC)

È PIÙ APPROPRIATO CONSIDERARE IL MODELLO DI FERMI - SOMMERFELD

LA VELOCITÀ MEDIA DIVENTA VELOCITÀ DI FERMI (APPLICATA AI FERMIONI)

$\bar{v}_F \cong 10^6 \, m s^{-1}$ NON DIPENDE DA T !!!

PER STUDIARE IL PROBLEMA RELATIVO AL MOTO DI UNA PARTICELLA CARICA SI USA $\vec{F} = m\vec{a}$

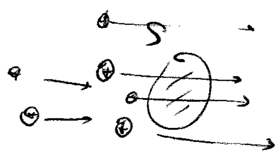
$$\vec{F} = \vec{F}_L = m\vec{a}$$

DIFFERENZE DEI MATERIALI E CORRENTI DI CONDUZIONE

- CONDUTTORI METALLICI
- MATERIALI SEMICONDUTTORI
- GAS IONIZZATI (MEDIANTE RISCALDAMENTO, SCOSSE ELETTRICHE, RADIAZIONI)
- SLZ ELETTROLITICHE

UNA VOLTA APPLICATA LA FORZA LE CARICHE INIZIANO A MUOVERSI. SE STACCHIAMO LA FORZA LA RESISTENZA DEL MEZZO DETERMINERÀ PRIMA O POI IL BLOCCO (PER RESISTENZA VISCOSA).
VELOCITÀ MAX È DETTA DI DERIVA

CONSIDERIAMO UNA SEZIONE S



DEFINIAMO L'INTENSITÀ DI CORRENTE (SCALARE) ISTANTANEA

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \underbrace{\frac{\Delta q}{\Delta t}}_{\text{INTENSITÀ MEDIA}} = \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{\text{INTENSITÀ ISTANTANEA}} \cdot [A]$$

NEL S.I. DEFINIAMO $1C = 1A \cdot 1s$

DEFINIAMO DENSITÀ DI CORRENTE:

$$\vec{j} = nq\vec{v_d} \quad [A/m^2]$$

QUINDI

$$\boxed{di = \vec{j} \cdot \hat{u}_n \, dS}$$

$$i = \int di = \int_S \vec{j} \cdot \hat{u}_n \, dS = \left[\text{FLUSSO DEL VETTORE } \vec{j} \text{ ATTRAVERSO } S \right]$$

SE $\vec{j}$ FOSSE UNIFORME ED S FOSSE $\perp$ A $\vec{j}$ AVREMMO AVUTO:

$$i = j \cdot S_\perp \implies j = \frac{i}{S_\perp}$$

[INTENSITÀ DI CORRENTE DIVISO UNA SUPERFICIE = DENSITÀ]

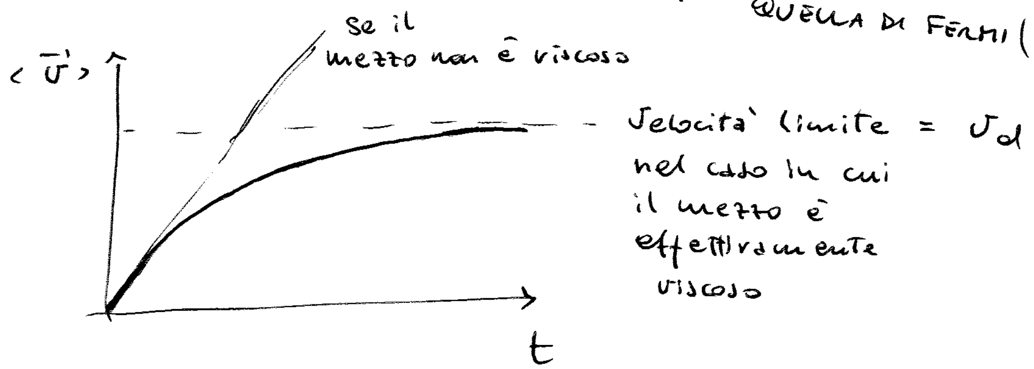
IL NUMERO DI PORTATORI DI CARICA PER UNITÀ DI VOLUME (n) DIPENDE DAL TIPO DI CONDUTTORE SCELTO. IN GENERALE RISULTA:

$$n \longrightarrow 10^{28} \text{ o } 10^{29} \, m^{-3}$$

$$q \longrightarrow -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \, C$$

$$|\vec{v_d}| \implies 10^{-4} \, m/s$$

(10 ORDINI DI GRANDEZZA IN MENO RISPETTO A QUELLA DI FERMI (10^6))



$$\int_V -\frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV = \oint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j}\, dV$$

CIÒ VALE S.S.SE:

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV = \vec{\nabla} \cdot \vec{j}\, dV \Rightarrow \boxed{-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j}}$$

CIÒ VUOL DIRE CHE SE ρ VARIA NEL TEMPO $\left(\text{CIOÈ } \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0\right)$ ALLORA $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$ NON È NULLO: ESISTE UNA DIVERGENZA!!!

QUESTA RELAZIONE È ANALOGA:

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\rho\, \vec{v})$$

"EQUAZIONE DI CONTINUITA' IN UN FLUIDO"

QUINDI SE $\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow$ LA CARICA È USCITA DAL VOLUME V

SE SIAMO IN $\boxed{\text{REGIME STAZIONARIO}}$ q_{int} NON VARIA NEL TEMPO

$$\frac{d}{dt} q_{int} = 0 \quad \text{OPPURE} \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}, t) = 0$$

NON VUOL DIRE CHE LA CARICA NON ESCE E NON ENTRA MA CHE NEL COMPLESSO SE UN TOT DI CARICA ESCE TANTA NE ENTRA

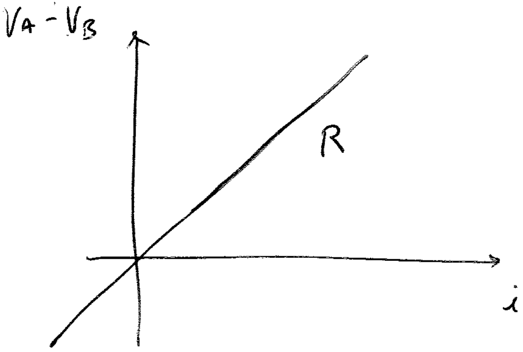
PER CUI

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$$

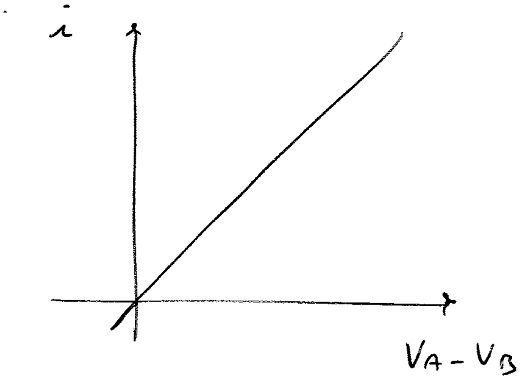
INOLTRE

$$\frac{d q_{int}}{dt} = i = \oint_S \vec{j} \cdot \hat{u}_n\, dS = 0 \Rightarrow \text{CAMPO SOLENOIDALE}$$

(CAMPO CON FLUSSO DI $\vec{j}$ SEMPRE NULLO!)



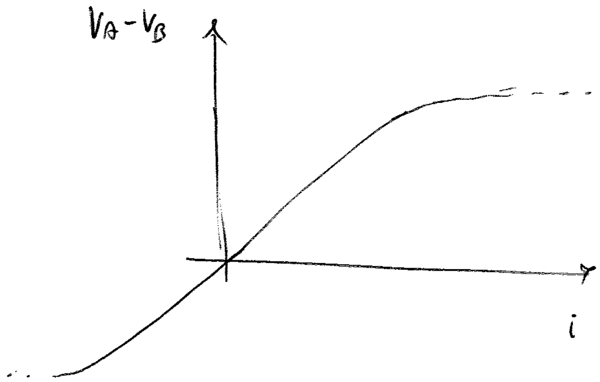
IL GRAFICO IN $V_A - V_B / i$
E' DETTA CURVA CARATTERISTICA



$$i = \frac{1}{R}(V_A - V_B) = G(V_A - V_B)$$

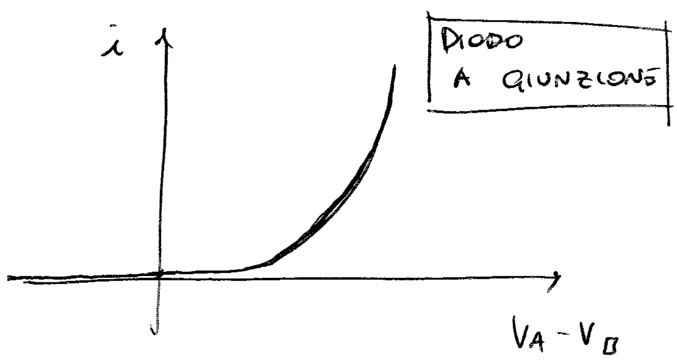
$G = \frac{1}{R}$ = <u>CONDUTTANZA</u>

IN UN CONDUTTORE REALE VI È UN REGIME OHMICO MA ANCHE UNA DEVIAZIONE :



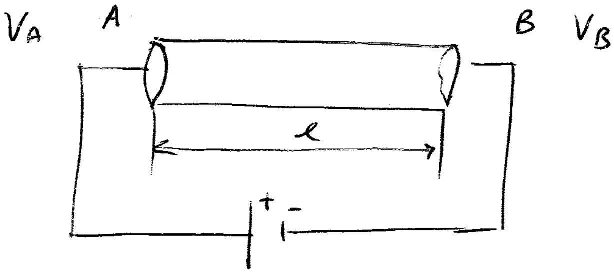
AD ALTE TENSIONI
OGNI CONDUTTORE
ABBANDONA IL
REGIME OHMICO

SI POSSONO AVERE ANCHE MATERIALI
IN CUI



DISPOSITIVO
A SEMICONDUTTORI

LEGGE DI OHM DELLA CONDUZIONE ELETTRICA



$\vec{E}$ uniforme $\Rightarrow$ $\vec{j}$ uniforme

$$V_A - V_B = E\ell = \underbrace{Ri}_{\text{NEL CASO DI CONDUTTORE OHMICO}} = \rho \frac{\ell}{S} \cdot i$$

$$E\ell = \rho \frac{\ell}{S} \cdot i \qquad E = \frac{\rho i}{S} = \left[\text{RICORDANDO } \frac{i}{S} = j \text{ E CHE SE SIAMO IN CONDIZIONI DI UNIFORMITÀ} \right]$$

$$= \rho \cdot j$$

$$E = \rho j \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \rho \vec{j}}$$

RELAZIONE CHE LEGA IL CAMPO $\vec{E}$ CON IL VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \qquad \left[\sigma = \frac{1}{\rho} = \text{CONDUCIBILITÀ} \right]$$

LEGGI APPLICABILI IN CONDIZIONI DI ISOTROPIA, UNIFORMITÀ E VALIDITÀ DELLA LEGGE DI OHM

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 202

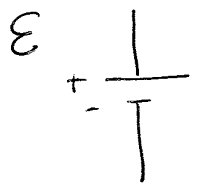
FISICA II (PARTE II)

II ANNO (2014/2015)

FRANCESCO CHIARÀ

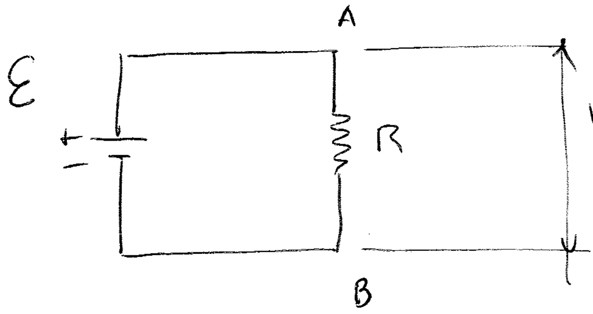
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 202

GENERATORE IDEALE



$\mathcal{E}$ = FORZA ELETTROMOTRICE: QUANDO IL GENERATORE NON È ANCORA COLLEGATO AL CIRCUITO (CIRCUITO APERTO)

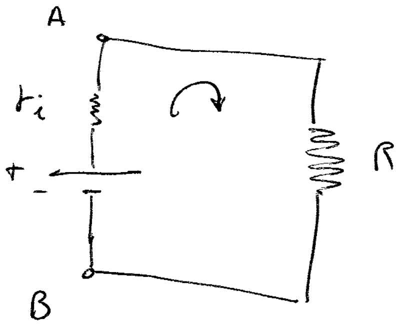
QUANDO COLLEGHIAMO  AD UNA RESISTENZA E CHIUDIAMO IL CIRCUITO ACCADE:



$$V_A - V_B = \mathcal{E}$$

GENERATORE REALE

ESISTE IN REALTÀ UNA RESISTENZA ANCHE ALL'INTERNO DEL GENERATORE STESSO. PER CUI QUANDO CHIUDO IL CIRCUITO LA CORRENTE i FLUISCE ANCHE DENTRO LA RESISTENZA INTERNA DEL GENERATORE.



PER CUI

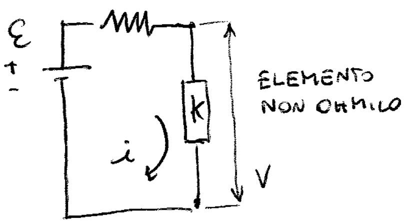
$$V_A - V_B \neq \mathcal{E}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \mathcal{E} - r_i i}$$

ESERCIZIO 7

SI SUPPONE GENERATORE IDEALE

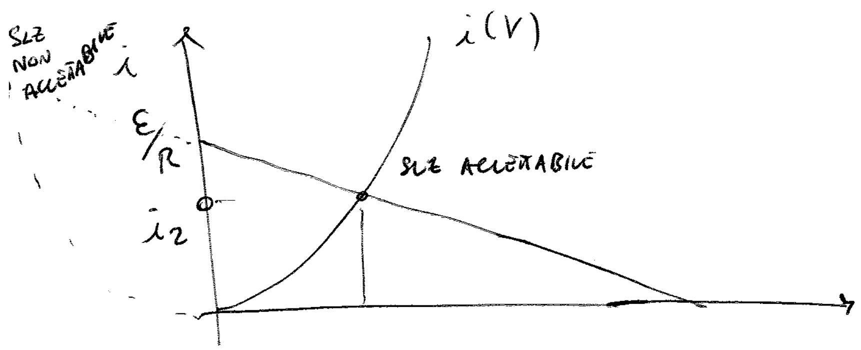
$R \rightarrow V_R = Ri$



CALCOLARE $i = ?$ $V = ?$

$$\begin{cases} i(V) = kV^2 \\ i = V_R / R = (\mathcal{E} - V)/R = \dfrac{\mathcal{E}}{R} - \dfrac{V}{R} \end{cases}$$

SLZ ATTRAVERSO METODO GRAFICO



SI TROVA

$$i_2 \cong 10\,mA$$

$$V_R = R i_2 = \mathcal{E} - V$$

$$V = \mathcal{E} - R i_2$$

LEGGE DI OHM IN FORMA PUNTUALE

$\left(\vec{J} = n q \vec{v}_d \right) \Longrightarrow$ LEGGE $\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$

TIENE CONTO DELLE CARATTERISTICHE PUNTUALI

LA LEGGE GENERALE È PERÒ:

$$\boxed{\vec{J} = f(\vec{E})}$$

VALE ANCHE NEL CASO DI CONDUTTORI NON OHMICI

ANCHE SE VALE LA LEGGE LINEARE $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ NON È DETTO CHE σ SIA COSTANTE IN OGNI DIREZIONE CIOÈ NON È DETTO CHE IL MATERIALE SIA ISOTROPO

COSA CI DICE LA LEGGE?

APPLICHIAMO UN CAMPO MEDIANTE L'APPLICAZIONE DI UNA d.d.p.

LE CARICHE SARANNO SOGGETTE AD UNA FORZA COSTANTE CHE LA FA ACCELERARE PER UN PO' MA AD UN CERTO PUNTO LA VELOCITÀ DIVENTA COSTANTE $\vec{v}_d$.

DA COSA È DOVUTO CIÒ?

ESISTONO I CRISTALLI ALL'INTERNO DI ALCUNI CONDUTTORI.

IN CONDUTTORI CHE GODONO DI UN RETICOLO CRISTALLINO IDEALE GLI ELETTRONI VIAGGEREBBERO IN MODO INDISTURBATO (SENZA SUBIRE RESISTENZA, FRENAMENTO)?

LE RAGIONI SONO DOVUTE AI CRISTALLI REALI CHE SI DISCOSTANO DA QUELLI IDEALI PERCHÉ:

1) HANNO VIBRAZIONI RETICOLARI (GLI IONI OSCILLANO ATTORNO ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO)
SONO DEI PROCESSI D'URTO, COLLISIONI CON LE VIBRAZIONI RETICOLARI CHE POSSONO ESSERE PENSATI ATTRAVERSO UNA ANALISI QUANTISTICA COME DELLE PARTICELLE.
TALI VIBRAZIONI DIPENDONO DALLA TEMPERATURA

2) IMPUREZZE ATOMICHE. NON DIPENDONO DALLA TEMPERATURA

3) DIFETTI: I RETICOLI CRISTALLINI NON SONO PERFETTAMENTE ALLINEATI. LA GEOMETRIA NON SI RIPETE PERFETTAMENTE.
NON MENO IMPORTANTI SONO I DIFETTI LEGATI ALLA SUPERFICIE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 202

Chiaramente a regime ($v_d = \text{cost}$) si parla di <u>EQUILIBRIO DINAMICO</u> perchè la particella si muove con $v_d \neq 0$ e $|\vec{F}_e| = |\vec{F}_v|$

Secondo un modello detto di DRUDE:

$$j = n e v_d = \frac{n e^2 \tau}{m} \cdot E = \sigma \cdot E$$

$$\boxed{\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m_e^*}}$$

σ ci fornisce attraverso le caratteristiche dei portatori di carica la costante di proporzionalità tra j ed E

n densità di portatori di carica

e carica

m_e massa dell'elettrone

τ detto TEMPO DI RILASSAMENTO

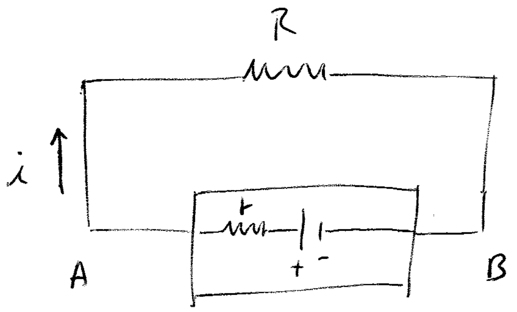
Abbiamo quindi capito che:

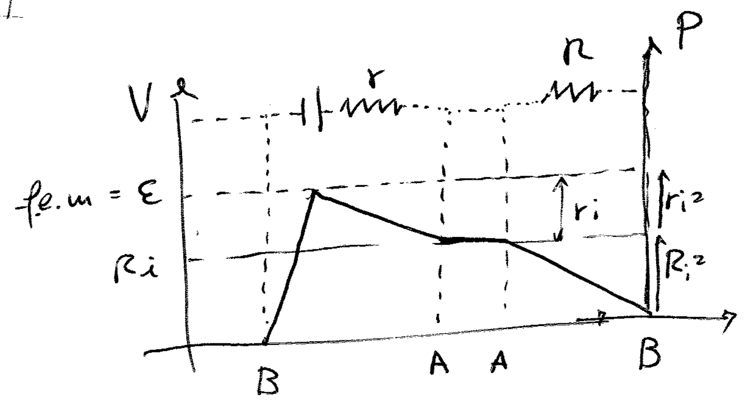
"SE NON APPLICHIAMO UNA d.d.p. COSTANTE NON VINCIAMO LA $\vec{F}_v$ E NON ABBIAMO PASSAGGIO DI CORRENTE"

$\Downarrow$

Effetto Joule $\Longrightarrow$

fem e GENERATORE ELETTRICO





$$dq\,\mathcal{E} = (R+r)\,i\,dq$$
$$= (Ri + ri)\,dq$$

$$\mathcal{E}\,i\,dt = (Ri^2 + ri^2)\,dt$$

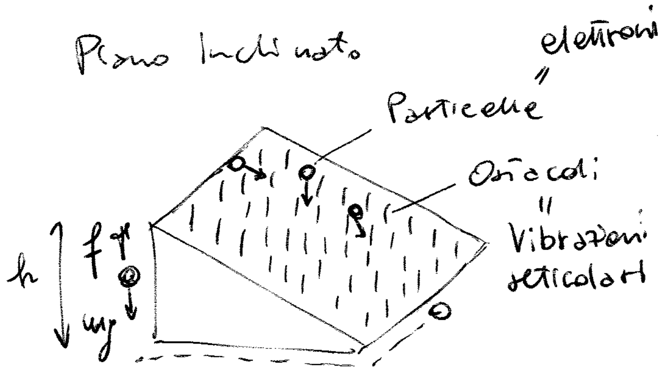
$$\mathcal{E}\,i = Ri^2 + ri^2$$

Ri^2 = Potenza dissipata da R

ri^2 = Potenza dissipata dalla resistenza interna del generatore.

Un altro analogo meccanico

Piano Inclinato



Le particelle cadono, scivolano per effetto del campo gravitazionale.
Esse urtano con gli ostacoli e dissipano energia e quando raggiungono la base hanno perso tutta l'energia

Vogliamo riportarle indietro sulla sommità

$$\oint (\vec{F}_p + \vec{f})\cdot d\vec{l} = \oint \vec{f}\cdot d\vec{l} \neq 0$$

- La forza F_p è conservativa quindi la sua circuitazione è nulla
- $\vec{f}$ invece non è conservativa.

LA TERRA E MAGNETISMO

Anche la terra è un magnete, un ago tende infatti a rivolgersi verso il nord-geografico che è in realtà un ~~sud~~ polo-sud. (perché poli opposti si attraggono.

La terra genera:

$$50\,\mu T = 0{,}5\ G \qquad 1G = 10^{-4}\,T$$

[G = Gauss nel sistema c.g.s.]

" Non possiamo separare polo nord dal polo sud di un magnete. "

FORZA E CAMPO MAGNETICO

Essendo il "monopolo magnetico" non possibile non è opportuno descrivere il ~~campo~~ magnetismo come fenomeno in sé. ??

È facile però individuare le linee di campo con polvere di ferro meglio di quanto si possa fare nel campo elettrico con semini polarizzati in un liquido viscoso.

Avviciniamo due magneti ed in particolare i loro 2 poli opposti.

Sondiamo il campo magnetico tramite cariche elettriche in moto. Infatti si ricavò sperimentalmente che le cariche sentono una forza detta di Lorentz:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \vec{B} = \text{campo magnetico}$$

Inoltre sentirà anche una forza dovuta ad un campo elettrico: quindi per noi la forza di Lorentz sarà la somma di tali forze.

$$\vec{F}_{Lorentz} = \vec{F}_e + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

1) Le linee di campo sono tangenti alla forza (nel caso di campo elettrico)

2) " " " " " $\perp$ " " (nel caso del campo magnetico)

CASO GENERALE:

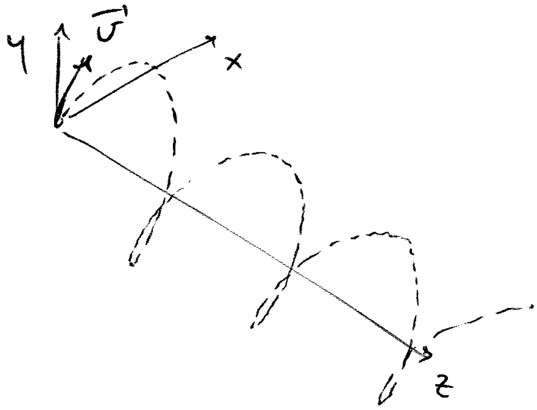
SE $\vec{v} \not\perp \vec{B}$ $\quad \vec{v} = v_\perp + v_\parallel \quad$ $\vec{v}_\perp$ ($\perp$ A $\vec{B}$)

$\vec{v}_\parallel$ ($\parallel$ A $\vec{B}$)

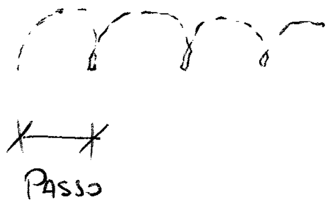
$$\vec{F}_B = q(v_\perp + v_\parallel) \times \vec{B}$$

SI AVRÀ UNA COMPOSIZIONE DI MOTO RETTILINEO + CIRCOLARE UNIFORME

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{MOTO ELICOIDALE}}$



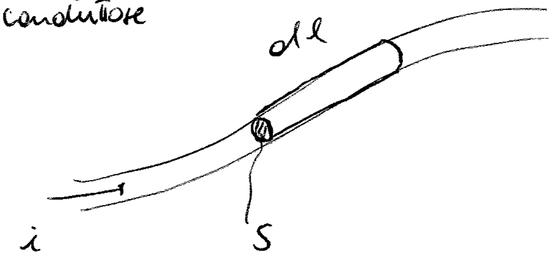
PASSO DELL'ELICA: DISTANZA TRA DUE PUNTI CHE VENGONO RAGGIUNTI DALLA PARTICELLA IN UN PERIODO T



$\boxed{\text{SECONDA LEGGE DI LAPLACE}}$

PRENDIAMO L'ELETTRONE NEL CONDUTTORE CHE SI MUOVE CON VELOCITÀ $\vec{v}_d$.
ESSO SENTIRÀ $\quad \vec{F} = -e\,\vec{v}_d \times \vec{B}$

Disegno conduttore



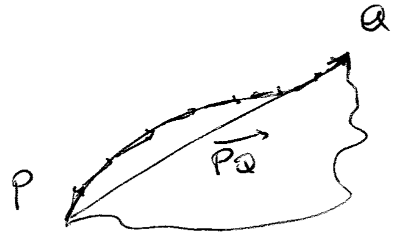
LA FORZA A CUI SONO SOGGETTI GLI ELETTRONI È:

$$d\vec{F} = n\,S\,dl\,(-e)\,\vec{v}_d \times \vec{B}$$
$$= n(-e)\,\vec{v}_d \times \vec{B}\,S\,dl =$$
$$= \vec{j} \times \vec{B}\,S\,dl = \dots$$

Ci ricordiamo:

$$i = \int_S \vec{j} \cdot \hat{u}_n\,dS = \left[\text{Supponiamo } \vec{j} \text{ uniforme nella sezione}\right] =$$
$$= |\vec{j}|\,S \qquad |\vec{j}| = \frac{i}{S}$$ densità di corrente

$$\vec{F} = i\left(\int_P^Q d\vec{l}\right) \times \vec{B}$$



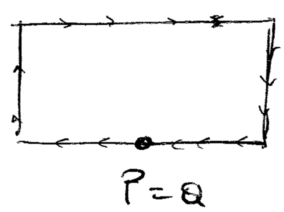
$$\Rightarrow \vec{F} = i\,\vec{PQ} \times \vec{B} \quad \left(\begin{array}{l}\text{Caso particolare} \\ \vec{B} = \text{costante}\end{array}\right)$$

Se vogliamo la forza complessiva, cioè l'azione meccanica prodotta dal campo $\vec{B}$ sul circuito in cui entra una corrente 'i' allora:

$$\vec{F} = \oint_{circuito} i\, d\vec{l} \times \vec{B} \xrightarrow{\text{se } i = \text{cost (regime stazionario)}} = i\left(\oint d\vec{l}\right) \times \vec{B}$$

Notiamo che essendo il circuito CHIUSO per definizione cioè $P = Q$ e di conseguenza

$$\oint d\vec{l} = 0$$



Perciò $\vec{F} = i\left(\oint d\vec{l}\right) \times \vec{B} = 0$

$\boxed{\text{ESPERIENZA DI OERSTED}}$

Per caso questo signore si accorge che un ago magnetico collocato in prossimità di un filo percorso da corrente l'ago si orienta perpendicolarmente alle linee di flusso del campo elettrico

$\boxed{\text{ESPERIENZA DI ROWLAND}}$:

Disco : Se un disco carico è fermo la bussola si orienta normalmente secondo polo sud ~~~~ magnetico terrestre

Se il disco è in rotazione la bussola si orienta radialmente al disco.