



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1612A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Giai Pron

MATERIA: Termofluidodinamica e termocinetica.
Prof.Malandrone

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

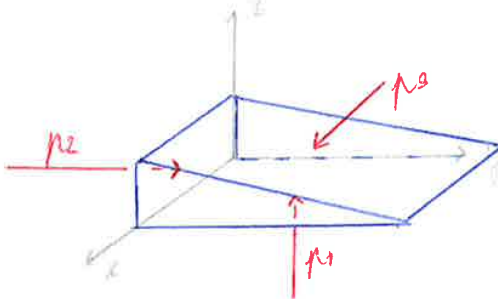
**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

STATICA DEI FLUIDI

Legge di Pascal

- Elemento di fluido $\begin{cases} \rightarrow \text{infinitamente piccolo} \\ \rightarrow \text{in quiete} \end{cases}$

\rightarrow La pressione è uguale in tutte le direzioni ($p_1 = p_2 = p_3$)



NOTA

$\rightarrow p_{\text{abs}} = p_{\text{rel}} + p_{\text{atm}}$

N.B

- $p_{\text{abs}} < p_{\text{rel}}$

$\rightarrow p_{\text{atm}} = p_{\text{vac}} + p_{\text{vuoto}}$

Coefficienti

Compressibilità isoterma

$$\kappa_T = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$$

• Gas ideale $\rightarrow \kappa_T = \frac{1}{p}$

Modulo di elasticità

$$B = \frac{1}{\kappa_T}$$

Coefficiente di espansione isoterma

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

• Gas ideale $\rightarrow \beta = \frac{1}{T}$

Eq. differenziale dello statico dei fluidi

- Elemento di fluido: $\begin{cases} \rightarrow \text{agiscono solo forze normali alla superficie} \\ \text{e forze di campo gravitazionale} \end{cases}$

$\rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$

DIMOSTRAZIONE

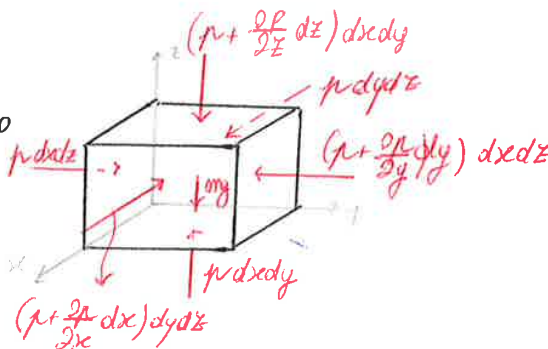
$x \rightarrow p dy dz - \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz - p dx dy dz = 0$

$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} dx = 0$

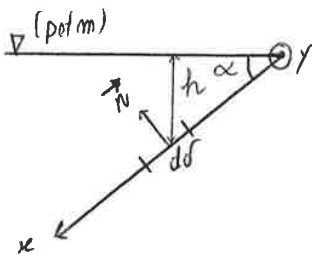
$y \rightarrow \parallel$
 $z \rightarrow \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy + p dx dy = \rho dx dy dz$

$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} dz dx dy = -\rho g dx dy dz$

• p non dipende da $x, y \rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$



CASO: SPINTA SU PARETE PIANA



$\vec{n} = \text{cort}$

1 → La spinta agente su una superficie fessato vale
 $\vec{S} = \rho g \text{ suid} \vec{n} = \rho g h \sigma \vec{n}$
 affondamento barocentrico

2 → Il punto di applicazione della spinta ha coordinate

$P \left(\frac{I_y}{S_y}; \frac{I_{xy}}{S_y} \right)$ ed è detto centro di spinta

dove: • I_y = Momento d'inerzia resp. a y

• I_{xy} = Momento centrifugo resp.

• S_y = Momento statico resp. y.

DIMOSTRAZIONE 1

• Considero l'area infinitesima $d\sigma$

→ $d\vec{S} = \rho g h d\vec{n} = \rho g h d\sigma \vec{n} = \rho g x \text{ suid} d\sigma \vec{n}$
 $\rho g h = p$

→ $\vec{S} = \int \rho g x \text{ suid} d\sigma \vec{n} = \rho g \text{ suid} \vec{n} \int x d\sigma = \rho g \text{ suid} x_{CG} \sigma \vec{n} = \rho g h_{CG} \sigma \vec{n}$
 $x_{CG} = \frac{\int x d\sigma}{\sigma}$

DIMOSTRAZIONE 2

• Teorema di Varignon

→ $S x_s = \int S x = \int \rho g x d\sigma = \frac{\rho g S x_s}{S} = \frac{\int \rho g x^2 d\sigma}{\int \rho g x d\sigma} = \frac{\rho g \text{ suid} \int x^2 d\sigma}{\rho g \text{ suid} \int x d\sigma} = \frac{I_y}{S_y}$

→ $S y_s = \int S y = \int \rho g y d\sigma = \frac{\rho g S y_s}{S} = \frac{\int \rho g x y d\sigma}{\int \rho g x d\sigma} = \frac{\rho g \text{ suid} \int x y d\sigma}{\rho g \text{ suid} \int x d\sigma} = \frac{I_{xy}}{S_y}$

OSSERVAZIONI

$I_{xy} = 0 \iff \sigma$ è simmetrica resp. x

$(x_s, y_s) \neq f(\alpha)$

$x_s > x_G$

DIMOSTRAZIONE 3

$x_s = \frac{I_y}{S_y} = \frac{I_G + x_G^2 \sigma}{x_G \sigma} = \frac{I_G}{x_G \sigma} + \frac{x_G^2 \sigma}{x_G \sigma} = x_G + \frac{I_G}{x_G \sigma} > x_G$

CASO: PARETE RETANGOLARE

→ $x_s = \frac{2}{3} H$



DIMOSTRAZIONE

$x_s = \frac{I_y}{S_y} = \frac{\int x^2 d\sigma}{\int x d\sigma} = \frac{\int x^2 dx dy}{\int x dx dy} = \frac{y \cdot \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^s}{y \cdot \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^s} = \frac{2}{3} H$

EQ. INTEGRALE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

pag 5

$$\int_{C.S.} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho dV \quad \text{dove:}$$

dA uscente dallo superficie

$\frac{1}{\partial} \int_{C.S.} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$ è la portata netta che attraversa la sup. di controllo

$\frac{2}{\partial} - \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho dV$ è il decremento nel tempo della massa contenuta nel volume di controllo delimitato dalla superficie di controllo.

N.B.

$\frac{1}{\partial}$ caso stazionario

$$\frac{1}{\partial} \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \implies \int_{C.S.} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0;$$

$\frac{2}{\partial}$ fluido incompressibile, caso stazionario

$$\frac{2}{\partial} \rightarrow \int_{C.S.} \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$$

DIM 1

$$\bullet \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \int \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \int \frac{\partial}{\partial t} (\rho) dV = 0 \rightarrow \int \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\rightarrow \int \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$$

DIM 2

$$\bullet \rho = \text{cost} \rightarrow \rho \int \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow \int \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0.$$

EQ. INTEGRALE DI CONSERVAZIONE DELLA Q. DI MOTO

$$\vec{F}_s + \int_{C.V.} \vec{B} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho \vec{v} dV + \int_{C.S.} \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad \text{dove:}$$

• F_s = Forze di superficie (dovute a forze molecolari e forze di taglio)

• $G = \int_{C.V.} \vec{B} dV$ = peso della massa

• $\frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V.} \rho \vec{v} dV$ è la variazione di q. all'interno del volume di controllo

• $\int_{C.S.} \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A}$ è il flusso della q. di moto che passa per $d\vec{A}$

OSSERVAZIONI

$\frac{1}{\partial}$ tubo orizzontale $\frac{1}{\partial} \rightarrow \int \vec{B} dV = 0$ (non si considera)

$\frac{2}{\partial}$ Fluidi reali \rightarrow oltre alla pressione si devono considerare gli sforzi di taglio agenti lungo tutto lo sup. laterale

Si può considerare $\tau = f \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$ dove f = fattore d'attrito di Fanning = $\frac{1}{4} f_b$ dove f_b = fattore d'attrito di Blasius.

FORMULAZIONE UNIDIMENSIONALE DELL'EQ. IN REGIME STAZIONARIO

pag 7.

- Corso unidimensionale
- Regime stazionario
- 1 sezione di ingresso; 2 sezioni uscite;
- nelle sezioni si fa ref. a valori medi.

$$\xrightarrow{1} q_{cs} + \int_{c.v} q_v dv - \frac{dW_s}{dt} - \frac{dW_v}{dt} = \left[\overbrace{\left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right)}^{H_2 = \text{entalpia di stagnazione}} - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right) \right] \rho_1 v_1 A_1$$

DIMOSTRAZIONE

$$q_{cs} + \int_{c.v} q_v dv - \frac{dW_s}{dt} - \frac{dW_u}{dt} - \frac{dW_c}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{c.v} \rho e dv + \int_{c.s} (e + P/\rho) \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_{c.s} (e + P/\rho) \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \left(e_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right) \rho_2 v_2 A_2 - \left(e_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) \rho_1 v_1 A_1$$

1 sec. ingresso /
1 sec. uscita

Cons. massa

$$\rho_2 + \frac{P_2}{\rho_2} = h_2; \rho_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = h_1; \rho_2 v_2 A_2 = \rho_1 v_1 A_1$$

$$\xrightarrow{\implies} \int_{c.s} (e + P/\rho) \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \left[\left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right) \right] \rho_1 v_1 A_1$$

$$\implies q_{cs} + \int_{c.v} q_v dv - \frac{dW_s}{dt} - \frac{dW_v}{dt} = \rho_1 v_1 A_1 \left[\left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right) \right]$$

Divisione

$$q - w_s - w_v = \left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right)$$

$$\text{dove } q = (q_{cs} + \int_{c.v} q_v dv) / W; w_s = \left(\frac{dW_s}{dt} \right) / G; w_v = \left(\frac{dW_v}{dt} \right) / G$$

DIMOSTRAZIONE

$$\frac{q_{cs} + \int_{c.v} q_v dv}{W} - \frac{dW_s}{dt} \cdot \frac{1}{W} - \frac{dW_v}{dt} \cdot \frac{1}{W} = \left[\left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right) \right]$$

$$\xrightarrow{\implies} q - w_s - w_v = \left(h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 \right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1 \right)$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI PER FLUIDI IDEALI

- $p = \text{cost}$
- $u_1 = u_2$
- Trascuria l'attrito, lo scambio termico, tutti i tipi di lavoro tranne quello dovuto alle pressioni.

$$\xrightarrow{\implies} P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

DIMOSTRAZIONE

- Parto dalla formulazione nel caso unidimensionale, trascurando attriti, calore, lavoro.

$$\xrightarrow{\implies} u_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2 = u_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} v_1^2 + g z_1$$

$$\xrightarrow{\implies} P_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + \rho_2 g z_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \rho_1 g z_1$$

DERIVATA SOSTANZIALE.

- Considero un sistema costituito da una massa di fluido in moto
- Ad ogni punto della massa può essere associato un vettore velocità

$$\vec{v} = u \vec{x} + v \vec{y} + w \vec{z}$$

→ La derivata sostanziale è

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

SIGNIFICATO

= Derivata totale portatore (referita ad un punto di osservazione solidale con la massa in moto) che rappresenta la velocità totale di variazione di una grandezza mentre il punto di osservazione si muove ad un tratto infinitesimo.

EQ. DIFFERENZIALE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

- Considero un volumetto infinitesimo del volume di controllo;
- Considero un p. di vista euleriano ² // p. di vista lagrangiano

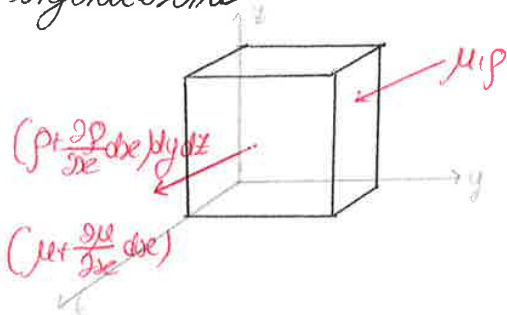
$$\frac{1}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \text{div}(\rho \vec{v})$$

$$\rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = -\rho \text{div}(\vec{v})$$

(DIM. PAG 10)

DIMOSTRAZIONE

- Volumetto infinitesimo



→ La portata in ingresso lungo l'asse x
 $\frac{dm}{dt} = \rho u dy dz$

$$\Rightarrow dm = \rho u dy dz dt$$

→ La portata in uscita lungo l'asse x

$$\frac{dm}{dt} = (\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx) \cdot (\rho - \frac{\partial \rho}{\partial x} dx) dy dz$$

→ La portata netta (in-out) = massa accumulata nello stesso tempo per una variazione di densità

$$dm = \rho dV = \rho dx dy dz \rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = dx dy dz (\rho \mu - \rho \mu - \rho \frac{\partial \mu}{\partial x} dx - \mu \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x} dx^2)$$

trascurare i dx²

$$\rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = -\rho \frac{\partial \mu}{\partial x} dx - \mu \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho \mu)$$

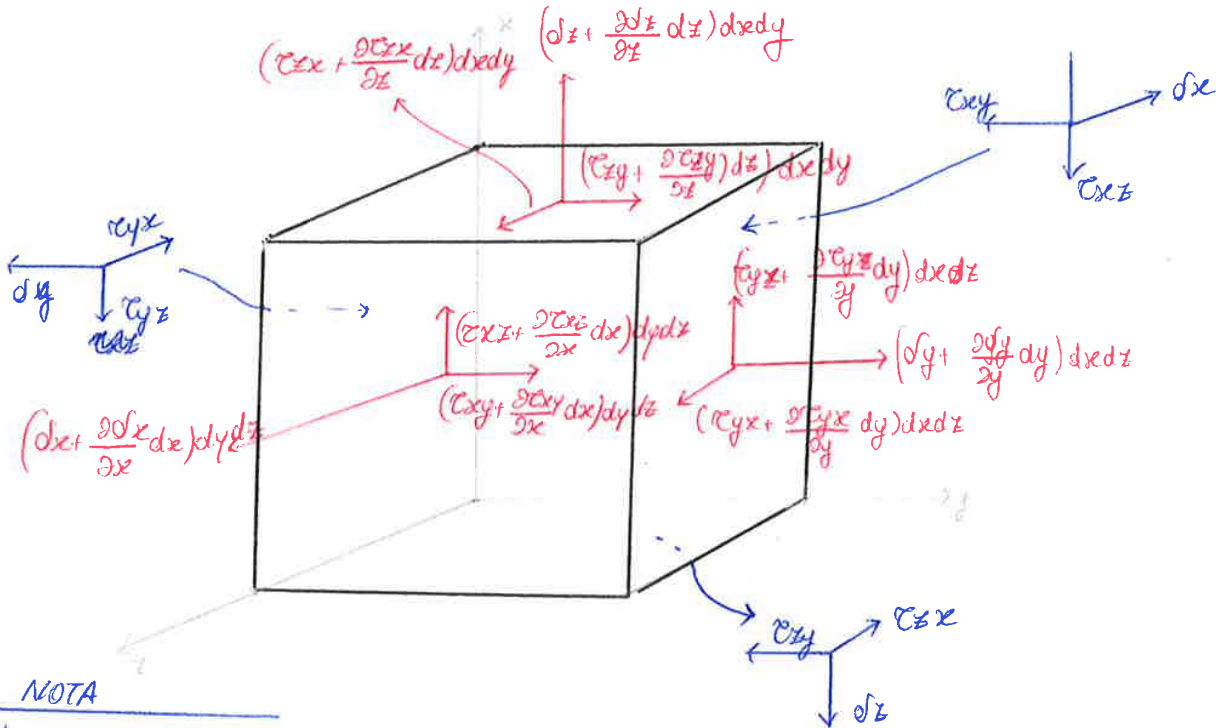
- Considero le altre direzioni.

$$\rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = -\text{div}(\rho \vec{v})$$

SFORZI NEL FLUIDO

• Considero un volume infinitesimo ($dx dy dz$)

→ Le forze che agiscono sulle sue facce sono



NOTA

- 1) $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$
- 2) Per deformazione, • fluido in quiete → $p = \frac{-dx - dy - dz}{3}$
- 3) • fluido in moto

→ $dx = -p + dx'; dy = -p + dy'; dz = -p + dz'$ dove

• $dx' + dy' + dz' = 0$, dove dx', dy', dz' sono le componenti deviatoriche (componenti che tendono a cambiare la forma del volume)

LEGGE DI STOKES DELL'ATTRITO VISCOSO

• Fluido Newtoniano (es. termovetori)

→ Gli sforzi nei fluidi dovuti all'attrito viscoso sono prop. alle velocità di ~~deformazione~~ variazione delle deformazioni.

→ $dx' = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \text{div}(\vec{v}); dy' = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \text{div}(\vec{v});$

$dz' = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \text{div}(\vec{v})$ v - di def. lineare

→ $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$

v - di def. angolare

DIMOSTRAZIONE

pag 13

• P. di veta lagrangiano

→ $F_i = F_c + F_s$ dove:

- $F_i = f$ di inerzia
- $F_c = f$ di campo
- $F_s = f$ di superficie

Forze di inerzia

$$F_{ix} = m a_{ix} = m \frac{Du}{Dt} = \rho dx dy dz \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right]$$

Forze di Campo

$$F_c = - \nabla E_p \rightarrow F_{cx} = - \frac{\partial E_p}{\partial x} dx dy dz \rho \text{ dove } E_p = \text{pot. del campo} = \text{energia immaginata}$$

che l'unità di massa ~~immaginata~~, che si muove da un punto all'altro del campo

Forze di scap.

• Divergenza pag 11

$$\begin{aligned} & \rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) dy dz - \sigma_y dy dz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{yz} dx dz + \\ & + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dx dy = dx dy dz \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ & = \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \end{aligned}$$

• $\sigma_x = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \text{div}(\vec{v})$ • $\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$

• $\tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right)$

→ C.V.D

ANALISI ADIMENSIONALE

pag 15

T. DI BUKINGHAM

• Considero una funzione di m variabili $f_{\pm}(x_1, x_2, \dots, x_m)$
 → È possibile trovare una relazione $f_{\pm}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ di n gruppi adimensionati che descriva perfettamente f_{\pm} .

N.B

- $n = m - k < m$ dove :
 • $k \leq$ numero di dimensioni fondamentali in gioco
 [3 (l, t, m) se non c'è scambio termico]
 [4 (l, t, m, T) se c'è scambio termico]

DET. DEI NUMERI ADIMENSIONATI

TEORIA

• Considero un fenomeno descritto da m variabili e impongo
 $f_{\pm}(x_1, \dots, x_m) = 0;$

• Scelgo k delle m variabili, che verranno ripetute negli n gruppi adimensionati

N.B

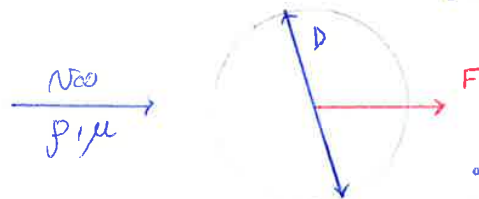
• Non mettere la variabile dipendente tra queste

→ Le variabili scelte saranno ripetute in tutti i gruppi elevate ad esponenti da determinare

→ Le altre sono invece ognuna in un numero diverso elevate ad esponente unitario

→ Trovo gli esponenti imponendo l'adimensionalità dei gruppi

ESEMPIO



• l , lunghezza

• $m = 5$
 • $k = 3$

• $n = 2$ (π_1, π_2)

→ $f_{\pm}(V_{\infty}, \mu, D, F/\rho) = 0$

• Scelgo come variabili da ripetere V_{∞}, ρ, D

→ $\pi_1 = V_{\infty}^a \rho^b D^c \mu$

→ $\pi_2 = V_{\infty}^d \rho^e D^f F/\rho$

• Impongo l'adimensionalità dei gruppi

$[\pi_1] = \left[\frac{l}{t}\right]^a \left[\frac{m}{l^3}\right]^b [l]^c \left[\frac{m}{l t}\right]^k$

→ $a - 3b + c - 1 = 0$

$-a - 1 = 0$ → $a = b = c = -1$

$b + 1 = 0$

→ $\pi_1 = \frac{\mu}{V_{\infty} \rho D} = \frac{1}{Re}$

$[\pi_2] = \left[\frac{l}{t}\right]^d \left[\frac{m}{l^3}\right]^e [l]^f \left[\frac{m}{l t^2}\right]$

$d - 3e + f = 0$

$e + 1 = 0$ → $\pi_2 = \frac{F}{\rho D \mu V_{\infty}^2}$

$-d - 2 = 0$

NUMERI ADIMENSIONALI

pag 17

Nome	Formulo	Significato	Campo d'uso
Biot (Bo)	$\frac{hL}{k}$ k (conducibilità solida)	Conduzione superficiale Conduzione interno del solido	Corpo che scambia calore per convezione e conduzione
Eckert (Ek)	$\frac{v^2}{c_p \Delta T}$	Aumento di T per conversione di energia cinetica del fluido Variazione di temperatura	
Euler (Eu)	$\frac{\Delta p}{\rho v^2}$	Forze di pressione Forze di inerzia	
Fourier (Fo)	$\frac{\alpha t}{L^2} = \frac{k t}{\rho c_p L^2}$	rateo di conduzione rateo di accumulo di energia	In presenza di conduzione
Froude (Fr)	$\frac{v^2}{gL}$	Forze d'inerzia Forze di gravità	
Groetz (Gz)*	$\frac{D}{L} \cdot \frac{N_{PCPD}}{k} = \frac{Re Pr d}{L}$	Scambio termico per convezione nella regione d'ingresso Scambio termico per conduzione	
Groshof (Gr)	$\frac{\beta \Delta T L^3}{\nu^2}$	Forze di galleggiamento (collegate a Δp) Forze viscose	
Lewis (Le)	$\frac{\alpha}{D_c}$	Diffusività termica calore Diffusività del trasporto di massa	
Nusselt (Nu)	$\frac{hL}{k}$	gradiente di T alla parete Differenza di T complessivo	Convezione
Prandtl (Pr)	$\frac{c_p \mu}{k}$	Diffusività q. di moto diffusività del calore	
Reynolds (Re)	$\frac{\rho v L}{\mu}$	Forze d'inerzia Forze viscose	
Schmidt (Sc)	$\frac{\mu}{\rho D_c}$	diffusività q. di moto diffusività di massa	
Sherwood (Sh)	$\frac{h_o L}{D_c}$	diffusività della massa diffusività molecolare	
Stanton (st)	$\frac{h}{\rho v c_p}$	Scambio termico alla parete energia trasportata dalla sezione.	
Stokes (Sk)	$\frac{\Delta p L}{\mu v}$	Forze di pressione Forze viscose	
Weber (We)	$\frac{\rho v^2 L}{\sigma}$	Forze d'inerzia Forze legate alla tensione superficiale	Problemi in cui ci sono interfacce (Es. deflusso bidimensionale)

Linee di corrente

pag 19

= linee sempre tangenti al vettore velocità in ogni punto dello spazio e, altro verso cui non c'è né moto né flusso.



EQ. DIFFERENZIALE LINEE DI CORRENTE

• fluido incompressibile • Moto bidimensionale • $\mu = 0$

→ Se ogni linea di corrente vale: $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$

DIMOSTRAZIONE 1

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{t} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = u \vec{i} + v \vec{j} \rightarrow dt = \frac{dx}{u}; dt = \frac{dy}{v}$$

Coordinate curvilinee

Coord. cartesiane

→ $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$

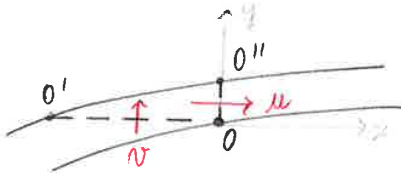
N.B.

• fluido incompressibile • fluido bidimensionale

→ Se ogni linea di corrente la funzione di corrente $\psi = \text{cost}$

DIMOSTRAZIONE 2

• Due linee infinitamente vicine



→ $00'' = dy; 00' = -dx$

→ La portata che attraversa dy

$dQ_{dy} = u dy; dQ_{-dx} = -v dx$

perché non c'è flusso all. lo linee di corrente

• fluido incompressibile

→ $dQ_{dx} = dQ_{dy} = dQ \rightarrow dQ = u dy = -v dx$

→ $\frac{\partial \psi}{\partial y} = u; \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v$

• $d\psi = d\psi(x,y) = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = -v dx + u dy = 0 \rightarrow d\psi = 0$

→ $\psi = \text{cost}$

→ $\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v; \frac{\partial \psi}{\partial y} = u; \rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$

DIMOSTRAZIONE

$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{\partial v}{\partial x}; \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \mu = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

→ $\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$

Correnti lineari / gradualmente varipag 21

- Eq. di Eulero, riferita alla coordinata curvilinea s .
- Moto piano

→ l'equazione fornisce la variazione dello quota presomibile in direzione normale e tangenziale alla traiettoria trovando:

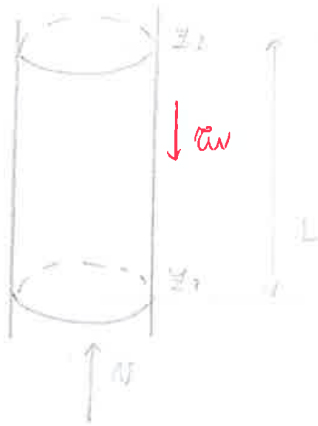
- l'eq di Bernoulli in direz. tg con la cost. che dep. dalla traiettoria
- $\frac{d}{dn} \left(z + \frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{v^2}{gr}$ dove :
 - \vec{n} è diretto verso il centro di curvatura
 - r = raggio di curvatura,

→ si dicono correnti lineari quelle in cui si può trascurare l'effetto della curvatura $\left(-\frac{v^2}{gr} \right)$

PERDITE DI PRESSIONE PER ATRITO CONTINUO

pag 23

- tubo verticale di diametro d .
- Considero due generiche sezioni (identificate da z_1, z_2)
- τ_w è la tensione che la parete applica al tubo
- sezione costante ($v=k$)



• Moto turbolento

→ $\tau_w = f \frac{1}{2} \rho v_m^2$ dove f = costante d'attrito di Fanning.

→ $\Delta p_f = + f \frac{1}{d} \frac{\rho v^2}{2} (z_2 - z_1) = + 4 \frac{L}{d} \tau_w$

→ $p_1 - p_2 = \rho g L + f 2 \frac{1}{d} \rho v^2 L$

DIMOSTRAZIONE

$\uparrow Ap - (p+dp)A - mg - \tau_w = 0 \quad 2\pi r dz$
 $\rightarrow p \frac{\pi d^2}{4} - p \frac{\pi d^2}{4} - dp \frac{\pi d^2}{4} - \rho g \frac{\pi d^2}{4} dz - \tau_w \frac{\pi d^2}{4}$
 $\rightarrow - dp \frac{\pi d^2}{4} - \rho g \frac{\pi d^2}{4} dz = \tau_w \pi d \cdot dz$
 $\rightarrow 4 \tau_w dz = - dp \frac{d}{A} - \rho g \frac{d}{A} dz$
 $\rightarrow \frac{4 \tau_w dz}{d} = d(-dp - \rho g dz)$

→ $\tau_w = f \frac{1}{2} \rho v^2$

→ $\frac{4 dz}{d} \cdot f \frac{1}{2} \rho v^2 = d(\rho g dz + dp)$

• T di Bernoulli per fluidi reali

→ $-(\rho + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z) + (\rho + dp) + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g (z + dz) = \Delta p_f$

→ $dp_f = d(p + \rho g z)$

Integrando

→ $dp_f = - \frac{4 dz}{d} f \frac{1}{2} \rho v^2 \rightarrow \Delta p_f = - \frac{4}{d} f \frac{1}{2} \rho v^2 (z_2 - z_1) \quad c.v.d.$

NOTA

pag 24

1) Per sezioni non circolari

→ Si usa il diametro equivalente idraulico: $d_e = \frac{4A}{P}$

2) Cilindri orizzontali

→ $ggL = 0$

3) Tubo inclinato di α

→ si considera $ggL \sin \alpha$.



TIPO DI MOTO IN BASE A REYNOLDS

• $Re > 2300$ → Moto turbolento

• $Re < 2300$ → Moto laminare

N.B

• In alcune condizioni crit. dell'ingresso di disturbi improvvisi al deflusso
→ Ci può essere moto laminare anche con $Re > 2300$.

CALCOLO FATTORE D'ATIRITO

• Moto laminare • Deflusso in tubi circolari (→ $Re = \frac{\rho v d}{\mu} < 2300$)

• Moto sviluppato (Fanning)
→ $f = \frac{16}{Re}$

• Moto turbolento ($Re > 2300$)

• $3000 < Re < 100'000$

• Tubo liscio

• Moto sviluppato

//
• $Re > 100'000$

→ $f = 0,046 Re^{-1/2}$

→ $f = 0,079 Re^{-1/4}$ (Blasius)

• $4000 < Re < 3'000'000$ (Mikscade) Van Korman

→ $\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,08 \log(Re \sqrt{f}) - 0,6$

• Moto turbolento

$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,08 \log(Re \sqrt{f}) - 0,6$

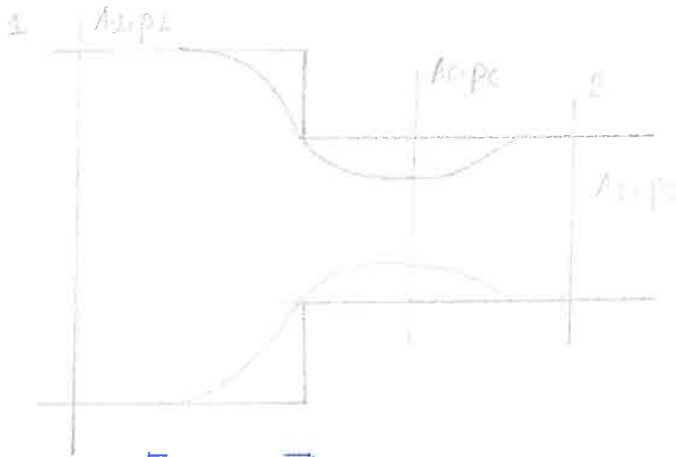
• Moto turbolento in tubo rugoso

→ $f_B = 0,0055 \left(1 + \sqrt[3]{20'000 \frac{\epsilon}{d} + \frac{10^6}{Re}} \right)$ (Blasius)

CONTRAZIONE BRUSCA

pag 26

• Considero una brusca contrazione



• $C_c = \frac{A_c}{A_2}$; • $\delta = \frac{A_1}{A_2}$

1 $\rightarrow p_1 - p_c = \frac{G_2^2}{2\rho} \left[\frac{1}{C_c^2} - \frac{1}{\delta^2} \right]$

2 $\rightarrow p_c - p_2 = \frac{G_2^2}{2\rho} \left(2 - \frac{2}{C_c} \right)$

3 $\rightarrow p_1 - p_2 = \frac{G_2^2}{2\rho} \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2 + \frac{G_2^2}{2\rho} \left(1 - \frac{1}{\delta^2} \right)$

DIMOSTRAZIONE

||
 Δp_{irr}

||
 Δp_{rev}

1 Tro 1/c uso

Bernoulli per fluidi ideali:

$\rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

• $G_1 = \rho v_1^2$

• $G_1 A_1 = G_c A_c = G_2 A_2$

• $G_c = \rho v_c^2$

$\rightarrow G_1 = G_2 \frac{A_2}{A_1}$; $G_c = G_2 \frac{A_2}{A_c}$

$\rightarrow v_c^2 = \frac{G_c^2}{\rho^2} = \frac{G_2^2}{C_c^2 \rho^2}$; $v_1^2 = \frac{G_2^2}{\delta^2 \rho^2}$

$\rightarrow p_1 - p_c = \frac{1}{2} \rho \frac{G_2^2}{\rho^2} \left[\frac{1}{C_c^2} - \frac{1}{\delta^2} \right]$

2 Troca c-2 uso l'eq 2 delle espansioni

$p_2 - p_c = \frac{G_c^2}{\rho} C_c (C_c - 1) = \frac{G_2^2}{\rho C_c} (C_c - 1) = \frac{G_2^2}{\rho} \left(1 - \frac{1}{C_c} \right) = \frac{G_2^2}{2\rho} \left(2 - \frac{2}{C_c} \right)$

3 Sommando...

Coefficienti

Leq = Lunghezza equivalente

= lunghezza di tubo dritto che fornisce, per attrito continuo, uno caduta di pressione pari a quello della singolarità.

$K_{loc} = f_b \frac{Leq}{d}$

EQUAZIONI DI PRANDTL DELLO STRATO LIMITE.

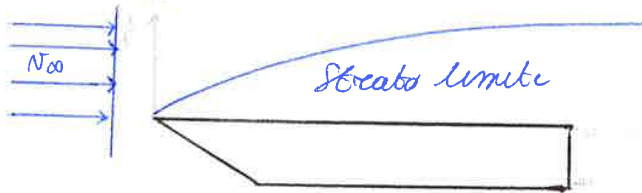
STRATO LIMITE

- Moto bidimensionale stazionario
- Strato limite si muove di moto "laminare".
- $p = \text{cost}$ (fluido incompressibile)
- Non vi sono forze di corpo
- Fluido investe un piatto con velocità uniforme v_{∞} in direzione parallela alla piastra (lungo x)
- P. fisiche contate:

¹ → Lo strato limite è la regione in prossimità della parete in cui la velocità varia da v_{∞} (valore indisturbato) al valore nullo alla parete.

² → Il confine dello strato limite è definito dalla condizione $\mu = 0,99 v_{\infty}$

³ → Se il piatto ha una spigola viva, lo spessore dello strato limite evolve come in figura



⁴ → Eq. di Prandtl

¹ $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

² $\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

³ $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

⁵ → $\frac{\delta}{x} = 0 \left(\frac{1}{\sqrt{Re}} \right) = \frac{4,64}{\sqrt{Re}}$

$\downarrow \frac{\rho u x}{\mu}$ $\downarrow \frac{\rho v_{\infty} x}{\mu}$

DIMOSTRAZIONE. ①

$\frac{\partial p}{\partial y} = -\text{div}(\rho \vec{v})$ • Costo staz • def. bidimensionale
• $p = \text{cost}$

→ $\text{div}(\vec{v}) = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ • $\mu x \in O(1); y \in O(\delta)$ con $\delta \ll 1$
→ $\frac{O(1)}{O(1)} + \frac{O(\nu)}{O(\delta)} = 0 \rightarrow \nu \in O(\delta)$

$\left[\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] = \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$

• $\frac{O(1)}{O(1)} + \frac{O(1)}{O(\delta^2)} \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

→ $\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$

DEFLUSSO IN TUBO

pag 29

• (Tubo ben raccordato) → Non ci sono turbolenze all'ingresso

¹ → Si sviluppa uno strato limite laminare il cui spessore aumenta lungo il tubo

→ L_e = distanza dall'ingresso del tubo oltre la quale il moto è "completamente sviluppato", ossia oltre la quale non varia più il deflusso.

(x punto di L_e era ancora laminare lo rimuova, se era diventato turbolento, allora rimarrà turbolento)

³ → $x > L_e$

• $Re > 2300$ → Deflusso turbolento

• $Re < 2300$ → Def. laminare.

SPESSORE STRATO LIMITE: METODO VON KARMAN

IPOTESI

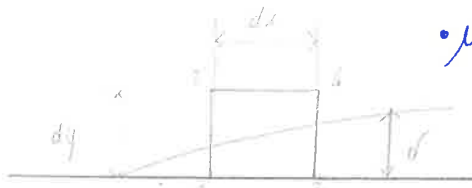
¹ Considero un volumetto infinitesimo di profondità unitaria (con direzione \perp alla parete) e altezza minore dello spessore dello strato limite.

² $\frac{dp}{dx} = 0;$

³ $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ (Pseudo in direzione y)

³ → Nel deflusso laminare:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w ; \frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{dove } Re_x = \frac{\rho v_{\infty} x}{\mu}$$



$$\mu = \rho v_{\infty} \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$$

↓
 δ

$$\mu = a + by + cy^2 + dy^3$$

⁴ → Nello deflusso turbolento

$$\tau_w = 0,0228 \rho v_{\infty^2} \left(\frac{\mu/\rho}{v_{\infty} \delta} \right); \frac{\delta}{x} = \frac{0,376}{Re_x^{1/5}}$$

⁵ → Al confine tra il sottostato laminare / regione turbolenta

$$\frac{\mu_b}{\rho v_{\infty}} = \frac{2,12}{Re_x^{0,1}} ; \frac{\delta_b}{\delta} = \left(\frac{u_b}{v_{\infty}} \right)^7$$

$$\bar{\mu} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2 w} = -\frac{1}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial x} R w^2$$

pag 31.

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (R^2 - R w^2) = -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (R w^2 - R^2) = -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} R w^2 \left(1 - \left(\frac{R}{R w}\right)^2\right) = \\ &= \bar{\mu} \left(1 - \left(\frac{R}{R w}\right)^2\right) \end{aligned}$$

$$R w = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_w = -\mu \left(\frac{du}{dx}\right)_w = \mu \frac{4\bar{\mu}}{R w} = \mu \frac{8\bar{\mu}}{dw}$$

$$R w = f \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2$$

$$\rightarrow f = \frac{16}{Re} \quad \text{dove } Re = \frac{\rho \bar{v} d w}{\mu}$$

MOTO TURBOLENTO NEI CONDOTTI

- $Re < 2300 \rightarrow$ Il deflusso è sempre laminare
- Il passaggio da deflusso laminare a turbolento può avvenire tra $2000 < Re < 3000$.

EQUAZIONI DI REYNOLDS

$$\begin{aligned} \bullet \mu &= \bar{\mu} + \mu', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w' \quad \rho = \text{cost} \\ \bullet \bar{\mu}' &= \bar{v}' = \bar{w}' = 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{\mu}'^2) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \bar{\mu}' v' \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \bar{\mu}' w' \right) \right]$$

sparsi dovuti alla viscosità, variazione spaziale della velocità.

fluttuazioni delle velocità in tutte le direzioni.

dove:

- $-\rho \bar{\mu}'^2, -\rho \bar{\mu}' v', -\rho \bar{\mu}' w'$ sono gli sparsi di Reynolds

DIMOSTRAZIONE

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) =$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$= \frac{\partial u}{\partial t} + 2 \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \mu) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} v) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} w)$$

$$\bullet \mu = \mu' + \bar{\mu}; \dots;$$

$$\overline{\mu' \bar{\mu}} = 0 \rightarrow \bar{\mu}' = 0$$

MOTO TURBOLENTO - PROFILI DI VELOCITÀ IN TUBI CIRCOLARI pg 33

IPOTESI

LEGGE LOGARITMICA DI DISTRIBUZIONE DELLA VELOCITÀ

- Moto turbolento
- Deflusso in un condotto
- Si considera solo la zona vicino alla parete (y piccolo)
- Moto sviluppato ($\tau_{rw} = \tau_w r$)
- ~~Trascurare~~ • Trascurare lo spessore di strato viscoso
- Non si applica alla parete (perché do gradienti di velocità infinita)

• $l =$ lunghezza di mescolamento $= 0.4 y$

→ ~~$\mu = \mu_{MAX} + \frac{\mu^*}{k} \ln y/r_w$~~ $\mu = \mu_{MAX} + \frac{\mu^*}{k} \ln y/r_w$ dove:

- μ_{MAX} = velocità che viene raggiunta sull'asse del tubo
- $\mu^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ = velocità d'attrito = cost (perché $\tau_w = \text{cost}$, fessate le condizioni del moto)

DIMOSTRAZIONE

• $\tau = \tau_v + \tau_T = \mu \frac{du}{dy} + \rho \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 = \rho \left(l \frac{du}{dy} \right)^2$

• $\tau_{rw} = \tau_w r \rightarrow \tau = \frac{\tau_w r}{r_w} = \frac{\tau_w}{r_w} (r_w - y) = \frac{\tau_w}{r_w} (r_w - y) = \tau_w \left(1 - \frac{y}{r_w} \right)$

→ $\tau = \rho \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 = \tau_w \left(1 - \frac{y}{r_w} \right)$

→ $\left(l \frac{du}{dy} \right)^2 = \frac{\tau_w}{\rho} \left(1 - \frac{y}{r_w} \right) \rightarrow l \frac{du}{dy} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \sqrt{1 - \frac{y}{r_w}}$

• Vicino alla parete → $1 \gg y/r_w$

→ $l \frac{du}{dy} = \mu^*$; • $l = ky \rightarrow ky \frac{du}{dy} = \mu^*$

→ $\frac{du}{dy} = \frac{\mu^*}{ky} \rightarrow \mu = \frac{\mu^*}{k} \ln y + c$

• $\mu_{MAX} = \mu(y=r_w) \rightarrow \mu_{MAX} = \frac{\mu^*}{k} \ln r_w + c \rightarrow c = \mu_{MAX} - \frac{\mu^*}{k} \ln r_w$

→ $\mu = \frac{\mu^*}{k} \ln y + \mu_{MAX} - \frac{\mu^*}{k} \ln r_w = \frac{\mu^*}{k} \ln \frac{y}{r_w} + \mu_{MAX}$ c.v.d.

FORMULA

pag 35

$\rightarrow \mu^+ = \bar{\mu} \sqrt{\frac{f}{2}}$ dove $\bar{\mu}$ è la velocità media nello sezione retta del condotto.

DIMOSTRAZ.

$\mu^+ = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} ; \tau_w = \frac{1}{2} \rho \bar{\mu}^2 f ; \rightarrow \mu^+ = \sqrt{\frac{1}{2} f \bar{\mu}^2} = \bar{\mu} \sqrt{\frac{f}{2}}$

DIFETTI

- 1) Tre formule
- 2) $\frac{\partial \mu}{\partial y} \Big|_{y=\tau_w} \neq 0$ (dove il profilo reale si annulla)

DEFLUSSO BIFASE

FRAZIONE DI VUOTO

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\mu_g}{\mu_l} \cdot \frac{1-x}{x} \frac{\rho_g}{\rho_l}} = \frac{1}{1 + s \frac{(1-x)}{x} \frac{\rho_g}{\rho_l}}$$

DIMOSTRAZIONE

• $G_g = \rho_g \mu_g$; $\left\{ \begin{array}{l} A G_g = \rho_g \mu_g A = A G x \\ A G_g = \rho_g \mu_g A_g = \rho_g \mu_g \alpha A \end{array} \right. \rightarrow G x = \rho_g \mu_g \alpha A$

• $A G_l = A \rho_l \mu_l$ $\left\{ \begin{array}{l} A G_l = A (1-x) G \rightarrow A (1-x) G = \rho_l \mu_l (1-x) A \\ A G_l = \rho_l \mu_l A_l = \rho_l \mu_l (1-\alpha) A \end{array} \right.$

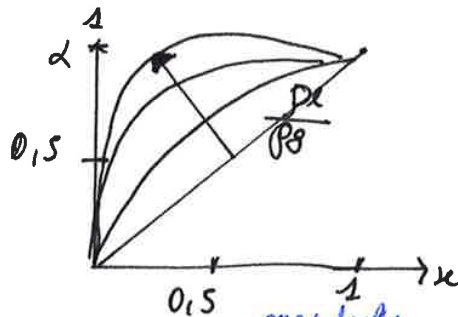
$\rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{\rho_l \mu_l (1-\alpha)}{\rho_g \mu_g \alpha} \rightarrow \left(\frac{1-x}{x}\right) \rho_g \mu_g \frac{1}{\rho_l \mu_l} \alpha = 1-\alpha$

$\rightarrow \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x}{x}\right) \frac{\rho_g \mu_g}{\rho_l \mu_l}}$

• Modello omogeneo ($s=1$)

• $[G > 2000 \frac{kg}{m^2 s}]$

$\rightarrow \alpha = \frac{1}{1 + \frac{(1-x)}{x} \frac{\rho_g}{\rho_l} \cdot 1}$



Modello omogeneo

= Modello per cui:

- le due fasi sono ben mescolate fra di loro;
- le due fasi hanno la stessa velocità media
- lo miscelo si comporta come un fluido monofase avendo le seguenti proprietà:

• $\rho_h = \alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_l$
 • $\mu_h = \mu_g \alpha + \mu_l (1-\alpha) (1+2s)$

• zone portate $w = 2000 \frac{kg}{s}$ $G > 2000 \frac{kg}{cm^2}$
 • $\frac{\rho_l \mu_l}{\rho_g \mu_g} \ll 1$ $\frac{\rho_l}{\rho_g} \ll 1$

SCAMBIO TERMICO NEI FLUIDI

Esempio

- Caso bidimensionale ; • $k = \text{costante}$
- Scambio termico parete/fluido ; • Nello strato limite termico

→ l'eq. della conservazione dell'energia può essere scritta come:

$$\mu \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Cond. contorno

- 1) T_w imposto
- 2) fluss. termico imposto e k sul strato sup del conduttore.

DIMOSTRAZIONE

$$\frac{Dv}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} = \rho c_p \left(\mu \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\rho \alpha \underbrace{v \cdot \nabla T}_0 + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) k + \mu \phi$$

$$\rightarrow \mu \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_0 \text{ trascurato}$ $\underbrace{\hspace{10em}}_0 : (\text{viene trascurato})$

$$\rightarrow \mu \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

→ può essere definita uno strato limite termico
(in cui $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$)

→ Lo spessore dello strato termico è determinato dalla condizione
 $(T_e - T_w) = 0,99 (T_{\infty} - T_w)$

→ Fluido che attraversa per conduzione lo strato superficiale di fluido a contatto con la parete = fluido scambiato per conduzione

$$h(T_f - T_w) = k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_w$$

N.B

• Defluisce in un condotto
→ lo T di ref $\neq T_{\infty}$ ma = a T_{bulk} (miscelamento adiabatico)

5) In generale → lo spessore dello strato limite è $\frac{\delta}{\delta_{th}} = Pr^{1/3}$ (tratt. strato limite termico Polouhnev, Blasius di velocità)

R. TECNICHE CONVEZ. FORZATO

- Moto laminare → La resistenza è dello stesso tipo su tutta la sezione
- Moto turbolento → Resistenza conduttiva per lo strato laminare alla parete, conduttiva non molto che a se allontana

CORRELAZIONI EMPIRICHE PERIL CALCOLO DEL R. DI SCAMBIO

TERMICO IN CONVEZIONE FORZATA

CORRELAZIONE DI HAUSEN

- Moto laminare;
- Tubo liscio;

CORRELAZIONE DITUS-BOELTER *

- Moto pienamente sviluppato
- Moderate diff. di T parete - fluido
- $Re > 10'000$ (Moto turbolento) ($< 100'000$)
Scilicet Colburn
- $0.7 < Pr < 100$
- $L/d_w > 60$ (L = lunghezza riscaldata) (fluido riscaldato)
- ~~Moto turbolento~~
- Tubi lisci
- Convezione forzata

$$\implies Nu_b = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4/0.3} \rightarrow (\text{fluido raff})$$

CORRELAZIONE SIEDER-TATE *

- Proprietà fisiche variano molto per piccole variazioni di T (con perturbazioni per forti variazioni di μ)
- $Re > 10'000$
- $0.7 < Pr < 16'700$
- $L/d_w > 60$

$$\implies Nu_b = 0.027 Re_b^{0.8} Pr_b^{0.33} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

CORRELAZIONI DI BISHOP

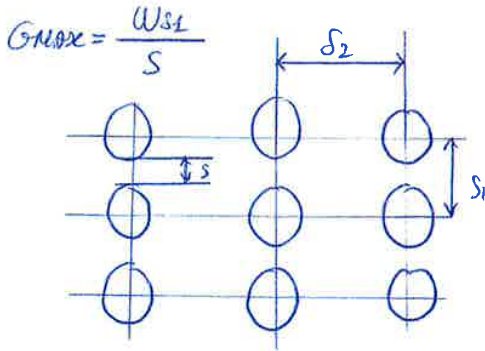
- Vapore a p ^{spec} ~~spec~~ - critica
- p 69 < p < 220 (bar)
- Re 100'000 < Re < 600'000
- $0.188 < Pr < 2.38$
- L_h = length. riscaldato : 9 < L_h < 117 (m)

$$\implies Nu = 0.0073 Re^{0.886} Pr^{0.62} \cdot \left(1 + \frac{276}{L_h/d_w} \right)$$

- H₂O spec-critica
- 0.254 < d_e < 508 cm
- 680 < G < 3665 kg/m²s
- 315 < q_w < 3469 kW/m²
- 349 < T_b < 526 °C
- 352 < T_w < 633 °C

$$\implies Nu = 0.0069 Re_f^{0.9} Pr_b^{0.62} \left(\frac{\rho_w}{\rho_b} \right)^{0.63} \left(1 + \frac{276}{L_h/d_w} \right)$$

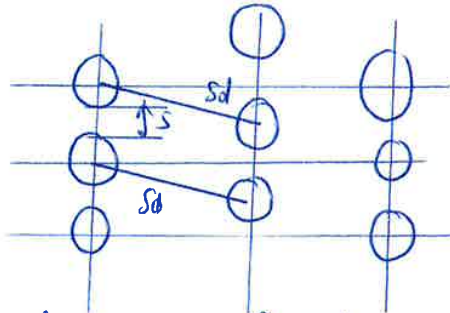
Disposizioni in linea



- La portata riferita ad s_2 su una porzione trasversale s_1 , è convogliata nell'interspazio s tra due tubi adiacenti.

Disposizioni a griglia

- $s_2 < 2s_1 \rightarrow G_{max} = \frac{Wst}{s}$
- $2s_1 < s_2 \rightarrow G_{max} = \frac{Wst}{2s_1}$



- La portata riferita ad un poro trasversale s_1 , attraversa prima l'area data dall'interspazio s tra i tubi; e quindi l'area data dai due interspazi dipendenti s_2 .

Correlazione di Gernon

- Deflusso d'olio • $Pr \approx 0,7$
- $2000 < Re < 40000$ • $N > 10$ (n file)

$\rightarrow Nu_d = C_1 Re^n$

Per i gas liquidi

- $N > 10$
- Liquidi

$\rightarrow Nu = 1,11 (1 + Pr)^{1/4} (Pr)^{1/3}$

Metalli liquidi

LYON - MARTINELLI

- $Pe = Re \cdot Pr > 100$
- $L/dw > 60$
- flusso termico costante

$\rightarrow (Nu)_b = 7 + 0,025 (Pe)_b^{0,8}$

SEBAN - SKIMPAK

- $Pe > 100$
- $L/dw > 60$
- Te. di parete costante

$\rightarrow (Nu)_b = 5 + 0,025 (Pe)_b^{0,8}$

TRATTAZIONE DI GRAETZ (eq. energia, cilindrica)

pag 42

CASO $T_w = \text{cost}$

• $(T - T_{\infty}) = f_1(x) \cdot f_2(r)$ con f_1, f_2 serie separate;

• ipotesi sul profilo di μ : profilo di velocità parabolico: $\mu = 2\bar{\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right]$

1 $\rightarrow \frac{x/r_w}{Pe} \leq 0,01$ (Nella regione d'imbocco del tubo)

$\Rightarrow Nu = 1,357 Pe^{1/3} \left(\frac{dw}{x} \right)^{-1/3} = 1,357 \left(\frac{Pe x / r_w}{x} \right)^{1/3}$

2 $\rightarrow \frac{x/r_w}{Pe} > 0,25$

$\Rightarrow Nu_{max} = 3,656$

CASO 2: Fluido costante $\sim \frac{dt_b}{dx} = 0$

• stesse ipotesi

Stesse condizioni al contorno.

1 $\rightarrow \frac{x/r_w}{Pe} \leq 0,01$

$\Rightarrow Nu = 1,30 Pe^{1/3} \left(\frac{dw}{x} \right)^{-1/3}$

2 $\rightarrow \frac{x/r_w}{Pe} > 0,25$

$\Rightarrow Nu = 4,364$

METODO APPROSSIMATO DI ECKERT

1° calcolo

1) IPOTESI SUL PROFILO DI VELOCITÀ: Profilo ~~di cubo~~ ^{parabolico} di velocità corrispondente al moto sviluppato

2) Profilo cubico di temperatura $\theta = T_w - T = ay + by^2 + cy^3$

Condizioni al contorno

• $\theta_s = T_w - T_c$; $\left. \begin{array}{l} \cdot y = r_w \\ \cdot \left(\frac{d\theta}{dy} \right)_{y=r_w} = 0 \end{array} \right\} \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right)_{y=r_w} = \frac{1}{r_w} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0}$ (parete)

$\Rightarrow Nu = 4,12$ Coefficiente medio tra i valori di Graetz.
 $= \frac{h d_w}{k}$

ANALOGIA DI REYNOLDS

pag 43.

Ipotesi

1. Considero, nella ^{regione} ~~parte del deflusso~~ turbolento, trascurabili, i contributi sullo conducibilità termica e dello viscosità molecolare.
2. $\frac{\epsilon_H}{\epsilon_H} = 1$ (valido se il trasferimento di calore e dello q. di moto hanno la stessa lunghezza di mescolamento)
3. $\frac{q}{\tau_w} = \text{cost}$ rispetto ad y $\rightarrow \frac{q}{\tau} = \frac{q_w}{\tau_w}$
4. Deflusso sviluppato e turbolento;

Testi

1. Considero il deflusso lungo una lastra piana

$$\xrightarrow{1} St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{f}{2} = \left(\frac{h}{\rho c_p u_{\infty}} \right) \xrightarrow{3} \begin{matrix} \bullet \tau_w = k_e \\ \rightarrow h = k_e \left(\frac{T_w - T_{b1}}{T_w - T_{b2}} \right) = \frac{2fL}{d} \end{matrix}$$

2. Considero il deflusso all'interno di un condotto

$$\xrightarrow{2} St = \frac{f}{2} = \left(\frac{h}{\rho c_p u_{\infty}} \right) \quad (\tau. \text{ di ref. } \neq T_b)$$

DIMOSTRAZIONE.

$$\frac{q_T}{\rho c_p} = - \left(\frac{d}{2} + \epsilon_H \right) \frac{dT}{dy} \rightarrow q_T = - \rho c_p \epsilon_H \frac{dT}{dy};$$

$$\frac{\tau}{\rho} = + \left(\frac{d}{2} + \epsilon_H \right) \frac{du}{dy} \rightarrow \tau = \rho \epsilon_H \frac{du}{dy}$$

$$\rightarrow \frac{q_T}{\tau} = - \rho c_p \epsilon_H \frac{dT}{dy} \cdot \frac{1}{\rho \epsilon_H} \frac{dy}{du} = - c_p \frac{dT}{du}$$

$$\rightarrow dT = - \frac{q_T}{\tau} c_p du; \quad \bullet \frac{q}{\tau} \neq f(y) \rightarrow \frac{q}{\tau} = \frac{q_w}{\tau_w}$$

$$\rightarrow \int_{T_w}^{T'} dT = - \frac{q_w}{\rho \tau_w} \int_0^{u'} du$$

CASO 1: PIASTRA

$$\rightarrow (T_{\infty} - T_w) = - \frac{q_w}{\rho c_p \tau_w} u_{\infty} = - \frac{q_w}{\rho c_p} u_{\infty} \cdot \frac{2}{f \rho u_{\infty}^2}$$

$$\rightarrow (T_w - T_{\infty}) = \frac{2 q_w}{\rho c_p u_{\infty}^2 f}$$

$$\bullet q_w = h (T_w - T_{\infty}) \rightarrow (T_w - T_{\infty}) = \frac{q_w}{h}$$

$$\rightarrow \frac{q_w}{h} = \frac{2 q_w}{\rho c_p u_{\infty}^2 f} \rightarrow \frac{h}{\rho c_p u_{\infty}} = \frac{1}{2}$$

Analogia di Prandtl

pag 44

1. Considero la presenza di due regioni (come nell'analogia di Reynolds)
- 1) Nello regione laminare $q = \text{cost} = q_w$; $\tau = \text{cost} = \tau_w$, trascurabili di E_H, E_M
 - 2) // turbolenta $q = k = q_w$; $\tau = k = \tau_w$; trascurabili di v .
- $E_H = E_M$ (stene di Reynolds)

2. δ_1 è lo spessore dello strato limite ^{laminare} individuato dalla condizione ($y^+ = 5$)
 ($\rightarrow y^+ = \mu^+$)

$$\delta_1 = \frac{f/2}{1 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \cdot (Pr - 1)}$$

DIMOSTRAZIONE

• PARTE LAM. $0 < y < \delta_1$, $T_w < T < T_{\delta_1}$

$$\rightarrow \frac{\tau_w}{\rho} = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \quad \cdot \quad \tau = \tau_w = k \rightarrow \frac{\tau_w}{\rho} dy = \nu d\mu \rightarrow \frac{\tau_w}{\rho} = \nu \frac{\mu_{\delta_1}}{\delta_1}$$

$$\rightarrow \frac{q_w}{\rho} = -\varphi \alpha \frac{dT}{dy} \rightarrow \frac{q_w}{\rho} = +\varphi \alpha \frac{(T_w - T_{\delta_1})}{\delta_1}$$

$$\Rightarrow \frac{q_w}{\tau_w} = + \frac{\varphi \alpha (T_w - T_{\delta_1})}{\delta_1} \cdot \frac{\delta_1}{\nu \mu_{\delta_1}}$$

$$\rightarrow (T_w - T_{\delta_1}) = \frac{q_w}{\tau_w} \frac{\nu \mu_{\delta_1}}{\varphi \alpha} = \frac{q_w}{\tau_w} \frac{Pr \mu_{\delta_1}}{\varphi}$$

• PARTE STAZ TURBO

• $T_{\delta_1} < T < T_b$; $\mu_{\delta_1} < \mu < \bar{\mu}$

• $E_H = E_M = \varepsilon$

$$\rightarrow \frac{\tau_w}{\rho} = \varepsilon \frac{d\mu}{dy}; \quad \frac{q_w}{\rho} = \varphi \varepsilon \frac{dT}{dy} \rightarrow \frac{q_w}{\tau_w} = \varphi \varepsilon \frac{dT}{dy} \cdot \frac{dy}{\varepsilon d\mu} = \varphi \frac{dT}{d\mu}$$

$$\rightarrow -(T_b - T_{\delta_1}) = \frac{q_w}{\tau_w \varphi} (\bar{\mu} - \mu_{\delta_1}) = T_{\delta_1} - T_b$$

$$\Rightarrow T_w - T_b = \frac{q_w}{\tau_w \varphi} [Pr(\mu_{\delta_1} - 1) + \bar{\mu}]$$

$$\cdot y^+ = 5 \rightarrow \mu^+ = y^+ = 5 = \frac{\mu_{\delta_1}}{\mu^*} = \mu_{\delta_1} \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \mu_{\delta_1} \sqrt{\frac{2\varphi \rho}{f \mu^2}} = \frac{\mu_{\delta_1}}{\mu} \sqrt{\frac{2}{f}}$$

$$\rightarrow \mu_{\delta_1} = 5 \mu \sqrt{\frac{f}{2}}$$

$$\cdot \tau_w = \frac{1}{2} \rho \bar{\mu}^2; \quad \cdot q_w = h(T_w - T_b)$$

$$\rightarrow Re = \frac{h}{\rho \varphi \bar{\mu}} = \frac{f/2}{1 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} (Pr - 1)}$$

ALTRA FORMULAZIONE

pag 45

- Deflusso attraverso un condotto : $T_w = \text{cost}$
- Coefficiente di lunghezza L : $St = f/2 \cdot \frac{1}{1 + 5\sqrt{f/2} (Pr - 1)}$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{T_w - T_{b1}}{T_w - T_{b2}}\right) = \frac{2fL}{d} \frac{1}{1 + 5\sqrt{f/2} (Pr - 1)}$$

ANALOGIA DI VON KARMAN

Il deflusso è caratterizzato da tre regioni:

- 1) Strato limite laminare ($y^+ < 5$) in cui si fanno le ipotesi di Prandtl
- 2) Strato di transizione ($5 < y^+ < 30$) su cui si fanno le ipotesi:
 - $q \approx q_w$; $\tau \approx \tau_w$;
 - $\epsilon_H = \epsilon_H$;
- 3) Strato limite turbolento ($y^+ > 30$) in cui si fanno le ipotesi e i ragionamenti dello strato limite di Prandtl turbolento

$$\rightarrow St = \frac{f/2}{1 + 5\sqrt{f/2} (Pr - 1) + 5\sqrt{f/2} \ln\left(\frac{5Pr + 1}{6}\right)}$$

DIMOSTRAZIONE

1) LAMINARE. ($0 < y < \delta_1$)

• Uguali allo strato limite laminare di Prandtl

$$T_w - T_{\delta_1} = \frac{q_w}{\tau_w c_p} Pr \mu \delta_1$$

3) TURBOLENTO ($\delta_2 < y < b$)

• Uguali allo strato turbolento di Prandtl

$$T_w - T_b - T_{\delta_2} - T_b = \frac{q_w}{\tau_w c_p} [\bar{\mu} - \mu \delta_2]$$

2) TRANSIZIONE ($\delta_1 < y < \delta_2$)

$$\bullet \frac{q_w}{Pr \rho} = -(\alpha + \epsilon_H) \frac{dT}{dy} \rightarrow \int_{\delta_1}^{\delta_2} dT = - \frac{q_w}{Pr \rho} \int_{\mu \delta_1}^{\mu \delta_2} \frac{dy}{\alpha + \epsilon_H}$$

$$\bullet \frac{\tau_w}{\rho} = (v + \epsilon_H) \frac{d\mu}{dy} \rightarrow \epsilon_H = \frac{\tau_w}{\rho} \frac{dy}{d\mu} - v$$

$$\bullet y^+ = y \bar{\mu} \sqrt{f/2} ; \bullet \mu^+ = \frac{\mu}{\bar{\mu} \sqrt{f/2}} ; \rightarrow \frac{d\mu}{dy} = \frac{d(\mu^+) \bar{\mu} \sqrt{f/2}}{d(y^+ / \bar{\mu} \sqrt{f/2})}$$

→ Sostituendo nell'integrale, svolgendolo e sommando poi tutte le dy di T si ottiene la tesi.

Flusso e scambio termico nei mezzi porosi

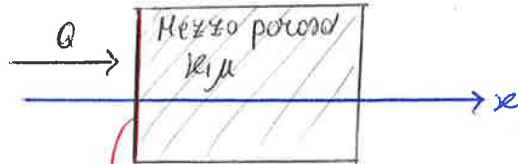
Mezzo poroso

= struttura solida con dei vuoti tra loro comunicanti; cond. da uno porosità Porosità

= $\frac{\text{volume vuoti}}{\text{volume complessivo}}$

Legge di Darcy

- Flusso
 - laminare
 - isoterma
 - orizzontale
 - unidimensionale
 - in un mezzo poroso



• $Re = \frac{\rho v dp}{\mu} L \perp$ v superficiali

porometro geometrico rappresentativo delle dim. dei pori.



$Q = - \frac{kA}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right)_{att}$ dove:

• $\frac{dp}{dx}$ = caduta di p per 1. di lunghezza scelta nel fluido dovuta alla resistenza viscosa del mezzo poroso.

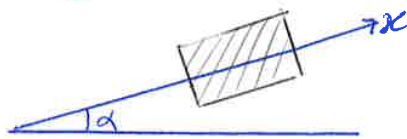
• Q = portata in volume [m^3/s]

• k = permeabilità; [m^2]

• A = area della sezione retta [$\perp x$] comprendente solo la parte piena che i pori.

Legge di Darcy condotto non orizzontale

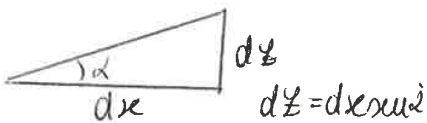
- Stesse eq.



$Q = - \frac{kA}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} + \rho g \sin \alpha \right)$

DIMOST.

$\frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dx}|_{AT} + \frac{dp}{dx}|_{ele} = - \frac{Q\mu}{kA} + \frac{dp}{dx}|_{el} = - \frac{Q\mu}{kA} + -\rho g \sin \alpha$



$\frac{dp}{dz} = -\rho g$
 $dz = dx \sin \alpha$

$\rightarrow \frac{Q\mu}{kA} = - \frac{dp}{dx} - \rho g \sin \alpha \rightarrow Q = - \frac{kA}{\mu} \left[\rho g \sin \alpha + \frac{dp}{dx} \right]$

Esperimento di Mukijoma.

pag 47a

- Contentori di H₂O stagnante, mantenuta a T costante;
- H₂O riscaldato da un filo di platino immerso nell'acqua, riscaldato elettricamente, che genera calore per effetto Joule

- Aumentando sempre di più la P, fenomeno generato nel filo
- 1) si instaura il regime di ebolliz. nucleata;
 - 2) In corrispondenza del "flusso termico critico" si ha la "crisi termica", condiz. in cui il vapore creato alla parete non si smaltisce nel modo corretto (→ la T del filo aumenta)
 - 3) "Filo Boiling" fino al raggiungimento della T max ammissibile del fluido.

Altre classificazioni dell'ebollizione

- 1 Ebollizione saturata (T dello stesso fluido = T_{sat})
- 2 Ebollizione sottoraff. (T dello stesso fluido < T_{sat})

Ebollizione nucleata: Modelli di crescita delle bolle

N.B

• liquido saturo

→ Le bolle crescono, lasciano la sup. riscaldante, (a causa delle forze in gioco)

→ Nuovo liquido defluisce verso la parete;

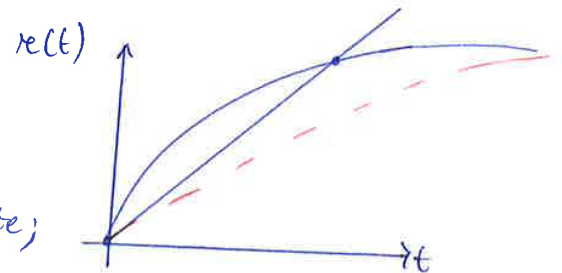
• liquido sottoraffreddato

→ Le bolle penetrano nel liquido a T < T_{sat}, quindi il vapore condensa e in alcuni casi la bolla collassa.

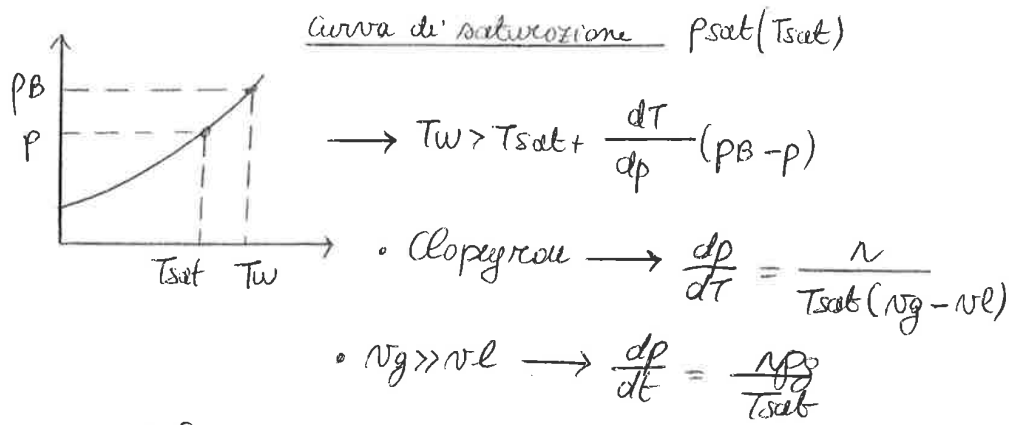
→ Nuovo liquido defluisce verso la parete.

Fase di crescita delle bolle

- 1) • Molto importante l'inverso del liquido;
 - $R(\text{bolla}) \propto t \rightarrow r_c = k_c t$
- 2) • // lo scambio termico bolle-liquido è costante;
 - $R(\text{bolla}) = k_c \sqrt{t}$
- 3) • // scambio termico parete/liquido;



DIMOSTRAZIONE



$\rightarrow T_w > T_{sat} + \frac{2\sigma}{R} \cdot \frac{T_{sat}}{\nu_g}$

$\rightarrow R = \frac{2\sigma T_{sat}}{\rho_g \nu_g \Delta T_{sat}} = R$ do cui se può formare la bolla.

Condensatori nei condenser

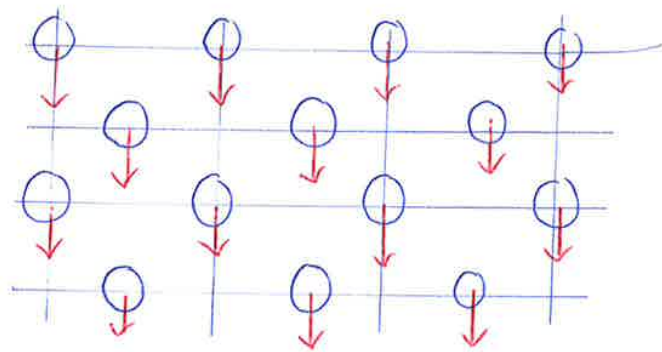
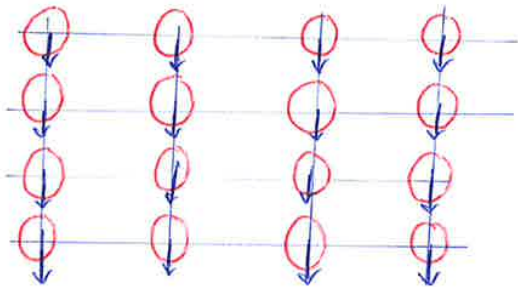
Nei condenser sono presenti fori di tubi orizzontali su varie file, da risultare per i quali il K di scambio termico risulta del condensato proveniente dai tubi sovrastanti. (Solo per lo primo filo è valido Muselt, infatti nei tubi sottostanti il filo liquido è corall. da uno spessore iniziale non nullo)

→ n file sovrapposte

→ Il K di scambio termico medio vale:
$$h_{ov} = \frac{h_{muselt}}{n^{4/6}}$$

Osservazione

Normalmente si sceglie la disposizione a griglia per ridurre il numero delle linee che raccolgono il condensato proveniente da quello sovrastante.



Pompeggio capillare

• Pori di dimensioni piccole;

• Pori strutturali sono riempiti di fluidi

→ l'interfaccia è sferica, concava dalla parte del gas,

→ fra liquido e vapore c'è uno Δp :

$$\text{prevalenza capillare} = \Delta p_c = p_g - p_l = \frac{2\sigma}{r_c}$$

⇒ Il minimo raggio si ha nell'evaporatore (r_{ce}), in suo corrisp. si ha $\Delta p_{MAX} = p_g - p_l = \frac{2\sigma}{r_{ce}}$

→ l'interfaccia genera la prevalenza capillare.

Strutture porose usate

N.B.:

Obiettivo: avere grandi prevalenze capillari $\Delta p_c = \frac{2\sigma}{r_{ce}}$

→ r_{ce} deve essere piccolo.

Problemi

r_{ce} piccolo → piccolo permeabilità → grandi perdite di pressione del fluido nel deflusso attraverso la matrice porosa

DIM:

$$r_{ce} \text{ piccoli} \xrightarrow{\text{porosità}} r_c = \frac{r_{ce}^2}{8} \rightarrow a = -\frac{\mu k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{Q \mu}{k \mu}$$

$$= -\frac{Q \mu}{k \mu} \text{ grande} \rightarrow \text{NO!}$$

Soluzioni

1) Strutture non omogenee, di tipo composito (in cui non vi è la relazione esistente in quelle omogenee tra r_{ce} e k).

Es) strutture con pori grandi con le pareti di materiale poroso (piccolo r_{ce}) composito da pori piccoli.

Es) scanalature laterali aperte verso il centro del condotto.

Scelta del fluido

Occlusi

• 1) T. di esercizio (compreso fra quello di solidificazione/punto critico)

• 2) Pressione corrispondente alla T di esercizio [se troppo basse, vengono meno le ipotesi di mezzo continuo per il flusso del vapore; se troppo alte, i compositi avrebbero problemi in caso di dilatazione in corso di rottura dell'heat pipe.

• 3) Compatibilità dei fluidi con i materiali strutturali

• 4) Problemi di manipolazione (Es. Inseparabilità, tossicità)