NUMERO: 1671A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Russo

MATERIA: Sensori e misure per la bioingegneria. Prof.Vallan

Sensori e misure per la bioingegneria

Scaricare LabView!

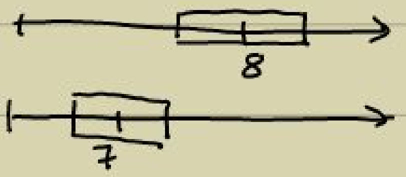
Perché misurare? Bisogna quantificare quanto é attendibile una certa misurazione; ad esempio una bilancia commerciale non deve avere un errore superiore ad una certa soglia, si ha una tolleranza.
La misurazione é solo un metodo per quantificare una grandezza, ce ne sono di più grossolani (ad esempio il confronto, la comparazione diretta); il vantaggio di misurare é quello di lavorare con i numeri, sostituisco la grandezza con un numero che la rappresenta.
Per misurare serve un campione, cioé una unitá di misura (ad es

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 166

sono la dimensione del campione, ma si tende a usare oggi delle definizioni (perché il campione degrada), come il campione del secondo (infatti l'oscillazione della radiazione dell'isotopo di cesio non cambia col tempo, è una costante fisica universale). Si avranno quindi dei campioni primari, cioè la copia del campione originale, che usiamo per misurare, ma saranno affetti già da imperfezione (cioè gli orologi atomici). Per misurare quindi usiamo un campione locale, che qualcuno ha tarato rispetto al campione primario (cioè ad esempio la conversione dei "fogli" di prima, in centimetri o millimetri).

- Ogni misurazione deve riportare il valore numerico, l'unità di misura e l'INCERTEZZA (quanto è buona la mia misura?)

- ERRORE, viene definito nel passato come scarto tra il valore misurato e il valore vero, ma questo ha molti problemi (non esiste un valore "vero", ad esempio se misuro il tavolo, esso avrà lunghezze diverse a causa delle imperfezioni dei bordi, c'è sempre un' incertezza di misurazione che non permette di definire un valore assoluto); quindi si preferisce il termine INCERTEZZA, che, poiché non si può quantificare l'errore assoluto, stabilisce il valore MASSIMO di errore. Noi comunque useremo il termine "errore" come scarto tra la misurazione e un valore preso come riferimento (possiamo tarare il nostro strumento su tale errore, avremo solo l'incertezza residua dovuta al fatto che usiamo un valore di riferimento) intersezioni siamo sicuri che stiamo misurando due cose disgiunte):



NO INTERSEZIONE!

- Le sorgenti di incertezza possono essere tante, causate dal campione, dal procedimento di misurazione, dal misurando, dall'operatore...

L'incertezza è un dato dello strumento di misurazione, ma posso allargare il valore di incertezza ad una mia misura?

$V_1 = 8{,}5\,V \pm 0{,}1\,V$ → contiene in teoria il valore vero

$V_1' = 8{,}5\,V \pm 0{,}5\,V$ → a maggior ragione contiene il valore vero!

se uno ha dei dubbi sui fattori di incertezza, può allargare la fascia per essere tranquillo; chiaramente la misura peggiora (più valori possibili), non posso aumentare l'incertezza indefinitamente, anche se le misure originarie è estesa se viene detto di misurare la lunghezza dove vogliamo, dobbiamo valutare l'incertezza che contenga ogni rugosità superficiale. Possiamo dire che la lunghezza del tavolo è la distanza tra le due rette, a meno di un'incertezza, ragionevolmente ± 1 mm. Ipotizziamo di fare la misurazione col metro, che da manuale (inc. strumentale) ha incertezza ± 1 mm. Il valore di lunghezza avrà incertezza totale da tutti i contributi!

$\ell = 1{,}984\ m \pm 3\ mm$

↳ incertezza intrinseca (2 lati del tavolo) + incertezza dello strumento

N. B. se avessimo misurato la lunghezza in un altro punto, trovando $\ell' = 1{,}986 \pm 1\ mm$ cioè con solo l'incertezza intrinseca, le misure non sono compatibili! Se invece aggiungiamo quella dello strumento, allora sono sempre compatibili! Cioè se si trascura una fonte di incertezza, misura

- FORMA RELATIVA $\varepsilon x = \frac{\delta x}{x_0} = 0{,}01 = 1\%$ se 0,1 / se 10

vale solo per grandezze intensive (valgono i rapporti), ha la caratteristica di essere esprimibile in percentuale. È sempre adimensionale, e si scrive poi $x = x_0 \pm 1\%$ se lo trasponiamo in termini assoluti.

- FORMA RIDOTTA $\varepsilon x = \frac{\delta x}{x_p}$ → portata dello strum

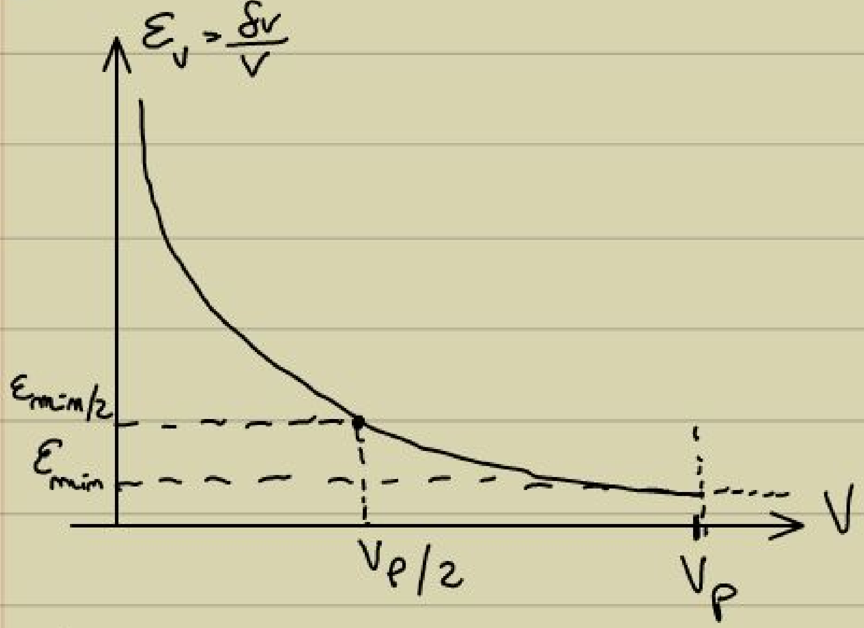
riferita a un valore nominale (portata dello strumento, cioè valore massimo misurabile).

- INDICE DI CLASSE, serve per strumenti meccanici, con un indice che si muove per indicare la misura; qui la fonte di incertezza dello strumento è l'ATTRITO dovuto al movimento angolare, costante e indipendente dalla misura.

- δV = COSTANTE
- V_p = PORTATA

l'incertezza è fornita come indice di classe:

a inizio scala, però ha effetto su quella RELATIVA, che ci interessa più di quella assoluta (perché quest'ultima non cambia in base alla quantità, è uguale a 10 V come a 10.000):



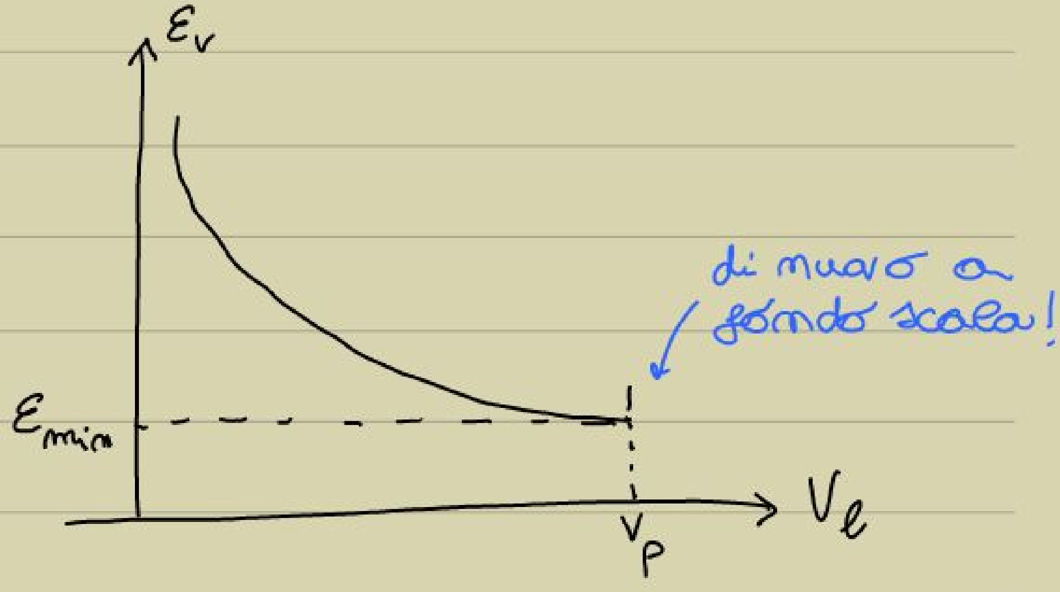
che è molto diversa a inizio scala o fondo scala! L'incertezza MINIMA è a fondo scala e dipende dalla portata dello strumento:

$$\varepsilon_{min} = \frac{\delta V}{V_p} = \frac{cl/100 \cdot V_p}{V_p} = \frac{cl}{100}$$

non è in percentuale! non possiamo avere $\varepsilon_{min} > 1\%$ se $cl = 1$

chiaramente se lo volessimo in un altro punto, al posto di V_p mettiamo la V di lavoro.

quindi ha sempre la forma:



con incertezza minima:

$$\varepsilon = \frac{\delta V}{V_e} = \frac{aV_e + bV_p}{V_e}$$

$$\varepsilon_{min} = \frac{aV_p + bV_p}{V_p} = a + b$$

sarà sempre pari alla somma dei due coefficienti!

In alcuni strumenti, a e b sono forniti in percentuale; inoltre dalle specifiche si vede che in base al tempo trascorso dopo la taratura, l'incertezza aumenta (va fatto ritarare).

la portata, si sposta la virgola, cioè visualizzo una decina in più!

- Altro esempio, misuro 3 V in portata che cambia come multipli di 10:

$V_p = 6V \longrightarrow 3{,}000$
$V_p = 60V \longrightarrow 03{,}00$
$V_p = 600V \longrightarrow 003{,}0$

la portata si vede dalla posizione della virgola

Qui l'incertezza è data nella forma:

$\% V_\ell + \text{count} \longrightarrow 7\% V_\ell + 2$

Quindi con $10 V_\ell$:

$$\delta V = \frac{0{,}7}{100} \cdot V_\ell + 2 \text{ counts} = \frac{0{,}7}{100} \cdot V_\ell + 0{,}01 \cdot 2 =$$

$$= \frac{0{,}7}{100} \cdot 10 + 0{,}001 \cdot 2 = 90 mV$$

- ESEMPIO, resistore

$R_n = 5{,}6 k\Omega \pm 5\%$ → fascia oro sul resist.

$R_m = 5{,}556 \ k\Omega$ (misurato)

sullo strumento useremo portata $R_p = 6k\Omega$, e dalle caratteristiche $\delta R = 0{,}9\% R_m + 1$ count

$$= \frac{0{,}9}{100} \cdot 5556 + 1 = 51{,}004 \ \Omega$$

• PROPAGAZIONE DI INCERTEZZA

Se dobbiamo combinare misure di una grandezza con quelle di grandezze diverse.

Pensiamo all'area di un rettangolo; misuriamo ℓ_1 e ℓ_2, e calcoliamo:

$$A = \ell_1 \cdot \ell_2 \quad , \quad \ell_1 = 2\,m \pm 1\,cm$$
$$\ell_2 = 1\,m \pm 1\,cm$$

$\to \delta\ell$

due approcci:

1) $A = 2\,m^2 \pm \ldots$

possiamo avere un'area minima e una massima, a seconda della somma o sottrazione delle incertezze sui lati;

$$A_{min} = (\ell_1 - \delta\ell)(\ell_2 - \delta\ell) = 1{,}99 \cdot 0{,}99 = 1{,}97\,m^2$$

$$A_{max} = 2{,}01 \cdot 1{,}01 = 2{,}0301\,m^2$$

quindi l'area vale:

$$A = \underbrace{2{,}0001}_{\text{VALORE CENTRALE (media)}}\,m^2 \pm 0{,}03\,m^2$$

l'incertezza cade sulle prime due cifre decimali, quindi:

$$A = 2{,}00\,m^2 \pm 0{,}03\,m^2$$

nel caso dell'area $\longrightarrow$, $\ell_{1,0} \pm \delta\ell$

$2m \pm 1cm$

$A_0 = \ell_{1,0} \cdot \ell_{2,0}$

$y_0 = f(\ell_{10}, \ell_{20}, \dots \ell_{N0})$

$$\boxed{\delta y = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right|_{\substack{x_1 = x_{10} \\ \vdots \\ x_N = x_{N0}}} \delta x_1 + \dots + \left|\frac{\partial y}{\partial x_N}\right|_{\substack{x_1 = x_{10} \\ \vdots \\ x_N = x_{N0}}} \delta x_N}$$

$\rightarrow$ coefficienti di sensibilità (dicono il peso dell'incertezza della singola grandezza, sull'uscita)

con l'area:

$$\left|\frac{\partial A}{\partial \ell_1}\right| = \ell_2 \Big|_{\substack{\ell_1 = \ell_{10} \\ \ell_2 = \ell_{20} = 1m}} = 1\,m$$

quindi l'incertezza sull'area:

$$\delta A = 1 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 0{,}01 = 0{,}03\ m^2$$

- Considerazioni $\longrightarrow$ la legge deve essere DERIVABILE nel punto
- È uno sviluppo di Taylor approssimato linearizzando, quindi è MENO esatto del primo metodo, ma solitamente è

scente), avremmo contributo negativo, ma a noi interessa il valore MASSIMO.

- Non sempre dobbiamo calcolare le derivate, ci sono dei casi noti che sono i più frequenti:

1) $y = x_1 + x_2$ SOMMA DI GRANDEZZE, di cui conosco valore e incertezza, si ottiene $\delta y = \delta x_1 + \delta x_2$

2) $y = x_1 - x_2$ DIFFERENZA, sempre uguale $\delta y = \delta x_1 + \delta x_2$

3) $y = x_1 \cdot x_2 \longrightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_{x1} + \varepsilon_{x2}$ (relative)

4) $y = x_1 / x_2 \longrightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x2}$

5) $y = x^n \longrightarrow \varepsilon_y = n \cdot \varepsilon_x$

6) $y = a + x \longrightarrow \delta y = \delta x$ (costante non ha incertezza assoluta)

$$\varepsilon_y = \frac{\delta x}{a+x}$$ (costante influisce sulla relativa)

esso misura $V_m = 0,1\,V \pm 1\%$.

$V_x = V_c + V_m = 10,1\,V$, con incertezza:

$V_m \to$ grande inc.

$V_c \to$ grande accuratezza

$\delta V_x = \delta V_c + \delta V_m = 100\,\mu V + 1\,mV = 1,1\,mV$

$$\varepsilon V_x = \frac{\delta V_x}{V_x} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{10} = 1,1 \cdot 10^{-4}$$

è quindi una misura per CONFRONTO, posso avere incertezze piccole su piccoli valori, invece di usare un voltmetro direttamente.

ESEMPIO $\to$ voglio creare una $R = 1472\,\Omega$, posso crearla come serie di resistenze

$R = 1\,k\Omega + 400\,\Omega + 70\,\Omega + 2\,\Omega$

anche se una ha grande incertezza, viene compensata da altri valori molto grandi.

ESEMPIO $\to$ peso del gatto per differenza:

$M_T = M_k + M_G \to$ massa gatto

$M_k \to$ massa Knofflitz

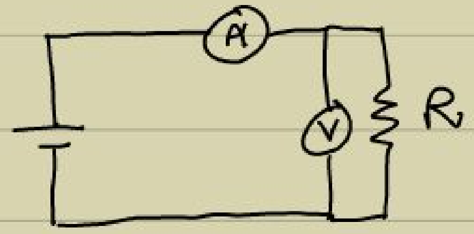
$M_T \to$ massa totale

$y = x_1 - x_2 \to M_G = M_T - M_k$

la bilancia dà una misura 070,1

ESEMPIO → metodo Volt-Amperometrico

misuro I, V



$R = \frac{V}{I} \rightarrow \varepsilon_R = \varepsilon_V + \varepsilon_I$

$P = RI^2 = V \cdot I = \frac{V^2}{R}$

Le misurazioni hanno la loro incertezza:

$V = 10V \pm 1\%$

$I = 1A \pm 1\%$ $\rightarrow R = 10\Omega \pm 2\%$

sulla potenza, usando la prima:

$\varepsilon_P = \varepsilon_R + 2\varepsilon_I = 2\% + 2\% = 4\%$

↳ della forma $y = x^n$

usando questa relazione l'errore è grande, perché abbiamo usato la propagazione su una grandezza che deriva dall'altra (R dipende da I!) → usando $V \cdot I$ otteniamo $\varepsilon_P = 2\%$, perché usiamo le misure DIRETTE!

$$= \frac{\delta\left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right)}{\frac{V_1}{V_2} - 1} + \varepsilon R_m =$$

↳ conosciamo la ASSOLUTA della differenza, quindi rigiro dalla relativa alla assoluta

$$= \frac{\delta\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + \delta(1)}{\frac{V_1}{V_2} - 1} + \varepsilon R_m =$$

$$= \frac{\varepsilon(V_1 + V_2) \cdot V_1/V_2}{\frac{V_1}{V_2} - 1} + \varepsilon R_m = (\varepsilon V_1 + \varepsilon V_2) \cdot \frac{V_1}{V_1 - V_2}$$

$$+ \varepsilon R_m$$

oppure applico la formula:

$$\delta R_x = \left|\frac{\partial R_{x1}}{\partial V_1}\right| \delta V_1 + \left|\frac{\partial R_{x1}}{\partial V_2}\right| \delta V_2 + \left|\frac{\partial R_{x1}}{\partial R_m}\right| \delta R_m$$

$$= \left|\frac{V_2}{(V_1 - V_2)^2}\right| \delta V_1 + \left|\frac{V_1 - V_2 - V_2(-1)}{(V_1 - V_2)^2}\right| \delta V_2 + \frac{V_2}{V_1 - V_2} \delta R_m =$$

$$= \frac{9{,}8}{0{,}2^2} \cdot 0{,}1 + \frac{10}{0{,}2^2} \cdot 0{,}098 + \frac{9{,}8}{0{,}2} \cdot 2$$

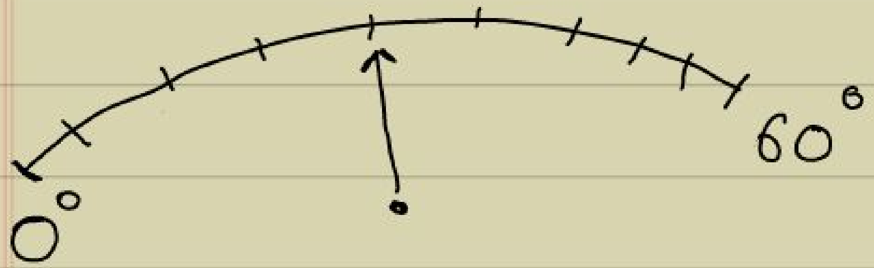
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 166

uguagliando le due coppie (quando la bobina si ferma) si ricava l'angolo finale dell'indice di misura:

$$\delta = \frac{BNS}{K} \cdot I \rightarrow I = \delta \cdot \frac{K}{BNS}$$

COSTANTE

l'angolo visto sul display è proporzionale alla corrente! Basta tarare quindi la scala sulla corrente:



ponendo che a 0° → 0 A, a fondo scala 60° → I_{max}, così la scala è tarata sugli Ampère invece che sui gradi! La corrente massima è la portata dello strumento, di solito piccola (mA e μA), e l'incertezza è caratterizzata dall'indice di classe. I dati tipici sono:

sulla scala ci sono 100 divisioni (100 tacche), ipotizziamo che l'indice sia a metà tra la divisione 50 (500 μA) e 51 (510 μA), come leggiamo? Le tacche sono spaziate di 10 μA, diciamo che sia a metà nella misurazione, quindi a 505 μA; dobbiamo associare un'incertezza di lettura, pari a mezza divisione $\rightarrow$ 505 $\mu A \pm 0{,}5$ div (cioè 5 μA di incertezza).

- L'incertezza strumentale sarà data da $\delta I^S = \frac{cl}{100} \cdot I_p = 5\,\mu A$, cioè dalla classe. ($cl \rightarrow 0{,}5$)

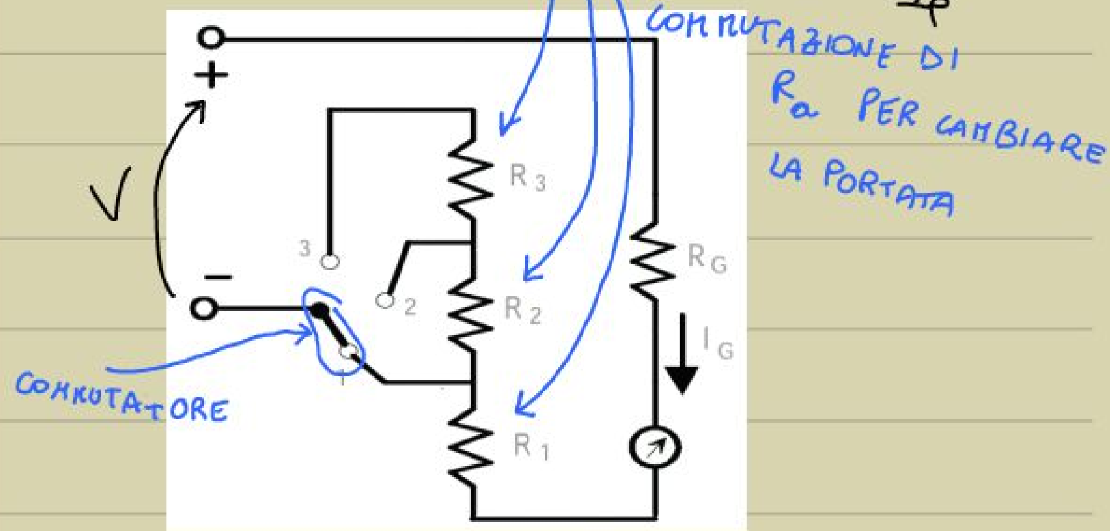
Incertezza complessiva è la somma delle due!

$\delta I = \delta I^L + \delta I^S = 10\,\mu A$

- VOLTMETRO

Invece della corrente misuriamo una tensione, al milliamperometro

il valore in Volt (da 0 a 100 V).
Come si cambia la portata dello strumento? Dipende da R_a.
La resistenza interna del voltmetro ottenuto sarà $R_v = R_a + R_{ma} = \frac{V_P}{I_P}$



La vorremmo molto grande (al limite ∞) → non è possibile, perché ci vorrebbero correnti molto piccole.
Il voltmetro inoltre ASSORBE tensione dal carico (CARICO STRUMENTALE), dando incertezza. Come si calcola l'incertezza complessiva? Dalla relazione:

$$V = I(R_a + R_{ma}) \rightarrow \varepsilon V = \varepsilon_I + \frac{\delta R_a + \delta R_{ma}}{R_a + R_{ma}}$$

dobbiamo conoscere l'incertezza sulle

relazione tipo legge di Ohm prima, perché noi stiamo usando un voltmetro, quindi la propagazione di incertezza va fatta su una legge del tipo V= ....

- La portata del voltmetro è definita come $V_p = I_p \cdot R_{ma}$ l'incertezza sarà quindi la somma delle due, quella su R_{ma} si può calcolare bene con incertezza piccola su un ohmetro;

c'è un problema! Il milliampero-metro lo modellizziamo con R_{ma}, ma esso è fatto da una bobina di rame, quindi un metallo con buona conducibilità → R_{ma} varia con la temperatura! Con una sensibilità di:

$$R_{ma} = R_{ma}^{0}(1 + \alpha(T - T_0))$$

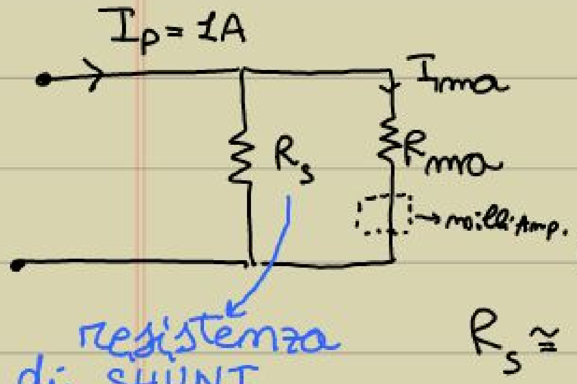
DIPENDENZA DALLA TEMPERATURA

↳ valore a T_0

con $\alpha = 0{,}4 \frac{\%}{C^\circ} = 4 \cdot 10^{-3}\ {}^\circ C^{-1}$

Mettiamo in parallelo una resistenza al milliamperometro! Si ottiene un partitore di corrente:

$$I_{ma} = I \cdot \frac{R_s}{R_s + R_{ma}} \quad , \; I_p^{ma} = 1\,mA$$



dalla relazione calcoliamo la R_s necessaria:

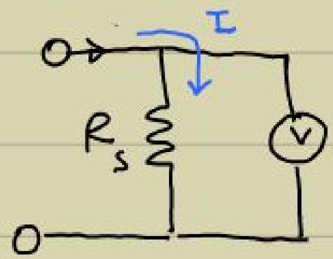
$$R_s \simeq \frac{I_{ma}}{I} \cdot R_{ma} \quad (I \gg I_{ma})$$

Voltmetro → resistenze in serie

Amperometro → resistenze (piccole) in //

Come si ottiene questa piccola resist-enza? E' quella di un filo circa, di piccolo spessore.

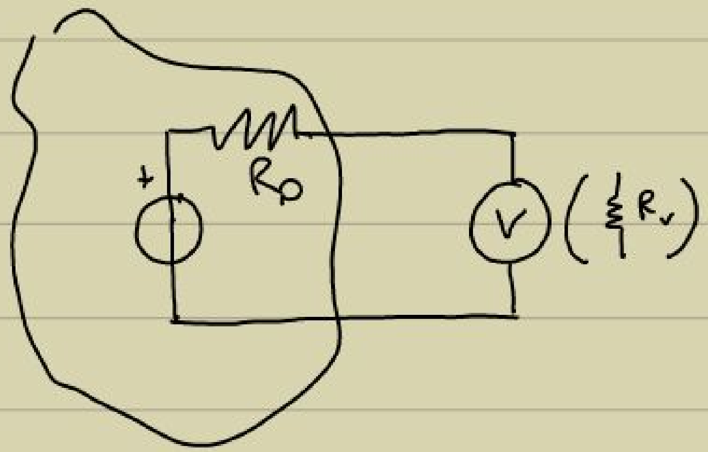
- Abbiamo di nuovo R_{ma} però! Come si può evitare? La struttura moderna è:



complessivamente aumentando la resistenza complessiva dell'amperometro. vogliamo quindi piccole portate del voltmetro!

- EFFETTO DEL CARICO STRUMENTALE

Sia voltmetri che Amperometri (anche le versioni meccaniche) vanno ad alterare la misurazione stessa; ad esempio il voltmetro vedrà il circuito, che possiamo rappresentare con l'equivalente Thevenin:



il voltmetro, come ogni sensore, misura la tensione che cade su di lui:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 166

in generale è trascurabile questo errore? Deve essere trascurabile rispetto all'incertezza (almeno un ordine di grandezza) → in questo caso dalla classe si vede che l'incertezza è almeno $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ quindi l'errore è trascurabile.

- Quanto valgono le incertezze?

$$\delta E_0^S = \frac{cl}{100} \cdot V_p = 50\,mV$$ INCERTEZZA STRUMENTALE

$$\delta E_0^L = \underbrace{\delta L}_{\text{un quarto di divisione}} \cdot K = \frac{1}{4} \cdot 0{,}1 = 25\,mV$$ INCERTEZZA LETTURA

poiché la lettura avviene sulle divisione, si ha 0,1 V/div (detto "K"), solitamente la si legge con un'incertezza del quarto di divisione.

Quindi l'incertezza totale è di 75 mV, appunto maggiore di un ordine rispetto all'errore

- Vediamo ora un altro caso, strumento digitale con $R_V = 1\,M\Omega$, calcoliamo il nuovo errore e la nuova inc:

Ci sarebbe ancora l'incertezza dovuta al RUMORE (causa oscillazione del valore misurato), per considerarla si vede a occhio a quale cifra si ha oscillazione (al mV ad esempio) e si somma all'incertezza totale.

2) → Correzione dell'errore.

Dalla misurazione V_m si ricava E_0:

$$E_0 = V_m \left(\frac{R_0 + R_V}{R_V} \right) = 9{,}000450$$

l'incertezza invece si corregge PROPAGANDO:

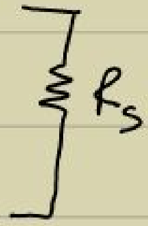
$$\delta E = \varepsilon V_m + (\varepsilon R_0 + \varepsilon R_V) \frac{R_0}{R_0 + R_V}$$

l'incertezza ha due termini, il primo sullo strumento, il secondo è l'incertezza della correzione (residua dalla correzione), aumenta all'aumentare della correzione.

$$\frac{E_{VR}}{V_R} = \frac{V_m - V_R}{V_R} = \frac{R_A \cdot I_R}{V_R} = \frac{R_A}{R} = \mathcal{E}_{CA}$$

Perché misuriamo la resistenza? Può essere utile per un sensore che ha resistenza variabile con la temperatura:

$R_s = R_0(1 + \alpha \Delta T)$, con R_s resistenza sensore



in caso più generale usiamo il circuito precedente dalla legge di Ohm, dove mettiamo corrente e tensione misurata dagli strumenti. Tuttavia come detto, il voltmetro misura una tensione sbagliata, V_m, vista prima. L'errore $\mathcal{E}_{CA}$ ottenuto è in termini relativi, ed è dovuto al consumo dell'Amperometro!

Come si corregge questo errore?

$V_R = V_m - R_a \cdot I_R$

la resistenza che andremo a misurare

è un errore enorme, dobbiamo modificare la misura con la correzione:

$$R = \frac{V_m}{I_m} - R_a$$

come valutiamo l'incertezza?

$$\varepsilon_R = \frac{\delta R}{R} = \left(\varepsilon_{V_m} + \varepsilon_{I_m}\right)\frac{R}{R_m} + \frac{\delta R_a}{R}$$

→ correzione
→ incertezza strumentale

quindi c'è un termine dovuto all'inc. degli strumenti, e uno dovuto alla correzione

$\delta R = 25\,\Omega$ è comunque un errore grande, non va bene! Meglio usare il modello del voltmetro a valle!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 166

è molto più grande di quella dell'Ampero-
-metro (ordine dei MΩ), la resistenza
nominale è sempre 100Ω come prima,
quindi:

$$\varepsilon_{cv} = \frac{100}{10 \cdot 10^6} = 10^{-5}$$

l'errore sulla resistenza è molto più
piccolo! In termini di incertezza, sappiamo
che quella relativa vale:

$$\varepsilon_R = \varepsilon_{V_m} + \varepsilon_{I_m} \underset{\text{solo}}{\simeq} \text{trascurabile!}$$

poiché dipende solo da due incertezze strumentali)
come avremmo corretto l'errore se non fosse
stato trascurabile?

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_R}{I_R + \frac{V_R}{R_V}} \rightarrow I_R = I_m - \frac{V_R}{R_V}$$

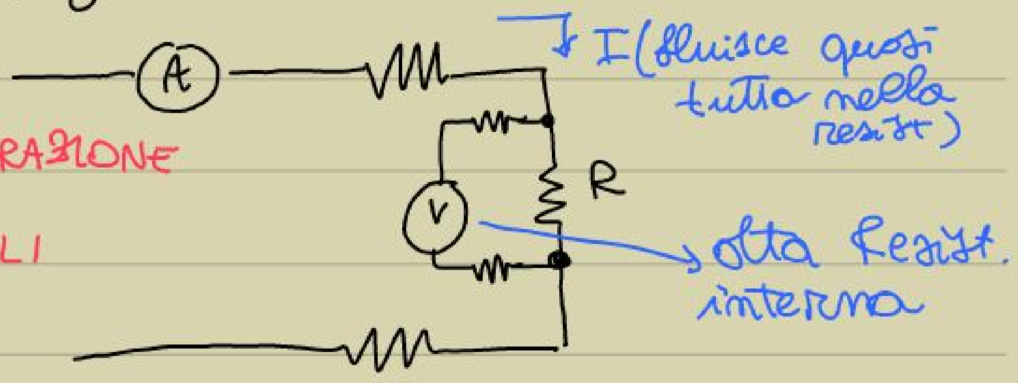
$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_m}{I_m - \frac{V_m}{R_V}}$$

correggendo l'errore bisogna propagare
l'incertezza su tutti i termini coinvolti.

- Scelta dell'inserzione, mettiamo voltmetro

Amperometro elettromeccanico (ha errore maggiore).
Come trattiamo il problema dei contatti, che sono piccole generalmente? Di solito usiamo volt. a valle per misurare una R piccola (altrimenti i cavi e contatti non avrebbero effetto su R, se fosse grande). Per ovviare a ciò in questo caso, colleghiamo il voltmetro direttamente alla R, per evitare i fili "lunghi":

CONFIGURAZIONE A 4 FILI



è una situazione migliore perché così va poca corrente nel voltmetro → poca caduta di tensione sulle R_c dei cavi al voltmetro.

cioè in termini relativi $\varepsilon V_m^S = \frac{16,5 \cdot 10^{-6}}{0,240} =$

$= 70$ ppm

Questa è la componente di incertezza relativa allo STRUMENTO!

Dai dati di laboratorio, $V_m = 0,23893\,V$, $I_m = 0,4\,mA$, con incertezza di lettura sull'amperometro oltre che strumentale!

$\delta I^S = \frac{cl}{100} \cdot I_p = 10\,\mu A$ (viene fornita la classe e non la formula binomia)

$\delta I^L = 2,5\,\mu A$ (un quarto di divisione).

$\delta I = \delta I^L + \delta I^S = 12,5\,\mu A$

$\delta V = \delta V^L + \delta V^S = 47\,\mu V$

↳ dalla binomia di prima

↳ da quale cifra balla sul display

L'errore dovuto al carico invece è:

$R_m = \frac{V_m}{I_m} = R_0 + R_a = \frac{V_R + I_R \cdot R_a}{I_R} = \frac{V_R}{I_R} + R_a =$

$= R_0 + R_a \rightarrow \varepsilon_{CA} = \frac{R_a}{R_0} = 500\%$

se l'errore non è trascurabile, la

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 166

$R_0 = \frac{V_m}{I_m} + (\dots)$ → correzione dell'errore, non è necessaria se l'errore è trascurabile!

$$R_0 = \frac{\overbrace{39,3903\,mV}^{\text{misurata}}}{\underbrace{0,4}_{\text{uguale a prima}}} = 98,47\,\Omega$$

l'incertezza invece si calcola come:

$$\varepsilon R_0 = \underbrace{\varepsilon V_m + \varepsilon I_m}_{\text{solo contributo strumentale}} \cong \varepsilon I_m = 2,1\,\Omega$$

solo contributo strumentale perché non applichiamo la correzione! Inoltre εV_m è trascurabile

Dobbiamo ancora aggiungere δR_{cc} che su questa misura non è trascurabile, e volendo anche ΔT!

- Caso a 4 terminali

ottenimento le stesse componenti di incertezza, togliendo l'effetto della R_{cc}!

ma con picchi decrescenti, e fase diversa → si comporta da passa-basso! Quindi sul voltmetro vedremo oscillazioni sempre più piccole, fino ad annullarsi, in base alla freq. della tensione in ingresso; in continua va tutto bene, a basse frequenze ancora l'indice segue le variazioni della sinusoidi, ad alta frequenza l'indice non riesce più a seguire le oscillazioni. La frequenza di taglio (posizione del polo) per gli strumenti elet-tromeccanici è inferiore all'Hertz! Quindi immaginando di prelevare la tensione di rete, i 50 Hz sono attenuati dalla funzione di trasferimento di -40 dB, quindi 1/100 dell'ingresso (lettura quasi impercettibile).

- Come si possono misurare le

$$P_{AC} = \frac{v^2(t)}{R}$$ → POT. ISTANTANEA

a noi interessa la MEDIA (da fare pagare) → integrazione su un periodo T.

$$P_A = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v^2(t)}{R}\,dt = \frac{V_{eff}^2}{R}$$

infatti $\boxed{V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}}$ detto anche RMS

quindi i voltmetri in alternata misurano il VALORE EFFICACE dei segnali in ingresso!

- Ad esempio calcoliamo valor medio e valore efficace per la sinusoide:

valor medio = 0, infatti è

$V_{DC} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt = 0$, oppure si guarda

l'area della forma d'onda, per il seno sarà zero perché le aree positive sono uguali alle negative.

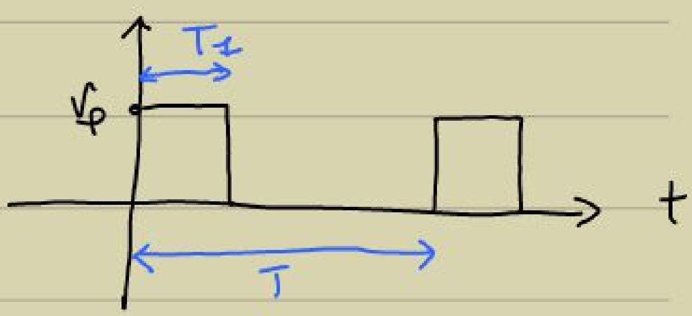
$$V_{eff} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$$

$$V_{DC} = V_m = \frac{T_1 \cdot V_p + (T - T_1)(-V_p)}{T} = (2DC - 1)V_p$$

è sempre la somma degli integrali, ma il segno negativo qui ha un peso! Per calcolare il valore efficace disegnando V^2 si vede che vale V_p, infatti dalla formula:

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{T_1 \cdot V_p^2}{T}} = \sqrt{DC} \cdot V_p$$

- Gradino:

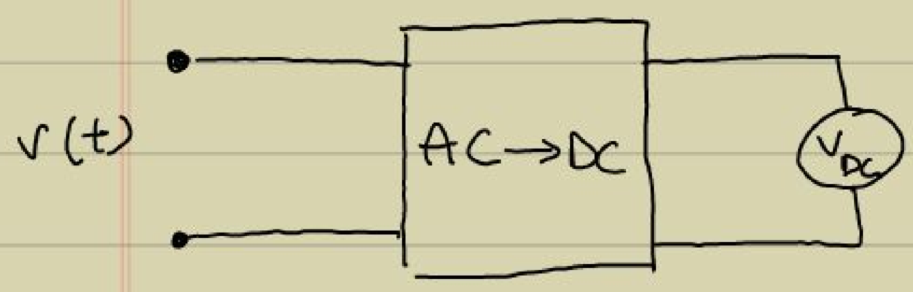


$$V_m = \frac{T_1}{T} \cdot V_p$$

si hanno impulsi di questo tipo per sensori di velocità angolare, valore medio.

- STRUTTURA DEI VOLTMETRI AC

Sono di molti tipi, l'idea base è prendere il voltmetro per continua e mettere un convertitore AC→DC:



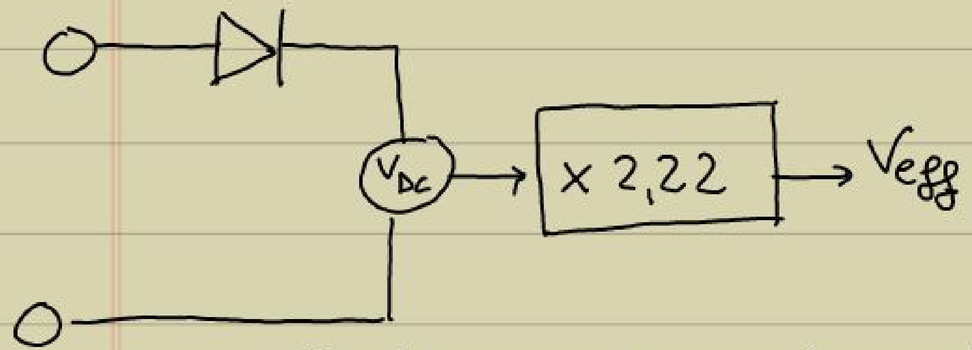
genera un segnale con componente CONTINUA proporzionale all'alternata!

1) Voltmetri solo per regime sinusoidale, cioè la lettura dipende dalla forma d'onda. Possono suddividersi a loro volta in vari esemplari:

- → a valor medio convenz. /
  - → a singola semionda
  - → a doppia semionda
- → a valore di picco

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 166

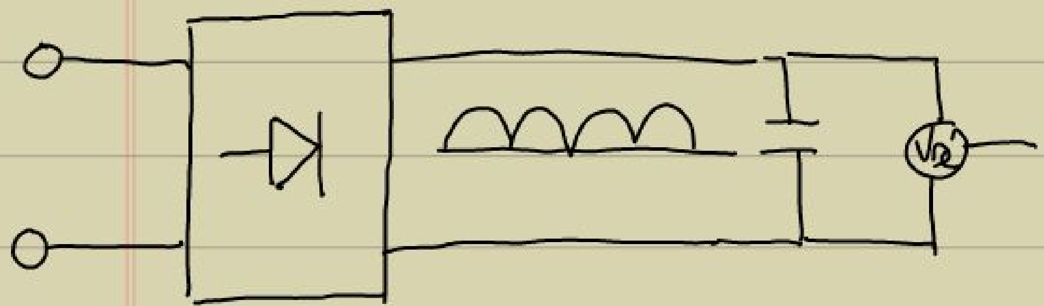
dal voltmetro; ma noi interessa il valore efficace, quindi questa operazione verrà effettuata da un ulteriore blocco:



infatti $V_m^{SS} = \frac{V_P}{\pi} \rightarrow V_{eff} = \frac{V_P}{\sqrt{2}} = V_m \cdot \frac{\pi}{\sqrt{2}} = V_m^{SS} \cdot 2{,}22$

il V_m^{SS} viene misurato dal voltmetro e moltiplicato per una costante.

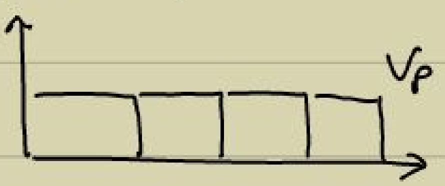
- voltmetro con raddrizzatore a doppia semionda → ponte di diodi, usato per calcolare il valore assoluto:



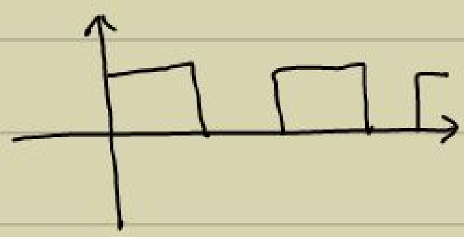
il valor medio del segnale raddrizzato a doppia semionda è DOPPIO rispetto alla singola semionda, $V_m^{DS} = \frac{2}{\pi} \cdot V_P$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 166

Ipotizziamo $V_p = 10\,V$, dal ponte esce un segnale →



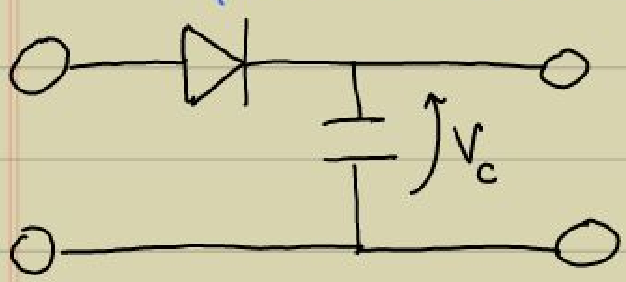
cioè il valor medio è il valore di picco, $V_m^{DS} = V_p$, la lettura sarà questo valore per 1,11 → $V_\ell = V_p \cdot 1{,}11$ che non è il valore efficace, perché il segnale non è sinusoidale! Se fosse stato a singola semionda avremmo avuto un segnale:



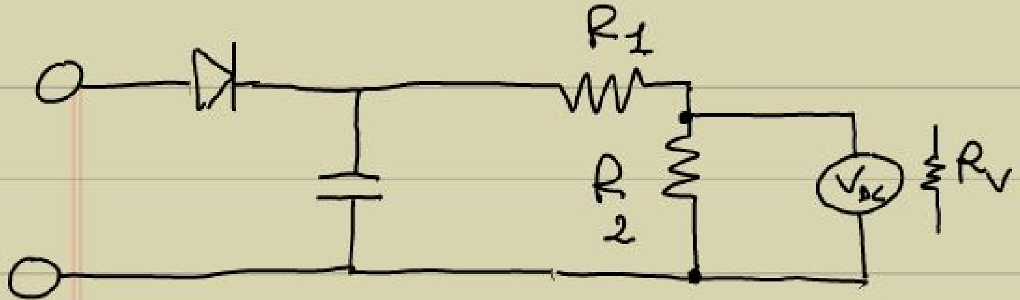
$$V_m^{DS} = \frac{V_p}{2} \rightarrow V_\ell = \frac{V_p}{2} \cdot 2{,}22 = 11{,}1\,V$$

- Sensibile al picco del segnale.

→ diodo ideale, fa da interruttore



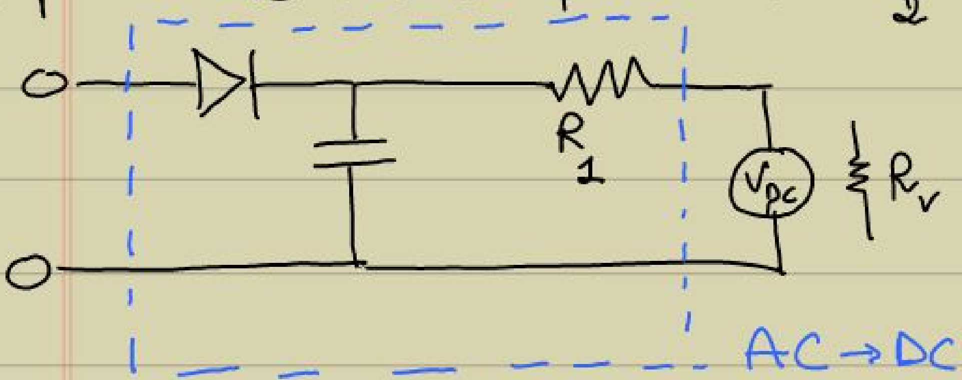
Cosa succede al segnale?



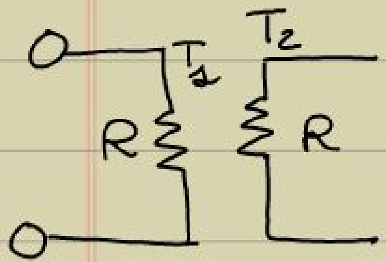
Per fare la RIDUZIONE di $\frac{1}{\sqrt{2}}$ basta usare un partitore, ponendo che su R_2 cada $\frac{1}{\sqrt{2}}$ volte la tensione di picco sul condensatore. C'è anche il problema della resistenza del voltmetro!

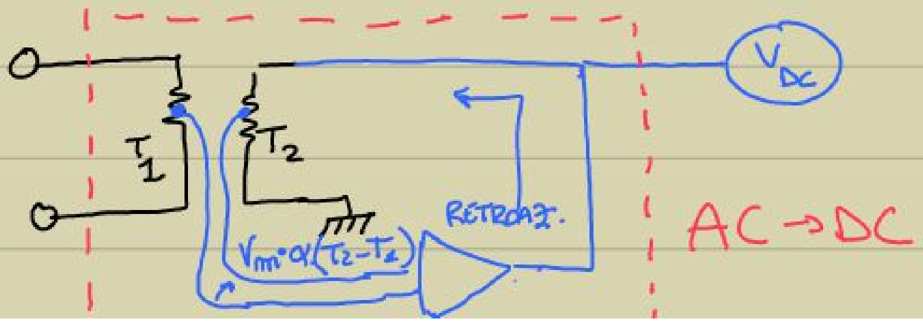
$$\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$ condizione di partizione

per risolvere la R_V, la mettiamo semplicemente al posto di R_2:

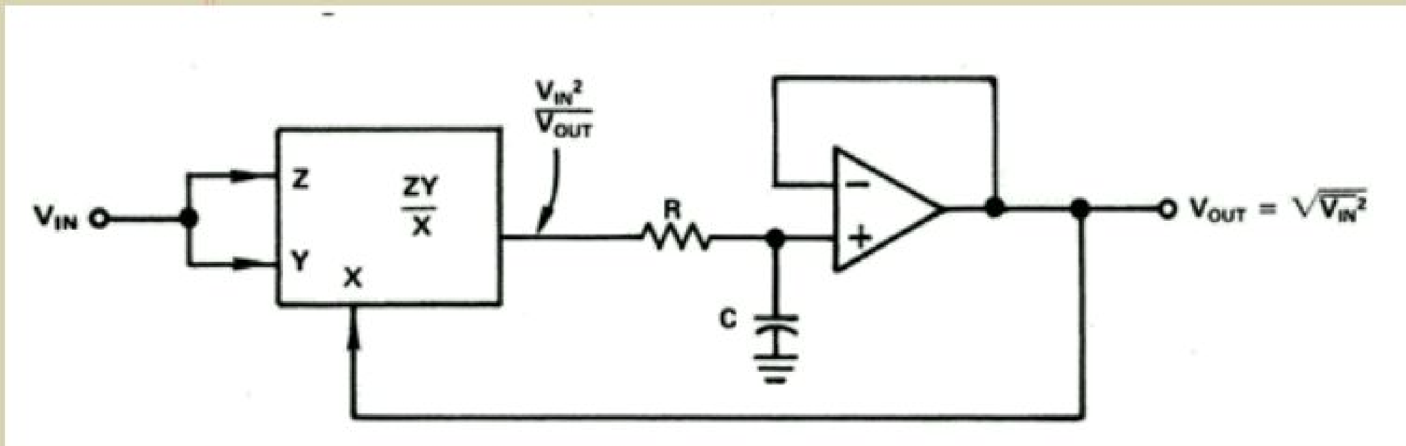


R_V è o $10 M\Omega$ o $> 10 G\Omega$, ci sono due stati di impedenza, una precisa e una a alta impedenza (non ben nota!), questo perché potenza, posso calcolare quest'ultima e risalire alla tensione. Questo metodo però non si usa, si applica il CONFRONTO, alimento due resistori uno in continua e uno in alternata, e con una termocoppia aumentiamo la continua fino ad avere la stessa temperatura (misurata dalla termocoppia); il sensore di temperatura corregge la tensione (RETROAZIONE) fino ad avere tensione nulla tra i terminali → stessa temperatura. La tensione che permette di avere la stessa temperatura viene misurata da un voltmetro in continua, ed è il valore efficace!





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 166

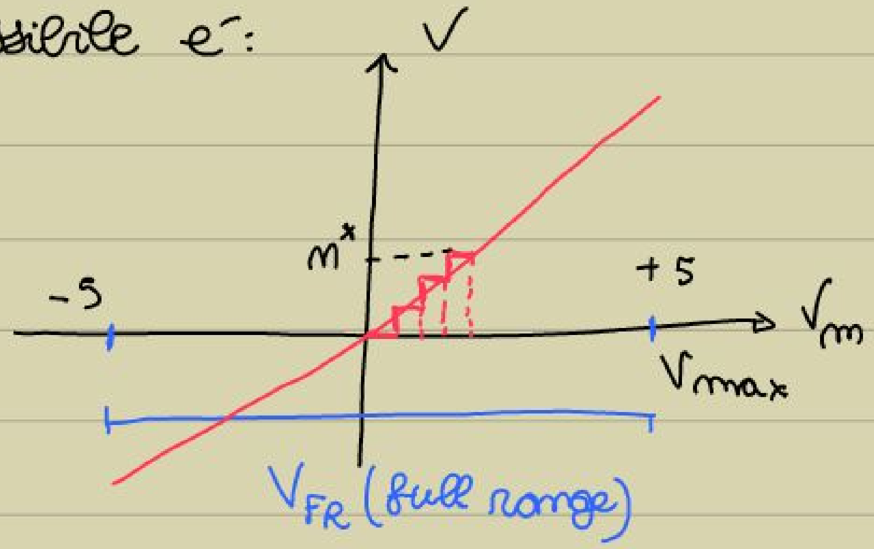


- Digitale, si campiona il segnale di cui vogliamo calcolare il valore efficace, e si esegue l'integrale per il valore efficace come sommatoria:

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v^2(i)}$$

l'approssimazione è tanto più buona tanti più sono i punti → rispettando però il limite della frequenza di campionamento, che deve essere perciò molto elevata.

misurare tensioni continue o lenta-
-mente variabili. La tensione in ingresso
ammissibile è:



Un altro importante parametro è la
risoluzione in bit, numero intero. La
caratteristica è a gradini!

$V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_b}}$, ogni passo è ampio V_q

↳ tensione di quantizzazione

Se so n^*, posso calcolare la tensione in
ingresso $V_{in}^* = V_q \cdot n^* = 250\,mV$ (supposto valori a caso)

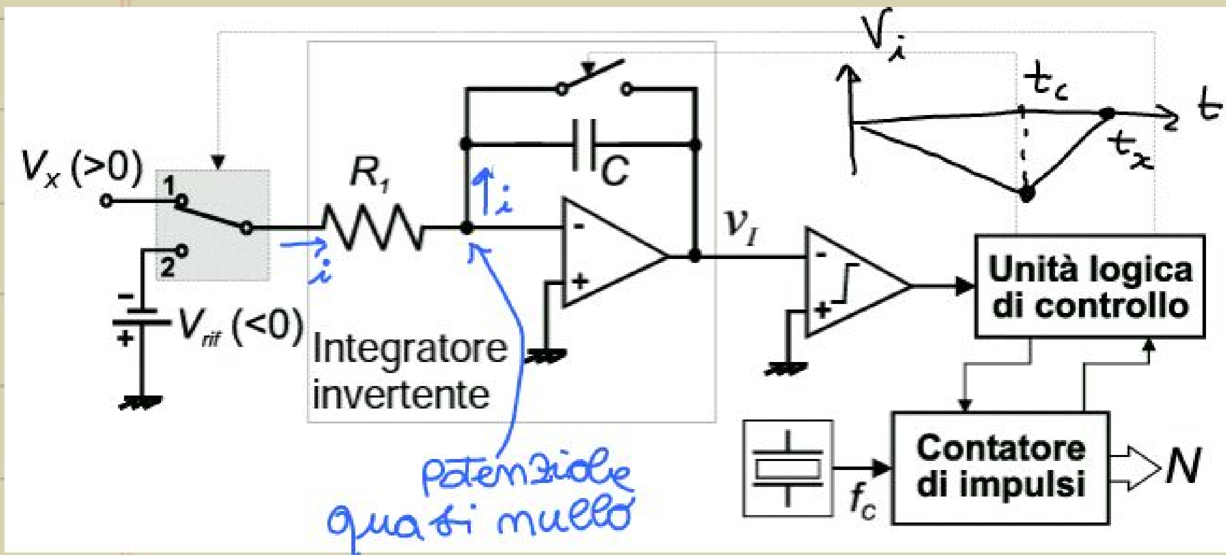
c'è un'incertezza dovuta all'approssimazione!

$V_m^* = V_q \cdot n^* \pm \frac{V_q}{2} = 250\,mV \pm 5\,mV$

più bit ci sono → minore è l'incertezza.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 166

sull'intervallo di tempo.
Come si fa il valor medio sull'inter-
-vallo di tempo? Per via analogica
come visto prima, col circuito inte-
-gratore:



il condensatore accumula cariche
e tensione fino alla carica; avviene
l'integrazione in questo tempo noto
t_c (progettista) dell'ingresso, dopodiché
avviene la commutazione con la
tensione di riferimento, il condens.
si SCARICA perché la corrente va nel
riferimento → la tensione scende
a zero, ce ne accorgiamo con un

In conclusione vogliamo avere risoluzione elevata (6 cifre), serve un elevato tempo di integrazione!

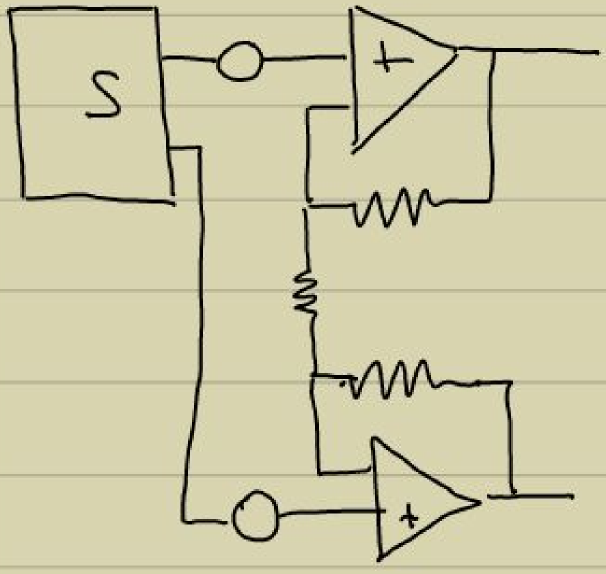
Integration Time	Resolution
0.02 NPLC	0.0001 x Full-Scale
0.2 NPLC	0.00001 x Full-Scale
1 NPLC	0.000003 x Full-Scale
10 NPLC	0.000001 x Full-Scale
100 NPLC	0.0000003 x Full-Scale

Digits	NPLCs	Integration Time 60 Hz (50 Hz)	NMR
4½ Fast	0.02	400 µs (400 µs)	–
4½ Slow	1	16.7 ms (20 ms)	60 dB
5½ Fast	0.2	3 ms (3 ms)	–
5½ Slow	10	167 ms (200 ms)	60 dB
6½ Fast	10	167 ms (200 ms)	60 dB
6½ Slow	100	1.67 sec (2 sec)	60 dB

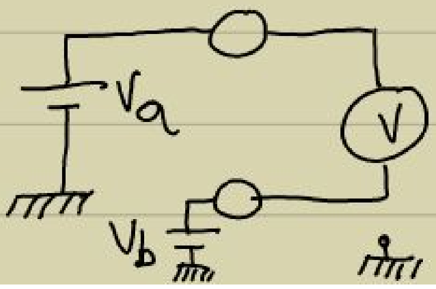
Il tempo di integrazione non si imposta direttamente, ma come MULTIPLO di 20 ms (si dà per scontato il disturbo di rete), detto T_{PLC}.
power line current

All'aumentare del tempo migliora il filtraggio del disturbo di rete.

- Se ho un multimetro di 8 bit di risoluzione, unipolare e con $V_{FR} = 10\ V$, misura tensioni da 0 che il multimetro sia ad ALTA IMPEDENZA verso massa, per non avere flussi di corrente non voluti. Ad esempio l'amplificatore per strumentazione:

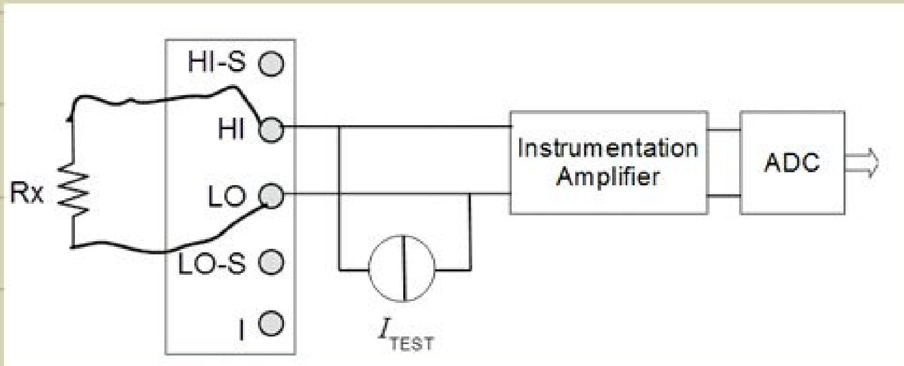


cioè il sensore è collegato ai morsetti non invertenti degli operazionali; viene prelevata solo la tensione differenziale. È ad ALTA IMPEDENZA sia rispetto agli ingressi, sia rispetto a massa:

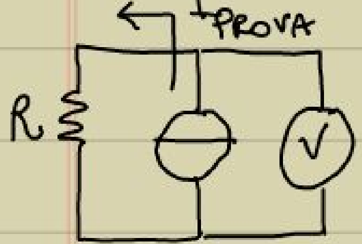


comune ha un guadagno così piccolo (reiezione) da avere una lettura quasi puramente differen-ziale.

- Multimetro usato come ohmmetro, come viene misurata la resistenza? usa il metodo volt-amperometrico, somministra una corrente :



il problema è che la corrente deve essere precisa, quindi il generatore avrà una sua incertezza :



$$\Rightarrow V_m \longrightarrow R_r = \frac{V_m}{I_{PROVA}}$$

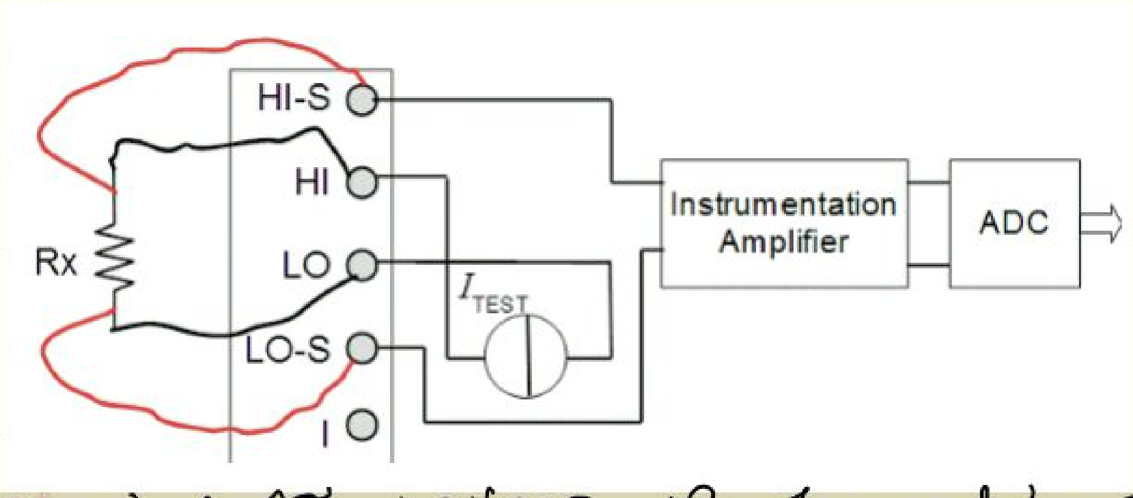
$$\varepsilon R = \varepsilon V_m + \varepsilon I_{PROVA}$$

se l'incertezza sulla corrente

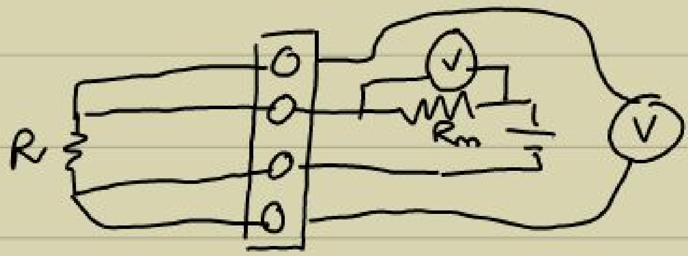
è dato da $\varepsilon_{cv} = \frac{R}{R_v}$, quindi otteniamo:

$$\frac{V_R}{R} = \frac{V_m}{R_m} \rightarrow R = \frac{V_R}{V_m} \cdot R_m$$ misurazione per confronto

l'incertezza è $\boxed{\varepsilon_R = \varepsilon_{V_R} + \varepsilon V_m + \varepsilon R_m}$
che dipende non dall'incertezza sulla corrente generata, ma sulla resistenza di precisione, facile da ottenere!
Problema dei cavi e dei contatti:
vediamo la misurazione con 4 terminali:



primo caso, invece il secondo è:



87

se vogliamo anche la componente continua, si fa $V_{eff} = \sqrt{V_{eff}^{AC\,2} + V_m^2}$

dove V_m si misura usando la modalità per la continua.

Quali sono le grandezze di influenza? La temperatura è già garantita dal costruttore entro un certo campo, il tempo invece si valuta aumentandola dopo un certo periodo.

La FREQUENZA viene considerata nelle specifiche:

→ coeff. della formula binomia

Function	Range [3] (PORTATA)	Frequency	24 Hour [2] 23°C ± 1°C	90 Day 23°C ± 5°C	1 Year 23°C ± 5°C	Temperature Coefficient/°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
True RMS AC Voltage [4]	100.0000 mV	3 Hz – 5 Hz	1.00 + 0.03	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.004
		5 Hz – 10 Hz	0.35 + 0.03	0.35 + 0.04	0.35 + 0.04	0.035 + 0.004
		10 Hz – 20 kHz	0.04 + 0.03	0.05 + 0.04	0.06 + 0.04	0.005 + 0.004
		20 kHz – 50 kHz	0.10 + 0.05	0.11 + 0.05	0.12 + 0.05	0.011 + 0.005
		50 kHz – 100 kHz	0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008
		100 kHz – 300 kHz [6]	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02
	1.000000 V to 750.000 V	3 Hz – 5 Hz	1.00 + 0.02	1.00 + 0.03	1.00 + 0.03	0.100 + 0.003
		5 Hz – 10 Hz	0.35 + 0.02	0.35 + 0.03	0.35 + 0.03	0.035 + 0.003
		10 Hz – 20 kHz	0.04 + 0.02	0.05 + 0.03	0.06 + 0.03	0.005 + 0.003
		20 kHz – 50 kHz	0.10 + 0.04	0.11 + 0.05	0.12 + 0.05	0.011 + 0.005
		50 kHz – 100 kHz [5]	0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008
		100 kHz – 300 kHz [6]	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02

Conditions:
- Sinewave input.

Additional Low Frequency Errors (% of reading)

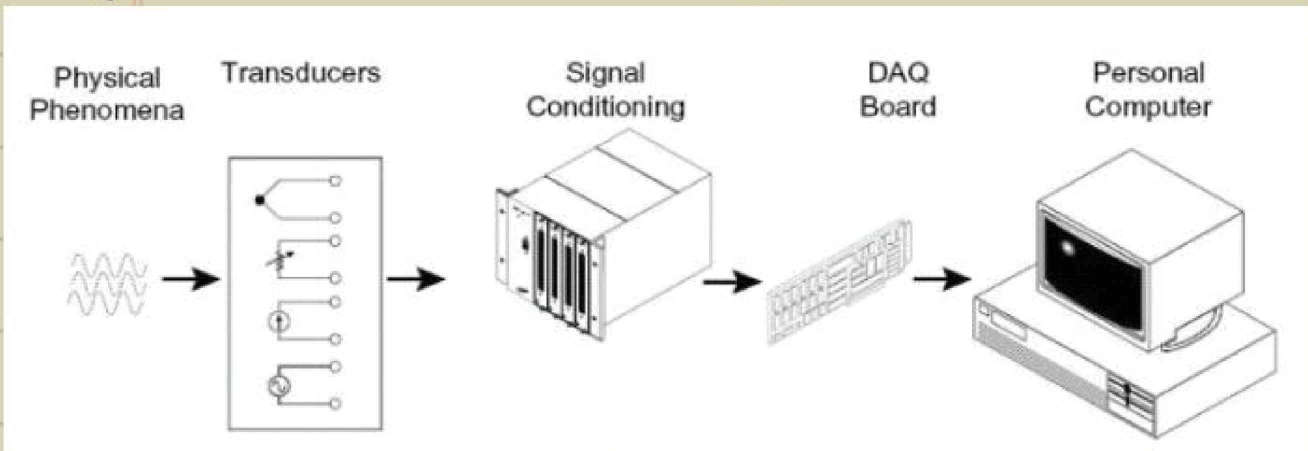
Frequency	Slow	AC Filter Medium	Fast
10 Hz – 20 Hz	0	0.74	—
20 Hz – 40 Hz	0	0.22	—
40 Hz – 100 Hz	0	0.06	0.73
100 Hz – 200 Hz	0	0.01	0.22
200 Hz – 1 kHz	0	0	0.18
> 1 kHz	0	0	0

Additional Crest Factor Errors (non-sinewave) [7]

Crest Factor	Error (% of reading)
1 – 2	0.05%
2 – 3	0.15%
3 – 4	0.30%
4 – 5	0.40%

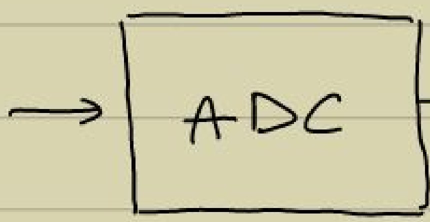
Schede di acquisizione

Sono strumenti progettati per essere periferiche, devono essere accoppiati ad un pc; sono dotati di BUS per interfacciare i dati col calcolatore. Richiede uno specifico software per l'acquisizione, con un suo ambiente di sviluppo. Un tipico sistema di acquisizione è il seguente:



generalmente DAQ sono general purpose, non sono specializzate per un particolare utilizzo, e sono dotate di un certo numero di canali di ingresso, diverse portate e frequenze di campionamento.

la struttura analogica di ingresso prevede l'acquisizione mediante singolo o multi-canale. L'acquisizione può essere a singolo campione su richiesta, a sequenza di campioni su richiesta o acquisizione CONTINUA; la più usata è la sequenza, che avviene ad una certa frequenza di acquisizione:



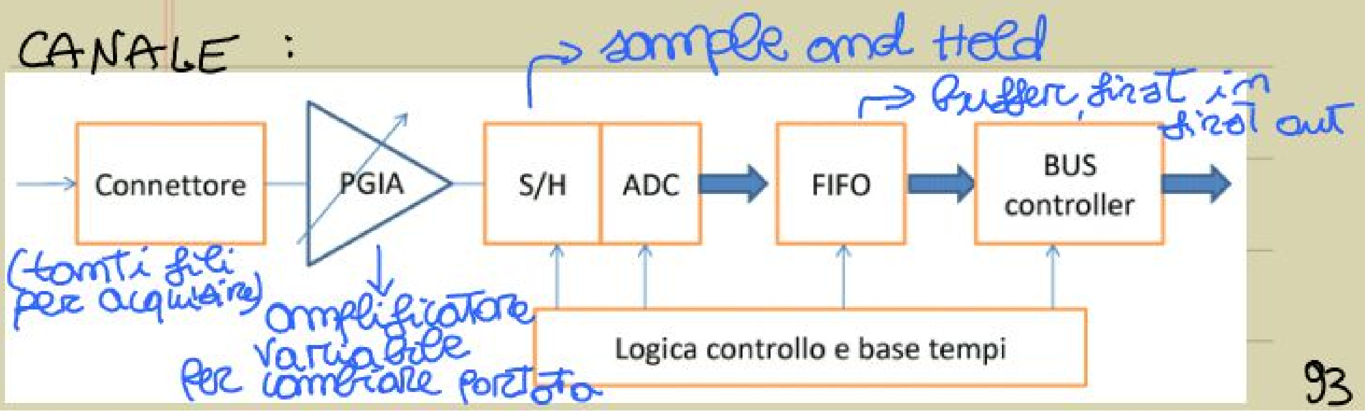
$f_c = 1\ kHz \rightarrow t_c = 1\ ms$

$N = 1000$ campioni da acquisire

$T_a = N \cdot t_c = \frac{N}{f_c} = 1\ s$

il software dà l'input di acquisizione, dopo la sequenza impostata viene restituito un vettore contenente i campioni.

- Vediamo la struttura a SINGOLO CANALE:

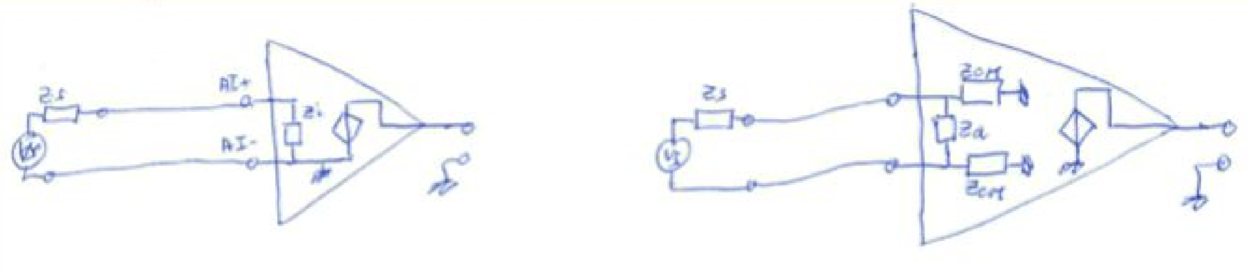


risoluzione

Range Configuration	Gain	Actual Input Range	Precision[1]
0 to +10 V	1.0	0 to +10 V	2.44 mV
	2.0	0 to +5 V	1.22 mV
	5.0	0 to +2 V	488.28 µV
	10.0	0 to +1 V	244.14 µV
	20.0	0 to +500 mV	122.07 µV
	50.0	0 to +200 mV	48.83 µV
	100.0	0 to +100 mV	24.41 µV
–5 to +5 V	0.5	–10 to +10 V	4.88 mV
	1.0	–5 to +5 V	2.44 mV
	2.0	–2.5 to +2.5 V	1.22 mV
	5.0	–1 to +1 V	488.28 µV
	10.0	–500 to +500 mV	244.14 µV
	20.0	–250 to +250 mV	122.07 µV
	50.0	–100 to +100 mV	48.83 µV
	100.0	–50 to +50 mV	24.41 µV

[1] The value of 1 LSB of the 12-bit ADC; that is, the voltage increment corresponding to a change of one count in the ADC 12-bit count.

l'amplificatore come detto è da strumentazione, ha elevata impedenza di ingresso per modo differenziale e comune:



Amplificatore riferito (single ended) | Amplificatore da strumentazione

entrambi gli ingressi non sono riferiti direttamente a massa!

3) CONVERTITORE, ha sempre un S&H!

La f_c può essere definita dall'utente, tra circa 0 Hz ed un valore massimo (valido per un solo canale),