NUMERO: 1602A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Lanfaloni

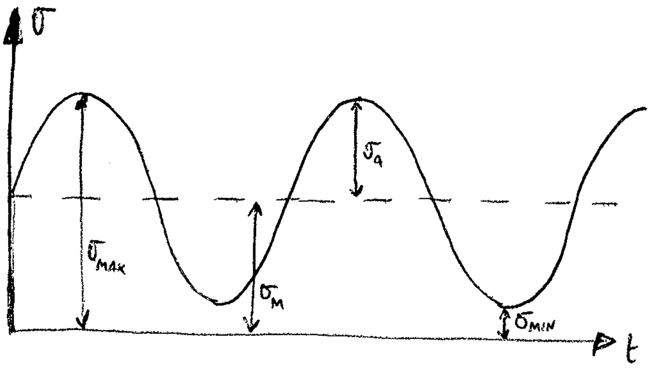
MATERIA: Elementi di Costruzione Macchine + Esercizi. Prof.Brusa-Paolino

ELEMENTI DI COSTRUZIONE MACCHINE - ESERCIZI E RICHIAMI

Ingegneria Meccanica 2014/2015 professori: E. Brusa - D. Paolino

ESERCITAZIONE 1

Fatica monoassiale ad ampiezza costante: quindi avremo componenti sottoposti a trazione (o compressione) e/o momento flettente con una variazione ciclica di carico ad ampiezza costante. Tracciando quindi un grafico per l'andamento del carico nel tempo avremo:



$\sigma_M = \dfrac{\sigma_{MAX} + \sigma_{MIN}}{2}$ → tensione media

$\sigma_A = \dfrac{\sigma_{MAX} - \sigma_{MIN}}{2}$ → tensione alterna

$R = \dfrac{\sigma_{MIN}}{\sigma_{MAX}}$ → rapporto di tensioni

N → numero di cicli

Le 3 variabili sono dunque (N, σ_A, σ_M) e vengono usate per tracciare i diagrammi di Wöhler e di Haigh, che servono per studiare il comportamento a fatica.

Diagr. di Wöhler : (N, σ_A) + $\sigma_M = cost$ NOTA

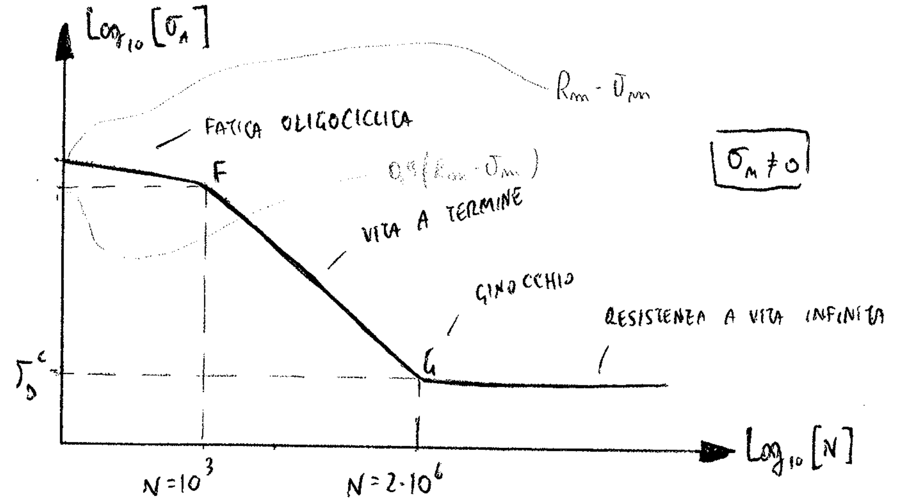
Diagr. di Haigh : (σ_M, σ_A) + $N = cost$ NOTA

Diagramma di Wöhler generale

È identico al precedente ma questo è definito per un componente (anziché per il materiale o per il provino) e $\sigma_m \neq 0$.

Il provino è caratterizzato da:
- diametro : $d \leq 10$ mm ; C_S
- carico : è sottoposto a flessione rotante ; C_L
- rugosità : è lucidato a specchio ; C_F
- sagoma : è senza intagli. ; K_f

Se una di queste caratteristiche non è rispettata non si parla di provino ma di componente.



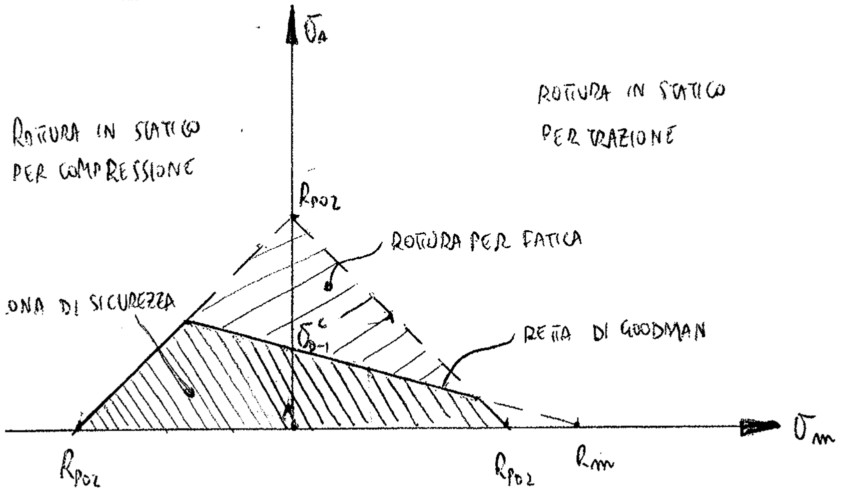
Il grafico è identico al precedente: varia solo il punto in cui si ha il GINOCCHIO, infatti si passa da $\sigma_{D,-1}$ a σ_D^c in cui scompare "-1" (perché $\sigma_m \neq 0$) e compare "c" che indica che è stata effettuata una correzione per il componente.

Vale sempre l'EQUAZIONE DI BASQUIN:

$$\sigma_A^k N = B \quad \text{con} \quad \begin{cases} k = \dfrac{3 + \log_{10}[2]}{\log_{10}[0,9(R_m - \sigma_m)] - \log_{10}[\sigma_D^c]} \\ \\ B = (\sigma_D^c)^k \cdot 2 \cdot 10^6 \end{cases}$$

Il valore σ_D^c si ricava dal diagramma di Haigh per il componente

Diagramma di Haigh per il componente



$\sigma_{D-1}^c \rightarrow$ È presente il fattore di correzione.

La zona di sicurezza è maggiore rispetto a quella che avremmo per il provino perché le compressioni, entro certi limiti, hanno effetti benefici sulla resistenza a fatica. Inoltre $\sigma_{D-1}^c < \sigma_{D-1}$ quindi sarebbe eccessivamente conservativo mantenere la zona di sicurezza analoga a quella per il provino.

La RETTA DI GOODMAN è descritta da:

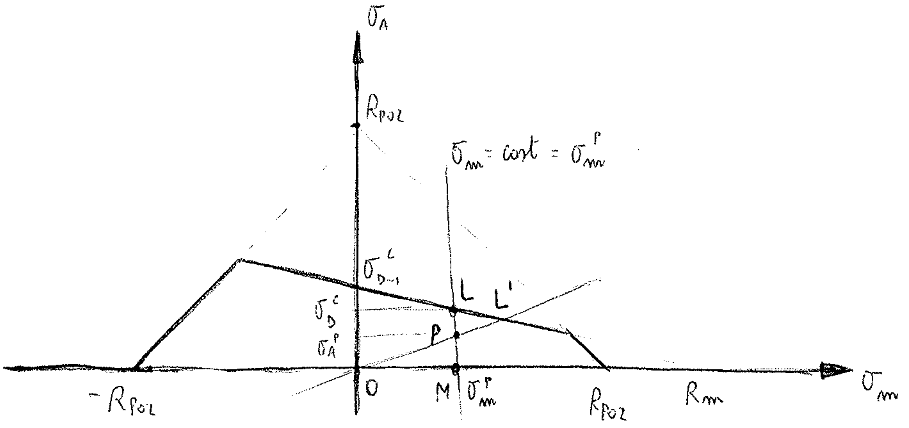
$$\frac{\sigma_A}{\sigma_{D-1}^c} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$$

Il correttivo di σ_{D-1}^c è dato da vari fattori:

- $C_S \rightarrow$ fattore correttivo per le dimensioni
- $C_L \rightarrow$ fattore correttivo per il carico
- $C_F \rightarrow$ fattore correttivo per la rugosità
- $K_f \rightarrow$ fattore correttivo per la presenza di intagli.

Ognuno di questi serve a correggere un'eventuale differenza dalle caratteristiche tipiche del provino (vedi pagina 2)

Coefficiente di sicurezza



P → punto di lavoro → $P = P(\sigma_m^P ; \sigma_A^P)$

In genere, per il calcolo del coefficiente di sicurezza si impone $\sigma_m = cost$ e σ_A variabile, quindi si ha una retta verticale: in questi casi il coefficiente di sicurezza si calcola come segue.

$$C.S. = \frac{\overline{LM}}{\overline{PM}} = \frac{\sigma_D^L}{\sigma_A^P} \quad (1)$$

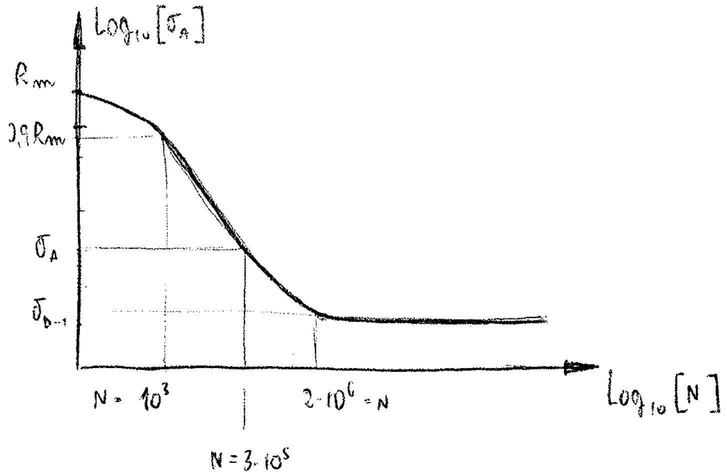
Se σ_m e σ_A fossero variabili, anziché prendere una retta verticale si avrebbe una retta passante per l'origine e il coeff. di sicurezza sarebbe:

$$C.S. = \frac{\overline{L'O}}{\overline{PO}} \quad (2)$$

N.B. se non è specificato, applicare (1) per il calcolo del coefficiente di sicurezza.

esercizio 2

Sia dato un materiale avente $\sigma_{D-1} = 450$ MPa per $N = 2 \cdot 10^6$ cicli ed esponente della curva di Wöhler $K = 7{,}5$. Calcolare la tensione limite alternata per $3 \cdot 10^5$ cicli.



In questo caso bisogna ricorrere all'equazione di Basquin:

$$\begin{cases} \sigma_A^K N = B \\ K = 7{,}5 \\ N = 3 \cdot 10^5 \\ B = \sigma_{D-1}^K \cdot 2 \cdot 10^6 \end{cases} \Rightarrow \sigma_A = \left(\frac{B}{N}\right)^{\frac{1}{K}} = \left(\frac{\sigma_{D-1}^K \cdot 2 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^5}\right)^{\frac{1}{K}} = \sigma_{D-1} \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^{\frac{1}{K}} = 580 \text{ MPa}$$

esercizio 3

Un provino è sottoposto a sollecitazione di flessione rotante con: $\sigma_A = 420$ MPa. Calcolare numero di cicli prima della rottura, noti: $\sigma_{D-1} = 300$ MPa; $R_m = 700$ MPa.

Si applica l'equazione di Basquin: $\sigma_A^K \cdot N = B$

$$K = \frac{3 + \text{Log}[2]}{\text{Log}[0{,}9 R_m] - \text{Log}[\sigma_{D-1}]} = 10{,}245$$

$$\sigma_{D-1}^K \cdot 2 \cdot 10^6 = B \rightarrow B = 4{,}77$$

$$\sigma_A^K \cdot N = B \rightarrow N = \frac{B}{\sigma_A^K} = 63'679 \text{ cicli} \sim 6{,}4 \cdot 10^4 \text{ cicli.}$$

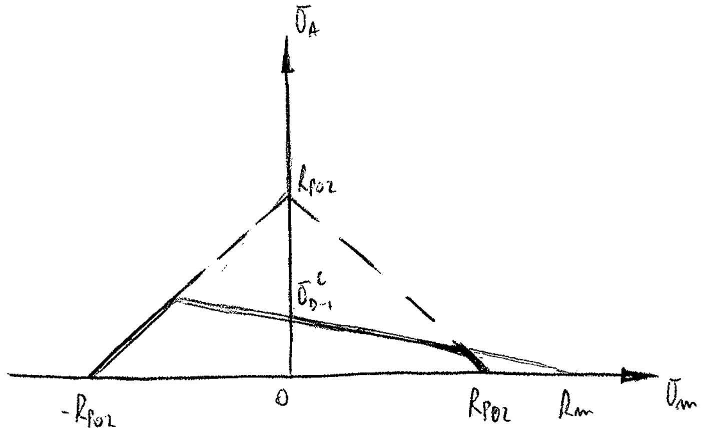
esercizio 5

La sezione intagliata di un componente sottoposto a trazione alterna è soggetta a un ciclo di tensione i cui valori (nominali) estremi sono ±80 MPa; il fattore di forma $K_t = 2$; la sensibilità all'intaglio è $q = 0{,}7$. Valutare il limite di fatica minimo per avere un coeff. di sicurezza $CS = 3$ (caso tensione media costante e tensione alternata dipendente dalle prestazioni).

$\sigma_{max} = 80$ MPa $\quad \sigma_{min} = -80$ MPa $\rightarrow$ $\sigma_m = 0$ MPa

$\sigma_A = 80$ MPa

$\Rightarrow$ punto di lavoro : $P = P(\sigma_m^P, \sigma_A^P) = (0, 80)$



$$C.S. = \frac{\sigma_{D-1}^c}{\sigma_A^P} \rightarrow \sigma_{D-1}^c = C.S. \cdot \sigma_A^P = 240 \text{ MPa}$$

0,9 x TRAZ. ALT.

$$\sigma_{D-1}^c = \sigma_{D-1} \cdot \frac{C_S \cdot C_L \cdot C_F}{K_F} \rightarrow \sigma_{D-1} = \sigma_{D-1}^c \cdot \frac{K_f}{C_L} = 583 \text{ MPa}$$

esercizio 7

Albero di diametro $d = 30$ mm è soggetto a momento flettente con una parte media ($M_{fm} = 600$ Nm) ed una parte alternata ($M_{fA} = 200$ Nm). L'albero è realizzato in acciaio ($R_m = 1000$ MPa, $R_{p02} = 800$ MPa; $\sigma_{D-1} = 600$ MPa, ottenuto con prove di fatica a flessione rotante) ed è sottoposto a rettifica fine ($R = 2\mu m$).

Si disegni il grafico di Haigh e si calcoli il coefficiente di sicurezza a fatica.

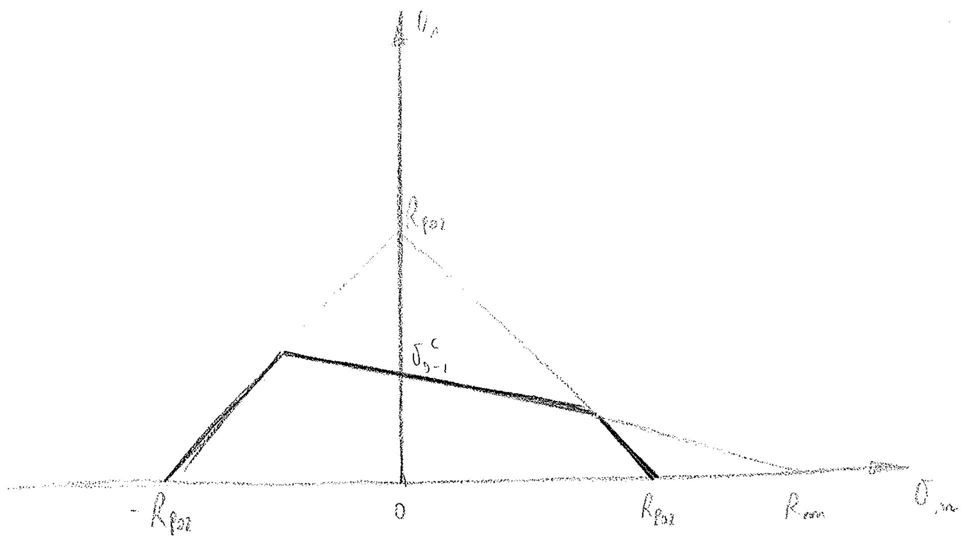
$$\sigma_m = \frac{32 M_{fm}}{\pi d^3} = 226,4 \text{ MPa} = \sigma_m^P \qquad \sigma_A = \frac{32 M_{fA}}{\pi d^3} = 75,45 \text{ MPa} = \sigma_A^P$$

$$\sigma_{D-1}^C = \sigma_{D-1} \cdot \frac{C_S \cdot C_L \cdot C_F}{K_F} = 485,625 \text{ MPa} \qquad \left[\begin{array}{ll} C_S = 0,875 & \\ C_F = 0,925 & \text{dalle tabelle} \\ C_L = 1 & \end{array}\right]$$

EQ. RETTA GOODMAN

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_{D-1}^C} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \rightarrow \sigma_A = \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right)\sigma_{D-1}^C = 375,68 \text{ MPa}$$

$$C.S = \frac{\sigma_A}{\sigma_A^P} = 4,98 \sim 5$$



tensioni dovute al momento flettente ; $\sigma^{M_f} = \dfrac{32\,M_f}{\pi d^3}$

tensioni dovute allo sforzo normale : $\sigma^{M_f} = \dfrac{4N}{\pi d^2}$

$\sigma_{MAX}^{M_f} = 70{,}028$ MPa $\qquad \sigma_{MIN}^{M_f} = 25{,}465$ MPa

$\sigma_{MAX}^{N} = -31{,}831$ MPa $\qquad \sigma_{MIN}^{N} = -95{,}493$ MPa

$\sigma_{MAX} = 38{,}197$ MPa $\qquad \sigma_{MIN} = -70{,}028$ MPa

$\Rightarrow \sigma_m^{P} = \dfrac{\sigma_{MAX} + \sigma_{min}}{2} = -15{,}916$ MPa

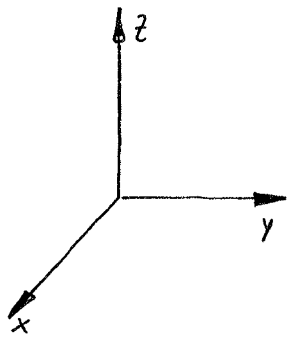
$\sigma_A^{P} = \dfrac{\sigma_{MAX} - \sigma_{min}}{2} = 54{,}113$ MPa

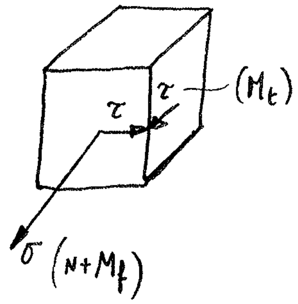
calcoliamo la tensione limite per $\sigma_m^P = -15{,}916$ MPa utilizzando l'eq. della retta di Goodman:

$\dfrac{\sigma_A^L}{\sigma_{D-1}^c} + \dfrac{\sigma_m^P}{R_m} = 1 \rightarrow \sigma_A^L = \left(1 - \dfrac{\sigma_m^P}{R_m}\right)\sigma_{D-1}^c = 187{,}85$ MPa

$\Rightarrow$ Coeff. di sicurezza : $CS = \dfrac{\sigma_A^L}{\sigma_A^P} = 3{,}5$

- Riferimento cartesiano





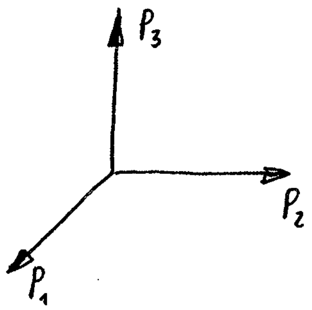
In generale T, trascurabile rispetto a M_f

$$\begin{cases} \sigma_{A,eq} = \sqrt{(\sigma_A^N + \sigma_A^{M_f})^2 + 3(\tau_A^{M_t})^2} \\ \sigma_{M,eq} = \sigma_m^N + \sigma_m^{M_f} \end{cases}$$

(VON MISES)

APPROCCIO DI SAINS
↓
BASATO SU VON MISES

- Riferimento principale



$$\begin{cases} \sigma_{A,eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{A1} - \sigma_{A2})^2 + (\sigma_{A1} - \sigma_{A3})^2 + (\sigma_{A2} - \sigma_{A3})^2} \\ \sigma_{m,eq} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} \end{cases}$$

(VON MISES)

TRESCA: $\sigma_{id} = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN}$ (PRINCIPALI)

$$\begin{cases} \sigma_{MAX,1} = \sigma_{A1} + \sigma_{M1} \\ \sigma_{MAX,2} = \sigma_{A2} + \sigma_{M2} \\ \sigma_{MAX,3} = \sigma_{A3} + \sigma_{M3} \end{cases}$$

$\sigma_{id} = \sqrt{(\sigma_{MAX}^N + \sigma_{MAX}^{M_f})^2 + 4\tau_{MAX}^2}$ (CARTESIANO

APPROCCIO SINES → FATICA TRESCA → STATICA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 90

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{N_i} = 1$$

$$\hookrightarrow N_{TOT} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{N_i}}$$

con $\alpha_i = \frac{n_i}{N_{TOT}}$ → FRAZIONE BLOCCO i-esimo

RIPARTIZIONI BLOCCO NEL CICLO

NUMERO DI BLOCCHI

- Fatica Random

In questo caso non sono individuabili dei blocchi veri e propri, per cui si ipotizza che la sequenza di carichi sia periodica dopo un certo tempo T.
Di conseguenza ci si riconduce al caso di fatica a blocchi e si risolve con la teoria di Miner (vedi esercizio 7).

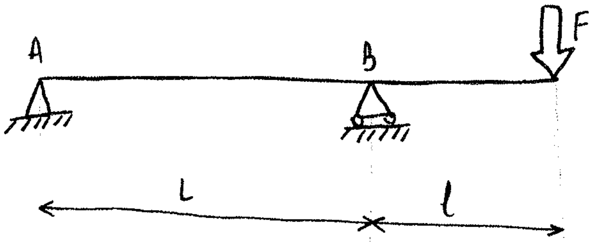
esercizio 2

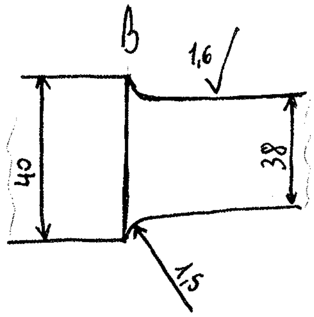
$F = 5\ kN$ $D = 45\ mm$ $d = 38\ mm$ $r = 1{,}5\ mm$ $R_a = 1{,}6\ \mu m$

$L = 180\ mm$ $l = 90\ mm$

$R_m = 900\ MPa$ $R_{p0{,}2} = 635\ MPa$ $\sigma_{D-1} = 450\ MPa$

$CS = ?$





F genera un momento flettente M_f che in B vale : $M_f = F \cdot l = 450\ Nm$

$\frac{r}{d} = 0{,}04$ $\frac{D}{d} = 1{,}18$ $\Rightarrow K_t = 2{,}05$ (dai grafici)

$q = 0{,}85$ $\Rightarrow K_f = 1{,}893$

↳ si ricava dai grafici oppure da : $q = \frac{1}{1 + \frac{A}{\sqrt{r}}}$ ↳ si ricava da grafico $[A = A(R_{p0{,}2})]$

$C_F = 0{,}96$ (da grafici) $C_S = 0{,}85$ $C_L = 1$

$$\sigma_{D-1}^{c} = \sigma_{D-1} \frac{C_F C_L C_S}{K_f} = 193{,}88\ MPa$$

$$\sigma_A^{M_f} = \frac{32 M_f}{\pi d^3} = 83{,}5\ MPa \rightarrow \sigma_{A,eq}^{P} = \sqrt{(\sigma_A^{N} + \sigma_A^{M_f})^2 + 3(\tau_A^{M_t})^2} = \sigma_A^{M_f} = 83{,}5\ MPa$$

$(M_f = F \cdot l)$

$$\sigma_m^{P} = 0$$

$$\Rightarrow C.S = \frac{\sigma_{D-1}^{c}}{\sigma^{P}} = 2{,}3$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 90

esercizio 4

$\sigma_{m1} = 360\ MPa \quad \sigma_{A1} = 100\ MPa$ | $\sigma_{D-1} = 450\ MPa \quad R_m = 1100\ MPa \quad R_{eH} = 730\ MPa$

$\sigma_{m2} = 180\ MPa \quad \sigma_{A2} = 30\ MPa$

$\sigma_{m3} = -180\ MPa \quad \sigma_{A3} = 50\ MPa$ | $CS_{STATICO}$? $\quad CS_{FATICA}$?

(1, 2, 3 → direzioni principali)

- statico:

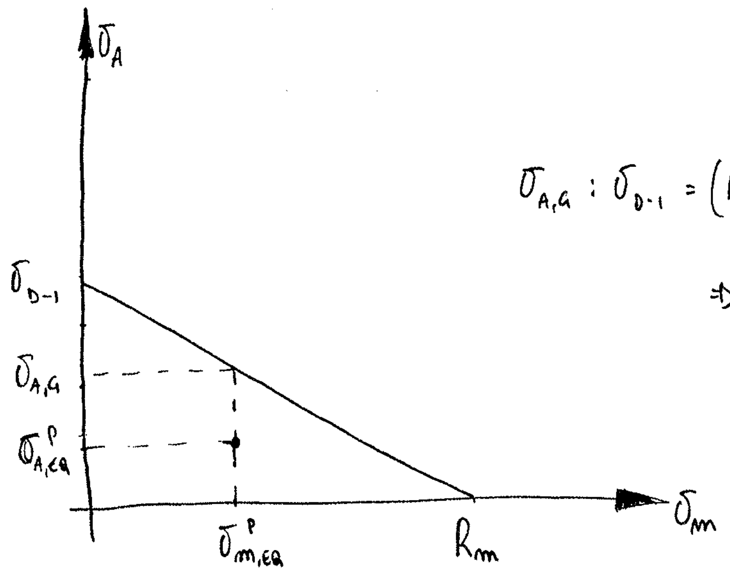
$$\left.\begin{aligned} \sigma_{MAX,1} &= \sigma_{m1} + \sigma_{A1} = 460\ MPa \\ \sigma_{MAX,2} &= \sigma_{m2} + \sigma_{A2} = 210\ MPa \\ \sigma_{MAX,3} &= \sigma_{m3} + \sigma_{A3} = -130\ MPa \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_{ID} = \sigma_1 - \sigma_3 = 590\ MPa$$

$$\Rightarrow C.S._{STATICO} = \frac{R_{eH}}{\sigma_{ID}} = 1{,}24$$

- fatica

$$\cdot\ \sigma_{A,EQ}^{P} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cancel{\sqrt{\left(\sigma_A^N + \sigma_A^{M_f}\right)^2 + 3\left(\tau_A^{M_t}\right)^2}} = 62{,}45\ MPa$$

$$\cdot\ \sigma_{m,eq}^{P} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} = 360\ MPa$$



TRIANGOLI SIMILI. SE NON CI SEI ARRIVATO, LASCIA PERDERE IL POLI

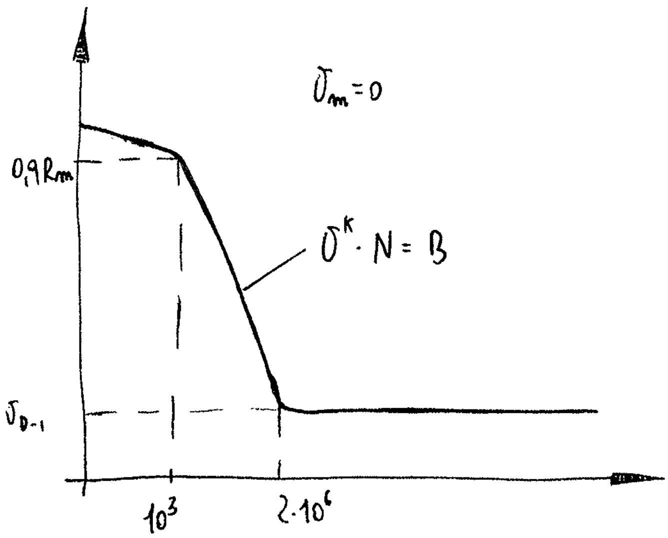
$$\sigma_{A,G} : \sigma_{D-1} = \left(R_m - \sigma_{M,EQ}^{P}\right) : R_m$$

$$\Rightarrow \sigma_{A,G} = \frac{R_m - \sigma_{M,EQ}^{P}}{R_m}\, \sigma_{D-1} = 302{,}73\ MPa$$

$$\Rightarrow C.S = \frac{\sigma_{A,G}}{\sigma_{A,EQ}^{P}} = 4{,}85$$

esercizio 6

$\sigma_m = 0 \qquad \sigma^K N = B \qquad \sigma_{D-1} = 250 \text{ MPa } (N \geq 2\cdot 10^6 \text{ cicli}) \qquad R_m = 600 \text{ MPa}$



$$K = \frac{3 + \text{Log}(2)}{\text{Log}(0{,}9 R_m) - \text{Log}(\sigma_{D-1})} = 9{,}87$$

$\Rightarrow \sigma^K \cdot N = B = 9{,}3 \cdot 10^{29}$ cicli

$\sigma_{A1} = 450$ MPa $\qquad \frac{n_1}{N} = \alpha_1 = 0{,}08$

$\sigma_{A2} = 380$ MPa $\qquad \frac{n_2}{N} = \alpha_2 = 0{,}24$

$\sigma_{A3} = 310$ MPa $\qquad \frac{n_3}{N} = \alpha_3 = 0{,}4$

$\sigma_{A4} = 290$ MPa $\qquad \frac{n_4}{N} = \alpha_4 = 0{,}08$

$\sigma_{A5} = 200$ MPa $\qquad \frac{n_5}{N} = \alpha_5 = 0{,}2$

teoria di Miner

$$N_{tot} = \frac{1}{\sum_i \frac{\alpha_i}{N_i}}$$

$$N_i = \frac{B_i}{\sigma_{A,i}^K}$$

$N_1 = 6'043{,}32$ cicli • $N_2 = 32'064{,}1$ cicli • $N_3 = 230'190{,}01$ cicli • $N_4 = 461{,}971$ cicli • $N_5 = 18'084'932{,}5$ cicli

↓

$\frac{\alpha_1}{N_1} = 1{,}32 \cdot 10^{-5} \qquad \frac{\alpha_2}{N_2} = 7{,}48 \cdot 10^{-6} \qquad \frac{\alpha_3}{N_3} = 1{,}67 \cdot 10^{-6} \qquad \frac{\alpha_4}{N_4} = 1{,}73 \cdot 10^{-7} \qquad \frac{\alpha_5}{N_5} = 1{,}11 \cdot 10^{-8}$

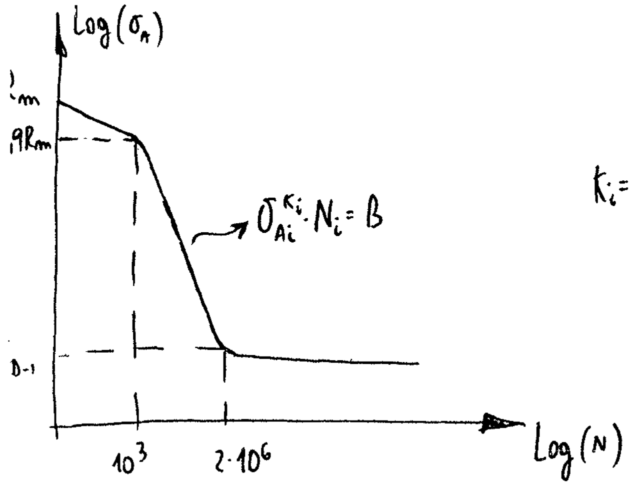
$$\Rightarrow N_{tot} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{5} \frac{\alpha_i}{N_i}} = 44'377{,}4 \text{ cicli.}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 90

Si procede quindi con una tabella:

Blocco	σ_m	σ_A	α_i	σ_{D-1}	$N_i = \infty$	K_i	N_i
1	0	360	1/6	270	×	11,26	96'368
2	245	293	1/6	265	×	11,28	644'495
3	-135	90	1/6	275	V	/	/
4	135	135	1/6	213	V	/	/
5	135	90	1/6	213	V	/	/
6	225	90	1/6	172	V	/	/

$N_i = \infty$ significa che il pezzo non si rompe a fatica, infatti è verificata nei blocchi 3, 4, 5, 6 visto che $\sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$ sono minori delle rispettive σ_{D-1}



$$K_i = \frac{3 + \mathrm{Log}(2)}{\mathrm{Log}\left[0{,}9\left(R_m - \sigma_{m,i}\right)\right] - \mathrm{Log}\left(\sigma_{D-1\,i}\right)}$$

$$\rightarrow N_1 = \frac{B}{\sigma_{A1}^K} = 96'368$$

$$\rightarrow N_2 = \frac{B}{\sigma_{A2}^K} = 644495$$

$$\cancel{B = \frac{\sigma_A^K}{N}} \quad B = \sigma_A^K \cdot N = 275^{(11{,}26)} \cdot 2 \cdot 10^6 = 5{,}86 \cdot 10^{33}$$

$\Rightarrow$ teoria di Miner: $N_{tot} = \dfrac{1}{\sum_i^2 \dfrac{\alpha_i}{N_i}} = 502'997$ cicli $= 5 \cdot 10^5$ cicli

$$\circ\ b = \sqrt{\frac{2F}{\pi L(\alpha+\beta)}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \nu_2 \\ E_1 = E_2 \\ \alpha = \dfrac{1}{\phi_{rulli}} \\ \beta_{int} = \dfrac{1}{\phi_{int}} \\ \beta_{est} = \dfrac{1}{\phi_{est}} \end{cases} \qquad \begin{cases} b = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi L(\alpha+\beta)}\cdot\dfrac{1-\nu^2}{E}} \\ p_{MAX} = \dfrac{2F}{\pi L b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \dfrac{b^2 \pi L(\alpha+\beta)E}{4(1-\nu^2)} \\ b = \dfrac{2F}{\pi L p_{max}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_{INT} = 2\dfrac{p_{MAX}}{(\alpha+\beta_{int})E}(1-\nu^2) = 0{,}292 \text{ mm} \\ F = 24'071{,}5 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b_{EST} = \sqrt{\frac{4F}{\pi L(\alpha+\beta_{EST})}\cdot\frac{1-\nu^2}{E}} = 0{,}356 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow p_{MAX,EST} = \frac{2F}{\pi L b_{EST}} = 2050{,}85 \text{ MPa}$$

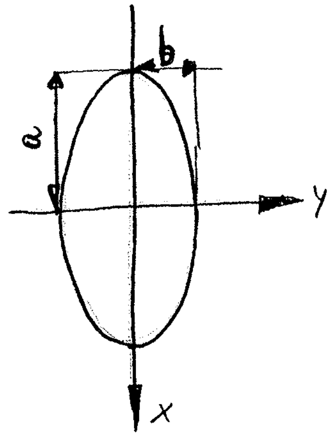
$$p_{rif} = \frac{F}{L\phi_{rulli}} = 72 \text{ MPa}$$

$$\alpha_x = \alpha_y = \frac{1}{\phi_{SFERE}} = 0{,}0625 \ \frac{1}{mm} \qquad \beta_{x,int} = \frac{1}{\phi_{int}} = 0{,}0154 \ \frac{1}{mm} \qquad \beta_{x,est} = -\frac{1}{\phi_{est}} = -0{,}0103 \ \frac{1}{mm}$$

$$\beta_{y,int} = \beta_{y,est} = -\frac{1}{\phi_{gole}} = -\frac{1}{2R_{gole}} = -0{,}06 \ \frac{1}{mm}$$

$$p_{MAX} = \frac{3}{2}\frac{F}{\pi \underbrace{ab}}$$

↳ SEMIASSI DELL'ELLISSE DI CONTATTO



$$\begin{cases} a = a^* \cdot f \\ b = b^* \cdot f \end{cases}$$

$$\cos(\tau_i) = \frac{|(\alpha_{x,i} - \alpha_{y,i}) + (\beta_{x,i} - \beta_{y,i})|}{(\alpha_{x,i} + \alpha_{y,i} + \beta_{x,i} + \beta_{y,i})} = 0{,}9348 \Rightarrow \begin{cases} a_i^* = 3{,}8 \\ b_i^* = 0{,}42 \end{cases} \text{(DA TABELLE)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_i = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{F}{\alpha_{x,i}+\alpha_{y,i}+\beta_{x,i}+\beta_{y,i}} \cdot \frac{1-\nu^2}{E}} \\ p_{MAX,i} = \frac{3}{2}\frac{F}{\pi a_i b_i} \\ a_i = f_i a_i^* \\ b_i = f_i b_i^* \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_i = f_i a_i^* \\ b_i = f_i b_i^* \\ p_{MAX,i} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi a_i^* b_i^* f_i^2} \\ f^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\alpha_{xi}+\alpha_{y,i}+\beta_{xi}+\beta_{yi}} \cdot \frac{1-\nu^2}{E} \end{cases}$$

$$\rightarrow F = \frac{2}{3} p_{MAX,i} \pi a_i^* b_i^* f_i^2 = \frac{2}{3} f_i^3 \cdot \frac{E(\alpha_{xi}+\alpha_{y,i}+\beta_{x,i}+\beta_{y,i})}{1-\nu^2}$$

$$\rightarrow f_i = \frac{p_{MAX,i}\pi a_i^* b_i^* (1-\nu^2)}{E(\alpha_{x,i}+\alpha_{y,i}+\beta_{x,i}+\beta_{y,i})} = 0{,}6785 \Rightarrow \begin{cases} a_i = 3{,}718 \ mm \\ b_i = 0{,}411 \ mm \end{cases}$$

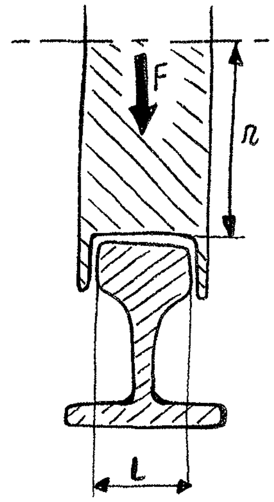
$$\Rightarrow F = 3671{,}5 \ N$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 90

sercizio 4,

acciaio $\begin{cases} E = 2\cdot 10^5\ MPa \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$ $\quad r = 150\ mm \quad L = 20\ mm \quad F = 20\ KN$

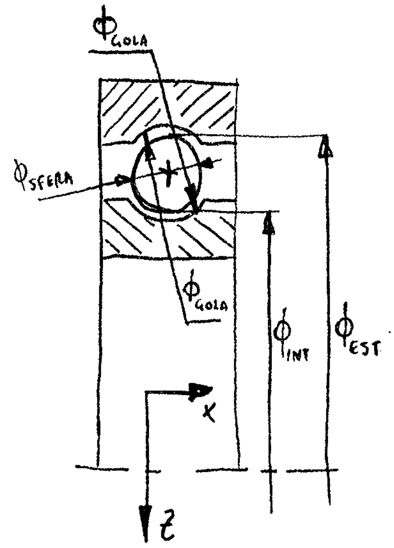
$b = ?\quad p_{MAX} = ?$

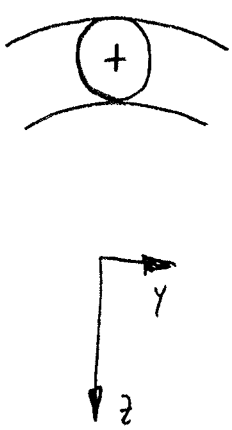


$$\left.\begin{aligned} b &= \sqrt{\frac{4F}{\pi L(\alpha_x+\beta_x)}\ \frac{1-\nu^2}{E}} \\ p_{MAX} &= \frac{2F}{\pi L B} \\ \alpha &= \frac{1}{2r} = 3{,}33\cdot 10^{-3}\ \frac{1}{mm} \\ \beta &= \frac{1}{\infty} \end{aligned}\right] \Rightarrow \begin{cases} b = 1{,}327\ mm \\ p_{MAX} = 479{,}87\ MPa \end{cases}$$

RAGGIO CURVATURA DELLA TRAVE

esercizio 5,





$a_i = 0{,}769\ mm$

$\phi_{est} = 146\ mm$

$\phi_{int} = 104\ mm$

$\phi_{sfera} = 42\ mm$

$\phi_{gola} = 43{,}68$

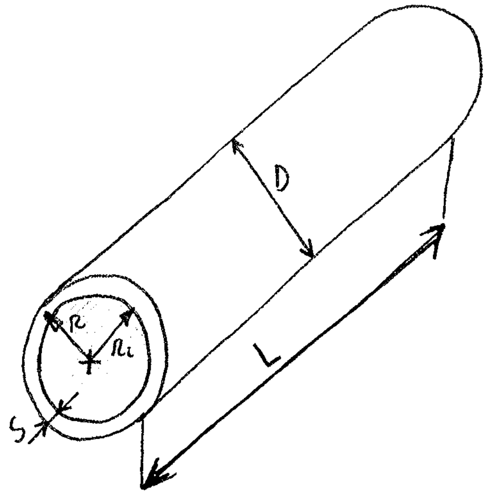
ACCIAIO $\rightarrow \begin{cases} E = 2\cdot 10^5\ MPa \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$

- F = ?
- area contatto interna?
- area contatto esterna?

- $\alpha_x = \alpha_y = \dfrac{1}{\phi_{SFERA}} = 0{,}0238\ \dfrac{1}{mm}$
- $\beta_{yi} = \dfrac{1}{\phi_{int}} = 0{,}0096\ \dfrac{1}{mm}$
- $\beta_{ye} = -\dfrac{1}{\phi_{est}} = -0{,}0068\ \dfrac{1}{mm}$
- $\beta_{xi} = \beta_{xe} = -\dfrac{1}{\phi_{gola}} = -0{,}0228\ \dfrac{1}{mm}$

ESERCITAZIONE 4

Affinché un solido sia ASSIALSIMMETRICO è necessaria l'assialsimmetria di materiale, carico e geometria del pezzo.



$\sigma_c \rightarrow$ tensione circonferenziale

$\sigma_R \rightarrow$ tensione radiale

$\sigma_z \rightarrow$ tensione assiale.

$\sigma_i = \sigma_i(r)$, $i = c, R, z$

Se $L \gg D$ allora il solido è definito come TUBO

$\Rightarrow$ tensione triassiale con σ_z in funzione dei vincoli e σ_r, σ_c in funzione di p_i, p_e (pressione interna ed esterna)

- $\frac{S}{R} > 0,1 \rightarrow$ il tubo è un TUBO SPESSO $\Rightarrow$ si usa la TEORIA DI LAMÉ
- $\frac{S}{R} < 0,1 \rightarrow$ il tubo è un TUBO SOTTILE $\Rightarrow$ si usa la TEORIA DI MARIOTTE

Se $L \ll D$ allora il solido è definito come anello

$\Rightarrow$ tensione piana con $\sigma_z = 0$

- $\frac{S}{R} > 0,1 \rightarrow$ l'anello è un ANELLO SPESSO (o DISCO)
- $\frac{S}{R} < 0,1 \rightarrow$ l'anello è un ANELLO SOTTILE

Equazioni tubo pieno

$r_i = 0 \rightarrow B = 0 \Rightarrow \sigma_c = \sigma_r = A$

Equazioni anello sottile rotante

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_c = \rho\,\omega^2 r^2 \\ \sigma_z = \sigma_r = 0 \end{array}\right\} \text{PURA ROTAZIONE} \qquad u = ? \quad u = \varepsilon_c r = \frac{\sigma_c}{E} r = \frac{\rho\,\omega^2 r^2 r}{E}$$

esercizio 1

tubo spesso in ACCIAIO $\left[\begin{array}{l} E = 2 \cdot 10^5\ MPa \\ \nu = 0{,}3 \end{array}\right.$ $\rho = 7800\ Kg/m^3$ $\alpha = 11 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{°C}$

$\phi_{int} = 300\ mm$ $\phi_{est} = 400\ mm$ ESTREMITÁ INCASTRATE

$p_{int} = 100\ MPa$ $\Delta T = 50°C$ $\sigma_{ID,i}^{VM}$ (SECONDO VON MISES)?

$$\sigma_{ID,i}^{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{c,i} - \sigma_{r,i})^2 + (\sigma_{c,i} - \sigma_{z,i})^2 + (\sigma_{r,i} - \sigma_{z,i})^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{spessore} = \frac{\phi_{est} - \phi_{int}}{2} = 50\ mm \\ \text{raggio interno} = \frac{\phi_{int}}{2} = 150\ mm \end{array}\right] \frac{s}{r} = 0{,}3 > 0{,}1 \Rightarrow \text{TUBO SPESSO, VERIFICATO.}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sigma_{r,i} = A - \frac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{c,i} = A + \frac{B}{r_i^2} \\ \sigma_z = 2\nu A - \alpha E \Delta T \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_{r,i} = -p_i = A - \frac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{r,e} = 0 = A - \frac{B}{r_e^2} \end{array}\right] \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A = \frac{B}{r_e^2} \\ B\left(\frac{1}{r_e^2} - \frac{1}{r_i^2}\right) = -p_i \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A = 128{,}57\ MPa \\ B = 5{,}14\ MN \end{array}\right.$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 90

esercizio 3

ANELLO SOTTILE ACCIAIO $\begin{cases} E = 2\cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$ $\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$ $\phi_{int} = 300$ mm $\phi_{est} = 320$ mm $S = 10$ mm

PURA ROTAZIONE $\omega = 15000$ rpm $= 1570{,}8$ rad/s

$u_e = ?$

$\sigma_{c,e} = \rho\,\omega^2 R_e^2$

$\sigma_z = \sigma_R = 0$

$$u_e = \varepsilon_c R_e = \frac{\sigma_c}{E} R_e = \frac{\rho\,\omega^2 R_e^2 R_e}{E} = 394\cdot 10^{-6}\ m = 394\ \mu m$$

esercizio 4

ALBERO PIENO ACCIAIO $\begin{cases} E = 2\cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$ $R = 150$ mm

tensione radiale di trazione $\rightarrow$ $u_e = 70\ \mu m$

$\sigma_z = 0$

σ_c al centro?

$\sigma_c = \sigma_R = A$

$$u_e = \varepsilon_c R_e \rightarrow \varepsilon_c = \frac{1}{E}\left(\sigma_c - \nu\left(\sigma_R + \underbrace{\sigma_z}_{=0}\right)\right) + \underbrace{\alpha\Delta T}_{=0} = \frac{1}{E}(1-\nu)A$$

$$\Rightarrow u_e = \frac{A}{E}(1-\nu) R_e \rightarrow A = \frac{u_e E}{(1-\nu) R_e} = \sigma_c = 133{,}33 \text{ MPa}$$

esercizio 6

TUBO SPESSO ACCIAIO $\begin{cases} E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$ ESTREMI INCASTRATI $r_e = 130$ mm $r_i = 100$ mm $p_i = 8$ MPa

$\sigma_z = ?$

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \dfrac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A - \dfrac{B}{r^2} \\ \sigma_z = 2\nu A - \underbrace{\alpha E \Delta T}_{\to 0} \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma_{r,i} = -p_i = A - \dfrac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{r,e} = 0 = A - \dfrac{B}{r_e^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{B}{r_e^2} \\ B\left(\dfrac{1}{r_e^2} - \dfrac{1}{r_i^2}\right) = -p_i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 11{,}59 \text{ MPa} \\ B = 195{,}94 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma_z = 2\nu A = 6{,}97 \text{ MPa}$$

esercizio 7

TUBO ESTREMITA LIBERE IN ACCIAIO $\begin{cases} E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \end{cases}$ $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \dfrac{1}{°C}$

$r_i = 100$ mm $r_e = 200$ mm $u_{ir} = 0{,}05$ mm $\Delta T = ?$

$s = 100$ mm $\dfrac{s}{r_i} = 1 \gg 0{,}1 \Rightarrow$ il tubo é SPESSO

$$\begin{cases} \sigma_c = A - \dfrac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A + \dfrac{B}{r^2} \\ \sigma_z = A \end{cases} \qquad \begin{cases} \sigma_{r,i} = -p_i = 0 = A + \dfrac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{r,e} = -p_e = 0 = A + \dfrac{B}{r_e^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 0 \text{ MPa} \\ B = 0 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_c = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_r = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_z = 0 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$u_{ir} = \varepsilon_c r_i$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{E}\left[\sigma_c - \nu(\sigma_r + \sigma_z)\right] + \alpha \Delta T = \alpha \Delta T$$

$$\Rightarrow u_{ir} = \alpha \Delta T r_i \rightarrow \Delta T = \frac{u_{ir}}{\alpha r_i} = 41{,}67 \text{ °C}$$

Perdite di interferenza

La perdita di interferenza può essere causata da vari fattori:

- rugosità: $\Delta i^R = 2 \cdot 0{,}4\,(Ra_A + Ra_M)$
- dilatazione volumica: $\Delta i^T = D_c(\alpha_M - \alpha_A)\Delta T$
- rotazione: $\Delta i^\omega = 2(u^\omega_{M,i} - u^\omega_{A,e}) = 2\,\dfrac{D_i \rho \omega^2 D_e^2}{8E} \Rightarrow \Delta i^\omega = \dfrac{D_i \rho \omega^2 D_e^2}{4E}$

per sicurezza si mette $u^\omega_{A,e} = 0$ (ANELLI SOTTILI → CUSCINETTI)

Interferenza effettiva in servizio

$$i_{eff} = i_{min} - \underbrace{(\Delta i^R + \Delta i^T + \Delta i^\omega)} > i_{NEC}$$

i_{min}: interferenza minima nominale derivante dalle tolleranze di accoppiamento

$(\Delta i^R + \Delta i^T + \Delta i^\omega)$: perdite di interferenza

i_{NEC}: interferenza necessaria a trasmettere il moto

$i_{eff} > i_{NEC}$ → COPPIA TRASMESSA

$i_{eff} < i_{NEC}$ → STRISCIAMENTO

Interferenza di progetto

Nel progettare un calettamento albero mozzo, si deve tenere conto delle perdite di interferenza, per cui si ha che:

$$i_p = i_{NEC} + \Delta i^R + \Delta i^T + \Delta i^\omega$$

i_p: interferenza di progetto

esercizio 2

mozzo calettato su albero $D_A = 50$ mm $i_{NOM} = 25\,\mu m$

$Ra_A = 5\,\mu m$ $\delta_A = 4{,}8 \cdot 10^{-6}\ \frac{mm^2}{N}$

$Ra_M = 4\,\mu m$ $\delta_M = 2{,}8 \cdot 10^{-5}\ \frac{mm^2}{N}$

pressione di forzamento?

$$i = 2\left(\delta_M \frac{D_c}{2} p + \delta_A \frac{D_c}{2} p\right) \rightarrow i = Dp(\delta_A + \delta_M) \rightarrow p = \frac{i}{D_c(\delta_M + \delta_A)}$$

$$i = i_{NOM} - \Delta i^R$$

$$\Delta i^R = 2 \cdot 0{,}4 (Ra_A + Ra_M) = 7{,}2\ \mu m$$

$i = 17{,}8\,\mu m$

$p = 10{,}85$ MPa

esercizio 3

ruota dentata in ACCIAIO $\left[\begin{array}{l} E = 2 \cdot 10^5\ MPa \\ \nu = 0{,}3 \end{array}\right.$ $m = 4$ $z = 30$ $b = 40$ mm (LARGHEZZA DI FASCIA)

$C = 250$ Nm $\omega = 2500$ rpm $= 261{,}8\ \frac{rad}{s}$

$D_c = 30$ mm $f = 0{,}2$ c.s = 1,5

$i = ?$

$$C.S. = \frac{p_{NEC}}{p_{PROG}} \qquad m = \frac{d}{z} \Rightarrow d = 120\ mm$$

$$p_{PROG} = \frac{2C}{\pi D_c^2 b f} = 22{,}1\ MPa \Rightarrow p_{NEC} = C.S.\, p_{PROG} = 33{,}15\ MPa$$

esercizio 5

Puleggia in Al $\begin{cases} E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \\ \alpha^* = 23 \cdot 10^{-6} \frac{1}{°C} \end{cases}$ montata su albero in ACCIAIO $\begin{cases} E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0{,}3 \\ \alpha^* = 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{°C} \end{cases}$

(MOZZO) (ALBERO PIENO)

$D_c = 50 \text{ mm}$ $D_{M,e} = 90 \text{ mm}$ $L = 100 \text{ mm}$

$Ra_A = Ra_M = 4 \mu m$ $C = 600 \text{ Nm}$ $f = 0{,}2$

1) i_{NEC} per trasmettere C con C.S. = 1,5 ?

δ_A : ALBERO → TUBO PIENO ⇒ $B = 0$ ⇒ $\begin{cases} \sigma_c = \sigma_R = A \\ \sigma_z = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} u_{A,e} = -p_{NEC} \dfrac{D_c}{2} \delta_A = -p_{NEC} R_c \delta_A \\ u_{A,e} = \varepsilon_{cA,e} \dfrac{D_{A,e}}{2} = \varepsilon_{cAe} R_c \\ \varepsilon_{cA,e} = \dfrac{1}{E_A} \Big[\underset{A}{\sigma_{c,A,e}} - \nu_A \big(\underset{0}{\sigma_{z,A}} + \underset{A}{\sigma_{R,A,e}} \big) \Big] + \underbrace{\alpha \Delta T}_{0} = \dfrac{A_A}{E_A} (1 - \nu_A) \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{A,e} = \frac{A_A}{E_A}(1-\nu_A) \cancel{R_c} = -p_{NEC} \cancel{R_c} \delta_A \rightarrow \delta_A = -\frac{A_A(1-\nu_A)}{E_A \cdot p_{NEC}}$$

$$\text{c.c.} \rightarrow \sigma_{R,e} = A_A = -p_{NEC} \Rightarrow \delta_A = \frac{1-\nu_A}{E_A} = 3{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{mm^2}{N}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 90

i) $\sigma_{ID,M,i}^{TR} = ?$ $C.S. = 1,5$ (Si chiede la tensione equivalente secondo Tresca e, in seguito, di trovare un materiale che permetta $C.S = 1,5$)

$$C.S = \frac{R_{P02}}{\sigma_{eq}^{TR}} \Rightarrow R_{P02} \geq C.S. \cdot \sigma_{ID,M,i}^{TR}$$

$$\sigma_{ID,M,i}^{TR} = \sigma_{MAX} - \sigma_{MIN} = \sigma_{C,M,i} - \sigma_{R,M,i}$$

poiché è una verifica statica, consideriamo le considerazioni peggiori

$\Rightarrow p_{MAX} = i_{MAX}$

$$i_{MAX} = t_{MAX,A} - t_{MIN,M} = 70 - 0 = 70 \ \mu m$$

$$i_{MAX} = p_{MAX} D_c (\delta_M + \delta_A) \Rightarrow p_{MAX} = \frac{i_{MAX}}{D_c(\delta_A + \delta_M)} = 40,23 \ MPa$$

$\Rightarrow$ Ricalcoliamo $\sigma_{R,M,i}$ e $\sigma_{C,M,i}$:

- $\sigma_{R,M,i} = -p_{MAX} = A - \frac{B}{R_i^2} \rightarrow B\left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2}\right) = p_{MAX} \rightarrow B = p_{MAX} \frac{R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$

- $\sigma_{R,M,e} = 0 = A - \frac{B}{R_e^2} \rightarrow A = \frac{B}{r_e^2} = p_{MAX} \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} = A$

- $\sigma_{C,M,i} = A + \frac{B}{R_i^2} \rightarrow \sigma_{C,M,i} = 2A + p_{MAX} = p_{MAX}\left(2 \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} + 1\right)$

$\frac{B}{R_i^2} = A - \sigma_{R,M,i} = A + p_{MAX}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{R,M,i} = -p_{MAX} \\ \sigma_{C,M,i} = 2A + p_{MAX} \\ A = p_{MAX} \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{ID,M,i}^{TR} = \sigma_{C,M,i} - \sigma_{R,M,i} = 2(A + p_{MAX})$$

- $i'_{MAX} = 86 - 0 = 86\ \mu m$

- $p'_{MAX} = \dfrac{i_{MAX}}{D_c(\delta_A + \delta_M)} = 49{,}1\ MPa$

- $\sigma^{TR'}_{ID,M,i} = 2\,p_{MAX}\left(\dfrac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} + 1\right) = 142\ MPa$

- $R'_{p02,MIN} = C.S. \cdot \sigma^{TR}_{ID,M,i} = 213\ MPa$

Si verifica se $R'_{p02,MIN}$ è ancora verificato per il materiale scelto prima: se il materiale ha un $R_{p02} > R'_{p02,MIN}$ è ancora valido e non serve cambiarlo, in caso contrario è necessario scegliere un nuovo materiale.

$$L_{10} = a_1 a_{23} \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

- $p = \begin{cases} 3 \rightarrow \text{CUSCINETTI A SFERE} \\ \frac{10}{3} \rightarrow \text{CUSCINETTI A RULLI} \end{cases}$

- $P = \begin{cases} X F_R + Y F_A & \text{se } \frac{F_A}{F_R} \geq e \\ F_R & \text{se } \frac{F_A}{F_R} < e \end{cases}$

- $\begin{cases} X = f_X\left(f_0 \frac{F_A}{C_0}\right) \\ Y = f_Y\left(f_0 \frac{F_A}{C_0}\right) \\ e = f_e\left(f_0 \frac{F_A}{C_0}\right) \end{cases} \rightarrow f_0, C_0$ da catalogo

durata in ore: $L_{10,h} = L_{10} \cdot \frac{10^6}{\omega \cdot 60}$

durata secondo SKF: $L_{10,m} = a_1 \cdot a_{SKF} \left(\frac{C}{P}\right)^p$

si sostituisce a_{23} con a_{SKF} dove $a_{SKF} = f_{a_{SKF}}\left(K; \eta_c \frac{P_u}{P}\right)$

con $\begin{cases} K = \frac{\nu}{\nu_1} \\ \eta_c \rightarrow \text{fattore di contaminazione} \\ P_u \rightarrow \text{carico limite a fatica (CATALOGO)} \end{cases}$

ν → viscosità cinematica in servizio

ν_1 → viscosità cinematica richiesta

Esercizio 2

$C_0 = 137 \text{ kN} \quad F_R = 80 \text{ kN} \quad F_A = 55 \text{ kN} \quad X_0 = 0{,}5 \quad Y_0 = 0{,}4 \quad S_0 = ?$

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0} = \frac{C_0}{\max\left[0{,}5 \cdot 80'000 + 0{,}4 \cdot 55'000 \; ; \; 80'000\right]} = \frac{137 \text{ kN}}{80 \text{ kN}} = 1{,}71$$

Esercizio 3

Cuscinetto a rulli. $F_R = 18'000 \text{ N} \quad \omega = 5'000 \text{ rpm} = 523{,}6 \ \frac{rad}{s}$

$C_0 = 36'500 \text{ N} \quad C = 40'200 \text{ N} \quad a_1 = a_{23} = 1$

$S_0 = ? \quad L_{10} = ? \quad L_{10,h} = ?$

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0} = \frac{C_0}{F_R} = 2{,}03$$

$$L_{10} = a_1 a_{23} \left(\frac{C}{P}\right)^p = \left(\frac{40{,}2 \text{ kN}}{18 \text{ kN}}\right)^{\frac{10}{3}} = 14{,}5 \text{ (MILIONI DI CICLI)}$$

$$L_{10,h} = L_{10} \cdot \frac{10^6}{\omega \cdot 60} = 14{,}5 \cdot \frac{10^6}{5000 \cdot 60} = 48{,}53 \text{ h} = 48 \text{ h } 30' \text{ (CIRCA)}$$

esercizio 5

cuscinetto a sfere ($p = 3$) appellativo 6012 :

$$\begin{cases} C = 30'700\ N \\ C_0 = 23'200\ N \\ f_0 = 16 \\ P_m = 980\ N \end{cases}$$

$F_R = 3 F_A$

$$P = \begin{cases} F_R & \text{se } \frac{F_A}{F_R} < e \\ X F_R + Y F_A & \text{se } \frac{F_A}{F_R} < e \end{cases}$$

BLOCCO	F_A	F_R	$f_0 \frac{F_A}{C_0}$	e	X	Y	P	$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$
1	4000	12'000	2,76	$\geq$ 0,34	/	/	12'000	16,74
2	3000	9000	2,07	0,34	/	/	9'000	39,69
3	2000	6000	1,38	0,3	0,56	1,45	6'260	117,95
4	1000	3000	0,689	0,26	0,56	1,71	3'390	742,7

$u_i = \frac{n_i}{n_{tot}}$ $\quad n_i = \alpha_i \omega_i$

279 = 407

Blocco	α	ω	n	u
1	0,2	1000	200	0,12
2	0,4	1500	600	0,35
3	0,2	2000	400	0,24
4	0,2	2500	500	0,29

$n_{tot} = 1700$

$$L_{10,TOT} = \frac{1}{\sum_i \frac{u_i}{L_{10,i}}} = 54,32$$ (MILIONI DI CICLI

$$\ell_{10,i} = u_i L_{10,TOT}$$

$$L_{10,h} = \sum_i \frac{10^6}{60 \cdot \omega} \ell_{10,i} = 534 \text{ hours.}$$

esercizio 7

cuscinetto radiale a sfere ($p = 3$). $\omega = 600$ rpm $\begin{cases} C = 12'400 \\ C_0 = 12'700 \\ f_0 = 17 \end{cases}$

BLOCCO	u_i	F_R	F_A	$\frac{F_A}{F_R}$	$f_0 \frac{F_A}{C_0}$	e	X	Y	P	$L_{10,i}$
1	0,2	3500	1500	0,429	2	0,33	0,56	1,31	3925	31,5
2	0,3	5000	2500	0,5	3,35	0,38	0,56	1,15	5675	10,4
3	0,4	7500	3500	0,467	4,69	0,41	0,56	1,07	7945	3,8
4	0,1	10'000	6000	0,6	8,03	0,44	0,56	1	11600	1,2

Si applica la Teoria di Miner: $L_{10,TOT} = \dfrac{1}{\sum_i \dfrac{u_i}{L_{10,i}}} = 4,5$ (MILIONI DI CICLI)

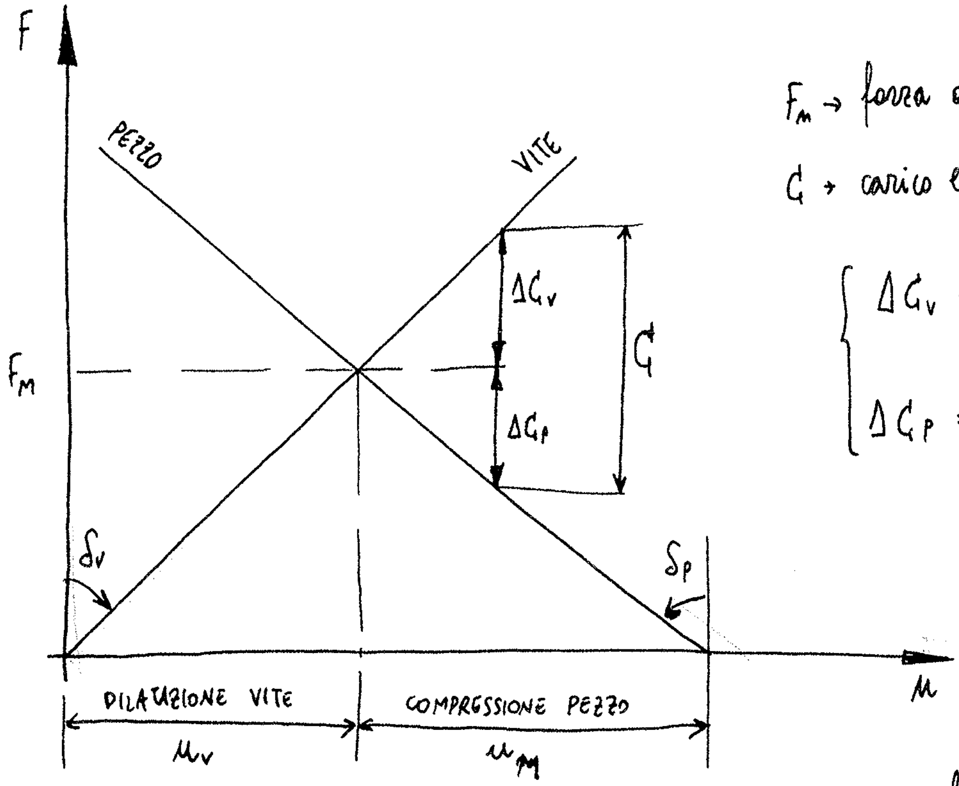
$$L_{10,h} = \frac{10^6}{\omega \cdot 60} L_{10,TOT} = 125 \text{ ore}$$

- classe vite $X.Y \rightarrow \begin{cases} R_{p02} = X \cdot Y \cdot 10 \\ R_m = X \cdot 100 \end{cases}$ esempio : vite classe 8.8 $\Rightarrow$ $R_{p02} = 640$ MPa, $R_m = 800$ MPa

- montaggio vite : $\sigma_{ID,v,M} = \chi R_{p02}$ $\chi = 0,9$

↳ tensione ideale sulla vite al montaggio

- diagramma di interferenza



$F_M \rightarrow$ forza di montaggio

$G \rightarrow$ carico esterno in servizio

$$\begin{cases} \Delta G_v = G \dfrac{\delta_p}{\delta_v + \delta_p} \\ \Delta G_p = G \dfrac{\delta_v}{\delta_v + \delta_p} \end{cases}$$

- deformabilità vite : $\delta_v = \dfrac{1}{E_v} \cdot \sum_{i=1}^{N} \dfrac{l_{v,i}}{A_{v,i}}$

- $l_{v,i}$: lunghezza tratto i-esimo
- $A_{v,i}$: sezione del tratto i-esimo
- N : tratti con diverso diametro.
- $l_v = l + 0,4d$ (SOTTOTESTA/VICINO DADO)
  $l_v = l$ (LONTANO DA SOTTOTESTA/DADO)

- deformabilità pezzo : $\delta_p = \dfrac{1}{A_p} \sum_{i=1}^{N} \dfrac{L_{p,i}}{E_{p,i}}$

esercizio 1

$E = 2 \cdot 10^5$ MPa $\quad d = 24$ mm $\quad l = 180$ mm

frazione di carico vite?

$$\delta_v = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{E_v A_v} \qquad K_p = 2K_v \text{ (rigidezza pezzo doppia rispetto a vite)}$$

$$\delta_p = \frac{1}{K_p} = \frac{1}{2EA}$$

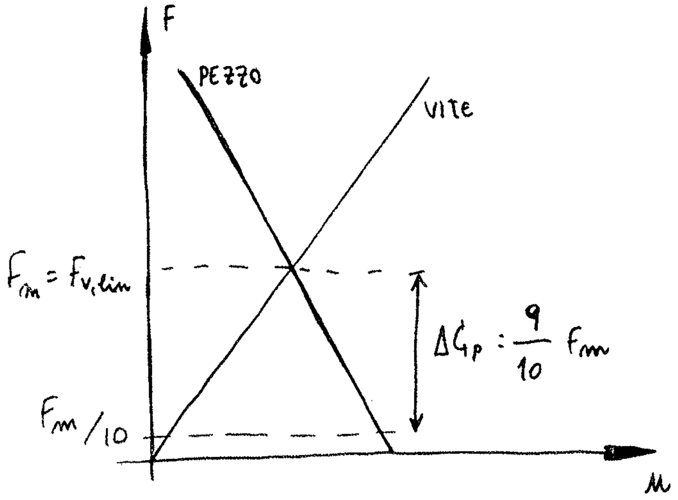
$$\Rightarrow \Delta C_v = C \frac{\delta_p}{\delta_p + \delta_v} = C \frac{\delta_p}{\delta_p + 2\delta_p} = \frac{1}{3} C$$

$$\frac{\Delta C_v}{C} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta C_v = 33{,}3\ \%\ \text{di } C$$

Esercizio 2

$K_p = 4K_v \qquad F_m = F_{v,lim} = 10'000$ N

carico esterno tale da ridurre carico residuo sul pezzo a $\frac{1}{10}$ del valore di montaggio?



$$K_p = 4K_v \Rightarrow \delta_p = \frac{1}{4}\delta_v$$

$$\Delta C_p = C \frac{\delta_v}{\delta_p + \delta_v} = \frac{4}{5} C$$

$$\Delta C_p = \frac{9}{10} F_m = \frac{4}{5} C$$

$$\Rightarrow C = \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{4} F_m = 11'250 \text{ N}$$

esercizio 3

vite M14 10.9 $\begin{cases} R_{p02} = 900 \text{ MPa} \\ R_m = 1000 \text{ MPa} \end{cases}$ $I = 1{,}6$ $\Delta i = 10 \mu m$

$\delta_v = 4.8 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$ $\delta_p = 1.8 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$ $C = 21'000 \text{ N}$ $F_{v,lim} = F_m = 50'000 \text{ lim}$

$F_{P,min}$?

$$\Delta C_p = \frac{\delta_v}{\delta_p + \delta_v} C = 15'272{,}73 \text{ N}$$

$$C_{P,min} = \frac{F_m}{I} - \frac{\Delta i}{\delta_p + \delta_v} - \Delta C_p$$

$$\frac{F_m}{I} = 31'250 \text{ N}$$

$$\Rightarrow C_{PMIN} = 14'462 \text{ N}$$

$$\frac{\Delta i}{\delta_p + \delta_v} = 1515 \text{ N}$$

esercizio 5

carico su vite dato da $\sigma_{cost} = 50 \text{ MPa}$
$\sigma(t) = 0 \div 100 \text{ MPa}$

serraggio genera tensione assiale $= 0{,}7 R_{eH}$

vite classe 10.9 $\begin{cases} R_{eH} = 900 \text{ MPa} \\ R_m = 1000 \text{ MPa} \end{cases}$

σ_{media} a fatica?

$$\sigma_{MAX} = \sigma_{cost} + \sigma_{ASSIALE} + \sigma(t)_{MAX} = 50 + 100 + 900 \cdot 0{,}7 = 780 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{MIN} = \sigma_{cost} + \sigma_{ASSIALE} + \sigma(t)_{MIN} = 50 + 0 + 900 \cdot 0{,}7 = 680 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{media} = \frac{\sigma_{MAX} + \sigma_{MIN}}{2} = 730 \text{ MPa}$$

esercizio 6

vite esercizio precedente. $\delta_p = 6,3 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N}$ $\delta_v = 2,1 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$

$C(t) = 0 \div 25000\ N$ $C.S._{FATICA}$?

$$\Delta\sigma_{MAX} = \frac{\Delta C_{v,MAX}}{A_N} \qquad \sigma_{v,AMM} = 488\ MPa$$

$$\Delta C_{v,MAX} = C_{MAX} \frac{\delta_p}{\delta_v + \delta_p} = 5769\ N \rightarrow \Delta\sigma_{MAX} = 36,7\ MPa$$

$$\sigma_m = \sigma_{\cancel{v},AMM} + \frac{\Delta\sigma_{MAX}}{2} = 506\ MPa$$

$$\sigma_A = \frac{\Delta\sigma_{MAX}}{2} = 18,4\ MPa$$

$$\frac{\sigma_m}{R_{p02}} = 0,79 \rightarrow \text{da DIAGRAMMA}: \sigma_D = 106\ MPa \Rightarrow C.S. = \frac{0,9\,\sigma_D}{\sigma_A} = 5.2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 90

$$C_{p,MIN} = \frac{F_M}{I} - \frac{\Delta i}{\delta_v + \delta_p} - \Delta C_p$$

$$\Delta C_p = \frac{C}{16} \frac{\delta_v}{\delta_p + \delta_v}$$ (il 16 è perché ci sono 16 bulloni)

$\Delta i = 16\ \mu m$ (da TABELLA)

- $\delta_v = \frac{1}{E_v} \sum_{i=1}^{M} \frac{l_{v,i}}{A_{v,i}}$

$M = 2$

$$\begin{cases} l_{v,1} = l_1 + 0{,}4d = 65{,}2\ mm \\ d_1 = d = 18\ mm \\ l_1 = l - l_{v,f} = 58\ mm \end{cases}$$

$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} = 254{,}46\ mm^2$

$$\begin{cases} l_{v,2} = l_2 + 0{,}4d = 28{,}55\ mm \\ d_2 = d_m = 16{,}376\ mm \\ l_2 = l_P - l_1 = 22\ mm \end{cases}$$

$A_2 = \frac{\pi d_m^2}{4} = 210{,}64\ mm^2$

$\Rightarrow \delta_v = 1{,}97 \cdot 10^{-6}\ \frac{mm}{N}$

- $\delta_p = \frac{1}{A_p} \sum_{i=1}^{N} \frac{l_{p,i}}{E_{p,i}}$

$A_p = f\left(\frac{D_p}{d_{et}}\right)$ se $1 \leq \frac{D_p}{d_{et}} \leq 3$

$\frac{D_p}{d_{et}} = 1{,}85 \Rightarrow A_p = \frac{\pi}{4}\left(d_{et}^2 - d_{foro}^2\right) + \frac{\pi}{8}\left(0{,}2\, d_{et}\, l_p^* + \frac{l_p^*}{100}\right)$

$l_p^* = \min\left[l_p\,;\, 8d\right]$

$\Rightarrow A_p = 454{,}72\ mm^2$

$\Rightarrow \delta_p = \frac{L_p}{E_p A_p} = 0{,}88 \cdot 10^{-6}\ \frac{mm}{N}$

$\Rightarrow \Delta C_p = 8640{,}35\ N$

$\frac{\Delta i}{\delta_v + \delta_p} = 5614{,}04\ N$

$\frac{F_m}{I} = 64\,207{,}14\ N$

$\Rightarrow C_{p,MIN} = 50\ kN$

verifica a fatica:

$$F_{V,MIN} = F_M + \Delta C_{V,MIN}$$

$$\Delta C_{V,MIN} = \frac{C_{MIN}}{16} \frac{\delta_P}{\delta_V + \delta_P} = 2895 \text{ N} \Rightarrow F_{V,MIN} = 105'626 \text{ N}$$

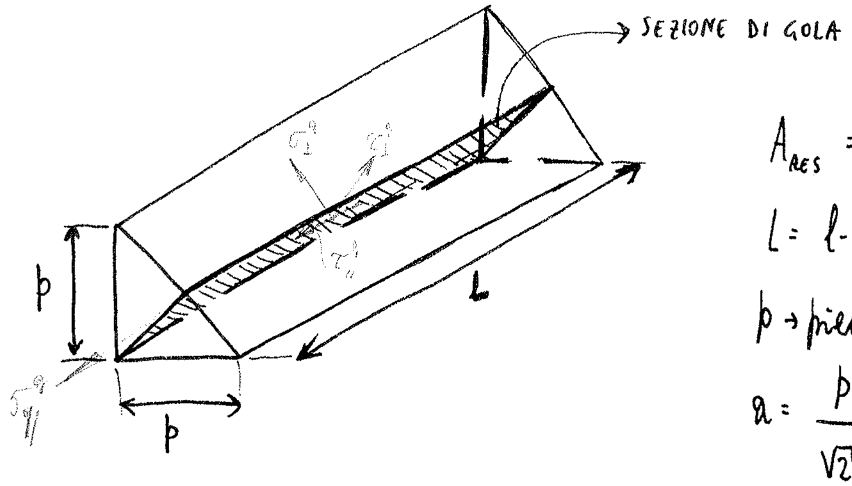
$$\sigma_{V,MAX} = \frac{4 F_{V,MAX}}{\pi d_N^2} = 618 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{V,MIN} = \frac{4 F_{V,MIN}}{\pi d_N^2} = 604 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{A,V} = \frac{\sigma_{V,MAX} - \sigma_{V,MIN}}{2} = 7 \text{ MPa} \quad \sigma_{M,V} = \frac{\sigma_{V,MAX} + \sigma_{V,MIN}}{2} = 611 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_M}{R_{p02}} = 0{,}68 \Rightarrow \sigma_D = 46 \text{ MPa} \quad (\text{DA TABELLE})$$

VERIFICA: $\sigma_{A,V} < \sigma_D \cdot 0{,}9$? $7 < 41{,}4$? SI $\Rightarrow$ VERIFIED !



$A_{RES} = L \cdot a$

$L = l - 2a$

$p \rightarrow$ piede cordone

$a = \frac{p}{\sqrt{2}}$ (se simmetrico)

$\sigma_{//}^{g}$ NON si considera

verifica statica: $\begin{cases} \sqrt{\sigma_{\perp}^{g\,2} + 3\left(\tau_{\perp}^{g} + \tau_{//}^{g}\right)^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} \\ \sigma_{\perp}^{g} \leq 0{,}9 \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \end{cases}$

$f_u \rightarrow$ carico rottura

$\gamma_{M2} = 1{,}25$ (C.S)

$\beta_w \rightarrow$ fattore di correlazione (TABELLE)

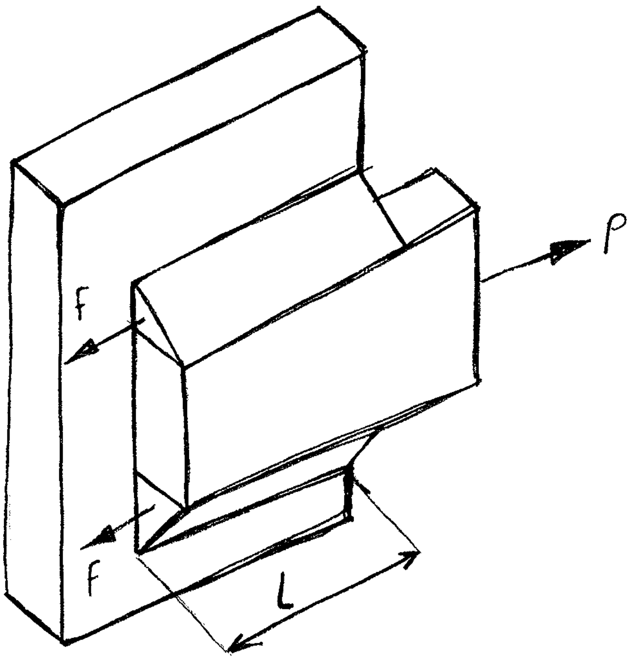
Sollecitazioni con carichi:

ESEMPIO:

$\tau_{//} = \frac{F}{La} = \frac{P}{2La}$

$L \rightarrow$ lunghezza del cordone

$F = \frac{P}{2} \Leftrightarrow$ equilibrio alla traslazione



Si procede sempre in questo modo, ossia con semplici equilibri.

$$\tau_{\parallel}^{g} = \frac{F_{\parallel}}{a \cdot L} = \frac{F}{2 \cdot a \cdot L} = 12 \text{ MPa}$$

Da Eurocode 3: $\sqrt{\sigma_{\perp}^{g2} + 3(\tau_{\perp}^{g2} + \tau_{\parallel}^{g2})} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$

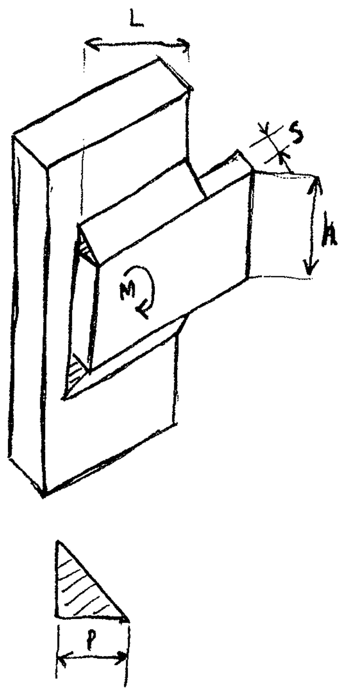
$f_u = R_m = 360$ MPa (DA TABELLE PER ACCIAIO S235)

$$\Rightarrow \sqrt{60^2 + 3(60^2 + 12^2)} \leq \frac{360}{0{,}8 \cdot 1{,}25} \rightarrow 122 < 360 \quad \checkmark$$

$$\sigma_{\perp}^{g} \leq \frac{0{,}9 f_u}{\gamma_{M2}} \rightarrow 60 \leq 259 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$ GIUNTO VERIFICATO STATISTICAMENTE

esercizio 2



$h = 100$ mm $\quad s = 12$ mm $\quad p = 12$ mm $\quad L = 80$ mm $\quad$ S235

M_{MAX} ?

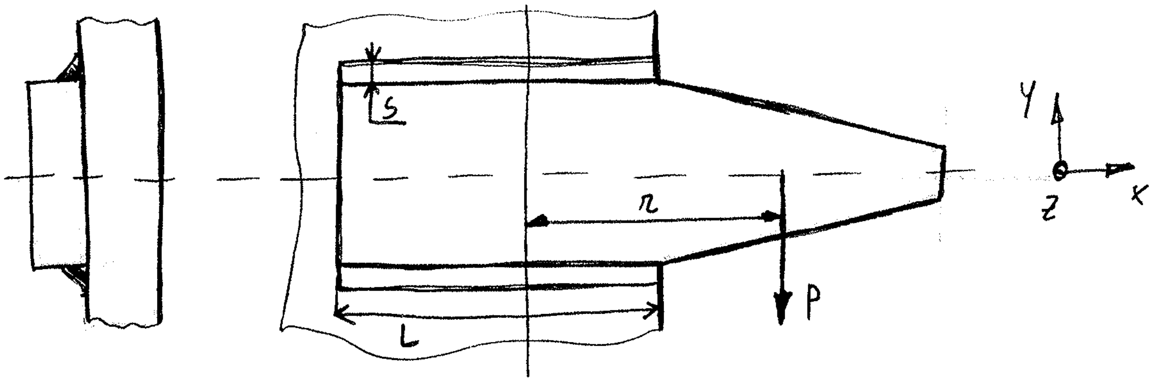
$$F_{\parallel} \cdot h = M$$

$$\tau_{\parallel}^{g} = \frac{F_{\parallel}}{L\, a} = \frac{F_{\parallel}}{L \cdot \frac{s}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}\, M}{s\, h\, L}$$

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^{g2} + 3(\tau_{\parallel}^{g2} + \tau_{\perp}^{g2})} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} \rightarrow \sqrt{3 \tau_{\parallel}^{g2}} = \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

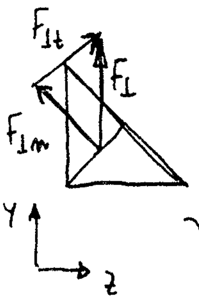
$$\Rightarrow M = \frac{f_u \cdot s \cdot h \cdot L}{\sqrt{6}\, \beta_w \gamma_{M2}} = 14'109 \text{ Nm}$$

esercizio 4



ACCIAIO S275 $r = 500$ mm $h = 180$ mm $L = 240$ mm $s = 18$ mm

$2F_\perp = P \qquad F_{//} \cdot h = P \cdot r \qquad \Rightarrow \begin{cases} F_\perp = \dfrac{P}{2} \\ F_{//} = \dfrac{P \cdot r}{h} \end{cases} \qquad a = \dfrac{s}{\sqrt{2}} = 12{,}73$ mm



SEZIONE DI GOLA

$$\begin{cases} F_{\perp t} = F_\perp \sin(45) = \dfrac{P}{2}\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ F_{\perp n} = F_\perp \cos(45) = \dfrac{P}{2}\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\tau_{//}^{g} = \frac{F_{//}}{L \cdot a} = \frac{P \cdot r}{h L \cdot a}$$

$$\sigma_\perp^{g} = \frac{F_{\perp n}}{L \cdot a} = \frac{\sqrt{2} P}{4 L a}$$

$$\tau_\perp^{g} = \frac{F_{\perp t}}{L \cdot a} = \frac{\sqrt{2} P}{4 L a}$$

$$\sqrt{\sigma_\perp^{g2} + 3\left(\tau_{//}^{g2} + \tau_\perp^{g2}\right)} \le \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

$\gamma_{M2} = 1{,}25$

$f_u = R_m = 430$ MPa
$\beta_w = 0{,}85$] da tabelle

$\Rightarrow P_{MAX} = 254{,}2$ KN Si verifica facilmente che $\sigma_\perp^{g} \le 0{,}9 \dfrac{f_u}{\gamma_{M2}}$

ESERCITAZIONE 9

Relazione tra forza (o momento) e spostamento:

$$F = K \cdot f$$

$$M = K \cdot \theta$$

Energia immagazzinata (in caso di caratteristica lineare)

$$W = \frac{F \cdot f}{2}$$

Costante di rigidezza (BARRA DI TORSIONE)

- $\tau_{MAX} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F \cdot r}{\pi d^3 / 16}$
- $\theta = \frac{M_t \cdot l}{G I_p} = \frac{F \cdot r \cdot l}{G \frac{\pi d^4}{32}}$
- $f = \theta \cdot r = \frac{32 F \cdot r^2 \cdot l}{G \pi d^4}$
- $K = \frac{F}{f} = \frac{\pi G d^4}{32 r^2 l}$

Molla ad elica cilindrica:

$$\tau_{MAX} = \lambda' \frac{F r}{\pi d^3/16} = \lambda' \frac{8FD}{\pi d^3} = \lambda' \frac{8Fc}{\pi d^2}$$

- $c = \frac{D}{d}$

D → diametro elica

d → diametro filo

- $\lambda' = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0{,}615}{c}$ (COEFF. DI WAHL)

Spire efficaci:

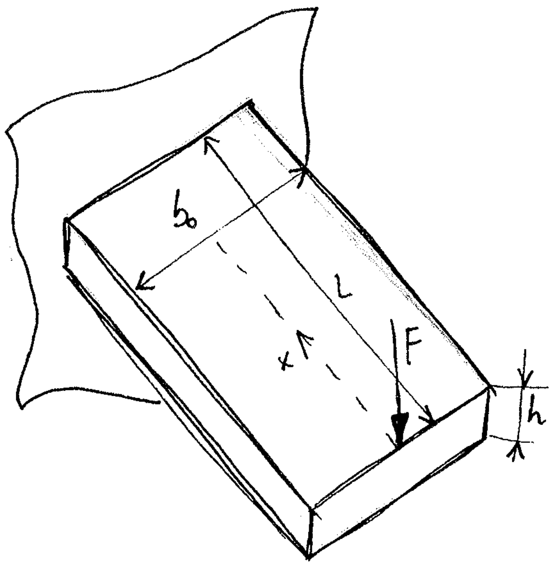
$$f = \lambda'' \frac{8Fc^3 i}{GD}$$

se $c = 7 \div 12$ si ha $\lambda'' = 1$

$$\Rightarrow i = \frac{Gd}{8c^3 K} \qquad K = \frac{Gd}{8c^3 i}$$

Molle a lamina

Sono utilizzate quando c'è poco spazio per farle operare, sono sollecitate a flessione e i loro schemi elementari sono basati sulle travi incastrate.



$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{Fx}{\frac{b_0 h^2}{6}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{MAX} = \frac{6F \cdot l}{b_0 h^2}$$

La molla non utilizza appieno il materiale ($\sigma \neq cost$): per fare questo, e quindi avere $\sigma = \frac{Fx \cdot 6}{bh^2} = cost$ si può procedere in due modi:

1) spessore parabolico : $h^2 = x$

2) pianta triangolare : $b = x$

In genere si preferisce 2 per minori problemi costruttivi.

Si semplifica ulteriormente il tutto usando lamine trapezie.

esercizio 2

$D = 30\ mm \quad d = 5mm \quad i = 3 \quad \lambda' = 1{,}25$

FORMATA A CALDO $\quad G = 80'000\ MPa \quad R_m = 1230\ MPa \quad R_{p02} = 1020\ MPa \quad f_0 = 2mm \quad \Delta f = 6mm$

$C.S._{statico}$?

FORMATA A CALDO $\Rightarrow \tau_{NOM} \leq 0{,}9 \dfrac{R_{p02}}{\sqrt{3}} = \tau_{AMM}$

$$k = \frac{G d}{8 c^3 i} = 77{,}16 \frac{N}{mm}$$

$$F_{MAX} = K f_{MAX} = K(f_0 + \Delta f) = 617{,}28\ N$$

$$F_{MIN} = K f_{MIN} = K f_0 = 154{,}32\ N$$

$$\tau_{NOM,MAX} = \frac{8 F D}{\pi d^3} \lambda' = 471{,}57\ MPa$$

$$\tau_{AMM} = 0{,}9 \frac{R_{p02}}{\sqrt{3}} = 530{,}01\ MPa$$

$$C.S._{statica} = \frac{\tau_{AMM}}{\tau_{NOM}} = 1{,}124$$

Esercizio 5

molla ad elica formata a freddo. $G = 80\,000$ MPa $\quad \Delta\tau_0 = 450$ MPa $\quad b_d = 1 \quad b_\tau = 0,27$

$D = 30$ mm $\quad d = 5$ mm

$F_{min} = 154$ N $\quad F_{MAX} = 617$ N

$$C = \frac{D}{d} = 6 \Rightarrow \lambda' = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C} = 1,2525$$

$$\lambda'' = 1 + \frac{0,5}{C} = 1,083$$

$$\Delta\tau_{NOM} = \lambda' \frac{\Delta F 8 D}{\pi d^3} = 354,41 \text{ MPa}$$

$$\tau_{MIN} = \lambda'' \frac{8 F_{min} D}{\pi d^3} = 101,96 \text{ MPa}$$

verifica a fatica: $\Delta\tau_{NOM} \leq \Delta\tau_{AMM} = b_d \Delta\tau_0 - b_\tau \Delta\tau_{MIN} = 422,47$ MPa

$$\Rightarrow C.S._{FATICA} = \frac{\Delta\tau_{AMM}}{\Delta\tau_{NOM}} = 1,192$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 90

esercizio 7

$m = 18'000$ kg 4 molle laminate a freddo estremità semplici e molate

$d = 58$ mm $C = 11 \rightarrow D = 638$ mm $\alpha = 6°$ $K_{TOT} = 440 \frac{N}{mm}$ $G = 78'500$ MPa

carico ripartito uniformemente

i_{eff}? k_{molla}? verificare $f_{MAX,ES} < f_{PACCO}$. F_{PACCO}?

$$K_{TOT} = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \Rightarrow K_i = \frac{K_{TOT}}{4} = 110 \frac{N}{mm}$$

$$i_{eff} = \frac{G d^4}{8 D^3 K} = 3,887 \Rightarrow i = 4 \Rightarrow K_{eff} = \frac{G d^4}{8 D^3 i} = 106,89 \frac{N}{mm}$$

$$F_{ES} = \frac{m \cdot g}{4} = 44'145 \text{ N} \Rightarrow f = \frac{F_{ES}}{k} = 412,96 \text{ mm}$$

$\alpha \rightarrow$ angolo inclinazione spire : $\tan(\alpha) = \frac{p}{\pi \cdot D} \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{p}{\pi \cdot D}\right) =$

$$\downarrow$$

$$p = \pi \cdot D \cdot \tan(\alpha) = 210,66 \text{ mm}$$

$L_0 = i \cdot p = 842,67$ mm (DA TABELLA)

$L_{PACCO} = i \cdot d = 232$ mm (DA TABELLA)

$$f_{PACCO} = L_0 - L_{PACCO} = 610,66 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow F_{PACCO} = k f_{PACCO} = 65'273 \text{ N}$$