



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1623A -

ANNO: 2015

# A P P U N T I

STUDENTE: Botta

MATERIA: Termodinamica e Trasmissione del Calore.  
Prof. Santarelli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# TERMODINAMICA

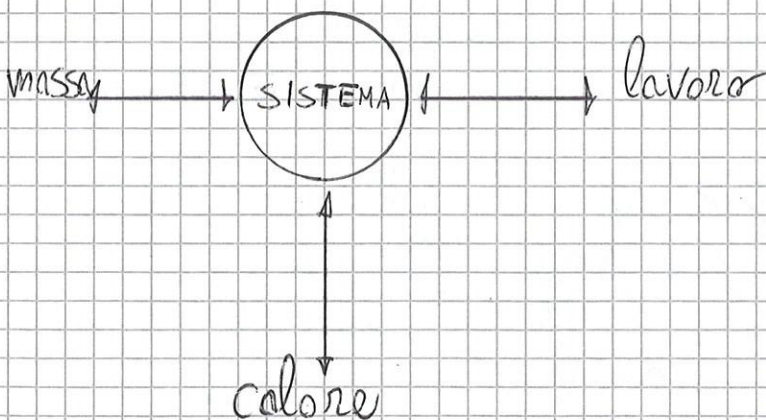
## SISTEMI E PROCESSI

**Corpo:** quantità di materia caratterizzata da una serie di proprietà fisiche che la definiscono.

Si suppone che tutte le proprietà sono omogenee nel corpo. L'omogeneità è spaziale ma non temporale.

**Sistema termodinamico:** aggregazione di più corpi all'interno di una superficie di confine, reale o ideale, della superficie di contorno.

Fuori dal sistema si trova l'ambiente esterno, l'unione di sistema e ambiente prende il nome di universo.



Un sistema è in grado di fare 3 tipi di scambi (sia dall'interno verso l'esterno che viceversa).

Un sistema che scambia massa, lavoro e calore si definisce **APERTO**.

Un sistema che scambia lavoro e calore ma non massa si definisce **CHIUSO**.

Un sistema che scambia massa e lavoro ma non calore si definisce **ADIABATICO**.

Un sistema che non scambia energia sotto forma di lavoro si definisce sistema con **SUPERFICIE INDEFORMABILE**.

Un sistema che non ha scambi è definito sistema **ISOLATO**. Per definizione l'universo è isolato.

## PROPRIETÀ TERMODINAMICHE

Ogni sistema termodinamico è caratterizzato da una serie di grandezze fisiche che ne definiscono lo stato.



Le equazioni di stato sono correlate ad ASSIOMI COSTITUTIVI  
 Assiomatiche perché legate alla teoria termodinamica (o  
 teorie correlate).  
 Costitutive perché legata alla materia considerata.

La CONDIZIONE DI EQUILIBRIO di un sistema si ha quando  
 lo stato termodinamico rimane invariato nel tempo.  
 Matematicamente si ha il vettore delle  $N$  proprietà indipendenti  
 funzioni del tempo uguale ad un vettore costante:

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_N \end{pmatrix}$$

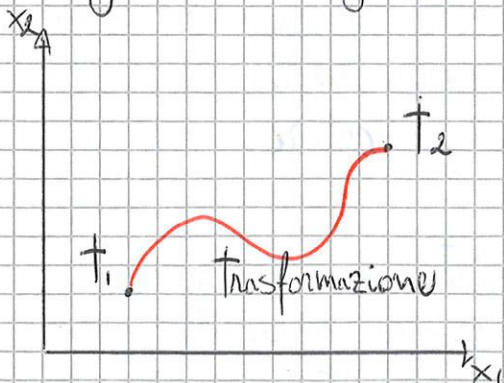
Quando le proprietà termodinamiche sono invariate nel  
 tempo si ha la CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ.

Durante il passaggio tra gli stati stazionari si hanno  
 le CONDIZIONI DI TRANSITORIETÀ (trasformazioni).

Il PROCESSO termodinamico è uno stato transitorio ed è  
 la sequenza di trasformazioni dello stato termodinamico del  
 sistema nel tempo definito come intervallo tra  $t_1$  e  $t_2$ .

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{pmatrix} \rightarrow \text{processo } P$$

La trasformazione è la rappresentazione sul diagramma  
 degli stati degli stati assunti tra  $t_1$  e  $t_2$  durante il  
 processo  $P$



Il processo ~~di tipo~~ di tipo COMPOSTO  
~~è~~ la composizione di due processi:  
 $P_1$  e  $P_2$  (lo stato iniziale del  
 processo ~~deve~~ coincidere con il finale di 1.)

$$P = P_1 \rightarrow P_2$$

$$P_1: T_1(t_{11}, t_{12}) \quad \text{e} \quad P_2: T_2(t_{21}, t_{22})$$

deve valere:  $x_1(t_{12}) = x_2(t_{21})$



Un processo perfettamente reversibile è ideale ed irrealizzabile.

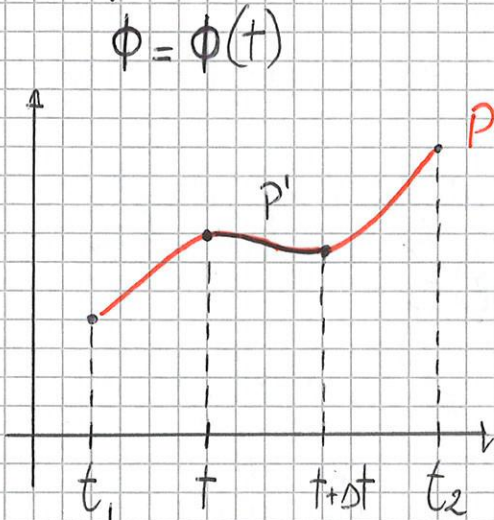
## CALORE E LAVORO

Il calore è energia trasferita da un corpo a temperatura maggiore ad uno a temperatura minore. È possibile far fluire l'energia in senso inverso usando lavoro esterno.

Il trasferimento d'energia attraverso il calore avviene senza l'intervento di forze.

$$Q = Q(P)$$

Il flusso termico è lo scambio termico nell'unità di tempo:



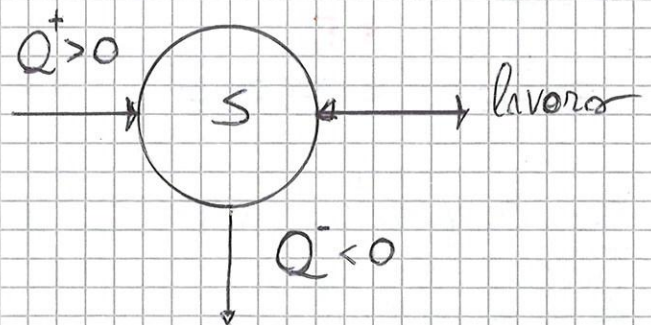
$$\phi(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(P')}{\Delta t}$$

quindi si ottiene:

$$Q(P) = \int_{\tau}^{\tau + \text{tempo}} \phi(t) dt$$

Per convenzione il calore ricevuto dal sistema è positivo.

Il calore ceduto dal sistema è negativo.



Il lavoro è lo scambio energetico mentre agiscono delle forze tra interno ed esterno.

Il lavoro produce una modifica dello stato di moto e dello stato termodinamico del sistema.

$$L = L(P)$$



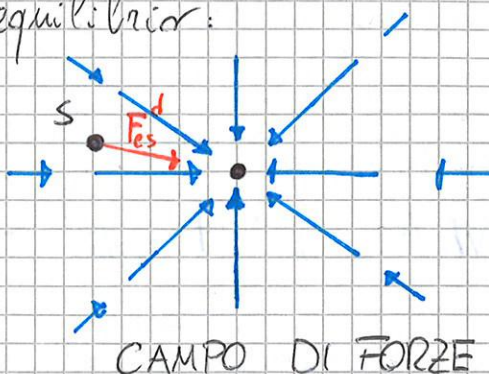
Anche per le forze di campo vale l'equilibrio:

$$\vec{F}_{es}^d + \vec{F}_{se}^d = 0$$

e i bilanci

$$L_{es}^d(P) + L_{se}^d(P) = 0$$

$$W_{es}^d(t) + W_{se}^d(t) = 0$$



Se il campo di forze è CONSERVATIVO si può definire un POTENZIALE di campo.

Il lavoro è quindi calcolabile come gradiente del potenziale

$$L_{es}^d(P) = -\Delta E_p \quad E_p \text{ funzione potenziale}$$

$$W_{es}^d(t) = -\frac{dE_p}{dt}$$

Ad esempio nel campo gravitazionale

$$E_p = Mz g \quad z \text{ quota}$$

$$z = z(t)$$

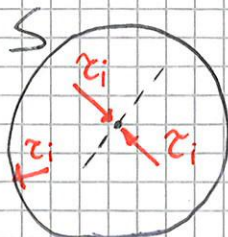
$$L_{es}^d(P) = -\Delta E_p = E_p(z_1) - E_p(z_2)$$

$$L_{se}^d(P) = -L_{es}^d = \Delta E_p = E_p(z_2) - E_p(z_1)$$

$$W_{es}^d(t) = -Mg \frac{dz}{dt}$$

$$W_{se}^d(t) = +Mg \frac{dz}{dt}$$

Nelle forze interne si ha lavoro quando si ha deformazione del corpo a seguito di forze esterne che spostano il punto di applicazione delle forze interne.



FORZE INTERNE

Una forza interna che agisce sulla superficie non è equilibrata in caso di deformazione, generando un lavoro INTERNO.



Il lavoro è quindi

$$L_i(P) = \int_{\tau} W(t) dt = \int_{\tau} p_i(t) \frac{dV(t)}{dt} dt$$

se è nota l'equazione di stato del fluido omogeneo lineare:

$$p_i = p_i(V, T)$$

↳ temperatura

e l'equazione non presenta discontinuità e punti singolari si può passare dall'integrazione temporale all'integrazione rispetto alla trasformazione:

$$L_i(P) = \int_{\Gamma} p_i(V, T) dV \quad \Gamma \text{ trasformazione associata a } P$$

Nel caso di fluidi omogenei non lineari la quota di lavoro associata alle componenti tangenziali che non produce variazione di volume è definita **ATTRITO INTERNO**

$$L_{ai}(P) \geq 0 \quad \text{si ha l'uguaglianza solo per fluidi lineari.}$$

$$W_{ai}(t) \geq 0$$

In conclusione il lavoro interno diventa:

$$L_i(P) = L_i^{lin}(P) - L_{ai}(P)$$

$$W_i(t) = W_i^{lin}(t) - W_{ai}(t)$$

$$L_i(P) = \int_{\Gamma} p_i(V, T) dV - L_{ai}(P)$$

$$W_i(t) = p_i(t) \frac{dV(t)}{dt} - W_{ai}(t)$$

### EQUAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA

$$W_{es}(t) = \frac{dE_c(t)}{dt} - W_i(t)$$

Il primo contributo è la variazione dello stato di moto il secondo è la variazione dello stato termodinamico dovuta ad una variazione di tensione interna.



In forma di lavoro si ha:

$$L_T(P) + L_o(P) + \Delta E_p + \Delta E_c + L_{ai}(P) - \int_T p_i(V, T) dV = 0$$

La componente utile è poi:

$$L_T(P) = \int_T p_i dV - L_o(P) - L_{ai}(P) - \Delta E_p - \Delta E_c$$

Se il lavoro di deformazione è nullo ( $L_o(P) = 0$ ),  $\Delta E_p$  e  $\Delta E_c$  sono trascurabili ( $\Delta E_p = \Delta E_c = 0$ ), allora:

$$L_T(P) = \int_T p_i dV - L_{ai}(P)$$

Se anche gli attriti interni sono trascurabili si ha:

$$L_T(P) = \int_T p_i dV$$

Se non c'è variazione di volume il lavoro tecnico è nullo.

In forma di potenza si ha:

$$W_T(t) = p_i \frac{dV}{dt}$$

Se  $\frac{dE_c}{dt} = 0$ :

$$L_{se}(P) = L_i(P) = L(P)$$

$$L(P) = \int_z p \frac{dV}{dt} dt$$

nota l'equazione di stato:

$$L(P) = \int_z p(x_1, \dots, x_w) dV$$

sperimentalmente si osserva che molte ~~per~~ lo stato di molti fluidi tecnici può essere espresso completamente da sole 2 variabili di stato indipendenti.

È buona norma scegliere le 2 variabili tra le grandezze direttamente misurabili  $p$ - $V$ - $T$ .

Per praticità (e ragioni storiche) vengono scelti  $V$  e  $T$  in molti casi.



$\lambda_v$  è definito come CALORE LATENTE rispetto al volume.  
 Rappresenta il calore scambiato a temperatura costante tra sistema e ambiente per unità di volume.  
 È misurato in  $\frac{J}{m^3} = \frac{N}{m^2}$ , è una misura di pressione quindi è una grandezza intensiva.

$c_v$  è definito come CAPACITÀ TERMICA a volume costante.  
 Rappresenta la quantità di calore scambiato durante una trasformazione a volume costante per unità di temperatura.  
 Variazione di temperatura del sistema.  
 È misurato in  $\frac{J}{K}$ , essendo legata al volume è estensiva.  
 Si definisce quindi la grandezza specifica CALORE SPECIFICO a volume costante:

$$c_v = \frac{C_v}{M} \left[ \frac{J}{kgK} \right]$$

$\lambda_v$  e  $c_v$  sono grandezze sempre positive.

È necessario quindi conoscere le equazioni di stato:

$$\lambda_v = \lambda_v(V, T)$$

$$c_v = c_v(V, T)$$

Data:

$$Q(P) = \int \langle \lambda_v dV + c_v dT \rangle \quad e \quad q = \frac{Q}{M} \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

Si può passare alle grandezze specifiche:

$$q(P) = \int \langle \lambda_v dv + c_v dT \rangle$$

Analogamente per il flusso termico

$$\varphi(t) = \frac{\Phi(t)}{M} \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

$$\varphi(t) = \lambda_v \frac{dV}{dt} + c_v \frac{dT}{dt}$$

Si considerano ora come variabili indipendenti pressione e temperatura e le relative equazioni di stato.



Si introduce la quantità specifica:

$$\lambda_p = \frac{\lambda_p}{M} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

$C_p$  è definita CAPACITÀ TERMICA a pressione costante.  
Rappresenta la quantità di calore scambiata durante una trasformazione a pressione costante per unità di variazione di temperatura del sistema.

È misurato in  $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ , grandezza estensiva

Si introduce il CALORE SPECIFICO a pressione costante:

$$c_p = \frac{C_p}{M}$$

La forma differenziale del calore diventa:

$$\tilde{q} = \frac{\tilde{Q}}{M}$$

$$\tilde{q} = \lambda_p dp + c_p dT$$

## GAS IDEALE

Il concetto di gas ideale è un modello valido per rappresentare il comportamento di gas reali in condizioni di:

- bassa pressione
- lontananza da condizioni di liquefazione

Si ha un'ottima approssimazione migliore per gas a bassa pressione.

L'equazione di stato del gas ideale è:

$$p = \frac{nRT}{V} \quad \text{con } n \text{ numero di moli, } R = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \text{ costante dei gas}$$

Se si scelgono  $V$  e  $T$  come grandezze indipendenti si ha:

$$\lambda_v = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = p$$

$$C_v = C_v(T)$$

$$c_v = c_v(T)$$

È possibile sviluppare l'equazione di stato nella forma:



$\gamma$  è definito come ESPONENTE DELL'ADIABATICA.  
Per i gas reali si usa l'equazione di stato di VAN DER WAALS:

$$p = \frac{R^* T}{(v-b)} - \frac{a}{v^2}$$

Con  $a$  e  $b$  dipendenti dalla specie chimica e in particolare da temperatura critica  $T_k$  e pressione critica  $p_k$ :

$$a = \frac{27(R^* T_k)^2}{64 p_k} \quad b = \frac{R^* T_k}{8 p_k}$$

È possibile ora calcolare le espressioni ~~del~~ calore per un gas ideale.

$$q = \int_T \langle \lambda_v dv + c_v dT \rangle = \int_T \langle p dv + c_v dT \rangle$$

$$q = \int_T \langle \lambda_p dp + c_p dT \rangle = \int_T \langle -v dp + c_p dT \rangle$$

e quelle del lavoro:

$$l = \int_T p dv = \int_T \frac{R^* T}{v} dv = R^* \int_T T \frac{dv}{v}$$

$$l = \int_T \langle p \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T dp + p \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dT \rangle = \int_T \langle -v dp + R^* dT \rangle$$

## TRASFORMAZIONI DI GAS IDEALI

Le trasformazioni vengono tracciate sul PIANO DI CLAPEYRON o piano  $p-v$ .

La trasformazione ISOCORA è una trasformazione a volume costante:

$$\begin{cases} v(T) = \text{cost. } \forall T \\ v_1 = v_2 = v \\ dv = 0 \end{cases}$$

Il lavoro specifico della trasformazione è:



$$T(t) = \text{cost.} \quad \forall t$$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$dT = 0$$

I relativi calore e lavoro sono:

$$l = \int_T p dV = \int_T \frac{R^* T}{V} dV = R^* T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

poiché  $pV = \text{cost.}$  si ha anche:

$$l = R^* T \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

per il calore invece:

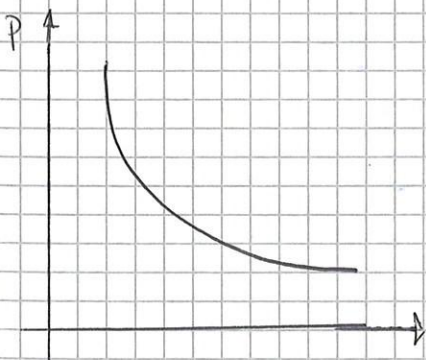
$$q = \int_T (\lambda_v dV + c_v dT) = \int_T \lambda_v dV$$

per i gas ideali  $\lambda_v = p$

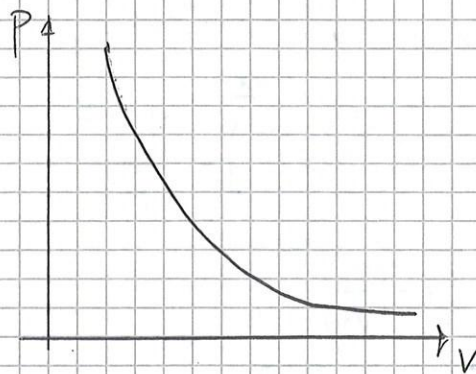
$$q = \int_T p dV = R^* T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = R^* T \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

In conclusione lungo l'isoterma di gas ideali:

$$l(p) = q(p)$$



ISOTERMA



ADIABATICA

La trasformazione **ADIABATICA** è una trasformazione senza scambio di calore con l'esterno.

$$\phi(t) = 0 \quad \forall t \rightarrow Q(p) = 0$$

$$\psi(t) = \frac{\phi(t)}{M} = \lambda_v \frac{dV}{dt} + c_v \frac{dT}{dt} = 0$$

$$\psi(t) = p \frac{dV}{dt} + c_v \frac{dT}{dt} = 0$$

oppure:



$$\tilde{q} = c dT$$

$$(C_v - c) dT + \lambda_v dV = 0$$

$$dT = \frac{p dV + v dp}{R^*}$$

$$(C_v - c)(p dV + v dp) + R^* p dV = 0$$

$$(C_v - c)(p dV + v dp) + (C_p - C_v) p dV = 0$$

$$\left(\frac{C - C_p}{C - C_v}\right) p dV + v dp = 0$$

si definisce  $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$

$$n p dV + v dp = 0$$

$$\frac{dp}{p} + n \frac{dV}{V} = 0$$

integrando tra uno stato 1 ed uno stato generico si ottiene

$$p V^n = \text{cost.}$$

$$T V^{n-1} = \text{cost.}$$

$$T p^{\frac{1-n}{n}} = \text{cost.}$$

Dalla definizione di  $n$ :

$$C = C_v \frac{n - \frac{C_p}{C_v}}{n-1} = C_v \frac{n-1}{n-1}$$

TRASFORMAZIONE	PROPRIETA'	EQUAZIONE	C	n
ISOCORA	$dV = 0$	$V = \text{cost.}$	$C_v$	$\infty$
ISOBARA	$dp = 0$	$p = \text{cost.}$	$C_p$	0
ISOTERMA	$dT = 0$	$T = \text{cost.}$	$\infty$	1
ADIABATICA	$\tilde{q} = 0$	$q = 0$	0	$\gamma$



$$dV = -k_T V dp$$

$$\frac{dV}{V} = -k_T dp$$

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - \int_{P_1}^{P_2} k_T dp = -k_T \int_{P_1}^{P_2} dp$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = -k_T (P_2 - P_1)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-k_T (P_2 - P_1)}$$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1 = e^{-k_T \Delta P} - 1 = -0.04 \cdot 10^{-2}$$

$$-k_T \Delta P = \ln(1 - 0.04 \cdot 10^{-2})$$

$$k_T = - \frac{\ln(1 - 0.04 \cdot 10^{-2})}{\Delta P} = 2.667 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

ESERCIZIO 2: Una massa di mercurio si trova a una temperatura  $\theta_1 = 0^\circ\text{C}$  e viene riscaldato a pressione costante a una temperatura  $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$ . Calcolare la variazione percentuale di volume, sapendo che il coefficiente di dilatazione cubica  $\beta = 0.182 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  e la compressibilità  $k_T = 4 \cdot 10^{-6} \text{ bar}^{-1}$ .

$$\theta_1 = 0^\circ\text{C} \quad \theta_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} \text{ ?}$$

$\beta$  e  $k_T$  noti

$$dV = \beta V dT - k_T V dp$$

$$dV = \beta V dT$$

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \beta dT = \beta \int_{\theta_1}^{\theta_2} dT$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \beta \Delta T$$



Usando l'ipotesi di gas reali:

$$P = \frac{R^*T}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad \text{con } a = 1989.6 \frac{\text{Nm}^4}{\text{kg}^2} \text{ e } b = 0.0059 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$Q = M \int_{T_1}^T \langle \lambda_v dv + c_v dT \rangle = M \int_{T_1}^T \lambda_v dv$$

$$\lambda_v = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = T \frac{R^*}{v-b}$$

$$Q = M \int_{T_1}^T T \frac{R^*}{v-b} dV = MR^*T \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v-b} = MR^*T \ln \frac{v_2-b}{v_1-b} = -3.61 \text{ MJ}$$

ESERCIZIO 4: Una massa di 30 g di  $N_2$  ha temperatura iniziale di  $-50^\circ\text{C}$  ed è contenuta in un recipiente di volume pari a  $3 \text{ dm}^3$ . L'azoto subisce le seguenti trasformazioni:

- Espansione isoterma con volume triplicato;
- Compressione adiabatica reversibile fino ad ottenere il volume iniziale;
- Raffreddamento a volume costante fino a raggiungere la temperatura iniziale.

Rappresentare le trasformazioni sul piano p-v, calcolare lavoro e calore totale e per ogni trasformazione, trascurando attriti e variazioni di energia cinetica e potenziale.

$$\gamma = 1.399 \quad R^* = 296.77 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$M = 30 \text{ g} \quad T_1 = -50^\circ\text{C}$$

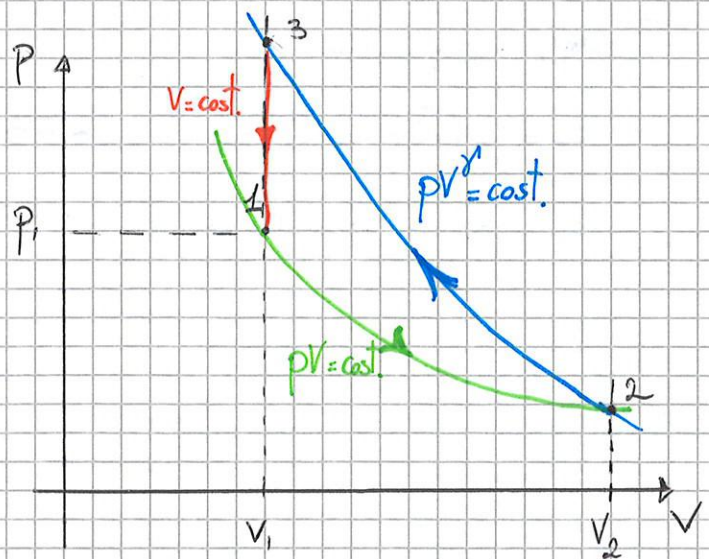
$$V_1 = 3 \text{ dm}^3 \quad V_2 = 9 \text{ dm}^3$$

$$P_1 = \frac{MR^*T_1}{V_1} = 6.622 \times 10^5 \text{ Pa}$$

trasformazione 1→2

$$Q = M \int_{V_1}^{V_2} p dV = MR^*T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 2.183 \text{ kJ}$$

$$Q = R^*T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 2.183 \text{ kJ}$$





## PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER SISTEMI CHIUSI

In processi ciclici e percorsi da un sistema  $S$ , il lavoro  $L_{SE}(C)$  è proporzionale al calore scambiato  $Q(C)$  attraverso la costante  $J$  definita come EQUIVALENTE MECCANICO DEL CALORE:

$$L_{SE}(C) = J Q(C)$$

Se il lavoro ed il calore hanno la stessa unità di misura  $J$  assume valore unitario, quindi:

$$L_{SE}(C) = Q(C)$$

È possibile estendere il principio ad un processo non ciclico. Lavoro e calore sono due azioni di  $P$ .

- la somma o differenza di due azioni è anch'essa un'azione
- se un'azione assume valore nullo quando è calcolata su un processo ciclico  $C$  si può definire un potenziale tale per cui l'azione è calcolabile come differenza tra i valori esteri del potenziale agli estremi del processo non ciclico.

$$Q(P) - L(P) = a(P)$$

$$Q(C) - L(C) = 0 = a(C)$$

Esiste una funzione potenziale dell'azione  $a$ , quindi il primo principio diviene:

$$Q(P) - L(P) = \Delta E$$

Dove  $E$ , la funzione potenziale, è definita **ENERGIA TOTALE DEL SISTEMA** ed è una funzione di stato.

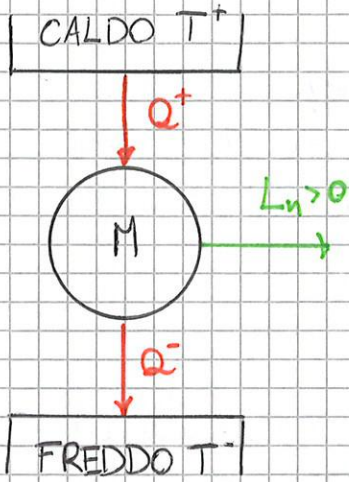
L'energia totale è definita a meno di una costante, per sapere il valore ~~di~~ assoluto è necessario definire un punto di riferimento conosciuto in cui si pone convenzionalmente il suo valore pari a zero.

Per come è definita l'energia totale è una grandezza estensiva.



Si introduce quindi un'efficienza "generalizzata" relativa alla macchina, un rapporto tra l'effetto utile prodotto dalla macchina e l'energia spesa per ottenerlo.

La macchina più semplice è la MACCHINA BITERMICA, una macchina che ha scambi tra due temperature.



MACCHINA MOTTRICE

$Q^+ > 0$  CALORE RICEVUTO DAL SISTEMA

$Q^- > 0$  CALORE CEDUTO DAL SISTEMA (IN MODULO)

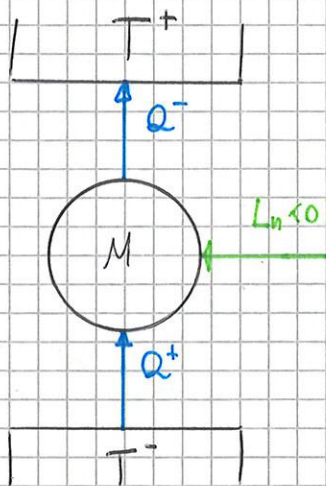
$L_{SE}^+ > 0$  LAVORO EFFETTUATO DAL SISTEMA SULL' ESTERNO

$L_{SE}^- > 0$  LAVORO RICEVUTO DAL SISTEMA (MODULO)

$L_n = L_{SE}^+ - L_{SE}^-$  LAVORO NETTO

se  $L_n > 0$  MACCHINA MOTTRICE

se  $L_n < 0$  MACCHINA OPERATRICE



MACCHINA OPERATRICE

$Q_n = Q^+ - Q^-$  CALORE NETTO

Poiché la macchina fa come un ciclo, per il primo principio:

$$Q_n = L_n$$

Per le macchine motrici:

$$L_n > 0$$

$$Q_n > 0 \rightarrow Q^+ > Q^-$$

L'efficienza è definita RENDIMENTO:

$$\eta = \frac{L_n}{Q^+} < 1$$

$$\eta = \frac{L_n}{Q^+} = \frac{Q_n}{Q^+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}$$

Per le macchine operatrici:

$$L_n < 0$$

$$Q_n < 0 \rightarrow Q^- > Q^+$$



In forma differenziale:

$$dS \geq \frac{\tilde{Q}}{T} \quad TdS \geq \tilde{Q}$$

È possibile giungere ad una forma in equazione del principio:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \Sigma_i \quad \Sigma_i \geq 0 \quad (= 0 \text{ per trasformazioni reversibili})$$

Dove  $\Sigma_i$  è definito FLUSSO D'ENTROPIA PER IRREVERSIBILITÀ

$$\Sigma_i \left[ \frac{W}{K} \right]$$

In forma integrata:

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\phi(t)}{T} dt + S_i \quad S_i \left[ \frac{J}{K} \right] \geq 0$$

Con  $S_i$  definito ENTROPIA PER IRREVERSIBILITÀ

Per unità di massa si ha:

$$s = \frac{S}{M} \quad \sigma_i = \frac{\Sigma_i}{M} \quad s_i = \frac{S_i}{M}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\phi(t)}{T} + \sigma_i$$

$$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\phi(t)}{T} dt + s_i$$

Processo adiabatico:

$$\phi(t) = 0 \quad \forall t$$

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \text{solo se il fenomeno è reversibile}$$

$$\frac{ds}{dt} > 0 \quad \text{se il fenomeno è irreversibile}$$

$$\Delta S \geq 0 \rightarrow S_2 \geq S_1$$

L'universo (cosmologico) è un sistema isolato per definizione quindi la sua entropia può solo aumentare, o al più rimanere costante. Clausius dedusse che l'universo può evolvere solo nel verso dello aumento di entropia e quindi esiste una FRECCIA DEL TEMPO.



## CICLO DI CARNOT

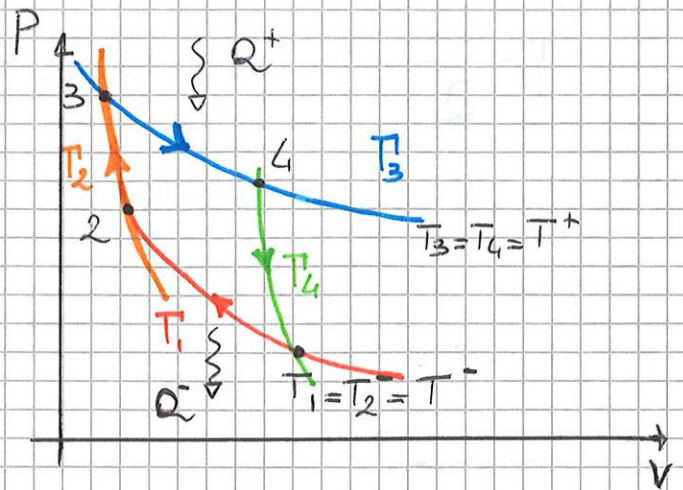
È un ciclo ideale:

- reversibile
- percorso da un gas ideale

$T_1$  compressione isoterma con rilascio di calore  $Q^-$  verso l'esterno.

$T_2$  compressione adiabatica

$T_3$  espansione isoterma con assorbimento di calore  $Q^+$  dall'esterno



CICLO DI CARNOT

Date le due temperature  $T^+$  e  $T^-$  è il ciclo che possiede il miglior rendimento, è usato quindi come ciclo di riferimento.

$$\Delta S \geq \int \frac{\tilde{Q}}{T}$$

con ciclo reversibile chiuso:

$$\Delta S = \int \frac{\tilde{Q}}{T}$$

$$\Delta S = S_1 - S_1 = 0$$

quindi:

$$\int \frac{\tilde{Q}}{T} = 0$$

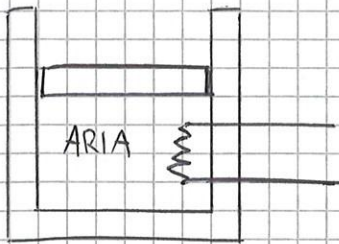
$$\int \frac{\tilde{Q}}{T} = -\frac{Q^-}{T^-} + \int_{T_2}^{T_1} \frac{\tilde{Q}}{T} + \frac{Q^+}{T^+} + \int_{T_4}^{T_3} \frac{\tilde{Q}}{T} = 0$$

$$\frac{Q^+}{T^+} - \frac{Q^-}{T^-} = 0$$

$$\frac{Q^-}{Q^+} = \frac{T^-}{T^+}$$

Usando la relazione nella definizione di rendimento:





sistema a:

$$Q - L_{se} = \Delta U + \Delta E_c$$

$$Q - L_{se}^s = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$Q = L_{se}^s + \Delta U$$

$$L_{se} = L_{se}^s$$

$$L_{se} - L_i + \Delta E_c = 0$$

$$L_{se} = L_{se}^s = L_i = L_i^{lim} - \frac{1}{\gamma} \Delta p = \int p dV$$

$$p \cdot A_{pistone} = M_{pistone} \cdot g + p_{atm} A_{pistone}$$

$$p = \frac{M_{pistone} g + p_{atm} A_{pistone}}{A_{pistone}} = 133992 \text{ Pa} = 1.34 \text{ bar}$$

$$L_{se}^s = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p \Delta V = 6.03 \text{ J}$$

$$\Delta U = M \Delta w = 4 \text{ J}$$

$$Q = L_{se}^s + \Delta U = 10.03 \text{ J}$$

sistema b

$$Q - L_{se}^s = (\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p)_{aria} + (\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p)_{pistone}$$

$$L_{se}^s = L_i^{lim} = \int p_{atm} dV = p_{atm} \Delta V = 4.56 \text{ J}$$

$$\Delta U_{aria} = M \Delta w = 4 \text{ J}$$

$$\Delta E_{p, pist.} = M_{pistone} g h = M_{pistone} \frac{\Delta V}{A_{pistone}} = 1.47 \text{ J}$$

$$Q = L_{se}^s + \Delta U + \Delta E_p = 10.03 \text{ J}$$

Ovviamente

$$Q_{sist. a} = Q_{sist. b}$$



## RELAZIONI TERMODINAMICHE

Si applicano le relazioni ad un fluido omogeneo reversibile.

$$U = U(V, T)$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

Dal I° principio:

$$\tilde{Q} - \tilde{L} = dU$$

$$(\lambda_v dV + c_v dT) - (pdV) = dU$$

$$(\lambda_v - p)dV + c_v dT = dU$$

Quindi:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \lambda_v - p$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = +c_v$$

In forma massica:

$$dw = (\lambda_v - p)dv + c_v dt$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial v}\right)_T = \lambda_v - p$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_v = c_v$$

$$H = H(p, T)$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT$$

Dalla definizione di entalpia:

$$H = U + pV$$

$$dH = dU + d(pV)$$

Dal I° principio:

$$\tilde{Q} - \tilde{L} = dU$$



in forma massiccia

$$ds = \frac{\lambda_v}{T} dv + \frac{c_v}{T} dT$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \frac{\lambda_v}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v = \frac{c_v}{T}$$

$$S = S(p, T)$$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT$$

$$dS = \frac{\tilde{Q}}{T} = \frac{\lambda_p}{T} dp + \frac{c_p}{T} dT$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \frac{\lambda_p}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$$

in forma massiccia.

$$dS = \frac{\lambda_p}{p} dp + \frac{c_p}{T} dT$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \frac{\lambda_p}{p}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$$

$$\tilde{Q} - \tilde{L} = dU$$

$$\tilde{Q} - p dV = dU$$

$$\tilde{Q} + V dp = dH$$

$$\tilde{q} - p dv = du$$

$$\tilde{q} + v dp = dh$$

$$\tilde{Q} = T dS$$

$$\tilde{q} = T ds$$



## ENTALPIA

$$dh = (\lambda_p + v) dp + c_p dT$$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp + c_p dT$$

$$\hat{q} = T ds = dh - v dp$$

si deriva p a T costante:

$$T \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T - v$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v$$

usando Maxwell:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + v$$

sostituendo nella seconda relazione di dh:

$$dh = c_p dT + [v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p] dp$$

confrontando con la prima relazione di dh:

$$\lambda_p = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

In conclusione si ottiene:

$$dw = c_v dT + [T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p] dv$$

$$dh = c_p dT + [v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p] dp$$

passando ai gas ideali si può usare la loro equazione di stato:

$$pv = R^* T$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R^*}{v}$$

$$dw = c_v dT + \left[T \frac{R^*}{v} - p\right] dv = c_v dT [p - p] dv = c_v dT$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R^*}{p}$$



### ENERGIA LIBERA DI GIBBS

Per definizione l'energia libera è:

$$G = H - TS$$

È una grandezza estensiva calcolabile a meno di una costante.

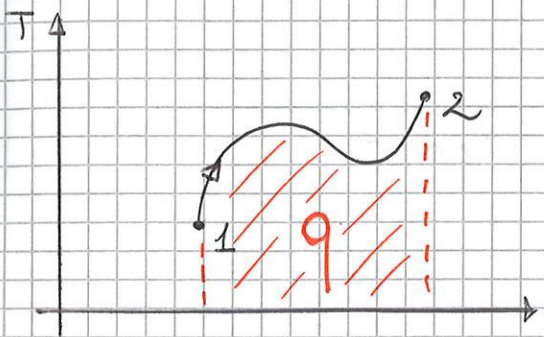
In forma differenziale:

$$dg = dh - d(Ts) = dh - Tds - sdt$$

$$dh - Tds = vdp$$

$$dg = vdp - sdt$$

### PIANO DI GIBBS



fluidi omogenei lineari:

$$\hat{q} = Tds$$

$$q = \int_T Tds$$

l'area sottesa è quindi proporzionale al calore scambiato.

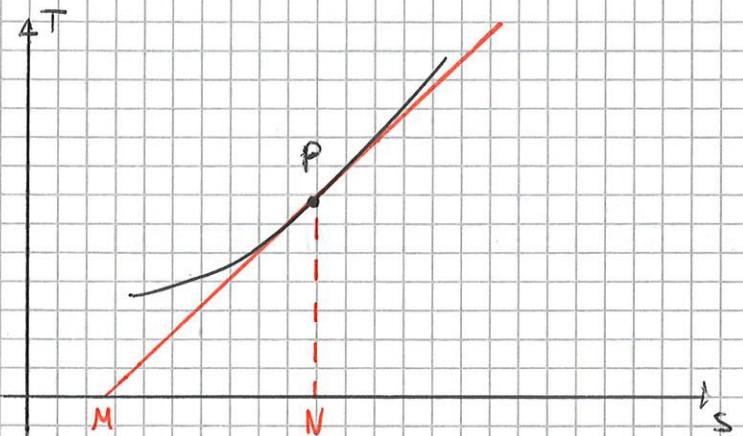
se  $\int Tds > 0$  il calore è assorbito dal sistema (1 → 2)

se  $\int Tds < 0$  il calore è ceduto dal sistema (2 → 1)

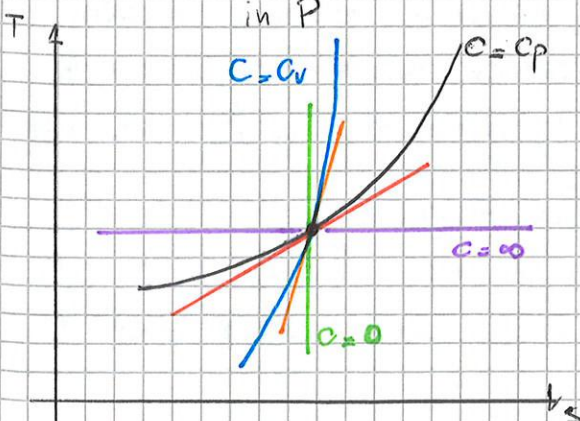
$$\frac{PN}{NM} = \frac{dT}{ds}$$

$$MN = \frac{PN}{dT} = \frac{T}{ds} = \frac{Tds}{dT} = \frac{\hat{q}}{dT} = c$$

$MN \propto c$  calore specifico della trasformazione generica in P

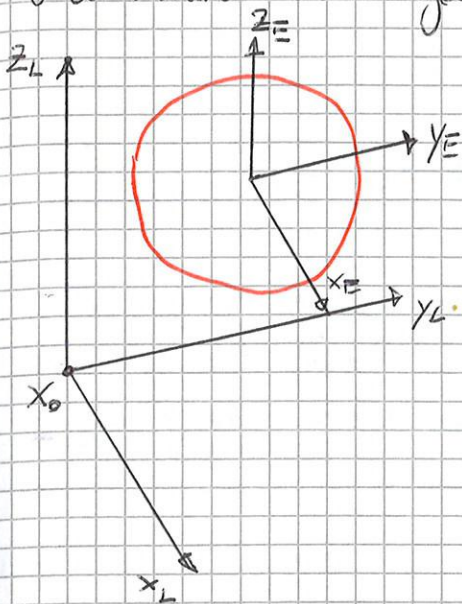


isobara  
isocora  
isoentropica  
isoterma





Nel sistema euleriano le variabili indipendenti sono il tempo e le coordinate della singola particella materiale del fluido.



LAGRANGIANO

$$x = x(t, x_0)$$

EULERIANO

$$x_0 = x_0(x, t)$$

Il sistema più comune nella termodinamica è quello euleriano.

PORTATA DI MASSA

$M(t)$  la massa che transita in senso d'ingresso (e) o di uscita (u) nell'intervallo di tempo  $\Delta t$ .

Si definisce **PORTATA**:

$$G(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M(\Delta t)}{\Delta t} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

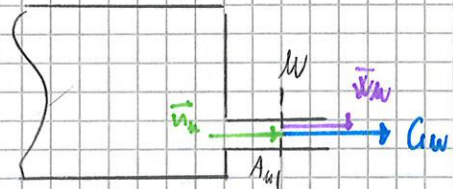
$$G = \rho \int A \bar{n} \cdot \bar{w} \quad \text{con } \bar{w} \text{ vettore velocità del fluido}$$

$\rho$  densità del fluido  
 $A$  sezione attraversata  
 $\bar{n}$  vettore normale alla superficie

Per convenzione si pone  $\bar{n}$  sempre rivolto verso l'esterno quindi una portata entrante ha segno negativo mentre una portata uscente ha segno positivo:

$$\bar{n}_e \cdot \bar{w}_e = -|w_e| \quad G_e < 0$$

$$\bar{n}_u \cdot \bar{w}_u = +|w_u| \quad G_u > 0$$





Se si consideri un sistema stazionario con un ingresso ed una uscita:

$$\left[ \frac{dM}{dt} \right]_{ve} + \sum_{k=1}^N \pm G_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^N \pm G_k = 0$$

$$G_w = G_e = G$$

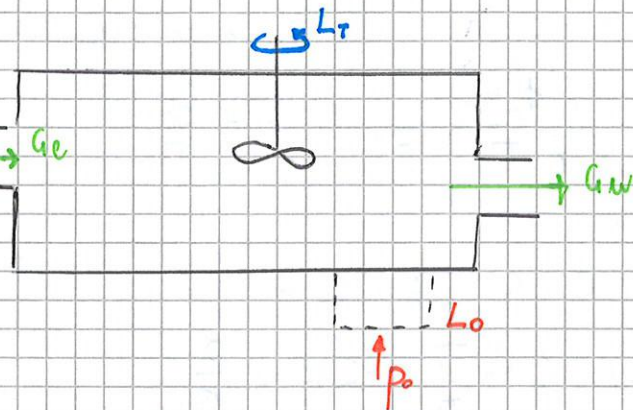
quindi:

$$\frac{dz}{dt} = G(z_u - z_e)$$

### LAVORO DI SPOSTAMENTO

$$L_{so}^s = L_T + L_o \text{ in sist. chiusi}$$

Per i sistemi aperti si aggiunge un lavoro associato allo scambio di massa definita

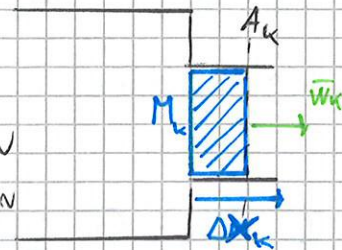


### LAVORO DI SPOSTAMENTO:

$$L_{so}^s = L_T + L_o + L_{sp}$$

$$G_k = \rho_k A_k \bar{w}_k$$

Il lavoro associato allo spostamento della massa  $M_k$  per una spazia  $\Delta x_k$  attraverso una sezione  $A_k$ :



$$L_{sp}^k = \rho_k A_k \bar{w}_k \cdot \Delta x_k$$

$$W_{sp}^k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{L_{sp}^k}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\rho_k A_k \bar{w}_k \cdot \Delta x_k}{\Delta t} = \rho_k A_k \bar{w}_k$$

$$W_{sp}^k = \frac{\rho_k}{\rho_k} G_k = \rho_k v_k G_k$$

generalizzando a NC condotti:

$$W_{sp} = \sum_{k=1}^{NC} \pm (\rho v)_k G_k$$



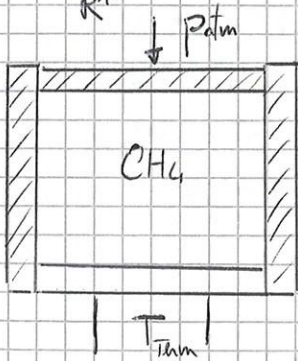
**ESERCIZIO 8:** Un cilindro, chiuso ad un'estremità da un disco permeabile al calore e all'altra da un pistone mobile di massa trascurabile e senza attrito, contiene inizialmente 20 l di metano a  $20^\circ\text{C}$  in equilibrio con la pressione esterna di 1 bar.

Le pareti laterali del cilindro e il pistone sono adiabatici. Si pone in contatto un termostato a una temperatura di  $200^\circ\text{C}$  che cede calore al gas. Questo si porta ad una nuova situazione di equilibrio con temperatura  $10^\circ\text{C}$  meno del termostato e la pressione rimane invariata.

Nell'ipotesi di gas ideale senza attrito calcolare il lavoro interno, il calore scambiato e la variazione d'entropia del sistema complessivo.

Si supponga che il  $c_p$  sia dato da:

$$\frac{c_p}{R^*} = a + bT + cT^2 \quad \text{con } a = 1.702 \quad b = 9.081 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad c = 2.164 \times 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$



$$V_1 = 20 \text{ l} = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{\text{term}} = 200^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 190^\circ\text{C}$$

$$p_2 = p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$\bar{M} = 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad R^* = \frac{R}{\bar{M}} = 520 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$M_{\text{CH}_4} = \frac{p_1 V_1}{R^* T_1} = 3.13 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$V_2 = \frac{M R^* T_2}{p_2} = 31.16 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$L_{se} = L_i + \int_{L_{00}}^L \frac{dL}{L} = \int_T p dV = p_1 (V_2 - V_1) = 1.16 \text{ kJ}$$

$$Q - L_{se} = \Delta U + \int_{L_{00}}^L \frac{dL}{L}$$

$$Q = L_i + \Delta U$$

$$\Delta U = M_{\text{CH}_4} \Delta u = M \int_1^2 c_v dT = M \int_1^2 (c_p - R^*) dT = M R^* \int_1^2 (a + bT + cT^2 - 1) dT$$



$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt}$$

### EQUAZIONE ENERGIA CINETICA PER SISTEMI APERTI

$$W_T + W_o + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - W_i^{lin} = 0 \quad (\text{sistemi chiusi})$$

$$W_T + W_o + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

Per sistemi aperti

$$W_{se}^S = W_T + W_o + W_{sp}$$

$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt} = p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt}$$

$$W_T + W_o + W_a + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} + V \frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{dE_c}{dt} = \left( \frac{dE_c}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm l_{ck} G_k$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left( \frac{dE_p}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm l_{pk} G_k$$

$$W_T + W_o + W_a + \left( \frac{dE_c}{dt} \right)_{vc} + \left( \frac{dE_p}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (l_{ck} + l_{pk}) + V \frac{dp}{dt} = 0$$

$$W_T = -V \frac{dp}{dt} - W_o - W_a - \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (l_{ck} + l_{pk}) - \left( \frac{dE_c}{dt} \right)_{vc} - \left( \frac{dE_p}{dt} \right)_{vc}$$

Per un caso stazionario, privo d'attrito, senza deformazioni e le energie cinetiche e potenziali associate non ~~subiscono~~ abbiano variazioni rilevanti:

$$W_T = -V \frac{dp}{dt}$$

$$L_T = - \int_T V \frac{dp}{dt} = - \int_T V dp$$

$$Q_T = - \int_T v dp$$

Nel caso di fluidi incompressibili con sistema ad un ingresso e uscita

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

$$W_T + W_a + G [(l_{ck} + l_{pk})_u - (l_{ck} + l_{pk})_e] + V \frac{dp}{dt} = 0$$



$$\frac{dU}{dt} = \left( \frac{dU}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k u_k$$

$$\frac{dE_c}{dt} = \left( \frac{dE_c}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{ck}$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left( \frac{dE_p}{dt} \right)_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k e_{pk}$$

Sostituendo tutto:

$$\phi - [W_T + W_0] = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (pV + W + e_c + e_p)_k$$

$$h = pV + W$$

$$\phi - [W_T + W_0] = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{vc} + \sum_{k=1}^{NC} \pm G_k (h + e_c + e_p)_k$$

in un sistema stazionario indeformabile con 1 ingresso/uscita

$$\phi - W_T = G [(h + e_c + e_p)_w - (h + e_c + e_p)_e]$$

in un sistema adiabatico

$$\phi = 0$$

$$W_T = G [(h + e_c + e_p)_e - (h + e_c + e_p)_w]$$

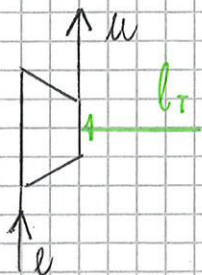
$$l_T = (h + e_c + e_p)_e - (h + e_c + e_p)_w$$

$$l_T > 0 \text{ se } (h + e_c + e_p)_e > (h + e_c + e_p)_w$$

nella maggior parte delle macchine:

$$e_c = e_p \approx 0$$

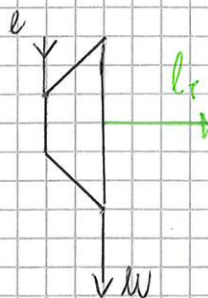
$$l_T = h_e - h_w$$



COMPRESSORE

$$h_w > h_e$$

$$l_T < 0$$



TURBINA

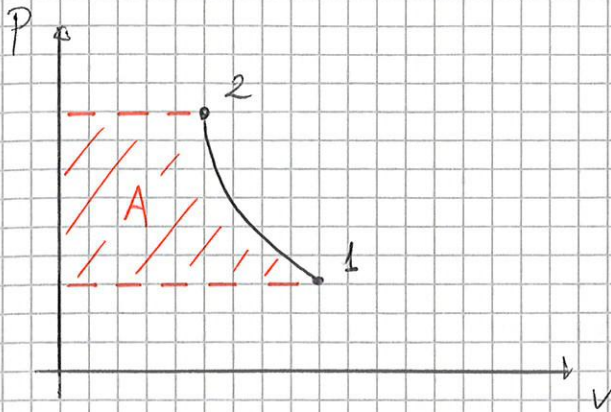
$$h_e > h_w$$

$$l_T > 0$$



$$l_T = - \int v dp$$

vale solo se  $W_a = 0, W_r = 0, l_c = l_p \approx 0$

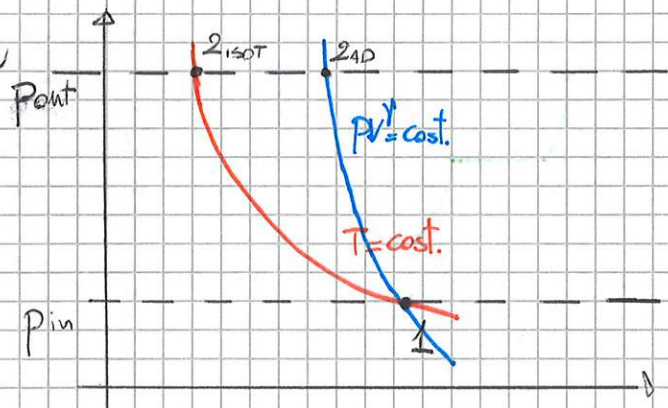


$$A = \int v dp$$

$$l_{T1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 v dp < 0 \quad \text{compressione}$$

$$l_{T2 \rightarrow 1} = - \int_2^1 v dp > 0 \quad \text{espansione}$$

l'isoterma permette di comprimere il fluido con una minor spesa di lavoro (area sotto minore).



$$l_{c, \text{ISOT}} < l_{c, \text{AD}}$$

nel caso di un gas:

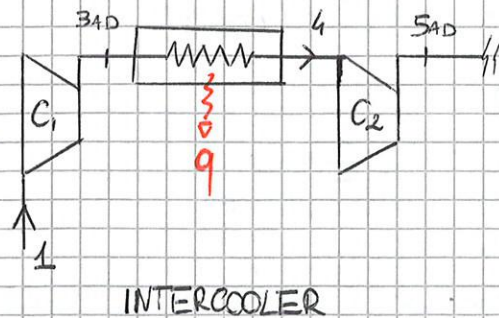
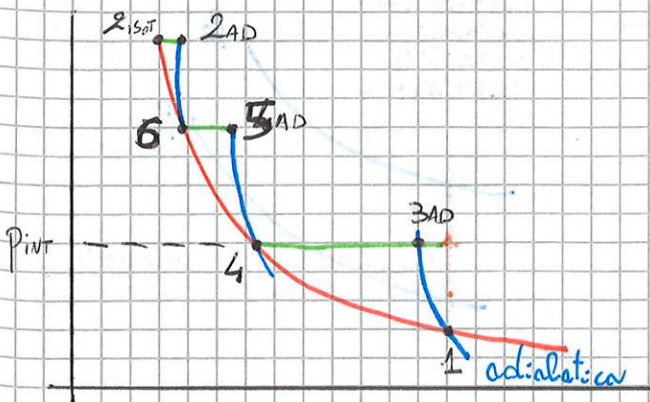
$$\phi - W_T = G(h_2 - h_1) = G c_p (T_2 - T_1)$$

nell'isoterma

$$T_1 = T_2$$

$$\phi = W_T$$

La compressione isoterma è più irrealizzabile si cerca quindi di approssimarla con compressioni e raffreddamenti successivi:





La trasformazione reale in realtà non è rappresentabile perché non presenta un susseguirsi di stati di equilibrio.

Applicando il primo principio:

$$\phi - W_T = \frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{vc} + \sum_{k=1}^{nc} \dot{Q}_k (h + e_c + e_p)_k$$

Il sistema è stazionario adiabatico e con 1 ingresso/uscita:

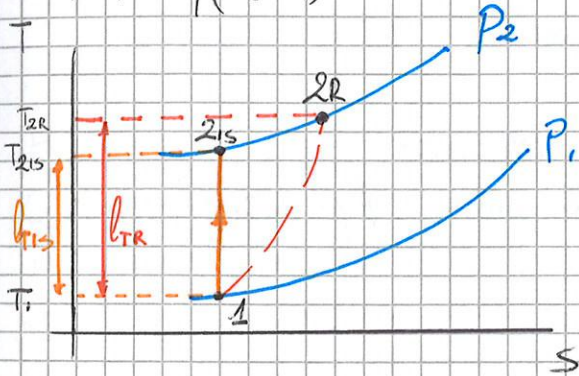
$$\phi = 0$$

$$\frac{d}{dt} [U + E_c + E_p]_{vc} = 0$$

$$G_1 = G_2 = G$$

$$l_T = (h_1 - h_2) = c_p (T_1 - T_2) < 0 \quad (\text{compressione})$$

$$|l_T| = c_p (T_2 - T_1)$$



il lavoro tecnico è proporzionale al segmento  $\overline{T_2 T_1}$ .  
Si definisce rendimento isentropico di compressione:

$$\eta_{isc} = \frac{l_{TIS}}{l_{TR}} = \frac{h_{2IS} - h_1}{h_{2R} - h_1} \leq 1$$

per i gas ideali la relazione

si può semplificare in:

$$\eta_{isc} = \frac{c_p (T_{2IS} - T_1)}{c_p (T_{2R} - T_1)}$$

se l'intervallo di temperature non è troppo ampio  $c_p$  è costante:

$$\eta_{isc} = \frac{T_{2IS} - T_1}{T_{2R} - T_1}$$

Considerando un'espansione:

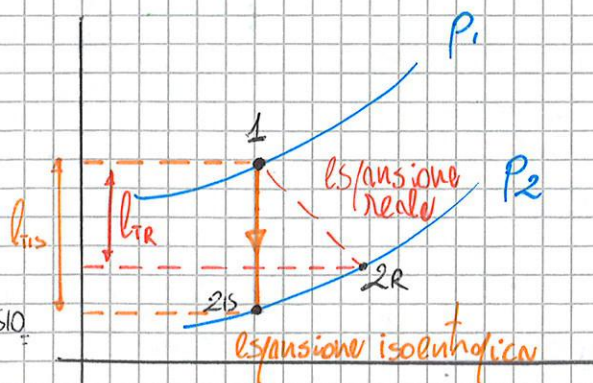
$$l_T = (h_1 - h_2) = c_p (T_1 - T_2)$$

$$l_{TIS} > l_{TR}$$

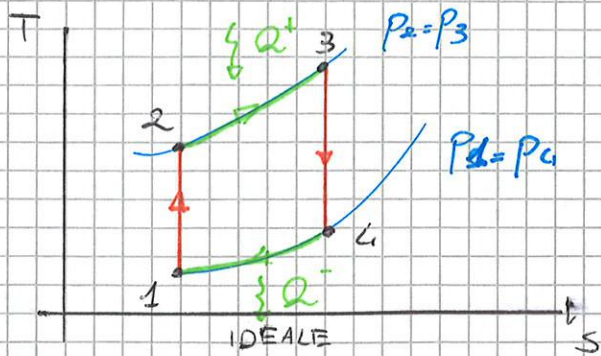
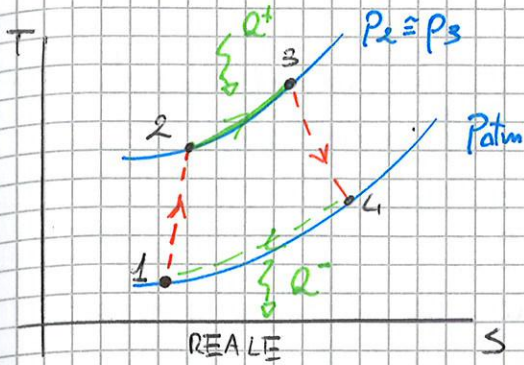
IL RENDIMENTO ISOENTROPICO DI ESPANSIONE

NE è:

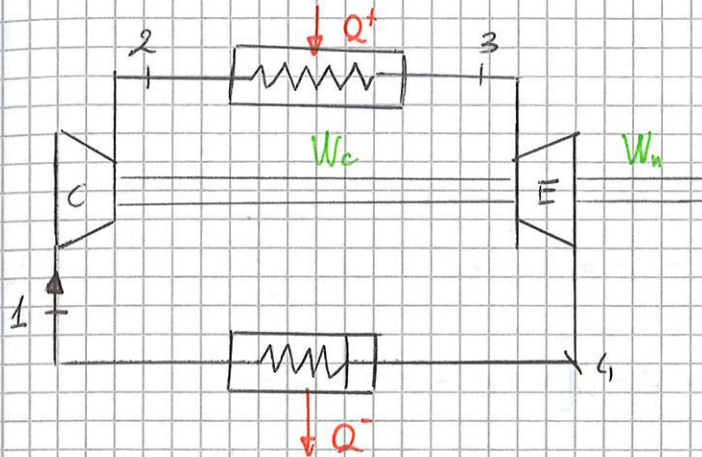
$$\eta_{ISE} = \frac{l_{TR}}{l_{TIS}} = \frac{h_{1R} - h_{2R}}{h_1 - h_{2IS}} \leq 1$$







È possibile considerare la versione ideale del turbogas: un ciclo di un solo elemento chimicamente costante.

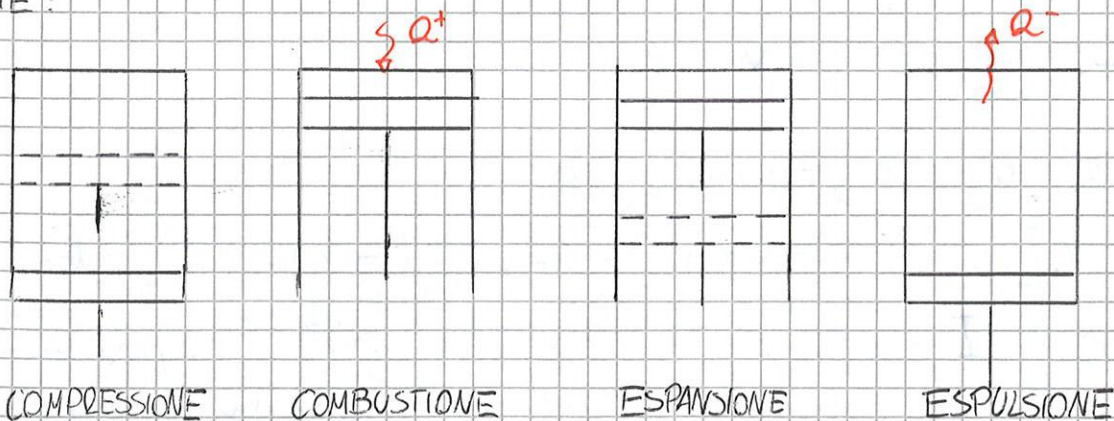


Il fluido che percorre il ciclo è ARIA STANDARD composta da 21%  $O_2$  e 79%  $N_2$  con proprietà di gas ideale e termofisiche costanti.

La combustione e la trasformazione virtuale sono sostituite da due scambiatori di calore.

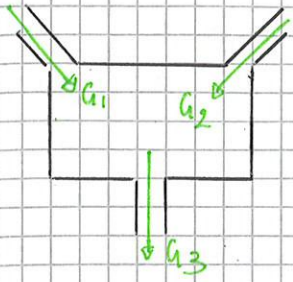
Espansione e compressione sono rappresentate come ideali. Questo tipo di macchina è definita ad ATTRAVERSAMENTO DI FLUIDO: il fluido attraversa tutti gli elementi della macchina.

Se non è presente questo fenomeno si ha delle macchine VOLUMETRICHE.





se il miscelatore fosse adiabatico, il flusso di entropia nei due casi, se la temperatura esterna è di 20°C.



$$G_3 = G_1 + G_2 = 3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\phi - W_T = \frac{d}{dt} [U + E_C + E_P]_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k (h + e + p)_k$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \phi &= G_3 h_3 - G_1 h_1 - G_2 h_2 = (G_1 + G_2) h_3 - G_1 h_1 - G_2 h_2 = \\ &= G_1 (h_3 - h_1) + G_2 (h_3 - h_2) = G_1 c_p (T_3 - T_1) + G_2 c_p (T_3 - T_2) = \\ &= -63 \text{ kW} \end{aligned}$$

FLUIDO NON SCAMBIA  
LAVORO

$$\phi = G (h_2 - h_1)$$

$$q = h_2 - h_1$$

$$c = \frac{q}{\Delta T} = \frac{h_2 - h_1}{\Delta T}$$

$$h_2 - h_1 = c (T_2 - T_1)$$

$$\text{b) } G_1 (h_{3AD} - h_1) + G_2 (h_{2AD} - h_2) = 0$$

$$G_1 c_p (T_1 - T_{3AD}) = G_2 c_p (T_{3AD} - T_2)$$

$$T_{3AD} = \frac{G_1 T_1 + G_2 T_2}{G_1 + G_2} = 30^\circ\text{C}$$

$$\text{c) } \frac{ds}{dt} = \frac{\phi}{T} + \sum_i \dots \text{ al sistema universo}$$

$$\frac{ds}{dt} \geq 0$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{UNIV} = \left(\frac{ds}{dt}\right)_{MISC} + \left(\frac{ds}{dt}\right)_{AMB}$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{MISC} = \left(\frac{ds}{dt}\right)_{vc} + \sum_{k=1}^{Nc} \pm G_k s_k = G_3 s_3 - G_1 s_1 - G_2 s_2 = G_1 (s_3 - s_1) + G_2 (s_3 - s_2)$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{amb} = \frac{\phi}{T_{amb}}$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{UNIV} = \sum_i = G_1 (s_3 - s_1) + G_2 (s_3 - s_2) + \frac{\phi}{T_{amb}}$$

$$\frac{\phi}{T} + \sum_i = \frac{ds}{dt}_{vc} + \sum G_k s_k$$

$$\frac{\phi}{T} = G (s_2 - s_1) \rightarrow \frac{q}{T} = s_2 - s_1$$

$$q = T (s_2 - s_1) = c \Delta T \rightarrow (s_2 - s_1) = c \frac{T_2 - T_1}{T} \quad ds = c_p \frac{dT}{T}$$

$$\sum_i = G_1 c_p \ln \frac{T_3}{T_1} + G_2 c_p \ln \frac{T_3}{T_2} + \frac{\phi}{T} = 18.78 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

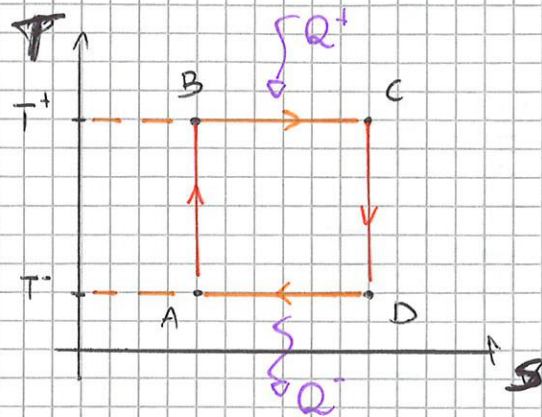
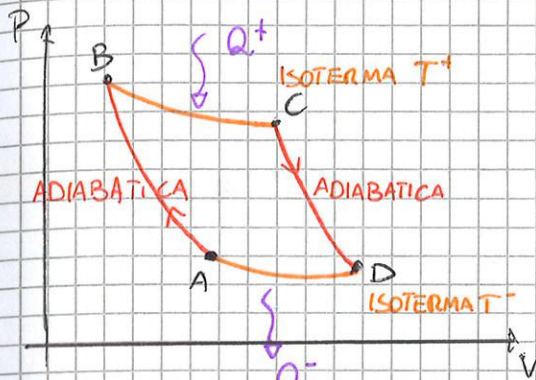


Si dimostra anche:

$$P_A P_C = P_B P_D$$

$$T_A T_C = T_B T_D$$

### CICLO DI CARNOT A GAS



$$\eta_c = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{T_D}{T_C}\right) = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$$

Poiché  $T_A = T_D$  e  $T_B = T_C$ :

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \rightarrow V_B V_D = V_A V_C$$

Si introducono le grandezze **RAPPORTO VOLUMETRICO DI COMPRESSIONE** e **DI ESPANSIONE**:

$$f_c = \frac{V_A}{V_B}$$

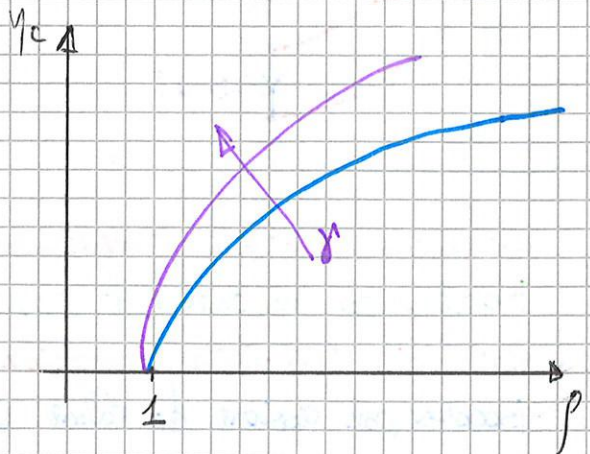
$$f_e = \frac{V_D}{V_C}$$

Per la regola dei prodotti incrociati:

$$f_c = f_e = f$$

Il rendimento può essere espresso come:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = 1 - f^{1-\gamma} = 1 - \frac{1}{f^{\gamma-1}}$$





$$\eta_o = 1 - \frac{q^-}{q^+} = 1 - \frac{c_v(T_D - T_A)}{c_v(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \frac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1}$$

Per il prodotto invariato:

$$T_A T_C = T_B T_D$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_B}$$

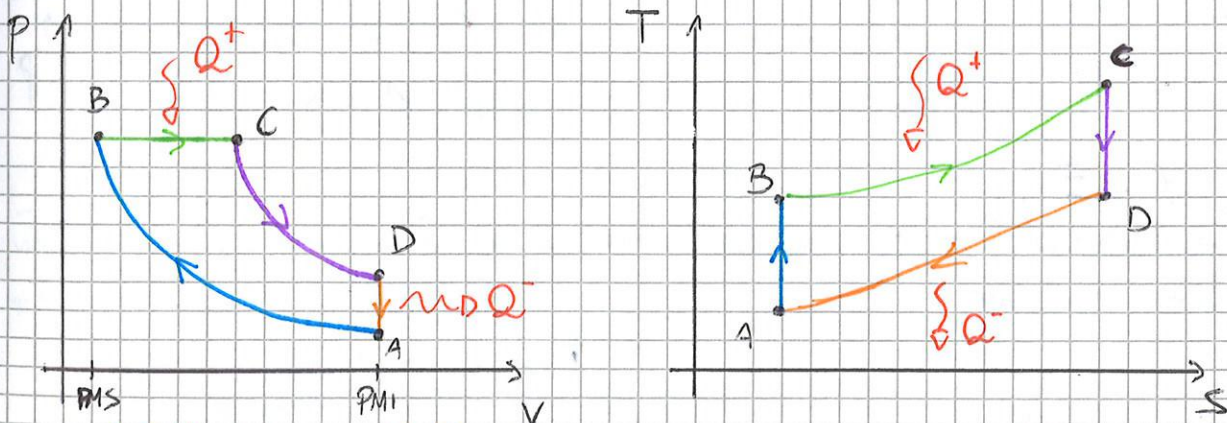
$$\eta_o = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$$

$$\eta_o = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\gamma-1}}$$

### CICLO DIESEL

Ciclo di riferimento per motori a combustione interna, volumetrici e ad accensione spontanea.



adiabatica reversibile, compressione  
 isobara con inserimento di calore  $Q^+$   
 adiabatica reversibile, espansione  
 isocora con cessione di calore  $Q^-$

$$Q^+ = c_p(T_C - T_B)$$

$$Q^- = c_v(T_D - T_A)$$

$$\eta_D = 1 - \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{c_v(T_D - T_A)}{c_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_A}{T_B} \frac{T_D/T_A - 1}{T_C/T_B - 1}$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_D}{T_C} \frac{T_C}{T_B} \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \frac{V_C}{V_B} \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$$



$$Q^+ = C_p(T_c - T_B)$$

$$Q^- = C_p(T_D - T_A)$$

$$\eta_S = 1 - \frac{C_p \frac{T_D - T_A}{T_c - T_B}}{C_p \frac{T_D - T_A}{T_c - T_B}} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_c - T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_B} \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_c}{T_B} - 1}$$

Poiché:

$$T_A T_c = T_B T_D$$

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_c}{T_B}$$

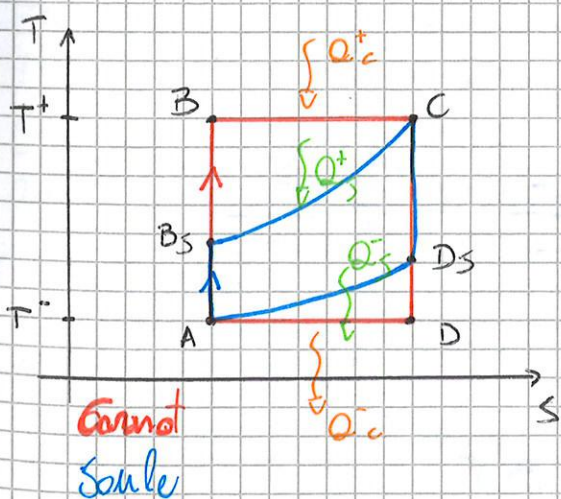
$$\eta_S = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

$$\eta_S = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

### CICLO DI CARNOT DI RIFERIMENTO:

Si confrontano i cicli a parità di condizioni al contorno energetiche, cioè a parità della temperatura massima  $T^+$  e di quella minima  $T^-$ .



$$\eta = 1 - \frac{Q^-}{Q^+}$$

$$Q_c^+ > Q_s^+$$

$$Q_c^- < Q_s^-$$

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_c^-}{Q_c^+} > 1 - \frac{Q_s^-}{Q_s^+} = \eta_s$$

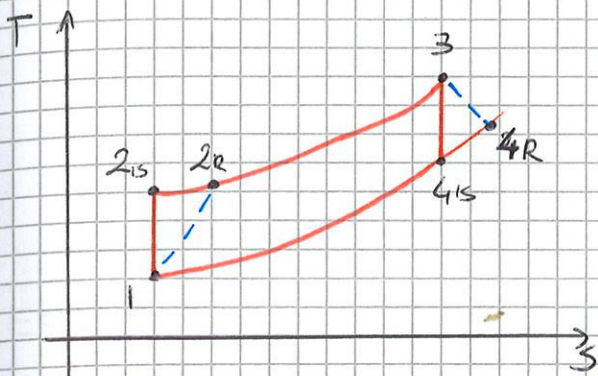
### CICLO SOULE RIGENERATIVO

Si usano i fumi di scarico ad alta temperatura, non più utili per generare lavoro, per preriscaldare l'aria prima della combustione risparmiando sui consumi della stessa.



Temperatura pari a quella all'uscita della turbina renderebbe impossibile la rigenerazione, il ciclo torna a comportarsi come un ciclo Joule normale.

### RUOLO DELLE IRREVERSIBILITÀ



$$\eta_{isc} = \frac{q_{1s}}{q_{cr}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2r} - h_1} = \frac{c_p(T_{2s} - T_1)}{c_p(T_{2r} - T_1)} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_{2r} - T_1}$$

$$\eta_{ise} = \frac{q_{er}}{q_{es}} = \frac{h_3 - h_{4r}}{h_3 - h_{4s}} = \frac{c_p(T_3 - T_{4r})}{c_p(T_3 - T_{4s})} = \frac{T_3 - T_{4r}}{T_3 - T_{4s}}$$

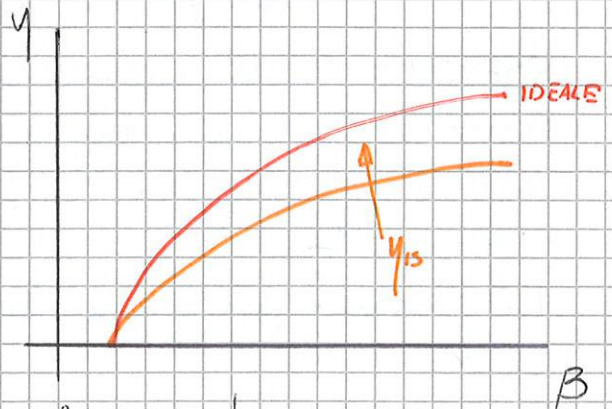
$$\eta_{soul\ reale} = \frac{q_u}{q^+} = \frac{q_{er} - q_{cr}}{q^+}$$

$$q_{er} = \eta_{ise} q_{es} = \eta_{ise} c_p (T_3 - T_{4s})$$

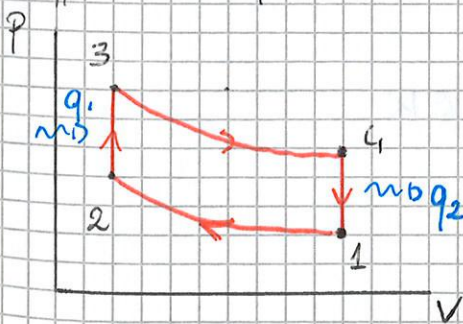
$$q_{cr} = \frac{1}{\eta_{isc}} q_{1s} = \frac{1}{\eta_{isc}} c_p (T_{2s} - T_1)$$

$$q^+ = c_p (T_3 - T_{2r}) = c_p \left( T_3 - T_1 - \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{isc}} \right)$$

$$\eta_{soul\ reale} = \eta_{SR} (T_{2s}, T_{4s}, \eta_{isc}, \eta_{ise}, \beta)$$



ESERCIZIO 13: Un ciclo Otto opera tra le temperature  $T_3 = 1390^\circ\text{C}$  e  $T_1 = 15^\circ\text{C}$ . Il calore fornito è  $q_1 = 795 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ . Calcolare il rapporto di compressione  $\rho$ , il rendimento  $\eta_0$  e il rapporto tra pressioni massima e minima.



$$T_1 = 288 \text{ K}$$

$$T_3 = 1663 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2)$$

$$c_v = c_p - R^* = (1005 - 287) \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 718 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.39$$

$$T_2 = T_3 - \frac{q_1}{c_v} = 554 \text{ K}$$

$$\rho = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5.13$$

$$\eta_0 = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}} = 0.48$$



$$V_4 = V_1 = 0.829 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1608 \text{ K}$$

$$p_4 = \frac{R^* T_4}{V_4} = 6.9 \text{ bar}$$

$$\delta = \frac{V_3}{V_2} = 3.1$$

$$\eta_D = 1 - \frac{1}{\rho^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \frac{1}{\delta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 0.55$$

ESERCIZIO 13: Di un ciclo Diesel ad aria si conoscono:  $T_1 = 27^\circ\text{C}$   
 e  $p_1 = 0.1 \text{ MPa}$  (aspirazione),  $\delta = 2$ ,  $\eta = 60.3\%$ ,  $L_u = 1800 \text{ kJ}$ .  
 Calcolare la massa d'aria aspirata in ogni ciclo.

$$\eta_D = 1 - \frac{1}{\rho^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \frac{1}{\delta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 0.55$$

$$\rho^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1}{1 - \eta_D} \frac{\delta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\delta - 1}$$

$$\rho = \left[ \frac{1}{1 - \eta_D} \frac{\delta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\delta - 1} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 18$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \rho^{\gamma-1} = 874.1 \text{ K}$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_2}{V_3}$$

$$T_3 = T_2 \frac{V_2}{V_3} = T_2 \delta = 1748.2 \text{ K}$$

$$\eta_D = \frac{L_u}{Q_1}$$

$$Q_1 = \frac{L_u}{\eta_D} = 2985.075 \text{ kJ}$$

$$Q_1 = M (h_3 - h_2) = c_p (T_3 - T_2) M$$

$$M = \frac{Q_1}{c_p (T_3 - T_2)} = 3.21 \text{ kg}$$



## REGOLA DELLE FASI DI GIBBS

Dato un sistema caratterizzato da  $C$  componenti e  $F$  fasi il numero di gradi di libertà  $i$  del sistema, cioè il numero di variabili indipendenti, è definito dalla REGOLA DI GIBBS:

$$i = C - F + 2$$

In un sistema monocomponente e monofase (gas ideale):

$$i = 3 - 1 = 3 - 1 = 2$$

In un sistema bicomponente e monofase (miscela di gas)

$$i = 2 - 1 + 2 = 3$$

Oltre a due grandezze tra  $p$ - $v$ - $T$  serve sapere la composizione di uno dei due composti:

$$y_A + y_B = 1$$

$$y_A = \frac{v_A}{v_{TOT}}$$

Sistema monocomponente bifase (passaggio di stato)

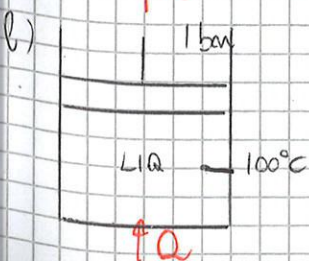
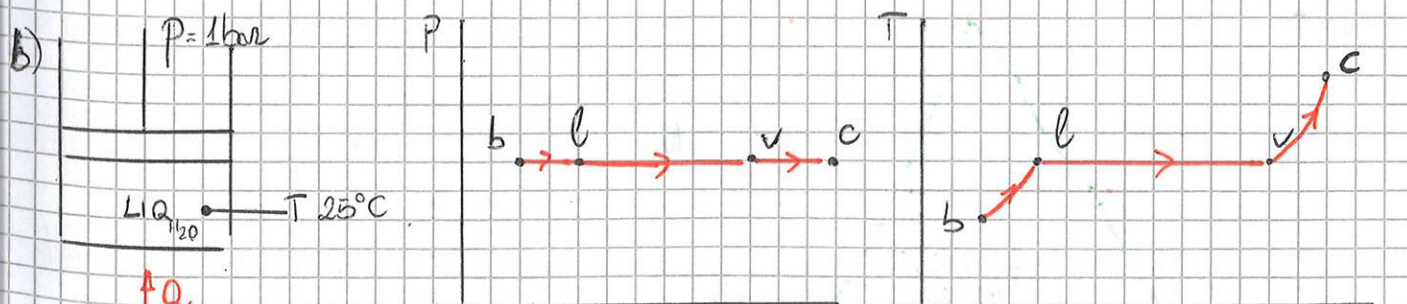
$$i = 1 - 2 + 2 = 1$$

Sistema monocomponente trifase (punto triplo)

$$i = 1 - 3 + 2 = 0$$

esiste un unico stato termodinamico di equilibrio ben definito

## PASSAGGIO DI STATO LIQUIDO-VAPORE E VAPORE-LIQUIDO



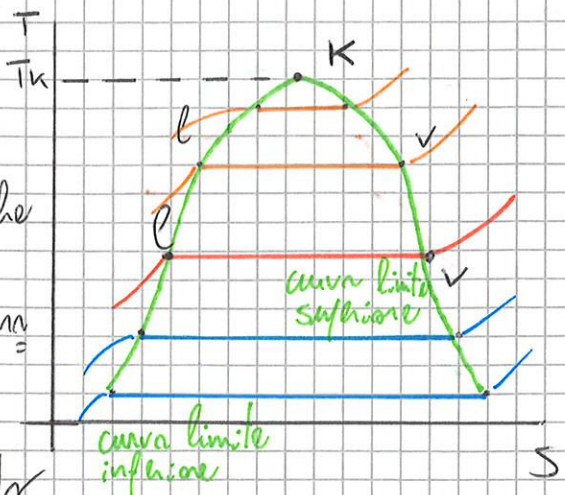
In  $l$  si ha un piccolo aumento del volume dovuto al calore assorbito  
 oltre  $l$  la temperatura non aumenta nonostante  $Q$



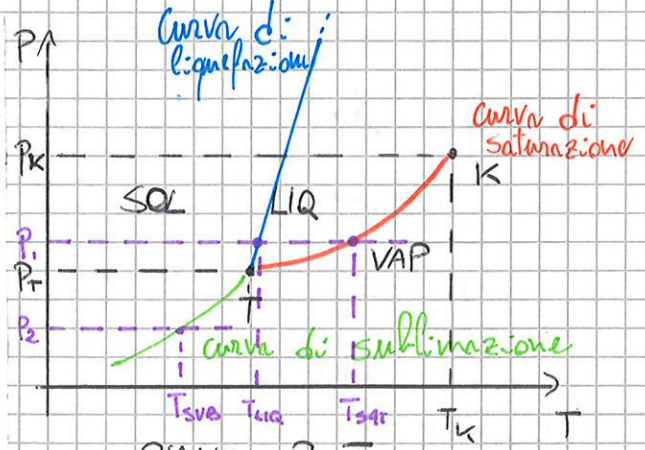
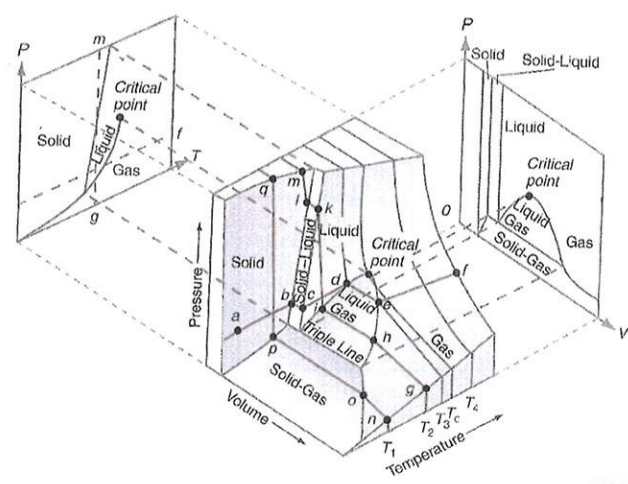
In entrambi i grafici le trasformazioni all'interno delle curve limite sono isobare ed isoterme alla stessa temp.

La coppia di pressione e temperatura che definiscono queste trasformazioni sono definite temperatura e pressione di saturazione.

Oltre il punto critico non si ha un passaggio progressivo tra liquido e vapore ma un passaggio istantaneo. Per l'acqua  $p_K = 271.2 \text{ bar}$  e  $T_K = 647.3 \text{ K} = 374.15^\circ \text{C}$ .



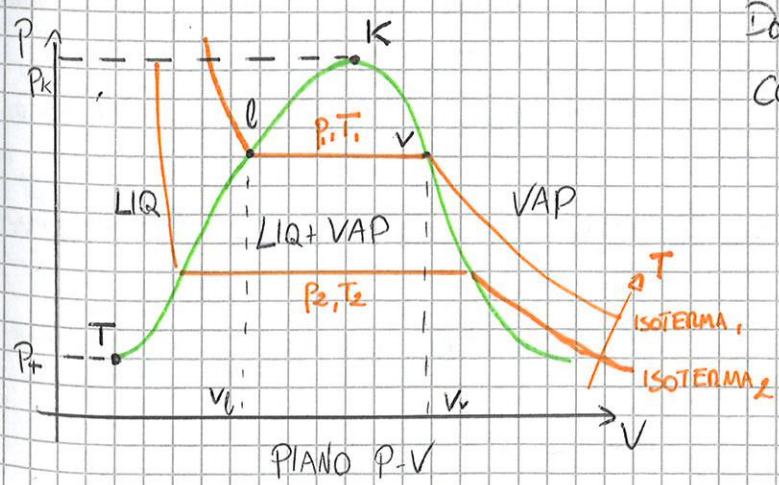
**DIAGRAMMA PVT**



**PIANO P-T**

Il punto T è definito PUNTO TRIPLO e rappresenta il punto in cui coesistono tutte e tre le fasi, è un punto invariante quindi ben definito.

Dati p e T si definisce univocamente la coppia  $v_e$  e  $v_v$ .



**PIANO P-V**



In  $l$   $x=0$ , in  $v$   $x=1$ .

Il volume è pari a:

$$V_{TOT} = V_{LIQ} + V_{VAP} = m_{LIQ} V_{LIQ} + m_{VAP} V_{VAP}$$

$$V = \frac{V_{TOT}}{M_{TOT}} = \frac{m_{LIQ} V_{LIQ} + m_{VAP} V_{VAP}}{M_{TOT}} = (1-x) V_{LIQ} + x V_{VAP}$$

$$x = \frac{V - V_{LIQ}}{V_{VAP} - V_{LIQ}}$$

Si dimostra anche:

$$x = \frac{h - h_{LIQ}}{h_{VAP} - h_{LIQ}}$$

$$x = \frac{s - s_{LIQ}}{s_{VAP} - s_{LIQ}}$$

Si definisce CALORE DI EVAPORAZIONE:

$$q = \int T ds$$

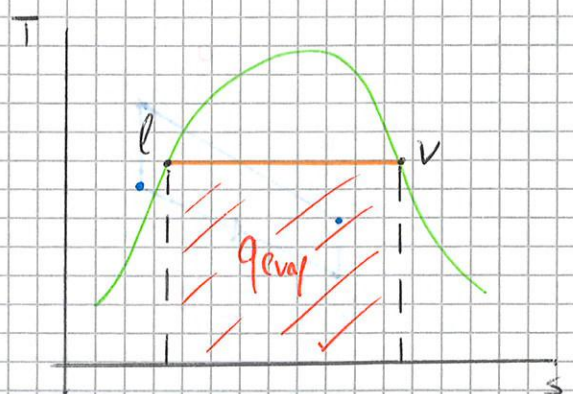
$$T_{SAT} (s_v - s_l) = q_{evap/cond}$$

$$q = dh - v dp = dh$$

$$dh = T ds = q_{evap/cond}$$

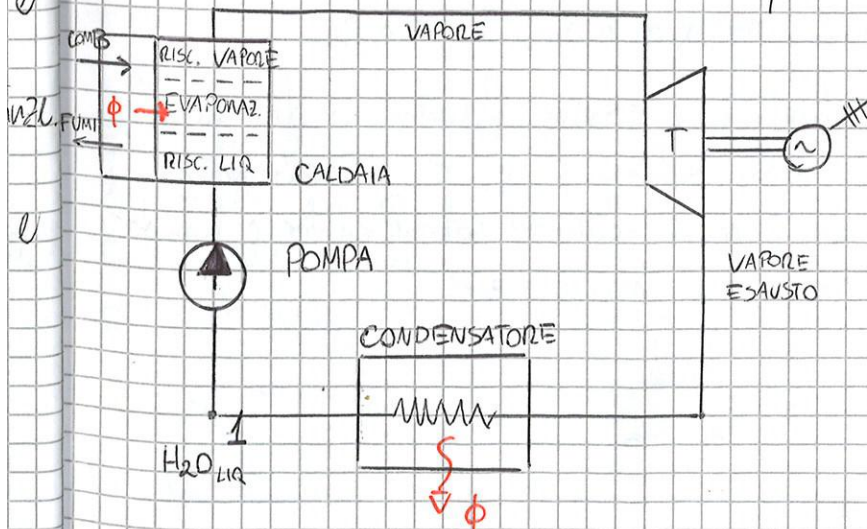
$$(h_v - h_l) = q_{evap/cond} = h_{ev}$$

che è definita anche ENTALPIA DI EVAPORAZIONE



### CICLI MOTORE A VAPORE

Sono cicli a combustione esterna percorsi da un'unica specie chimica





$$q_2 = h_5 - h_1 = T_3 (s_5 - s_1)$$

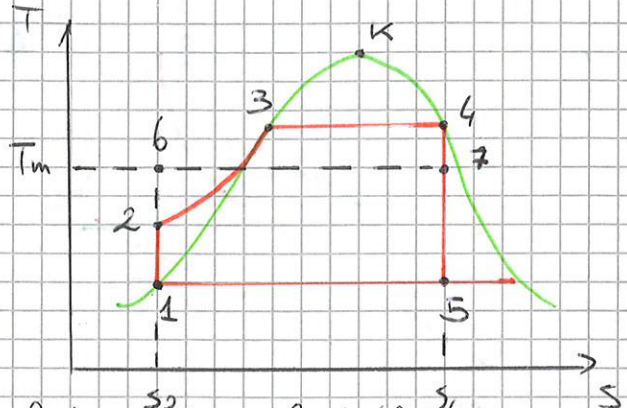
$$q_1 = (h_4 - h_3) + (h_3 - h_2) = \int_{s_2}^{s_4} T ds$$

Si introduce una temperatura media  $T_m$  che sottende un'area uguale a quella della curva 2-3-4.

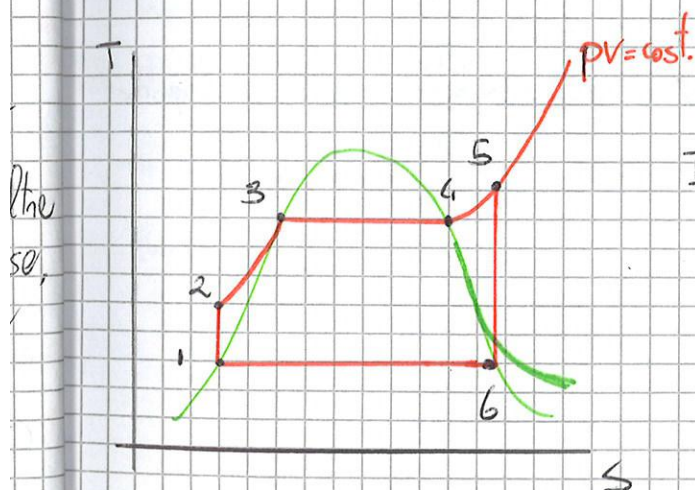
$$A_{s_2-4-s_4} \equiv A_{s_2-2-3-4-s_4}$$

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 (s_5/s_1)}{T_m (s_4/s_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_m}$$



Quindi  $\eta$  aumenta se aumenta  $T_m$ .  
 Serve quindi aumentare il più possibile  $T_m$  e il titolo in 5, cioè meno liquido in 5, ed avere una temperatura massima di ciclo superiore a  $T_k$ .



4-5 surriscaldamento del vapore

$$p_2 = p_3 = p_4 = p_5$$

Il calore viene fornito in 3 fasi:

- riscaldamento liquido 1-2
- evaporazione 3-4
- surriscaldamento vapore 4-5

$$q_1 = h_5 - h_2 = (h_5 - h_4) + (h_4 - h_3) + (h_3 - h_2)$$

Si è alzato quindi la temperatura massima e quella media. Il limite imposto dai materiali, detto LIMITE AUSTENITICO,  $T_{Smax} \approx 650 - 700^\circ C$ . A queste temperature c'è però ancora troppo liquido in 6.

**ESERCIZIO 17:** Uno stabilimento soddisfa il proprio fabbisogno energetico utilizzando un impianto basato sul ciclo Rankine. Si chiede di tracciare il ciclo sul diagramma di Mollier, calcolare la potenza di compressione e di espansione, i flussi termici scambiati, la potenza prodotta e il rendimento.

$$p_c = 2.5 \text{ bar}$$

$$T_E = 550 \text{ } \cancel{C}$$

$$m = 7.2 \text{ T/h}$$

$$p_A = 0.025 \text{ bar}$$

$$\eta_{ise} = 85\%$$



E) noti:  $p_E = 2.5 \text{ bar}$  e  $T_E = 550^\circ\text{C}$ .  $h, s$  possono essere trovate direttamente sul diagramma, altrimenti si usano le tabelle del vapore.

$$v_E = 1.52 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad s_E = 8.56 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_E = 3600 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

F)  $p_F = 0.025 \text{ bar}$

$$s_F = s_E = 8.56 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$T_F = T_A = 21.046^\circ\text{C}$$

$$x_F = \frac{s_F - s_L}{s_V - s_L}$$

$$v_F = v_L + x(v_V - v_L)$$

$$h_F = h_L + x(h_V - h_L)$$

G)  $p_G = p_A = 0.025 \text{ bar}$

$$y_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{h_E - h_G}{h_E - h_F} \rightarrow h_G = h_E - y_{\text{H}_2\text{O}}(h_E - h_F)$$

$$T_G$$

$$v_G$$

$$s_G$$

$$W_p = G_{\text{H}_2\text{O}}(h_A - h_B) = -0.5 \text{ kW}$$

$$W_e = G_{\text{H}_2\text{O}}(h_E - h_G) = 1852 \text{ kW}$$

$$\phi_1 = G_{\text{H}_2\text{O}}(h_E - h_B) = 7026 \text{ kW}$$

$$\frac{W_n}{\phi_1} = \eta = 0.26$$

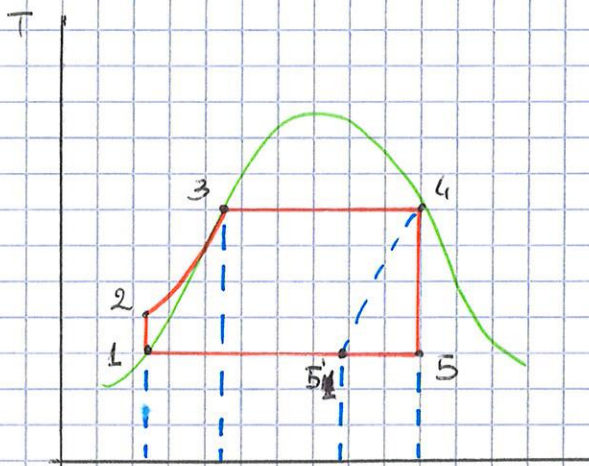


$$\eta = \frac{h_5 - h_4}{h_5 - h_2} \quad \eta_{RIS} = \frac{(h_3 - h_6)(h_7 - h_8)}{(h_5 - h_2) + (h_2 - h_4)}$$

Non è sempre vero quindi che il rendimento viene migliorato, ma tendenzialmente è così.

A parità di potenza d'espansione il ciclo ha un lavoro specifico superiore se riscaldato quindi serve una portata inferiore di acqua. Diminuisce quindi che viene definito CONSUMO SPECIFICO DI VAPORE

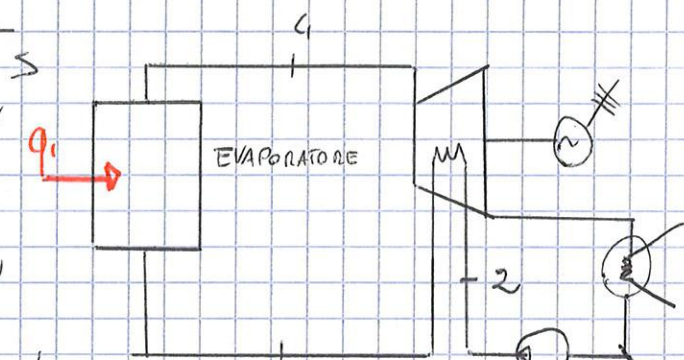
### CICLO RANKINE RIGENERATIVO



C'è una spesa energetica nella scaldare l'acqua liquida da 2 a 3.

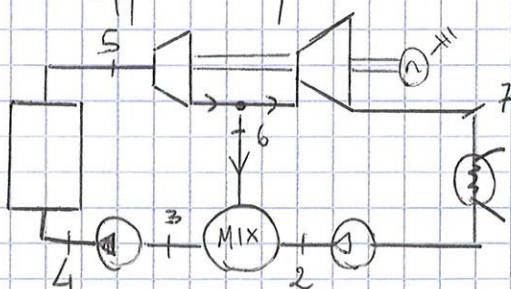
È possibile usare il fluido a  $T_4$  per riscaldare parzialmente durante 2-3.

Per effettuare un riscaldamento completo le aree sottese a 2-3 e 4-5' devono essere uguali.



In questo modo la temperatura media diventa  $T_3$  aumentando il rendimento del ciclo.

È inattuabile però la rigenerazione in turbine in modo continuo, si effettua quindi una RIGENERAZIONE FRAZIONATA usando la spinta di una parte di fluido in 6 per riscaldare durante 2-3.



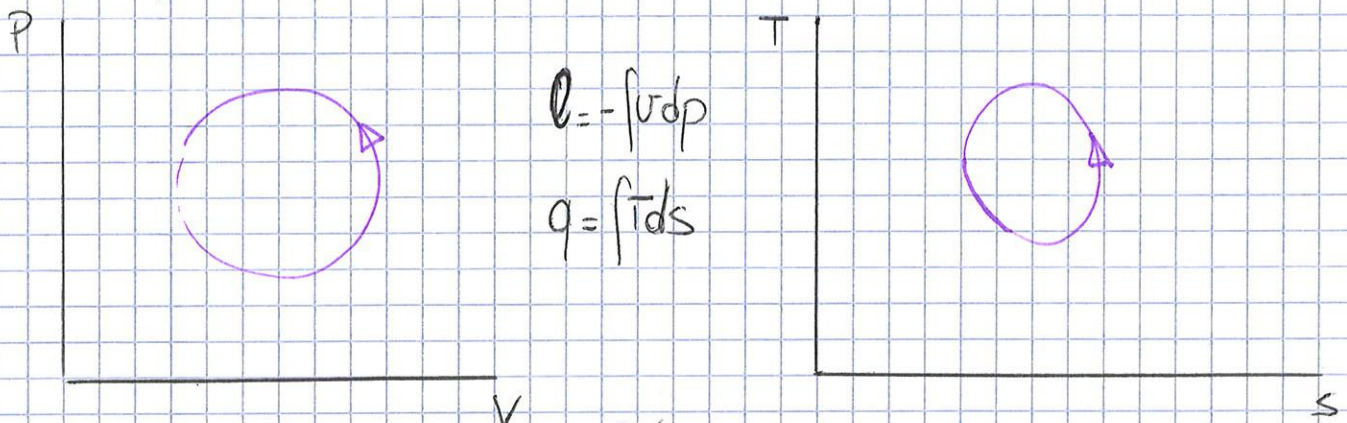
$P_2$  e  $P_6$  devono essere uguali per miscelare,  $P_3$  deve essere aumentata prima di andare in caldaia.



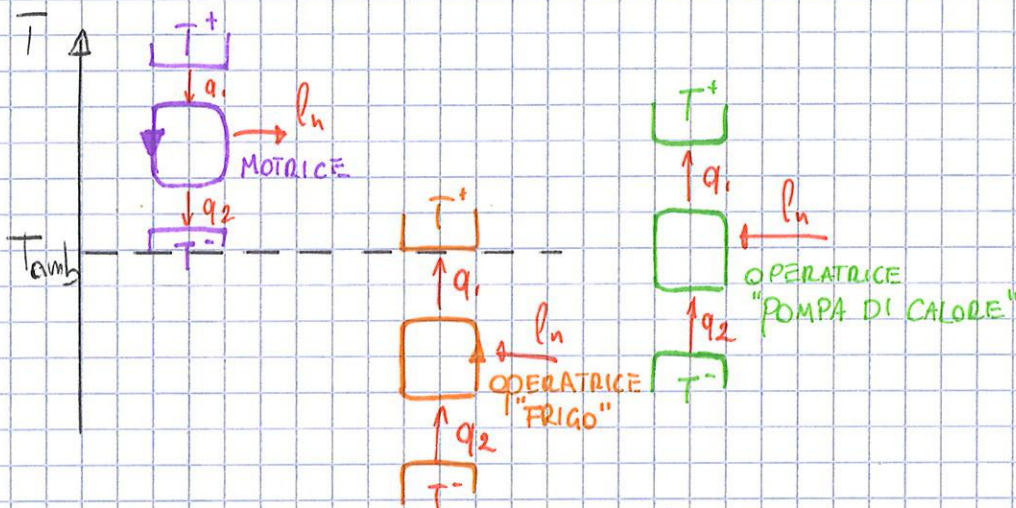
## CICLI INVERSI

Sono cicli termodinamici di macchine operatrici, cioè macchine che ricevono un lavoro netto dall'esterno.

Quindi anche il calore netto scambiato è negativo, si ha cioè più calore ceduto che assorbito.



Considerando una macchina bitemica:



I cicli frigoriferi hanno la finalità di togliere calore ad un ambiente che deve essere mantenuto a bassa temperatura sfruttando lavoro esterno.

La finalità del ciclo a pompa di calore è quella di riscaldare un ambiente a temperatura superiore.

$$Q(c) = L_n(c)$$

$$-|q_1| + q_2 = -|l_n|$$

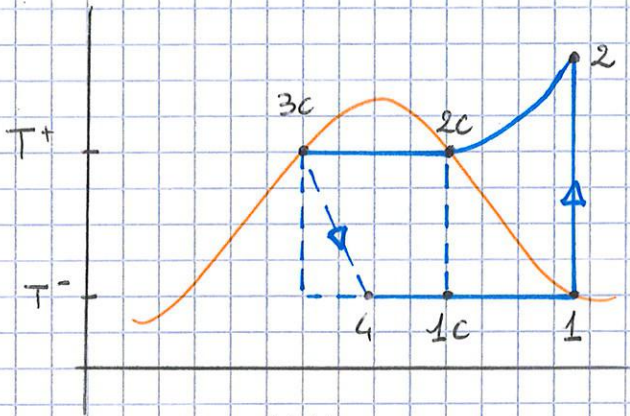
$$|l_n| = |q_1| - q_2$$

$$|q_1| = q_2 + |l_n|$$



$$E_{pc} = COP = \frac{|q_1|}{|q_1 - q_2|} = \frac{T^+(s_2 - s_3)}{(T^+ - T^-)(s_2 - s_3)} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{1}{1 - \frac{T^-}{T^+}}$$

il coefficiente aumenta se aumenta la differenza tra  $T^+$  e  $T^-$ .  
 Il ciclo è sempre realizzabile <sup>diminuisce</sup> qui si procede così:



- 1-2 compressione in fase vapore
- 2-2c desuper riscaldamento
- 2c-3c condensazione
- 3c-4 laminazione isentalpica
- 4-1 evaporazione completa

non si effettua un'espansione in turbina perché il lavoro di espansione è trascurabile, si usa invece una valvola di laminazione



$$k_T + l_b + l_v + \int v dp + \Delta e_c + \Delta e_p = 0$$

$$l_v + \int v dp = 0$$

$$l_v = - \int_3^4 v dp = -v(p_4 - p_3) > 0$$

quindi  $p_4 < p_3$

$$q - \dot{f}_T = \Delta h$$

$$\Delta h = 0$$

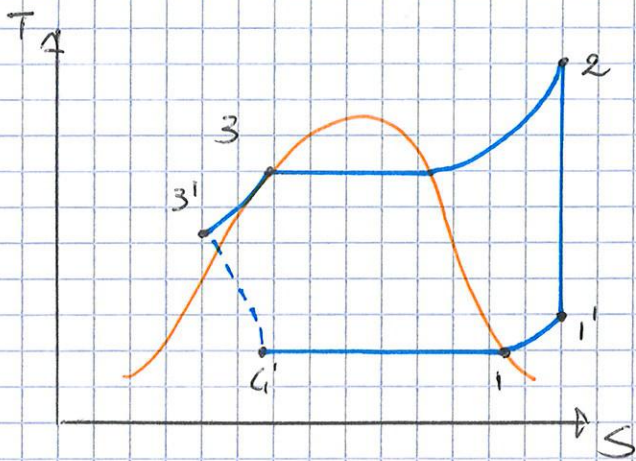
$$h_3 = h_4 \text{ isentalpica}$$

$$\Delta S = \int \frac{\dot{q}}{T} + s_i$$

$$s_4 - s_3 = s_i \geq 0$$

$$s_4 > s_3$$





$$q_{33'} = q_{11'}$$

$$h_3 - h_{3'} = h_{1'} - h_1$$

### FLUIDI FRIGORIGENI

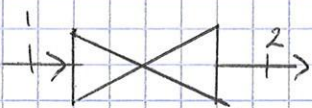
Storicamente i più usati sono stati i clorofluorocarburi (CFC) e gli idroclorofluorocarburi (HCFC). Tra tutti per gli usi civili il più usato è stato il Freon 12 (R12  $\text{CF}_2\text{Cl}_2$ ), per usi industriali invece l'R22 ( $\text{CHCl}_2\text{F}$ ).

Questi fluidi sono stati messi al bando nel protocollo di Montreal (1987), che ne ha definito la loro dismissione, a causa della loro reattività con l'ozono.

Attualmente sono utilizzati gli idrofluorocarburi (HFC), il più utilizzato è l'R134a ( $\text{CH}_2\text{FCF}_3$ ). Sono comunque dei gas serra con un GWP (global warming potential, effetto serra relativo alla  $\text{CO}_2 = 1$ ) di 2000.

Nel futuro si prevede di usare fluidi organici senza alogeni come la  $\text{CO}_2$  o l' $\text{NH}_3$  (industriale).

### VALVOLE LAMINAZIONE, COEFFICIENTE DI SCOLETTI THOMPSON

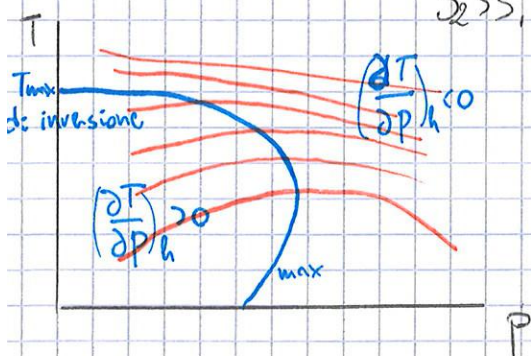


$$P_2 < P_1$$

$$h_2 = h_1$$

$$S_2 > S_1$$

Sperimentalmente si osserva che ad alte temperature e alte pressioni la temperatura ha un andamento crescente all'interno della valvola.



Per basse temperature e pressioni (area sottesa alla curva dei massimi) si ha il comportamento opposto.

$$N_{ST} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h P$$



$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{M}{\bar{M}} RT$$

$$pV = \frac{R}{\bar{M}} T$$

$$R^* = \frac{R}{\bar{M}}$$

$$R^* = R \frac{n}{M} = \frac{R}{\bar{M}} \sum n_i = \frac{R}{\bar{M}} \sum \frac{M_i}{\bar{M}_i} = \sum \frac{M_i}{\bar{M}} \frac{R}{\bar{M}_i} = \sum x_i R_i^*$$

Dati  $N$  componenti, data  $V$ , data  $T$  e data  $p$  si eliminano  $N-1$  componenti.  
L' $i$ -esima componente occuperà un VOLUME PARZIALE  $V_i$

$$pV_i = n_i RT$$

$$pV = nRT$$

$$V = \sum V_i \quad y_i = \frac{n_i}{n} = \frac{V_i}{V}$$

La legge è chiamata LEGGE DI AMAGAT-LEDUC

$$H = \sum H_i = \sum M_i h_i$$

$$h_m = \frac{H}{M} = \sum \frac{M_i}{M} h_i = \sum x_i h_i$$

Lo stesso vale per le altre grandezze specifiche.

$$C_{v,m} = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

$$C_{v,m} = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{v,n_i} = \frac{\partial}{\partial T} \sum x_i u_i = \sum x_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial T} \right)_v = \sum x_i C_{v,i}$$

$$C_{p,m} = \sum x_i C_{p,i}$$

### MISCELE CON COMPONENTI CONDENSABILI

Sono miscele che in caso di diminuzione di temperatura possono presentare la fase liquida. La più usata di queste miscele è l'ARIA UMIDA, cioè aria più vapore d'acqua.

Lo studio dell'aria umida è definito PSICROMETRIA.



L'UMIDITÀ RELATIVA è definita come:

$$\varphi = \frac{M_{VAP}}{M_{SAT}} \quad 0 \leq \varphi \leq 1$$

$$\varphi = \frac{P_v V}{R_v^* T} \cdot \left( \frac{P_{SAT}(T) V}{R_v^* T} \right)^{-1} = \frac{P_v}{P_{SAT}(T)}$$

l'umidità assoluta diventa

$$X = 0.6222 \frac{P_v}{P - P_v} = 0.622 \frac{P \cdot P_{SAT}(T)}{P - P_{SAT}(T)}$$

l'entalpia dell'aria umida:

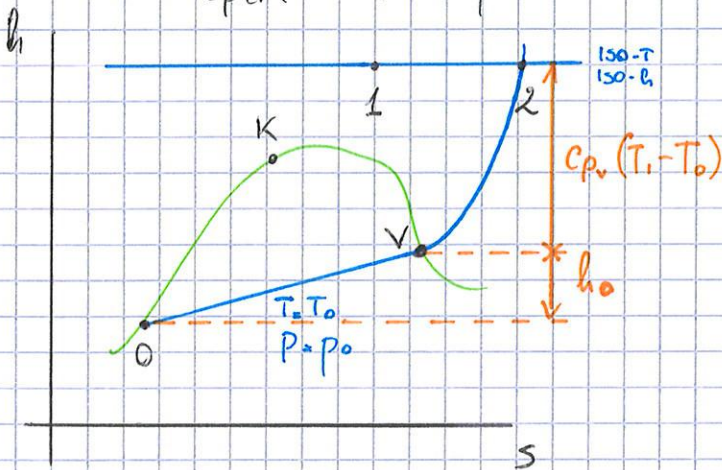
$$H = H_a + H_v = M_a h_a + M_v h_v$$

$$h = \frac{H}{M_a} = h_a + X h_v$$

come stato di riferimento si sceglie  $H_2O$  in fase liquida a  $T = 273.15 \text{ K}$

Aria secca:

$$h_a = c_{pa}(T - T_0) = c_{pat} \quad \text{con } t \text{ temperatura in } ^\circ\text{C}$$



$$h_{v, \text{vapor}} = h_0 + c_{pv}(T_1 - T_0) = h_0 + c_{pv}t$$

con  $h_0$  entalpia di evaporazione a  $T_0 = 273.15 \text{ K}$  dell' $H_2O$ .

Usualmente  $h_0$  è indicato come

$r_0$ .

Per l'aria umida si ha:

$$h = c_{pa}(T - T_0) + X [r_0 + c_{pv}(T - T_0)] = c_{pat} + X (r_0 + c_{pv}t)$$



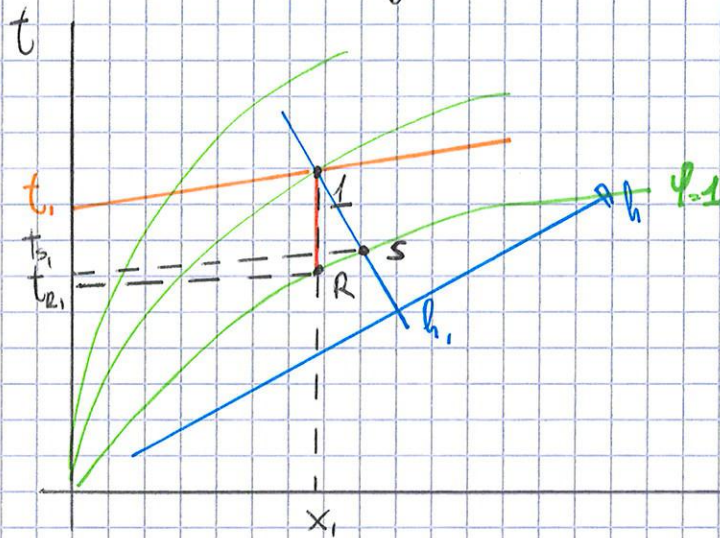
I valori delle grandezze psicometriche sono:

$$h = c_{pa}t + x (r_0 + c_{pv}t)$$

$$c_{pa} = 1,006 \frac{kJ}{kgK}$$

$$c_{pv} = 1,875 \frac{kJ}{kgK}$$

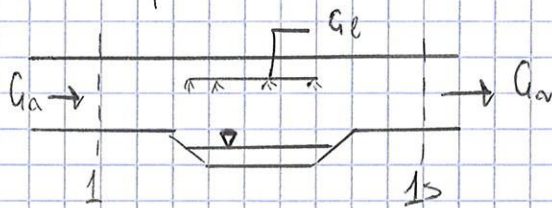
$$r_0 = 2501 \frac{kJ}{kg}$$



- 1)  $\varphi_1$   
 $t_1$   
 $x_1$   
 $h_1$   
 $t_{R,1}$

Si definisce PUNTO DI RUGIADA (DEW POINT) la temperatura a cui si forma liquido dopo un raffreddamento a  $x = \text{cost.}$

Si definisce TEMPERATURA DI SATURAZIONE ADIABATICA:



$$p_{1s} = 1$$

$$\phi - \frac{W_T}{0} = \sum = G_a h_u$$

$$G_a h_{1s} = G_a h_1 + G_e h_e$$

$$G_{H_2O,1s} = G_{H_2O,1} + G_e$$

$$G_e = G_{H_2O,1s} - G_{H_2O,1} = G_a x_{1s} - G_a x_1 = G_a (x_{1s} - x_1)$$

$$G_a h_{1s} = G_a h_1 + G_a (x_{1s} - x_1) h_e$$

$$h_e \approx 10^{-3} h_1$$

$$x_{1s} - x_1 \approx 0$$

$$h_{1s} \approx h_1$$