appunti
www.centroappunti.it
Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 1637A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Robertazzi

MATERIA: Fondamenti di Ingegneria Nucleare + Esercizi. Prof.Ravetto_Panella

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 164

RAVETTO 6/03/2018

L'ENERGIA NUCLEARE È CONNESSA AI FENOMENI CHE HANNO LUOGO NEL NUCLEO DELLA MATERIA (NUCLEARI). CI OCCUPIAMO DI FENOMENI PRINCIPALMENTE INTERNI AL NUCLEO STESSO, NON ALL'ATOMO COMPLETO.

GLI EVENTI CHE MODIFICANO IL NUCLEO DI UN ATOMO SONO DETTE REAZIONI NUCLEARI.

- REAZIONI NUCLEARI SPONTANEE:

FENOMENI RADIOATTIVI:

È UN FENOMENO CHE HA ORIGINE ALL'INTERNO DEL NUCLEO. TALE SCOPERTA HA RIVOLUZIONATO LO STUDIO DELLA MATERIA. LA DESCRIZIONE DELLA RADIOATTIVITÀ HA RICHIESTO STRUMENTI NON NOTI ALL'EPOCA: PROBABILITÀ E STATISTICA. ~~...~~ LA LEGGE FISICA ERA CERTA, DAVA UNIVOCI RISULTATI, I FENOMENI NON ERANO SPIEGABILI CON LEGGI FISICHE.

COSA ACCADE?

SUPPONIAMO DI AVERE UN GRUPPO DI N NUCLEI; SE SONO RADIOATTIVI, IL NUMERO DEI NUCLEI DIMINUISCE, SENZA CHE NESSUNO LI MODIFICHI DALL'ESTERNO. ALLORA NOI STUDIAMO QUAL È LA PROBABILITÀ CHE UN NUCLEO CAMBI LA SUA NATURA NEL TEMPO.

SE MOLTIPLICHIAMO LA PROBABILITÀ PER IL NUMERO DI TENTATIVI OTTENGO UN RANGE NEL QUALE AVVIENE L'AVVENIMENTO.

BECQUEREL STUDIÒ LA RADIOATTIVITÀ, ARRIVANDO ALLA CONCLUSIONE CHE LA PROBABILITÀ, PER UNITÀ DI TEMPO, CHE UN NUCLEO DECADA, È COSTANTE. IL NUCLEO HA SEMPRE LA STESSA PROBABILITÀ DI DECADERE.

TALE PROBABILITÀ È INDICATA CON LA LETTERA λ. ~~LA PROB~~ L'UNITÀ DI MISURA DELLA PROBABILITÀ PER UNITÀ DI TEMPO SARÀ L'INVERSO DI UN TEMPO (PROBABILITÀ ADIMENSIONATA) $\rightarrow \lambda\ [s^{-1}]$

λdt: PROBABILITÀ CHE IL NUCLEO DECADA IN UN dt MOLTO PICCOLO.

POSSIAMO SCRIVERE ~~ALLO~~ ALLORA UN'EQUAZIONE DI BILANCIO AL TEMPO t.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 164

PER RISOLVERE L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE HO BISOGNO DI IMPORRE UNA CONDIZIONE AL CONTORNO IN MODO DA CONOSCERE LA CONFIGURAZIONE DEL SISTEMA IN UN DATO t.

$N(t=0) = N_0$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda\, dt$$

UNA SOLUZIONE GENERICA È: $N(t) = C e^{-\lambda t}$

SE ORA IMPONGO LA CONDIZIONE AL CONTORNO: OTTENGO $N_0 = C$

QUINDI LA SOLUZIONE SPECIFICA È $\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$

RAVETTO 11/03/2014

LA RADIAZIONE α È MOLTO PESANTE E POCO PENETRANTE; LA RADIAZIONE γ È MOLTO LEGGERA E MOLTO PENETRANTE. LA RADIAZIONE SI DEFINISCE PERICOLOSA IN BASE ALLA SUA PENETRABILITÀ ~~...~~ ($\uparrow$ PENETRAZIONE $\Rightarrow$ $\uparrow$ PERICOLOSITÀ). L'INTERAZIONE FRA RADIAZIONE E MATERIA È MOLTO IMPORTANTE NEL SETTORE TECNOLOGICO E INGEGNERISTICO.

EQ. DI BILANCIO:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

TROVO LE SOLUZIONI SEPARANDO LE VARIABILI:

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda\, dt$$

TROVO LA PRIMITIVA $\Rightarrow$ $\ln[N] = -\lambda t + c$

$N(t) = e^{-\lambda t + c} \Rightarrow N(t) = b\, e^{-\lambda t} \qquad b = e^{c}$

COND. AL CONTORNO: $N(t=0) = N_0$

$\Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 164

$$N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$$

$$N(\bar{t}) = N_0 \, e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}} = \frac{N_0}{e}$$

SE VALUTIAMO SUL TEMPO MEDIO DI DECADIMENTO, NOTIAMO CHE N_0 SI RIDUCE DI UN FATTORE e. QUINDI POSSIAMO DEFINIRE LA VITA MEDIA COME IL TEMPO NECESSARIO AFFINCHÈ SI RIDUCA DI UN FATTORE 'e'.

SE VOGLIO TROVARE IL TEMPO AFFINCHÈ SI RIDUCA DI UN FATTORE A PIACERE? AD ESEMPIO AFFINCHÈ DIMEZZASSIMO? ~~UTILIZZO IL TEMPO DI DIMEZZAMENTO~~:

$$N(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{N_0}{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{N_0}\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{\cancel{N_0}}{2} \Rightarrow e^{\lambda t_{\frac{1}{2}}} = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}} \mapsto \text{TEMPO DI DIMEZZAMENTO.}$$

CI INTERESSIAMO ORA AL FENOMENO CHE PRODUCE IL MATERIALE RADIOATTIVO $\Longrightarrow$ PROLIFERAZIONE.

LA PRODUZIONE DI RADIAZIONI È COMPITO DI UNA SORGENTE, FENOMENO CHE PRODUCE UNA COSA NON ESISTENTE PRIMA.

$R(t)$ QUANTITÀ DI NUCLEI INTRODOTTI NELL'UNITÀ DI TEMPO.

$$N(t) - N(t+dt) = N(t)\cdot \lambda \cdot dt$$

SE $N(t+dt) - N(t) = -N(t)\,\lambda\, dt$ LA SCOMPARSA È NEGATIVA

DEVO AGGIUNGERE QUELLO APPORTATO DALLA SORGENTE:

$$N(t+dt) - N(t) = -N(t)\,\lambda\, dt + R(t)\,dt$$ EQ. DI BILANCIO

IN MODO DIFFERENZIALE: EQ. DI DECADIMENTO CON SORGENTE

$$\boxed{\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) + R(t)} \quad \text{CON} \quad N(t=0) = N_0$$

NO + OMOGENEA XKÈ C'È $R(t)$ (DATO DAL PROBLEMA) (SORGENTE).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 164

Si ottiene:

$$\boxed{N(t) = \int_0^t dt'\, R(t')\, e^{-\lambda(t-t')} + N_0\, e^{-\lambda t}}$$

esattamente come prima

integrale di convoluzione

Pongo un nuovo problema.

$R(t) = S$ sorgente costante

$$N(t) = N_0\, e^{\lambda t} + R\, e^{-\lambda t} \underbrace{\int_0^t dt'\, e^{\lambda t'}}_{\frac{1}{\lambda} e^{\lambda t'}\big|_0^t = \frac{1}{\lambda}\left(e^{\lambda t}-1\right)} = N_0\, e^{-\lambda t} + R\,\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\left(e^{\lambda t}-1\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{N(t) = N_0\, e^{-\lambda t} + \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}$$

soluzione con sorgente costante ~~soluzione in caso stazionario.~~

Se $t \to \infty$, ~~che~~ essendoci una condizione asintotica, si ottiene un equilibrio che porta ad una condizione di stazionarietà, in cui $e^{-\lambda t} = 0$ $(t \to \infty)$

$$\boxed{N(t) = \frac{R}{\lambda}}$$

stazionario (soluzione) → condizione asintotica $(t \to \infty)$

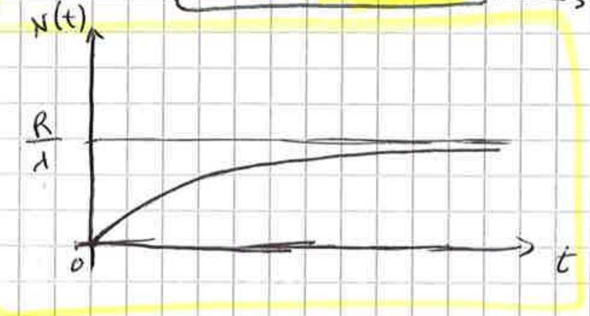


Grafico nel quale si suppone che $N_0 = 0$

Se λ è piccolo il tempo medio è elevato.

Raggiungere una condizione asintotica (stazionaria) vuol dire raggiungere una situazione in cui la decadimento dei nuclei è compensata dalla generazione dei nuclei dalla sorgente.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 164

IL MIO PROBLEMA ORA E' RISOLVERE TALE SISTEMA DI EDO. IMPONGO ALLORA ~~TRE~~ CONDIZIONI AL CONTORNO. $N_1(0) = N_{10}$ $N_2(0) = N_{20}$

VETTORE CHE STABILISCE LA NATURA DEL SISTEMA:

$$\vec{N}(t) = \begin{pmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \end{pmatrix}$$

MATRICE:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\lambda_1 & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 \end{pmatrix}}_{\hat{A}} \begin{pmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \end{pmatrix}$$

POSSO QUINDI SCRIVERE:

$$\frac{d\vec{N}}{dt} = \hat{A} \cdot \vec{N}(t)$$

NEL CASO DI DECADIMENTI DI PIU' NUCLEI UTILIZZIAMO UNA MATRICE COME LA MATRICE $\hat{A}$.

DOBBIAMO RISOLVERE IL SISTEMA LINEARE. ABBIAMO IL VANTAGGIO DI AVERE UN CASO IN CUI LA MATRICE E' DIAGONALE PER CUI RISOLVENDO A CASCATA (SOSTITUZIONE) OTTENGO LA SOLUZIONE.

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1(t) \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t) \end{cases}$$

$$N_1(t) = N_{10}\, e^{-\lambda_1 t} \longrightarrow \text{SOSTITUISCO}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \underbrace{\left(\lambda_1 N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t}\right)}_{R(t)\ \text{SORGENTE}}$$

$$N_2(t) = N_{20}\, e^{-\lambda_2 t} + \int_0^t dt' \left(\lambda_1 N_{10}\, e^{-\lambda_1 t'}\right) e^{-\lambda_2 (t-t')}$$

$$= N_{20}\, e^{-\lambda_2 t} + \lambda_1 N_{10}\, e^{-\lambda_2 t} \int_0^t dt'\, e^{(\lambda_2-\lambda_1)t'}$$

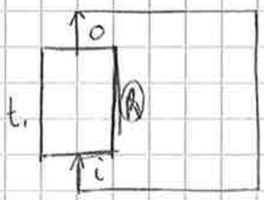
$$= N_{20}\, e^{-\lambda_2 t} + \lambda_1 N_{10}\, e^{-\lambda_2 t} \cdot \frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{(\lambda_2-\lambda_1)t} - 1\right)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 164

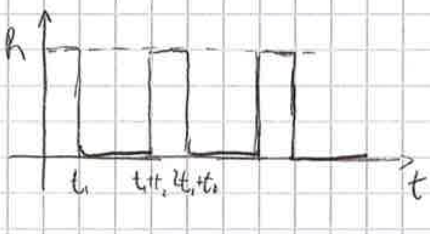
Se suppongo che $\lambda_1 \gg \lambda_2$ si ha che il tempo di decadimento di 1 è molto + piccolo ~~piccolo~~ di 2 (essendo $t = 1/\lambda$). Suppongo anche ~~che~~ se $\lambda_2 \gg \lambda_1$: cosa succede?

Suppongo di avere un reattore nel quale scorre un fluido:



t_{10}: tempo di residenza del fluido nel reattore

Per tutto t_1, R nuclei radioattivi per cm^3



è un andamento periodico

Bisogna determinare qual è l'N in uscita all'm-esimo ciclo $(N_{out,m})$.

In questo caso, il concetto di stazionarietà è legato al fatto che le condizioni si ripete ciclo dopo ciclo.

La condizione stazionaria si raggiunge quando il numero di nuclei immessi dalla sorgente R $(R \cdot t_1)$ è uguale al numero di nuclei decaduti nel tempo t_1 e t_2

Soluzione esercizio sul reattore di prima:

All'ingresso non c'è nulla;

$$N(t) = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

All'uscita primo ciclo $N(t_1) = N_{o,1} = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_1}\right)$

$$N_{i,1} = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_1}\right) e^{-\lambda t_2}$$

→ probabilità di non decadere al tempo t_2.
~~Alla fi~~ In ingresso al reattore alla fine del primo ciclo.

$$N_{o,2} = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_1}\right) e^{-\lambda t_2} e^{-\lambda t_1} + \underbrace{\frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_1}\right)}_{\text{dovuto alla sorgente}}$$

uscita al secondo ciclo

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 164

SUPPONIAMO DI AVERE UNA CATENA RADIOATTIVA. ~~SOLUZIONE~~

1 CON λ_1 $N_1(0)$ R_1

2 CON λ_2 $N_2(0)$ R_2 P_2

C'È UN'OPERAZIONE CHE TOGLIE I NUCLEI 2 (POZZO P_2 DI RIMOZIONE).

EQ. BILANCIO DI 1:

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 + R_1$$

EQ. BILANCIO DI 2:

$$dN_2 = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 + R_2 - P_2$$

→ IL PROBLEMA È RISOLVERE TALE SISTEMA DI EQ. DIFFERENZIALI. (PUNTO 1)

→ SUPPONENDO POI DI ESSERE IN CONDIZIONI STAZIONARIE, SUCCEDE CHE $P_2 = 0$:
TROVARE EQ. DI BILANCIO E STUDIARE COSA ACCADE PER 1 E 2 (PUNTO 2)

→ SUPPONENDO POI, IN CONDIZIONI STAZIONARIE, DI IMPORRE $P_2 = 0$ $R_1 = 0$ $R_2 = 0$:
COSA SUCCEDE? EQ. BILANCIO E VEDERE COSA ACCADE A 1 E 2, (PUNTO 3)
N_2 CRESCE?.

SOLUZIONE PIÙ AVANTI.

SOLUZIONE COL POZZO SUGLI APPUNTI COMPLETA.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 164

NEGLI URTI, PIÙ GRANDE È IL BERSAGLIO, MINORE È L'ENERGIA CHE LA PARTICELLA CEDE AL BERSAGLIO. LA QUANTITÀ DI ENERGIA SCAMBIATA DIPENDE ANCHE DA FISICA DELL'URTO (FRONTALE O DI SGUINCIO).

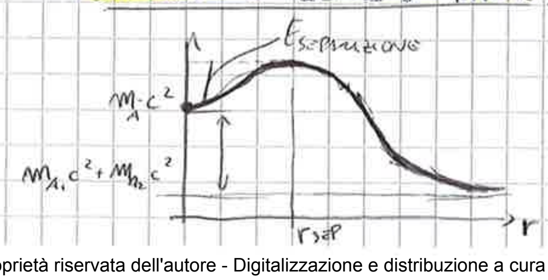
ESSENDO IL NEUTRONE UNA PARTICELLA MOLTO PICCOLA E DI CARICA NULLA, PUÒ PENETRARE FACILMENTE ALL'INTERNO DELLA STRUTTURA NUCLEARE. POSSONO SUCCEDERE VARIE COSE:

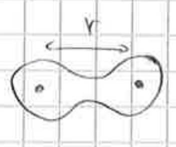
→ IL NUCLEO RIFIUTA IL NEUTRONE E QUASI ISTANTANEAMENTE LO RILASCIA. TALE FENOMENO PUÒ ESSERE ELASTICO (SCATTERING ELASTICO DI RISONANZA) IN MODO CHE SOMMANDO E_{nucleo} E $E_{neutrone}$ SONO UGUALI A QUELLI DI PRIMA (INIZIALI). TALE FENOMENO PUÒ ESSERE ANCHE ANELASTICO TALE PER CUI LA SOMMA DI ENERGIE MECCANICHE DI M E N ~~SONO~~, ALLO STATO FINALE, È MINORE RISPETTO ALLO STATO INIZIALE.

L'EMISSIONE DEL NEUTRONE DOPO L'URTO NON ~~HA PROBABILITÀ~~ È EQUIPROBABILE IN TUTTE LE DIREZIONI (ANISOTROPO)

→ IL NUCLEO CATTURA IL NEUTRONE (PROCESSO NON CONSERVATIVO). TUTTA L'ENERGIA DEL NEUTRONE (COMPRESA L'ENERGIA DI LEGAME) RISIEDE ALL'INTERNO DEL NUCLEO; IL NUCLEO SI ECCITA DI ENERGIA E, SICCOME NON PUÒ RIMANERE IN UNO STATO ECCITATO DI ENERGIA, EMETTE UN FOTONE γ.

→ IL NUCLEO ACCETTA IL NEUTRONE E QUINDI VI È UN ACCRESCIMENTO ENERGETICO ALL'INTERNO DEL NUCLEO. SE VI È ENERGIA SUFFICIENTE, IL NUCLEO TENDE A ROMPERSI A METÀ PROVOCANDO LA FISSIONE. CONDIZIONE PER CUI SI INSTAURA TALE PROCESSO È CHE L'ENERGIA SIA SUPERIORE A QUELLA DI RIPOSO.





$$A_1 + A_2 = A + 1$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 164

QUANTO VALE L'ENERGIA DI UNA SINGOLA FISSIONE? CIRCA $\boxed{200\ MeV}$

DALLE FISSIONI VENGONO RILASCIATI ANCHE NEUTRONI LIBERI.

BISOGNA CALCOLARE IL NUMERO MEDIO DEI NEUTRONI RILASCIATI DA FISSIONE.

COME SI CALCOLA? $\sum_i i\, p(i) = \boxed{\bar{\nu} = 2,35}$ PER L'URANIO.

COME UTILIZZO QUESTI NEUTRONI? POSSO UTILIZZARLI PER INNESCARE NUOVE FISSIONI O PER FERTILIZZARE L'URANIO 238.

L'USO DEI NEUTRONI DA FISSIONE DIPENDE DAL VALORE DELLA SUA ENERGIA CINETICA CHE È MOLTO VARIABILE. CALCOLO QUINDI LA PROBABILITÀ CHE IL NEUTRONE ABBIA UNA CERTA ENERGIA:

- $\int_0^\infty dE \cdot \chi(E) = 1$ ENERGIA SPESA

- $\chi(E) \cdot dE$: PROBABILITÀ CHE IL n POSSIEDA UNA CERTA ENERGIA. (FRA E E $E + dE$)

$\int_0^\infty E \cdot \chi(E) \cdot dE \approx \boxed{2\ MeV}$ $\mapsto$ VALORE MEDIO DELL'ENERGIA CHE POSSIEDE IL NEUTRONE.

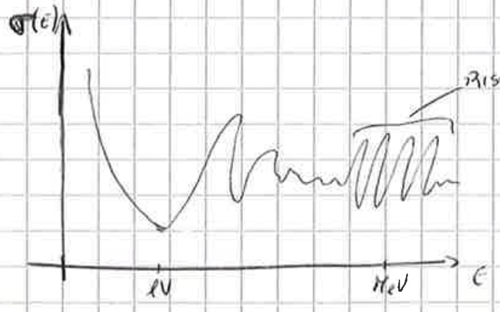
RAVETTO 24/03/2014

NON TUTTI I NEUTRONI VENGONO EMESSI ISTANTANEAMENTE. QUELLI EMESSI ISTANTANEAMENTE SI CHIAMANO "PRONTI"; ~~QUELLI~~ GLI ALTRI "RITARDATI". VENGONO EMESSI SECONDO I PRINCIPI DEI DECADIMENTI RADIOATTIVI. I NEUTRONI RITARDATI SONO IMPORTANTI IN QUANTO SONO CARATTERIZZATI DA UNA VITA MEDIA PIÙ LUNGA (ALCUNI MINUTI). FERMI CAPÌ QUESTE COSE E CAPÌ CHE UN REATTORE NON ERA FACILE DA CONTROLLARE PERCHÉ TUTTO AVVIENE IN POCHI MILLESIMI DI SECONDO CON I NEUTRONI PRONTI. LA PRESENZA DI NEUTRONI RITARDATI RALLENTA I TEMPI DI ATTRAVERSAMENTO DEI NEUTRONI PORTANDOLO ALL'ORDINE DEI SECONDI (s), QUINDI + FACILE DA CONTROLLARE. FERMI SCRISSE LE EQUAZIONI PER STUDIARE I REATTORI. IL PRIMO REATTORE LO COSTRUÌ E ENTRÒ IN FUNZIONE ~~IL~~ IL 2/12/1942.

A NOI INTERESSA CALCOLARE IL NUMERO DI FISSIONI PER UNITÀ DI TEMPO. BISOGNA COSTRUIRE DEGLI STRUMENTI CON METODI STATISTICI. TALE APPROCCIO

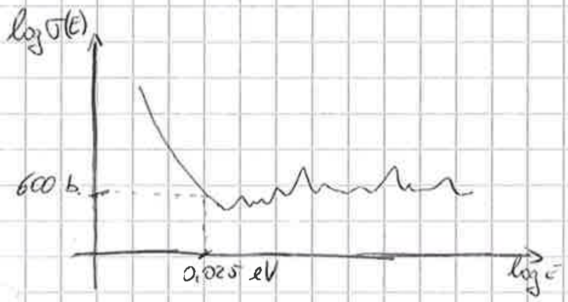
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 164



SE DIMINUISCE L'ENERGIA, AUMENTA LA SEZIONE D'URTO DI FISSIONE. È AUMENTATA LA PROBABILITÀ DI COLPIRE UN NUCLEO.

PER L'URANIO 238 L'ANDAMENTO DI $\sigma(E)$ È COSÌ:



LA PROBABILITÀ DI PRODURRE FISSIONE AUMENTA AL DIMINUIRE DELL'ENERGIA. IN PARTICOLARE, A 0,025 eV SI HA ~~con~~ $\sigma(E) \simeq 600$ barn. I REATTORI COSTRUITI CON QUESTI PRINCIPI SONO DETTI TERMICI. PER CONTROLLARLI SI USANO MATERIALI CHE ABBIANO UNA SEZIONE D'URTO DI SCATTERING NOTEVOLE, CHE NON ATTRAGGONO ELETTRONI E CHE RIESCA A RALLENTARE I NEUTRONI CON POCHI URTI. L'ELEMENTO CHE RISPETTA MEGLIO QUESTI PARAMETRI È L'IDROGENO, ~~QUINDI~~ QUINDI USIAMO L'ACQUA.

VOGLIO ORA CALCOLARE IL NUMERO DI INTERAZIONI CON IL MATERIALE. CI INTERESSA SAPERE QUANTI NEUTRONI CI SONO NELL'UNITÀ DI VOLUME. DEVO CALCOLARE IN CIASCUN PUNTO QUANTI NEUTRONI HANNO UNA CERTA ENERGIA. ~~DIPENDE~~

IL NUMERO DI NEUTRONI DIPENDE QUINDI DA: $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$.

VOGLIO SAPERE QUANTI ~~ELETTRONI~~ NEUTRONI CI SONO IN UN CERTO VOLUME, CON UNA CERTA ENERGIA, CON UNA CERTA POSIZIONE, IN UN CERTO ISTANTE. LA FUNZIONE CHE VIENE FUORI È UNA FUNZIONE DI BASE:

$$n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)\, d\vec{r} \cdot dE \cdot d\Omega \longrightarrow \text{HA 7 VARIABILI}$$

RAPPRESENTA IL NUMERO DI NEUTRONI, CON QUELLA ENERGIA, NELL'UNITÀ DI t e V.

- SE VOGLIO LA DISTANZA PERCORSA DALLE PARTICELLE ALL'INTERNO DI dr BASTA FARE: $v \cdot n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)\, d\vec{r} \cdot dE\, d\Omega \cdot dt$

LA PROBABILITÀ CHE AVVENGA UN CERTO EVENTO α È:

$$\Sigma_\alpha(\vec{r}, \vec{E})\, v \cdot n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)\, d\vec{V}\, d\Omega \cdot dE \cdot dt \mapsto \boxed{\text{SEZIONE D'URTO MACROSCOPICA}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 164

RAVETTO 26/03/2014

CORRENTE DI PARTICELLE o PORTATA.

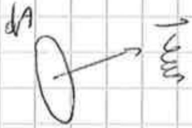
LA CORRENTE NON È COLLEGATA AL VOLUME MA ALLA SUPERFICIE.

VIENE DEFINITA ATTRAVERSO QUALCOSA COLLEGATA ALL'AREA:

SE PRENDIAMO UN'AREA INFINITESIMA dA, POSSO STUDIARE IL FLUSSO DI PARTICELLE CHE ATTRAVERSANO dA:

IL FLUSSO IN UNA DIREZIONE È DIVERSO DAL FLUSSO NEL VERSO OPPOSTO. MI OCCORRE ORIENTARE L'AREA

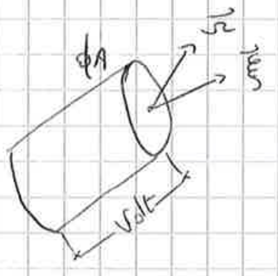
INTRODUCO QUINDI UN VETTORE ORTOGONALE ALL'AREA ($\vec{\xi}$):



VOGLIO OSSERVARE IL NUMERO DI PARTICELLE CHE ATTRAVERSANO L'AREA, CON UNA CERTA DIREZIONE, CON UNA CERTA ENERGIA. $(\vec{\Omega}, E)$

VALUTO NEL TEMPO: $t \longrightarrow t + dt$

SUPPONIAMO UNA DIREZIONE:



TUTTE LE PARTICELLE CHE STANNO IN QUESTO TUBO ATTRAVERSANO L'AREA.

FISSO LA DENSITÀ (n): $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$

PER TROVARE IL VOLUME DI QUESTO CILINDRO MOLTIPLICO AREA DI BASE PER $v\,dt$ PER IL COSENO TRA $\vec{\Omega}$ e $\vec{\xi}$:

$$V = dA \cdot v\,dt \cdot (\vec{\Omega} \cdot \vec{\xi})$$

↳ SCALARE (INDICA IL COSENO).

MOLTIPLICANDO TUTTO OTTENGO:

$$\vec{\Omega} \cdot v \cdot n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \cdot (\vec{\xi} \cdot dA)\, dt \cdot dE\, d\Omega$$

DIVIDENDO PER dt OTTENGO LE PARTICELLE PER UNITÀ DI TEMPO (PROPRIO LA CORRENTE).

$$\vec{\Omega} \cdot v \cdot n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \cdot (\vec{\xi}\, dA) \cdot dE \cdot d\Omega$$

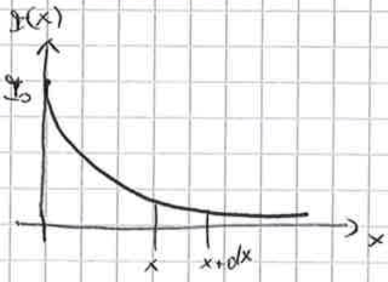
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 164

BISOGNA IMPORRE UNA CONDIZIONE INIZIALE: $I(0) = I_0$

RICAVO LA SOLUZIONE: $\boxed{I(x) = I_0 \, e^{-\Sigma x}}$

OVVERO HO UN ANDAMENTO DI $I(x)$ ESPONENZIALE DECRESCENTE.



DALLA SOLUZIONE POSSO RICAVARE x, OVVERO LO SPESSORE DI UNA LASTRA (SCHERMO) CHE FACCIA AVVENIRE QUELLO CHE VOGLIAMO.

ESEMPIO: SUPPONGO CHE $I(x) = \frac{1}{10} I_0$ E VOGLIO x:

$$\frac{1}{10} I_0 = I_0 \, e^{-\Sigma x} \Rightarrow \underline{x = \frac{1}{\Sigma} \ln 10}$$

PROBABILITÀ CHE UNA PARTICELLA ARRIVI A x SENZA COLLIDERE:

$$\frac{I(x)}{I_0} = e^{-\Sigma x} \Rightarrow \text{PROBABILITÀ}$$

PROBABILITÀ CHE UNA PARTICELLA COLLIDA TRA x E $x+dx$:

$$\underbrace{\left(e^{-\Sigma x} \cdot \Sigma\right) dx}_{\text{DENSITÀ DI PROBABILITÀ}} \longrightarrow \int_0^\infty \left(e^{-\Sigma x} \, \Sigma\right) dx = 1$$

DISTANZA MEDIA PERCORSA: $\displaystyle\int_0^\infty x \cdot e^{-\Sigma x} \, \Sigma \, dx = \boxed{\frac{1}{\Sigma}}$

$\Downarrow$

LIBERO CAMMINO MEDIO

$$I\left(\frac{1}{\Sigma}\right) = I_0 \cdot e^{-\Sigma \frac{1}{\Sigma}} \Rightarrow I\left(\frac{1}{\Sigma}\right) = I_0 \, e^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{I\left(\frac{1}{\Sigma}\right)}{I_0} = \frac{1}{e}$$

CIOÈ PASSATO UN LIBERO CAMMINO MEDIO, L'INTENSITÀ DELLA RADIAZIONE SI RIDUCE DI UN FATTORE $e \simeq 2,6$.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 164

SCRIVIAMO ORA UNA EQ. DI BILANCIO IN UN CASO GENERALE; CI LIMITIAMO PERÒ A STUDIARE I NEUTRONI MONOCINETICI.

$S(\vec{r},t)\,d\vec{r}\,dt$ NUMERO DI NEUTRONI CHE LA SORGENTE RIESCE A PRODURRE IN $d\vec{r}$, IN dt

 $d\vec{r}$

CI SONO GLI ASSORBIMENTI

$$\left(n(\vec{r},t+dt)-n(\vec{r},t)\right)d\vec{r} = -\left(\text{ASSORBITI}\right) + \text{ENTRATE} - \text{USCITE} + \text{SORGENTI}$$

$$= -\Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r},t)\,d\vec{r}\,dt + S(\vec{r},t)\,d\vec{r}\,dt$$

$\vec{J}(\vec{r},t)\cdot\vec{\xi}\,dA$ SALDO TRA USCITE ED ENTRATE

SOMMO TUTTE: $\sum_i \vec{J}(\vec{r},t)\cdot\vec{\xi}\,dA$ QUESTO EQUIVALE ALL'INTEGRALE SUL VOLUME DELLA DIVERGENZA DI J PER $d\vec{r}$.

$$= \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t)\,d\vec{r}\,dt$$

ESSENDO $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\hat{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\hat{e}_z$

$$\vec{J}(\vec{r},t) = J_x(\vec{r},t)\,\hat{e}_x + J_y(\vec{r},t)\,\hat{e}_y + J_z(\vec{r},t)\,\hat{e}_z$$

$$\Rightarrow \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\partial J_x(\vec{r},t)}{\partial x} + \frac{\partial J_y(\vec{r},t)}{\partial y} + \frac{\partial J_z(\vec{r},t)}{\partial z}$$

$$= -\Sigma_a(\vec{r})\,\phi(\vec{r},t)\,\cancel{d\vec{r}\,dt} + S(\vec{r},t)\,\cancel{d\vec{r}\,dt} - \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t)\,\cancel{d\vec{r}\,dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial n(\vec{r},t)}{\partial t} = -\nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t) - \Sigma_a(\vec{r})\cdot\phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t)$$

OPPURE:

$$\boxed{\frac{1}{v}\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t} = -\nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t) - \Sigma_a(\vec{r})\cdot\phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t)}$$

BISOGNA ORA TROVARE UNA RELAZIONE FRA LE INCOGNITE CHE SONO $\vec{J}(\vec{r},t)$ e $\phi(\vec{r},t)$.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 164

SE N_1 DECADE MOLTO VELOCEMENTE λ_1 È MOLTO GRANDE E

QUINDI POSSO TRASCURARE IL TERMINE $e^{-\lambda_1}$

$$= \frac{R}{\lambda_2}\left[1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t}\right] \quad \text{PER } \lambda_1 \gg \lambda_2$$

$$= \frac{R}{\lambda_2}\left[1 - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

RAVETTO 31/03/2014

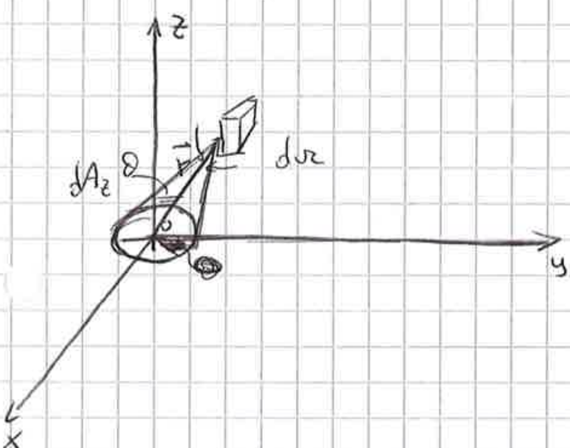
LA TEORIA DELLA DIFFUSIONE; LEGGE DI FICK

RICHIAMIAMO LA CORRENTE ELETTRONICA:

$J(\vec{r}, t)$

CI PONIAMO DI TROVARE UNA CORRELAZIONE FRA LA CORRENTE DI PARTICELLE E LA DENSITÀ DI PARTICELLE (FLUSSO).

SUPPONIAMO DI PRENDERE UN PUNTO NELLO SPAZIO, L'ORIGINE:



PRENDO UN'AREA INTORNO AL PUNTO.

J_z^- CORRENTE VERSO IL BASSO

J_z^+ CORRENTE VERSO L'ALTO

$$\boxed{J_z = J_z^+ - J_z^-}$$ COMPONENTE DELLA CORRENTE LUNGO z.

VALUTO J_z^-

PRENDO UN VOLUMETTO E VEDO QUANTE PARTICELLE STANNO IN $d\vec{r}$.

$d\vec{r} \cdot S(\vec{r}, t)$

$d\vec{r} \cdot \phi(\vec{r}, t) \cdot \Sigma_s(r)$

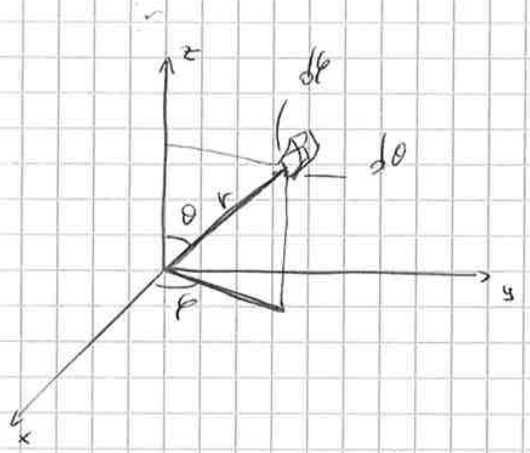
$$\underbrace{\left(S(\vec{r},t) + \Sigma_s(\vec{r},t)\right)}_{} d\vec{r} = \phi(\vec{r},t)\, d\vec{r}$$

$\phi(\vec{r}, t)$: DENSITÀ DI EMISSIONE

IMPONGO ORA DELLE IPOTESI TRA CUI ~~IMPONGO CHE LA~~ DENSITÀ DI EMISSIONE SIA ISOTROPA. QUINDI LA PROBABILITÀ CHE LE PARTICELLE VADANO IN QUESTO ANGOLO SOLIDO È DATA DAL ~~RAPPORTO~~

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 164



$$J_z^-(0,t) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} dr\, r^2 \sin\theta \cdot \varphi\left(\vec{r}, t - \frac{r}{v}\right) \frac{\cos\theta}{4\pi r^2} e^{-\Sigma r}$$

ALTRA IPOTESI:

SI SUPPONGO Σ È GROSSO IL TERMINE RITARDANTE SCOMPARE E OTTENGO UN'APPROSSIMAZIONE (COLLISIONI DOMINANTI)

LE PARTICELLE CHE ~~COLLIDONO~~ INTERAGISCONO ARRIVANO SONO MOLTO VICINE TRASCINANDOSI QUELLE LONTANE. SUPPONGO VELOCITÀ INFINITA.

SVOLGO φ CON LA SERIE DI TAYLOR INTORNO AL PUNTO ORIGINE:

$$\varphi(\vec{r},t) = \varphi(x,y,z,t) =$$
$$= \varphi(0,0,0,t) + x\left(\frac{\partial \varphi(\vec{r},t)}{\partial x}\right)_{\vec{r}=0} + y\left(\frac{\partial \varphi(\vec{r},t)}{\partial y}\right)_{\vec{r}=0} +$$
$$+ \partial z \left(\frac{\partial \varphi(\vec{r},t)}{\partial z}\right)_{\vec{r}=0}.$$

APPLICO:

$$J_z^-(0,t) \cong \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} dr\, e^{-\Sigma r} \sin\theta \cos\theta \left[\varphi(0,0,0,t) + x\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_0 + y\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_0 + z\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_0\right]$$

MA
$x = r \sin\theta \cos\varphi$
$y = r \sin\theta \sin\varphi$
$z = r \cos\theta$

HO SCRITTO TUTTO IN COORDINATE POLARI.

SVOLGO ORA L'INTEGRALE:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 164

RACCHIUDO LE 3 COMPONENTI IN: (CON IL GRADIENTE)

$$\boxed{\vec{J}(\vec{r},t) = -\frac{1}{3\Sigma^2}\left[\nabla\Psi(\vec{r},t)\right]_0}$$

(NELL'ORIGINE)

HO FATTO DELLE IPOTESI PER ARRIVARE A QUESTO **IMPORTANTE**

- → ISOTROPIA DELLE EMISSIONI,
- → COLLISIONI DOMINANTI (SISTEMA) CON Σ MOLTO GRANDI

(Σ GRANDE) ↳ IMPLICA L'ELIMINAZIONE DI $\frac{\vec{v}}{v}$, TERMINI DOMINANTI

$\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_a$ SEZ. D'URTO TOTALE.

Σ_s: SCATTERING — Σ_a: ASSORBIMENTO

RAVETTO 1/04/2014

$$\Psi(\vec{r},t) = \Sigma_s\,\phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t)$$

SUPPONIAMO DI ESSERE LONTANI DALLE SORGENTI IN MODO CHE LE SORGENTI SONO TRASCURABILI NELL'EQ. $\left(S(\vec{r},t) \simeq 0\right)$

IN TAL CASO:

$$\rightarrow \Psi(\vec{r},t) = \Sigma_s\,\phi(\vec{r},t)$$

POSSO SOSTITUIRE NELL'EQUAZIONE DEL GRADIENTE:

$$\vec{J}(\vec{r},t) \cong -\frac{1}{3\Sigma^2}\left[\nabla\left(\Sigma_s\cdot\phi(\vec{r},t)\right)\right]$$

SE SUPPONGO SEZIONI D'URTO CHE NON VARIANO MOLTO NELLO SPAZIO, POSSO PORTARE Σ_s FUORI DAL GRADIENTE:

$$\boxed{\vec{J}(\vec{r},t) \cong -\underbrace{\left(\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2}\right)}_{D}\nabla\phi(\vec{r},t)}$$

LEGGE DI FICK

↳ D: COEFF. DI DIFFUSIONE.

↳ GARANTISCE LA PROPORZIONALITÀ

$$\vec{J}(\vec{r},t) = -D\,\phi'(\vec{r},t)$$

SI METTE IN ANALOGIA CON LA LEGGE DI FOURIER DEL CALORE.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 164

$$\phi(\vec{r}, t=0) = \phi_0(\vec{r}) \quad + \quad BC \text{ (BOUNDARY CONDITIONS)}$$

PER RISOLVERE TALE EQ. FACCIO ALCUNE IPOTESI SEMPLIFICATIVE:

→ MEZZO OMOGENEO:

LE PROPRIETÀ SONO LE STESSE IN TUTTI I PUNTI; QUINDI

$D = COST$ E LA SEZIONE D'URTO NON DIPENDE DALLO SPAZIO

RICAVO:

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \phi(\vec{r},t)}{\partial t} = D \underbrace{\left(\frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial z^2} \right)}_{\nabla^2 \phi(\vec{r},t) \text{ LAPLACIANO}} - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t)$$

EQ. DELLA DIFFUSIONE IN UN MEZZO OMOGENEO.

→ CERCO ORA LA SOLUZIONE STAZIONARIA $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ CON $S = COST$

$$D \left(\frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial z^2} \right) - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + S(\vec{r}) = 0$$

EQ. DELLA DIFFUSIONE STAZIONARIA

→ IPOTIZZO ANCHE IL MOTO UNIDIMENSIONALE (LUNGO x):

ALLORA $\frac{\partial}{\partial y}$ E $\frac{\partial}{\partial z}$ SONO NULLE

$$D \left(\frac{\partial^2 \phi(\vec{r},t)}{\partial x^2} \right) \longrightarrow D \left(\frac{d^2 \phi(\vec{r},t)}{dx^2} \right)$$

SE IL MOTO È SOLO LUNGO x LE ALTRE ∂ SI ANNULLANO E QUINDI POSSO SCRIVERE ∂x COME dx.

POSSO SCRIVERE:

$$D \left(\frac{d^2 \phi(\vec{r},t)}{dx^2} \right) - \Sigma_a \phi(x) + S(x) = 0$$

EDO LINEARE A COEFF. COSTANTI MA NON OMOGENEA.

POSSO RISOLVERE TALE EDO IMPONENDO LE B.C.

LA SOLUZIONE DIPENDE DA x PERCHÉ S DIPENDE DA x. IMPONGO ALLORA CHE NON CI SONO CONDIZIONI AL CONTORNO ⇒ MEZZO INFINITO

SE ANDIAMO VERSO $\pm\infty$ POSSO ~~IPOTIZZARE~~ ASSUMERE CHE NON CI SONO + PARTICELLE ($\phi \simeq 0$)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 164

RICERCO IL POLINOMIO CARATTERISTICO

$$D\alpha^2 - \Sigma_a = 0 \Rightarrow \alpha^2 - \left(\frac{\Sigma_a}{D}\right) = 0$$

$\frac{D}{\Sigma_a}$ HA LE DIMENSIONI DI UNA SUPERFICIE $= L^2$

$$\alpha^2 = \frac{1}{L^2} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{L}$$

CERCO LE 2 SOLUZIONI ELEMENTARI:

→ $e^{x/L}$ & $e^{-x/L}$ SONO LINEARMENTE INDIPENDENTI,

QUINDI: (COMBINO LINEARMENTE)

$$\phi(x) = A e^{x/L} + B e^{-x/L}$$ È LA SOLUZIONE GENERALE

NON È DETTO CHE SODDISFI XO' IL PROBLEMA.

TALE FUNZIONE È SIMMETRICA RISPETTO ALL'ORDINATA ⇒ PARI.

STUDIO IL COMPORTAMENTO PER $x \to \infty$

→ $\boxed{\lim_{x\to\infty} \phi(x) = 0}$ PERCHÉ $\boxed{A = 0}$ IN MODO CHE NON VI SIA DIVERGENZA (DETERMINATA A.) (CONDIZIONE DI MEZZO DISSIPATIVO)

DEVO DETERMINARE B:

$\boxed{\lim_{x\to 0^+} J(x) = \frac{S_0}{2}}$ CONDIZIONE DI SORGENTE. (ISOTROPA)

$$J(x) = -D \cdot \frac{d\phi(x)}{dx}$$ VALUTO SOLO LUNGO x

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{B}{L} e^{-x/L}$$ SVOLGO LA DERIVATA

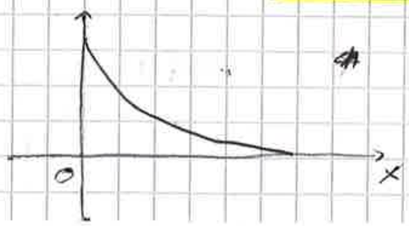
* L MISURA LA RAPIDITÀ DI DECRESCITA DELLA FUNZIONE: + È GROSSO L, PIÙ LENTAMENTE DECRESCE LA FUNZIONE.

$$\Rightarrow J(x) = \frac{D \cdot B}{L} \cdot e^{-x/L}$$ ←

DETERMINATA B

$$\lim_{x\to 0^+} J(x) = \frac{S_0}{2} \Rightarrow \frac{DB}{L} = \frac{S_0}{2} \Rightarrow \boxed{B = \frac{S_0 \cdot L}{2D}}$$

QUINDI: $\boxed{\phi(x) = \frac{S_0 L}{2D} e^{-x/L}}$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 164

NEUTRONI ~~ELETTRONI~~ CATTURATI NELL'UNITÀ DI TEMPO: $\Sigma_B \Phi = R(t)$

res $\Sigma_B = \sigma_B \cdot N_B$

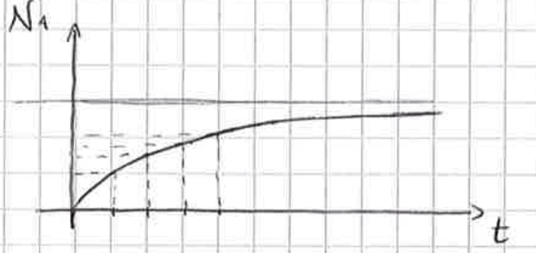
$$R(t) = \sigma_B N_B \cdot \Phi = R \quad \text{COSTANTE}$$

$$= \underbrace{30 \cdot 10^{-24} \cdot 2 \cdot 10^{21}}_{\text{SEZ. D'URTO MACROSCOPICA}} \cdot 1 \cdot 10^{13} =$$

$$N_A(t) = \frac{R}{\lambda_A}\left(1 - e^{-\lambda_A t}\right)$$

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N_A(t) = \left(\frac{\sigma_B \cdot N_B \cdot \Phi}{\lambda_A}\right)\left(1 - e^{-\lambda_A t}\right) = Q \cdot \left(1 - e^{-\lambda_A t}\right)$$



CONDIZIONE ASINTOTICA.

SE AUMENTO IL TEMPO, DIMINUISCE LA QUANTITÀ PRODOTTA. PER CUI DOPO UN TEMPO OTTIMALE CONVIENE TOGLIERE IL VOLUMETTO DAL REATTORE.

CALCOLO IL COSTO:

$$C(t) = C_0 \cdot t \quad \text{COSTO TOTALE}$$

$$\xi(t) = \$ \, N_A(t) \quad \text{RICAVO} \qquad \$: \text{DOLLARO: RICAVO DI UN NUCLEO.}$$

COME RICAVO $\$$?

$$\$ = \frac{2000 \text{ euro/mg}}{N_0} \text{ euro/nucleo} \qquad N_0 = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{99} \cdot N_{AV.}$$

MASSA ATOMICA

$$G(t) = \xi(t) - C_0 t = \$ \, Q\left(1 - e^{-\lambda_A t}\right) - C_0 t$$

MI FERMO AL PUNTO MAX QUINDI FACCIO LA DERIVATA

$$\lambda_A \$ \cdot Q \, e^{-\lambda_A t_{OTT}} - C_0 = 0 \quad \text{CONDIZIONE OTTIMALE}$$

$$e^{-\lambda_A t_{OTT}} = \frac{C_0}{\lambda_A \$ Q} \Rightarrow \boxed{t_{OTT} = -\ln \frac{C_0}{\lambda_A \$ Q} \cdot \frac{1}{\lambda_A} \approx 22\,h}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 164

SCRIVO IL BILANCIO PER C:

$$\frac{dN_c}{dt} = -\underbrace{\lambda_c N_c(t)}_{\text{decadimento}} - \underbrace{\sigma_c N_c(t)\cdot\phi}_{\text{cattura neutronica}} + \underbrace{\lambda_B N_B(t)}_{\text{produzione dovuta al decadimento di B}}$$

$$\Rightarrow \frac{dN_c}{dt} = -\left(\lambda_c + \sigma_c \phi\right) N_c(t) + \lambda_B N_B(t)$$

$$= -\lambda_c^* N_c(t) + \overbrace{\lambda_B N_B(t)}^{R_c(t)} \quad \text{EQ. CON SORGENTE}$$

$$\Rightarrow N_c(t) = \int_0^t dt'\, R_c(t')\cdot e^{-\lambda_c^*(t-t')} = \int_0^t dt'\, \lambda_B \cdot \frac{R}{\lambda_B^*}\left(1-e^{-\lambda_B^* t'}\right)\cdot e^{-\lambda_c^*(t-t')}$$

PER TROVARE LA CONCENTRAZIONE ASINTOTICA NON C'È BISOGNO DI FARE IL $\lim_{t\to\infty}$ DELLA SOLUZIONE. BASTA PORRE $=0$ IL $\frac{dN_B}{t}$ SIA PER B CHE PER C:

- $N_{B,AS} = \dfrac{R}{\lambda_B + \sigma_B \phi}$
- $N_{C,AS} = \dfrac{\lambda_B \cdot N_{B,AS}}{\lambda_c + \sigma_c \phi}$

FISSATO $\phi = 10^{14}\ n/cm^2\cdot s$ TROVARE LE CONCENTRAZIONI ASINTOTICHE.

$$N_{C,AS} = \frac{\lambda_B}{\lambda_c + \sigma_c \phi}\cdot\frac{\sigma_A N_A \phi}{\lambda_B + \sigma_B \phi} = f(\phi)$$

PER TROVARE IL MAX DI QUESTA FUNZIONE? DERIVATA.

RAVETTO 2/4/2014

LA LUNGHEZZA DI DIFFUSIONE RAPPRESENTA LA CARATTERISTICA UTILE PER CONFRONTARE LE LUNGHEZZE.

- FUNZIONE DI GREEN

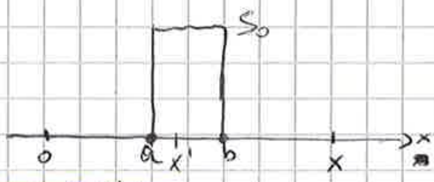
$$\phi(x) = \frac{L S_0}{2\cdot D}\, e^{-|x|/L}$$

SUPPONIAMO ORA CHE LA SORGENTE NON SIA NELL'ORIGINE MA IN UN PUNTO $x' \neq 0$:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 164

SUPPONGO DI AVERE UNA SORGENTE PARTICOLARE:



VOGLIO TROVARE LA RISPOSTA DEL SISTEMA IN BASE A QUESTA SORGENTE.

S_0 : COSTANTE

→ SE $x > x'$:

FACCIO CON LA FUNZIONE DI GREEN.

$$\phi(x) = \int_a^b dx'\, S_0 \cdot \underbrace{\frac{L}{2 \cdot D}\, e^{-\frac{|x-x'|}{L}}}_{G(x' \to x)}$$

$$|x - x'| = x - x' \iff x > x'$$

QUINDI TOLGO IL VALORE ASSOLUTO:

$$\bullet \quad \boxed{\phi(x) = \frac{S_0 \cdot L}{2 \cdot D}\, e^{-x/L} \int_a^b dx'\, e^{x'/L}}$$

→ SE INVECE HO $x < x'$?

$$\phi(x) = \int_a^b dx'\, S_0\, \frac{L}{2D}\, e^{-|x-x'|/L}$$

$$|x - x'| = -x + x' \iff x < x'$$

QUINDI TOLGO IL VALORE ASSOLUTO E OTTENGO:

$$\bullet \quad \boxed{\phi(x) = \int_a^b dx'\, S_0\, \frac{L}{2D}\, e^{(x-x')/L}}$$ ← E RISOLVO

→ SE INVECE HO x NELLA SORGENTE?

DEVO SEPARARE L'INTEGRALE IN 2 PORZIONI: PRIMA INTEGRO FRA a E x E POI FRA x E b ⇒ POI SOMMO

$$\phi(x) = \frac{S_0 L}{2D}\left[\int_a^x dx'\, e^{-|x-x'|/L} + \int_x^b dx'\, e^{-|x-x'|/L}\right]$$

POSSO TOGLIERE IL VALORE ASSOLUTO NEI 2 CASI

$$\bullet \quad \boxed{\phi(x) = \frac{S_0 \cdot L}{2 \cdot D}\left[\int_a^x dx'\, e^{-(x-x')/L} + \int_x^b dx'\, e^{(x-x')/L}\right]}$$ ← SOLUZIONE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 164

$$D\,\frac{1}{r}\,\frac{d^2(r\,\phi(r))}{dr^2} - \Sigma_a\,\phi(r) = 0$$

MOLTIPLICO PER r:

$$D\,\frac{d^2(r\,\phi(r))}{dr^2} - \Sigma_a(\phi(r)\cdot r) = 0$$

SE CHIAMO $r\cdot\phi(r) = y(r)$ RISCRIVO:

$$\frac{d^2 y(r)}{dr^2} - \frac{1}{L^2}\,y(r) = 0$$

SOLUZIONE GENERALE: ~~SORGENTE PUNTIFORME~~

$$\phi(r) = A\cdot\frac{e^{r/L}}{r} + B\,\frac{e^{-r/L}}{r}$$

DEVO TROVARE LA SOLUZIONE SPECIFICA:

AFFINCHÉ $\lim_{r\to\infty}\phi(r) = 0 \Rightarrow \boxed{A = 0}$ MEZZO DISSIPATIVO

QUINDI: $\phi(r) = B\,\frac{e^{-r/L}}{r}$

VALUTO LA SITUAZIONE IN $r = 0$: DEVO IMPORRE UNA CONDIZIONE DI SORGENTE.

CALCOLO LA CORRENTE $J(r) = -D\,\frac{d\phi(r)}{dr}$

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = B\left[-\frac{1}{L}\,e^{-r/L}\cdot\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}\,e^{-r/L}\right]$$

$$J(r) = DB\left[\frac{1}{Lr}\,e^{-r/L} + \frac{1}{r^2}\,e^{-r/L}\right]$$ CORRENTE.

ORA PRENDO UNA SFERA DI RAGGIO a E CALCOLO LA CORRENTE

$$J(a) = DB\left[\frac{1}{L\cdot a}\,e^{-a/L} + \frac{1}{a^2}\,e^{-a/L}\right]$$

PER CALCOLARLA SU TUTTA LA SUPERFICIE SFERICA, PRENDO $J(a)$ E LA MOLTIPLICO PER L'AREA DELLA SFERA ($4\pi a^2$)

$$DB\left[\frac{1}{La}\,e^{-a/L} + \frac{1}{a^2}\,e^{-a/L}\right]4\pi a^2$$

IMPONGO NEL LIMITE PER $a \to 0$: VALUTO IN UN INTORNO PICCOLISSIMO

$$\lim_{a\to 0} DB\left[\frac{1}{L\cdot a}\,e^{-a/L} + \frac{1}{a^2}\,e^{-a/L}\right]4\pi a^2 = S_0 = 4\pi DB$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 164

CONTORNI NEL VUOTO.

UNA PARTICELLA CHE FLUISCE NEL VUOTO È UNA PARTICELLA PERSA.

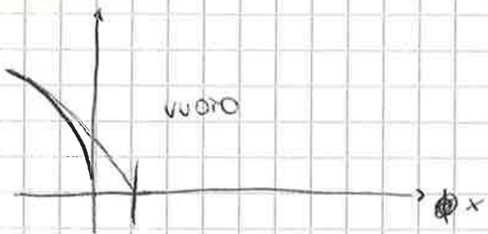
? QUAL È IL MEZZO CHE DESTINA LA REAZIONE DELLE PARTICELLE NEL VUOTO E NELLA MATERIA? NON VI SONO PARTICELLE CHE DAL VUOTO VANNO VERSO LA MATERIA.

QUINDI VICINO AL VUOTO, LA DIFFUSIONE FA SCHIFO, PERCHÉ CONTRADDICE LE IPOTESI FATTE.

LA DIFFUSIONE VICINO AD UN CONTORNO COL VUOTO NON VA BENE. PERÒ SI CERCA SEMPRE DI RISOLVERE I PROBLEMI DEL GENERE DEFINENDO LE CONDIZIONI AL CONTORNO.

- SI SUPPONE DI AVERE UN MEZZO MATERIALE AFFACCIATO AL VUOTO.

SI HANNO PARTICELLE CHE VANNO VERSO L'ESTERNO E NON VERSO L'INTERNO. PIÙ SONO VICINO AL VUOTO E + PERDO PARTICELLE.



IL FLUSSO NEUTRONICO DECRESCE MAN MANO CHE MI AVVICINO AL VUOTO.

LA DIFFUSIONE NON VA BENE AL CONTORNO.

VOGLIO USARE LA CONDIZIONE AL CONTORNO IN MODO ~~DA APPROSSIMARE~~ DA COSTRUIRE UNA CONDIZIONE LONTANA DAL CONTORNO CHE APPROSSIMI A QUELLA REALE.

SUL CONTORNO NON CONOSCO LA SOLUZIONE, PERÒ SE IL FLUSSO DECRESCE VICINO AL CONTORNO, POSSO PENSARE DI ESTRAPOLARE OLTRE IL CONTORNO E ANDARE A VEDERE DOVE IL FLUSSO ANDREBBE A ZERO.

ANNULLO IL FLUSSO SUL CONTORNO. QUESTA APPROSSIMAZIONE FUNZIONA SE IL DOMINIO È MOLTO + GROSSO DEL CONTORNO CONSIDERATO.

IMPONGO ALLORA LA CONDIZIONE: IL FLUSSO SUL CONTORNO ESTRAPOLATO È UGUALE A ZERO. (OTTENGO UNA BUONA APPROSSIMAZIONE LONTANO DAL CONTORNO).

PER SPIEGARE COME APPLICARE LE CONDIZIONI AL CONTORNO SVOLGO UN ESERCIZIO: IL MEZZO SEMINFINITO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 164

- SOLUZIONI IN II $\quad x > a$

$$\phi(x) = A_{II}\, e^{x/L} + B_{II}\, e^{-x/L}$$

SE $x \to \infty \Rightarrow \boxed{A_{II} = 0}$

$$\boxed{\phi(x) = B_{II}\, e^{-x/L}}$$

HO ANCORA 2 COSTANTI DA DETERMINARE C_I e B_{II}.

DEVO IMPORRE 2 CONDIZIONI DI SORGENTE. USO UN APPROCCIO FISICO.

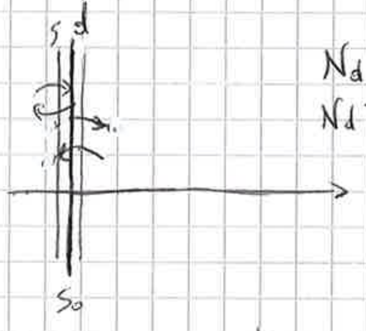
COSA ACCADE NELLA SORGENTE?

IL FLUSSO NON PUO' ESSERE DISCONTINUO. QUINDI UNA CONDIZIONE PUO' ESSERE CHE LA SOLUZIONE DEVE ESSERE UNA ~~COSA~~ FUNZIONE CONTINUA:

$$\phi(a^+) = \phi(a^-) \longrightarrow \text{PRIMA CONDIZIONE} \quad \left(\text{CONTINUITA' DEL FLUSSO}\right)$$

LA SECONDA ~~SOLUZIONE~~ CONDIZIONE TIENE CONTO CHE C'È ~~UNA~~ LA SORGENTE. QUESTO SI VEDE DAL FATTO CHE IL PIANO DELLA SORGENTE NON GARANTISCE LA SIMMETRIA DELLE PARTICELLE.

SUPPONIAMO DI AVERE UN PIANO E CONTARE IL FLUSSO DI PARTICELLE PRIMA VERSO DESTRA E POI VERSO SINISTRA.



$N_d^+ \quad N_s^+$

$N_d^- \quad N_s^-$

IMPONGO CHE QUELLO CHE ENTRA È UGUALE A QUELLO CHE ESCE.

FACCIO IL $\lim_{\to 0}$ DI QUESTO FATTO CHE TENDE A 0

ENTRANO = $N_s^+ + N_d^- + S$

ESCONO = $N_s^- + N_d^+$

ENTRANO = ESCONO

$$N_s^+ + N_d^- + S = N_s^- + N_d^+$$

$$\Rightarrow S = N_d^+ - N_d^- - N_s^+ + N_s^-$$

$$S = (N_d^+ - N_d^-) - (N_s^+ - N_s^-)$$ SONO CORRENTI NETTE A DX E SX

$$\boxed{S = J_d - J_s}$$ 1° CONDIZIONE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 164

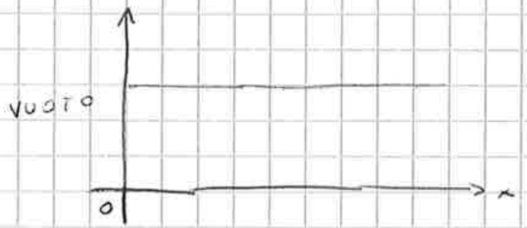
• ESERCIZIO D'ESAME (15/7/2011)

$\lambda = 2,2371 \cdot 10^{-10}$ ANNI^{-1}

$V = 2$ NEUTRONI

$J(0) = 5 \frac{n}{cm^2 \cdot s}$ CON INCERTEZZA 5%

$L = 10 cm$ CON INCERTEZZA DA 10%



→ DETERMINARE LA CONCENTRAZIONE DI URANIO E L'INCERTEZZA.

→ RISOLVERE L'EQUAZIONE CON IL METODO SURIAFINITO.

RAVETTO 7/4/2014

ESERCIZIO

$t_{\frac{1}{2}}^{(1)} = 20$ ANNI $\qquad t_{\frac{1}{2}}^{(2)} = 45$ ANNI

$E_\alpha = 4$ MeV

$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t) \Rightarrow \boxed{N_1(t) = N_{1,0}\, e^{-\lambda_1 t}}$

$\frac{dN_2(t)}{dt} = \underbrace{\lambda_1 N_1(t)}_{R} - \lambda_2 N_2(t) \Rightarrow N_2(t) = \cancel{N_{2,0}\, e^{-\lambda_2 t}} + \int_0^t dt' \lambda_1 N_1(t')\, e^{-\lambda_2 (t-t')}$

$= \lambda_1 N_{1,0}\, e^{-\lambda_2 t} \cdot \int_0^t dt'\, e^{-\lambda_1 t'} e^{\lambda_2 t'}$

$\Rightarrow N_2(t) = \lambda_1 N_{1,0}\, e^{-\lambda_2 t} \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t'} \right]_0^t$

$= \boxed{\frac{\lambda_1 \cdot N_{1,0}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right] \longrightarrow \text{SOLUZIONE} = N_2(t)}$

$A_2(t) = N_2(t) \cdot \lambda_2$ → ATTIVITÀ: DECADIMENTI IN t.

$P(t) =$ POTENZA $= A_2(t) \cdot E_\alpha$

$P(10_{ANNI}) = N_{1,0} \cdot C(10_{ANNI}) = 1W$ → RICAVO $N_{1,0}$

↳ COSTANTE $= \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \right]$

CALCOLARE LA POTENZA MASSIMA.

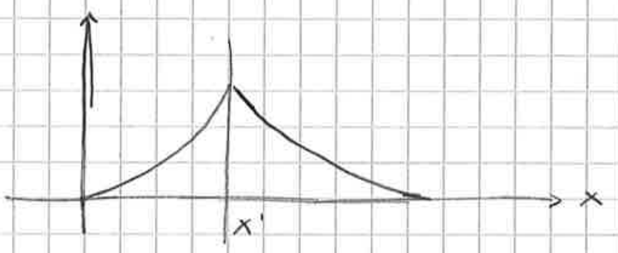
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 164

$$S = \lambda \cdot N_0 \cdot V$$

$$D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) + S = 0$$

POSSIAMO RISOLVERE IL PROBLEMA CON IL METODO DI MEZZO SEMI INFINITO (FUNZIONE DI GREEN).



È POSSIBILE AGIRE COSÌ MA È UN PO' COMPLESSO.

CERCHIAMO ALLORA UN'ALTRA SOLUZIONE, CHE PREVEDE LA RISOLUZIONE ANALITICA DELL'EQ. DIFF. (MI SERVE UN'INTEGRALE PARTICOLARE)

1) SVOLGO L'OMOGENEA ASSOCIATA:

$$D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) = 0 \qquad L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$$

$$\phi_h(x) = A e^{\frac{x}{L}} + B e^{-\frac{x}{L}}$$ → SOLUZIONE GENERALE

BISOGNA APPLICARE UNA CONDIZIONE: SO CHE LA SORGENTE È COSTANTE, QUINDI FLUSSO COSTANTE $\phi(x) = c$

SOSTITUISCO NELLA ~~SOLUZIONE~~ EQ.: $-\Sigma_a \cdot c + S = 0$

$$C = \frac{S}{\Sigma_a}$$

SOLUZIONE COMPLETA:

$$\boxed{\phi(x) = A e^{x/L} + B e^{-x/L} + \frac{S}{\Sigma_a}}$$

BASTA APPLICARE ORA LE CONDIZIONI AL CONTORNO

- $\lim_{x \to \infty} \phi(x) = \text{FINITA} \Longleftarrow \boxed{A = 0}$
- $\phi(0) = 0$ $\qquad \phi(x) = B e^{-\frac{x}{L}} + \frac{S}{\Sigma_a}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 164

ALTRO ESERCIZIO : QUELLO SUL POZZO.

$$
\begin{cases}
\dfrac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 + R_1 \\[2ex]
\dfrac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 + R_2 - P_2
\end{cases}
$$

TROVARE LE CONDIZIONI ASINTOTICHE $\left(\dfrac{d}{dt} = 0 \right)$

$$\Rightarrow \boxed{N_{1,AS} = \frac{R_1}{\lambda_1}}.$$

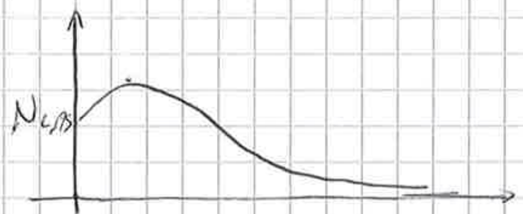
$$-\lambda_2 N_2 + \cancel{\lambda_1} \cdot \frac{R_1}{\cancel{\lambda_1}} + R_2 - P_2 = 0 \Rightarrow \boxed{N_2 = \frac{R_1 + R_2 - P_2}{\lambda_2}}$$

→ SUPPONIAMO DI ESSERE IN CONDIZIONI ASINTOTICHE E SPEGNIAMO P_2, R_1 e R_2 :

$$
\begin{cases}
\dfrac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 & N_1(0) = N_{1,AS} \\[2ex]
\dfrac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 & N_2(0) = N_{2,AS}
\end{cases}
$$

SOLUZIONE DI EDO.

E' POSSIBILE CHE CI SIA UN MASSIMO PER $t > 0$?



BASTA FARE LA DERIVATA E VEDERE SE E' POSITIVA. SE LO E' VUOL DIRE CHE CRESCE PER UN TRATTO

FACCIAMOLO:

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{t=0} = -\lambda_2 N_2(0) + \lambda_1 N_1(0)$$

$$= -\cancel{\lambda_2} \cdot \frac{R_1 + R_2 - P_2}{\cancel{\lambda_2}} + \cancel{\lambda_1} \frac{R_1}{\cancel{\lambda_1}} = P_2 - R_2$$

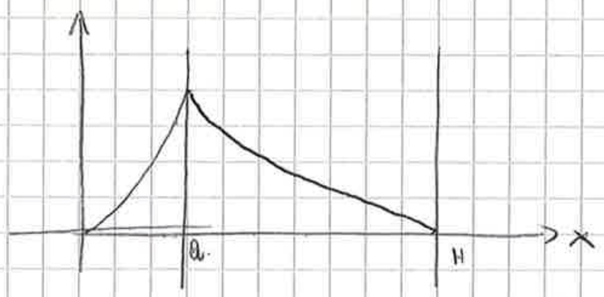
SE $P_2 > R_2$, LA SOLUZIONE HA DERIVATA POSITIVA E QUINDI CRESCE PER UN TRATTO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 164

- RISOLUZIONE EQ. DIFFUSIONE IN MEZZI FINITI.

$$D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) + S\cdot\delta(x-a) = 0$$



$$\begin{cases} \phi(0) = 0 \\ \phi(H) = 0 \end{cases}$$ CONDIZIONI

RISOLVO IL PROBLEMA PER TUTTI GLI $x \neq a$

$$D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) = 0 \quad \text{IN} \begin{cases} 0 \le x < a \\ a < x \le H \end{cases}$$

IMPONGO POI UNA CONDIZIONE DI SORGENTE IN $x = a$

→ RISOLVO $0 < x < a$:

$$\phi(x) = A e^{\frac{x}{L}} + B e^{-\frac{x}{L}}$$

$\phi(0) = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow B = -A$

$\Rightarrow \phi(x) = A e^{x/L} - A e^{-\frac{x}{L}} \Rightarrow \phi(x) = A\left(e^{\frac{x}{L}} - e^{-\frac{x}{L}}\right)$

$\Rightarrow \phi(x) = 2A \cdot \operatorname{senh} \frac{x}{L}$ CHIAMO $2A = C_I$

$\Rightarrow \underline{\phi(x) = C_I \operatorname{senh} \frac{x}{L}}$ ↦ SOLUZIONE IN $0 \le x < a$

→ RISOLVO $a < x \le H$

$\underline{\phi(x) = C_{II} \operatorname{senh}\left(\frac{H-x}{L}\right)}$ IL SENH SI ANNULLA IN H

SOLUZIONE DELL'EQ. DI DIFFUSIONE PER 0 e H ESPOSTA AL VUOTO, SI ANNULLA AL CONTORNO.

TENIAMO CONTO DELLA SORGENTE ⇒ CONDIZIONE DI SORGENTE!

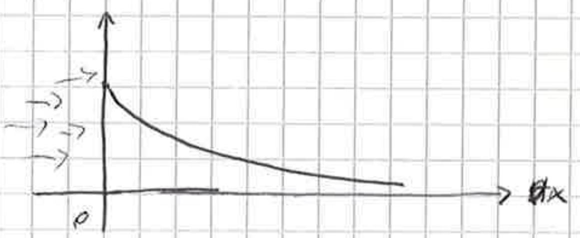
LA CONDIZIONE DI SORGENTE È LA CONTINUITÀ IN $x = a$:

$$\phi(a^-) = \phi(a^+)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 164

• RISOLUZIONE IN MEZZO SEMINFINITO CON CONTORNO IRRAGGIATO



$$D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) = 0$$

$$\phi(x) = A e^{\frac{x}{L}} + B e^{-\frac{x}{L}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \phi(x) = 0 \Rightarrow \boxed{A = 0}$$ 1° condizione

QUINDI $\phi(x) = B e^{-\frac{x}{L}}$

MI SERVE SAPERE COME LE PARTICELLE VENGONO INTRODOTTE SUL CONTORNO, IMPONENDO $J(0) = J_0$ CONDIZIONE CON CONTORNO IRRAGGIATO

$$\phi'(x) = -\frac{B}{L} e^{-\frac{x}{L}} \Rightarrow J(x) = \frac{B \cdot D}{L} e^{-\frac{x}{L}}$$

$$J(0) = J_0 \Rightarrow \frac{B \cdot D}{L} = J_0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{J_0 \cdot L}{D}}$$

SOLUZIONE: $\phi(x) = \frac{J_0 L}{D} e^{-\frac{x}{L}}$

→ SE SUPPONGO DI AVERE UN VALORE DI CORRENTE ENTRANTE?

$$\boxed{J^+ - J^- = J}$$

$$\boxed{J^+(0) = j_0}$$

CONDIZIONI DI CORRENTE ENTRANTE

$$\begin{cases} J^+(x) = \frac{1}{4}\phi(x) - \frac{D}{2}\frac{d\phi(x)}{dx} \\ J^-(x) = \frac{1}{4}\phi(x) + \frac{D}{2}\frac{d\phi(x)}{dx} \end{cases}$$

SOSTITUISCO $\phi(x)_B$ IN $J^+(x)$ E APPLICO $J^+(0) = j_0$:

$$\frac{1}{4} B + \frac{B \cdot D}{2L} = j_0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{4 j_0}{1 + 2\frac{D}{L}}}$$

TROVO IL NUOVO B E SOSTITUISCO.

(A = 0) XKÈ PER $x \to \infty$ NON VARIA NULLA.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 164

- TEORIA DELLA DIFFUSIONE IN PRESENZA DI FISSIONE.

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \phi(\vec{r},t)}{\partial t} = \nabla \cdot D \nabla \phi(\vec{r},t) - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + \underbrace{\boxed{\nu \Sigma_f \phi(\vec{r},t)}}_{\text{fissione}} + S(\vec{r},t)$$

RISOLVO L'EQ.

POSSO ANNULLARE LA SORGENTE XKÉ IL COMBUSTIBILE VIENE INSERITO NEI REATTORI OGNI 3 ANNI CIRCA. ESSENDO UN PROCESSO STAZIONARIO HO UN ϕ COSTANTE?

QUINDI: $\nabla \cdot D \nabla \phi(\vec{r}) - \Sigma_a \phi(\vec{r}) + \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}) = 0$

→ HO RISOLTO MOLTO IL PROBLEMA.

HO UNA EQ. DIFF. OMOGENEA. HO SOLUZIONE BANALE CON $\phi(\vec{r}) = 0$, MA MI SERVE UNA SOLUZIONE NON BANALE PER RISOLVERE IL SISTEMA. QUINDI MI PONGO LA DOMANDA: ESISTE UNA COMBINAZIONE LINEARE CHE MI DA UNA SOLUZIONE NON NULLA? $(\phi \neq 0)$.

→ $\nabla \cdot D \nabla \phi(\vec{r}) - \Sigma_a \phi(\vec{r}) + \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}) = 0$

SUPPONGO UN MEZZO OMOGENEO E INFINITO. QUINDI LA SOLUZIONE NON POTRÀ ESSERE DIPENDENTE DALLA POSIZIONE. QUINDI ϕ DIVENTA COSTANTE (POSSO TOGLIERE $(\vec{r})$) (POSSO TOGLIERE IL LAPLACIANO).

$$\nu \Sigma_f \phi - \Sigma_a \phi = 0$$

$$(\nu \Sigma_f - \Sigma_a)\phi = 0$$

HO LA SOLUZIONE BANALE MA NON MI SERVE.

L'ALTRA SOLUZIONE:

→ $\nu \Sigma_f - \Sigma_a = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} = 1}$

SOLO SE VALE QUESTA CONDIZIONE HO $\phi \neq 0$.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 164

SONO CAPACE DI RISOLVERE L'EQ. DA STUDIARE CON UN AUTOVALORE? VALUTO IN GEOMETRIA PIANA.

$$D\,\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a\,\phi(x) + \frac{1}{k}\,\nu\cdot\Sigma_f\cdot\phi(x) = 0$$

HO TOLTO LE DERIVATE PARZIALI. RISOLVO.

$$D\,\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a\left(\frac{1}{k}\overbrace{\frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a}}^{k_\infty} - 1\right)\phi(x) = 0$$

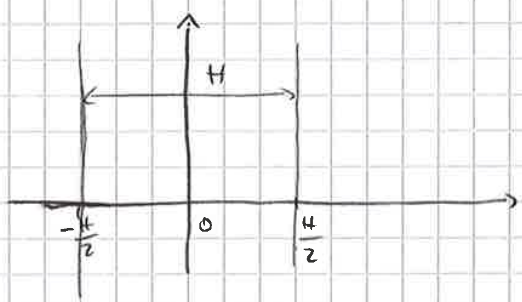
$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \underbrace{\left(\frac{k_\infty/k - 1}{L^2}\right)}_{B^2}\phi(x) = 0$$

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + B^2\phi(x) = 0$$

HO SUPPOSTO B POSITIVO, QUINDI $k_\infty > k$ (RAGIONEVOLE).

LA SOLUZIONE È UNA FUNZIONE TRIGONOMETRICA.

$$\phi(x) = A\cdot\cos(Bx) + C\cdot\text{sen}(Bx)$$



ESSENDO LA SOLUZIONE SIMMETRICA RISPETTO A "0" È UNA FUNZIONE PARI, QUINDI IL SENO SPARISCE PERCHÉ È DISPARI

QUINDI $\boxed{C = 0}$

ALTRA CONDIZIONE $\phi(H/2) = 0$

$A\cos\left(B\frac{H}{2}\right) = 0$ SOLUZIONE BANALE $A = 0$ (MA NON MI SERVE)

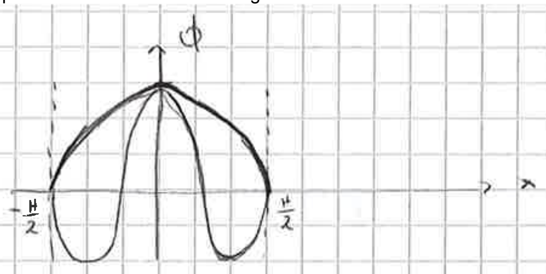
QUINDI IMPONGO $\cos\left(\frac{B\cdot H}{2}\right) = 0 \rightarrow B = \frac{\pi}{H}$

QUINDI $B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_\infty/k - 1}{L^2} = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$

$$\frac{k_\infty}{k} - 1 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 L^2 \Rightarrow \frac{k_\infty}{k} = 1 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 L^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 164



COSÌ NON DESCRIVO UN FLUSSO NEUTRONICO PERCHÉ SI HANNO FLUSSI NEGATIVI: È UNA SOLUZIONE MATEMATICA MA NON FISICA.

QUINDI ESISTE UNA SOLUZIONE MIGLIORE DELLE ALTRE → LA SOLUZIONE FONDAMENTALE, CHE DESCRIVE MEGLIO DELLE ALTRE LA SOLUZIONE STAZIONARIA. → PER $\boxed{B = \frac{\pi}{H}}$

- SOLUZIONE GENERALE NEL MEZZO OMOGENEO, CON SORGENTI.

RIPRENDO L'EQ. DELLA DIFFUSIONE CONSIDERANDO IL TEMPO:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \phi(\vec{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2 \phi(\vec{r},t) - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + \nu \Sigma_f \phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t)$$

NON INTRODUCO GLI AUTOVALORI PERCHÉ HO LA DIPENDENZA DAL TEMPO E DALLA SORGENTE.

CONDIZIONE INIZIALE: $\phi(\vec{r},t) = \phi_0(\vec{r})$ NON NEGATIVA

CONDIZIONE AL CONTORNO: $\phi(\vec{r}_s, t) = 0$, $\vec{r}_s$: CONTORNO

L'OBIETTIVO È QUELLO DI RISOLVERE L'EQ. DIFFERENZIALE PENSANDO LA FUNZIONE COME AD UNA SERIE: NE DETERMINO I COEFFICIENTI

POSSO SCRIVERE:

$$\nabla^2 \varphi_m(\vec{r}) = -B^2 \varphi_m(\vec{r})$$ CERCO QUESTE FUNZIONI φ

È SIMILE AL PROBLEMA DEGLI AUTOVALORI; QUESTA VOLTA PERÒ TROVO UN'AUTO~~FUNZIONE~~

PER RISOLVERE QUESTO PROBLEMA MI SERVONO LE CONDIZIONI AL CONTORNO $\varphi(G) = 0$; LE SOLUZIONI DI QUELL'EQUAZIONE SONO INFINITE MA NUMERABILI.

$$\nabla^2 \varphi_m(\vec{r}) = -B_m^2 \cdot \varphi_m(\vec{r}) \quad e \quad \varphi_m(\vec{r}_s) = 0$$

QUESTO È IL CONCETTO DEL PROBLEMA DI HELMHOLTZ.

VI SONO 2 TEOREMI. (PAGINA SUCCESSIVA)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 164

VEDIAMO IL SIGNIFICATO FISICO DI $S_m(t)$

ANCHE LA SORGENTE PUO' ESSERE SVILUPPATA IN SERIE.

$$S(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m(t)\cdot \varphi_m(\vec{r})$$ MOLTIPLICO PER $\varphi_m(\vec{r})$ E INTEGRO IN $d\vec{r}$; (PER L'ORTOGONALITA')

$$\int d\vec{r}\cdot \varphi_m(\vec{r})\, S(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m(t)\cdot \int d\vec{r}\cdot \varphi_m(\vec{r})\,\varphi_m(\vec{r}) \Rightarrow S_m(t) = C_m(t)$$

CERCO LA SOLUZIONE:

$$\boxed{A_m(t) = A_{m}(0)\, e^{v(\nu\Sigma_f-\Sigma_a-DB_m^2)t} + v\int_0^t dt'\, S_m(t')\, e^{v(\nu\Sigma_f-\Sigma_a-DB_m^2)(t-t')}}$$

CON L'INTEGRALE DI CONVOLUZIONE

- QUAL E' IL SIGNIFICATO DI $v(\nu\Sigma_f-\Sigma_a-DB_m^2)$?

$$v\,\Sigma_a\left(\frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a}-1-D\frac{B_m^2}{\Sigma_a}\right) = v\cdot\Sigma_a\left(k_\infty-(1+L^2\cdot B_m^2)\right)$$

$$= v\cdot\Sigma_a(1+L^2B_m^2)\left[\left(\frac{k_\infty}{1+L^2B_m^2}\right)-1\right]$$

$$\left[v\,\Sigma_a\,(1+L^2B_m^2)\right] = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = \left[\frac{1}{v\,\Sigma_a(1+L^2B_m^2)}\right]$$

$\left[\frac{1}{v\Sigma_a}\right.$ E' UNA VITA MEDIA $\left.\right]$; $\left[(1+L^2B_m^2)\right.$ TIENE CONTO DELLE FUGHE. $\left.\right]$

- QUAL E' IL SIGNIFICATO DI $A_m(0)$?

$$\phi(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(t)\,\varphi_m(\vec{r}) \qquad \phi_0(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(0)\,\varphi_m(\vec{r})$$

$$\int d\vec{r}\,\varphi_m(\vec{r})\cdot\varphi_n(\vec{r}) = \delta_{m,n} \qquad \delta_{i,j}\begin{cases}0 & \Leftrightarrow i\neq j\\ 1 & \Leftrightarrow i=j\end{cases}$$

$$\int d\vec{r}\,\phi_0(\vec{r})\cdot\varphi_m(\vec{r}) = A_m(0)$$

- CASO PIANO:

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -B^2\varphi(x) \quad ; \quad \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + B^2\varphi(x) = 0$$

$$\varphi(x) = A\cos(Bx) + C\sin(Bx)$$

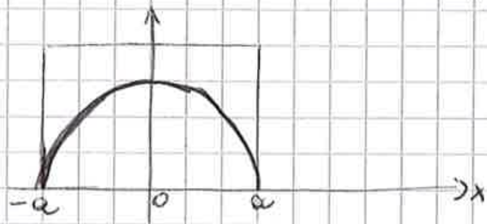
DEVO TENERE SIA IL SENO CHE IL COSENO PERCHE' LE AUTOFUNZIONI SONO COMPLETE.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 164

RAVETTO 14/04/2014

ESERCIZIO



$$D \cdot \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) + S = 0$$

SOLUZIONE = OMOGENEA + PARTICOLARE

$$D \cdot \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) = 0$$ OMOG.

LA SOLUZIONE DEL MIO PROBLEMA DEVE ESSERE PARI; NON HO QUINDI LA PARTE DISPARI

$\phi_o(x) = A \cdot e^{x/L} + B \cdot e^{-\frac{x}{L}}$ CONSIDERO $\phi_p(x) = C$

$\Rightarrow C = S/\Sigma_a$

$$\phi(x) = A \cdot e^{x/L} + B \cdot e^{-x/L} + S/\Sigma_a$$

$\phi'(x=0) = 0$ $\phi(x=a) = 0$

$$\phi'(x) = \frac{A}{L} e^{x/L} - \frac{B}{L} e^{-x/L} \Rightarrow \frac{A}{L} - \frac{B}{L} = 0 \Rightarrow A = B$$

$$\phi(x) = 2 \cdot A \frac{e^{\frac{x}{L}} - e^{-\frac{x}{L}}}{2} + \frac{S}{\Sigma_a}$$

$$\phi(x) = F \cdot \cosh\left(\frac{x}{L}\right) + S/\Sigma_a$$

$$F \cdot \cosh\left(\frac{a}{L}\right) - \frac{S}{\Sigma_a} = 0 \Rightarrow F = -\frac{S/\Sigma_a}{\cosh(a/L)}$$

HO APPLICATO $\phi(a)=0$

$$\boxed{\phi(x) = \frac{S}{\Sigma_a}\left(1 - \frac{\cosh(x/L)}{\cosh(a/L)}\right)}$$

CONCAVITA' RIVOLTA VERSO IL BASSO ⇒ SORGENTE SPALMATA

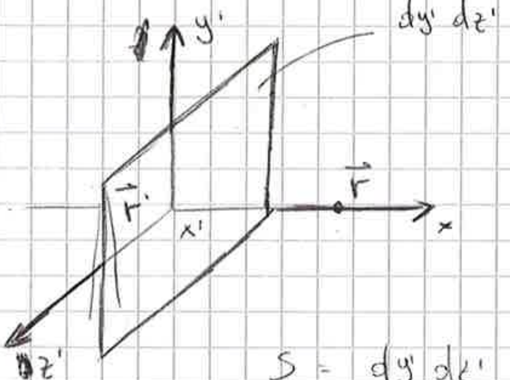
DOVE HO UNA SORGENTE NON E' DETTO SUBITO IL CARATTERE DELLA FUNZIONE

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \left(\frac{1}{L^2}\phi(x) - \frac{S}{D}\right)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 164

ESERCIZIO SULLA FUNZIONE DI GREEN



→ LA SOLUZIONE DIPENDE SOLAMENTE DA x

$$G(r' \to r) = \frac{1}{4\pi D}\,\frac{e^{-|\vec r - \vec r'|/L}}{|\vec r - \vec r'|}$$

$S = dy'\,dz'$ ⇒ PARTICELLE EMESSE.

$$S = dy'\,dz' \cdot \frac{1}{4\pi D}\,\frac{e^{-|\vec r - \vec r'|/L}}{|\vec r - \vec r'|}$$

→ CONTRIBUTO DI dy' e dz' ALLA SOLUZIONE IN x.

$$|\vec r - \vec r'| = \sqrt{(x-x')^2 - (y-y')^2 - (z-z')^2}$$

$$\phi(x) = \iint S \; dy'\,dz' =$$

$$= \frac{S}{4\pi D}\iint dy'\,dz'\;\frac{e^{-\frac{1}{L}\sqrt{(x-x')^2+y'^2+z'^2}}}{\sqrt{(x-x')^2+y'^2+z'^2}}$$

→ PASSO ORA IN COORDINATE POLARI: $y'^2 + z'^2 = \rho^2$

$dy'\,dz' = \rho\, d\rho\, d\varphi$

$$\phi(x) = \frac{S}{4\pi D}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} d\rho\,\rho\;\frac{e^{-\frac{1}{L}\sqrt{(x-x')^2+\rho^2}}}{\sqrt{(x-x')^2+\rho^2}}$$

CALCOLO LA DERIVATA RISPETTO A ρ PER CAPIRE COSA MANCA NELL'INTEGRALE.

$$\frac{d}{d\rho}\left(\frac{1}{L}\cdot\sqrt{(x-x')^2+\rho^2}\right) = \frac{1}{L}\,\frac{\rho}{\sqrt{(x-x')^2+\rho^2}}$$

$$\phi = -\frac{SL}{4\pi D}\,2\pi\left[e^{-\frac{1}{L}\sqrt{(x-x')^2+\rho^2}}\right]_0^{\infty} =$$

$$= \frac{SL}{2D}\,e^{-\frac{1}{L}|x-x'|} = \phi(x, x')$$

$$G(x' \to x) = \frac{L}{2D}\,e^{-|x-x'|/L}$$

RAVETTO 15/04/2014

$$\phi(\vec r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(t)\,\varphi_m(\vec r)$$

OGNI AUTOFUNZIONE VA PER CONTO SUO

$$\phi(\vec r, t) = \sum_{m=1}^{\infty}\left(A_m(0)\,e^{v(\nu\Sigma_f - \Sigma_a - DB_m^2)t} + v\int_0^t dt'\,S_m(t')\,e^{v(\dots)}\right)\varphi_m(\vec r)$$

LA NATURA DEI COEFFICIENTI DEL SISTEMA È LEGATA ALLA DINAMICA DEL SISTEMA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 164

→ Calcolo ora la probabilità di non fuga.

$$P_{NF} = 1 - P_L = \boxed{\frac{1}{1+L^2B_1^2}}$$ → per le altre funzioni non ho un vero e proprio significato fisico.

$$\frac{K_\infty}{1+L^2B_1^2} = K_\infty \cdot \frac{1}{1+L^2B_1^2}$$ → costante di moltiplicazione di un mezzo finito $= K_1$

$$\frac{K_\infty}{1+L^2B_m^2} = K_m$$ sono soluzioni dei coefficienti

$\frac{1}{\Sigma_a v}$: tempo medio che intercorre tra prima vita e assorbimento

$$\frac{1}{\Sigma_a} \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{1}{1+L^2B_1^2} = l_1$$ vita media effettiva delle particelle.

$$\boxed{l_m = \frac{1}{\Sigma_a v} \cdot \frac{1}{1+L^2B_m^2}}$$

Parametri infiniti detti.

B_m^2 P_{NF} K_m l_m

$$\boxed{B_m^2 = \left(\frac{2m-1}{H}\pi\right)^2}$$

B_m^2 : successione crescente

P_{NF} : successione decrescente con K_m e l_m

$$v\Sigma_a\left(K_\infty - 1 - L^2B_m^2\right)$$

→ al crescere di m diventa sempre + negativo il

la soluz. può essere scritta come: termine di sorgente.

$$\boxed{\phi(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty}\left(A_m(0)\, e^{\frac{K_m-1}{l_m}t} + v\int_0^t dt'\, S_m(t')\, e^{\frac{K_m-1}{l_m}(t-t')}\right)\varphi_m(\vec{r})}$$

$$\frac{K_m-1}{l_m} = v\Sigma_a\left(\nu\Sigma_f - \Sigma_a - DB_m^2\right)$$

→ suppongo che non ci siano sorgenti

$$\phi(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty}\left(A_m(0)\, e^{\frac{K_m-1}{l_m}t}\right)\varphi_m(\vec{r})$$

→ suppongo che $K_1 < 1$ → $(K_1-1)/l_1$ è negativo si spegne

$A_1(0)\, e^{\frac{K_1-1}{l_1}t}$: tende a 0 per t grande.

ma $K_2 < K_1$ (successione decrescente) →

→ $A_2(0)\, e^{\frac{K_2-1}{l_2}t}$ si spegne prima di $A_1(0)$

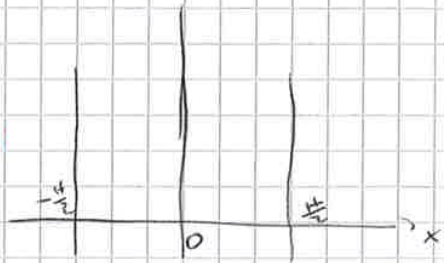
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 164

$v\Sigma_a = 2\cdot 10^4\ s^{-1}$ → l'esponente dell'esponenziale diventa $2\cdot 10^4 (k-1)t$

→ suppongo $k_1 > 1$ per cause varie, non posso fare un errore più grande del 10%.

- ESEMPIO 1



$$\phi(x, t=0) = \phi_0(x) = M\cdot\delta(x)$$

$$\left|\frac{k_1-1}{\ell_1} - \frac{k_2-1}{\ell_2}\right| \to$$ stabilisce ....

$$A_m(0) = \int_V d\vec{r}\cdot\phi_0(\vec{r})\cdot\varphi_m(\vec{r}) =$$

$$= \int dx\cdot M\cdot\delta(x)\cdot\varphi_m(x) = M\cdot\varphi_m(0)$$ = (detta def. di δ di Dirac)

$=$ 0 per le autofunzioni dispari

$=$ $M\varphi_m(0)$ per le autofunzioni pari $= M\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{H}}$

↳ proiezione dello stato iniziale sull'autofunzioni di H

$$\varphi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{H}}\cos\left(\frac{2m-1}{H}\pi\cdot x\right)$$ $\boxed{\text{AUTOFUNZIONE PARI}}$

$$\phi(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(0)\cdot\varphi_m(x)\, e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}t} =$$

$$= \boxed{\sum_{m=1}^{\infty} M\cdot\sqrt{\frac{2}{H}}\cdot\sqrt{\frac{2}{H}}\cos\left(\frac{2m-1}{H}\cdot\pi\cdot x\right)\cdot e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}t} = \phi(x,t)}$$

Soluzione generale di un problema $S=0$

→ CASO $k_1 = 1$: REATTORE CRITICO:

$$\Rightarrow \phi(x,t) = \underbrace{M\cdot\frac{2}{H}\cos\left(\frac{\pi\cdot x}{H}\right)\cdot e^0}_{\text{parte stazionaria}} + \underbrace{\sum_{m=2}^{\infty} M\left(\frac{2}{H}\right)\cdot\cos\left(\frac{2m-1}{H}\pi\cdot x\right)e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}t}}_{\text{transitorio} \to 0 \text{ per } t\to\infty}$$

$$\boxed{\phi_{AS}(x) = M\cdot\frac{2}{H}\cos\left(\frac{\pi x}{H}\right)}$$

• ad esempio devo trovare ϕ tale che $P_{AS} = 100$ MW

$$\int_{-H/2}^{H/2} dx\cdot\phi_{AS}(x)\cdot\Sigma_f\cdot E_f = P_{AS}$$

$$\frac{2M}{H}\int_{-H/2}^{H/2} dx\cdot\cos\frac{\pi}{H}x\cdot\Sigma_f\cdot E_f = P_{AS} \Rightarrow \frac{M}{H}E_f\Sigma_f\cdot 2\int_{-H/2}^{H/2}\cos\frac{\pi}{H}x\, dx = P_{AS} \Rightarrow$$

$$P_{AS} = \frac{4M}{\pi}\cdot E_f\cdot\Sigma_f \Rightarrow \boxed{M = \frac{\pi\cdot P_{AS}}{4\cdot E_f\cdot\Sigma_f}}$$ valore di M ~~tale che con~~ P_{AS} assegnata

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 164

$\boxed{S(\vec{r},t) = \delta(\vec{r})\,\delta(t)\,S_0}$ IMPULSATA NEL TEMPO E NELLO SPAZIO

RAVETTO 16/4/2014

$$\phi(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty}\left(v\int_0^t dt'\cdot S_m(t')\cdot e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}(t-t')}\right)\varphi_m(\vec{r}) \qquad S_m(t) = \int_D \delta(\vec{r})\,\delta(t)\,S_0\,\varphi_m(\vec{r})\,d\vec{r}$$

→ CASO CON L'IMPULSO : SORGENTE IMPULSIVA

$S(\vec{r},t) = S_0\cdot\varphi_1(\vec{r})\,\delta(t)$ → COME L'ARMONICA FONDAMENTALE

→ PARTICELLE INSERITE TUTTE PER $t=0$ ($t\neq 0$ NON HA SORGENTE)

⇒ DEVE ESSERE SINGOLARE PER $t=0$ (δ DI DIRAC)

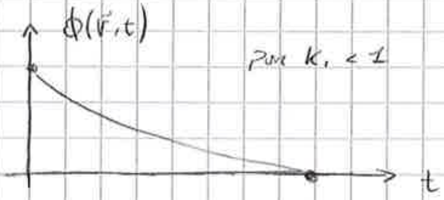
$$S_m(t) = \int_D d\vec{r}\,\underbrace{\left(S_0\,\varphi_1(\vec{r})\,\delta(t)\right)}_{S(\vec{r},t)}\cdot\varphi_m(\vec{r}) = S_0\,\delta(t)\cdot\int_D d\vec{r}\cdot\varphi_1(\vec{r})\cdot\varphi_m(\vec{r})$$

$$= S_0\cdot\delta(t)\,(\delta_{1m})$$ → OPERATORE DI KRONECKER

$$\phi(\vec{r},t) = \left(v\int_0^t dt'\cdot S_0\,\delta(t')\,e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}t}\right)\varphi_1(\vec{r}) =$$

$$= \left(v\cdot S_0\int_0^t dt'\cdot\delta(t')\cdot e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}(t-t')}\right)\cdot\varphi_1(\vec{r}) =$$

$$= \boxed{v\cdot S_0\cdot e^{\frac{k_1-1}{\ell_1}t}\cdot\varphi_1(\vec{r}) = \phi(\vec{r},t)}$$



⇒ ALL'INTERNO DI k_1 HO ALTRE GRANDEZZE CHE MI INTERESSANO :

→ $k_1 > 1$: ANDAMENTO DECRESCENTE

→ $k_1 = 1$: IMPULSO E POI RIMANE UGUALE A SE STESSO

∘ PROBLEMA : SORGENTE PULSATA PERIODICA

→ DOPO UN PO' DI TEMPO, L'IMPULSO PORTA IL FLUSSO SEMPRE ALLO STESSO LIVELLO (→ SITUAZIONE STAZIONARIA → IL VALORE MEDIO DIVENTA COSTANTE).

T = PERIODO PULSAZIONE : STUDIARE LA CONDIZIONE ASINTOTICA.

- ESEMPIO : SORGENTE COME L'ARMONICA FONDAMENTALE (ANDAMENTO SINUSOIDALE) :

$$S(\vec{r},t) = S_0\,\varphi_1(\vec{r})\,(1-\cos(\omega t))$$

+ SORGENTE SEMPRE POSITIVA.

⇒ $S_m(t) = S_0\,(1-\cos(\omega t))\,\delta_{1m}$

$$\phi(\vec{r},t) = v\cdot S_0\int_0^t dt'\,(1-\cos(\omega t'))\,e^{\frac{k_m-1}{\ell_m}(t-t')}\cdot\varphi_1(\vec{r})$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 164

AUTOFUNZIONI DI UNA SFERA

$$\nabla^2 \varphi = -B^2 \cdot \varphi \qquad \text{con} \qquad \varphi(\vec{r})$$

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} \left(\vec{r}, \varphi(\vec{r})\right) = -B^2 \varphi(\vec{r})$$

- CONDIZIONI AL CONTORNO $\underline{\varphi(\vec{r}) = 0}$ NON HO SORGENTE $\rightarrow$ PROBLEMA OMOGENEO.

$$\frac{d^2}{dr^2} \left(r, \varphi(\vec{r})\right) - B^2 \left(\vec{r}, \varphi(\vec{r})\right) = 0$$

CHIAMO $\vec{r}\, \varphi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \Rightarrow \dfrac{d^2 \psi(\vec{r})}{dr^2} - B^2 \psi(\vec{r}) = 0$

$$\psi(\vec{r}) = A \cos(Br) + C \operatorname{sen}(Br)$$

$$\rightarrow \varphi(\vec{r}) = A \cdot \cos(Br) \cdot \frac{1}{r} + C \sin(Br) \frac{1}{r}$$

$\rightarrow$ PRENDO $\boxed{A = 0} \Rightarrow \varphi(\vec{r}) = C \cdot \dfrac{\sin(Br)}{r}$ APPLICO POI $\underline{\varphi(R) = 0}$

$\hookrightarrow$ XKE' ALTRIMENTI HO $1/0$

$\Rightarrow C \cdot \dfrac{\sin(BR)}{R} = 0 \Rightarrow \sin(BR) = 0 \rightarrow$ HO TANTE AUTOFUNZIONI.

$B_m = \dfrac{m\pi}{R}$ QUINDI $\boxed{\varphi(\vec{r}) = C \cdot \dfrac{\sin\left(\frac{m\pi}{R} \cdot r\right)}{r}}$ $\quad B \cdot R = m\pi$ con $m = 1, 2, 3 \ldots$

SI DIMOSTRA CHE $\boxed{C = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi R}}}$

- CASO DEL CILINDRO INFINITO

$$\frac{d^2 \varphi(\vec{r})}{dr^2} \cdot \frac{1}{r} \frac{d\varphi(\vec{r})}{dr} + B^2 \varphi(\vec{r}) = 0$$

CONSIDERO $\varphi(\vec{r}) = 0$

$\rightarrow$ E' L'EQUAZIONE DI BESSEL $\Rightarrow$ $z^2 \cdot \dfrac{d^2 W}{dz^2} + z \dfrac{dW}{dz} + (z^2 - \nu^2) W = 0$

CON $\nu = 0$: $z^2 \dfrac{d^2 W}{dz^2} + z \dfrac{dW}{dz} + z^2 W = 0$

DIVIDO PER $z^2 \Rightarrow \dfrac{d^2 W}{dz^2} + \dfrac{1}{z} \dfrac{dW}{dz} + W = 0$

CON SOLUZIONE $\Rightarrow$ $\boxed{W(z) = A \cdot J_0(z) + C \cdot Y_0(z)}$

COMBINAZIONE LINEARE DI 2 SOLUZIONI ELEMENTARI.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 164

ZANINO 28/4/2014

FUSIONE NUCLEARE

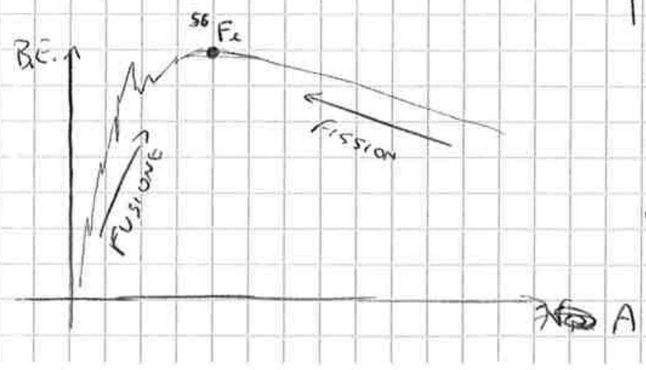
LA FUSIONE NUCLEARE E' UNA FONTE ENERGETICA DI NATURA NUCLEARE MOLTO DIVERSA DALLA FISSIONE. LA PRODUZIONE DI ENERGIA SI BASA SUL PRINCIPIO DELLA FUSIONE TRA 2 NUCLEI. LA REAZIONE DI FUSIONE PIU' PRODUTTIVA E' QUELLA FRA DEUTERIO E TRIZIO (ISOTOPI DELL'IDROGENO):

$$^{2}_{1}D + ^{3}_{1}T \longrightarrow n + ^{4}_{2}He$$

AD OGNI REAZIONE DI FUSIONE VIENE RILASCIATA ISTANTANEAMENTE UNA PICCOLA QUANTITA' DI ENERGIA (PROCESSO ESOTERMICO). QUINDI SE RIESCO A FAR AVVENIRE UNA QUANTITA' SUFFICIENTE DI QUESTE REAZIONI (IN MANIERA CONTROLLATA) RIESCO AD OTTENERE NOTEVOLI QUANTITA' DI ENERGIA. FRA I NUMEROSI VANTAGGI, RISPETTO ALLA FISSIONE, VA CITATO PRIMA DI TUTTI IL FATTO CHE STIAMO PARLANDO DI UNA FONTE MOLTO PIU' "PULITA".

UNO DEI PROBLEMI ALLA REALIZZAZIONE E' LA REPERIBILITA' DI DEUTERIO E TRIZIO: IL PRIMO LO SI TROVA IN ABBONDANZA NELL'ACQUA, IL SECONDO E' UN ~~ALT~~ ELEMENTO RADIOATTIVO E LO SI TROVA NEL LITIO. IL TRIZIO ~~ELE~~ E' UN EMETTITORE β ($T_{\frac{1}{2}} = 12\,a$)

LA PRODUZIONE DI ELETTRICITA' E' AFFIDATA AL NEUTRONE CHE, URTANDO ~~IL MATTONCINO~~ I RETICOLI DEL "MANTELLO" FUORI DALLA CAMERA DI COMBUSTIONE, CEDE CALORE. TUTTAVIA L'URTO DEI NEUTRONI SUL MANTELLO E' ANCHE NEGATIVO IN QUANTO "ATTIVA LA STRUTTURA" (LA RENDE RADIOATTIVA).



TALE GRAFICO ESPRIME L'ENERGIA MEDIA DI LEGAME IN FUNZIONE DEL NUMERO DI MASSA. LA COSA INTERESSANTE E' NOTARE CHE FISSIONE E FUSIONE SONO 2 MODI DIVERSI PER RAGGIUNGERE LA MASSIMA ENERGIA DI LEGAME POSSIBILE.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 164

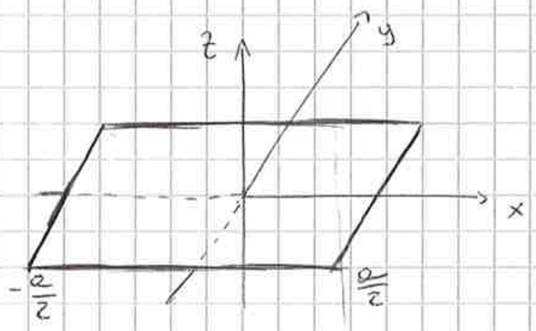
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 164

RAVETTO 5/5/2014

PER RISOLVERE IL PROBLEMA DELLA DIFFUSIONE, PRIMA:

$$\nabla^2 \varphi = -B^2 \varphi \qquad \varphi(\vec{r}_s) = 0$$

• CASO: PARALLELEPIPEDO FINITO



$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -B^2 \varphi$$

- SI UTILIZZA LA TECNICA DELLA SEPARAZIONE DELLE VARIABILI. IN REALTA' NON E' VERO MA VEDIAMO SE VA BENE.

$$\varphi(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \quad \text{e sostituisco}$$

$$Y(y) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + X(x) \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -B^2 X(x) Y(y) \; ; \quad \text{divido per } \varphi$$

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -B^2$$

SIGNIFICA CHE PER TUTTI GLI x E y, IL PRIMO MEMBRO DA' SEMPRE COME RISULTATO $-B^2$ (COSTANTE).

- L'UNICA POSSIBILITA' E' CHE SIANO COSTANTI:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -B_x^2 \quad e \quad \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy} = -B_y^2 \Rightarrow \underline{B_x^2 + B_y^2 = B^2}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\frac{d^2 X}{dx} = -B_x^2 \cdot X \qquad\qquad \frac{d^2 Y}{dy} = -B_y^2 \cdot Y$$

$$\rightarrow X_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{2n-1}{a} \pi \cdot x\right) \qquad B_{x,n}^2 = \left(\frac{2n-1}{a} \pi\right)^2$$

$$\rightarrow Y_m(y) = \sqrt{\frac{2}{b}} \cos\left(\frac{2m-1}{b} \pi y\right) \qquad B_{y_m}^2 = \left(\frac{2m-1}{b} \pi\right)^2$$

$$\boxed{B^2 = \left(\frac{2n-1}{a} \pi\right)^2 + \left(\frac{2m-1}{b} \pi\right)^2}$$

$$\boxed{\varphi_{n,m}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \sqrt{\frac{2}{b}} \cos\left(\frac{2n-1}{a} \pi x\right) \cos\left(\frac{2m-1}{b} \pi y\right)}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 164

PROGETTO DI UN REATTORE

→ NOI VOGLIAMO CHE $K_1 = K_{eff} = 1$

$$\frac{K_\infty}{1+L^2B^2} = 1 \Rightarrow B^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2}$$ BUCKLING MATERIALE

- SE HO UNA SFERA, $B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2}$

- SE HO UN CILINDRO, $B^2 = \left(\frac{j_{00}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$

SE LO VOGLIO CRITICO, $\left(\frac{j_{00}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2}$ HO INFINITE COMBINAZIONI DI R e H

IL NOSTRO OBIETTIVO E' MINIMIZZARE IL VOLUME (PER ESSERE CRITICO)

$V = \pi R^2 H = V(R,H)$ HO 2 EQUAZIONI IN 2 INCOGNITE

$$B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 = \left(\frac{j_{00}}{R}\right)^2 \Rightarrow R^2 = \frac{j_{00}^2}{B^2 - \left(\frac{\pi}{H}\right)^2}$$ POSSO COSTRUIRE $V(H)$

$j_{00} = 2,405$

$$V(H) = \pi \frac{j_{00}^2 H}{B^2 - (\pi/H)^2} = \pi \frac{j_{00}^2 H^3}{B^2H^2 - \pi^2}$$

$$\frac{dV}{dH} = \pi j_{00}^2 \frac{3H^2(B^2H^2 - \pi^2) - 2B^2H^4}{(B^2H^2 - \pi^2)^2} = 0$$ (PERCHÉ DEVO TROVARE H PER CUI V È MINIMO)

$$3(B^2H^2 - \pi^2) - 2B^2H^2 = 0 \; ; \; B^2H^2 = 3\pi^2 \Rightarrow \boxed{H = \frac{\sqrt{3}\,\pi}{B}}$$

ORA TROVO ANCHE R:

$$R^2 = \frac{j_{00}^2}{B^2 - \frac{\cancel{\pi^2} B^2}{3\cancel{\pi^2}}} = \frac{j_{00}^2}{\frac{2}{3}B^2} = \frac{3}{2}\frac{j_{00}^2}{B^2} \Rightarrow \boxed{R = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{j_{00}}{B}}$$

⇒ DIAMETRO $D = 2R \Rightarrow D = 2\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{j_{00}}{B}$

$$\frac{D}{H} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2 j_{00}}{\cancel{B}} \frac{\cancel{B}}{\sqrt{3}\,\pi} = \frac{\sqrt{2}\, j_{00}}{\pi}$$ PER $j_{00} = 2,4048$

$$\Rightarrow \frac{R}{H} = 0,55$$

NEL CILINDRO EQUILATERO, $\frac{R}{H} = 0,5$. QUI E' UN PO' MAGGIORE. QUESTO VALE PER UN REATTORE CHE PRODUCE ENERGIA. BISOGNA IMPORRE LE FUGHE MINIMIZZATE. (IN USO MEDICO INVECE VOGLIO CHE I NEUTRONI FUGGANO.)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 164

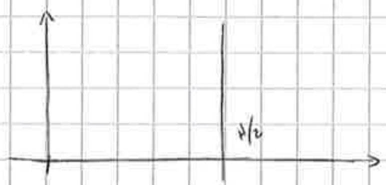
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 164

RAVETTO 7/5/2014

ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 1: SISTEMA MOLTIPLICANTE SOTTOCRITICO

LO STUDIO ADOTTANDO LA TEORIA DELLA DIFFUSIONE.



- $D = 0,2$ cm
- $L = 10$ cm
- $v = 2,2 \cdot 10^5$ cm/s
- $H = 100$ cm

*

$$K_{eff} = k_1 = \frac{k_\infty}{1 + L^2 B_1^2} = 0,98$$

$$\Rightarrow k_\infty = \left(1 + L^2 B_1^2\right) \cdot 0,98$$

MA $B_1 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$ (RISULTATO CON 5 CIFRE SIGNIFICATIVE)

*

RISOLUZIONE EQ. DIFFUSIONE CON SERIE MOLTIPLICATIVA

$$\phi(\vec{r},t) = \sum_{m=1}^{\infty} \left(A_m(0) \cdot e^{\frac{k_m - 1}{\ell_m} t} + v \int_0^t dt' \cdot S_m(t') \cdot e^{\frac{k_m - 1}{\ell_m}(t - t')} \right) \varphi_m(\vec{r})$$

LA SORGENTE E' DISTRIBUITA SECONDO L'ARMONICA FONDAMENTALE

$\Rightarrow$ STAZIONARIETA'.

$$S(x,t) = S_0 \cdot \varphi_1(x)$$

$$S_m(t) = \int_{-\frac{H}{2}}^{H/2} dx \cdot S(x,t) \cdot \varphi_m(x) = \int_{-\frac{H}{2}}^{H/2} dx \cdot S_0 \cdot \varphi_1(x) \cdot \varphi_m(x) =$$

$$= \left.\begin{cases} 0 & \text{se } m \neq 1 \\ S_0 & \text{se } m = 1 \end{cases}\right\} S_0 \, \delta_{1m}$$

$$\phi(x,t) = v \int_0^t dt' \cdot S_0 \cdot e^{\frac{k_1 - 1}{\ell_1}(t - t')} \, \varphi_1(x)$$

$$= v \cdot S_0 \cdot e^{\frac{k_1 - 1}{\ell_1} t} \cdot \frac{\ell_1}{k_1 - 1} \cdot \left[-e^{-\frac{k_1 - 1}{\ell_1} t'} \right]_0^t \cdot \varphi_1(x)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 164

ESERCIZIO 2: TRASMUTAZIONE DI 2 NUCLIDI

NUCLIDE C (OBIETTIVO)

NUCLIDE A (STABILE) CON $N_A = 2,5 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$

$\sigma_A = 10\,b$

$A \rightarrow B$ $\quad \sigma_B = 50\,b \quad (t_{\frac{1}{2}})_B = 10$ GIORNI

$B \rightarrow C$ $\quad \sigma_C = 20\,b \quad (t_{\frac{1}{2}})_C = 1,5\ y$

LA CONCENTRAZIONE DEL NUCLIDE A È COSTANTE! (STABILE)

TROVARE:

a) EQ. DI BILANCIO DI B E C $\quad$ b) EQ. DI CONCENTRAZIONE DI B E C

SVOLGIMENTO:

* $$dN_B = (\underbrace{\sigma_A N_A \phi}_{\text{trasmutazione A}} - \underbrace{\lambda_B N_B}_{\text{decadimento B}} - \underbrace{\sigma_B N_B \phi}_{\text{trasmutazione B}})\,dt$$

$\Sigma_{aA} = \sigma_A \cdot N_A$

$\Sigma_{aB} = \sigma_B \cdot N_B$

$\Sigma_{aC} = \sigma_C \cdot N_C$

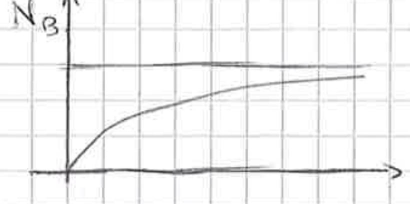
$$dN_C = (\lambda_B N_B - \lambda_C N_C - \sigma_C N_C \phi)\,dt$$

$$\begin{cases} \dfrac{dN_B}{dt} = \sigma_A N_A \phi - (\underbrace{\lambda_B + \sigma_B \phi}_{\lambda_B^*}) N_B \\ \dfrac{dN_C}{dt} = \lambda_B N_B - (\underbrace{\lambda_C + \sigma_C \phi}_{\lambda_C^*}) N_C \end{cases}$$

$N_B(t) = N_{B0} e^{-\lambda_B^* t} + \int_0^t dt' \sigma_A N_A \phi e^{-\lambda_B^*(t-t')}$

TROVO LA SOLUZIONE GENERALE DELLE EQ. DIFFERENZIALI; IMPONGO POI LE CONDIZIONI INIZIALI $N_B(0)=0$; $N_C(0)=0$ $\Rightarrow$ RISOLVO

* VOGLIO DETERMINARE LE ESPRESSIONI ASINTOTICHE PER B E C:



$$\boxed{N_{B,AS} = \frac{\sigma_A \cdot N_A \cdot \phi}{\lambda_B + \sigma_B \phi}} \quad ; \quad \boxed{N_{C,AS} = \frac{\lambda_B \cdot N_{B,AS}}{\lambda_C + \sigma_C \phi}}$$

HO TROVATO LE CONDIZIONI ASINTOTICHE PONENDO LE DERIVATE UGUALE A ZERO.

SE $\phi = 10^{14}\ \frac{n}{cm^2 \cdot s}$

$$\Rightarrow N_{C,AS} = \frac{\lambda_B \cdot N_{B,AS}}{\lambda_C + \sigma_C \cdot \phi} \cdot \frac{\phi}{\lambda_B + \sigma_B \phi} = N_{C,AS}(\phi)$$

È POSSIBILE RICAVARE ϕ AFFINCHÉ N_C SIA MASSIMO ($\phi_{ottimale}$).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 164

IN AGGIUNTA:

SAPENDO CHE VI SONO TALI INCERTEZZE $\frac{\delta Q}{Q} = 5\%$ $\frac{\delta R}{R} = 2\%$

TROVARE LE INCERTEZZE SU L e D.

$$\delta L = \left|\frac{dL}{dQ}\right| \cdot \delta Q = Q \left|\frac{dL}{dQ}\right| \frac{\delta Q}{Q}$$

$$\frac{dL}{dQ} = a \frac{(-1)}{\log^2 Q} \cdot \frac{1}{Q} = \frac{a}{\log Q} \cdot a \cdot \frac{1}{\log^2 Q} \cdot \frac{1}{Q} = dL$$

$$\frac{dL}{L} = \frac{a}{\log Q} \cdot a \cdot \frac{1}{\log^2 Q} \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{L}$$

$$D = \frac{L}{2}\left(\frac{1-R}{1+R}\right) = \frac{a}{2}\frac{1}{\log Q}\left(\frac{1-R}{1+R}\right) = D(Q,R)$$

$$\delta D = a \left|\frac{\partial D}{\partial Q}\right| \left(\frac{\partial \delta Q}{Q}\right) + R\left|\frac{\partial D}{\partial R}\right| \frac{\delta R}{R}$$

$\frac{\partial D}{\partial Q}$ $\frac{\partial D}{\partial R}$

SENSITIVITÀ

* DETERMINARE INOLTRE LA SORGENTE IN MODO DA AVERE UNA CERTA POTENZA ASINTOTICA.

$$\phi(x,t) = C\left(1 - e^{\frac{K_1 - 1}{\ell_1} t}\right) \varphi_1(x)$$

ϕ_{AS} per $t \to \infty$ $\Rightarrow$ $\phi_{AS}(x) = C \cdot \varphi_1(x)$

POT. TOTALE SISTEMA $\Rightarrow \int d\vec{r} \cdot \phi(\vec{r},t) \cdot \Sigma_f \cdot E_F$

SOSTITUISCO $\phi(\vec{r},t)$: $\boxed{C \cdot \Sigma_f \cdot E_F \cdot \int dx \; \varphi_1(x) = P_0}$

E DETERMINO C.

NEL TRANSITORIO: (NO ASINTOTICO):

$$C \cdot \Sigma_f \cdot E_F \left(1 - e^{\frac{K_1 - 1}{\ell_1} t}\right) \cdot \int dx \cdot \varphi_1(x) = P(t)$$

PER TROVARE POI L'ENERGIA FRA 0 e t:

$$E(t) = \int_0^t dt \; P(t)$$

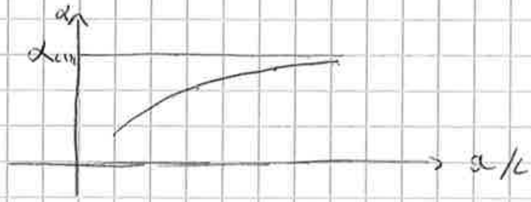
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 164

DETERMINARE ORA IL VALORE LIMITE DI α AL CRESCERE DELLO SPESSORE DELLO STRATO.

α_{limite} : $\boxed{\lim_{a \to \infty} \alpha = \frac{1 - \frac{2D}{L}}{1 + \frac{2D}{L}}}$ $\left[\text{Tanh } \frac{a}{L} \to 1 \text{ con } a \to \infty \right]$

DOPO UN CERTO VALORE LIMITE NON CONVIENE PIÙ AUMENTARE LO SPESSORE



*

QUANTO VALE α_{lim} SE LA DENSITÀ (N) DECRESCE DELL' 80% ?

$$\alpha_{lim} = \frac{1 - \frac{2D}{L}}{1 + \frac{2D}{L}}$$

COME VARIANO D e L, VARIANDO N ?

HO CHE:

$$\Sigma = \sigma \cdot N \quad e \quad L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \quad ma \quad D = \frac{1}{3\Sigma} = \frac{1}{3\sigma N}$$

RICAVO QUINDI CHE:

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{1}{3\sigma N} \cdot \frac{1}{\sigma_a N}$$

$$L = \frac{1}{N\sqrt{3\sigma \cdot \sigma_a}} \qquad D = \frac{1}{3\sigma \cdot N}$$

$$\left(\frac{L}{D}\right)^{-1} = \frac{1}{\cancel{N}\sqrt{3\sigma\sigma_a}} \cdot 3\sigma\cancel{N} = \frac{\sqrt{3 \cdot \sigma \cdot \sigma_a}}{3\sigma}$$

$$\boxed{\alpha_{lim} = \frac{1 - \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3\sigma \cdot \sigma_a}}{\sigma}}{1 + \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3\sigma \cdot \sigma_a}}{\sigma}}}$$

QUINDI CAMBIANDO N, α_{lim} NON VARIA.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 164

RAVETTO 19/5/2015

PROGETTO REATTORE OMOGENEO (CONTINUAZIONE)

$$\boxed{K_{eff} = \frac{K_\infty}{1 + L^2 B^2}}$$

→ $B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$ SLAB (PIANO)

→ $B^2 = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2$ SFERA

→ $B^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{j_{01}}{R}\right)^2$ CILINDRO

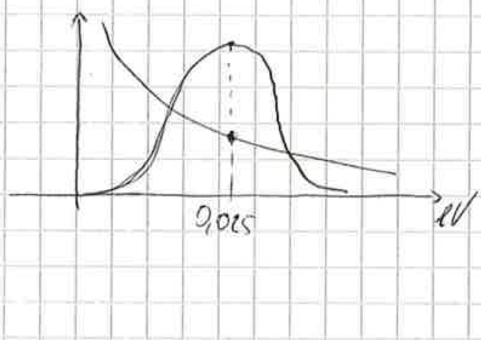
→ $B^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2$ PARALLELEPIPEDO

SUPPONIAMO DI VOLER PROGETTARE UNA STRUTTURA TERMICA.

LA MAGGIOR PARTE DELLE FISSIONI SONO PRODOTTE DA NEUTRONI TERMICI, PRODOTTI DA NEUTRONI VELOCI. LA VITA DEI NEUTRONI, NEL PASSAGGIO DA VELOCE A TERMICO, È MOLTO TRASCURABILE (RISONANZE).

IL LIBERO CAMMINO MEDIO È MAGGIORE PER I NEUTRONI VELOCI, RISPETTO A QUELLI TERMICI (CIRCA 2 ORDINI DI GRANDEZZA).

I NEUTRONI TERMICI NON HANNO TUTTI LA STESSA ENERGIA IN QUANTO POSSONO ACQUISIRE O PERDERE ENERGIA. LA DISTRIBUZIONE DI ENERGIA PER I NEUTRONI TERMICI SEGUE UNA MAXWELLIANA:



TRATTANDOSI DI UN RANGE DI ENERGIA, AVREMO SEZIONI D'URTO VARIABILI NEL RANGE. SI CONSIDERA PERCIÒ UNA SEZIONE D'URTO MEDIATA:

$$\boxed{\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{2}} g \cdot \sigma(T_0)}$$

→ CON QUESTO METODO POSSIAMO PENSARE DI AVERE NEUTRONI MONOCINETICI.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 164

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 164

→ η È UN PARAMETRO CHE DIPENDE SOLO DAL COMBUSTIBILE. ~~SI CHIAMA~~ ~~FATTORE DI~~ UTILI

→ f: FATTORE DI UTILIZZAZIONE TERMICA. INDICA L'EFFICIENZA DI ASSORBIMENTO DEL COMBUSTIBILE

POSSIAMO QUINDI RICAVARE K_∞ TRAMITE IL PRODOTTO DI 4 FATTORI:

FORMULA DEI 4 FATTORI: $\boxed{K_\infty = \eta \cdot f \cdot \varepsilon \cdot p}$

→ TALE PRODOTTO INDICA IL NUMERO DI NEUTRONI TERMICI PRODOTTI, RISPETTO A QUELLI TERMICI ASSORBITI.

IL NOSTRO COMPITO ORA È TROVARE LA RICETTA DELLA MISCELA COMBUSTIBILE - MODERATORE (QUANTITÀ) AFFINCHÉ OTTENESSIMO UN BUON K_∞.

IL REATTORE DEVE ESSERE PROGETTATO A $K_{eff} > 1$, LO PORTIAMO POI PARI A 1 TRAMITE I SISTEMI DI CONTROLLO; QUANDO POI IL K_{eff} TENDE A SCENDERE SOTTO L'1, RIMUOVO QUALCHE BARRA DI CONTROLLO IN MODO DA AUMENTARE IL K_{eff}.

→ SE NELL'ACQUA È MISCELATO DEL BORO, IL BORO VA AD INFLUIRE SOLO f. ~~UN PARAMETRO~~

COME RICAVIAMO I 4 FATTORI?

$$\eta = \frac{\#\ n\ \text{VELOCI PRODOTTI DA FISS.}}{\#\ n\ \text{TERMICI ASS. DAL COMBUSTIBILE}} = \frac{\nu \Sigma_f \phi}{\Sigma_{a,comb}\ \phi} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_{a,comb}} = \eta$$

→ IL CALCOLO DI η È INDIPENDENTE DALLA POSIZIONE

ESEMPIO:

SOLFATO DI URANILE: $(UO_2 SO_4)$ CON ARRICCHIMENTO $e = 2\%$

N_F CONCENTRAZIONE COMBUSTIBILE

$\sigma_a(U\text{-}238) = 2{,}73\ b \rightarrow \bar{\sigma}_a(U238)$

$\sigma_a(U\text{-}235) = \ldots\ b \rightarrow \bar{\sigma}_a(U235)$

$\sigma_a(O) = \ldots\ b \rightarrow \bar{\sigma}_a(O)$

$\sigma_a(S) = \ldots\ b \rightarrow \bar{\sigma}_a(S)$

ATOMI DI U238

$$\Sigma_{a,comb} = \bar{\sigma}_a(U238) N_F(1-e) + \bar{\sigma}_a(U235) \cdot N_F \cdot e + \bar{\sigma}_a(O) \cdot N_F \cdot 6 + \bar{\sigma}_a(S) N_F$$

TRAMITE $g(T)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 164