NUMERO: 1695A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Quercio

MATERIA: Fisica II. Prof.Raffa_Giaccone

Forza elettrostatica. Campo elettrostatico — CAP 1

In natura i corpi posseggono delle cariche, che di per sé sono neutre. Ma se alteriamo la situazione di neutralità, ad esempio strofiniamo dell'ambra con un panno di lana, si vengono a creare delle interazioni elettrostatiche. Gli elementi che acquistano elettroni e che quindi attirano pagliuzze sono definiti elettrizzati, mentre la forza che agisce è detta forza elettrica. I corpi possono essere suddivisi in 2 macroaree, ovvero gli isolanti (capaci di trattenere la carica elettrica) e i conduttori (non trattengono la carica elettrica). Inoltre esistono 2 tipi di cariche elettriche una positiva, ed una negativa. Cariche elettriche dello stesso segno si respingono, di segno contrario si attraggono.

Struttura elettrica della materia:

La materia è formata da 3 costituenti elementari, (protone, neutrone, elettrone). La carica dell'elettrone è la più piccola osservata sperimentalmente, per cui è definita carica elementare ed è indicata con $(-e)$. I 3 costituenti si aggregano in strutture dette atomi. Precisamente i protoni e neutroni legati da una interazione forte formano il nucleo, che risulta così carico positivamente. Gli elettroni ruotano attorno al nucleo in delle orbite. La composizione di un atomo è descritta da 2 numeri:

- Numero Atomico Z: indica il numero di protoni ed elettroni
- Numero di Massa $A = Z + N$: somma del numero Z di protoni e N neutroni che formano il nucleo

La carica di un atomo è neutra poiché il numero di $(-e)$ è uguale al numero di $(+e)$.

Il raggio di un nucleo atomico è dato dalla formula $r = R_0 A^{1/3}$ con $R_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\, m$

Principio di conservazione della carica: In un sistema elettricamente isolato la somma algebrica di tutte le cariche elettriche rimane costante nel tempo ovvero si conserva.

Legge di Coulomb: $F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$ con $K = 9 \cdot 10^9\, Nm^2/C^2 \rightarrow K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ dove ε_0 = costante dielettrica del vuoto (permettività)

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ da tutto ciò $\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}$

Il valore della carica elementare è $e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19} C$

Campo Elettrostatico

Vige il principio di sovrapposizione degli effetti, ovvero le forze elettriche agenti su una carica q_0 dovute alle cariche circostanti si sommano

$$F = \sum_i F_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_0}{r_i^2} u_i = q_0 \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} u_i$$

La forza risultante esercitata su q_0 è proporzionale a q_0. La grandezza vettoriale $E = \frac{F}{q_0}$ viene chiamata campo elettrostatico. Quindi $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} u$ se $q > 0 \rightarrow$ campo uscente da q

$q < 0 \rightarrow$ " entrante in q

Analogamente $E = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} u_i$

Il campo elettrostatico prodotto da un sistema discreto di cariche è uguale alla somma dei campi elettrostatici prodotti singolarmente dalle cariche

$$F(x,y,z) = q_0 E(x,y,z)$$

Campo elettrostatico prodotto da una distribuzione continua di cariche

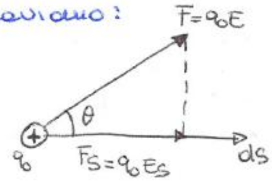
Il campo elettrostatico si può ottenere dividendo la carica in elementi infinitesimi dq. Il campo elettrostatico prodotto da dq è possibile calcolarlo nel seguente modo:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} u'$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r'^2} u'$$

Lavoro elettrico. Potenziale elettrostatico — CAP. 2

Quando su una carica q_0 agisce una forza di qualsiasi natura, possiamo definire sempre un campo elettrico (campo Elettromotore) $E = \frac{F}{q_0} \rightarrow F = q_0 E$. La forza che agisce su una carica elettrica, che come tale prende il nome di forza elettrica, si esprime sempre come prodotto della carica per un certo campo elettrico. Dalla definizione di lavoro ricaviamo:



$$dW = F \cdot ds = q_0 E ds = q_0 E \cos\theta = q_0 E_S ds$$

Per uno spostamento finito $W_1 = \int_{C_1} W_1 = \int_{C_1} F ds = q_0 \int_{C_1} E \cdot ds$ dove ds è un vettore elementare tangente alla curva

Dall'ultimo membro ottengo $\frac{W_1}{q_0} = \int_{C_1} E ds = T$ = tensione elettrica tra i due punti A e B relativa al percorso C_1

T dipende dal percorso $\rightarrow W = \oint_C F \cdot ds = q_0 \oint E ds = q_0 \mathcal{E}$ Il lavoro per spostare una carica lungo un percorso chiuso C è dato dal prodotto della carica per la circuitazione del campo elettrico

$\mathcal{E} = \oint_C E ds \rightarrow$ forza elettromotrice in generale $\neq 0$

$\mathcal{E}$ non è una forza ma un campo!

Il lavoro lungo un qualsiasi percorso chiuso è nullo, ovvero la circuitazione di una forza conservativa è nulla. Il campo elettrostatico è conservativo.

$$V_B - V_A = -\int_A^B E ds \rightarrow \text{Differenza di potenziale}$$

$W_{AB} = -q_0(V_B - V_A) = -q_0 \Delta V$: il lavoro svolto dalla forza elettrostatica per portare q_0 da A a B è dato dall'opposto del prodotto di q_0 per la differenza di potenziale tra il punto di arrivo e il punto di partenza.

Ad ogni forza conservativa è associata una determinata energia potenziale e il lavoro della forza conservativa è pari all'opposto della variazione dell'energia potenziale.

$$W_{AB} = -\Delta U_e = -[U_e(B) - U_e(A)] \rightarrow \Delta U_e = q_0 \Delta V = -W_{AB}$$

U_e = Energia potenziale elettrostatica

Per un qualsiasi percorso chiuso nella regione in cui è definito il campo elettrostatico $\vec{E}$, essendo la differenza di potenziale nulla poiché $A \equiv B$

$$\mathcal{E} = \oint E ds = 0, \quad W = q_0 \mathcal{E} = 0$$

In un campo elettrostatico, la forza elettromotrice è uguale a zero, ovvero è nullo il lavoro della forza elettrostatica per qualsiasi percorso ciclico

Dimostrazione lavoro campo elettrostatico conservativo $\rightarrow$ Potenziale $\rightarrow$ Energia potenziale

$$dW = q_0 E ds = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{u\, ds}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dr}{r^2} \rightarrow E \cdot ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dr}{r^2} \quad dr = u \cdot ds = ds \cos\theta$$

$$\int_A^B E \cdot ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = -\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)$$

$\rightarrow$ Il lavoro corrispondente è: $W = q_0 \int_A^B E \cdot ds = -\left(\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)$

Quando si utilizza un sistema di coordinate polari, gli spostamenti infinitesimi corrispondono alla variazione di una coordinata tenendo costante l'altra sono dr e $rd\theta$

$$ds = dr\,u_r + rd\theta\,u_\theta$$

Il campo elettrostatico in coordinate polari piane, risulta

$$E(r,\theta) = -\frac{\partial V}{\partial r}u_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}u_\theta$$

Superficie Equipotenziale: Una superficie dello spazio tridimensionale nei cui punti il potenziale elettrostatico ha lo stesso valore $V(x,y,z) = \text{costante}$!

Proprietà!:

- Per un punto si ha una ed una sola superficie equipotenziale
- Le linee di forza sono in ogni punto ortogonali alle superfici equipotenziali

Il potenziale elettrostatico è una funzione univoca

Se q è positiva il campo è uscente e il potenziale è decrescente con la distanza.

Se q è negativa il campo è entrante e il potenziale è crescente con la distanza.

Nel caso di un filo indefinito il campo ha direzione ortogonale al filo e le superfici equipotenziali sono superfici cilindriche aventi il filo come asse

Le superfici equipotenziali si infittiscono nelle zone in cui il campo è maggiore, in un campo uniforme esse sono equispaziate

Teorema di Stokes: la circuitazione di un campo vettoriale, E nel nostro caso, lungo una linea chiusa C è uguale al flusso del rotore del campo attraverso una qualunque superficie Σ avente per contorno C

$$\oint E\,ds = \int_\Sigma \nabla \times E \cdot u_n\, d\Sigma \qquad \nabla \times E = \text{rot}\, E$$

Il primo membro è sempre nullo perché E è conservativo

$$\nabla \times E = 0$$

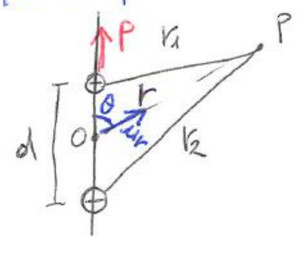
Il campo elettrostatico, conservativo, è irrotazionale, ha cioè rotore sempre nullo

Due cariche puntiformi $-q$ e $+q$ distanti d, formano un dipolo elettrico. Si chiama momento del dipolo elettrico il vettore

$$p = qd$$

Con d orientato dalla carica negativa verso quella positiva

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$



Se $r \gg d$ $\quad r_2 - r_1 = d\cos\theta \quad r_1 r_2 = r^2$

$$V(P) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p \cdot u_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

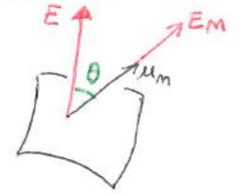
Per il calcolo del campo elettrostatico

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

CAP. 3

La legge di Gauss



Si definisce flusso del campo E attraverso la superficie $d\Sigma$ la quantità scalare: $d\phi(E) = E \cdot u_m \, d\Sigma = E\cos\theta \, d\Sigma = E_m \, d\Sigma$

Per una superficie finita basta svolgere un integrale di superficie

$$\phi(E) = \int_\Sigma E \cdot u_m \, d\Sigma \xrightarrow[\text{chiusa}]{\text{Se superficie}} \oint_\Sigma E \cdot u_m \, d\Sigma$$

In questo caso è convenzione puntare la normale verso l'esterno. I contributi positivi sono quelli per cui $E \cdot u_m > 0$ dove anche E punta verso l'esterno, rappresentano un flusso di E uscente. I contributi negativi sono quelli per cui $E \cdot u_m < 0$, cioè E punta verso l'interno e si ha un flusso di E entrante. Pertanto l'integrale dà il flusso netto attraverso la superficie chiusa, se esso è nullo vuol dire che il flusso entrante eguaglia in modulo il flusso uscente.

Legge di Gauss: il flusso del campo elettrostatico E, prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa, è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, divisa per ε_0

$$\phi(E) = \oint E \cdot u_m \, d\Sigma = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\Sigma q_{int}\right)$$

Se il modulo del campo elettrostatico è costante in una zona di area Σ' in cui E è parallelo a u_m, la legge di Gauss assume la forma $\phi(E) = \oint E \cdot u_m \cdot d\Sigma = E\Sigma' = \frac{q}{\varepsilon_0}$

da cui $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0 \Sigma'}$

Teorema della divergenza: Il flusso di un campo vettoriale, ad esempio il campo elettrico E, attraverso una superficie chiusa, è uguale all'integrale della divergenza del campo vettoriale $\nabla \cdot E$, esteso al volume τ racchiuso dalla superficie

$$\oint E \cdot u_m \, d\Sigma = \int_\tau \nabla \cdot E \, d\tau = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_\tau \rho \, d\tau$$

dove ρ è la densità di carica all'interno del volume τ per cui $dq = \rho \, d\tau$

$$\nabla \cdot E = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\nabla \cdot E = \text{div } E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(x,y,z)$$

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ = Equazione di Poisson

$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ = operatore di Laplace

Nello spazio vuoto $\rho = 0$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$ = Equazione di Laplace

Il processo di carica di un condensatore consiste in una separazione di cariche, e richiede un determinato lavoro che essendo il campo elettrostatico conservativo, dipende soltanto dallo stato iniziale e finale.
Possiamo pensare che la carica di un condensatore avvenga sottraendo, tramite un agente esterno una carica dq dall'armatura negativa e portandola sull'armatura positiva così che una carica $+q$ è stata trasferita da un armatura all'altra in modo tale da stabilirsi una differenza di potenziale, la carica totale è in ogni istante nulla.
Il lavoro per portare una carica dq attraverso la differenza di potenziale ΔV è

$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C}\, dq \qquad W = \int dW = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq = \frac{q^2}{2C}$ → dipende da C e q

È un lavoro effettuato contro le forze elettrostatica, che viene immagazzinato dal sistema sotto forma di energia elettrostatica. $U_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$

Voglio trovare un espressione alternativa dell'energia, che mi lega al campo elettrostatico prodotto dal sistema di cariche piuttosto che alle sorgenti del campo. Per fare ciò, considero un condensatore piano in cui il campo elettrostatico tra le armature è uniforme. Ricordando $V = Eh$

$$U_e = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}E^2h^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \Sigma E^2 h = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tau$$
— volume in cui è definito E

La densità di energia elettrostatica ovvero l'energia elettrostatica per unità di volume è

$$u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Prendendo in esame un condensatore piano in cui le cariche sulle armature sono costanti, se q_0 è il valore della carica, distribuita con densità uniforme σ_0, tra le armature c'è un campo elettrostatico E_0 e una d.d.p. V_0 dati da:

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \quad V_0 = \frac{q_0}{C_0} = E_0 h$$
h = distanza armature
C_0 = capacità

Se introduciamo tra le armature un conduttore di spessore $s < h$, la ΔV diminuisce, infatti per induzione sulle lastre si formano due distribuzioni di densità σ_0 con segno tale da annullare il campo all'interno della lastra, all'esterno il campo rimane invariato per cui

$$V = E_0(h-s) < V_0$$

Indipendentemente dalla posizione della lastra.
Facendo lo stesso esperimento ma stavolta con una lastra isolante, la ΔV tra le armature diminuisce e l'effetto a parità di spessore s è minore di quello rilevato con la lastra di conduttore. La ΔV diminuisce linearmente con l'aumentare di s assumendo il valore minimo V_K quando $s = h$. Le sostanze isolanti che hanno la proprietà di ridurre la ΔV e quindi il campo elettrico sono dette dielettrici

$$K = \frac{V_0}{V_K} > 1 \quad \text{costante dielettrica relativa del dielettrico}$$

Quando $s = h \rightarrow E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{V_0}{Kh} = \frac{E_0}{K} = \frac{\sigma_0}{K\varepsilon_0}$

La variazione del campo dovuta alla presenza del dielettrico è

$E_0 - E_K = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_0}{K\varepsilon_0} = \frac{K-1}{K}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{\chi}{1+\chi}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$ $\qquad \chi = K - 1$ = suscettività elettrica del dielettrico

La capacità del condensatore pieno di dielettrico è $C_K = \frac{q_0}{V_K} = K\frac{q_0}{V_0} = KC_0$
aumentata dello stesso fattore K

$\varepsilon = K\varepsilon_0$ = costante dielettrica assoluta del dielettrico

$$C_K = KC_0 = \frac{K\varepsilon_0\Sigma}{h} = \frac{\varepsilon\Sigma}{h}$$

La densità di corrente è sempre concorde a E. Si assume convenzionalmente come verso della corrente quello del moto delle cariche positive, quello che va dai punti a potenziale maggiore ai punti a potenziale minore. In condizione di stazionarietà l'intensità di corrente è costante attraverso ogni sezione del conduttore. In un conduttore sottoposto ad una ΔV, si stabilisce un regime stazionario

legge di Ohm $\rightarrow$ $J = \sigma E$ con σ = conducibilità elettrica

Legge di Ohm $\rightarrow$ $E = \rho J$ dove $\rho = \frac{1}{\sigma}$ = resistività del conduttore

Dalle varie formule ho $E = \rho J = \frac{\rho}{\Sigma} i$; $V = \frac{\rho h}{\Sigma} i$ $R = \rho \frac{h}{\Sigma}$ = resistenza conduttore

$$V = R i \rightarrow \text{legge di Ohm per i conduttori metallici}$$

La resistività è una funzione crescente della temperatura $\rho = \rho_T (1 + \alpha \Delta t)$

α = coefficiente termico $= \frac{1}{\rho_T} \frac{\Delta \rho}{\Delta \tau}$

Considerando una carica dq che si muove attraverso la d.d.p. $V = V_A - V_B$ viene compiuto dal campo elettrico agente il lavoro

$$dW = V dq = V i dt \rightarrow P = \frac{dW}{dt} = V i$$

Se vale la legge di Ohm $P = R i^2 = \frac{V^2}{R}$

Il passaggio di corrente attraverso un conduttore metallico per un tempo t comporta il lavoro

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t R i^2 dt \quad \text{se la corrente è costante nel tempo}$$

$$W = R i^2 t$$

All'interno dei materiali si suppone che gli elettroni subiscano continue interazioni con gli ioni, che chiamiamo urti. Tra un urto e il successivo il moto è libero e la traiettoria rettilinea, cosicché la traiettoria di ciascun elettrone è costituita dalla successione di segmenti rettilinei, con direzione e lunghezza variabili. Possiamo definire un tempo medio τ e un cammino libero l tra due urti successivi

$\tau = l/v$ dove v = velocità e metallo

$$v_d = -\frac{e\tau}{m} E$$

Resistori in serie

Sono collegati in serie quando hanno un estremo in comune. L'intensità di corrente che li attraversa è la stessa in regime stazionario.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

In un collegamento in serie ciascun resistore è attraversato dalla stessa corrente; la resistenza equivalente è somma della resistenza dei singoli componenti

$R_{eq} >$ Resistenze ogni singolo componente

$$P = (V_A - V_C) i = (R_1 + R_2) i^2 = R_{eq} i^2 = P_1 + P_2$$

Resistori in parallelo

Si dicono in parallelo quando sono collegati tra loro in entrambi gli estremi. L'elemento comune ai due resistori è la d.d.p. per cui sono attraversati da 2 correnti diverse

4

Scarica di un condensatore

Energia elettrostatica applicata al condensatore $U_e = \frac{q^2}{2C}$

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_C}{R}$$

Potenza istantanea dissipata su R $\quad P_R(t) = Ri^2 = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC}$

Nell'intero processo viene dissipata l'energia

$$W_R = \int_0^\infty P_R(t)\,dt = \frac{V_0^2}{R}\int_0^\infty e^{-2t/RC}dt = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{q_0^2}{2C}$$

La spesa di energia è sempre maggiore a $\frac{CV_0^2}{2}$

Corrente di spostamento

L'origine della corrente di spostamento i_S è la variazione nel tempo del flusso del campo elettrico attraverso la sezione del conduttore

$$i_S = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$$

Densità di corrente di spostamento $\longrightarrow$ $J_S = \frac{i_S}{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$ diretta $// E$

Corrente in un circuito RC $\quad i = i_C + \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$

$$J = J_C + \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

Rete elettrica $\longrightarrow$ nodi e rami

Nodo: punto in cui convergono almeno 3 conduttori, sono collegati dai rami, in cui possono essere componenti attivi (generatori) e componenti passivi (resistori). All'interno di una rete è possibile identificare dei cammini chiusi detti maglie costituite da più rami

Legge di Kirchhoff

1° la somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla

$$\sum_K i_K = 0$$

2° $\quad \sum_K R_K i_K = \sum_K \mathcal{E}_K \quad$ La somma algebrica delle forze elettromotrici presenti nei rami della maglia è uguale alla somma algebrica dei prodotti $R_K i_K$ cioè delle differenze di potenziale ai capi dei resistori R_K

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 46

Il comportamento oscillatorio della spira percorsa da corrente e immersa in campo magnetico, ricalca quello di un dipolo elettrico posto in un campo elettrostatico. In analogia con il dipolo elettrico, anche per il dipolo magnetico si definisce una energia potenziale, legata alla posizione angolare rispetto alla direzione di B:

$U_p = -m \cdot B = -mB\cos\theta = -i\Sigma B\cos\theta$. per $\theta = 0 \rightarrow U_p$ minimo
$\theta = \pi \rightarrow U_p$ massimo

Relazione tra M e Up $\quad M = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB\sin\theta$

$$E_H = \frac{F}{e} = \frac{J}{me} \times B \rightarrow \text{Campo di Hall}$$

$$\mathcal{E}_H = E_H b = \frac{JBb}{me} = \frac{iB}{mea} \rightarrow \text{Tensione di Hall}$$

Moto di una particella carica in un campo magnetico $\quad \theta = \pi/2$

Supponiamo B uniforme, velocità particella $\perp B$, $F \perp B$. $\sin\theta = 1$

$$F = qvB = m a_n = m\frac{v^2}{r}$$

Raggio di curvatura: $r = \frac{mv}{qB} = \frac{P}{qB}$ — quantità di moto $\quad$ ($r = cost$ poiché $B = cost$)

La traiettoria è un arco di circonferenza essendo $r = cost$.

Il moto è circolare uniforme con velocità uguale a quella iniziale e velocità angolare:

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \rightarrow$ in termini vettoriali $\omega = -\frac{q}{m} B \qquad \omega // B$ sempre

Se la carica q è negativa ω ha lo stesso verso di B

Periodo del moto $\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$, $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$

θ generico

Se l'angolo θ che la velocità forma con il campo magnetico è generico, scomponiamo la v nelle due componenti $v_n = v\sin\theta$ ($\perp B$), $v_p = v\cos\theta$ ($// B$)

$$F = qv \times B = q(v_n + v_p) \times B = q\, v_n \times B$$

Abbiamo un moto circolare uniforme

Raggio curvatura $\quad r = \frac{m v_n}{qB} = \frac{m v \sin\theta}{qB}$

La composizione del moto circolare uniforme e del moto rettilineo uniforme lungo B dà luogo a un moto elicoidale uniforme, avente come asse la direzione di B

$$P = v_p T = \frac{2\pi m v\cos\theta}{qB} \rightarrow \text{Passo dell'elica}$$

Ciclotrone

$$T_{RF} = \frac{2\pi}{\omega_{RF}} = 2t = \frac{2\pi m}{qB} \rightarrow \omega_{RF} = \frac{qB}{m} = \omega$$

Pulsazione di ciclotrone = velocità angolare ioni

$$v_{max} = \frac{qBR}{m}$$

$$E_{K,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

Azioni elettrodinamiche tra fili percorsi da corrente

Consideriamo due fili rettilinei paralleli molto lunghi e vicini $\rightarrow$ indefiniti, percorsi dalle correnti i_1 e i_2. Il filo 2 risente della forza F_{12} data da: $F_{12} = i_2\, ds_2 \times B_1 = i_2 ds_2 u_2 \times B_1$

La forza è attrattiva se le due correnti sono equiverse, repulsiva se sono contrarie. Allo stesso modo si ha F_{21}. Ne segue che $F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$

Se i fili sono perpendicolari $\rightarrow F=0$

Legge di Ampere

$$\oint B \cdot ds = \mu_0 i$$

L'integrale di linea del campo magnetico B lungo una linea chiusa, ovvero la circuitazione $\Gamma(B)$ è uguale alla somma delle correnti concatenate, moltiplicata per μ_0

$\Gamma(B) = \mu_0 i$ $\qquad$ $\Gamma(B) = 0$

Se la linea non concatena nessuna corrente $\longrightarrow \oint B \cdot ds = \phi$

Se la circuitazione di B è $\neq 0 \rightarrow$ B non è conservativo

Forma locale legge Ampere: $\nabla \times B = \mu_0 J$ $\qquad \nabla \times B // J \rightarrow \perp B$

Proprietà magnetiche della materia

$H = \frac{B_0}{\mu_0}$ = vettore $// B$ con $H = ni$ (Stiamo considerando un solenoide)

$\frac{B}{B_0} = K_m$ = permeabilità magnetica relativa $\rightarrow B = K_m B_0 = \mu_0 K_m n i = \mu n i$

$\mu = \mu_0 K_m$ = permeabilità magnetica assoluta

$H = \frac{B_0}{\mu_0}$ $\qquad B = \mu_0 K_m H = \mu H$

La variazione del campo magnetico dovuto alla presenza del mezzo è:

$$B_m = B - B_0 = (K_m - 1) B_0 = \chi_m B_0 = \mu_0 \chi_m H$$

$\chi_m = K_m - 1$ = Suscettività magnetica

$M = \chi_m H = (K_m - 1) H$ = Magnetizzazione

$B = B_0 + B_m = \mu_0 (H + M)$

Sostanze diamagnetiche

$K_m < 1 \rightarrow \chi_m < 0$

Sostanze paramagnetiche

$K_m > 1 \rightarrow \chi_m > 0$

$\chi_m = \frac{C\rho}{T} \longrightarrow 1^a$ legge di Curie

2

Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo CAP. 8

Richiamo:

Il campo elettrostatico E è conservativo, ed è generato dalle cariche elettriche fisse.
Il campo magnetico B non è conservativo, ed è generato dai cariche elettriche in moto stazionario

Leggi fondamentali per il campo elettrico: $\boxed{\mathcal{E} = \oint E \cdot ds = 0}$ [il campo elettrostatico ha circuitazione nulla, ovvero ha forza elettro motrice nulla]

$\boxed{\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}}$ [il flusso del campo elettrostatico E prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, divisa per ε_0]

Leggi fondamentali per il campo magnetico: $\boxed{\oint B \cdot ds = \mu_0 i}$ [l'integrale di linea del campo magnetico B lungo una linea chiusa, ovvero la circuitazione $\Gamma(B)$ è uguale alla somma delle correnti concatenate, moltiplicato per μ_0]

$$\boxed{M = \frac{n \, \alpha_m}{T} H = \chi_m H}$$

La forza elettromotrice (f.e.m) è definita come integrale del campo elettrico E lungo una linea chiusa, cioè come la circuitazione di E, un suo valore non nullo, implica che il campo elettrico non è conservativo

$$\mathcal{E} = \oint E \cdot ds$$

Il flusso del campo magnetico B attraverso una superficie Σ è dato da:

$$\Phi(B) = \int_\Sigma B \cdot u_n \, d\Sigma$$

Il flusso di B è lo stesso attraverso qualunque superficie che poggi sulla linea s. Si parla quindi di flusso attraverso la linea chiusa s o flusso concatenato con la linea chiusa s.

Legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica

In una spira compare una corrente che chiamiamo indotta, ogni qual volta c'è un moto relativo tra la spira e un campo magnetico B, generato da un magnete permanente o da un'altra spira percorsa da corrente. Siccome per avere una corrente è necessaria una f.e.m, diciamo meglio che dal moto relativo tra una spira e un campo magnetico ha origine una forza elettromotrice indotta $\mathcal{E}_i$. Secondo Faraday è possibile generare una forza elettromotrice in un circuito, mediante un campo magnetico variabile nel tempo, da cui nasce la legge di Faraday

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

Ogni qual volta il flusso del campo magnetico B concatenato con un circuito varia nel tempo, si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto della derivata del flusso nel tempo

Se R è la resistenza del circuito, in esso circola la corrente

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\mathcal{E}_i = \oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

La variazione del flusso magnetico concatenato con una linea chiusa s dà origine ad un campo elettrico indotto E_i, la cui circuitazione lungo s è uguale a $-\frac{d\Phi}{dt}$. Tale campo non è conservativo.

a) Chiusura del circuito

Per $t=0 \longrightarrow$ si chiude interruttore $\longrightarrow i=0 \longrightarrow A=\mathcal{E}$

$$i(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$\tau=\frac{L}{R}=$ costante di tempo

$$\mathcal{E}_L=-L\frac{di}{dt}=-\mathcal{E}e^{-t/\tau}$$

Energia Magnetica

La potenza erogata dal generatore in un circuito RL in serie è: $\mathcal{E}i=Ri^2+Li\frac{di}{dt}$
e il lavoro nel tempo vale $\underbrace{\mathcal{E}i\,dt}_{1}=\underbrace{Ri^2dt}_{2}\underbrace{+Li\,di}_{3} \longrightarrow$ Bilancio energetico circuito

1) Lavoro compiuto dal generatore secondo la definizione di forza elettromotrice
2) Lavoro speso per far circolare corrente nel circuito e trasformato in calore
3) Lavoro speso contro la forza elettromotrice di autoinduzione $\mathcal{E}_L=-\frac{L\,di}{dt}$ per fare aumentare la corrente da i a $i+di$

A seguito della chiusura del circuito, la corrente passa da zero al valore i, il generatore oltre al lavoro corrispondente all'effetto Joule deve spendere contro $\mathcal{E}_L$ il lavoro

$$W=\int_0^i Li\,di=\frac{1}{2}Li^2$$

$U_L=\frac{1}{2}Li^2 \longrightarrow$ Energia intrinseca della corrente dipende solo dai valori iniziale e finale

U_L è distribuita nello spazio con una densità che dipende dal valore locale del campo magnetico

$u_m=\frac{B^2}{2\mu_0}$ nel vuoto $B=\mu_0 H \longrightarrow u_m=\frac{1}{2}\mu_0H^2=\frac{1}{2}HB=$ Densità energia magnetica

Induzione Mutua

Si definisce flusso del campo magnetico prodotto da un circuito (1) attraverso un secondo circuito (2)

$$\Phi_{1,2}=\int_{\Sigma_2}B_1\cdot u_n\,d\Sigma_2 \quad \text{con } \Sigma_2=\forall \text{ sup che si appoggia al 2° circuito}$$

Poiché B_1 è proporzionale a i_1 possiamo scrivere $\Phi_{1,2}=M_{1,2}i_1$

$$\Phi_{2,1}=M_{2,1}i_2$$

$$M_{1,2}=\frac{\Phi_{1,2}}{i_1}=\frac{\Phi_{2,1}}{i_2}=M_{2,1}$$

Definiamo quindi il coefficiente di mutua induzione M tra due circuiti utilizzando le relazioni

$$\Phi_{1,2}=Mi_1 \quad ; \quad \Phi_{2,1}=Mi_2$$

Due circuiti per i quali $M\neq0$ si dicono accoppiati

In base alla legge di Faraday si ha una f.e.m. indotta in un circuito dalla variazione di corrente nell'altro

$$\mathcal{E}_1'=-\frac{d\Phi_{2,1}}{dt}=-M\frac{di_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2'=-\frac{d\Phi_{1,2}}{dt}=-M\frac{di_1}{dt}$$

3

Oscillazioni elettriche

Nel caso dei circuiti RC, quando le armature del condensatore carico vengono collegate con un resistore si ha una corrente dall'armatura positiva a quella negativa che scarica il condensatore. Diciamo V_0 la d.d.p ai capi del condensatore, avente valore massimo V_0 all'istante iniziale, quando viene chiuso il circuito. In ogni istante successivo la d.d.p ai capi del condensatore è uguale a quella ai capi del resistore, valgono le equazioni: $\boxed{V_C = \frac{q}{C} = Ri}$; $\boxed{i = -\frac{dq}{dt}}$ derivando rispetto al tempo si ottiene: $\boxed{\frac{di}{dt} = -\frac{i}{RC}} \rightarrow \boxed{i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}}$ con $\boxed{\tau = RC}$. L'energia elettrica $CV_0^2/2$ viene dissipata per effetto Joule nel resistore. Analogamente se un induttore percorso da corrente costante lo viene chiuso su un resistore, l'equazione del circuito è: $\mathcal{E}_i = -L\frac{di}{dt} = Ri$ e la corrente decresce nel tempo secondo la legge $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$ con $\tau = L/R$.

L'energia magnetica $Li_0^2/2$ è dissipata nel resistore per effetto Joule.

Consideriamo adesso un circuito LC ideale in cui la resistenza dell'avvolgimento e dei fili di collegamento sia trascurabile. Prendiamo un condensatore carico con carica q_0 e d.d.p. $V_0 = q_0/C$ che all'istante $t=0$ viene connesso ad un induttore. Alla chiusura inizia a passare una corrente e nell'induttore compare una f.e.m. di autoinduzione $\mathcal{E}_L = -L\, di/dt$ legata alla d.d.p. $V_C = q/C$ dalla: $\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0$ derivando rispetto al tempo e ponendo $i = -dq/dt$ otteniamo:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$$

La corrente obbedisce all'equazione dell'oscillatore armonico e varia nel tempo secondo una legge $i(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ mentre la d.d.p. ai capi del condensatore eguale ed opposta alla f.e.m indotta nell'induttore è $V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \omega L A\cos(\omega t + \phi)$

La pulsazione vale $\omega = 1/\sqrt{LC}$

Quando la corrente è massima $V_C = 0$ e viceversa. Le due grandezze sono in quadratura di fase

Il circuito LC è detto circuito oscillante: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$; $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$

Il Bilancio energetico in un istante generico è: $U(t) = U_e(t) + U_m(t) = \frac{1}{2}CV_0^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}Li_0^2\sin^2\omega t$

Essendo $i_0 = V_0/\omega L \rightarrow CV_0^2 = Li_0^2 \rightarrow$ l'energia totale costante nel tempo vale:

$$U(t) = \frac{1}{2}CV_0^2 = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}Li_0^2$$

In un circuito LC ideale l'energia totale del sistema si conserva.

Circuito RLC in serie

Un condensatore carico viene connesso ad un induttore e ad un resistore in serie. Alla chiusura del circuito, in esso inizia a passare una corrente e nell'induttore compare una f.e.m di autoinduzione $-L\,di/dt$. La d.d.p ai capi del resistore non è uguale a quella ai capi del condensatore, vale l'uguaglianza

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = Ri$$ derivando rispetto al tempo e ponendo $i = -\frac{dq}{dt}$

otteniamo: $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$.

Nella funzione $i(t)$ è presente un fattore moltiplicativo $e^{-\gamma t}$ con $\gamma = R/2L$. Il fattore $1/\gamma$ indica una costante di tempo e determina la rapidità con cui la corrente si annulla.

Se $\gamma^2 \geq \omega_0^2$ con $\omega_0^2 = 1/LC$ ovvero $R^2 > 4L/C \rightarrow i(t)$ è il prodotto di $e^{-\gamma t}$ per un altra funzione esponenziale decrescente.

Caso: $\gamma^2 < \omega_0^2 \rightarrow \frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \rightarrow R^2 < \frac{4L}{C} \rightarrow$ l'andamento della corrente risulta

$i(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \phi)$ con $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

Si tratta di un circuito oscillante, con pulsazione ω la cui ampiezza diminuisce nel tempo esponenzialmente, per cui il circuito produce oscillazioni smorzate con pseudoperiodo $T = 2\pi/\omega$

Il processo termina quando tutta l'energia accumulata dal condensatore ~~te~~ $= q_0^2/2C$ viene assorbita dalla resistenza

1

Nella serie RC le tensioni sono $V_R = R i_0 \cos\omega t$; $V_C = \frac{i_0}{\omega C}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}\, i_0 \rightarrow \operatorname{tg}\phi = -\frac{1}{\omega C R}$$

$V_0 = Z i_0$ con Z = impedenza è funzione della pulsazione.

Nei casi di un singolo induttore o condensatore l'impedenza coincide con la reattanza dell'elemento mentre per un resistore è evidente che coincide con la resistenza

Il circuito RLC in serie. Risonanza

Il circuito è collegato ad un generatore di tensione alternata. Se indichiamo $i = i_0\cos\omega t$, in ciascun istante deve essere

$$\mathcal{E}(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t)$$

La corrente alternata, in un circuito RLC in serie, ha la stessa ampiezza e fase

La tensione ai capi della serie coincide con la f.e.m. del generatore $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\cos(\omega t + \phi)$

La relazione tra $\mathcal{E}_0$ e i_0 è:

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\, i_0 = Z i_0$$

Per la fase ϕ si trova $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Risonanza nel circuito RLC

L'impedenza è data da $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = Z$

A parità di valore della f.e.m., il valore della corrente varia al variare della pulsazione in quanto varia Z, e raggiunge il valore max quando Z è minimo

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

In tali condizioni dette di risonanza, lo sfasamento tra f.e.m. e corrente è nullo, l'impedenza è uguale alla resistenza e il circuito si comporta come se fosse puramente resistivo

ω_0 = pulsazione di risonanza e $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ frequenza di risonanza

$$i_0(\omega) = \frac{\mathcal{E}_0}{Z(\omega)} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Si definisce larghezza di risonanza $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \dfrac{R}{L}$

fattore di merito della risonanza $Q = \dfrac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \dfrac{\omega_0 L}{R}$

Potenza nei circuiti a corrente alternata

L'applicazione di una f.e.m. alternata ad una rete lineare provoca il passaggio di una corrente alternata e l'erogazione di una potenza il cui valore istantaneo è dato dal prodotto $\mathcal{E}(t) i(t)$. Se la f.e.m. vale $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\cos(\omega t + \phi)$ e la corrente $i(t) = i_0\cos\omega t$, la potenza istantanea erogata dal generatore è

$$P(t) = \mathcal{E}(t)\, i(t) = \mathcal{E}_0 i_0 \cos\omega t \cos(\omega t + \phi) = \mathcal{E}_0 i_0 \cos\omega t(\cos\omega t\cos\phi - \sin\omega t \sin\phi) =$$

$$= \mathcal{E}_0 i_0 \cos^2\omega t\cos\phi - \frac{\mathcal{E}_0 i_0}{2}\sin\phi \operatorname{sen} 2\omega t$$

Il valore medio in un periodo è $P_m = \frac{1}{2}\mathcal{E}_0 i_0\cos\phi$

Utilizzando la definizione di valore efficace $\boxed{P_m = \mathcal{E}_{eff}\, i_{eff}\cos\phi} \rightarrow$ formula Galileo-Ferraris

il termine $\cos\phi$ è detto fattore di potenza

3

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} ; \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} ; \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8 \, m/s$ = velocità propagazione onde elettromagnetiche nel vuoto

I campi elettrici e magnetici che si propagano nel vuoto lungo l'asse x, nell'ipotesi di onde armoniche, hanno una forma analitica del tipo:

$$E = E_y u_y + E_z u_z = E_{0y}\cos(Kx-\omega t)u_y + E_{0z}\cos(Kx-\omega t)u_z$$

$$B = B_y u_y + B_z u_z = B_{0y}\cos(Kx-\omega t)u_y + B_{0z}\cos(Kx-\omega t)u_z \qquad \text{con } c=\omega/K$$

$$B = -\frac{E_{0z}}{c}\cos(Kx-\omega t)\,u_y + \frac{E_{0y}}{c}\cos(Kx-\omega t)u_z$$

$$B^2 = B_y^2 + B_z^2 = \frac{E_z^2}{c^2} + \frac{E_y^2}{c^2} = \frac{E^2}{c^2} \rightarrow B = \frac{E}{c}$$

$$E\cdot B = E_y B_y + E_z B_z = -\frac{E_{0y}E_{0z}}{c} + \frac{E_{0z}E_{0y}}{c} = 0$$

$$E\times B = \frac{1}{c}(E_y^2 + E_z^2)u_x = \frac{E^2}{c}u_x = c\,B^2 u_x = EB\,u_x$$

Riassumendo

E e B si propagano con la stessa velocità $c = \sqrt{1/\varepsilon_0\mu_0} = 3\cdot 10^8 m/s$

I moduli dei campi sono legati dalla relazione di proporzionalità $B = E/c$

E e B sono ortogonali tra loro e alla direzione di propagazione: le onde elettromagnetiche sono onde trasversali e per esse è significativo il concetto di Polarizzazione

il verso del prodotto vettoriale $E\times B$ definisce il verso di propagazione dato da c

Le onde elettromagnetiche obbediscono al principio di sovrapposizione.

Onde elettromagnetiche in mezzi trasparenti

Le onde elettromagnetiche possono propagarsi in mezzi materiali dielettrici ideali, ovvero aventi proprietà magnetiche trascurabili $\chi_m = 0$; $K_m = 1$; $\mu = \mu_0$ e caratterizzati da K_e.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{K_e}} = \frac{c}{n}$$

$n = \frac{c}{v} = \sqrt{K_e}$ = Indice di rifrazione assoluto

Energia di un'onda elettromagnetica piana. Vettore di Poynting

Nel vuoto le densità di energia sono $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

La densità istantanea di energia elettromagnetica è

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

ma $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = u_e$

$u = 2u_e = \varepsilon_0 E^2 \rightarrow$ Densità di Energia

La potenza emessa dal dipolo elettrico oscillante risulta $P = \frac{8\pi}{3} I_0 = \frac{P_0^2 \omega^4}{12\pi \varepsilon_0 c^3}$

Spettro delle onde elettromagnetiche

L'intervallo delle frequenze delle onde elettromagnetiche è molto ampio e si estende dalle onde Hertziane ai raggi γ, che hanno frequenze superiori a 10^{18} Hz

Onde Hertziane (1)
microonde (2)
infrarosso (3)
visibile (4)
ultravioletto (5)
raggi X (6)
raggi γ (7)

Crescente

Gli intervalli hanno zone di sovrapposizione

(1) Sono prodotte con dispositivi elettronici, circuiti oscillanti sono utilizzati nelle trasmissioni radiofoniche

$$(3 \cdot 10^6 \geq \lambda \geq 0,3)\,m \;;\; (10^2 \leq \nu \leq 10^9)\,Hz$$

(2) Vengono prodotte da dispositivi elettronici e sono utilizzate per comunicazioni e sistemi radar

$$(0,3 \geq \lambda \geq 3 \cdot 10^{-3})\,m \;;\; (10^9 \leq \nu \leq 10^{11})\,Hz$$

(3) Vengono prodotti da corpi caldi. $(10^{-3} \geq \lambda \geq 0,78 \cdot 10^{-6})\,m \;;\; (3 \cdot 10^{11} \leq \nu \leq 3,8 \cdot 10^{14})\,Hz$

(4)

(4)

$I_i = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_{0i}^2 \rightarrow$ Intensità onda incidente

$I_r = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_{0r}^2 \rightarrow$ " " riflessa

i rapporti $R_\pi = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\pi = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\pi^2 = \frac{Tg^2(\theta_i - \theta_t)}{Tg^2(\theta_i + \theta_t)}$

$R_\sigma = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\sigma = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\sigma^2 = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$

R_π e $R_\sigma \rightarrow$ coefficienti di riflessione di Fresnel

T_π e $T_\sigma \rightarrow$ coefficienti di Trasmissione

$T_\pi = 1 - R_\pi$; $T_\sigma = 1 - R_\sigma$

$R = \frac{1}{2}(R_\pi + R_\sigma) \rightarrow$ coefficiente di riflessione per la luce ordinaria

$I_p = I_0 \cos^2\theta \rightarrow$ Legge di Malus

L'intensità della luce uscente da una polarizzatore colpito da luce polarizzata rettilineamente varia proporzionalmente con il quadrato del coseno dell'angolo tra la direzione di polarizzazione dell'onda incidente e l'asse del polarizzatore

$I = I_0/2$ da un polarizzatore colpito da luce ordinaria esce luce polarizzata rettilineamente lungo l'asse del polarizzatore, d'intensità pari alla metà dell'intensità della luce incidente.

Quando l'immagine è reale, essa è capovolta rispetto all'oggetto, mentre l'immagine virtuale risulta diritta. La dimensione dell'immagine è diversa da quella dell'oggetto, il rapporto tra QQ' e PP' è detto ingrandimento trasversale $I = \frac{y'}{y} \rightarrow I = \frac{q}{p}$

N.B.

- Lo specchio concavo dà di figure contenute in un piano un immagine contenute in un altro piano
- L'immagine è reale capovolta e rimpicciolita se il piano in cui sta la figura dista dal vertice V più della distanza focale f
- L'immagine è virtuale diritta e ingrandita se la figura sta tra il fuoco F e il vertice V

Specchio sferico convesso

Anche per questo specchio si ottiene $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$

$q = \frac{R}{2} = f$ se $p = +\infty \rightarrow$ fuoco

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

I risultati sono gli stessi di prima eccetto che R e f sono adesso positivi

Per qualsiasi distanza dell'oggetto P, da $+\infty$ a 0, la distanza immagine q è sempre positiva

L'immagine si forma sempre dietro lo specchio ed è quindi sempre virtuale.

N.B

- Uno specchio convesso dà di figure contenute in un piano un'immagine contenuta in un altro piano
- L'immagine è sempre virtuale diritta e rimpicciolita

Specchio piano

Caso limite dello specchio sferico concavo (o convesso), il raggio diventa infinito, e per $R \rightarrow +\infty$ anche il fuoco va all'infinito, l'oggetto è quindi sempre tra fuoco e vertice e l'immagine è sempre virtuale

$P = q$ Equazione dello specchio piano

L'immagine si forma dietro lo specchio in posizione simmetrica a quella dell'oggetto, di cui conserva le dimensioni.

Diottri

Esaminiamo superficie diottrica sferica convessa, che separa 2 superfici con n_1 ed $n_2 \neq$ e $n_1 < n_2$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$ Equazione diottro sferico convesso

Potere diottrico

Quando $p = +\infty$ l'immagine reale si forma oltre il vertice a distanza $f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$ fuoco posteriore. Quando l'oggetto è in F_1, fuoco anteriore, l'immagine si forma all'∞

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2} \longrightarrow \frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1$$

$$I = \frac{n_1 q}{n_2 p}$$ Ingrandimento trasversale

Diottro piano

$$R \rightarrow \infty \longrightarrow q = -\frac{n_2}{n_1} p$$

Un immagine virtuale è data da un oggetto reale, della stessa altezza dell'oggetto non ingrandita

Interferenza CAP. 13

Vogliamo analizzare i fenomeni che avvengono quando due onde luminose si sovrappongono in un punto P dello spazio, assumeremo che le onde siano armoniche e abbiano la stessa frequenza ν (stessa ω). Le caratteristiche della sovrapposizione dipendono dalle proprietà delle sorgenti e anche dalle direzione di osservazione del fenomeno.

$E_1 = \frac{E_0}{r_1} \sin(kr_1 - \omega t + \phi_1)$, $E_2 = \frac{E_0}{r_2} \sin(kr_2 - \omega t + \phi_2)$ $\rightarrow$ 2 onde luminose sferiche emesse da due sorgenti S_1, S_2.

$(kr_i - \omega t)$ descrive la propagazione dell'onda luminosa di ciascuna sorgente verso P

ϕ_i è una caratteristica intrinseca di ciascuna sorgente.

Definiamo differenza di fase in P tra le due onde la quantità

$$\delta = (kr_2 - \omega t + \phi_2) - (kr_1 - \omega t + \phi_1) = \underbrace{k(r_2 - r_1)}_{\text{differenze dei percorsi}} + \underbrace{(\phi_2 - \phi_1)}_{\text{differenza di fase intrinseca}}$$

Quando la differenza di fase tra due onde in qualsiasi punto P è costante nel tempo, le sorgenti delle due onde si dicono coerenti. Dalla formula se $\Delta\phi$ è costante $\rightarrow$ coerenza, se $\Delta\phi = 0$ le due sorgenti si dicono sincrone.

L'interferenza è quel fenomeno di sovrapposizione ottenuto con due onde emesse da due o più sorgenti coerenti. Sia le onde provenienti da due punti di una sorgente estesa sia le onde provenienti da due sorgenti diverse sono incoerenti e non danno luogo a fenomeni di interferenza

Massimi principali $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$

Minimi $\sin\theta = m' \frac{\lambda}{Nd}$ con $m' = 1, 2, \dots$

La direzione dei massimi principali, verso la quale è concentrata la maggior parte della potenza emessa, è determinata dal rapporto λ/d e non dipende dal numero N di sorgenti. Il numero di massimi principali si ricava $\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}$ è dato dal più grande dei valori di m per il quale $\sin\theta = m\lambda/d$ non supera l'unità e non dipende da N

L'intensità dei massimi principali dipende dal numero N di sorgenti e cresce con questo secondo $I_{max} = N^2 I_1$

L'ampiezza angolare dei massimi principali diminuisce all'aumentare di N

La larghezza angolare è $\Delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd}$

Legge di Faraday: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi(B)}{dt} = \oint E_i \, ds$

Potenza media: $P_m = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{2R}$

Forza elettromotrice efficace: $\mathcal{E}_{eff} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{\sqrt{2}}$

Autoflusso: $\phi = L i$ dove L = induttanza

Forza elettromotrice indotta (autoinduzione): $\mathcal{E}_L = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

Energia intrinseca: $U_L = \frac{1}{2} L i^2$

Densità di energia magnetica: $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2} HB$

Energia magnetica: $U_m = \int_\tau \frac{B^2}{2\mu_0} \, d\tau$

Coefficiente di mutua induzione: $\phi_{1,2} = M i_1$; $\phi_{2,1} = M i_2$

f.e.m. di mutua induzione $\mathcal{E}_1' = -\frac{d\phi_{2,1}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt}$; $\mathcal{E}_2' = -\frac{d\phi_{1,2}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}$

Energia magnetica di due circuiti accoppiati: $U_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$

Equazioni di Maxwell

$$\oint E \cdot u_n \, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad ; \quad \oint E \cdot ds = -\frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\oint B \cdot u_n \, d\Sigma = \phi \quad ; \quad \oint B \cdot ds = \mu_0 \left(i + \varepsilon_0 \frac{d\phi(E)}{dt} \right)$$

Densità di energia elettromagnetica: $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$

Gauss differenziale: $\nabla E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\nabla B = \phi$

Legge di Faraday $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$

Scarica di un condensatore: $q(t) = q_0 e^{-t/RC}$, $V_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$

$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_C}{R}$

Energia dissipata $W_R = \int_0^\infty P_R(t)\, dt = \frac{V_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{q_0^2}{2C}$

Corrente di spostamento: $i_s = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$

densità di corrente di spostamento $J_s = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$

Forza di Lorentz: $F = q v \times B = q v B \sin\theta$

Seconda legge elementare di Laplace: $dF = i\, ds \times B$

La forza su un circuito chiuso che sta su un piano in cui agisce un campo magnetico B uniforme è nulla

Momento meccanico della spira: $M = m \wedge B$

Campo elettromotore: $E_H = \frac{F}{e} = v_d \times B = \frac{J}{ne} \times B \to E = v \times B$

tensione di Hall: $\mathcal{E}_H = E_H b = \frac{JBb}{ne} = \frac{iB}{nea}$

$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2V}$; $r = \sqrt{\frac{2V}{B^2} \frac{m}{q}}$

Legge di Biot-Savart: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ dove $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

B spira circolare: $B = \frac{\mu_0 i}{2R}$

B solenoide: $B = \mu_0 n i$

Legge di Ampere: $\oint B\, ds = \mu_0 i$ $\nabla \times B = \mu_0 J$

Gauss campo Magnetico $\oint B \cdot u_n\, d\Sigma = 0$ $\nabla \cdot B = 0$

Onda piana armonica: $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ $\quad \omega = 2\pi\nu$ $\quad \lambda\nu = D$

Potenza media $P_m = \frac{1}{2} \rho_\ell \, \omega^2 A^2 v$

Onde sonore: $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$

Intensità onda sonora armonica: $I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v$

Primo minimo $\quad \frac{a}{2} \sin\theta = \frac{\lambda}{2} \rightarrow a \sin\theta = m\lambda$

successivi

$nm = 10^{-9}$

$\mu m = 10^{-6}$

Momento dipolo elettrico: $p = qd$

Potenziale di un dipolo: $V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$ se P è lontano dal dipolo $r \gg a$

$$V(P) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Campo elettrico sull'asse del dipolo: $E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

Campo elettrico nel piano mediano: $E = \frac{-p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

Momento meccanico dipolo: $M = p \times E$

Energia potenziale di un dipolo: $U_e(\theta) = -p \cdot E$

Legge di Gauss: $\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, d\Sigma = \frac{1}{\varepsilon_0} (\Sigma_i q_i)_{int}$

Il flusso del campo elettrostatico E prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, divise per ε_0

Teorema della divergenza: $\oint E \cdot u_n \, d\Sigma = \int_\tau \nabla \cdot E \, d\tau$

$$\Phi(E) = \int_\tau \nabla \cdot E \, d\tau = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_\tau \rho \, d\tau$$ dove ρ = densità di carica all'interno del volume τ

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightarrow \nabla E = \mathrm{div} E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Un conduttore ha $E = \phi$ all'interno. In ogni punto ha potenziale uguale

Teorema di Coulomb $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Capacità del condensatore: $C = \frac{q}{\Delta V}$

Condensatori in parallelo: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

Condensatori in serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

Energia di un condensatore: $U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} q V$

densità di energia elettrostatica $u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$