



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1715A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Canobbio Federica

MATERIA: Geotecnica, Esercitazioni - prof. Lancellotta (2015)

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Laurea triennale in ingegneria civile

ESERCITAZIONI DI GEOTECNICA



Studente: CANOBBIO FEDERICA

Matricola: 193218

Professore: RENATO LANCELLOTTA

a.a:2014-2015

corso: GEOTECNICA

Riferimenti: Origine, descrizione e classificazione dei terreni
(paragrafi 1.1, 1.4, 1.5, 1.6 del libro di testo)

Esercizio 1

Partendo dalla definizione di contenuto d'acqua

$$w = \frac{M_w}{M_s} \quad ,$$

ricavare la relazione

$$S \cdot e = G_s \cdot w \quad .$$

Esercizio 2

Utilizzando la definizione di volume specifico e di densità secca ricavare la relazione

$$v = \frac{\rho_s}{\rho_d}$$

Esercizio 3

Partendo dalla definizione

$$\rho = \rho_s(1-n) + \rho_w S n$$

e utilizzando le precedenti relazioni, ricavare

$$\rho = \rho_d(1+w)$$

Esercizio 5

Utilizzando i dati riportati nelle tabelle, calcolare il limite liquido e il limite plastico.

Conoscendo il valore del contenuto d'acqua naturale ($w_N = 25\%$), determinare l'indice di consistenza, l'indice di liquidità e l'indice di attività.

Classificare il campione utilizzando la Carta di Plasticità di Casagrande.

LIMITE LIQUIDO

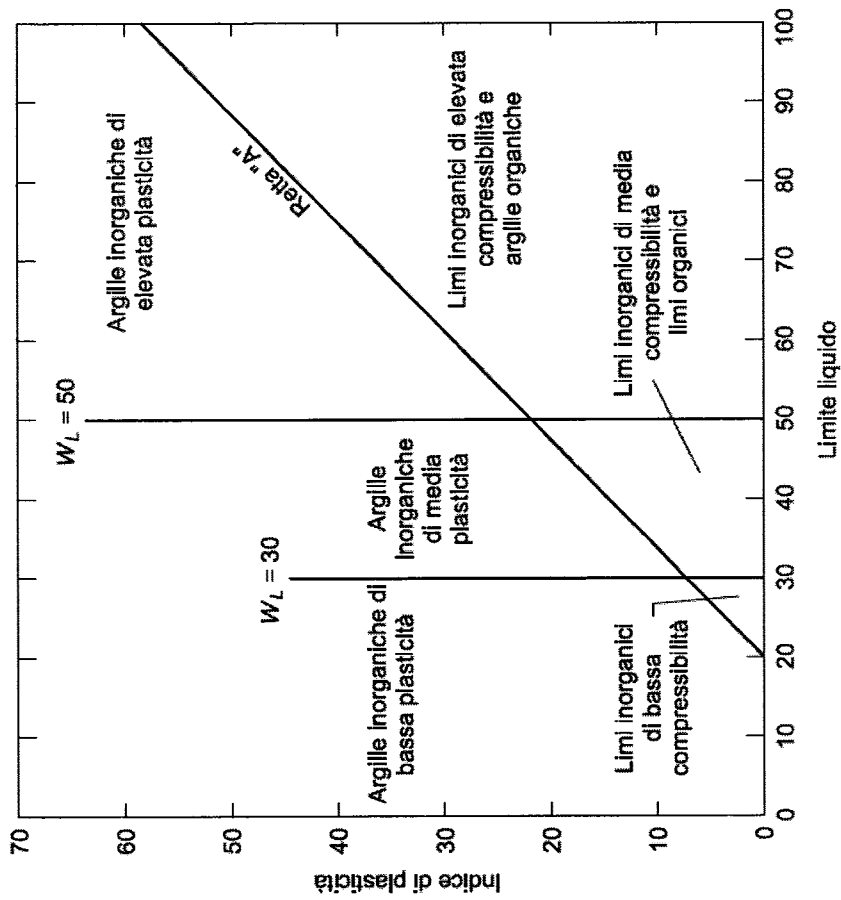
colpi	peso tara [g]	p.u. + tara [g]	p.s. + tara [g]
22	35.19	86.3	75.23
29	31.04	78.55	68.51
38	35.58	83.87	73.75

LIMITE PLASTICO

peso tara [g]	p.u. + tara [g]	p.s. + tara [g]
38.96	53.48	50.87

Descrizione della consistenza di un'argilla

Valori di IC	Consistenza
< 0	Fluida
$0 < IC < 0.25$	Fluido-plastica
$0.25 < IC < 0.50$	Molle-plastica
$0.50 < IC < 0.75$	Plastica
$0.75 < IC < 1$	Solido-plastica
$IC > 1$	Semisolida-solida



$$w = \frac{1}{G_s} \cdot \frac{V_w}{V_s} \cdot \frac{V_v}{V_v} = \frac{1}{G_s} \cdot \frac{V_w}{V_v} \cdot \frac{V_v}{V_s}$$

Inserendo nell'equazione la definizione di **grado di saturazione S**

$$S = \frac{V_w}{V_v}$$

e di **indice dei vuoti e**

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

Ottengo:

$$w = \frac{1}{G_s} \cdot S \cdot e \rightarrow w \cdot G_s = S \cdot e$$

Esercizio 3

Partendo dalla definizione

$$\rho = \rho_s \cdot (1 - n) + \rho_w \cdot S \cdot n$$

ricavare:

$$\rho = \rho_d \cdot (1 + w)$$

Svolgimento

$$\begin{cases} \rho = \rho_s \cdot (1 - n) + \rho_w \cdot S \cdot n \\ \rho_d = \rho_s \cdot (1 - n) \end{cases} \rightarrow \rho = \rho_d + \rho_w \cdot S \cdot n$$

$$\begin{cases} \rho = \rho_d + \rho_w \cdot S \cdot n \\ \rho_w = \frac{M_w}{V_w} \\ S = \frac{V_w}{V_v} \\ n = \frac{V_v}{V} \end{cases}$$

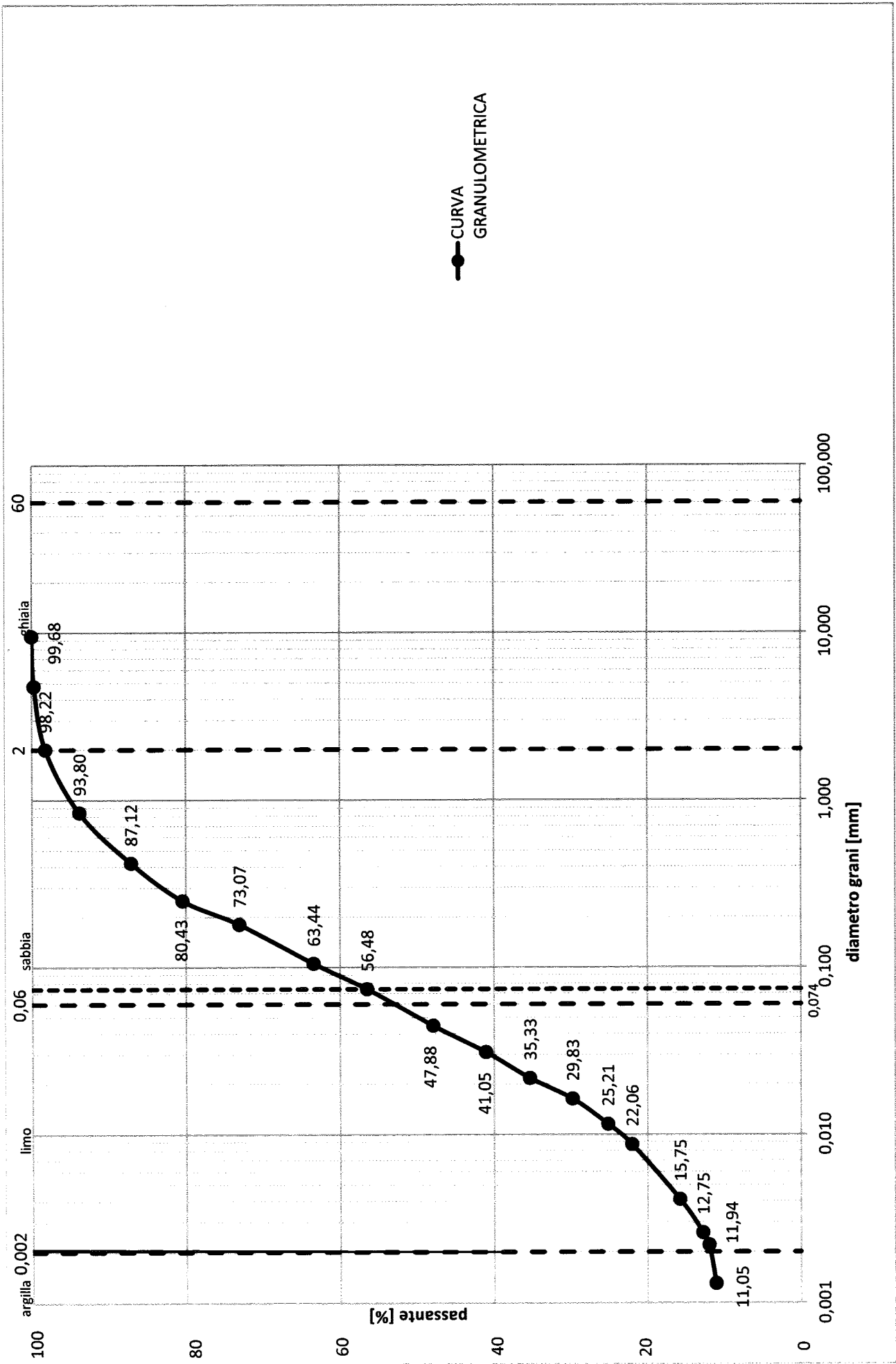
$$\rightarrow \rho = \rho_d + \frac{M_w}{V_w} \cdot \frac{V_w}{V_v} \cdot \frac{V_v}{V} = \rho_d + \frac{M_w}{V}$$

Moltiplicando e dividendo per la massa del solido M_s il termine $\frac{M_w}{V}$ ottengo:

$$\rho = \rho_d + \frac{M_w}{V} \cdot \frac{M_s}{M_s} = \rho_d + \frac{M_w}{M_s} \cdot \frac{M_s}{V}$$

$$\begin{cases} \rho = \rho_d + \frac{M_w}{M_s} \cdot \frac{M_s}{V} \\ w = \frac{M_w}{M_s} \\ \rho_d = \frac{M_s}{V} \end{cases}$$

$$\rightarrow \rho = \rho_d + w \cdot \rho_d = \rho_d \cdot (1 + w)$$



POLITECNICO DI TORINO



Corso di Geotecnica
Docente: prof. R. Lancellotta

Esercitazione N. 2

Basi teoriche:
tensore degli sforzi, tensore di deformazione, legame costitutivo elastico

Esercizio 1

Si consideri il provino soggetto allo stato di sforzo illustrato nell'immagine (a) della figura. Si chiede di determinare graficamente le tensioni principali, i piani principali e le componenti di deformazione ε_{yy} e γ_{zx} nell'ipotesi di comportamento elastico e isotropo del mezzo (v. equazione 2.135).

Esercizio 2

Si consideri il provino soggetto allo stato di sforzo illustrato nell'immagine (b) della figura. Si chiede di determinare graficamente le tensioni principali, i piani principali e le componenti di deformazione ε_{zz} , γ_{yx} e γ_{zx} nell'ipotesi di comportamento elastico e isotropo del mezzo.

Esercizio 3

Si consideri il provino cilindrico illustrato nell'immagine (c) della figura. Descrivere le componenti del tensore degli sforzi e del tensore di deformazione, mostrando quali componenti sono nulle e quali sono diverse da zero, con una giustificazione teorica (v. equazioni 2.141, 2.145).

Esercizio 1

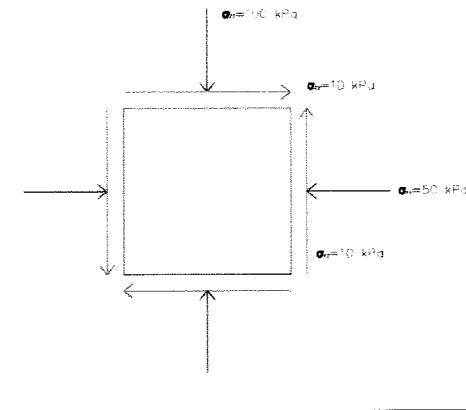


Figura 1: stato di sforzo

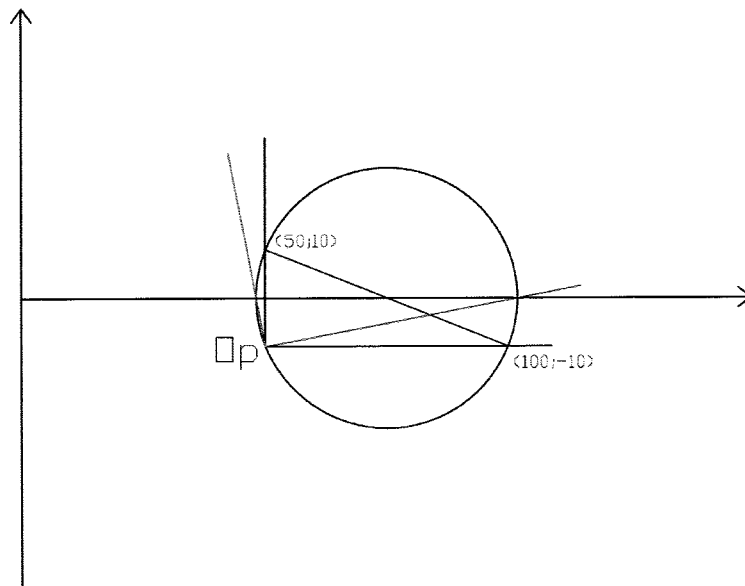


Figura 2: cerchio di Mohr

- **Calcolo delle componenti di deformazione ϵ_{yy} , ν_{zx}**

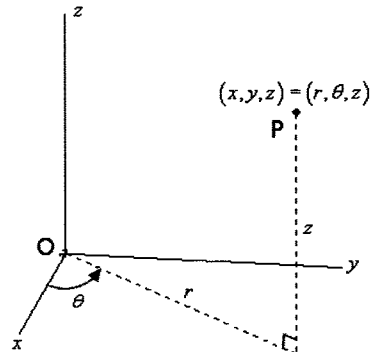
$$\epsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij}$$

$$\nu_{ij} = 2\epsilon_{ij}$$

$$\epsilon_{yy} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \cdot 1 + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yy} = -\frac{\nu}{E} (50 \text{ kPa} + 100 \text{ kPa}) = -\frac{150 \nu}{E}$$

$$\nu_{zx} = 2\epsilon_{zx} = 2 \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{zx} \right) = 2 \left(\frac{1+\nu}{E} 10 \text{ kPa} \right) = \frac{20(1+\nu)}{E}$$

Il provino cilindrico è caratterizzato da simmetria assiale, quindi è possibile far riferimento a coordinate cilindriche (r, z, ϑ) , previa una trasformazione dalle coordinate cartesiane ortogonali (x, y, z) a quelle cilindriche, anch'esse ortogonali:



L'assunzione di stato di sforzo uniforme impone che

$$\frac{\delta \sigma_{rr}}{\delta r} = 0 \rightarrow \sigma_{rr} = \sigma_{\vartheta\vartheta}$$

mentre l'equazione indefinita di equilibrio in direzione radiale implica

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\vartheta\vartheta}$$

Sopravvivono quindi solo le componenti principali sulla diagonale e il tensore degli sforzi assume la seguente rappresentazione matriciale

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\vartheta\vartheta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Per la simmetria assiale, gli spostamenti avvengono solo in piani contenenti l'asse e questi risultano uguali in tutti questi piani. Da tale restrizione derivano le seguenti condizioni:

$$u_{\vartheta} = 0 \text{ (spostamenti solo in piani contenenti gli assi)}$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial \vartheta} = \frac{\partial u_z}{\partial \vartheta} = 0 \text{ (non esistono deformazioni angolari)}$$

Tenendo conto delle restrizioni imposte dalla simmetria assiale, le componenti non nulle del tensore delle deformazioni sono:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}$$

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{u_r}{r}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\vartheta} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

POLITECNICO DI TORINO

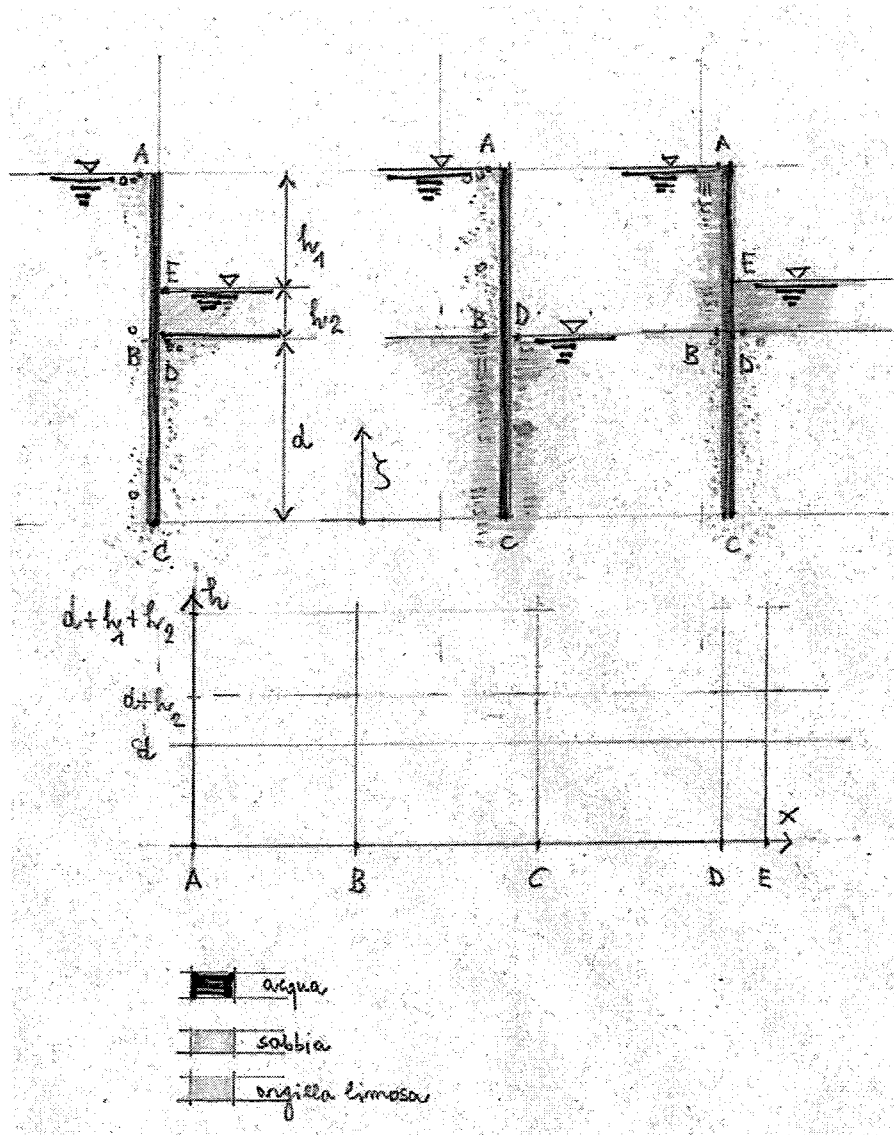


Corso di Geotecnica
Docente: prof. R. Lancellotta

Esercitazione N. 3

Condizioni di stato iniziali:
profilo stratigrafico, condizioni di falda, tensioni geostatiche

Esercizio 2



In figura è riportata la sezione di uno scavo, sostenuto da una paratia, in presenza di tre diversi profili stratigrafici.

Nell'ipotesi di filtrazione stazionaria monodimensionale, diagrammare l'andamento della quota piezometrica nei vari punti.

Attribuire un significato fisico alla pendenza del diagramma così ottenuto e stabilire, attraverso la semplice analisi di tale diagramma, se sussistono condizioni critiche per la stabilità dello scavo.

ESERCITAZIONE #3

Condizioni di stato iniziali: profilo stratigrafico, condizioni di falda, tensioni geostatiche

Esercizio 1

Le *tensioni geostatiche* sono le tensioni dovute al peso proprio del terreno. Se si considera un deposito di terreno delimitato da un piano campagna orizzontale in cui non ci sono variazioni di proprietà in direzione orizzontale, ogni sezione verticale può essere considerata un piano di simmetria e quindi non ci sono tensioni tangenziali sui piani verticali e orizzontali.

Come conseguenza, il tensore degli sforzi è formato da sole due componenti principali indipendenti:

$$\sigma_{11} = \sigma_{v0}$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{h0}$$

Dove la σ_{v0} e la σ_{h0} sono rispettivamente la tensione geostatica verticale totale e la tensione geostatica totale orizzontale.

Dall'integrazione dell'equazione indefinita di equilibrio in direzione verticale, con le condizioni al contorno di frontiera libera, è possibile ricavare l'espressione di σ_{v0} .

$$\frac{\partial \sigma_{v0}}{\partial z} - \gamma = 0$$

$$\sigma_{v0} = \gamma z$$

$$\sigma'_{v0} = \sigma_{v0} - u_0$$

L'integrazione dell'equazione indefinita di equilibrio in direzione orizzontale non è sufficiente a determinare l'espressione della σ_{h0} , ma impone che il valore della tensione orizzontale è indipendente dalla coordinata x.

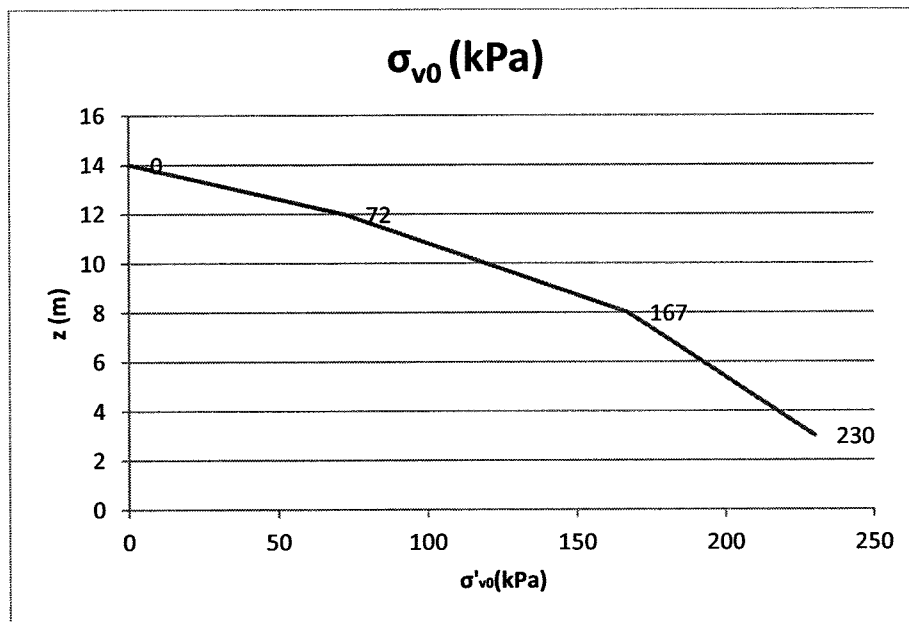
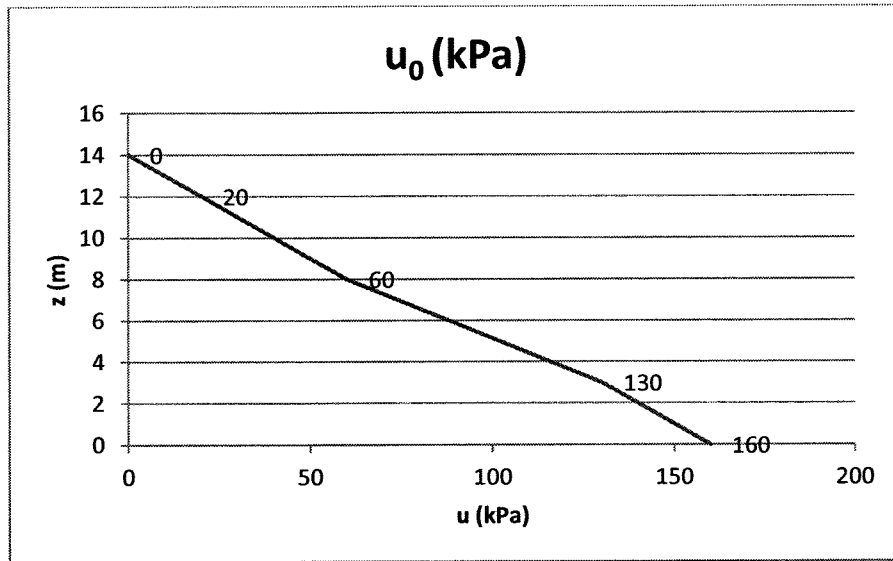
$$\sigma_{h0} = F(z) + u_0$$

La funzione $F(z)$ è arbitraria e per semplicità si sceglie l'espressione della tensione verticale geostatica.

$$\sigma'_{h0} = \sigma_{h0} - u_0 = F(z) = k_0 \sigma'_{v0}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} + u_0$$

Dove k_0 è indicato come *coefficiente di spinta a riposo*.



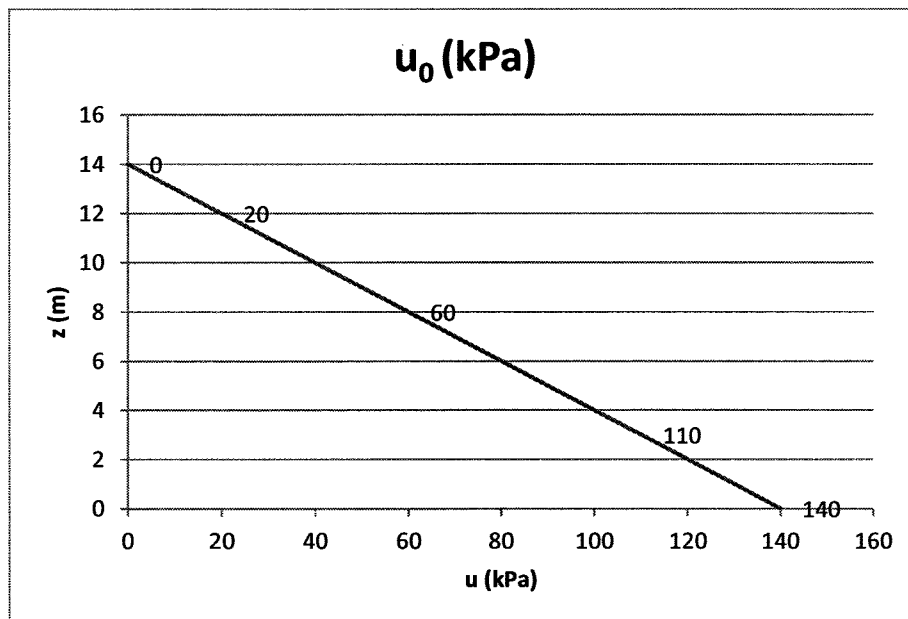
Caso b

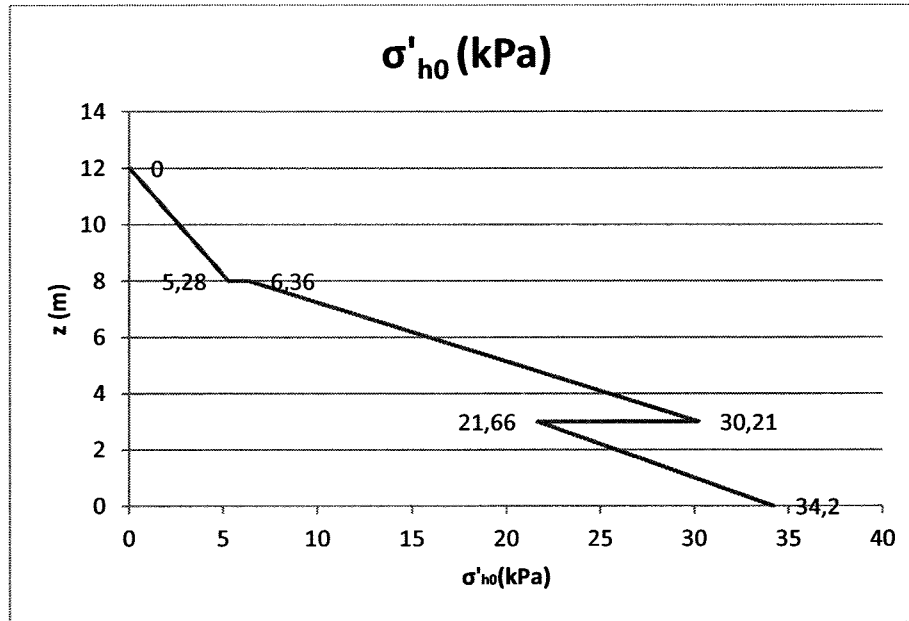
$h_A = 14 \text{ m}$

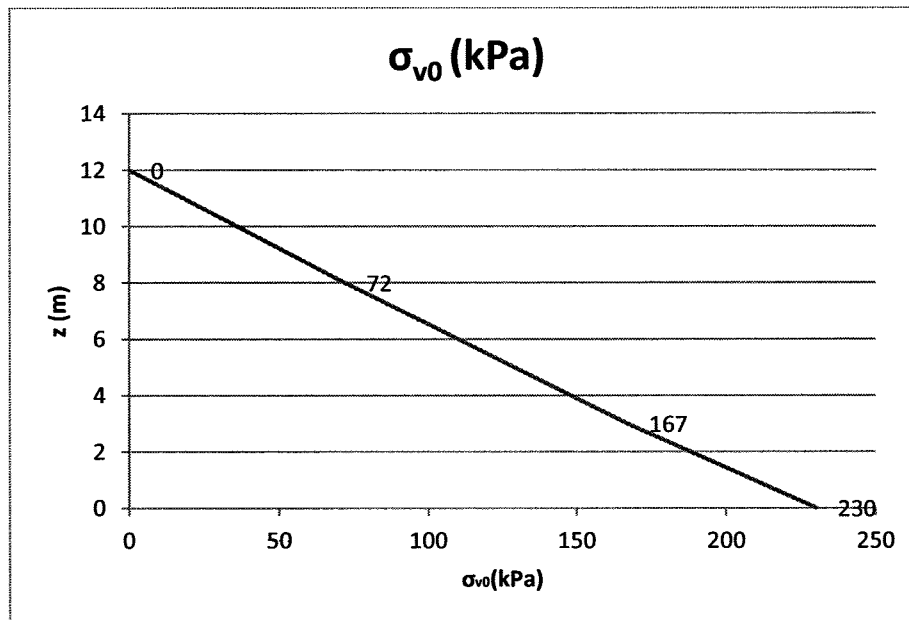
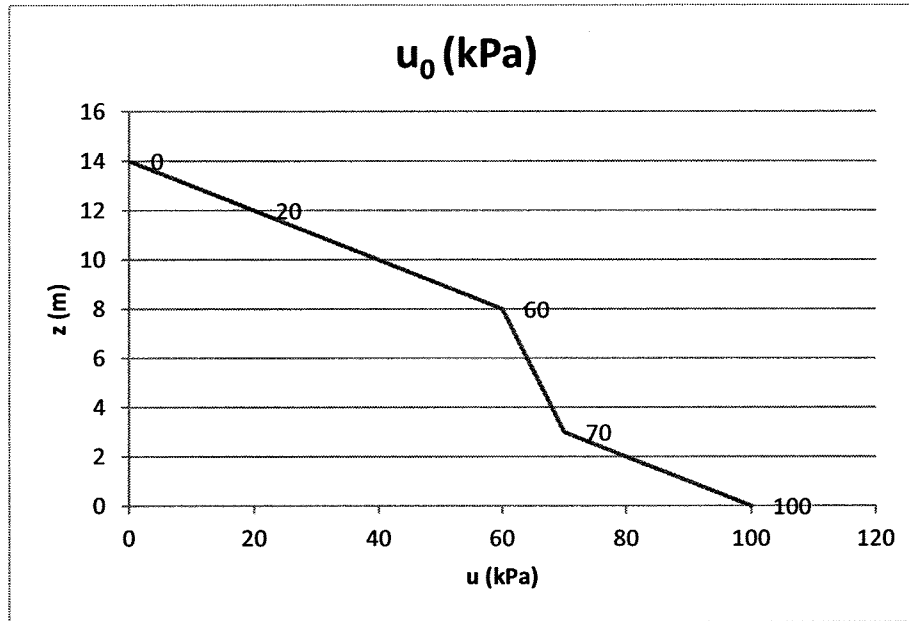
La quota piezometrica dell'acquifero inferiore coincide con quella della falda superiore, dunque non ci sono moti di filtrazione.

$\xi(\text{m})$	$z_w(\text{m})$	$z(\text{m})$	$u_0(\text{kPa}) = \gamma_w * z_w$	$\sigma_{v0}(\text{kPa}) = \gamma * \Delta z$	$\sigma'_{v0}(\text{kPa}) = \sigma_{v0} - u_0$
A	12	2	0	20	0
B	8	6	4	60	12
C	3	11	9	110	57
D	0	14	12	140	90

$\sigma'_{v0}(\text{kPa})$	$k_0 = 1 - \sin\phi'$	$\sigma'_{h0} = k_0 * \sigma'_{v0}$
0	0	0
	0,44	0
12	0,44	5,28
	0,53	6,36
57	0,53	30,21
	0,38	21,66
90	0,38	34,20

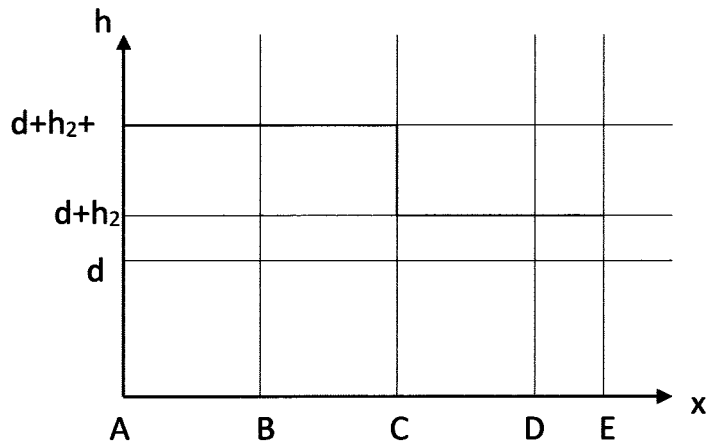




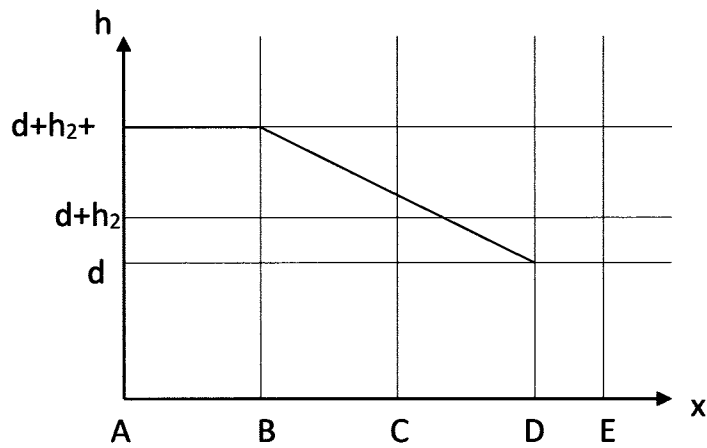


Esercizio 2

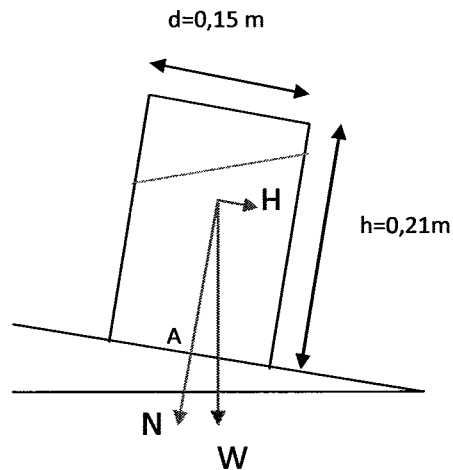
Caso a



Caso b



Esercizio 3



La forza peso dovuta al volume di acqua è data dalla seguente formula:

$$W = A * h_m * \gamma_w * g$$

Dove:

- A = area di base
- h_m = altezza media dell'acqua

$$h_m = h - \left(\frac{1}{2} * d * tg\alpha\right) = 0,21 - \left(\frac{1}{2} * 0,15 * tg10^\circ\right) = 0,19 \text{ m}$$

Il coefficiente di sicurezza è dato dal rapporto tra la forza di attrito T_R e la forza H.

Si ha scorrimento quando $H > T_R$.

$$F_S = \frac{T_R}{H}$$

$$T_R = N * \mu = W * \cos\alpha * tg(15^\circ)$$

$$H = W * \sin\alpha$$

$$F_S = \frac{T_R}{H} = \frac{W * \cos\alpha * tg(15^\circ)}{W * \sin\alpha} = \frac{tg(15^\circ)}{tg\alpha} = \frac{tg(15^\circ)}{tg(10^\circ)} = 1,52$$

POLITECNICO DI TORINO



Corso di Geotecnica
Docente: prof. R. Lancellotta

Esercitazione N. 4

Storia tensionale, parametri di compressibilità
Calcolo del cedimento della Torre di Pisa

Esercizio 2: calcolo del cedimento della Torre di Pisa

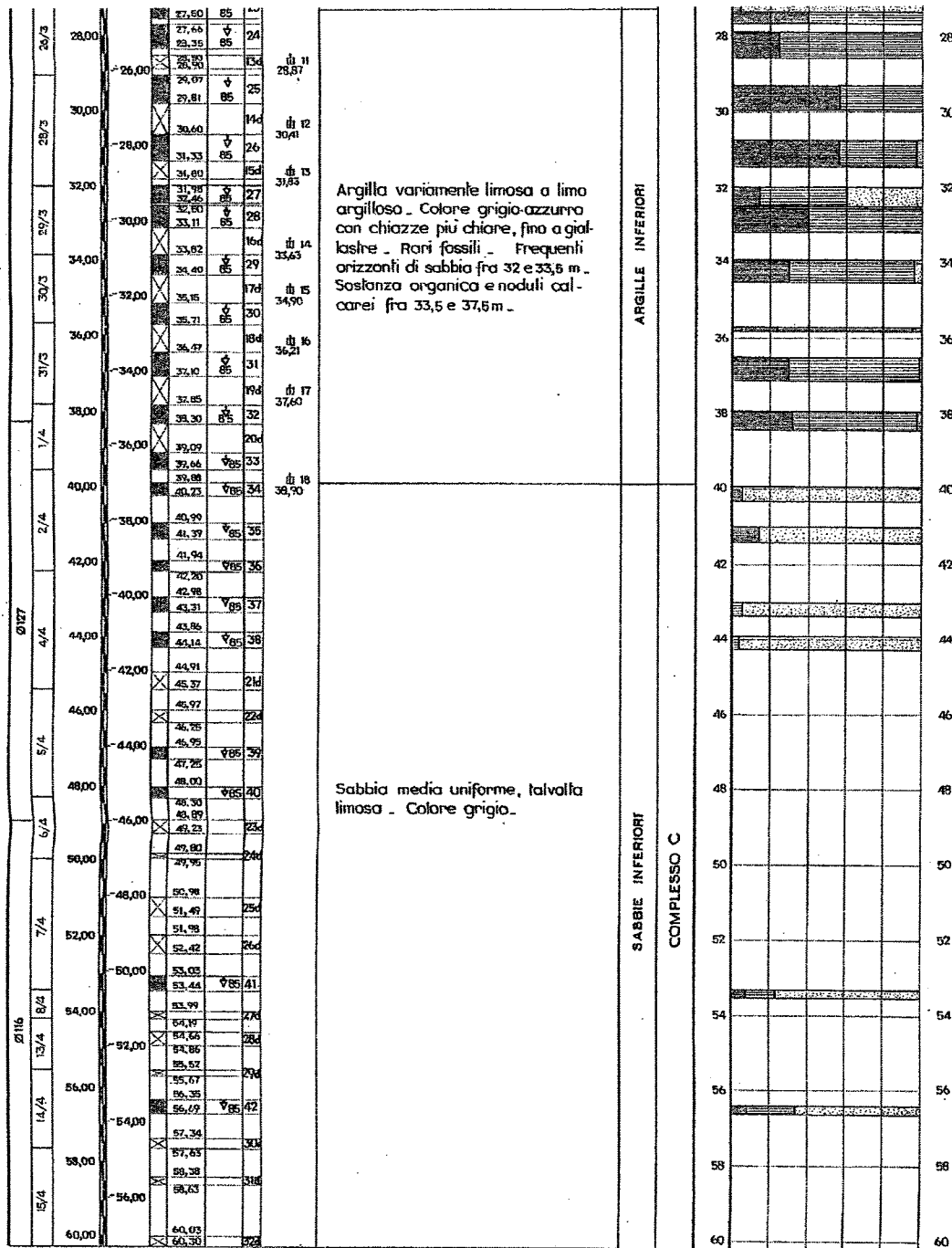
Nel seguito vengono riportati nell'ordine:

- (a) i risultati di un sondaggio;
- (b) la sezione stratigrafica elaborata sulla scorta di un numero significativo di sondaggi;
- (c) l'andamento con la profondità del peso dell'unità di volume;
- (d) l'andamento con la profondità del grado di sovraconsolidazione;
- (e) i parametri di compressibilità.

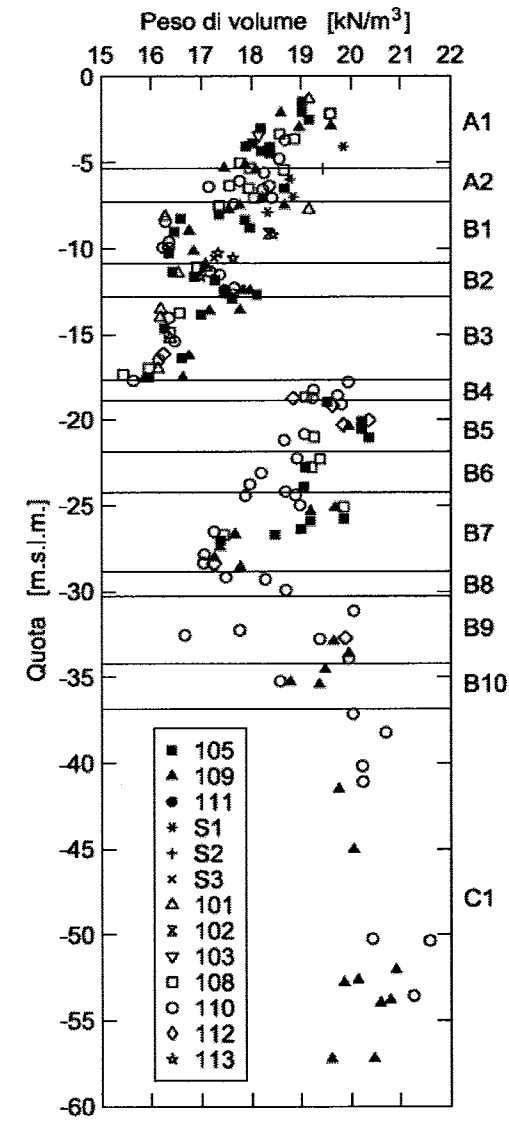
Utilizzando le suddette informazioni e assumendo che il livello di falda si collochi alla quota + 1.80 m.s.l.m., determinare il cedimento subito dalla Torre di Pisa utilizzando il metodo edometrico.

(Nota. Per quanto riguarda i punti salienti del metodo edometrico, fare riferimento alle pagine 477-483 del libro di testo e all'esempio 9.1).

(segue sondaggio)

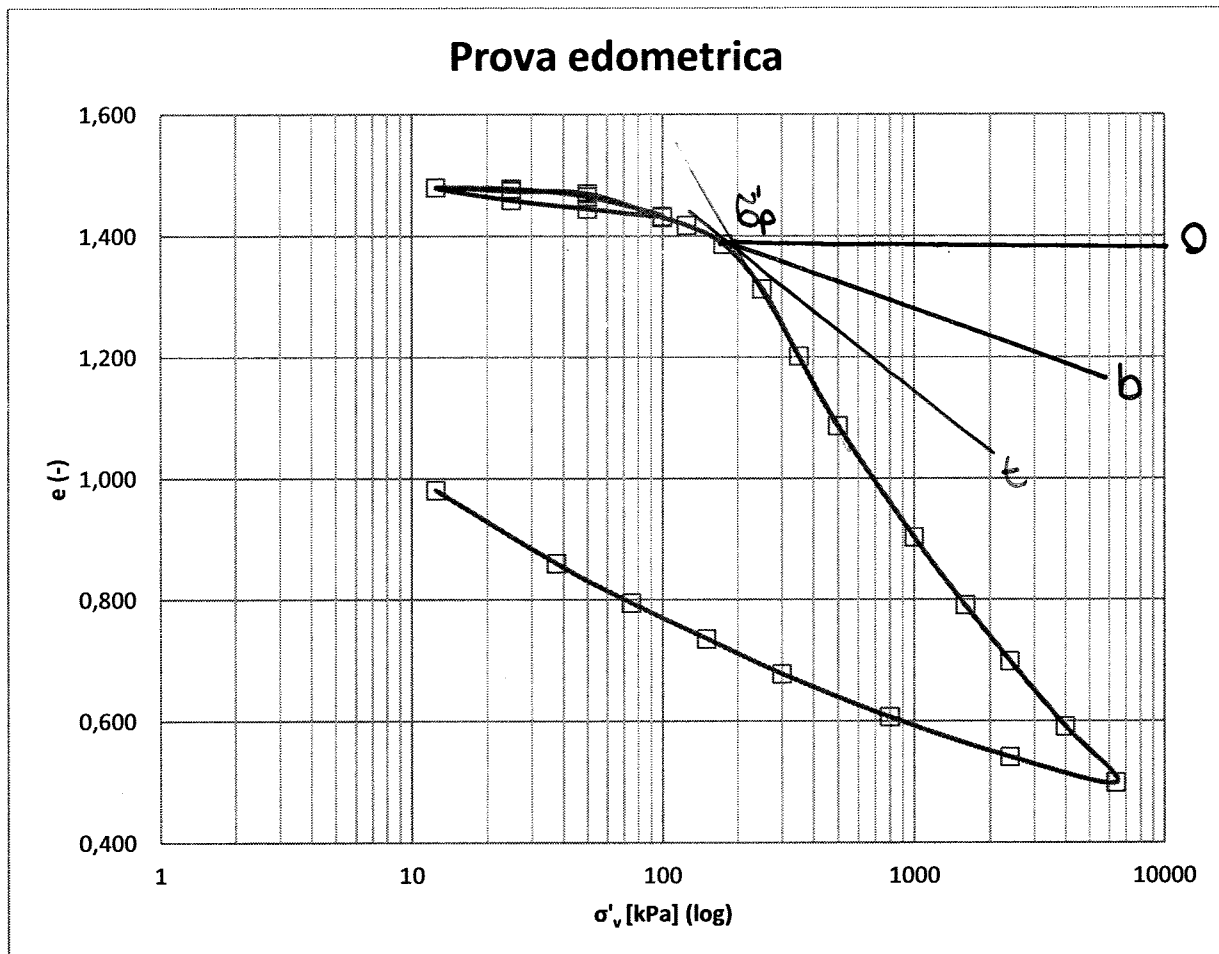


(c) Peso dell'unità di volume



(e) Parametri di compressibilità

<i>Strato</i>	$z_i - D$ (m)	$\sigma'_z(z)$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	OCR (-)	σ'_p (kPa)	e_0 (-)	C_c (-)	C_r (-)	E_{ed} (MPa)
A1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
A1	1,20	47,25	417,24	4	189,00	0,8	0,35	0,035	-
A1	3,90	71,80	396,76	2,5	179,50	1,0	0,35	0,035	-
A2	6,40	93,82	349,37	2	187,64	-	-	-	16
B1	8,20	97,56	307,14	2,5	243,90	1,6	0,95	0,16	-
B1	9,95	124,35	266,38	2	248,70	1,6	0,95	0,16	-
B2	11,90	141,59	225,25	1,3	184,07	1,4	0,80	0,13	-
B3	13,90	158,56	189,34	1,2	190,27	1,5	0,80	0,18	-
B3	16,35	178,16	153,81	1,2	213,79	1,5	0,70	0,13	-
B4	18,40	196,34	130,21	2	392,68	0,6	0,25	0,065	-
B5	20,50	220,07	110,68	2,5	550,18	0,7	0,3	0,060	-
B6	23,20	249,60	90,94	1	249,60	-	-	-	60
B7	25,40	272,05	78,28	1	272,05	1,2	0,70	0,10	-
B7	27,70	295,01	67,53	1	295,01	1,2	0,70	0,10	-
B8	29,70	315,32	59,81	1	315,32	0,9	0,35	0,08	-
B9	31,40	333,15	54,20	1	333,15	0,9	0,35	0,08	-
B9	33,40	353,91	48,52	1	353,91	0,7	0,35	0,08	-
B10	35,70	378,02	43,00	1	378,02	0,8	0,35	0,08	-



Utilizzando la procedura di Casagrande è possibile determinare per via grafica la tensione di sovraconsolidazione.

La procedura è schematizzata nel seguente modo:

- Determinazione del punto di massima curvatura della curva ($e, \log \sigma'_v$);
- Tracciare la tangente della curva in tale punto (t), la retta orizzontale (o) e la bisettrice (b) dell'angolo formato dalle rette (t,o);
- L'intersezione della bisettrice con la retta ottenuta prolungando il tratto di compressione individua la tensione di sovraconsolidazione σ'_p .

In definitiva si ottiene una tensione sovraconsolidazione $\sigma'_p \cong 200$ kPa.

- Calcolo del grado di sovraconsolidazione OCR:

$$OCR = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}$$

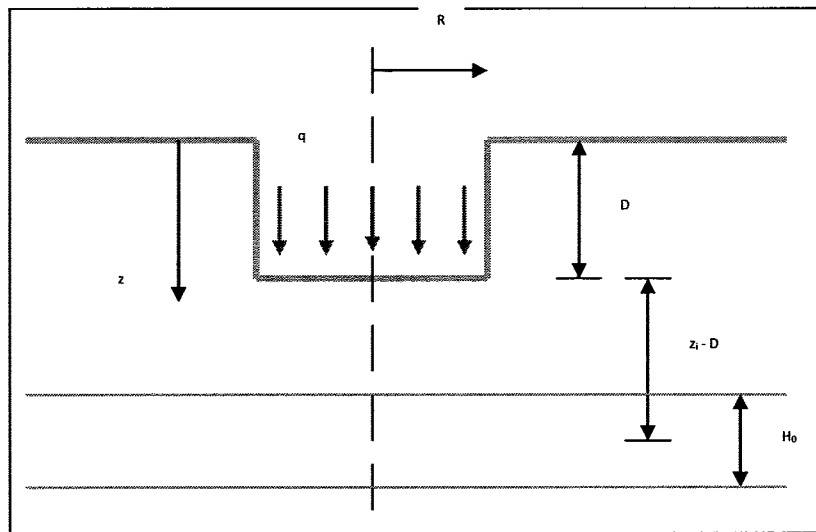
$$\sigma'_{v0} = \gamma' * z = (19 - 10) \left(\frac{kN}{m^3} \right) * 13 m = 117 kPa$$

Esercizio 2

La coordinata verticale z è riferita al piano campagna ed è assunta positiva concorde con la gravità. Essa misura dunque la distanza dal piano campagna di un punto in mezzeria dello strato in esame.

H_0 è lo spessore iniziale dello strato in esame, rispetto alla cui mezzeria si effettuano le misure di cedimento; per questo motivo si ricava con la seguente espressione:

$$H_0 = 2 * (z_i - z_{i-1})$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} (C_r \log(\sigma'_p / \sigma'_{v0}) + C_c \log t \left(\frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{v0}} \right)) \quad \sigma'_{v0} < \sigma'_p < \sigma'_{vf} \\ \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \left(C_c \log t \left(\frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_p} \right) \right) \quad \sigma'_{v0} = \sigma'_p < \sigma'_{vf} \\ \Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} (C_r \log(\sigma'_p / \sigma'_{v0})) \quad \sigma'_{v0} < \sigma'_{vf} < \sigma'_p \\ \Delta H = H_0 * \frac{\Delta \sigma'_z}{E_{ed}} \end{array} \right.$$

POLITECNICO DI TORINO



Corso di Geotecnica
Docente: prof. R. Lancellotta

Esercitazione N. 5

Resistenza al taglio: criterio di rottura,
determinazione sperimentale dei parametri di resistenza,
verifiche di sicurezza

Esercizio 2

La tabella 2 riporta i dati di una prova triassiale CIU (consolidata isotropicamente, non drenata). Sapendo che la fase di rottura è stata eseguita incrementando la tensione assiale, si chiede di tracciare il percorso delle sollecitazioni totali e efficaci.

Determinare il valore della sovrappressione interstiziale all'istante di rottura.

Chiarire come debba essere interpretata la prova per ottenere la resistenza non drenata e fornire una stima del grado di sovraconsolidazione coerente con il risultato ottenuto.

(Nota: per questo ultimo punto fare riferimento alle figure 5.42 e 5.44 del libro di testo).

Tabella 1. Risultati della prova triassiale CIU.

Incrementi di carico	p_f' (kPa)	q_f (kPa)
1	600	0
2	592	50
3	567	100
4	525	150
5	467	200
6	392	250
7	300	300

ESERCITAZIONE #5

Resistenza al taglio: criterio di rottura, determinazione sperimentale dei parametri di resistenza, verifiche di sicurezza

Esercizio 1

Il *criterio di rottura di Coulomb* esprime, in termini di tensioni efficaci, la condizione di collasso di un mezzo *puramente attritivo*, cioè caratterizzato dall'unico parametro della resistenza al taglio ϕ' (*angolo di resistenza al taglio*), particolarità propria dei mezzi granulari.

$$|\tau| = \mu * \sigma'$$

Il termine di "rottura" si associa ad un meccanismo plastico di frattura, dato da uno scorrimento relativo in una qualsiasi superficie interna, una volta che le tensioni tangenziali interne abbiano superato una soglia critica di resistenza al taglio, del tipo:

$$\tau/\sigma' = \tan \phi'$$

Questa espressione traduce in termini di sforzi le componenti di rottura normale N e tangenziale T che partecipano in uno stato limite ultimo, cioè le componenti della resistenza massima che il terreno può offrire.

Nel piano di Mohr, il criterio di rottura è rappresentato da due rette che delimitano lo spazio ammissibile degli stati tensionali e, poiché lo stato di sforzo di un punto è descritto graficamente da un cerchio di Mohr, la condizione di rottura è raggiunta quando il cerchio è tangente all'involuppo di rottura.

Tale condizione corrisponde alla massima l'obliquità τ/σ' del vettore sforzo agente sul piano.

Dato che l'obliquità del vettore sforzo può essere identificata per mezzo di un angolo, la costante di proporzionalità μ assume la forma $\mu = \tan \phi'$, dove ϕ' prende il nome di angolo di resistenza al taglio.

Sostituendo l'espressione di μ , il Criterio di Rottura assume la forma:

$$\tau = \sigma' \tan \phi'$$

Il Criterio di Rottura di Coulomb può essere descritto anche sul piano degli invarianti (p',q), dove l'involuppo di rottura prende la forma di una retta di espressione

$$q = Mp'$$

Con

$$M = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \text{ se la prova è di compressione;}$$

Una prova triassiale CID è condotta in *condizioni drenate (a drenaggio aperto)* in due fasi successive:

1) *consolidazione isotropica*, affinché venga ristabilito lo stato di sforzo del provino simile a quello preesistente in sito.

2) *applicazione dello sforzo deviatorico*, mantenendo costante la pressione in cella $\Delta\sigma_r$ fino a rottura del provino e senza sviluppo di sovrappressioni interstiziali Δu ($\Delta\sigma = \Delta\sigma'$).

Proprio per tali condizioni, la pendenza dell'involuppo di rottura è dato dalle seguenti formulazioni analitiche:

$$\begin{cases} \Delta q = \Delta q' = \Delta\sigma_z \\ \Delta p = \Delta p' = \frac{\Delta\sigma_z}{3} \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta p'} = 3$$

I relativi parametri di resistenza al taglio sono l'intercetta c' , la pendenza M dell'involuppo di rottura e l'angolo di resistenza al taglio φ' . N.B. osservando i dati, i valori di carico sono crescenti, dunque la prova è stata condotta con incremento di carico, cioè si tratta di una prova di compressione. La pendenza M può perciò venire calcolata anche ricorrendo con la relativa formula per una prova di compressione.

$$c' = 0$$

$$M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} = \frac{\Delta q}{\Delta p'} = \frac{588 - 0}{600 - 0} \cong 0,98$$

Per determinare i cerchi di Mohr corrispondenti a ciascuna coppia (p', q) e il relativo involuppo di rottura, è necessario calcolare le tensioni efficaci principali.

$$\begin{cases} p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \\ q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma'_1 = \frac{2}{3}q + p' \\ \sigma'_3 = p' - \frac{q}{3} \end{cases}$$

Il raggio e il centro di ciascun cerchio di Mohr vengono calcolati con le seguenti formule:

$$R = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}$$

$$C = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}$$

Prova	p'_f (kPa)	q_f (kPa)	σ'_1 (kPa)	σ'_3 (kPa)	R (kPa)	C (kPa)
1	150	146	247,3	101,3	73	174,3
2	200	195	330,0	135,0	97,5	232,5
3	256	250	422,7	172,7	125	297,7
4	285	280	471,7	191,7	140	331,7

Esercizio 2

La prova triassiale CIU (consolidata isotropicamente, non drenata) consiste in una prima fase di riconsolidazione isotropica tramite l'applicazione di uno stato di sforzo isotropo ($\sigma'_1 = \sigma'_3$) e in una seconda fase di applicazione dello sforzo deviatorico a drenaggio chiuso. L'assenza di variazione di volume, imposta al provino dal drenaggio chiuso, fa insorgere una sovrappressione interstiziale Δu , tale per cui i percorsi di carico delle tensioni totali e quelli delle tensioni efficaci siano distinti e distinto tra loro in direzione orizzontale di una quantità pari alla sovrappressione interstiziale.

Nella tabella seguente si riportano i dati della prova in esame.

Incrementi di carico	p'_f [kPa]	q_f [kPa]
1	600	0
2	592	50
3	567	100
4	525	150
5	467	200
6	392	250
7	300	300

Che riportati graficamente sul piano degli invarianti individuano la curva in blu (*Figura 3*). Si tratta della linea di ESP, involucro dei punti a rottura determinato dalle tensioni efficaci.

Nella prova in esame, la fase di rottura è stata ottenuta incrementando la tensione assiale, quindi il percorso di carico delle tensioni totali TSP è caratterizzato da un gradiente $\frac{\delta q}{\delta p} = 3$.

Non essendo note informazioni circa il grado di consolidazione del materiale, si suppone un involucro di rottura coincidente con il criterio di Tresca:

$$\tau_f = S_u$$

Dove S_u è la resistenza al taglio non drenata e l'involucro si presenta come una retta orizzontale.

La Teoria dello Stato Critico prevede una relazione univoca tra la resistenza non drenata e il volume specifico, quindi dipende dalle condizioni di stato e non dalle condizioni tensionali, per questo motivo la resistenza non drenata non può essere intesa come una proprietà del materiale, ma come la risposta del terreno nella particolare circostanza in cui le sollecitazioni sono applicate.

La resistenza non drenata di un terreno sovra-consolidato OC deve essere una funzione del suo volume specifico:

$$S_u = \frac{1}{2} q_{cs} = \frac{1}{2} M p'_{cs} = \frac{1}{2} M p'_r \exp\left(\frac{\Gamma - v_{oc}}{\lambda}\right)$$

Potendo esprimere il volume specifico come:

$$v_{oc} = v_o = N - \lambda \ln\left(\frac{p'_o}{p'_r}\right) + k \ln R$$

↑
Prova UU → a
volume cost.

Dove:

- N = volume specifico sulla NCL per $p' = p'_r$;
- λ = pendenza in valore assoluto della CSL;
- $R = \frac{p'_o}{p'_{oc}}$ è il grado di sovra consolidazione in termini di tensione media efficace.

Sostituendo l'espressione del volume specifico nell'equazione della resistenza non drenata si ottiene la seguente relazione:

$$\left(\frac{S_u}{p'}\right)_{oc} = \left(\frac{S_u}{p'}\right)_{NC} R^{\frac{\lambda-k}{\lambda}}$$

assumendo

$$\frac{\lambda - k}{\lambda} \cong 0,8$$

è stata così ottenuta una relazione che esprime la variazione della resistenza non drenata in funzione del grado di sovra consolidazione.

Nel caso in esame la resistenza non drenata vale:

$$S_u = \frac{1}{2} q_{cs} = \frac{1}{2} 300 \text{ kPa} = 150 \text{ kPa}$$

Per poter stimare il grado di sovra consolidazione OCR bisogna calcolare il rapporto $\frac{S_u}{\sigma'_{vc}}$.

$$\sigma'_{vc} = p'_c + \frac{2}{3} q_c = 300 + \frac{2}{3} 300 = 500 \text{ kPa}$$

Esercizio 3

a.

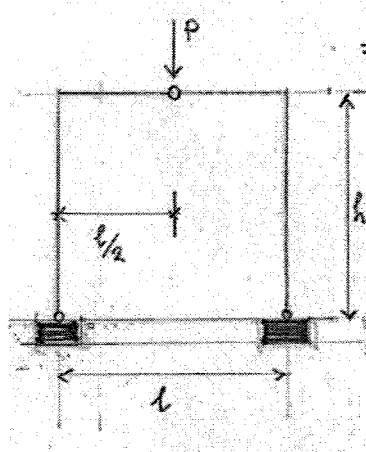


Figura 4: portale soggetto al carico verticale P

Il coefficiente di sicurezza F_s esprime il margine di sicurezza da garantire affinché la struttura sia a favore di sicurezza. Viene calcolato nel rispetto di determinate verifiche di sicurezza in condizioni di stato limite ultimo di collasso della struttura, cioè nell'ipotesi più a sfavore di sicurezza, nell'istante di innesco di un cinematismo di rottura.

In generale, il coefficiente di sicurezza F_s si definisce come il rapporto tra una grandezza sollecitante e una grandezza resistente:

$$F_s = \frac{(\cdot)_{sollecitante}}{(\cdot)_{resistente}}$$

Nel caso seguente si richiede il coefficiente di sicurezza relativo allo scorrimento, cinematismo che si innesca qualora le forze orizzontali esterne superino in modulo la resistenza al taglio che il terreno offre in opposizione. Quest'ultima coincide con la forza d'attrito T_R , definita come il prodotto del coefficiente di attrito μ con la risultante N delle forze normali al piano di scorrimento:

$$\mu = \tan \delta = \tan (0.9 \varphi'_{cv}) = 0.5$$

$$T_R = \mu N = 0.5 N$$

Per quanto riguarda le forze sollecitanti si procede innanzitutto col calcolo delle reazioni vincolari che i plinti di fondazione oppongono in risposta al carico verticale P applicato al portale. Si ricorre perciò alle reazioni di equilibrio globale alla traslazione e alla rotazione e un'equazione ausiliaria di rotazione attorno alla cerniera interna del corpo a sinistra.

dovrà passare per B e per il punto di intersezione O, ottenuto intersecando la retta d'azione del carico verticale P e la retta d'azione R_A . si garantisce in questo modo l'equilibrio globale del portale.

A questo punto occorre valutare R_A rispetto al cono d'attrito, in modo da visualizzare le reazioni che il plinto è in grado di esercitare sul portale vincolato. Disegnato il cono avente vertice nel punto di appoggio A, asse normale alla superficie passante per A, e semiapertura l'angolo ϕ' tale che $\tan \phi' = \mu = 0.5$, si riconosce che verificano entrambe le limitazioni tutti e soli quei vettori R che, pensati applicati in A, sono non esterni al cono ora disegnato.

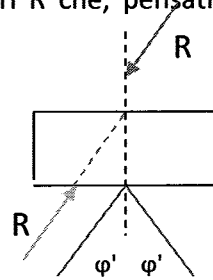


Figura 6: coni di attrito

- R_A è tangente al cono di attrito, poiché inclinata di

$$\frac{0.5 h}{h} = 0.05 (= \mu)$$

- R_B tangente al cono di attrito in B, poiché inclinata di

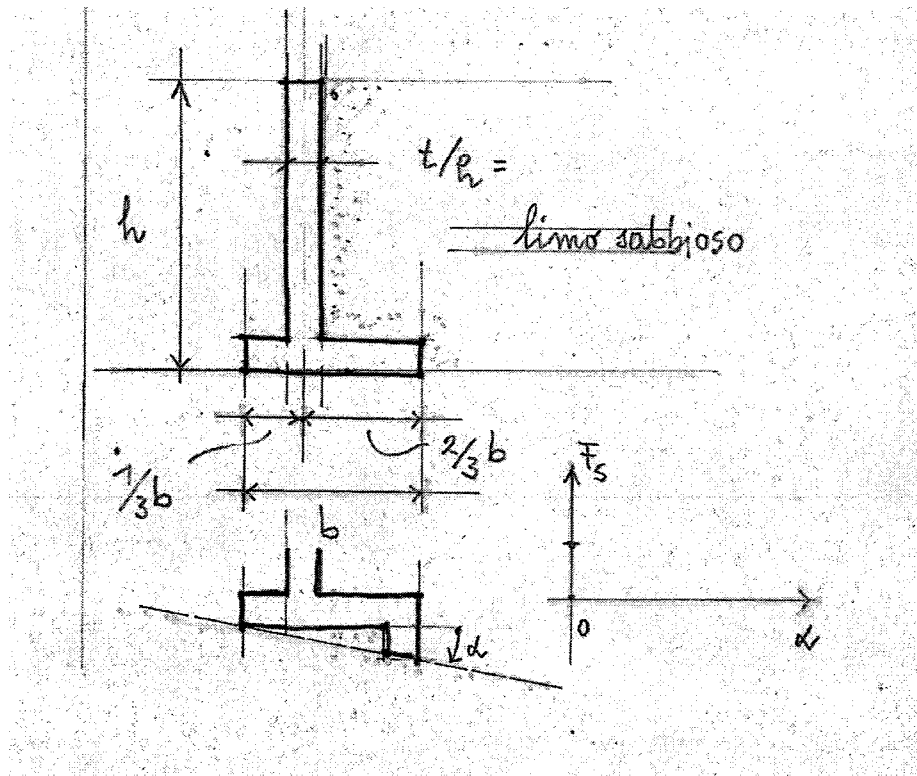
$$\frac{(h - 0.5 h)}{h} = \frac{0.5 h}{h} = 0.5 (= \mu)$$

Affinché sia garantito l'equilibrio la risultante R che il plinto trasmette alla fondazione deve restare entro il cono d'attrito, di apertura $2\varphi'$ (Figura 7.c). Un adeguato valore del margine di sicurezza è fissato dalle normative a 1.5, dunque il valore dell'interasse tra i pilastri per il quale il peso W può considerarsi sufficiente a garantire l'equilibrio allo scorrimento sul piano di posa si ricava come segue

$$F_S = \frac{\frac{1}{2}h}{l} = 1.5 \rightarrow l = \frac{\frac{1}{2}h}{1.5} = \frac{1}{3}h$$

Riferimenti: Capitolo 8 (paragrafi 8.3, 8.4, 8.5.1, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, Esempi 8.3, 8.4, 8.5)

Esercizio1



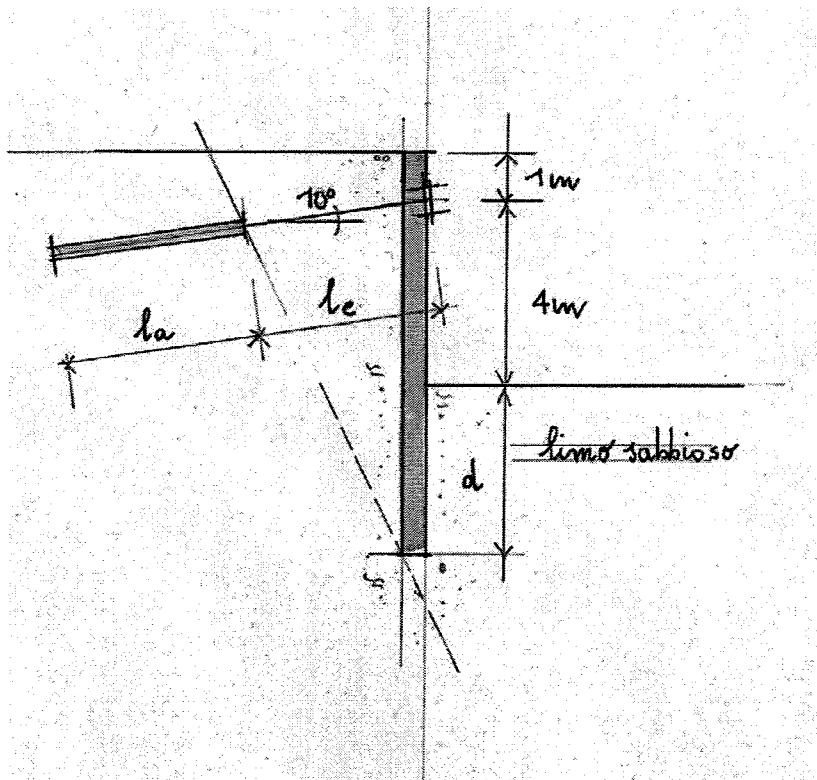
- (a) Con riferimento alla sezione di scavo illustrata in Figura, di altezza $h = 4\text{ m}$, effettuare il predimensionamento del muro a mensola, utilizzando i criteri riportati nella Figura 8.22 del libro di testo.
- (b) Determinare quindi il valore della spinta attiva, utilizzando la teoria di Rankine, con i seguenti parametri: $\gamma = 20\text{ kN/m}^3$; $\varphi' = 32^\circ$.
- (c) Determinare graficamente intensità e direzione della risultante di tutte le forze e l'ascissa del punto in cui la sua retta d'azione interseca il piano d'appoggio della fondazione.
- (d) Eseguire la verifica allo scorrimento e al ribaltamento assumendo $\delta = 0.9 \cdot \varphi'$.
- (e) Calcolare le tensioni normali di contatto, nell'ipotesi di variazione lineare delle stesse.
- (f) Mostrare come varia il coefficiente di sicurezza allo scorrimento al variare dell'inclinazione del piano di posa.

Esercizio 3

Dimensionare la paratia, assumendo per il limo sabbioso un angolo di resistenza al taglio di 32° e ipotizzando la presenza di un sovraccarico di intensità pari a 50 kPa .

Determinare inoltre la lunghezza libera l_e del tirante e lunghezza l_a del tratto di connessione, assumendo un diametro di perforazione $\phi = 127 \text{ mm}$, un valore della resistenza di connessione $\tau = 100 \text{ kPa}$ e un coefficiente di sicurezza globale pari a 2.5.

Calcolare infine il valore del momento flettente massimo.



ESERCITAZIONE #6

Spinte e Opere di Sostegno

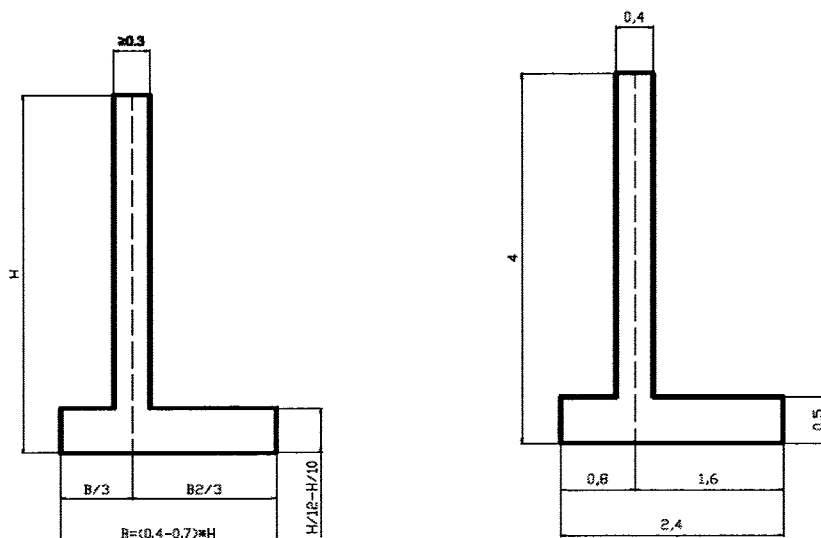
Esercizio 1

a) Predimensionamento dell'opera di sostegno

il muro a mensola è un'opera di sostegno, atta a sorreggere e stabilizzare fronti di terreno, grazie al peso proprio W e al peso del terreno W_t , che insiste sulla suola di fondazione. Affinché sia garantito il funzionamento dell'opera, occorre innanzitutto predimensionarla, secondo i criteri descritti nella figura 8.22 del libro di testo e riportati nella *Figura 1 a*.

Data l'altezza del fronte di scavo pari a $h = 4$ m, si ricavano le altre misure della struttura, riassunte nella tabella che segue.

Elemento	Criterio	Valore [m]
H : altezza	-	4
B : base ($B/3 + 2B/3$)	$(0.4 - 0.7) H$	2.40 (0.8 + 1.6)
t/h : spessore della parete	$\geq 3 m$	0.4
s : spessore della suola di fondazione	$(1/12 - 1/10) H$	0.5

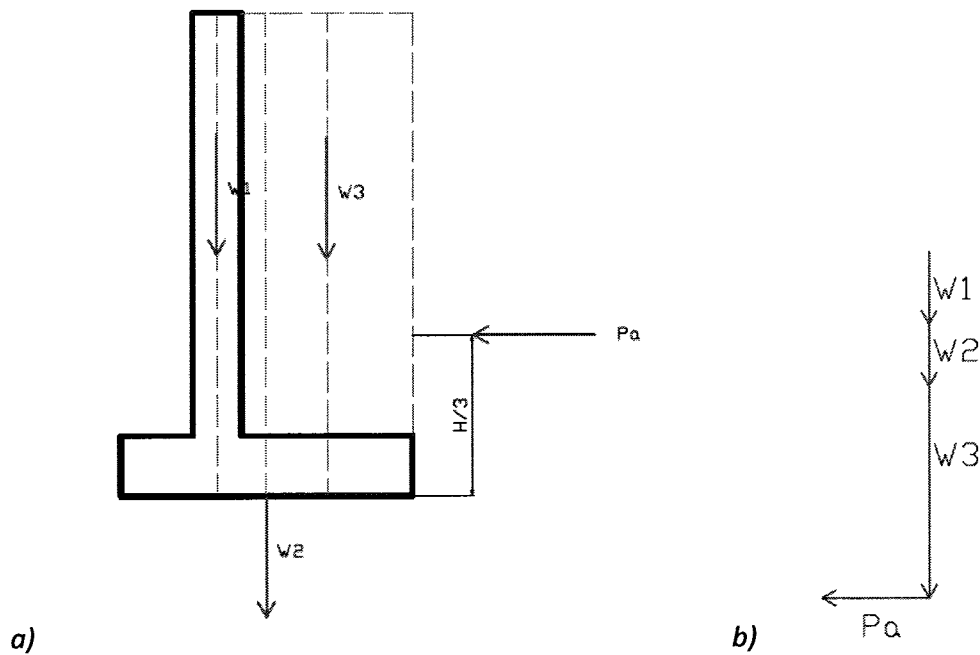


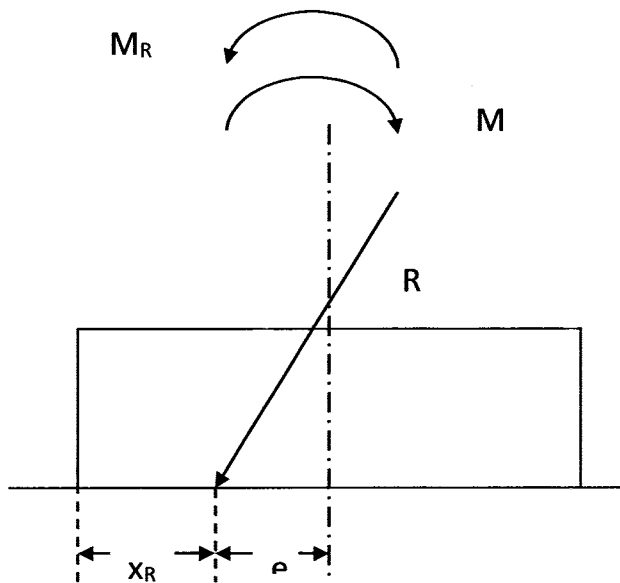
Sostituendo i valori si ottiene

$$P_a = \frac{1}{2} * k_a * z \gamma * h = \frac{1}{2} * 0.31 * 4 (m) * 20 \left(\frac{kN}{m^3} \right) * 4 (m) = 49.6 kN/m$$

c) Determinazione del modulo e direzione delle forze agenti: metodo funicolare

Un metodo grafico per la determinazione di modulo, punto di applicazione e direzione di una sistema di forze (vettori) è quello del *Metodo Funicolare*, la cui denominazione deriva dalla similitudine del poligono delle forze (*Figura 3.c*) con una fune caricata con carichi proporzionali a quelli della costruzione.





$$e = \frac{b}{2} - \frac{M_S - M_R}{N} = \frac{2.4}{2} - \frac{228.16 - 66.13}{160.4} \cong 0.2 < b/6$$

$$M_S = M_C = \sum_{i=1}^3 M_{C,i} = \sum_{i=1}^3 W_i * b_i = 33.6 * 0.8 + 28.8 * 1.2 + 98 * 1.7 = 228.16 \text{ kN m}$$

$$M_R = P_a * \frac{h}{3} = 49.6 * \frac{4}{3} = 66.13 \text{ kN m}$$

$$N = \sum_{i=1}^3 W_i = 33.6 + 28.8 + 98 = 160.4 \text{ kN}$$

(per i calcoli dei pesi W si veda il punto d)).

L'ascissa della R vale quindi

$$x_R = \frac{b}{2} - e \cong 1 \text{ m}$$

d) Verifiche di Sicurezza: allo scorrimento e al rovolamento

La stabilità di un muro a mensola è garantita dal peso proprio dell'opera W e dal peso del terreno W_t , che grava sulla suola di fondazione. Il meccanismo di funzionamento prevede che esse possano riportare in fondazione la spinta P_a esercitata dal terreno sulla struttura, componendola con W e W_t . Assunta la struttura come un corpo rigido, si individuano dei possibili meccanismi a rottura (SLU), i quali vanno evitati, garantendo degli opportuni coefficienti di sicurezza F_s :

$$F_s = \frac{(\cdot) \text{ stabilizzante}}{(\cdot) \text{ ribaltante}}$$

Verifica allo scorrimento del piano di posa

$$F_s = \frac{(N \tan \delta)}{P_a} = \frac{(W_1 + W_2 + W_3) \tan \delta}{P_a} = \frac{160.4(\text{kN}) * \tan 28^\circ}{49.6 \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)} = 1.78 \geq 1.5$$

$$\delta = 0.9 * \varphi' = 0.9 * 32^\circ = 28.8^\circ$$

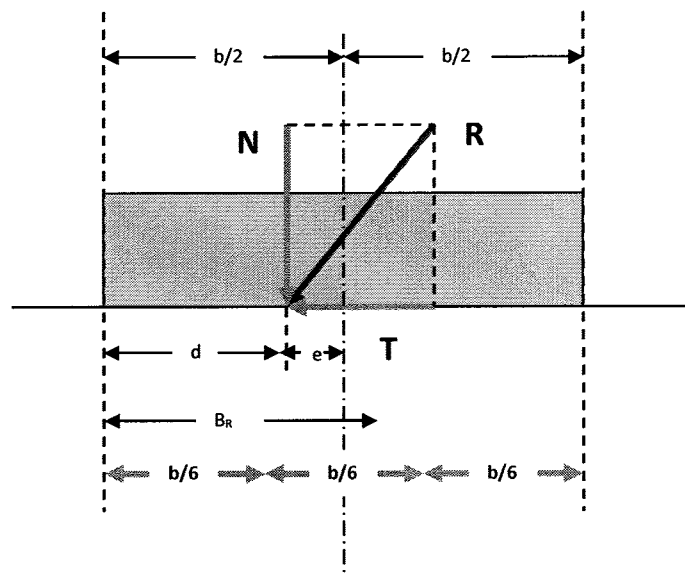
e) tensioni normali di contatto

Affinché sia garantito l'equilibrio del muro di sostegno, la risultante delle forze agenti su di esso deve essere bilanciata rispetto alle tensioni di contatto.

Nell'ipotesi di variazione lineare delle stesse, si scompone innanzitutto la risultante R nelle sue componenti tangenziale T e normale N e si calcola l'eventuale *eccentricità* e di quest'ultima

$$e = \frac{b}{2} - d$$

e la si confronta con il raggio del nocciolo di inerzia (b/6).



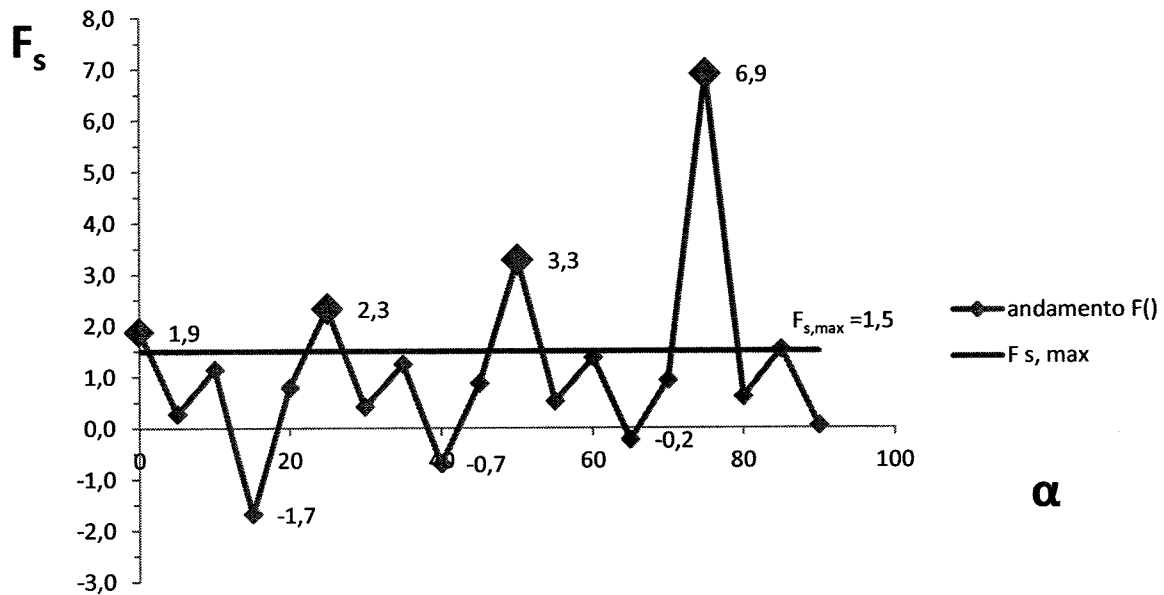
Vista la validità delle verifiche di stabilità la risultante delle azioni dovrebbe cadere all'interno del terzo medio della fondazione.

Si distinguono tre casi:

- $e = 0$: la componente normale N è baricentrica e la distribuzione delle tensioni normali si calcola con la formula di Navier: $\sigma_t = \frac{N}{A}$ (Figura 6.a).
- $e < b/6$: la componente normale N rientra nel terzo medio del nocciolo d'inerzia. La distribuzione delle tensioni normali risulta trapezoidale (Figura 6.b) e viene calcolata rispetto alla base ridotta $B_R = b - 2e$.
- $e > b/6$: la componente normale N non rientra nel terzo medio del nocciolo d'inerzia e dista $d = \frac{b}{2} - e$ dall'estremità più vicina della suola di fondazione. La distribuzione delle tensioni normali si parzializza e risulta bi-triangolare (Figura 6.c): $A = \frac{3d \cdot \sigma_t}{2} = N \rightarrow \sigma_t = \frac{2N}{3d}$

Si riportano di seguito i risultati derivanti dalla risoluzione di detta formula, tabulati e graficati con l'ausilio di un foglio Excel.

F_s	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
α	1,9	0,3	1,1	-1,7	0,8	2,3	0,4	1,2	-0,7	0,9	3,3	0,5	1,4	-0,2	0,9	6,9	0,6	1,5	0,0



Si osserva che per alcuni valori dell'angolo α si stima un coefficiente di sicurezza inferiore a quello dettato dalla normativa (1.5) (puntatori blu).

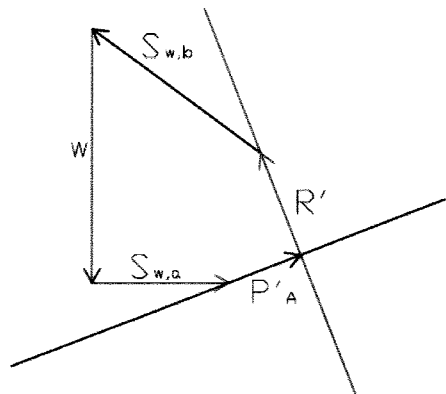


Figura 1: poligono delle forze

Nel caso in cui non fossero coinvolte le spinte S_w^b ed S_w^a (operazione possibile mediante l'installazione di un dreno verticale e un dreno sub-orizzontale, *Figura 2.a*), la spinta attiva risulterebbe minorata. Qualora invece partecipasse solo la spinta S_w^b , operazione possibile con l'installazione di un solo dreno verticale, a tergo del muro (*Figura 2.b*), la spinta P_a avrebbe un modulo intermedio rispetto ai due casi precedenti.

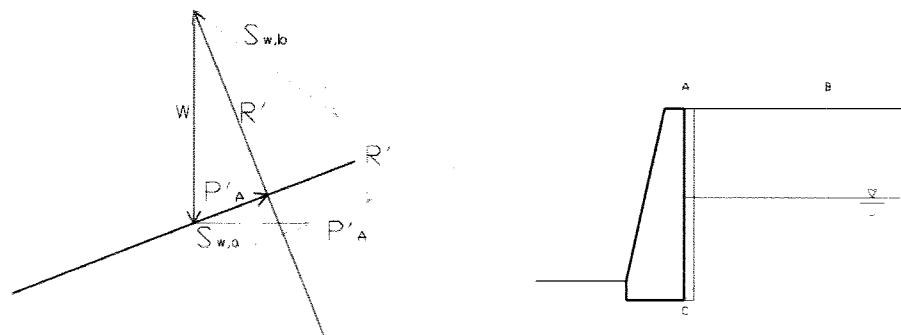
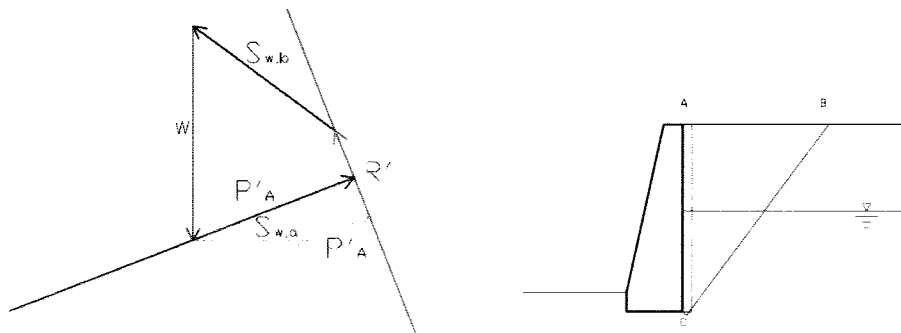


Figura 2.a



disaccordo con l'ipotesi di presenza di attrito muro terreno, implicherebbe una sovrastima della spinta passiva e, di conseguenza, un'insufficiente spinta attiva (*reazione vincolare* che il muro può offrire per impedire il collasso). La soluzione di Coulomb, infatti, è basata sul teorema cinematico, il quale rappresenta un limite superiore della soluzione esatta, mentre quella di Lancelotta fa ricorso al teorema statico, offrendo quindi una stima più conservativa.

Dato l'angolo di completa rotazione delle tensioni principali

$$2\theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi'}\right) + \delta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} 21.3}{\operatorname{sen} 32}\right) + 21.3 = 64.57^\circ = 1.13 \text{ rad}$$

Si calcola il coefficiente di spinta passiva come

$$k_p = \left[\frac{\cos \delta}{1 - \operatorname{sen} \varphi'} (\cos \delta + \sqrt{\operatorname{sen}^2 \varphi' - \operatorname{sen}^2 \delta}) \right] \exp(2\theta \operatorname{tg} \varphi') = \\ = \left[\frac{\cos 21.3^\circ}{1 - \operatorname{sen} 32^\circ} (\cos 21.3^\circ + \sqrt{\operatorname{sen}^2 32^\circ - \operatorname{sen}^2 21.3^\circ}) \right] \exp(1.13 * \operatorname{tg} 32^\circ) \cong 4.85$$

Il significato dei simboli da cui dipende il coefficiente di spinta passiva è illustrato nella figura 8.15 del libro di testo.

Step 2: calcolo della tensione efficace attiva σ'_a e della tensione efficace passiva σ'_p delle spinte attiva P_a e passiva P_p

Poiché Coulomb ipotizza un angolo di attrito muro-terreno non nullo, la distribuzione della tensione efficace attiva sarà inclinata di δ . Dunque si dovrà calcolarne la componente orizzontale σ'_{aH} . Si ricorda che la presenza di un sovraccarico di intensità pari a $q = 50$ kPa.

$$\sigma'_{v0} = \gamma'(a + h + d) + q = 20(1 + 4 + d) + 50 = 20(5 + d) + 50 = 150 + 20d$$

$$\sigma'_{aH} = K_{aH} * \sigma'_{v0} = K_a \cos \delta \sigma'_{v0} = 0.275 * \cos(21.3^\circ) \sigma'_{v0} = 0.27 \sigma'_{v0}$$

Il sovraccarico $q = 50$ kPa influenza il diagramma di distribuzione, come somma di:

- $K_a q$: costante con la profondità, diagramma rettangolare, punto di applicazione a $(1+4+d)/2$
- $K_a \gamma'(1 + 4 + d)$: variabile con la profondità, diagramma triangolare, punto di applicazione a $\frac{3}{2}(1 + 4 + d)$

La spinta attiva si ricava come l'area del grafico di distribuzione della tensione efficace attiva.

$$P_a = \frac{1}{2} \sigma'_{aH} (a + h + d) = \frac{1}{2} [K_{aH} \sigma'_{v0} + q](a + h + d) \\ = \frac{1}{2} K_{aH} [\gamma'(a + h + d) + q] (a + h + d) =$$

$$AB = (d + 4 + 1)(m) * \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = (3.20 + 4 + 1)(m) * \tan\left(45^\circ - \frac{32^\circ}{2}\right) = 4.55 m$$

$$A'O = (d + 4)(m) * \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = 4 m$$

$$A''O = \frac{A'O}{\cos 10^\circ} \cong A'O$$

$$L_e = 4 m$$

$$L_a = \frac{T_c}{\Phi\pi\tau} = \frac{(\Phi\pi)L_a\tau = T_c}{0,127 * \pi * 100} = 8 m$$

Ricavata l'infissione, per determinare il momento massimo si calcola la profondità alla quale il taglio è nullo,

$$T(x) = T_c + \frac{1}{2}\gamma\frac{k_{PH}}{2}z^2 - \frac{1}{2}\gamma k_{AH}(a + h + z)^2 = 0$$

$$z = 3.0 m$$

e quindi il momento è dato da

$$M(x) = T_c z + \frac{1}{12}\gamma k_{PH} z^3 - \frac{1}{6}\gamma k_{AH}(a + h + z)^3$$

$$M(z = 3.0 m) = 233 * 3.0 + \frac{1}{2} * 20 * \frac{4.85}{2} * 3^2 - \frac{1}{2} * 20 * 0.35 * (1 + 4 + 3.0)^2 = 693 kN m$$

Figura 1: distribuzione e punto di applicazione della spinta attiva P_a .

L'espressione analitica del modulo della spinta attiva coincide con l'area triangolare del grafico di distribuzione della stessa:

$$P_a = \frac{1}{2} \sigma'_a h = \frac{1}{2} (k_a \sigma'_{v0}) h = \frac{1}{2} k_a (z \gamma) h$$

Dove

σ'_a [kN/m²]: la tensione efficace attiva,

K_a [-]: coefficiente di spinta attiva ($\frac{1-\sin \phi'}{1+\sin \phi'} \cong 0.31$, con $\phi' = 32^\circ$ l'angolo di resistenza al taglio),

σ'_{v0} [kN/m²]: la tensione efficace verticale iniziale, (in assenza di falda : $u = 0 \rightarrow \sigma'_{v0} = \sigma_{v0} = \gamma z$, con $\gamma = 20$ [kN/m³] il peso specifico totale),

z : l'ordinata a partire dal piano campagna ($z = h = 8$ (m)).

Sostituendo i valori si ottiene

$$P_a = \frac{1}{2} * k_a * z \gamma * h = \frac{1}{2} * 0.31 * 8 \text{ (m)} * 20 \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) * 8 \text{ (m)} = \mathbf{198.4 \text{ kN/m}}$$

b) Determinazione del modulo e direzione delle forze agenti: metodo funicolare

Un metodo grafico per la determinazione di modulo, punto di applicazione e direzione di una sistema di forze (vettori) è quello del *Metodo Funicolare*, la cui denominazione deriva dalla similitudine del poligono delle forze (*Figura 3.c*) con una fune caricata con carichi proporzionali a quelli della costruzione.

$$P_a = 198.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$w_1 = \gamma_{CLS} * V_1 = 24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * (0.8 * 7) \text{m}^3 = 134.4 \text{ kN}$$

$$w_2 = \gamma_{CLS} * V_2 = 24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * (1.2 + 0.8 + 3) * 1 \text{m}^3 = 120 \text{ kN}$$

$$w_3 = \gamma * V_3 = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * (7 * 20) \text{m}^3 = 420 \text{ kN}$$

Riferimenti: Capitolo 8 del libro di testo (paragrafi 8.12, 8.13, 8.14, 8.15, 8.16, Esempi 8.7, 8.8)

