



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1633A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Lanfranchi

MATERIA: Termodinamica e Trasmissione del Calore.
Prof. Santarelli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

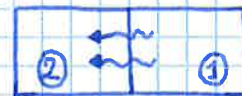
**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Il calore è un'azione, funzione del processo P

$$Q = Q(P)$$

ES.:

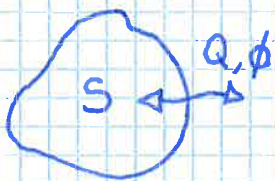
Se $T_1 > T_2$ e la parete è diadiabatica si ha flusso di calore dal corpo 1 al corpo 2



Il flusso termico è dato dalla quantità di calore scambiato nell'unità di tempo

Processo: $P \rightarrow P'(t, t + \Delta t)$

$$\phi(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{Q(P')}{\Delta t} \right) \rightarrow \text{si misura in } \frac{J}{s} = W$$



Se il calore è fornito dall'esterno al sistema: $\begin{cases} Q > 0 \\ \phi(t) > 0 \end{cases}$

Se è il sistema a cedere calore: $\begin{cases} Q < 0 \\ \phi(t) < 0 \end{cases}$

Calore per unità di massa del sistema: $q(P) = \frac{Q(P)}{M}$

Flusso per unità di massa del sistema: $\varphi(t) = \frac{\phi(t)}{M}$

Il lavoro è un'azione di scambio di energia legato all'azione di forze

Si distinguono in - Forze a contatto (di superficie)
- A distanza (forze di campo)

Effetti: - Modifica dello stato di moto
- Modifica dello stato termodinamico interno

$$\text{Potenza: } W(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{L(P')}{\Delta t} \right)$$

Ipotesi: Non ci sono dilatazioni parassite $\rightarrow L_o(P) = 0$

Il sistema non varia di quota $\rightarrow \Delta E_p = 0$

Il sistema è fermo o in moto uniforme $\rightarrow \Delta E_c = 0$

Gli attriti sono trascurabili $\rightarrow L_a(P) = 0$

$$L_T(P) = \int_{\Gamma} P_i \cdot dV$$

Dunque $dV > 0 \rightarrow L_T > 0$

$dV < 0 \rightarrow L_T < 0$

$$W_T(t) = P_i \cdot \frac{dV}{dt} - \underbrace{W_o(t)}_{\text{Sottrattivo}} - \frac{dE_p}{dt} - \frac{dE_c}{dt} - \underbrace{W_a(t)}_{\text{Sottrattivo}}$$

\downarrow Sottrattivo se > 0 (il corpo si alza) \downarrow Sottrattivo se > 0 (il corpo accelera)

$$L_{SE}(P) - L_i(P) = \frac{dE_c}{dt} \rightarrow \text{se } \frac{dE_c}{dt} \rightarrow L_{SE}(P) = L_i(P) = L(P)$$

$$L(P) = \int_{\Gamma} P_i(V, T) dV$$

Se considero il lavoro infinitesimo \tilde{L} associato alla trasformazione ho

$$L(P) = \int_{\Gamma} \tilde{L}(P)$$

$$\text{ovvero } \tilde{L} = P_i(V, T) dV \rightarrow \text{Forma differenziale lineare delle variabili di stato}$$

Si considerano due grandezze indipendenti (es. T e V) e la terza si ricava mediante la legge dei gas perfetti

Siccome $dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) dT$ e $L(P) = \int_T P \cdot dV$

Allora si ha $L(P) = \int_T P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) dT$

Che, uguagliata all'espressione del lavoro, dà: $\begin{cases} A_p(P, T) = P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \rightarrow \text{A temperatura costante} \\ A_T(P, T) = P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \rightarrow \text{A volume costante} \end{cases}$

Mentre i coefficienti calorimetrici sono: $\begin{cases} \lambda_p(P, T) = \frac{\lambda_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \\ C_p = C_v - \lambda_v \cdot \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \end{cases}$

$\lambda_p \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$

$Q(P) = \int_P (\lambda_p(P, T) dP + C_p(P, T) dT)$

Calore latente rispetto a P Capacità termica a pressione costante

Da cui il calore infinitesimo $\tilde{Q} = \lambda_p(P, T) dP + C_p(P, T) dT$

λ_p è il calore scambiato per unità di variazione di pressione lungo una trasformazione isoterma

ha le dimensioni di un volume $\left(\frac{J}{N/m^2} = \frac{N \cdot m}{N/m^2} = m^3\right)$

siccome è estensiva esiste il suo equivalente massico

$\lambda_p = \frac{\lambda_p}{M}$ (calore latente massico rispetto alla pressione)

C_p è il calore scambiato per unità di temperatura lungo una trasformazione isobara

la sua dimensione è $\left[\frac{J}{K}\right]$

L'equivalente massico è c_p (calore specifico a pressione costante)

n° ATOMI	C_p	C_v	C_p/C_v (γ)
1	$\frac{5}{2}R^*$	$\frac{3}{2}R^*$	5/3
2	$\frac{7}{2}R^*$	$\frac{5}{2}R^*$	7/5
3	$4R^*$	$3R^*$	4/3
> 3	$C_p(T, P)$	$C_v(T, P)$	$\gamma(T, P)$

CALORE SCAMBIATO LUNGO UN PROCESSO "P":

$$Q = Q(P) [J] \rightarrow q = q(P) \left[\frac{J}{M} \right] \text{ (calore massico)}$$

$$q(P) = \int_{\Gamma} \langle \lambda_v dV + c_v dT \rangle$$

$$q(P) = \int_{\Gamma} \langle \lambda_p dP + c_p dT \rangle = \int_{\Gamma} \langle -v dP + c_p dT \rangle$$

Devono risultare uguali

LAVORO SCAMBIATO NEL PROCESSO "P":

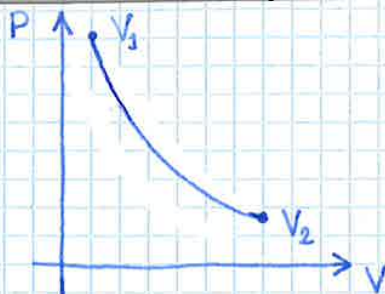
$$L = L(P) [J] \rightarrow l = l(P) \left[\frac{J}{M} \right] \text{ (lavoro massico)}$$

$$l(P) = \int_{\Gamma} P dV = \int_{\Gamma} \frac{R^* T}{v} dv = R^* \int_{\Gamma} T \cdot \frac{dv}{v}$$

$$l(P) = \int_{\Gamma} P \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT = \int_{\Gamma} P \left(-\frac{R^* T}{P^2} \right) dP + P \left(\frac{R^*}{P} \right) dT$$

$$l(P) = -v dP + R^* dT$$

In un'isoterma lo scambio del calore è uguale allo scambio del lavoro con l'esterno



ADIABATICA:

$$\dot{\phi}(t) = 0 \rightarrow Q(P) = 0$$

$$\hookrightarrow \varphi(t) = \frac{\phi(t)}{M} = 0$$

$$\varphi(t) = \lambda_v \frac{dV}{dt} + c_v \frac{dT}{dt} = P \cdot \frac{dV}{dt} + c_v \cdot \frac{dT}{dt} = 0$$

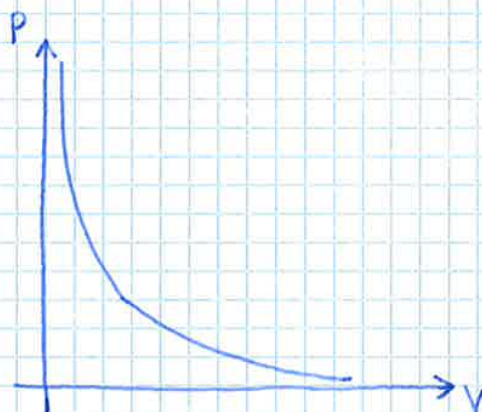
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{P}{c_v} \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$-V \cdot \frac{dP}{dt} + c_p \frac{dT}{dt} = 0$$

$$-V \cdot \frac{dP}{dt} - \frac{c_p}{c_v} \cdot P \cdot \frac{dV}{dt} = 0$$

$$-V dP - \frac{c_p}{c_v} \cdot P \cdot dV = 0$$

$$-\frac{dP}{P} - \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0$$



$$\int_1^2 -\frac{dP}{P} - \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow -\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) - \frac{c_p}{c_v} \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0$$

$$\log P_1 + \gamma \log V_1 = \log P_2 + \gamma \log V_2$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = k$$

Siccome la trasformazione più efficiente per comprimere un gas è isoterma e non adiabatica, nelle macchine reali (tendenzialmente adiabatiche) si aggiungono stadi di intercooling per cercare di ricondursi a una trasformazione isoterma.

$$\frac{dP}{P} + n \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

Integrando si ottiene $P_1 V_1^n = P_2 V_2^n = \text{costante}$

Forme della politropica: $-PV^n = k$
 $-TV^{(n-1)} = k$
 $-TP^{(\frac{n-\gamma}{\gamma})} = k$

$$C = C_v \cdot \frac{n-\gamma}{n-1}$$

TRASFORMAZIONE	EQUAZIONE	C	n
Isocora	$dV=0$ $V=0$	C_v	∞
Isobara	$dP=0$ $P=0$	C_p	0
Isoterma	$dT=0$ $T = \text{cost.}$	∞	1
Adiabatica	$q=0$	0	γ

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA:

Consideriamo un sistema termodinamico che scambia lavoro L_{se} e calore Q con l'esterno attraverso un processo ciclico C .
 Esiste allora la relazione di proporzionalità

$$L_{se} = J \cdot Q(C)$$

Se l'unità di misura di L_{se} e Q è la medesima, allora $J=1$

Questo principio si può estendere ad un processo non ciclico anteponendo alcune considerazioni:

- Anche a $U(x)$ si può associare l'equivalente massico $u(x)$

ENTALPIA:

- Per definizione $H = U + PV$ cui si associa $h = u + Pv$

- Anche H è definita a meno di una costante

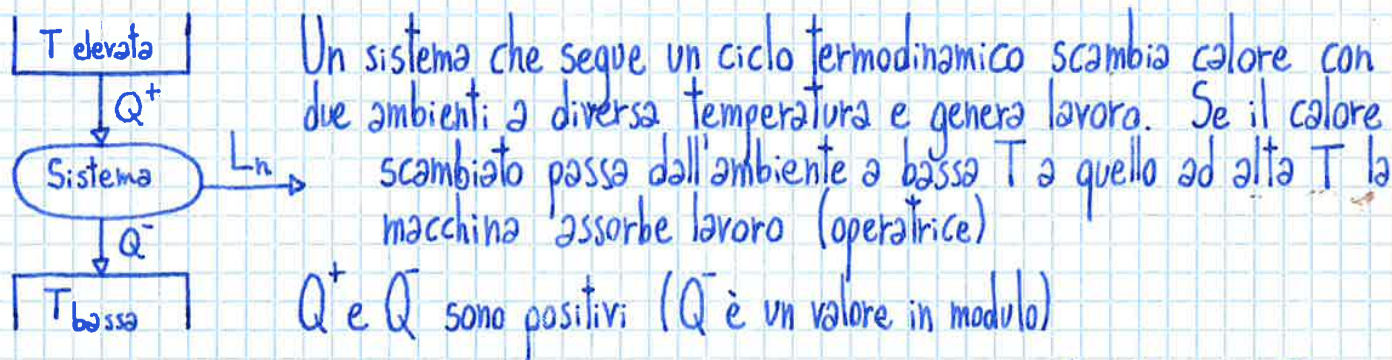
MACCHINA TERMICA:

Dispositivi artificiali che trasformano il calore in lavoro e viceversa

- 1) Calore \rightarrow Lavoro (macchine motrici)
- 2) Lavoro \rightarrow Calore da bassa T ad alta T (macchine operatrici)

Il criterio di merito di una macchina termica è detto efficienza

MACCHINA BITERMICA:



L'efficienza di un motore è data dal rendimento: $\eta = \frac{L_n}{Q^+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}$

MACCHINE OPERATRICI:

- Macchina frigorifera \rightarrow efficienza: $\epsilon = \frac{Q^+}{|L_n|}$

- Pompa di calore (converte il calore a bassa T in calore ad alta T)
 efficienza: $QOP = \frac{Q^-}{|L_n|}$

$$\Delta S_A = -Q/T_A, \quad \Delta S_B = +Q/T_B$$

Allora $\Delta S_T = -Q/T_A + Q/T_B \geq 0$

$$\left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A}\right) Q \geq 0$$

Dunque $\Delta S = 0$ solo se $\left. \begin{array}{l} T_A = T_B \\ Q = 0 \end{array} \right\} \rightarrow$ Qualunque scambio termico comporta un aumento di entropia

Inoltre se $T_A > T_B, Q > 0 \rightarrow$ Il calore fluisce spontaneamente solo verso ambienti a temperatura più bassa di quella della sorgente

CICLO DI CARNOT:

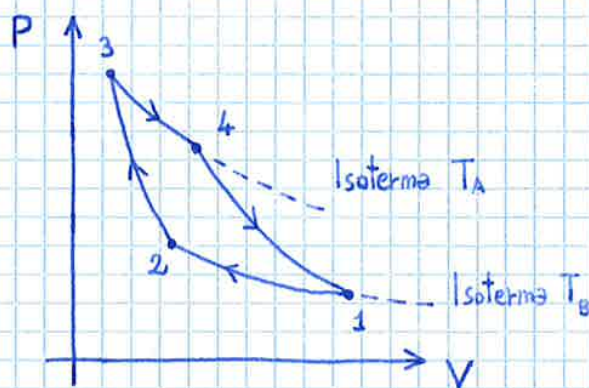
Si compone di 4 trasformazioni:

- Compressione adiabatica
- Compressione isoterma con ricezione di Q^+

Infatti $\tilde{Q} = \lambda_V dV + c_V dT$

ma $dT=0$ e $\lambda_V = P$ (isoterma + gas ideale)

$\tilde{Q} = P dV \rightarrow$ se $\tilde{Q} > 0, dV > 0$



- Espansione adiabatica
- Espansione isoterma con cessione di calore Q^-

Per i cicli ideali e reversibili $\Delta S = \int_{\Gamma} \frac{\phi(t)}{T} dt = 0$

Dunque $\int_1^2 \frac{\phi(t)}{T} dt + \int_2^3 \frac{\phi(t)}{T} dt + \int_3^4 \frac{\phi(t)}{T} dt + \int_4^1 \frac{\phi(t)}{T} dt = 0$

= 0 perché sono trasformazioni adiabatiche

In termini massici: $du = (\lambda_v - P)dv + c_v dT$

ENTALPIA:

Per definizione $H = U + PV$, dunque $dU = dH - d(PV)$

Essendo $dU = \tilde{Q} - \tilde{L} = \lambda_p dP + C_p dT - P \cdot dV$ si ha

$$dH = \lambda_p dP + C_p dT - \cancel{P dV} + \cancel{P dV} + V dP$$

$$dH = (\lambda_p + V) dP + C_p dT$$

$$dH = (\lambda_p + V) dP + C_p dT$$

$$H = H(P, T) \leftrightarrow dH = \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = \lambda_p + V$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = C_p$$

In termini massici: $dh = (\lambda_p + v) dP + c_p dT$

I PRINCIPIO TERMODINAMICO:

$$\tilde{Q} = dU + P dV \leftrightarrow \tilde{q} = du + P dv$$

$$\tilde{Q} = dH + V dP \leftrightarrow \tilde{q} = dh + v dP$$

ENTROPIA:

Siccome $\frac{dS}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} \rightarrow dS = \frac{\phi(t) dt}{T} = \frac{\tilde{Q}}{T}$ si ha:

$$dS = \frac{\lambda_v}{T} dV + \frac{C_v}{T} dT \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{\lambda_v}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_v}{T}$$

In termini massici: $ds = \frac{\lambda_v}{T} dv + \frac{c_v}{T} dT$

Usando le equazioni di Maxwell:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P \rightarrow \text{Sostituisco in } du = \left(\frac{du}{dv}\right)_T dv + c_v dT$$

$$\begin{cases} du = \left[T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P \right] dv + c_v dT \\ du = (\lambda_v - P) dv + c_v dT \end{cases} \xrightarrow{= 0 \text{ nei gas ideali}} \lambda_v = T \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$$

RELAZIONE DI
CLAUSIUS
CLAPEYRON

$$\boxed{du = c_v dT}$$

ENTALPIA:

$$dh = (\lambda_p + v) dP + c_p dT \longleftrightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right) dP + c_p dT$$

$T ds = dh - v dP \rightarrow$ Deriva a T costante rispetto a P

$$T \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T - v$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = T \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T + v = - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \times \text{Maxwell}$$

Dunque si ha che:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P + v \rightarrow \text{Sostituisco in } dh = \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP + c_p dT$$

$$\begin{cases} dh = \left[-T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P + v \right] dP + c_p dT \\ dh = (\lambda_p + v) dP + c_p dT \end{cases} \xrightarrow{= 0 \text{ Nei gas ideali}} \lambda_p = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

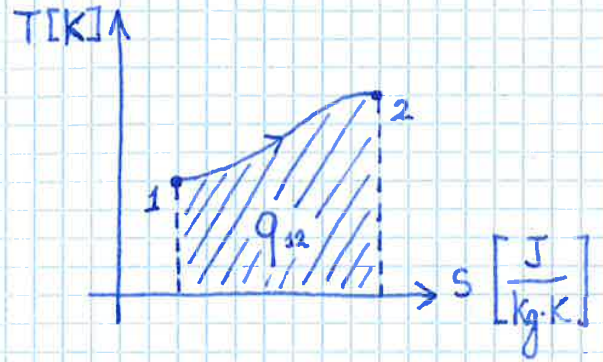
$$\boxed{dh = c_p dT}$$

DIAGRAMMA DI GIBBS:

Ha per ascissa l'entropia specifica e per ordinata la temperatura assoluta

$$\tilde{Q} = Tds, \text{ ovvero } \tilde{q} = Tds$$

$$\text{Dunque } Q_{12} = \int_1^2 Tds$$

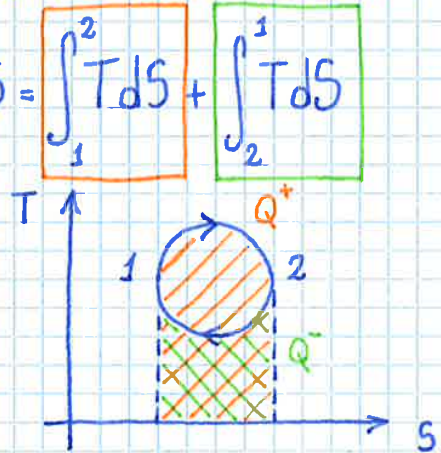


In questo grafico se "s" cresce significa che il sistema sta ricevendo calore

$$\text{Considerando un ciclo "C" si ha } Q_c = \int_C Tds = \int_1^2 Tds + \int_2^1 Tds$$

$$\text{Dunque } Q_n = Q^+ - Q^-$$

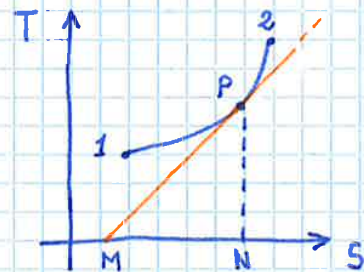
Calore netto scambiato



Dunque $Q_n > 0$ se il ciclo è percorso in senso orario

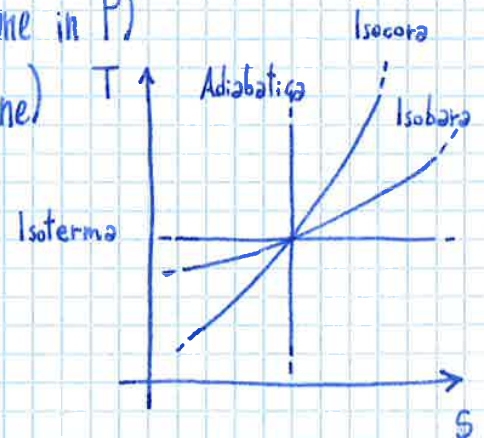
$$\frac{PN}{MN} = \frac{dT}{ds}$$

$$\text{Ma } \overline{MN} = \frac{PN}{dT/ds} = \frac{T}{dT/ds} = \frac{Tds}{dT} = \tilde{q}$$



Dunque $\overline{MN} = \frac{\tilde{q}}{dT} = C$ (Calore specifico della trasformazione in P)
(Sottotangente della trasformazione)

Siccome per l'adiabatica si ha $\Delta s = 0$, essa è anche definita trasformazione isentropica (se e solo se operata su un fluido reversibile)



Siccome il vettore \hat{u}_n si assume con orientamento dalla macchina verso l'esterno si ha che il flusso in ingresso assume segno negativo e quello in uscita segno positivo

DESCRIZIONE LAGRANGIANA \rightarrow Sistema di riferimento fisso nello spazio

$$X = (X_0, t)$$

\swarrow Coordinata spaziale della particella \searrow Coordinata spaziale dell'origine

DESCRIZIONE EULERIANA \rightarrow Sistema di riferimento solidale con il sistema termodinamico (con origine solitamente posta nel suo baricentro)

$$x_0 = x_0(x, t)$$

Si consideri la grandezza estensiva e generica Z :

$$\frac{dZ}{dt} = \left(\frac{dZ}{dt} \right)_{V_c} + \sum_{k=1}^{NC} G_k \cdot Z_k$$

$\left(\frac{dZ}{dt} \right)_{V_c}$: Variazione della grandezza nel volume di controllo
 V_c : Volume di controllo
 NC : Numero di controlli
 $G_k \cdot Z_k$: Flusso nel k-esimo condotto
 G_k : Equivalente massico della grandezza considerata associata al k-esimo flusso

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA:

$$\frac{dM}{dt} = \left(\frac{dM}{dt} \right)_{V_c} + \sum_{k=1}^{NC} G_k$$

Ma, siccome in condizioni non relativistiche $\frac{dM}{dt} = 0$, allora:

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_{V_c} = - \sum_{k=1}^{NC} G_k$$

Quindi se $\left(\frac{dM}{dt} \right)_{V_c} > 0 \rightarrow$ Accumulo di massa nel sistema

$\left(\frac{dM}{dt} \right)_{V_c} < 0 \rightarrow$ Svuotamento del sistema

$$W_t + W_o + W_{att} + \left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{V_c} + \left(\frac{dE_p}{dt}\right)_{V_p} + \sum_{k=1}^{NC} G_k (e_c + e_p)_k + V \cdot \frac{dP}{dt} = 0$$

$$W_t = -V \cdot \frac{dP}{dt} - W_o - W_{att} - \left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{V_c} - \left(\frac{dE_p}{dt}\right)_{V_p} - \sum_{k=1}^{NC} G_k (e_c + e_p)_k$$

Considerazioni:

$\left(-\sum_{k=1}^{NC} G_k e_{ck}\right)$ è additivo se $\Delta e_{ck} < 0$ (il fluido esce più lento di come entra)

$(-W_{att})$ è sempre sottrattivo (il lavoro di attrito è sempre frenante)

(W_o) si trascura (si escludono cedimenti della superficie di contorno)

$$W_t = -V \cdot \frac{dP}{dt}$$

$$L_t(P) = -\int_p V \cdot dP$$

Il lavoro infinitesimo è $\tilde{L}_t = -v \cdot dP$ dunque:

- $\tilde{L}_t > 0$ se $\frac{dP}{dt} < 0$ (espansione)

- In un sistema aperto la trasformazione isocora può produrre lavoro

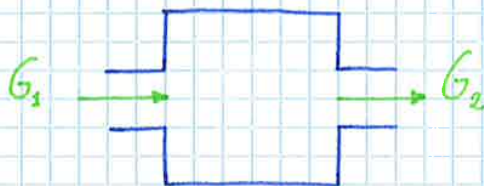
FLUIDO INCOMPRESSIBILE:

$$-\frac{dV}{dt} = 0$$

$$-\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{V_c} = 0$$

$$-\left(\frac{dE_p}{dt}\right)_{V_c} = 0$$

$$-NC = 2 \text{ e } G_1 = G_2 = G \left(\frac{dM}{dt}\right)_{V_c} = 0$$



- Si ipotizza che il primo termine di destra sia nullo (ipotesi di stazionarietà), ovvero che la trasformazione non è funzione del tempo (è sempre uguale)
- Solitamente si trascurano e_c ed e_k , oltre che W_0

$$\dot{\Phi} - \dot{W}_t = \sum_{k=1}^{NC} G_k h_k$$

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\dot{\Phi}}{T} + \sum_{irr}$$

$$\frac{dS}{dt} = \left[\frac{dS}{dt} \right]_{V_c} + \sum_{k=1}^{NC} G_k s_k$$

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{V_c} + \sum_{k=1}^{NC} G_k s_k = \frac{\dot{\Phi}}{T} + \sum_{irr}$$

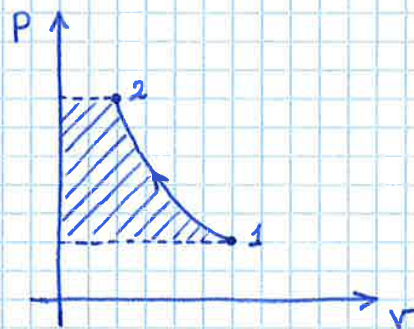
In caso di stazionarietà:

$$\sum_{k=1}^{NC} G_k s_k = \frac{\dot{\Phi}}{T} + \sum_{irr}$$

LAVORO PER SISTEMI APERTI:

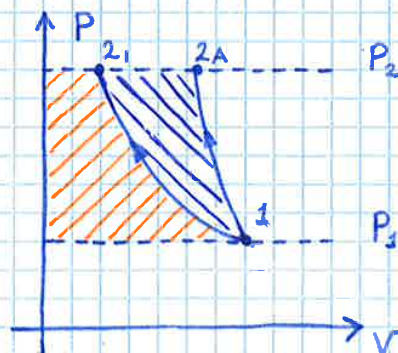
$$\text{Area} = |l_t| = \int_1^2 v dP$$

Dunque se $P_2 < P_1$ (espansione), $l_t > 0$



COMPRESSIONE ADIABATICA VS ISOTERMA:

L'area sottesa dall'isoterma è minore, ovvero la compressione isoterma necessita di minor lavoro rispetto a quella adiabatica (è anche logica, poiché nella seconda si ha un aumento di temperatura del fluido che si oppone alla compressione)



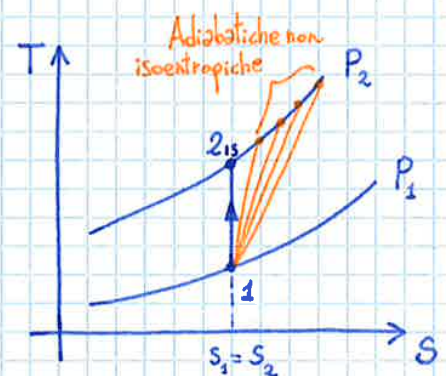
$$\begin{aligned}
 \text{Oppure } h_t &= \frac{\gamma}{\gamma-1} P_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma-1} R^* T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \\
 &= C_p T_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \\
 &= C_p (T_1 - T_2)
 \end{aligned}$$

$$h_t = h_1 - h_2$$

COMPRESSIONE ISOENTROPICA:

Presuppone adiabaticità + reversibilità

All' aumento di T_2 , tenendo fermo T_1 , avrà un aumento di lavoro tecnico richiesto, a parità di β (compressione più "scadente")



RENDIMENTO ISOENTROPICO DI COMPRESSIONE:

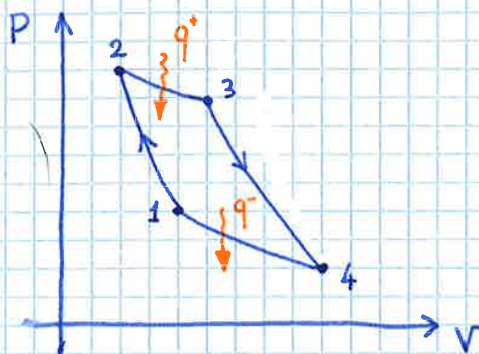
$$\eta_{is,c} = \frac{h_{t,1s}}{h_{t,R}} = \frac{T_{21s} - T_1}{T_{2R} - T_1} \quad (\text{Per gas ideali e bassi salti termici} \rightarrow C_p \text{ cost.})$$

RENDIMENTO ISOENTROPICO DI ESPANSIONE:

$$\eta_{is,e} = \frac{h_{t,R}}{h_{t,1s}} = \frac{T_1 - T_{2R}}{T_1 - T_{21s}}$$

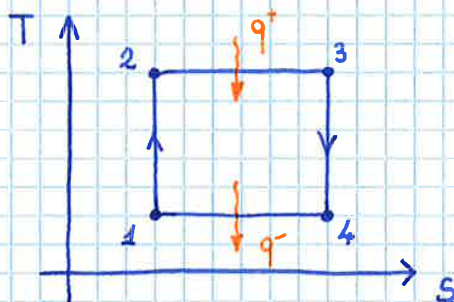
CICLO DI CARNOT A GAS:

La difficoltà di realizzazione pratica sta nelle trasformazioni isoterme 2-3 e 1-4, per i motivi già detti (complessità della sua approssimazione)



$$2-3 : q^+ = \int T dS = T_2 (s_3 - s_2)$$

$$4-1 : q^- = \int T dS = T_1 (s_1 - s_4)$$

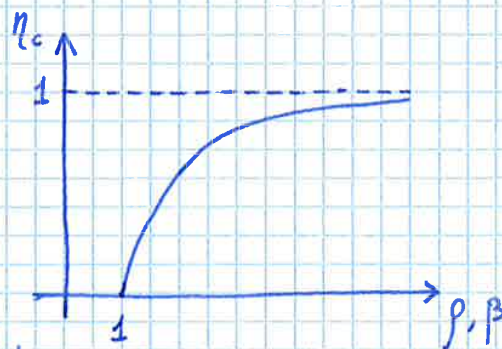


$$\text{Adiabatica reversibile} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

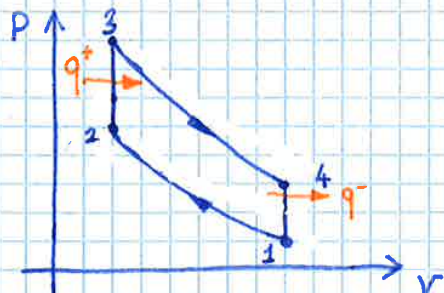
$$\text{Rapporto di compressione volumetrico: } \rho = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\text{Rapporto di compressione manometrico: } \beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4}$$

$$\text{Dunque } \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

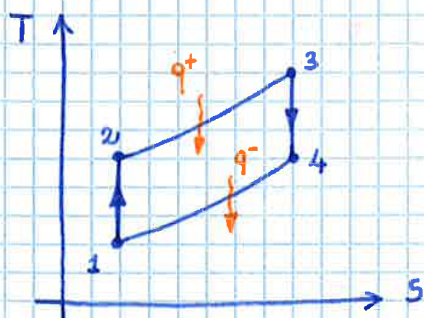


CICLO OTTO:



- 1-2: Compressione adiabatica
- 2-3: Ass. di calore isocoro
- 3-4: Espansione adiabatica
- 4-1: Cessione di calore isocoro

Perché $T_4/T_3 = T_1/T_2$

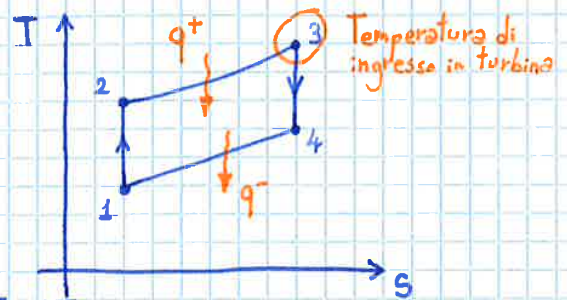


$$\eta_o = 1 - \frac{|q^-|}{|q^+|} = 1 - \frac{C_v (T_4 - T_1)}{C_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$

$$\eta_o = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\eta_J = 1 - \frac{|q^-|}{|q^+|} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_3)}{c_p(T_3 - T_2)} =$$

$$= 1 - \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_3 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$



Siccome le politropiche sono appaiate si ha $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$

Dunque $\eta_J = 1 - \frac{T_3}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

Il β ottimale (reale, non ∞) è quello per cui l'unità di massa di aria che svolge il ciclo libera più potenza:

$W = G \cdot l_n$, dove $l_n = l_T - l_c \rightarrow$ Lavoro di compressione

↓
Lavoro in turbina

In stazionarietà $\phi - W = G(h_2 - h_1)$

Ma $\phi = 0$ (lavoro su adiabatiche), quindi $W = G(h_2 - h_1) \rightarrow W = G \cdot l$

$$\frac{W}{G} = l = (h_1 - h_2)$$

Se il fluido è ideale, $dh = c_p dT$, dunque

$$l = c_p(T_1 - T_2)$$

Quindi $l_n = l_T - l_c = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = c_p T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) =$

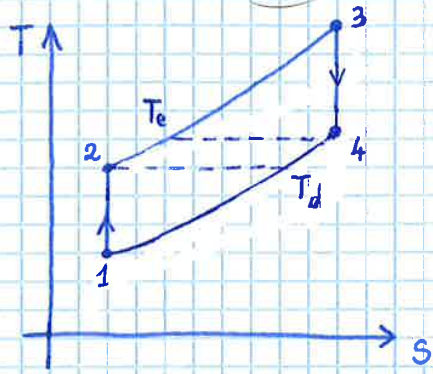
$$= c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - c_p T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$l_n = c_p T_{\max} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - c_p T_{\min} \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

Se $e = e_{max}$, $T_e = T_{e_{max}} = T_4$, e $T_d = T_2$

Allora il rendimento diventa:

$$\eta_{JR} = \frac{h_3}{q^+} = \frac{h_3 - h_2}{q^+}$$



Con: $h_3 = c_p(T_3 - T_4)$

$h_2 = c_p(T_2 - T_3)$

$q^+ = c_p(T_3 - T_e) \xrightarrow[\text{INEALE}]{\text{RIGENERAZIONE}} q^+ = c_p(T_3 - T_4)$

Dunque $\eta_{JR} = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_3)}{c_p(T_3 - T_4)} =$

$$= 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \cdot \frac{T_2/T_1 - 1}{1 - T_4/T_3} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \cdot \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

$$\eta_{JR} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \cdot \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

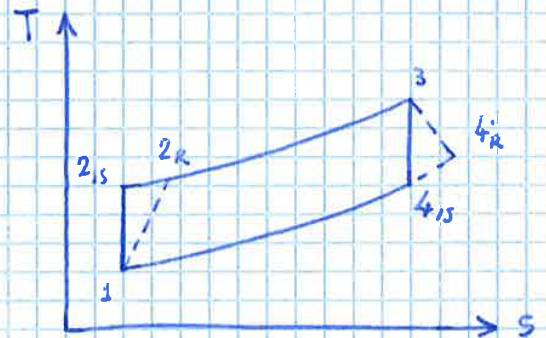
CICLO JOULE REALE:

$$\eta_{15,C} = \frac{h_{c,15}}{h_{c,R}} = \frac{h_{215} - h_1}{h_{2R} - h_1} = \frac{c_p(T_{215} - T_1)}{c_p(T_{2R} - T_1)}$$

$$\eta_{15,E} = \frac{h_{c,R}}{h_{c,15}} = \frac{h_3 - h_{4R}}{h_3 - h_{415}} = \frac{c_p(T_3 - T_{4R})}{c_p(T_3 - T_{415})}$$

$$\eta_{J,R} = \frac{h_3}{q^+} = \frac{h_{E,R} - h_{c,R}}{q^+} = \frac{\eta_{E,15} \cdot c_p(T_3 - T_{415}) - \frac{c_p(T_{215} - T_1)}{\eta_{15,C}}}{c_p(T_3 - T_{2R})}$$

$$\eta_{J,R} = \eta_J(T_{215}, T_{415}, \eta_{15,C}, \eta_{15,E}, \beta)$$



$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = 2645 \cdot \left(\frac{0,171}{0,823} \right)^{0,4} = 1407 \text{ K}$$

$$P_4 V_4^\gamma = P_3 V_3^\gamma \rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma = 44,3 \left(\frac{0,171}{0,823} \right)^{1,4} = 4,9 \text{ bar}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} \cdot \frac{\delta^\gamma - 1}{\delta - 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{15^{0,38}} \cdot \frac{1}{1,39} \cdot \frac{3,1^{1,38} - 1}{3,1 - 1} = 0,55$$

Nei cicli di utilizzo pratico solitamente C è 1 (fluido monocomponente)

- $F = 1$ (cicli a gas) $\rightarrow i = 2$ (due grandezze indipendenti fra P, V, T)
- $F = 1, C = 2$ (gas bicomponente) $\rightarrow i = 3$ (due fra P, V, T + frazione molare di A o B)
- $F = 2$ (ciclo a vapore) $\rightarrow i = 1$ (scelta es. P , tutto è definito)
- $C = 1, F = 3 \rightarrow i = 0$ (punto triplo di una sostanza)

Nei cicli a vapore è molto importante la relazione $P-T$ (data una pressione, so a che temperatura avviene l'evaporazione, oppure viceversa)

PASSAGGIO DI STATO LIQUIDO-VAPORE:

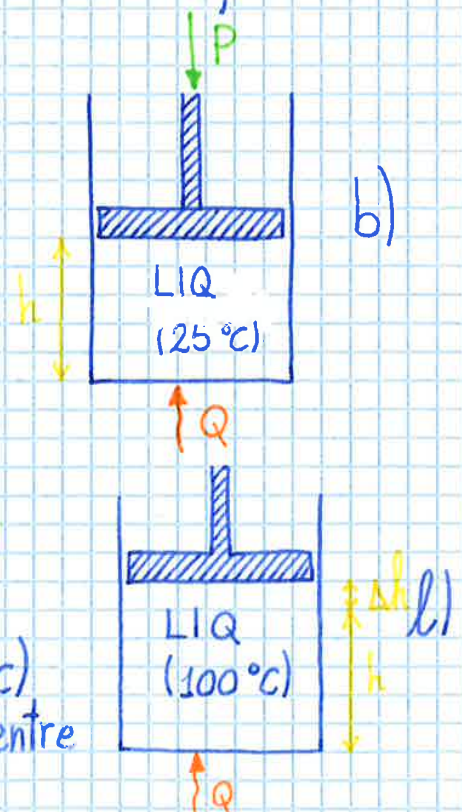
Si ipotizza come condizione iniziale lo stato

B: $P = 1 \text{ bar}, T = 25^\circ \text{C}$

La miscela liquido-vapore può scambiare Q con l'esterno.

Siccome ha solo liquido, aumentando la temperatura ho un aumento di volume massico molto piccolo

A un certo valore limite di T (nel caso 100°C) fornendo calore la temperatura non aumenta, mentre il volume massico cresce molto



Analogo discorso vale nel piano di Gibbs, in cui il punto K si ha per il valore di temperatura critica T_K .
 Notare che all'interno della curva limite isoterme e isobare coincidono.

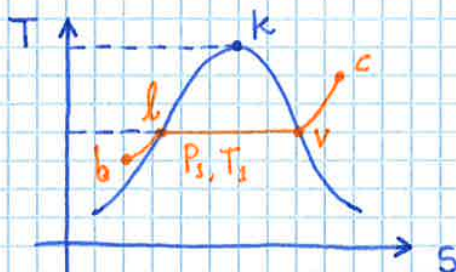
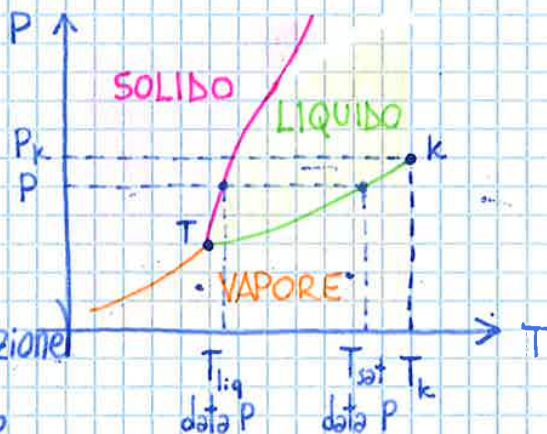


DIAGRAMMA DI STATO P-T:

Il tratto di curva verde corrisponde alla proiezione della curva limite, vista da destra verso sinistra, nel diagramma P-T.



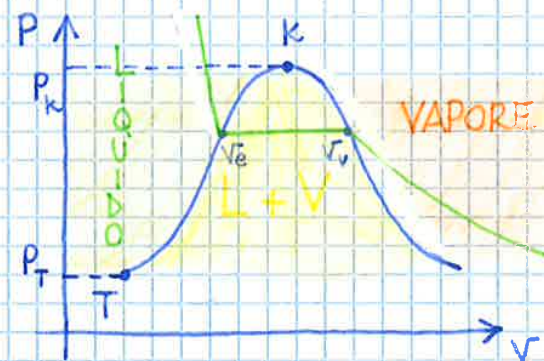
T_K si dice curva di saturazione (o condensazione)

Oltre K il passaggio da liquido a vapore avviene in maniera violenta ed improvvisa

La curva fucsia è detta di liquefazione (N.B.: è illimitata)

La curva arancio è detta di sublimazione

Nel diagramma di Clapeyron la curva limite parte dal punto triplo.



Le isoterme sono:

- A pendenza fortemente negativa (piccolo aumento di volume massico al diminuire della pressione) nella zona L;
- Orizzontale nella zona L+V (passaggio di stato);
- Para-iperbolico nella zona V;

Data P o T si possono uniformemente definire v_g (volume massico a inizio evaporazione) e v_v (volume massico a fine evaporazione)

Dunque, data una isobara, il valore della pendenza in un suo punto corrisponde alla temperatura nel punto considerato. Per questo nel tratto L+V, dove isobare ed isoterme coincidono, le isobare a maggiore T sono rette più inclinate e K è il punto dove la tangente alla curva limite ha valore massimo

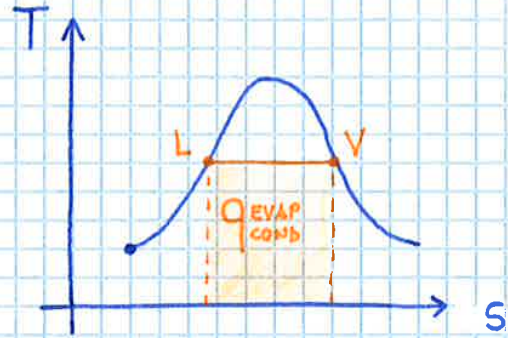
TITOLO DEL VAPORE:

$$X = m_v / m_{tot}$$

$$X = \frac{V - V_L}{V_v - V_L}$$

$$X = \frac{s - s_L}{s_v - s_L}$$

$$X = \frac{h - h_L}{h_v - h_L}$$



Da $q = \int T \cdot ds$ risulta che

$$q_{EVAP COND} = T_{SAT} (s_v - s_L)$$

Inoltre, partendo da $q = dh$ (v.dp=0 per l'isobaricità) ho:

$$q_{EVAP COND} = (h_v - h_L)$$

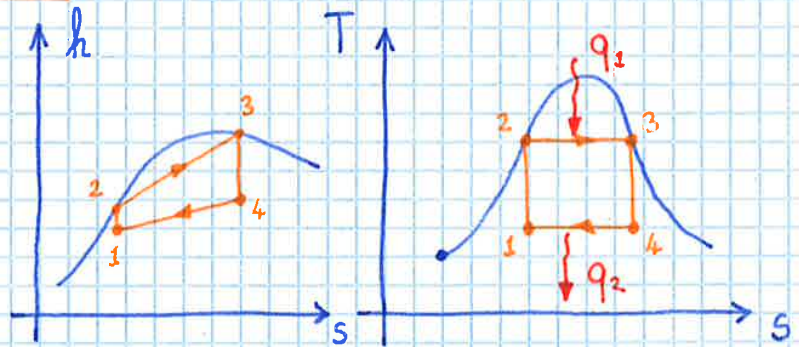
CICLO DI CARNOT A VAPORE:

$$|h_{comp}| = h_2 - h_1$$

$$h_{exp} = h_3 - h_4$$

$$q_1 = q_E (T_{SAT} = T_2) = h_3 - h_2$$

$$q_2 = h_4 - h_1 = T_1 (s_4 - s_1)$$



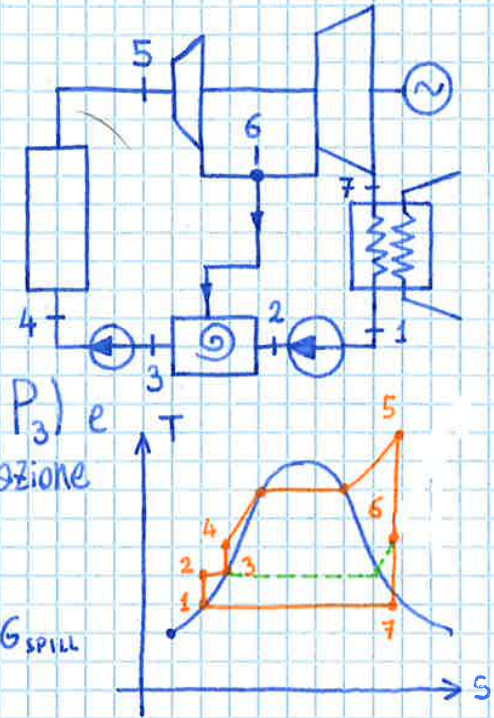
$$\eta_c = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 (s_3 - s_2)}{T_1 (s_4 - s_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

- Problemi di realizzazione pratica:
- Difficoltà ad arrivare esattamente al punto 1 (controllo condensazione);
 - Difficoltà a realizzare la trasformazione 1-2 (inizio comprimendo un gas e finisce dovendo comprimere un liquido);
 - Espansione con generazione di liquido (le gocce danneggiano le pale della turbina);

CICLO RIGENERATIVO:

L'assorbimento di calore nella fase "debole" del ciclo (2-3) può essere fatto "spillando" una certa quantità di vapore ad alta T dallo stadio di espansione e miscelandolo al liquido in uscita dalla pompa.

Siccome deve avere $P_6 = P_2$ (che poi risultano $= P_3$) e $P_6 < P_5$, è necessario un ri-pompaggio a fine miscelazione



Quanto vapore va spillato?

$$Q_{in} - Q_{out} = \sum \pm G_i h_i$$

(Adiabatico) $\downarrow = 0$ $\downarrow = 0$



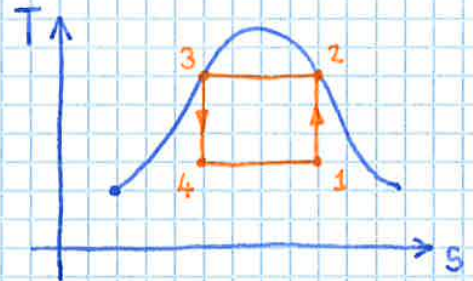
$$G_T h_3 - (G_T - G_{SPILL}) h_2 - G_{SPILL} h_6 = 0 ; \text{ se } \rho = \frac{G_{SPILL}}{G_{TOT}} h_0:$$

$$\rho = \frac{h_3 - h_2}{h_5 - h_2}$$

$$\eta_{RIG} = \frac{(h_5 - h_6) + (1 - \rho) \cdot (h_6 - h_4)}{h_5 - h_4}$$

CICLI A VAPORE:

Considerato un ciclo di Carnot inverso, la fase "utile" del ciclo è data dal tratto 1-4 (ciclo frigorifero) o dal tratto 2-3 (nel caso della pompa di calore)



Siccome si tratta di sistemi chiusi vale $|h_n| = |q_1| - q_2$ da cui si ricava l'efficienza di macchine frigorifere e pompe di calore:

$$\epsilon_{FR} = \frac{q_2}{|h_n|} = \frac{q_2}{|q_1| - q_2} = \frac{T^-(s_3 - s_4)}{T^+(s_2 - s_3) - T^-(s_3 - s_4)} = \frac{1}{\frac{T^+}{T^-} - 1}$$

$$\epsilon_{cop} = \frac{|q_1|}{|h_n|} = \frac{|q_1|}{|q_1| - q_2} = \frac{T^+(s_2 - s_3)}{T^+(s_2 - s_3) - T^-(s_3 - s_4)} = \frac{1}{1 - \frac{T^-}{T^+}}$$

Come si vede, queste macchine hanno alti rendimenti per bassi salti termici

MISCELE DI GAS CON COMPONENTE CONDENSABILE:

Si suppone che le componenti non reagiscano tra loro ed abbiano comportamento ideale

Dalla regola di Gibbs: $V = C - F + 2$
 $= N + 1$
 numero di componenti

- Gradi di libertà: - T;
 - P;
 - Frazioni molari y_{N-1}

Frazione molare della componente i -esima:

Ovviamente $\sum_{i=1}^N y_i = 1$

$$y_i = \frac{n_i}{n_{tot}} = \frac{V_i}{V}$$

moli specie i -esima
 moli totali

Si definisce pressione parziale dell' i -esimo componente, P_i , quella che lo stesso componente avrebbe se occupasse da solo il volume dell'intera miscela

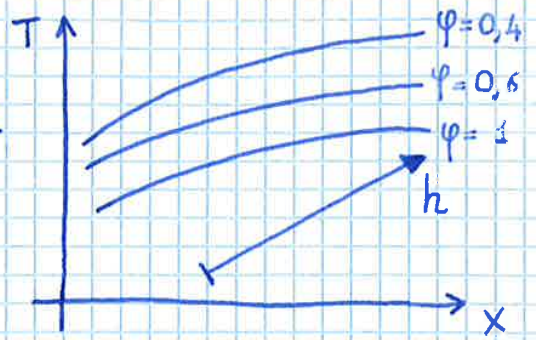
Donque: $\sum_{i=1}^N P_i = P_{tot}$, $P_i V = n_i RT$

Massa molare della miscela (valor medio): $\bar{M}_m = \frac{M}{n} = \frac{\sum n_i \bar{M}_i}{n} = \sum_{i=1}^N y_i \bar{M}_i$

COSTANTE DI ELASTICITÀ: $R_m^* = \frac{R}{\bar{M}_m} = \sum x_i R_i^*$, $x_i = \frac{M_i}{M}$
 Frazione massica

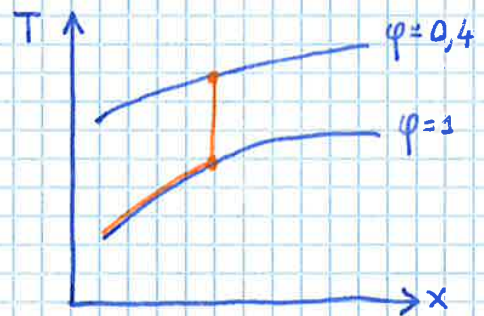
L'additività vale anche per altre grandezze estensive come entalpia, entropia ed energia interna, ed anche alcune grandezze intensive come i calori specifici

Si come il grafico è di difficile lettura si trasla l'asse x per portarlo sull'orizzontale. Le isoterme restano con inclinazione leggermente positiva e l'asse delle entalpie diventa un asse ausiliario e inclinato



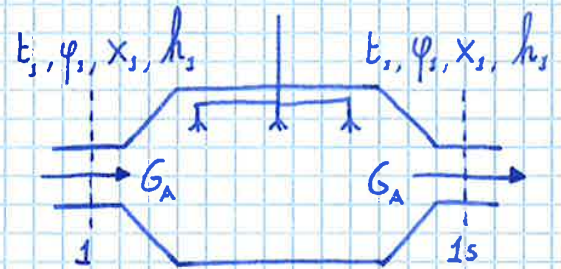
Per stabilire lo stato termodinamico di una miscela di aria umida ho bisogno di due grandezze termodinamiche tra

Se raffreddo senza intervenire sull'acqua ho $x = x_s$ finché non intercetto la curva $\phi = 1$ (l'acqua inizia a separarsi)



LAVATORE ISOENTALPICO:

Dispositivo in cui una miscela di aria umida attraversa un ambiente in cui è nebulizzata acqua liquida. Si suppone che lo scambiatore sia anche adiabatico



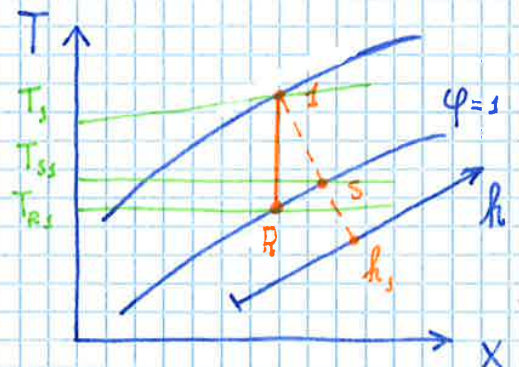
$$\sum \dot{G}_i h_i = 0 \rightarrow G_A h_{1s} = G_A h_1 + G_L h_L$$

Per la conservazione della massa: $G_{H_2O_s} = G_{H_2O_1} + G_L$

$$G_L = G_A x_{1s} - G_A x_1 = G_A (x_{1s} - x_1)$$

$$G_A h_{1s} = G_A h_1 + G_A (x_{1s} - x_1) \cdot h_L, \text{ ma } h_L \approx 10^{-3} h_1 \text{ e } x_{1s} - x_1 \approx 0$$

Quindi una saturazione adiabatica è anche isoentalpica



Il raffreddamento risulta molto efficace (si minimizza la portata di refrigerante) se si utilizza un liquido in fase di evaporazione (dunque in grado di assorbire molto calore) come refrigeratore.

L'efficienza di un condizionatore è dato da un indice che dà l'idea della differenza fra la temperatura del fluido frigorifero e quello dell'aria condizionata, detto fattore di bypass

$$\rho_{bp} = \frac{h_2 - h_s}{h_s - h_2} = \frac{x_2 - x_s}{x_s - x_2}$$

Se considero il punto t tale che $x_t = x_2$, $t_t = T_1$

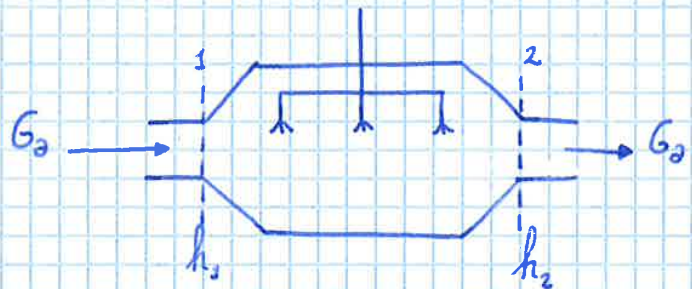
$$\text{ho che } \phi_{12} = \phi_{1T} + \phi_{T2} = \underbrace{G_a (h_s - h_t)}_{\text{Calore latente}} + \underbrace{G_a (h_t - h_2)}_{\text{Calore sensibile}}$$

LAVATORE ADIABATICO:

$$G_a h_2 = G_a h_s + G_{H_2O} h_{H_2O}$$

$$G_{H_2O} = G_a (x_2 - x_s)$$

$$\frac{h_2 - h_s}{x_2 - x_s} = h_{H_2O,2}$$



Siccome $h_{H_2O,2} \ll h_s, h_2 \rightarrow h_s \approx h_2$

TRASMISSIONE DEL CALORE:

Si ipotizzano materiali e mezzi omogenei e condizioni stazionarie

SOLIDI \rightarrow Conduzione termica (anche liquidi)

$$\phi = -\lambda A \cdot (dT/ds)$$

LIQUIDI \rightarrow Convezione termica

Area di Sezione

Gradiente di temperatura

La formula descrittiva è analoga a quella per la conduzione, tuttavia il coefficiente di convezione α è fortemente influenzato da molti fattori (proprietà fisiche fluido, regime di moto, stato termodinamico, geometria...)

Generalizzando (anisotropia termica): $\frac{d\phi}{dA} = \begin{vmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\lambda_x \cdot \frac{dT}{dx} \\ -\lambda_y \cdot \frac{dT}{dy} \\ -\lambda_z \cdot \frac{dT}{dz} \end{vmatrix}$

$$\vec{q}_s = -\vec{\lambda} \cdot \nabla T$$

IPOTESI SEMPLIFICATIVE:

- Le proprietà termiche del corpo dipendono solo da T: $\lambda = \lambda(T)$

- Isotropia: $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$

$$\begin{cases} -\nabla q_s + q_v = \rho \cdot \frac{d\mu}{dt} \\ q_s = -\lambda \cdot \nabla T \\ \frac{d\mu}{dt} = c \cdot \frac{dT}{dt} \end{cases} \Rightarrow \nabla(\lambda \cdot \nabla T) + q_v = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$$

$\frac{dT}{dt} = 0$

Caso 1: corpo isotropo omogeneo, λ costante $\nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = 0$

Caso 2: sviluppo di calore interno nullo, $q_v = 0$ $\nabla^2 T = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \cdot \frac{dT}{dt}$

Caso 3: $\frac{dT}{dt} = 0, q_v = 0$ $\nabla^2 T = 0$

$\frac{\rho \cdot c}{\lambda} = \alpha$, $\alpha =$ diffusività termica

CONDIZIONI AL CONTORNO:

- 1) $T = T(x, y, z, t)$ di superficie nota (condizione di Dirichlet)
- 2) $q_s = q_s(x, y, z, t)$ noto (condizione di Neumann)
- 3) $\left(\frac{dT}{ds}\right)$ tra superficie ed ambiente esterno noto

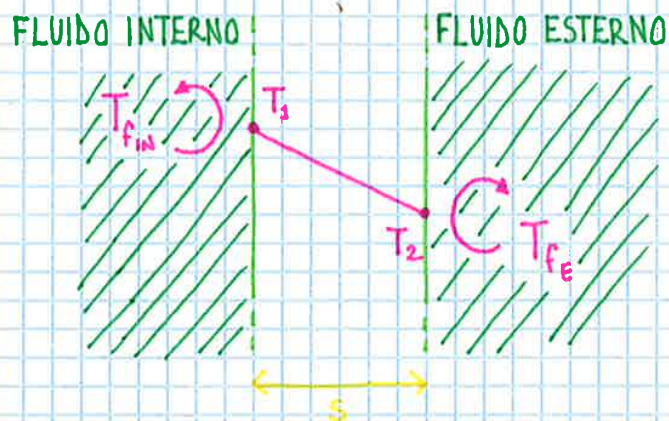
CONDUZIONE TRA DUE FLUIDI CON SOLIDO INTERPOSTO:

$$\phi = \alpha \cdot A \cdot \Delta T, \text{ con } \alpha \text{ noto}$$

Lo scambio $T_{f_{in}} - T_3$ è esprimibile come

$$\phi_{f_{in}-3} = \alpha_{in} \cdot A (T_{f_{in}} - T_3)$$

$$\frac{1}{\alpha_{in} \cdot A} \cdot \phi_{f_{in}-3} = T_{f_{in}} - T_3$$



RESISTENZA TERMICA CONVETTIVA: $R = \frac{1}{\alpha A}$

$$\phi_{f_{in}-f_e} = \frac{T_{f_{in}} - T_{f_e}}{\frac{1}{\alpha_{in} \cdot A} + \frac{s}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{\alpha_e \cdot A}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \\ \phi = U \cdot A \cdot \Delta T \end{array} \right.$$

COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO: $U = \frac{1}{R_{eq} \cdot A}$

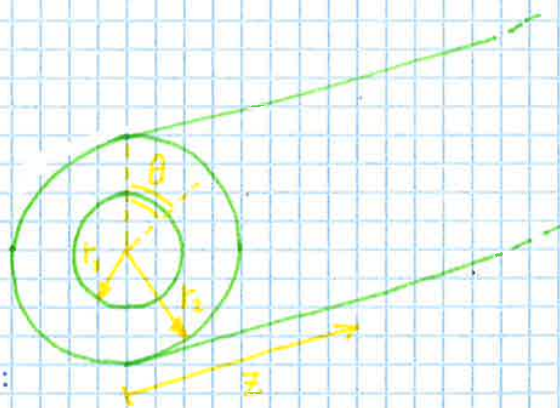
CILINDRO CAVO INDEFINITO:

Ipotesi $q_v = 0$ e $\frac{dT}{dt} = 0$

e le stesse condizioni al contorno di prima

$\nabla^2 T = 0$ in coordinate cilindriche diventa:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dT}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2 T}{d\theta^2} + \frac{d^2 T}{dz^2} = 0$$



Siccome considero il campo di temperatura costante lungo θ e z ho:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$M = t \frac{q_v}{2\lambda} (x_1 + x_2) ; N = T_0 + \frac{q_v}{2\lambda} \cdot x_1 \cdot x_2$$

$$T(x) = T_0 + \frac{q_v}{2\lambda} (x - x_1)(x_2 - x)$$

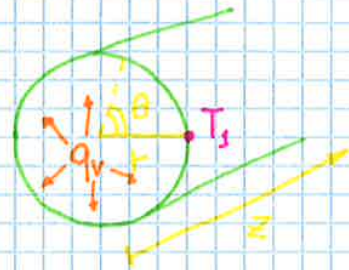
$$\phi(x) = -\lambda A \cdot \frac{dT}{dx} = -A \cdot \frac{q_v}{2} (x_1 + x_2 - 2x)$$

$$|\phi(x_1)| + |\phi(x_2)| = A \cdot 2 \cdot \left(\frac{S}{2}\right) \cdot q_v = V \cdot q_v$$

CASO CON CILINDRO PIENO:

Ipotesi: $T = T(r)$ $q_v \neq 0$ $\frac{dT}{dt} = 0$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dT}{dr} \right) + \frac{q_v}{\lambda} = 0$$



Condizioni al contorno: $\begin{cases} r = r_s, T = T_s \\ \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=0} = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{M}{r} = 0 \rightarrow M = 0$

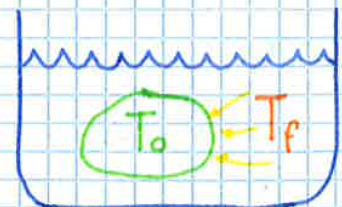
$$r \cdot \frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{2\lambda} \cdot r^2 + M \rightarrow T = T(r) = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + N$$

$$T(r) = T_s + \frac{q_v}{4\lambda} (r_s^2 - r^2)$$

$$\phi = -\lambda A \cdot \frac{dT}{dr} = \pi r^2 \cdot L \cdot q_v$$

TRANSITORIO TERMICO:

- 1) $T = T_0$ all'inizio (per il corpo)
- 2) Inserimento in ambiente a $T_f > T_0$



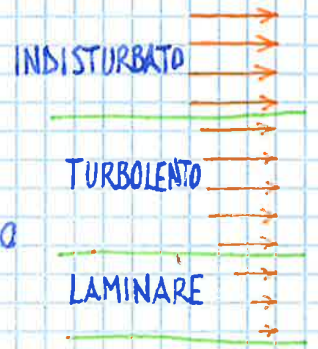
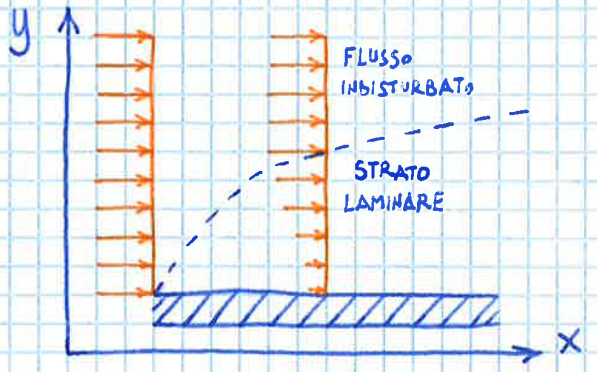
Se il numero di Reynolds è sufficientemente basso (il limite dipende dalla geometria che viene considerata) il moto è in regime laminare, mentre per valori oltre ad un determinato valore critico si passa in regime turbolento

DEFUSSO SU LASTRA PIANA:

Nella zona di flusso laminare esiste una variazione di velocità in relazione a y

$\frac{dW}{dy} \geq 0$, definito δ , mentre il flusso indisturbato mantiene una velocità W_{∞} .

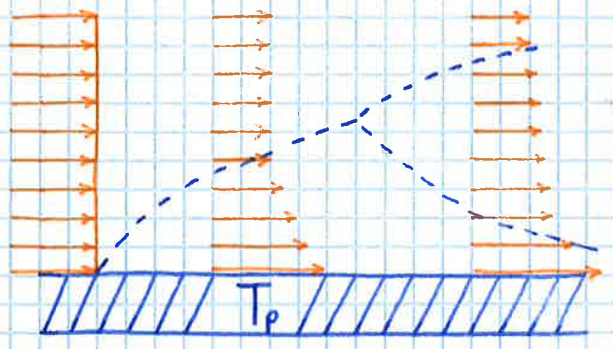
Si è nello strato laminare finché in moto turbolento lo strato laminare si assottiglia e assume un gradiente molto elevato, mentre nello strato turbolento le componenti verticali della velocità tendono a uniformare la velocità globale del fluido



COMPORAMENTO TERMODINAMICO:

Assumo $T_p > T_{f\infty}$

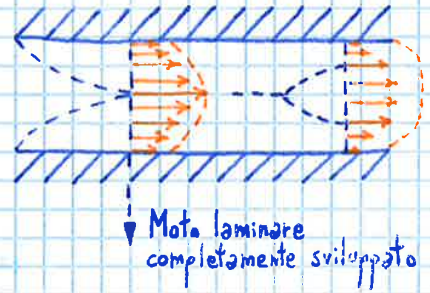
$$\delta_T = \frac{T_p - T(y)}{T_p - T_{\infty}} \leq 0,99$$



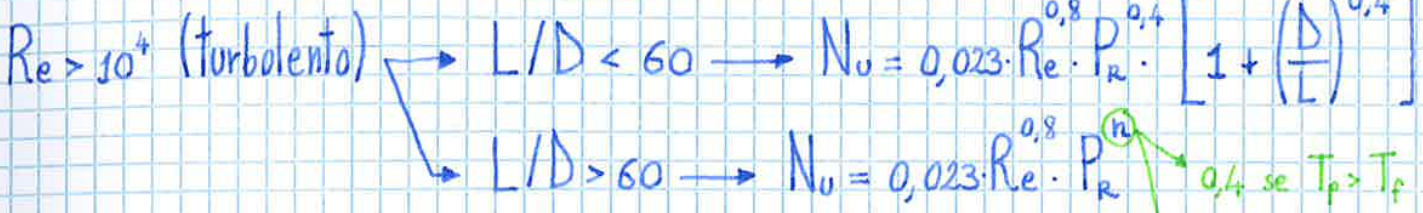
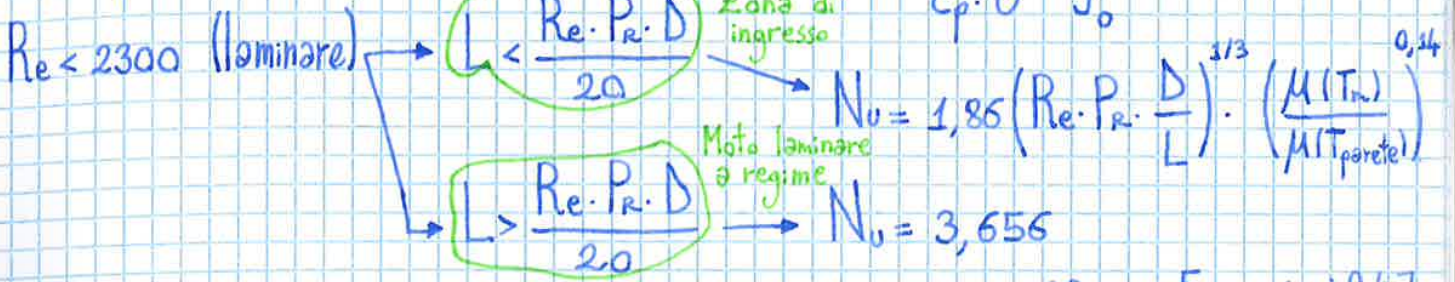
MOTO CONFINATO DA DUE PIASTRE:

Valori di α in base a stato e moto:

- Gas laminare $\approx 10^1$
- Gas turbolento $\approx 10^2$
- Liquido laminare $\approx 10^2 / 10^3$
- Liquido turbolento $\approx 10^3 / 10^4$
- Evaporazione/condensazione $\approx 10^5$



La temperatura media da considerare è: $T_m = \frac{1}{c_p \cdot G} \int_0^L h \cdot dG$

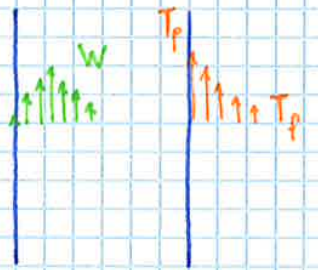


$n = 0,4$ se $T_p > T_f$
 $n = 0,3$ se $T_p < T_f$

CONVEZIONI NATURALI (NON FORZATE):

Numero di Grashof: $G_R = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_f) \cdot L^3}{\nu^2}$

$\beta = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ (coefficiente volumico di dilatazione termica)



Numero di Rayleigh: $R_a = G_R \cdot P_R \rightarrow R_a < 10^3$: laminare
 $R_a > 10^3$: turbolento

PARETE PIANA VERTICALE:

Regime laminare: $Nu = 0,59 \cdot R_a^{1/4}$
 Regime turbolento: $Nu = 0,13 \cdot R_a^{1/3}$

Correlazioni di McAdams

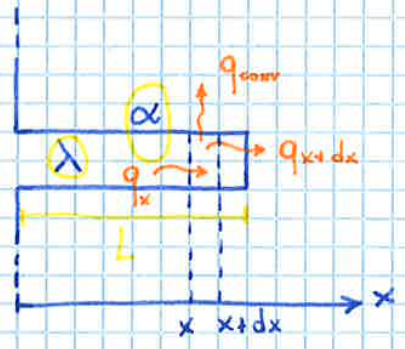
BARRE E ALETTE:

Considero $T = T_s$ (costante) e T_f costante

A = sezione aletta
 C = perimetro aletta

$q_x = -\lambda A \left(\frac{dT}{dx} \right)$ $q_{x+dx} = -\lambda A \cdot \frac{d}{dx} \left(T + \frac{dT}{dx} dx \right)$

$q_{conv} = \alpha \cdot C \cdot dx (T - T_f)$



$$\theta_3 e^{mL} - M e^{mL} - M e^{-mL} = 0 \begin{cases} \rightarrow M = \theta_3 \cdot \frac{e^{mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \\ \rightarrow N = \theta_3 \cdot \frac{e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \end{cases}$$

$$\frac{\theta}{\theta_3} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$$

$$q_A = m \cdot \lambda \cdot A \cdot \theta_3 \cdot \tanh(mL)$$

$$\text{Aletta conveniente: } \sqrt{\frac{\lambda C}{\alpha A}} \cdot \tanh(mL) > 1$$

CASO 3: ALETTA CON PUNTA NON ADIABATICA:

Condizioni al contorno: $\begin{cases} x = x_0 : \theta = \theta_3 \\ x = L : -\lambda A \cdot \frac{d\theta}{dx} = \alpha A \theta \end{cases}$

$$\frac{\theta}{\theta_3} = \frac{\cosh[m(L-x)] + \frac{\alpha}{\lambda m} \cdot \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \cdot \sinh(mL)}$$

$$q_A = \frac{m \lambda A \cdot \theta_3 \cdot \left[\frac{\alpha}{\lambda m} + \tanh(mL) \right]}{1 + \frac{\alpha}{\lambda m} \cdot \tanh(mL)}$$

$$\text{Aletta conveniente: } \frac{\frac{\alpha}{\lambda m} + \tanh(mL)}{\frac{\alpha}{\lambda m} + \left(\frac{\alpha}{\lambda m}\right)^2 \cdot \tanh(mL)} > 1$$

$$\lambda C > \alpha A$$

PARAMETRI DI MERITO:

$$\eta = \frac{q_{\text{REALE ALETTA}}}{q_{\text{IDEALE ALETTA}}} = \frac{\lambda A m \theta_3 \tanh(mL)}{\alpha C \cdot L \cdot \theta_3} = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

$\theta = \theta_3$
 $\forall x$ (Gradiente termico uniforme su tutta l'aletta)

$$\left. \begin{aligned} \phi_c &= G_c \cdot (h_{c,OUT} - h_{c,IN}) < 0 \\ \phi_f &= G_f \cdot (h_{f,OUT} - h_{f,IN}) \end{aligned} \right\} \rightarrow |\phi_c| = \phi_f \text{ (lo scambiatore è adiabatico)}$$

$$\phi = G \cdot C \cdot \Delta T \rightarrow \begin{cases} |\phi_c| = G_c \cdot C_c \cdot (T_{c,IN} - T_{c,OUT}) \\ \phi_f = G_f \cdot C_f \cdot (T_{f,OUT} - T_{f,IN}) \end{cases}$$

$$G \cdot C = G' \text{ (capacità termica)} \rightarrow \begin{cases} \phi_c = G'_c \cdot (T_{c,IN} - T_{c,OUT}) \\ \phi_f = G'_f \cdot (T_{f,OUT} - T_{f,IN}) \end{cases}$$

Resistenza termica: $R = \frac{1}{\alpha_c \cdot A} + \frac{S}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{\alpha_f \cdot A}$

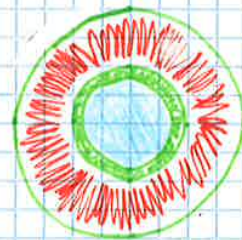
Il coefficiente globale di scambio termico è dato da $U = (R \cdot A)^{-1}$, quindi per lo scambiatore di calore risulta pari a

$$U = \left(\frac{1}{\alpha_c} + \frac{S}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_f} \right)^{-1}$$

Ipotizzando una geometria a due cilindri concentrici, si ha

$$U_{INT} = \left(\frac{1}{\alpha_f} + \frac{r_i}{\lambda} \cdot \log\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{1}{\alpha_c} \cdot \frac{r_i}{r_e} \right)^{-1}$$

$$U_{EST} = \left(\frac{1}{\alpha_f} \cdot \frac{r_e}{r_i} + \frac{r_e}{\lambda} \cdot \log\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{1}{\alpha_c} \right)^{-1}$$



SCELTA DEL ΔT "DA CALCOLO":

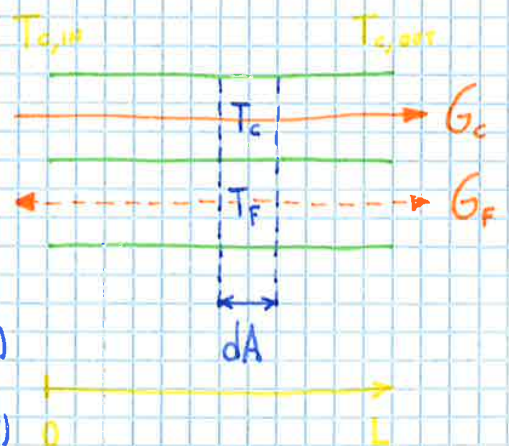
$$d\phi = U \cdot dA \cdot (T_c - T_f) \text{ (ipotizzo } U \text{ costante)}$$

$$\phi = \int U (T_c - T_f) \cdot dA = U \cdot \int (T_c - T_f) dA$$

Si sa che nel fluido caldo $-|d\phi(x)| = G'_c \cdot dT_c(x)$

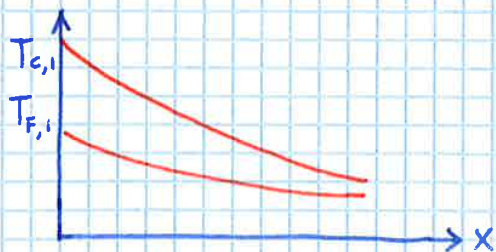
Nel fluido freddo: 1) In equicorrente $|d\phi| = G'_f \cdot dT_f(x)$

2) In controcorrente $|d\phi| = -G'_f \cdot dT_f(x)$

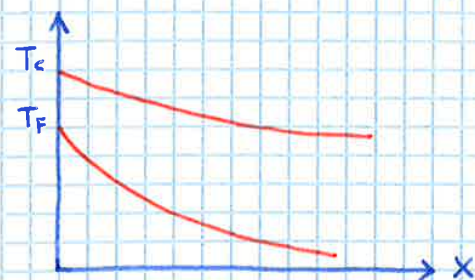


CONTROCORRENTE:

Se $C_c < C_F$, allora $\beta > 0$, quindi $\Delta T_F < \Delta T_c$ e l'andamento dell'esponentiale è ancora decrescente



Se invece $C_c > C_F$, $\beta > 0$, ovvero la differenza di temperatura fra i due fluidi aumenta lungo il percorso dello scambiatore



Inoltre $\Delta T_{ML,CC} > \Delta T_{ML,EC}$

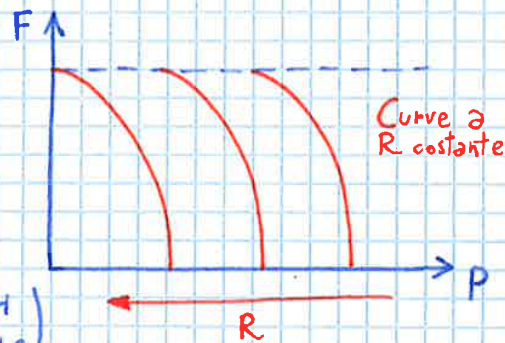
SCAMBIATORI A FLUSSI INCROCIATI:

All'equazione del flusso termico si aggiunge un fattore di correzione moltiplicativo R data dalla dipendenza da tre fattori:

$$F = (\text{TIPO DI SCAMBIATORE}, R, P)$$

$$R = C_c / C_F$$

$$P = \frac{T_{F,OUT} - T_{F,IN}}{T_{C,IN} - T_{F,IN}}$$



Dato P , F aumenta se R diminuisce ($C_F \ll C_c$)

Dato R , F aumenta se P diminuisce ($T_{F,OUT} - T_{F,IN} \ll T_{C,IN} - T_{F,IN}$)

METODO E-NTU:

Si usa per calcolare il flusso termico quando non si ha la possibilità di conoscere le 4 temperature di base (ad esempio durante la fase di progetto)

L'efficienza dello scambiatore è data da $E = \frac{\phi}{\phi_{max}}$

Ovviamente ϕ_{max} è proporzionale a $\Delta T_{max} = T_{C,IN} - T_{F,OUT}$

$$\phi_{max} = C_{min} \cdot \Delta T_{max}$$

Dato il numero di unità di trasferimento $NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{\Delta T(\text{fluido } C_{min})}{\Delta T_{ML}}$

Emissione emisferica: $E = \frac{d\phi}{dA}$

EMETTITORI DI LAMBERT:

$i_{\lambda, \gamma} = i_{\lambda} \rightarrow$ L'emissione è direzionalmente isotropa (radiazione diffusa)

Dunque $e_{\lambda} = \int_{\omega} i_{\lambda, \gamma} \cos \beta \cdot d\omega = i_{\lambda} \int_{\omega} \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot d\beta \cdot d\varphi =$

$$i_{\lambda} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot d\beta =$$

$$2\pi i_{\lambda} \int_0^{\pi} \frac{\sin 2\beta}{2} \cdot \frac{1}{2} d(2\beta) =$$

$$2\pi i_{\lambda} \left[-\frac{1}{4} \cos 2\beta \right]_0^{\pi} = \pi \cdot i_{\lambda}$$

$e = \pi \cdot i_{\lambda} \quad E = \pi \cdot I_{\gamma}$

RICEVITORE:

Irradianza spettrale: $G_{\lambda} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial A \partial \lambda}$

Dipende dalla
lunghezza d'onda

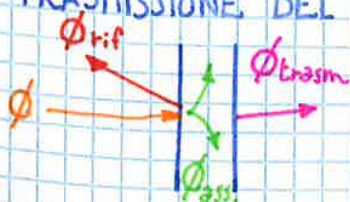
Irradianza emisferica: $G = \int_{\lambda} G_{\lambda} \cdot d\lambda = \frac{d\phi}{dA}$

Radiosità: grandezza che esprime le proprietà riflessive di un ricevitore

Radiosità spettrale: $J_{\lambda} = e_{\lambda} + \rho_{\lambda} G_{\lambda}$
Coefficiente di riflessione spettrale

Radiosità emisferica: $J = E + \rho G$

TRASMISSIONE DEL CALORE:

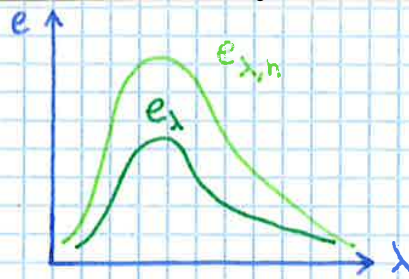


Coefficiente di riflessione: $\rho = \phi_r / \phi$
 Coefficiente di trasmissione: $\tau = \phi_t / \phi$
 Coefficiente di assorbimento: $\alpha = \phi_a / \phi$

CORPO GRIGIO:

Si suppone $\epsilon_\lambda = \epsilon = \text{costante}$, da cui:

$$e_\lambda = \epsilon \cdot e_{\lambda,n}$$



Dal teorema di Kirchoff risulta $\epsilon_\lambda = \alpha_\lambda$, ma siccome $\epsilon_\lambda = \epsilon$, anche il coefficiente di assorbimento risulta costante rispetto alla lunghezza d'onda

SCAMBIO TERMICO TRA CORPI NERI:

Sia $T_1 > T_2$ e il vuoto tra i due corpi

$$\phi_n = \phi_{12} - \phi_{21}$$

$$d\phi_{12} = I_{\gamma,n} \cdot dA_1 \cos\beta_1 \cdot \frac{dA_2 \cos\beta_2}{R^2} d\omega_2$$

$$d\phi_{12} = I_{\gamma,n} \cdot \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{R^2} \cdot dA_1 \cdot dA_2$$

Siccome il corpo nero è un emettitore di Lambert ho: $I_{\gamma,n} = \frac{E_n}{\pi}$, quindi

$$\left. \begin{aligned} \phi_{12} &= \frac{E_{n1}}{\pi} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{R^2} \cdot dA_1 \cdot dA_2 \\ \phi_{21} &= \frac{E_{n2}}{\pi} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{R^2} \cdot dA_2 \cdot dA_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \phi_n = \sigma (T_1 - T_2)^4 \cdot \iint$$

Per semplificare la trattazione si introduce una grandezza detta fattore di vista:

$$F_{12} = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{12}}{A_1 E_{n1}} \rightarrow \phi_{12} = F_{12} \cdot A_1 \cdot E_{n1}$$

$$\phi_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{\pi R^2} \cdot dA_2 \cdot dA_1$$

Analogamente per ϕ_{21} vale $F_{21} = \frac{1}{A_2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{R^2} \cdot dA_2 \cdot dA_1$