NUMERO: 1590A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Neirotti

MATERIA: Meccanica delle Macchine. Prof.Pastorelli

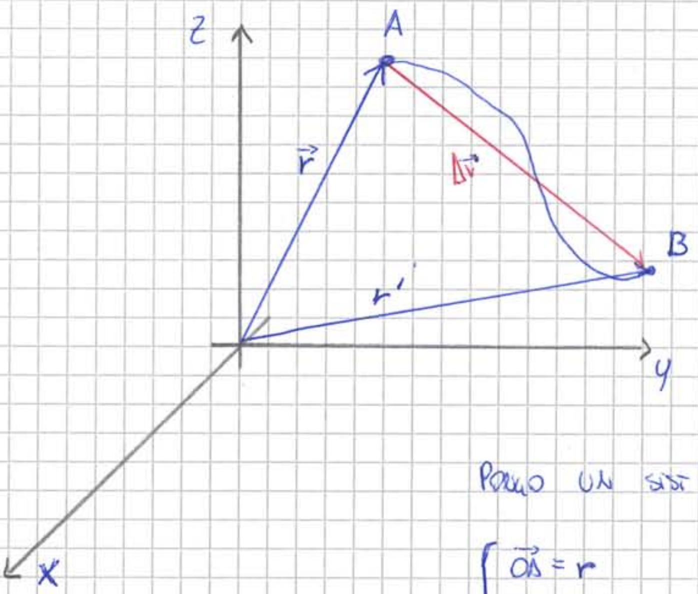
5/03/2014

CINEMATICA

STUDIO DEL MOTO DEI CORPI

- CINEMATICA DI UN CORPO PUNTIFORME

DIMENSIONE DEL CORPO TRASCURABILE IN SENSO RELATIVO.



PONGO UN SIST DI RIFERIMENTO = 3 ASSI CARTESIANI

$$\begin{cases} \vec{OA} = r \\ \vec{OB} = r' \\ \vec{r}' = \vec{r} + \Delta\vec{r} \end{cases}$$

$\vec{r}$: VETTORE POSIZIONE , VARIA NEL TEMPO DURANTE UN MOTO GENERICO

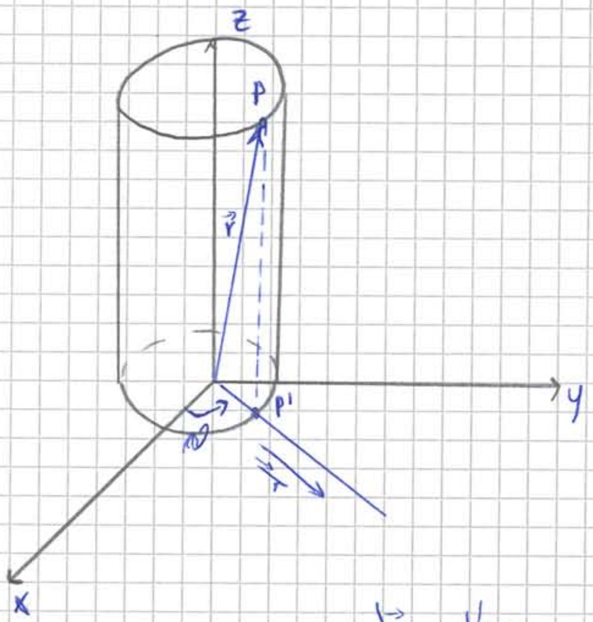
Δt TEMPO $A \to B$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$ HA LA STESSA DIREZIONE DI $\Delta\vec{r}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 332

Se P si muove $\Rightarrow$ $\begin{cases} \vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \\ \vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \end{cases}$

2) COORDINATE CILINDRICHE

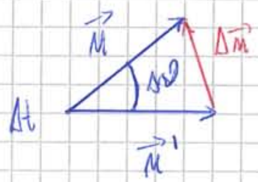


$\left.\begin{array}{l} \vartheta \text{ parte da } x \\ \overline{OP'} \text{ (scalare)} \\ \overline{P'P} \text{ (scalare)} = z \end{array}\right\} \overrightarrow{OP}$

$\vec{\lambda}$ versore di direzione variabile,

(1b) • DERIVATA DI UN VERSORE

Un versore può cambiare direzione



$\dfrac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$] $\Rightarrow$ misurato sul piano di rotazione

$\dfrac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}$] $\Rightarrow$ $\perp$ al piano in cui avviene la rotazione

(mano dx x verso)

$$\vec{OP} = \vec{r} = \vec{OP'} + \vec{PP'} = \bar{r}\vec{\lambda} + z\vec{k}$$

- $$\vec{v} = \dot{r}\vec{\lambda} + r\underbrace{(\vec{\omega} \times \vec{\lambda})}_{= \dot{\vartheta}\vec{\mu}} + \dot{z}\vec{k}$$

- $$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{\lambda} + (r\ddot{\vartheta} + 2\dot{r}\dot{\vartheta})\vec{\mu} + \ddot{z}\vec{k}$$

Moto Rettilineo

$$\begin{cases} \vec{x} = x\vec{\lambda} \\ \vec{v} = \dot{x}\vec{\lambda} \\ a = \ddot{x}\vec{\lambda} \end{cases}$$

MRUA

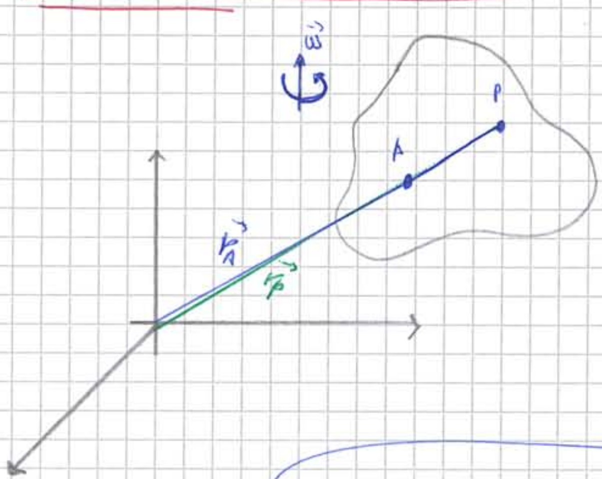
$a = cost$

$$dv = a\,dt \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a\,dt \rightarrow v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v\,dt \Rightarrow x(t) = x_0 + v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}a\,\Delta t^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 332

Cinematica del corpo rigido



$\vec{AP} = \vec{r}_{AP}$

$|\vec{AP}| = cost$ = corpo rigido

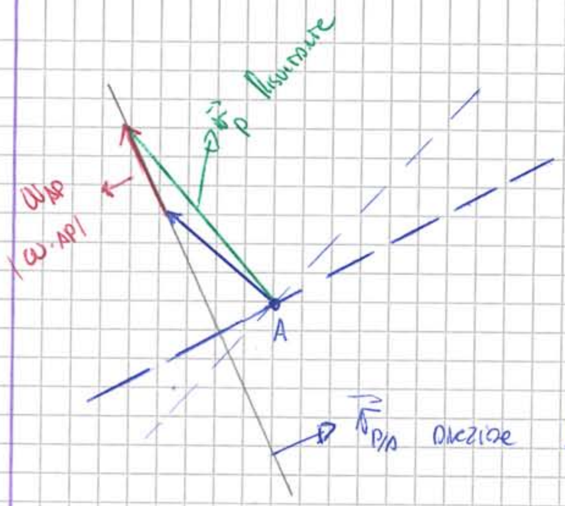
$$\underbrace{\vec{r}_P = \vec{r}_A + \vec{r}_{PA}}$$

$$\frac{d\vec{r}_P}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{PA}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{AP} = \vec{v}_A + \vec{v}_{P/A}}$$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_o + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{AP} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{AP})$$

$$= \vec{a}_o + \vec{a}_{P/A}$$



$\rightarrow \vec{v}_{P/A}$ direzione $\perp$ ad $\overline{AP}$

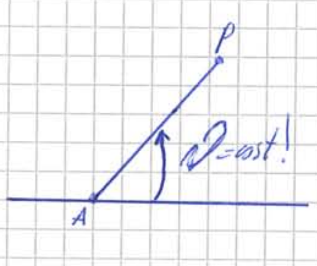
Stesso giro con $\vec{a} = \vec{a}_a + \vec{a}_{P/A\,\vec{t}} + \vec{a}_{P/A\,\vec{n}}$

// AP	$\perp$ AP
verso $\dot{\vec{\omega}}$	P→A
$\dot{\omega}\overline{AP}$	$\omega^2\overline{AP}$

(7/03/2014)

Moto traslatorio di un corpo rigido in moto piano

Il corpo si muove con $\begin{cases} \vec{\omega} = 0 \\ \dot{\vec{\omega}} = 0 \end{cases}$

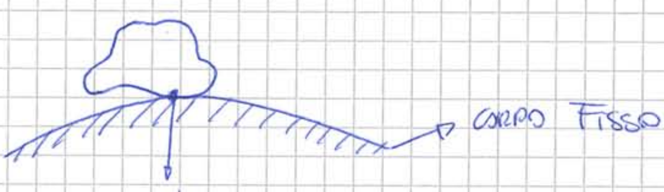


Il segmento di riferimento non cambia orientamento

$$\begin{cases} \vec{v}_P = \vec{v}_A \\ \vec{a}_P = \vec{a}_a \end{cases}$$

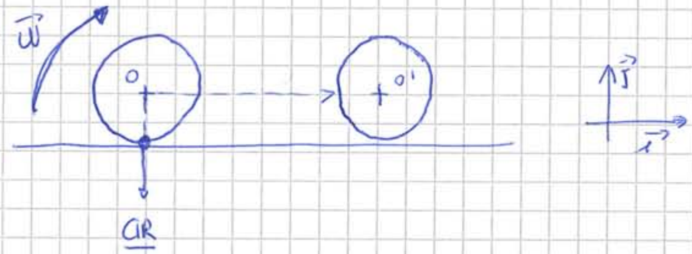
$\forall$ coppia A-P

• ROTOLAMENTO PURO



Nel punto di contatto non c'è moto relativo tra i due corpi $\Rightarrow$ CIR

ES RUOTA



O è a dist cost dal piano

- $|\vec{v}_0| = \omega \overline{OC} = \omega \frac{d}{2} \quad \forall t$

- $\vec{a}_0 = \underbrace{\vec{a}_C}_{v=0} + \vec{a}_{O/C\,\vec{t}} + \vec{a}_{O/C\,\vec{n}}$

istantaneamente

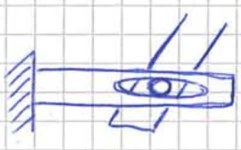
$\Downarrow$

$$\begin{cases} \vec{a}_0 = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}} \frac{d}{2} \vec{i} - \vec{\omega}^2 \frac{d}{2} \vec{j} \\ \vec{a}_0 = \frac{dv}{dt} = \dot{\vec{\omega}} \frac{d}{2} \vec{i} \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{a}_C = \omega^2 \frac{d}{2} \vec{j}}$$

3) <u>Appoggio scorrevole</u>



Vincoli ↕

Liberi ↔ ↻

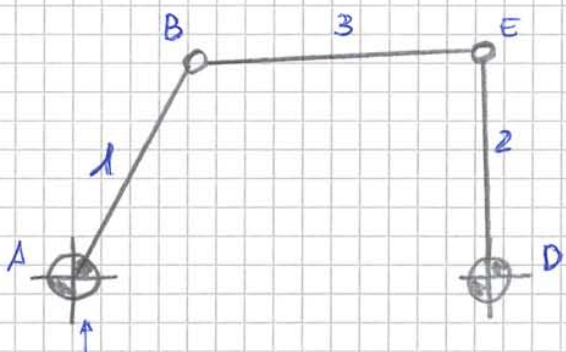
4) <u>Incastro</u>

Vincoli ↔ ↕ ↻

Liberi ∅

<u>Es</u> (PR 1,4,4)

Quadrilatero Articolato



$t=0$

Vincolo sul piano del foglio

Ho 3 corpi $g=9$

$v = 4 \cdot 2 = 8$

1 volta labile

⇓

1 info. determino tutto il sistema

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 332

$$\vec{v}_E = \vec{v}_B + \vec{v}_{E/B}$$

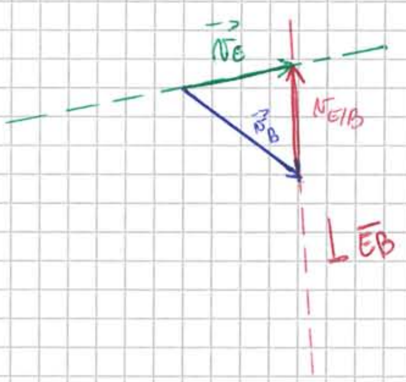
$\downarrow$ TUTTO NOTO $\downarrow$

$\perp \overline{DE}$ $\perp \overline{BE}$

$$\vec{v}_E = \underbrace{\vec{v}_D}_{=0} + \vec{v}_{E/D} = \underset{?}{\omega_2}\, DE$$

$\Downarrow$

TRACCIO UN GRAFICO CON LE INFO CHE HO



SOMMO A $\vec{v}_B$ $\vec{v}_{E/B}$
NE SO LA DIREZIONE

SO CHE $\vec{v}_E$ È $\perp \overline{DE}$

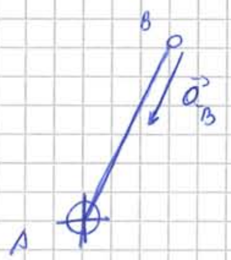
$\downarrow$

PASSA PER IL PUNTO DI APPLICAZIONE POICHÉ È IL RISULTATO DI UNA COMPOSIZIONE VETTORIALE

CON LA REGOLA DEL ▱ POSSO DET. VERSO E MODULO GRAFICAMENTE

$\vec{\omega}_2$? $\omega_2 = \frac{v_E}{DE}$

$\vec{\omega}_3$? $\omega_3 = \frac{\vec{v}_{E/B}}{BE}$



$\vec{\omega}_1 = \text{cost}$

$\dot{\omega}_1 = 0$

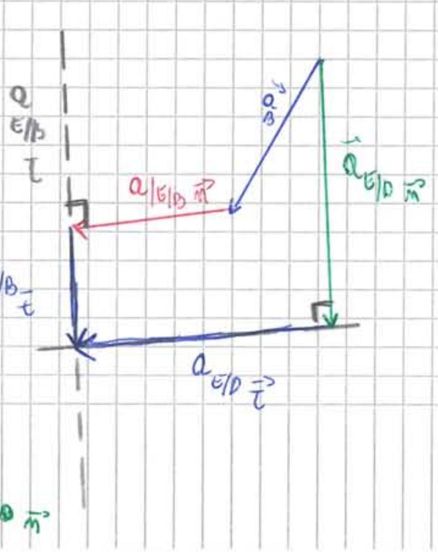
$$\vec{a}_B = \underbrace{\cancel{\vec{a}_A}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\vec{a}_{B/A_{\vec{t}}}}}_{=0} + \vec{a}_{B/A_{\vec{n}}}$$

$$\begin{cases} a_B = \omega_1^2 \overline{AB} \\ \text{Diretta da } B \to A \end{cases}$$

$\vec{a}_E$ si può vedere dal punto di vista di 3 e 2

$$\vec{a}_B + \vec{a}_{E/B_{\vec{t}}} + \vec{a}_{E/B_{\vec{n}}} = \vec{a}_E = \underbrace{\cancel{\vec{a}_D}}_{=0} + \vec{a}_{E/D_{\vec{t}}} + \vec{a}_{E/D_{\vec{n}}}$$

$\vec{a}_B$	$\vec{a}_{E/B_{\vec{t}}}$ (DA 3)	$\vec{a}_{E/B_{\vec{n}}}$	$\vec{a}_{E/D_{\vec{t}}}$ (DA 2)	$\vec{a}_{E/D_{\vec{n}}}$
// $\overline{BA}$	⊥ EB	// EB	⊥ ED	// ED
B→A	?	E→B	?	E→D
$\omega_1^2 AB$	$\dot{\omega}_3 \overline{BE}$?	$\omega_3^2 EB$	$\dot{\omega}_2 \overline{ED}$?	$\omega_2^2 ED$
OK				



V

PONGO LE DIREZ che CONOSCO

SOMMO $\vec{a}_{E/B_{\vec{n}}}$

SOMMO (A PUNTA DI $\vec{a}_B$) $a_{E/D_{\vec{n}}}$

$$\vec{a}_{P\,ASS} = \underbrace{\vec{a}_{P\,TR}}_{\vec{a}_{O'} + \vec{a}_{P/O'_{\tau}} + \vec{a}_{P/O'_{\vec{n}}}} + \vec{a}_{P\,REL} + \underbrace{\vec{a}_{P\,coriolis}}_{= 2(\vec{\omega}_{TR} \times \vec{v}_{P\,rel})}$$

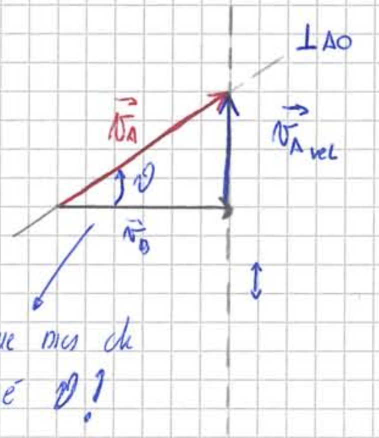
DOPO es Vepe

14/03

FACCIO L'ESPLOSO DELLA MACCHINA

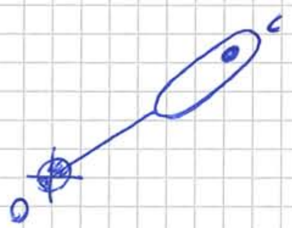
$$\vec{v}_A = \vec{v}_{B\,trasc} + \vec{v}_{A\,relativa}$$

	$\vec{v}_A$	$\vec{v}_{B\,trasc}$	$\vec{v}_{A\,relativa}$
d	$\perp AO$	$\leftrightarrow$	$\updownarrow$
M	$\omega\, AO$	v_B	?
V	?	$\rightarrow$	?



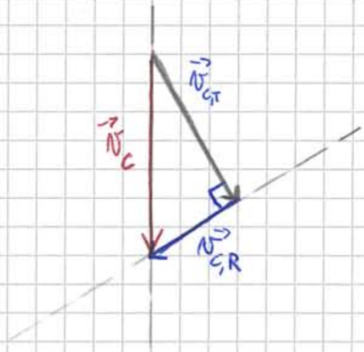
Come mai che è ϑ?

$$\begin{cases} v_A = \dfrac{v_B}{\cos\vartheta} \quad (\text{DA DISEGNO}) \\ v_A = \omega\, AO \Rightarrow \omega = \dfrac{v_A}{\omega} \\ v_{AR} = v_A \, tg\vartheta = v_B \, tg\vartheta \end{cases}$$



$$\vec{v}_C = \vec{v}_{C\,trasc} + \vec{v}_{C\,rel}$$

	$\vec{v}_C$	$\vec{v}_{C\,trasc}$	$\vec{v}_{C\,rel}$
d	$// CE$	$\perp CO$	$// CO$
M	?	$\omega\, CO$	?
V	?	$\searrow$	?



$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C_T} + \vec{a}_{C_R} + \vec{a}_{CC}$$

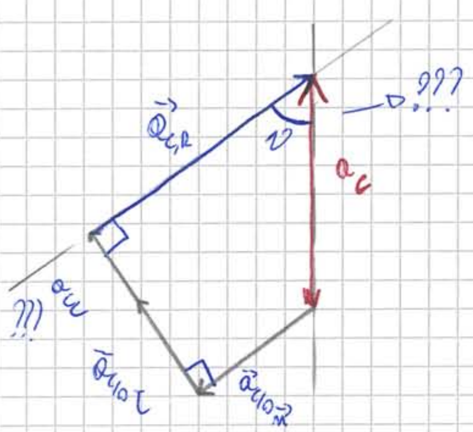
$$\vec{a}_C = \left(\vec{a}_{C/O_{\vec{\tau}}} + \vec{a}_{C/O_{\vec{n}}}\right)_T + \vec{a}_{C_R} + \underbrace{\vec{a}_{cc}}$$

$\longrightarrow 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{CR}$

$|\;| = 2\omega v_{CR}$

d ???

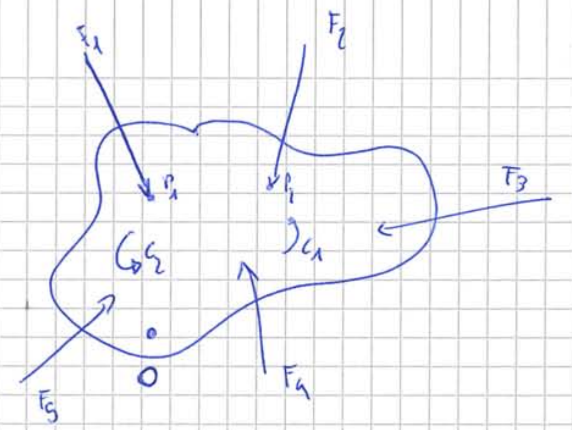
	$\vec{a}_C$	$\vec{a}_{C/O_{\vec{\tau}}}$	$\vec{a}_{C/O_{\vec{n}}}$	$\vec{a}_{C_R}$
d	// CE	⊥ CO	// CO	// CO
M	?	$\dot{\omega}$ CO	ω^2 CO	?
V	?	↑	C→O	?



Trapezio rettangolo

$$a_C = \frac{a_{cc} + a_{C/O_\tau}}{\cos\vartheta}$$

$$a_{CR} = a_{C/O_{\vec{n}}} + \left(a_{cc} + a_{C/O_\tau}\right) \operatorname{tg}\vartheta \qquad ???$$



(A)

$$\begin{cases} \sum_i \vec{F}_i = 0 = \vec{R} \\ \sum_j \left(\left[\overrightarrow{OP_j} \times \vec{F}_j \right] + C_j \right) = 0 \end{cases}$$

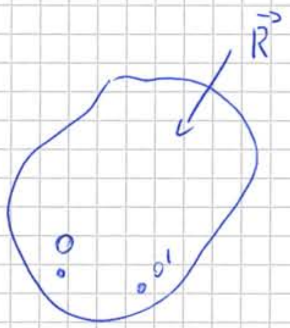
O, punto qualsiasi (1)

coppie di forze

! Azioni esterne !

Equilibrio statico $\Rightarrow \vec{R} = 0$

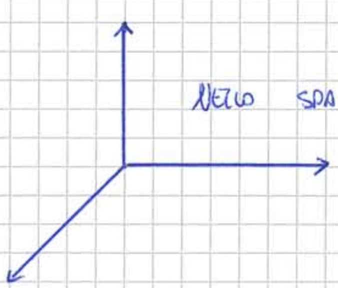
Dimostro (1)



M_O di $\vec{R}$

$$M'_O = \underbrace{M_O + (\vec{R} \times OO')}_{\text{qualsiasi O va bene ....}}$$

Le (A) sono Equaz. Vettoriali!

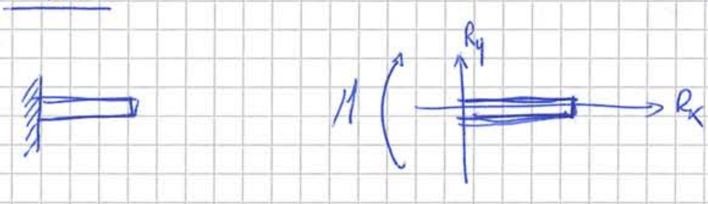


Nello spazio $g=6$

3 eq. scalari di equilibrio di forze

3 eq. " " " " momento

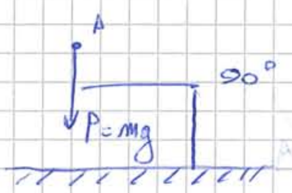
4) INCASTRO



12/03/2014

• FORZA PESO

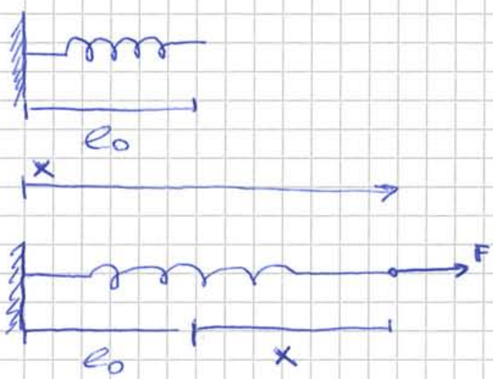
Corpo puntiforme → $P = m \cdot g$



Se abbiamo un corpo rigido, il peso è applicato nel baricentro

FORZE ELASTICHE

Molle → elementi meccanici di massa trascurabile



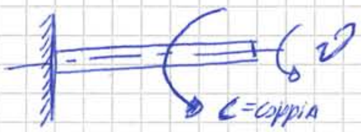
$\underbrace{F = Kx}$

dipende solo dall'allungamento relativo

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \dots + \frac{1}{K_n}$$ "SOMMA DELLE CEDEVOLEZZE"

CASO PARTICOLARE

MOLLA TORSIONALE



$$C = \underbrace{K_\vartheta}_{\text{Rigidezza torsionale}} \vartheta$$

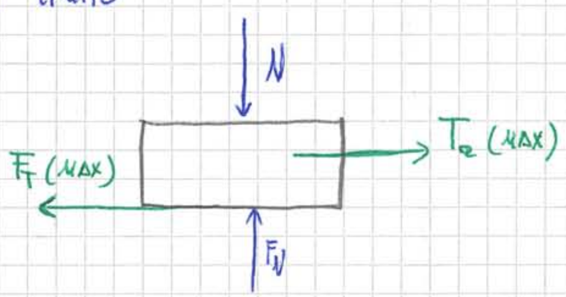
Forze resistenti agenti su corpi in movimento

Forze d'attrito

NB F_T nasce solo se c'è T_a in causa

¡ CONDIZIONE DI ADERENZA !

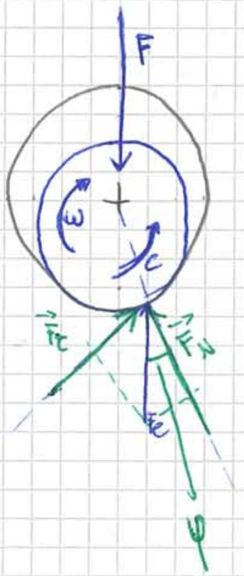
- Aderenza limite



- Limite

$$\begin{cases} F_T(MAX) = T_a(MAX) \\ F_T(MAX) = f_a \cdot F_N \end{cases}$$

f_a → coeff. attrito statico o coeff. di aderenza



$\vec{F_t}$ = COMPONENTE DI ATTRITO

$\vec{F} = \vec{F_c}$ XO COMBIA IL PUNTO DI APPLICAZIONE!

$$\boxed{F_t = F_N f = F_N \, tg \, \varphi}$$

DA ORIGINE AD UNA COPPIA

C = coppia = $\vec{F_t} R$

SIA $\begin{cases} \rho = \text{RAGGIO DEL CERCHIO IMMAGINARIO DI ATTRITO} \\ \rho = r \cdot \sin \varphi \end{cases}$

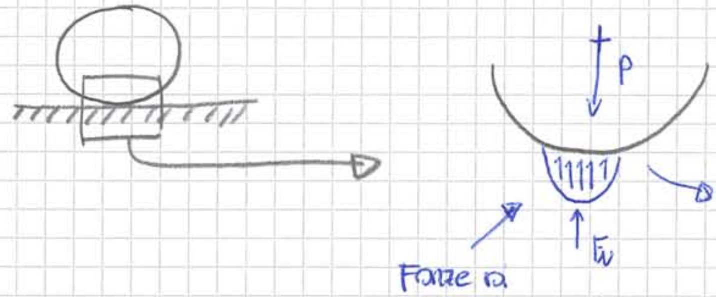
Rivedi bene

[(Nb)! VEDI ESERCIZIO] !!!!

Vedi esercizi x teoria

26/03/2014

ATTRITO VOLVENTE

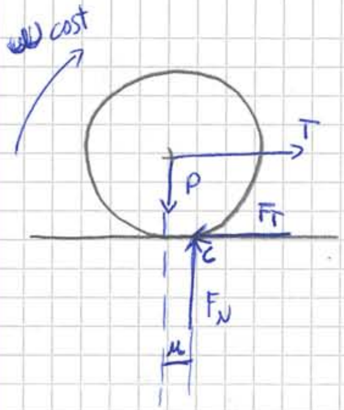


NON C'È MOTO

Hp CORPO INDEFORMABILE

FORZE DI CONTATTO (PRESSIONI)

UNIF. DISTRIBUITE



(Nero liscio u trascurabile)

$$\begin{cases} \rightarrow & T = F_T \\ \uparrow & P = F_N \\ \circlearrowleft C & T \cdot r = P \cdot u \end{cases}$$

Rotolamento puro $\iff$ $F_T \leq f_a F_N$

$$\boxed{T = P \frac{u}{r}}$$

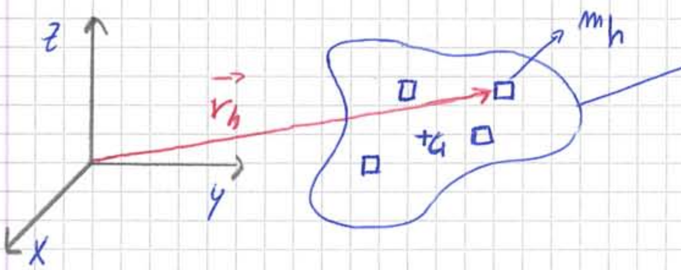
$\frac{u}{r}$ = coeff di attrito volvente.

• Dinamica

• Proprietà inerziali dei corpi

esse dipendono dalla massa e dalla sua distribuzione

1) Baricentro



corpo formato da n masse

sia G il baricentro

- MOMENTI CENTRIFUGHI O PRODOTTI DI INERZIA

$$\begin{cases} I_{xy} = \int_M xy \, dm \\ I_{xz} = \int_M xz \, dm \\ I_{yz} = \int_M yz \, dm \end{cases}$$

QUESTI 3 + 3 INERZIA = 6 INFO CHE MI DICONO DOVE E' DISTRIBUITA LA MASSA

$$\begin{cases} I_{xx} ; I_{yy} ; I_{zz} \geq 0 \quad \text{SEMPRE} \\ I_{xy} ; I_{xz} ; I_{yz} \gtrless 0 \end{cases}$$

IN PARTICOLARE $I_{xy} = I_{yx} = 0$ SE x E/O y SONO ASSI DI SIMMETRIA

(IDEM X ALTRI)

NB $\exists$ UN PUNTO "O" / C'È UNA DIREZIONE DEI 3 ASSI DI RIFERIMENTO PER CUI I CENTRIFUGHI SONO NULLI

QUESTA TERNA SI CHIAMA "TERNA PRINCIPALE DI INERZIA"

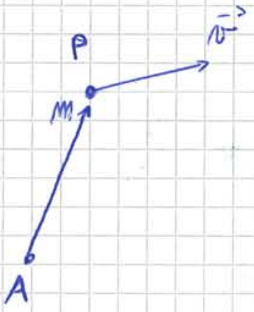
PUNTO G $\Rightarrow$ SE PRENDO LA TERNA IN G

"TERNA CENTRALE DI INERZIA"

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} SONO MINIMI

Quantità di Moto e Momento della quantità di Moto

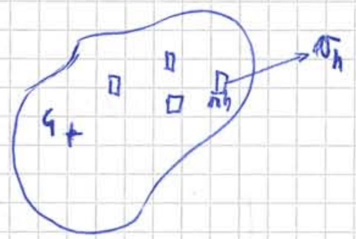
1) Corpo puntiforme



$\vec{Q} = m\vec{v}$ (q.tà moto)

$\vec{H}_A = \vec{AP} \times \vec{Q}$ (Mom. q.tà moto)

2) Corpo Rigido



$$\begin{cases} \vec{Q} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i \\ \vec{Q} = m_{TOT} \vec{v}_G \end{cases}$$

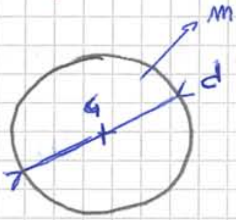
IN GENERALE $\vec{H}_A = \sum \left(\vec{AP}_i \times m_i \vec{v}_i \right)$

se A è FISSO o coincide con G

$$\vec{H}_{A_{fisso}} = I_\xi \, p \, \vec{\lambda} + I_\eta \, q \, \vec{\mu} + I_\zeta \, r \, \vec{\nu}$$

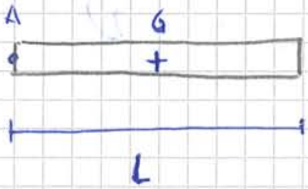
PARTICOLARI I_G

1) (distribuita)



$$\boxed{I_G = m\frac{d^2}{8} = m\frac{r^2}{2}}$$

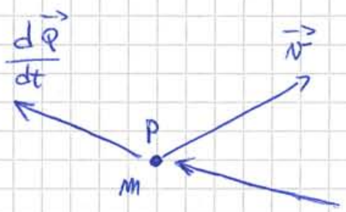
2)



$$\begin{cases} I_G = m\dfrac{L^2}{12} \\ I_A = m\dfrac{L^2}{3} \end{cases}$$

Equazioni di Equilibrio Dinamico

(1) PUNTIFORME



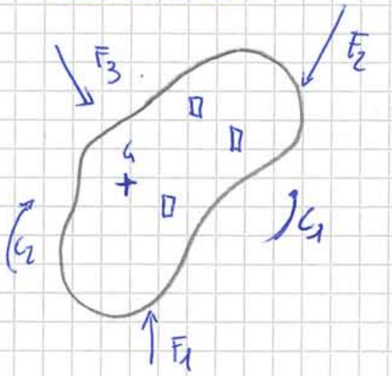
$\underbrace{\Sigma\vec{F_i} = \vec{R}}$ → Risultante delle forze applicate

⇓

determinano una variazione del moto
e quindi di qtà di moto $\vec{Q}$
concorde alla direzione di $\vec{R}$

$$\vec{R} = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$ (se puntiforme)

② Corpo Rigido



Tra le m_h agiscono delle forze $\underbrace{\text{interne}}$ + forze esterne
↓
si elidono x III° principio della Termodinamica

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{i\,EXT} = \dfrac{d\vec{Q}}{dt} \\[2ex] \sum \vec{F}_{i\,EXT} = m \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} \end{cases}$$

→ tutto il corpo, qui singola dm

↓
se m è equam distribuita

1) $m \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} = m\vec{a}_G$

$\vec{F}' = -m\vec{a}_G$ Forza risultante delle azioni di inerzia.

$$\boxed{\sum \vec{F}_{i\,EXT} + \vec{F}' = 0}$$

Moto piano

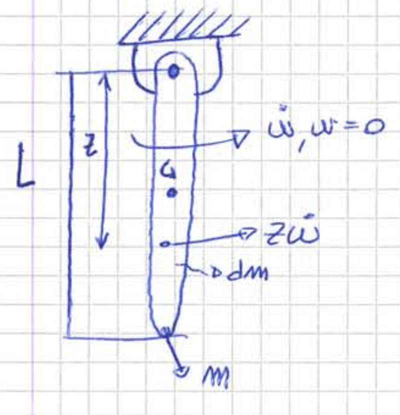
$$\begin{cases} \vec{H}_G = I_G\,\omega\,\vec{K} \\ \vec{M}' = -I_G\,\dot{\omega}\,\vec{K} \end{cases}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum \left[\left(\vec{GP_i} \times \vec{F_i} \right) + \vec{C_i} \right] dt = \Delta \vec{H}_G$$

$\Downarrow$

Impulso angolare

• Riduzione delle forze d'inerzia



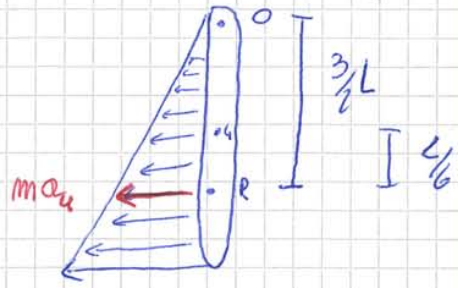
$$d\vec{F}' = -z\dot{\omega}\,dm\,\vec{i}$$

$$\vec{F}' = \int_0^L -z\dot{\omega}\,\frac{m}{L}\,dz\,\vec{i} =$$

$$= -\dot{\omega}\,m\,\frac{L}{2}\,\vec{i}$$

Distribuzione delle forze d'inerzia

$\vec{F}' = -m a_g$ in R (Baric. della Distribuzione)

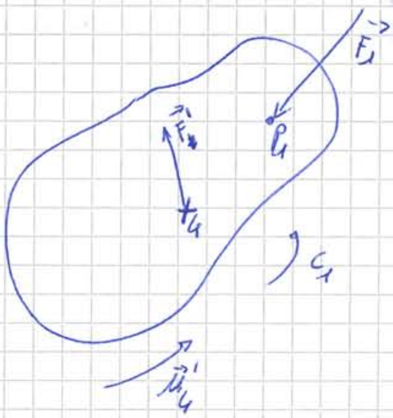


Vedi Baric. Tra vettori

27/03/2014

Riduz. azioni di inerzia

$$\begin{cases} \vec{F}' = -m\vec{a}_G \\ \vec{M}'_G \text{ o } \vec{M}'_O \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{F}' = -m\vec{a}_G \\ \vec{M}'_G = \text{in un sis piano} = -I_G \dot{\omega} \vec{k} \end{cases}$$

⇓

effetti inerziali del corpo

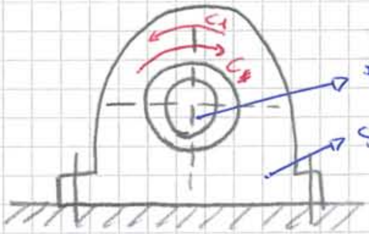
Esempio

↓ Vedi esercizi

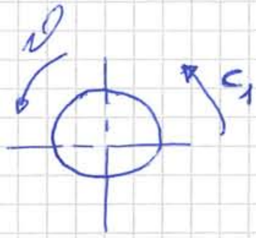
$$\boxed{dL = \vec{R}\, d\vec{r}_A + \vec{M}_A \cdot d\vartheta}$$

ALCUNI MOTORI

1) MOTORE ELETTRICO



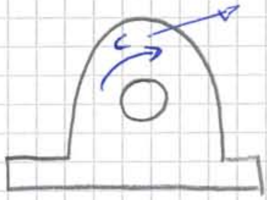
ROTORE →



C_1 è PRODOTTA DALLO STATORE

PER IL PRINCIPIO DI AZIONE - REAZIONE

$$\boxed{dL = c\, d\vartheta}$$



Equilibra C_1

ED ESSENDO LO STATORE VINCOLATO NON GIRA.

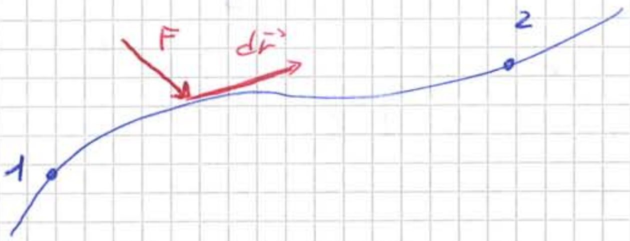
POTENZA

$$W = \frac{dL}{dt} \to = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$W = \frac{dL}{dt} \to = \frac{\vec{C}\cdot d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{C}\cdot\vec{\omega}$$

ENERGIA POTENZIALE

$L = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$ tra 2 stati generici



$d\vec{r}$ tg alla traiettoria

Se $\vec{F}$ è conservativa $\Rightarrow L = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\Delta U$

$\Downarrow$

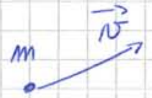
indipendentemente dal percorso scelto

ESEMPI DI F CONSERVATIVE:

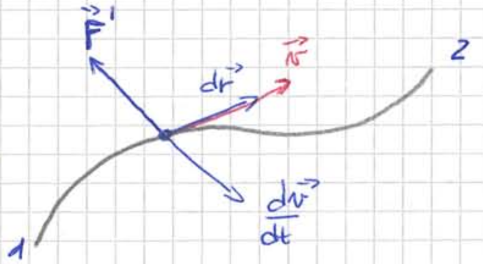
1) $\vec{F}$ = costante   es: Forza Peso

ENERGIA CINETICA DI UN CORPO

Ⓐ PUNTIFORME



$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$



$$\vec{F}' = -m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m \frac{d^2\vec{r}}{dt}$$

FA LAVORO?

$$L'_{12} = \int_1^2 \vec{F}' \cdot d\vec{r} = \int_1^2 -m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} =$$

$$= \int_1^2 -m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \underbrace{\vec{v}\,dt}_{d\vec{r} = \vec{v}dt} = -m \int_1^2 \frac{1}{2} \frac{d}{\cancel{dt}} (\vec{v} \cdot \vec{v}) \cancel{dt}$$

$$= -m \int_1^2 \frac{1}{2} d v^2 = -\left(\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2\right) =$$

$$= -\Delta E_c$$

ANALOGO X IL CORPO RIGIDO (CONSIDERANDO Σ)

4/04/2014

• Trasmissione del moto

Sistema meccanico $\Rightarrow$ Motore + Trasmissione + Utilizzatore

Motore $\downarrow$ $L_+ > 0$

Utilizzatore $\downarrow$ $L_- \leq 0$

Azioni Resistenti

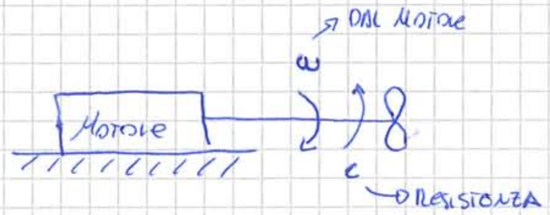
$L_{TOT} = \Delta E_c$ "Teo. en. cinetica"

$$\begin{cases} L_+ > |L_-| \Rightarrow \Delta E_c \nearrow \\ L_+ < |L_-| \Rightarrow \Delta E_c \searrow \end{cases} \Rightarrow$$ "Funzionamento in transitorio"

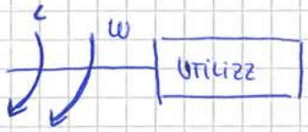
Se $L_+ = |L_-| \Rightarrow \Delta E_c = 0$

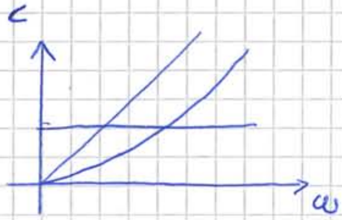
"Funzionamento a regime"

ES



• Utilizzatore





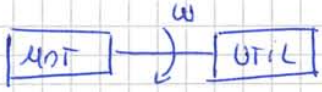
$C(\omega)$

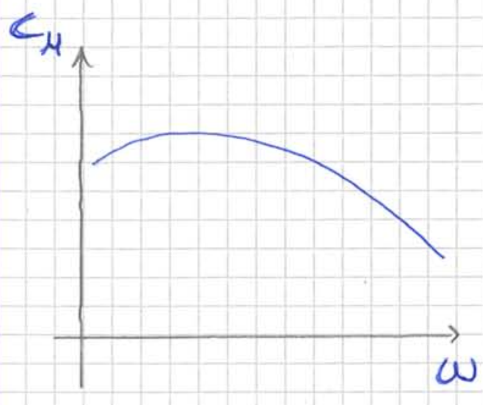
• Trasmissione

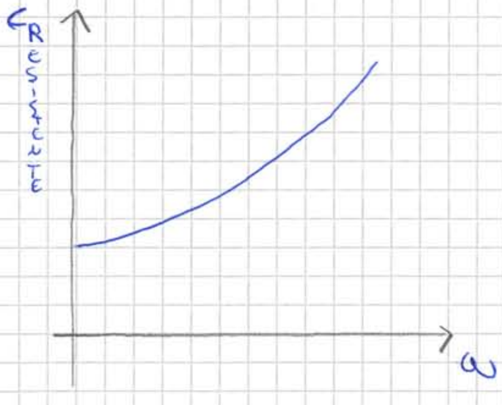
PARAMETRI CARATTERIZZANTI: { RAPPORTO DI TRASMISSIONE
RENDIMENTO DELLA TRASMISSIONE

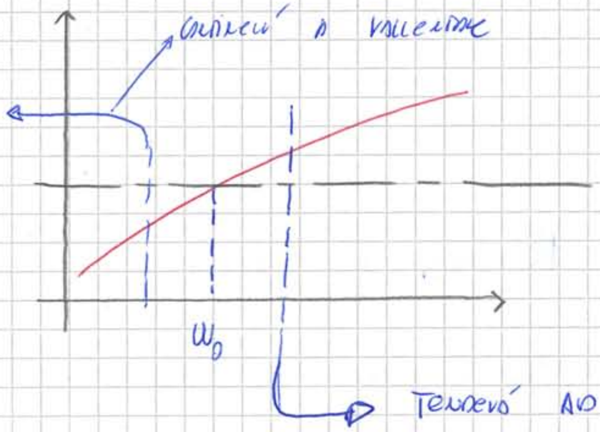
• FUNZIONAMENTO A REGIME

Hp MOTORE LEGATO DIRETTAMENTE ALL'UTILIZZATORE







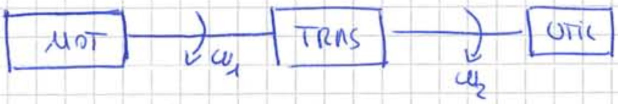


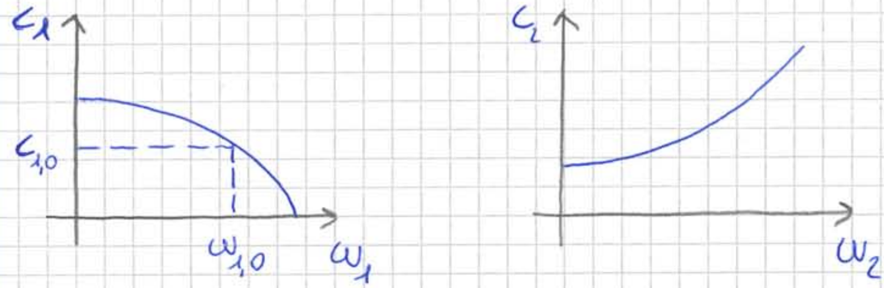
C motore
C_R

Questa situazione è instabile

Tenderò ad accelerare fino ad un new regime

Inserisco la trasmissione





Isolo la trasmissione

$\boxed{Nb}$ • Rapporto di trasmissione $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_{uscita}}{\omega_{entrata}} = \tau$

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} = i\right)$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 332

$\Rightarrow$ Se Hp NO ASSIMAZ

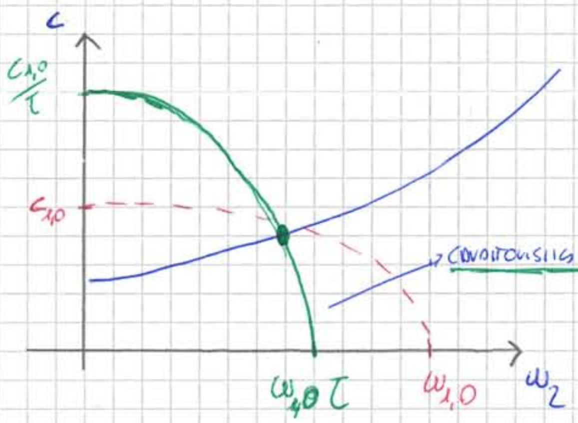
CORAZ A REALIZ

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

Se
$$\begin{cases} \tau < 1 \Rightarrow \omega_1 > \omega_2 \quad C_2 > C_1 & \text{RIDUTTORE} \\ \tau > 1 \Rightarrow \omega_2 > \omega_1 \quad C_2 < C_1 & \text{MOLTIPLICATORE} \end{cases}$$

- **RIDUZIONE CARATTERISTICA**

RIPORTO MECCANICA DEL MOTORE SULL'ASSE UTILIZZATORE



m C_2

[SE CAMBIO MOTORE LA CURVA SI SCHIACCIA E SI SPOSTA A $\Rightarrow$ (− coppia + velocità)]

VADO A REALIZZ $\omega_{1,0}$ e $C_{1,0}$

Hp τ RIDUTTORE

$$\begin{cases} \tau = \omega_2/\omega_{1,0} \\ \tau = \dfrac{C_1}{C_2} \end{cases}$$

$\omega_2 = \omega_{1,0}\,\tau$ → è più piccolo di $\omega_{1,0}$ xké $\tau < 1$

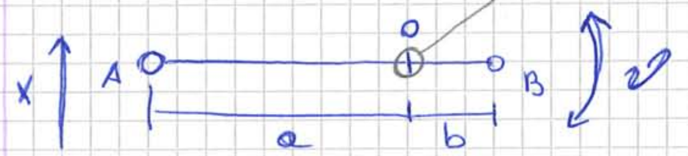
+ coppia
− velocità

$C_2 = \dfrac{C_{1,0}}{\tau}$ → + grande di $C_{1,0}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 332

LEVA

C'è ATTRITO NEL PUNTO O, ρ = r DI ATTRITO

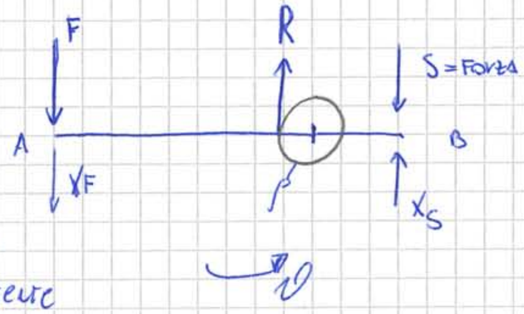


$X_A \neq X_B$ $\qquad \underbrace{X_a = a\vartheta \qquad X_B = b\vartheta}$

$$\boxed{\frac{X_A}{X_B} = \frac{a}{b}}$$

NON DIPENDE DALL'ATTRITO
È IL "RAPPORTO DI TRASMISSIONE"

[1] RIDUTTORE



R = REAZ VINCOLARE DELLA CERNIERA

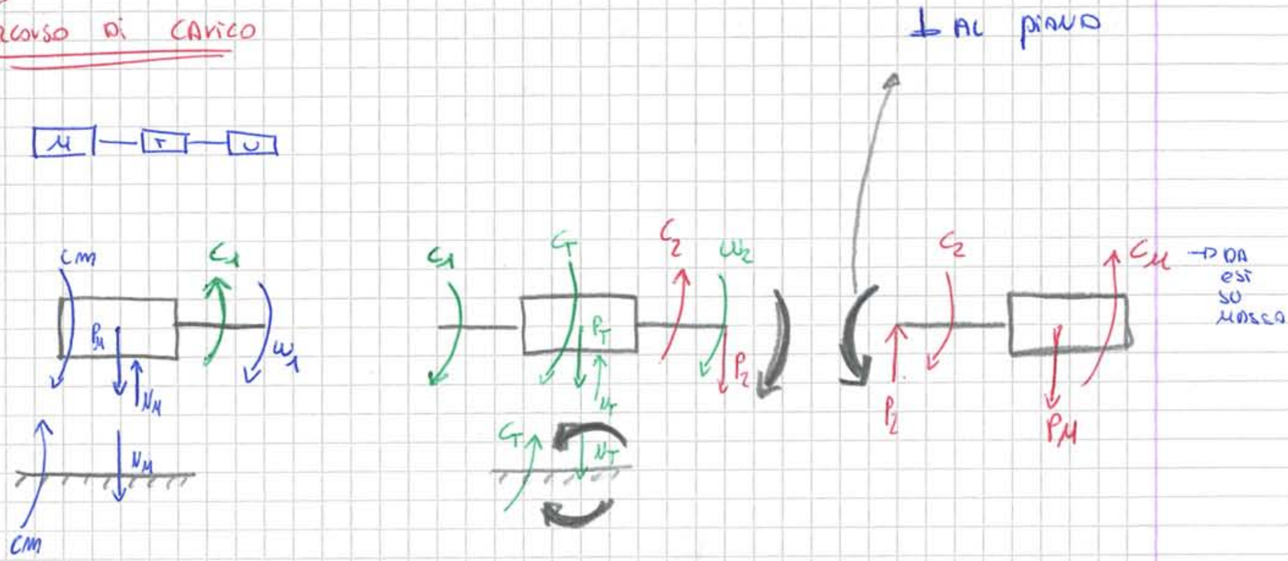
F MOTRICE
S RESISTENTE

$$\eta_R = \frac{|-S\dot{x}_S|}{F\dot{x}_F} = \frac{S}{F} \cdot \frac{b}{a}$$

$$F(a-\rho) = S(b+\rho)$$

$$\frac{S}{F} = \frac{a-\rho}{b+\rho}$$

PERCORSO DI CARICO



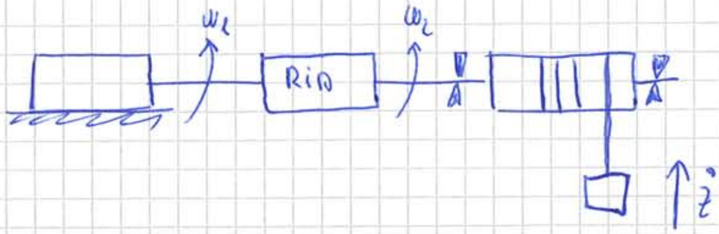
P_M e N_M allineare, idem T

C_M = reazione a C_1

C_T = non è detto sia così è x bilanciare $C_1 \neq C_2$
C_T aiuta la + piccola

Questo è il percorso di carico

• FUNZIONAMENTO IN TRANSITORIO



Eq. di equilibrio

$$\begin{cases} ① \quad C_1 - I_1 \dot{\omega}_1 - C_i = 0 & \text{MOTORE} \\ ② \quad C_i \omega_1 \eta = C_u \omega_2 & \text{RIDUTTORE} \\ ③ \quad \begin{cases} C_u - I_2 \dot{\omega}_2 - C_2 - T \frac{d}{2} = 0 \\ T - mg - m\ddot{z} = 0 \end{cases} & \text{TAMBURO + CARICO} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot{\omega}_2}{\dot{\omega}_1}$$

$$\dot{z} = \omega_2 \frac{d}{2} \quad ; \quad \ddot{z} = \dot{\omega}_2 \frac{d}{2}$$

Risolvo in $\dot{\omega}$ e $\ddot{z}$

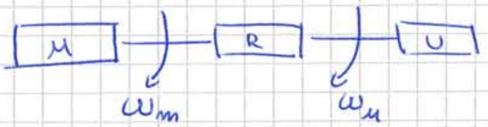
① ③ ricavo C_u "Riduzione all'asse motore"

② ricavo C_1

①

$$\dot{\omega}_1 = \frac{C_1 - \frac{\tau}{\eta} C_2 - \frac{\tau}{\eta} \frac{d}{2} mg}{I_1 + \frac{\tau^2}{\eta} I_2 + \frac{\tau^2}{\eta} \left(\frac{D}{2}\right)^2 m} = \frac{C_{1eq}}{I_{1eq}}$$

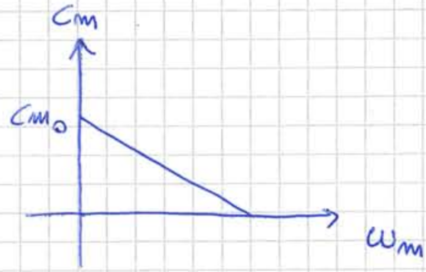
ES 4.2 - 4.6



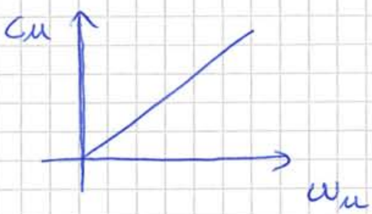
$\tau = \frac{1}{2}$, $\eta = 1$

$C_m = C_{m0} - K_m \omega_m$ $\qquad C_{m0} = 45 \ N \cdot m$

$K_m = 0,06 \ \frac{N \cdot m}{rad/s}$



$C_u = K_u \omega_u$ $\qquad K_u = 0,8 \ \frac{Nm}{rad/s}$



Vediamo funzionamento a regime e in transitorio

ω_{reg} ?

$\dot{\omega}_m$ allo spunto? $(\omega_m = 0)$

$\dot{\omega}_m$ a metà? $\left(\omega_m = \frac{\omega_{reg}}{2}\right)$

t_{90} ? x 90% regime quanto t ? $\qquad \omega_m = 0,9 \ \omega_{reg}$

?

(B) Transitorio

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_{m0} - K_m \omega_m - \tau^2 K_u \omega_m}{I_m + \tau^2 I_u} =$$

$$= \frac{C_{m0} - (K_m + \tau^2 K_u)\omega_m}{I_m + \tau^2 I_u}$$

$\omega_m = 0$ $\boxed{\text{x lo spunto}}$

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_{m0}}{I_{eq}} = 383 \ rad/s^2$$

$$\omega_m = \frac{\omega_R}{2}$$

$$\dot{\omega}_m = 121,5 \ rad/s^2$$

Per il tempo devo $d\omega_m/dt$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{K_{eq}}{I_{eq}}\omega_m = \frac{C_{m0}}{I_{eq}}}$$

$K_{eq} = (K_m + \tau^2 K_u)$

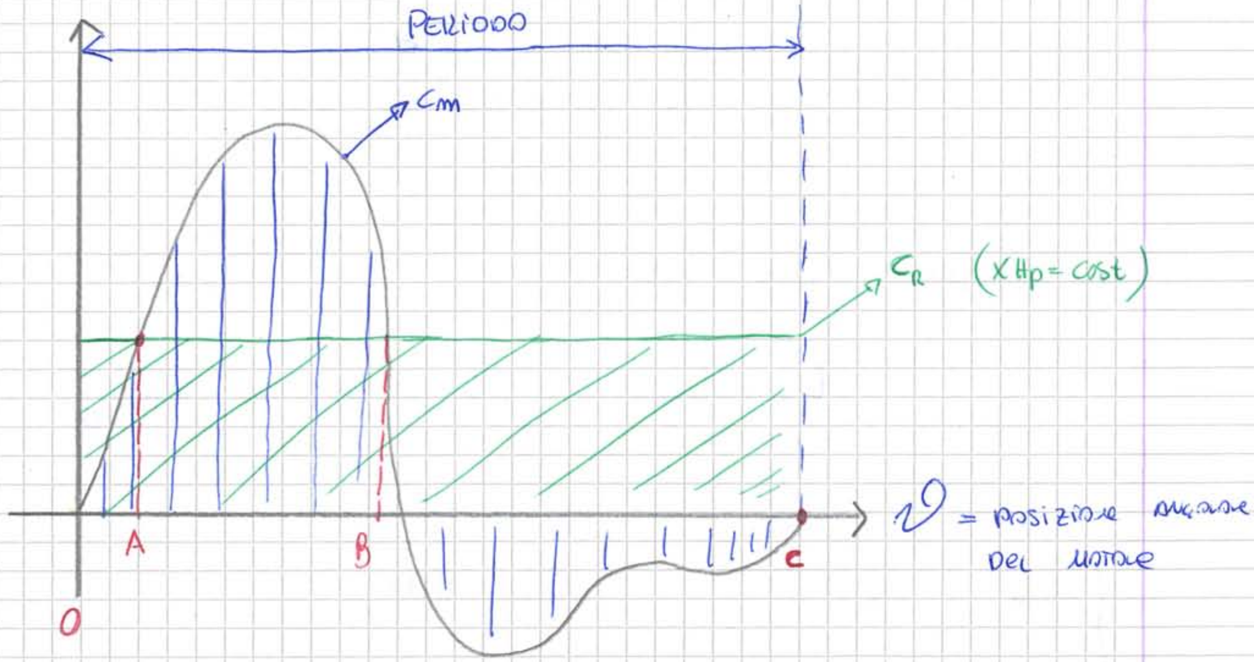
Funzionamento a Regime Periodico

↳ ω = uguale x tutti e due poiché non c'è trasmissione

Regime $\Longrightarrow$ $\omega = cost$

Regime Periodico $\Longrightarrow$ c'è un andamento delle azioni periodico che fa sì che
ω = funzione periodica

ES: Motore a combustione interna



L'azione motrice varia nel tempo, ma si ripete ogni periodo
cioè, dopo un certo ϑ si ripete il ciclo

DATO CHE IN UN PERIODO $\Delta E_c = 0$

i due lavori devono essere uguali!

$\Longrightarrow$ le due Aree sono uguali

- All'interno di un periodo vado a studiare i diversi transitori

ES A-B $\displaystyle \int_{\vartheta_A}^{\vartheta_B} C_m \, d\vartheta - \int_{\vartheta_A}^{\vartheta_B} C_r \, d\vartheta = \Delta E_{c_{A-B}} = \frac{1}{2} I \left(\omega_M^2 - \omega_{min}^2 \right)$

IRREGOLARITÀ PERIODICA

$$\varepsilon = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega} \longrightarrow \omega_{media} = \omega = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Riprendo A-B $\boxed{\Delta L} = \frac{1}{2} I \left(\omega_M^2 - \omega_m^2 \right) =$

$$= \frac{1}{2} I \left(\omega_M - \omega_m \right) \left(\omega_M - \omega_m \right) =$$

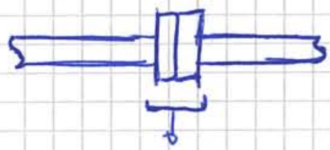
$=$ SOST ω_{medio} e ε $= \boxed{\varepsilon I \omega^2}$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta L}{I \omega^2}}$$ CARATTERIZZA UN SISTEMA PERIODICO

• Trasmissione del moto

7/05/2014

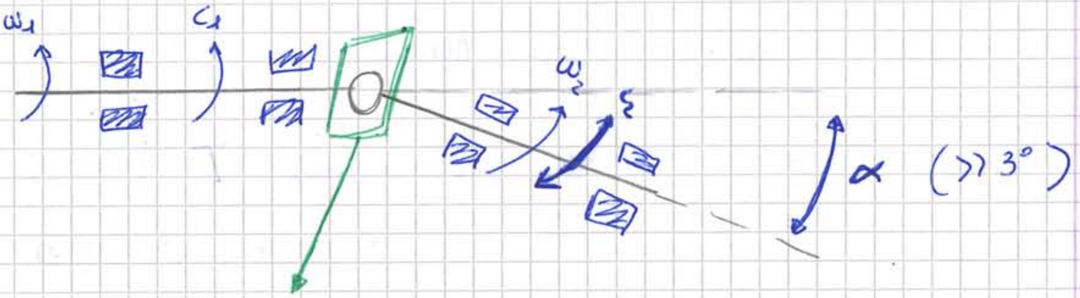
1) Giunti → Elemento che unisce due sezioni di albero

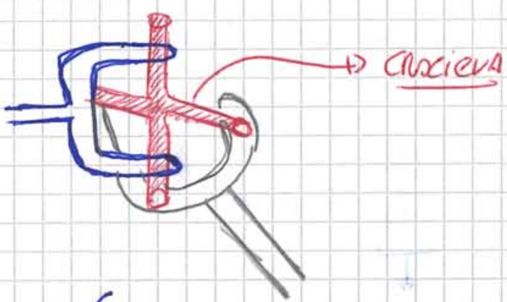


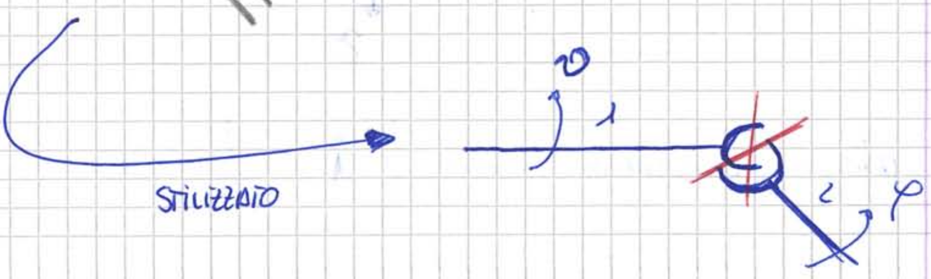
elemento elastico che permette piccole oscillazioni

(1÷3 gradi) ↑↓

$\boxed{1b}$ Giunto di cardano

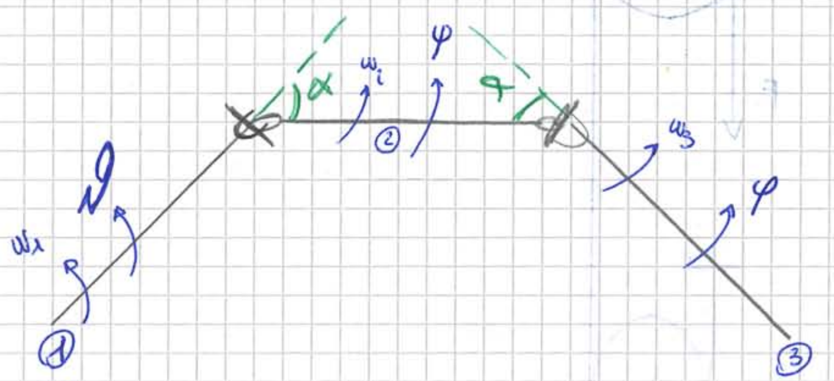






Quindi l'irregolarità dipende da α

X ovviare al problema posso quindi fare:



Adesso 1 e 3 hanno la stessa velocità x k:

ϑ è sfasato rispetto a φ con una certa $\dot{i}_\alpha$

φ è sfasato " a ρ " " " $\dot{i}_\alpha$

Sono lo stesso! (opposto)

è la medesima relazione

$$\begin{cases} \text{Poiché } \alpha \text{ è il medesimo!} \\ \omega_1 = \omega_3 \\ \vartheta = \rho \quad \underline{\forall \text{ istante}}! \end{cases}$$

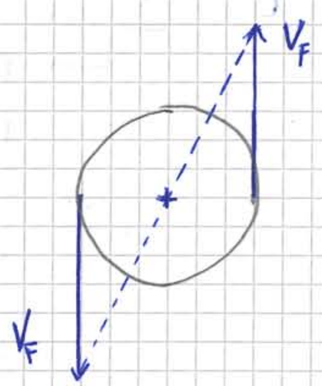
• Problema → Moto incombinante

quindi $\begin{cases} E_1 = T_1 \\ T_1 = T_2 \\ T_2 = T_3 \end{cases}$ $\qquad T_3 + T_2 = Q \implies 2F = Q$

$$\boxed{F = \frac{Q}{2}}$$

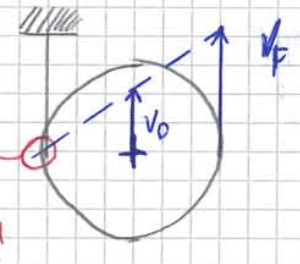
Guardiamo ora dal punto di vista delle velocità:

(1)



([illegible])

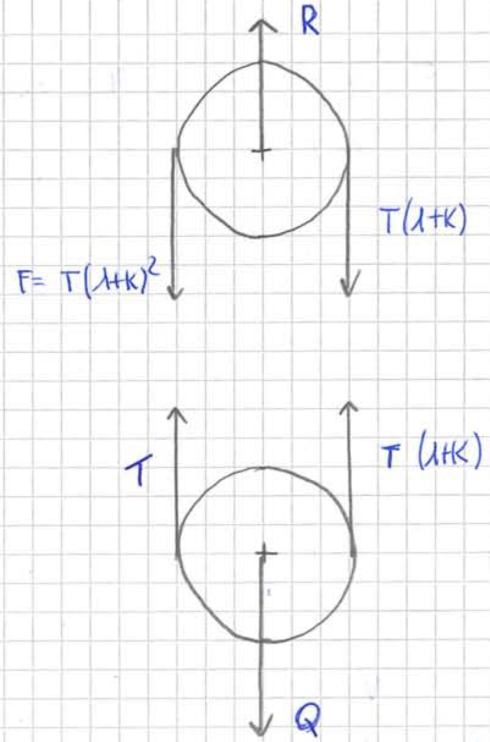
(2)



$$\boxed{V_O = \frac{V_F}{2}}$$

qui è fermo!

poiché la fune è ferma



$$\begin{cases} Q = T + T(1+k) = T\left(1+(1+k)\right) \\ T = \dfrac{Q}{1+(1+k)} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{F = \frac{Q}{1+(1+k)} \cdot (1+k)^2}$$

Le velocità sono le medesime del senza attrito $V_Q = \frac{1}{2} V_F$

$$\boxed{\eta = \frac{Q V_Q}{F \cdot V_F} = \frac{1}{2}\,\frac{Q}{F} = \frac{1}{2}\,\frac{1+(1+k)^2}{(1+k)^2}}$$

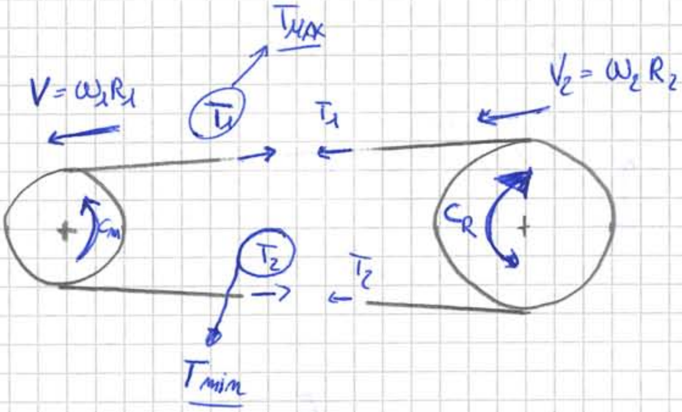
Normalmente si utilizzano delle serie per facilitare il sollevamento di carichi molto pesanti

3 CINGHIE

MOTORE ⇒ SOLITAMENTE MONTATO SU r MINORE

- 3 TIPI DI CINGHIE →
  - (A) PIANA
  - (B) DENTATA
  - (C) TRAPEZOIDALE

(A)

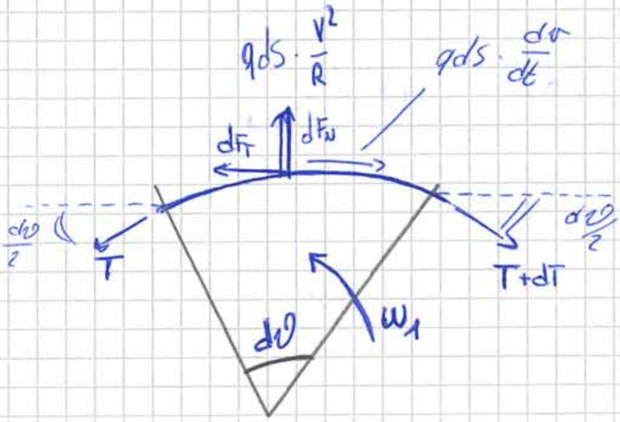


$$\begin{cases} C_m + T_2 R_1 = T_1 R_1 \\ C_R + T_2 R_2 = T_1 R_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} C_m = R_1 (T_1 - T_2) \\ C_R = R_2 (T_1 - T_2) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{C_m}{C_R} = \frac{R_1}{R_2}}$$

ANALIZZIAMO UNA PORZIONE DI CINGHIA:



$ds = R\,d\vartheta$ = ARCO

TRASCURABILE

$\rightarrow)\quad T \cdot \cos\frac{d\vartheta}{2} + dF_T = (T+dT)\cdot \cos\frac{d\vartheta}{2} + \cancel{q\,ds\frac{dv}{dt}}$

$\uparrow)\quad T \cdot \sin\frac{d\vartheta}{2} + (T+dT)\sin\frac{d\vartheta}{2} = dF_N + q\frac{v^2}{R}ds$

X TAYLOR $\begin{cases} \cos\frac{d\vartheta}{2} \simeq 1 \\ \sin\frac{d\vartheta}{2} \simeq \frac{d\vartheta}{2} \end{cases}$

$\rightarrow)\quad \cancel{T} + dF_T = \cancel{T} + dT$

$$\boxed{dF_T = dT}$$

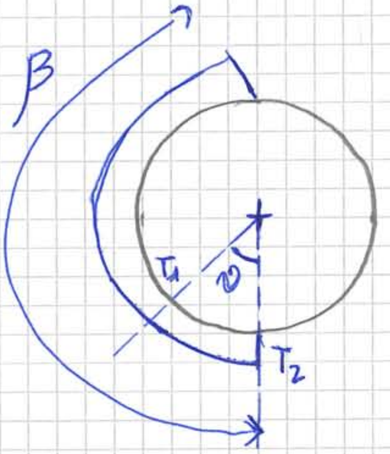
$\uparrow)\quad T\frac{d\vartheta}{2} + (T+dT)\frac{d\vartheta}{2} = dF_N + q\frac{v^2}{R}ds$

$$T\frac{d\vartheta}{2} + T\frac{d\vartheta}{2} + \cancel{dT\frac{d\vartheta}{2}} = dF_N + q\frac{v^2}{R}ds$$

TRASC

$$e^{f\vartheta} = \frac{T - qV^2}{T_2 - qV^2}$$ $qV^2 \simeq$ trascurabile

$$\boxed{e^{f\vartheta} = \frac{T}{T_2}}$$



Ragiono $T_1 = $ MAX ad un certo ϑ^*

dopo ϑ^* non c'è + scorrimento

$$\frac{T}{T_2} \le e^{f\beta}$$

$$\boxed{T_{MAX} = T_2\, e^{f\beta}}$$

Quindi la coppia MAX

$$C_m = (T_1 - T_2) R = (e^{f\beta} - 1)\, T_2\, R$$

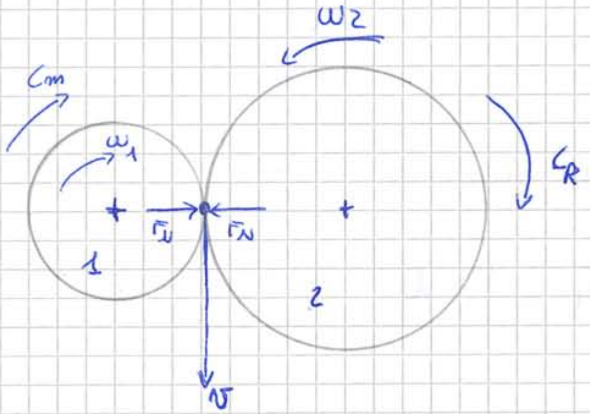
se non ho T_2 non ho trasmissione

Devo garantire T_2 tramite un pretensionamento della cinghia

16/05

RUOTE DENTATE

VANTAGGI → ALTE COPPIE TRASMESSE
MOLTO SILENZIOSE E DUREVOLI
RENDIMENTO ELEVATO
MANTIENE IL RAPPORTO DI TRASMISSIONE



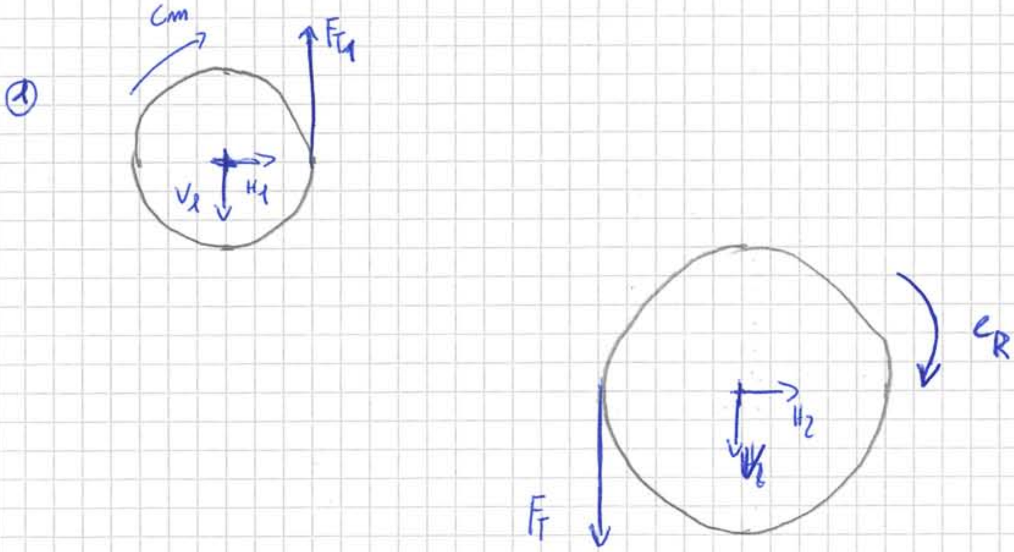
RICORDIAMO x LE RUOTE NORMALI

$$\begin{cases} v = \omega_1 R_1 \\ \text{Hp ADERENZA} = v = \omega_2 R_2 \end{cases}$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

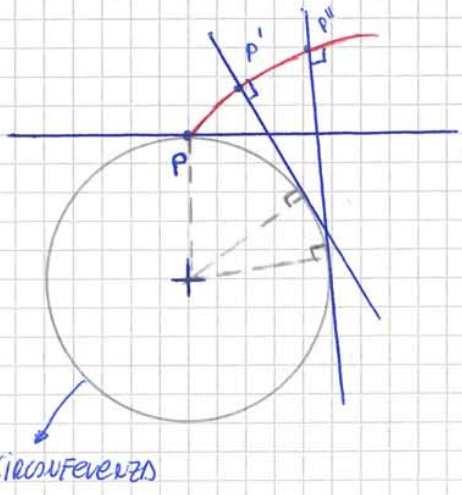
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \tau}$$



- Vediamo ora le ruote dentate in dettaglio

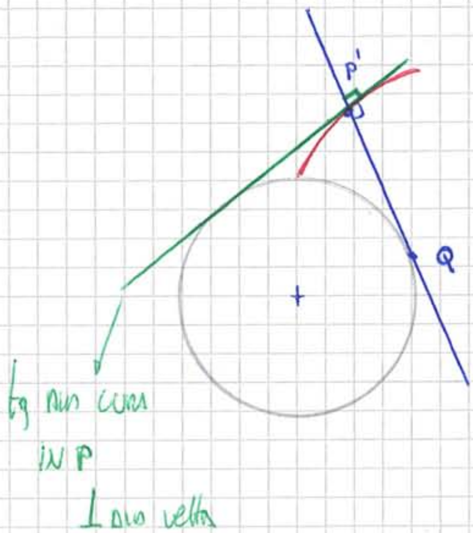
  - Forma dei denti → AD EVOLVENTE DI CIRCONFERENZA (attuale e + efficace)



FACCIO ROTOLARE SENZA STRISCIARE
LA RETTA ⊥ SULLA CIRCONF. EVOLUTA.

Vediamo P ⇒ La curva, luogo geom dei vari P

Se traccio le tg alla curva esse saranno
⊥ alla retta che rotola.



quindi sia la retta che la tg
sono tg alla circonferenza

∀P la normale all'evolvente è tg in Q

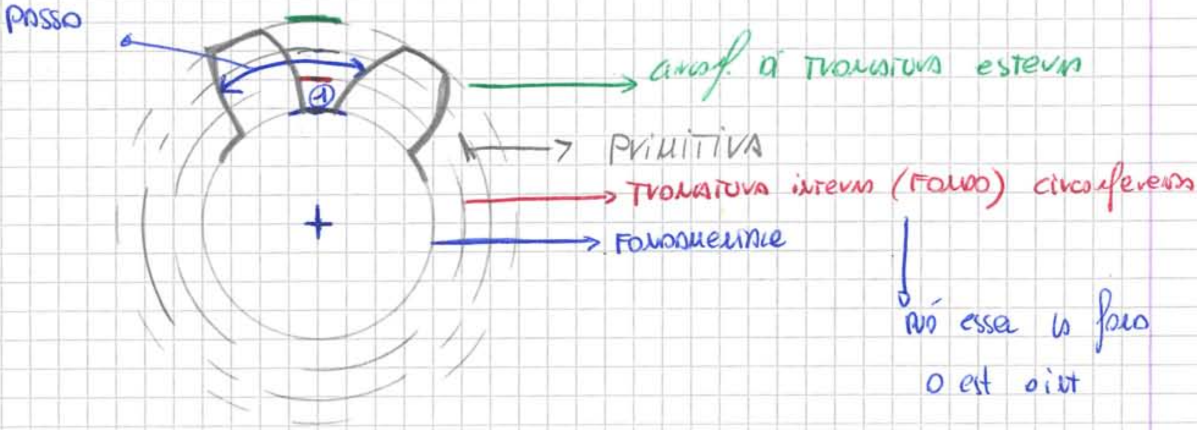
Vediamo l'ingranamento →

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_{p1}}{r_{p2}}}$$ → più + comodo le fondam.

x la legge $r_g = r_p = \cos\vartheta$

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_{p1}}{r_{p2}} = \frac{r_{g1}}{r_{g2}}}$$

REALIZZAZIONE DEI DENTI → impo e che ci sia continuità



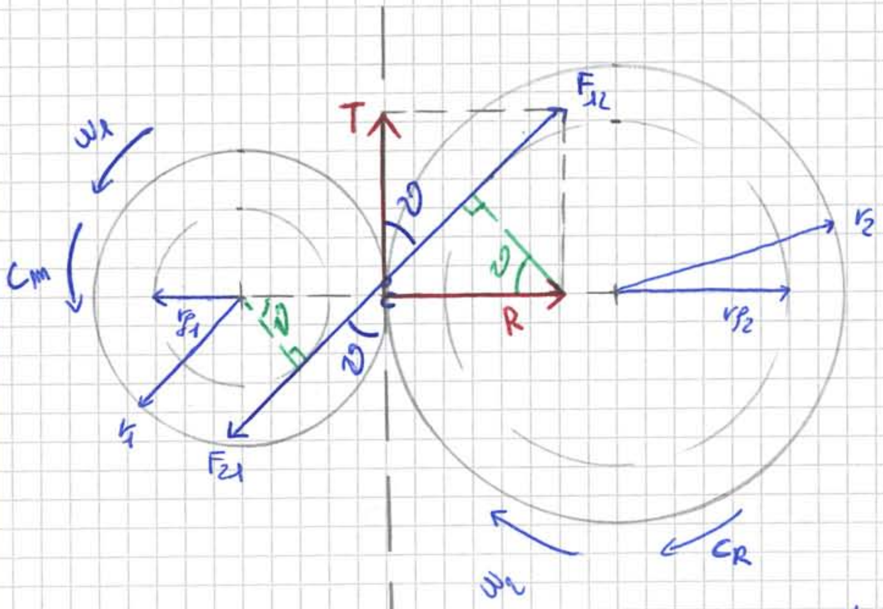
può essere la fond. o est o int

① VANO

$$\boxed{N^\circ \text{ di denti} = z}$$

$$\boxed{P = \frac{2\pi r}{z} \qquad P \cdot z = 2\pi r}$$ PASSO!

2 ruote ingranano ⟺ hanno lo stesso passo!



$$|F_{12}| = |F_{21}| = F$$

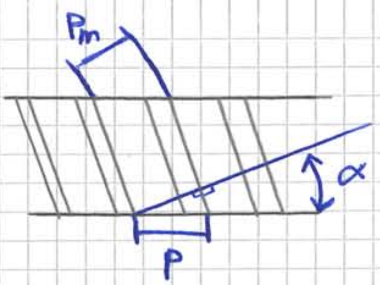
$$\begin{cases} C_m = F r_{g1} = F \cdot r_1 \cos\vartheta = T \cdot r_1 \\ C_R = F r_{g2} = F\, r_2 \cos\vartheta = T \cdot r_2 \end{cases}$$

NON HO LIMITE D'ATTRITO!

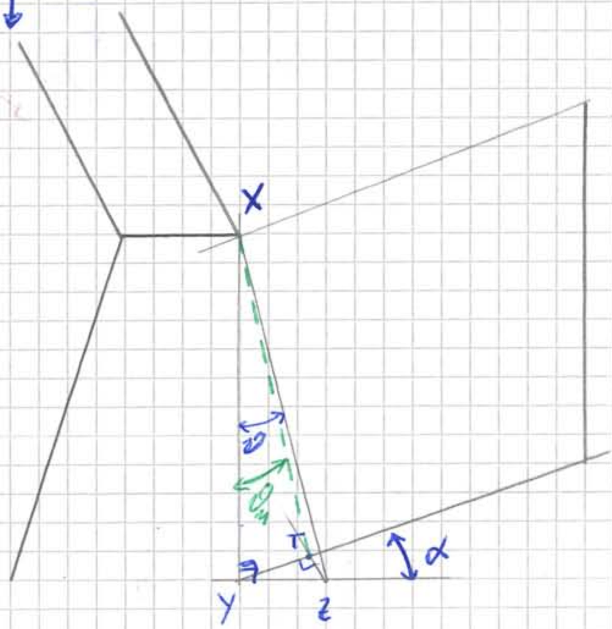
$$P = \frac{2\pi r}{z}$$

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_{1g}}{r_{2g}} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{C_1}{C_2}}$$

(P 5.58 RUOTE INCURVE)



$$P_n = P\cos\alpha$$



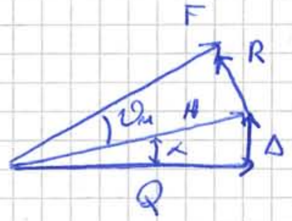
$$\left.\begin{aligned} \overline{YZ} &= \overline{XY}\ tg\,\vartheta \\ \overline{YT} &= \overline{XY}\ tg\,\vartheta_n \\ \overline{YT} &= \overline{YZ}\cos\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{quindi} \quad \boxed{tg\,\vartheta_n = tg\,\vartheta\cos\alpha}$$

MODULO NORMALE $\quad m_n = \dfrac{P_n}{\pi} = m\cos\alpha$

MODULO $\quad m = \dfrac{P}{\pi}$

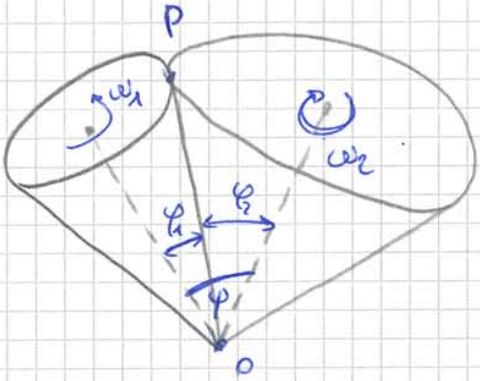
$$\Rightarrow \boxed{C = Q \cdot r = F_r \cos\vartheta_n \cos\alpha}$$

$$\begin{cases} Q = \dfrac{C}{r} \\ R = \dfrac{C}{R} \dfrac{tg\,\vartheta_n}{\cos\alpha} \\ A = \dfrac{C}{r}\, tg\alpha \end{cases}$$



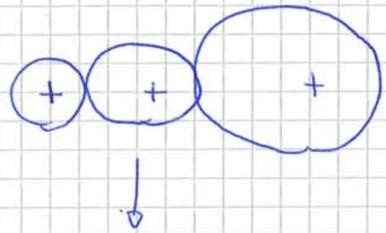
QF ϑ

Ruote dentate coniche



$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

Se ho

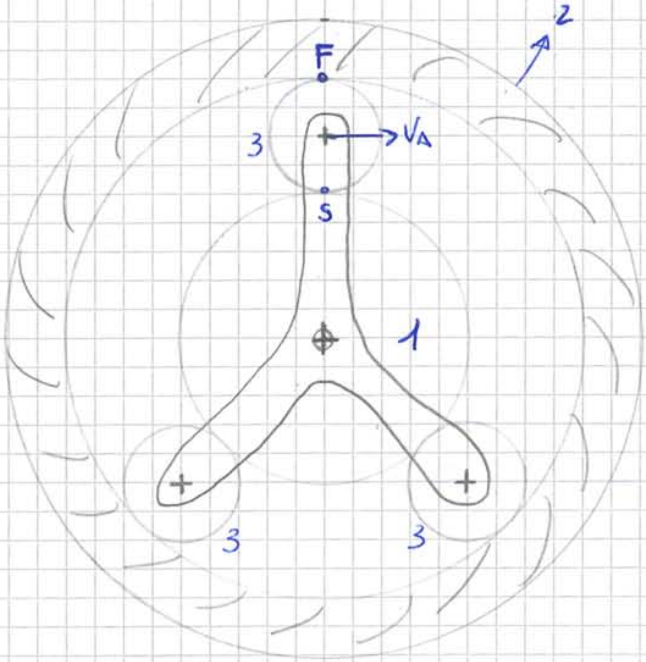


RUOTA OZIOSA ⟹ FA SI' CHE $\tau_{globale}$ ABBIA SEGNO $\oplus$

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{c_1}{c_2}}$$

Vale anche qui.

Rotismi epicicloidali



1 e 2 → corona
↓
solare

3 satelliti

F ≡ CIR

$$\begin{cases} V_A = \omega_1 r_1 \frac{1}{2} = V_S \frac{1}{2} \\ V_S = \omega_1 r_1 \end{cases}$$

Hp corona esterna Ferma!

$$\boxed{\tau_w = \frac{\omega_2^*}{\omega_1^*} = \frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}}$$

Formula di Willis $\Rightarrow$ vale x esercizio verso ordinario!

esempio

fermo 2 $\rightarrow$ $z_1 = z_3$, $z_3 = z_4$ e voglio $\dfrac{\Omega}{\omega_1}$?

1) rendo ordinario e calcolo τ_w

$$\tau_w = \frac{z_1}{z_2} = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_1}{z_2}$$

$$z_2 = z_1 + 2z_2 = 51$$

NB $\rightarrow$ $r_1 + 2r_3 = r_2$

$\Downarrow$

se m =

$\Downarrow$

$z_1 + 2z_3 = z_2$

$$\tau_w = -0{,}451$$

ora $\Rightarrow$ $\tau_w = \dfrac{\cancel{\omega_2}^{=0} - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \dfrac{-\Omega}{\omega_1 - \Omega} = -0{,}451$

$$\tau = \frac{\Omega}{\omega_1} \rightarrow \tau_w(\omega_1 - \Omega) = -\Omega$$

$$\tau_w \omega_1 - \tau_w \Omega = -\Omega$$

$$\tau_w \omega_1 = \Omega(\tau_w - 1)$$

$$\boxed{\Omega = \frac{\tau_w \omega_1}{\tau_w - 1}}$$

sost ciò che mi interessa

Vediamo che le coppie sono indip dalle velocità di rotazione

$\Rightarrow$ "PARTITORE DI COPPIA"

dipende solo da geom, non da condiz di funzionamento

Posso anche ricavare
$$\begin{cases} C_2 = -C_p - C_1 \\ \dfrac{C_1}{C_p} = \dfrac{\tau_\omega}{1-\tau_\omega} \end{cases}$$

Rotismi come riduttori p 5.97 ...

Rotismi epicicloidali a ingranaggi conici

• **Differenziale**:

Disegno pag 5.100

$$\tau_{\omega_{1-2}} = \text{tra i solari} = \frac{\omega_i - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = -1$$
$\omega_1 = \omega_2$

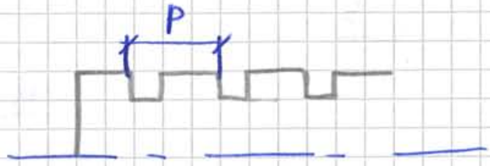
(caso di giunto rigido ($^{\circ}9$))

$$\Rightarrow \Omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = -\tau_\omega = 1 \quad \rightarrow \text{a regime}$$

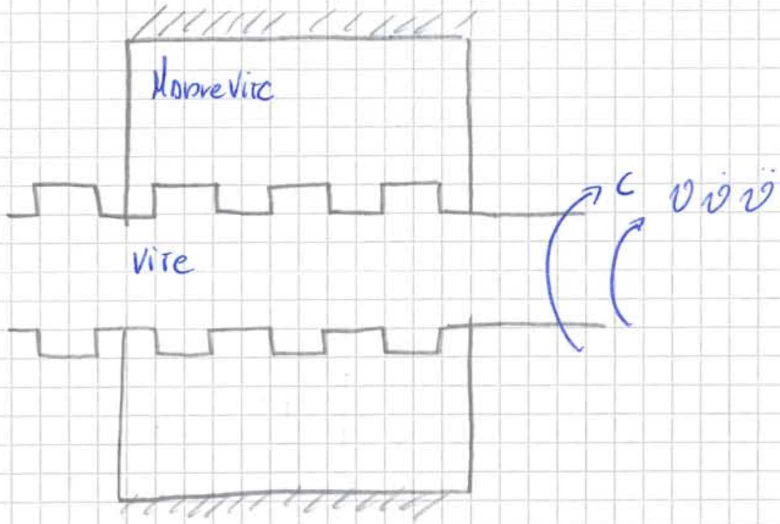
$$C_p = -(C_1 + C_2)$$

• Accoppiamento Vite - Madrevite



Profilo della Vite

P = passo ⇒ quando la vite fa un giro avanza di un passo

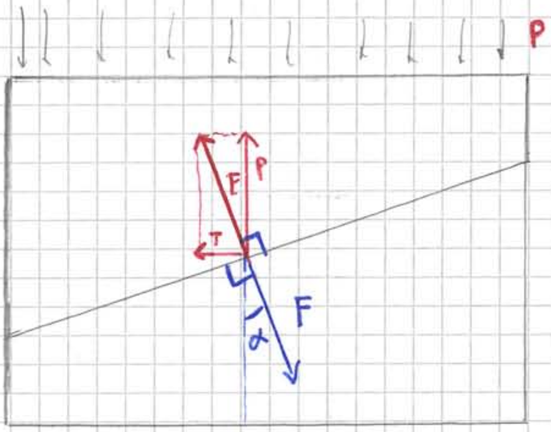


La Vite è un elemento rigido in cui la parte attiva è costituita da una porzione di elicoide

Ora Hp → muovere vite a sx un carico

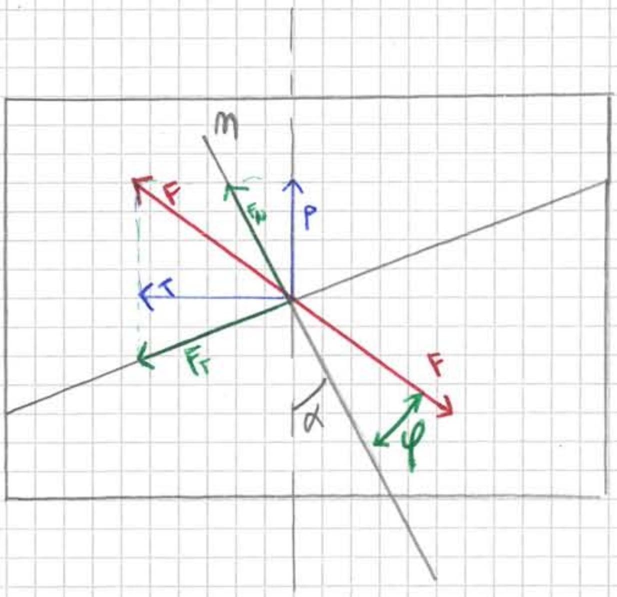
di $\vec{M}$ devo applicare?

Hp No attriti



F ⊥ al piano di scorrimento

Con attriti



F_T e F_N ↓ attrito

φ deve ~~poter~~ ~~per~~ possedere qualche attrito che si oppone

Nb $f = \frac{f'}{\cos\theta}$ ↓ x trapezio filetto

F è inclinata rispetto alla normale di φ $\boxed{tg\,\varphi = f}$

$\boxed{\varphi = arctg\, f}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 111 di 332

Freni ad Attrito

1) A tamburo
2) A disco
3) A nastro

Hp di Reye → $L_{\text{forze di attrito}}$ tg ~ consumo del materiale

$$\begin{cases} dL \sim dv \\ dL = \int (\underbrace{PdA}_{dF_T})\, V\, dt \\ dv = dA\, d\sigma \end{cases}$$

σ = spessore asportato

⇓

qst Hp + info sul freno posso risalire alle forze tg ⇒ Momento frenante.

L'ipotesi di Reye si traduce in due condizioni:

1) Distribuz lineare delle pressioni $P = Kx$
2) Distribuz radiale delle pressioni $P = \frac{K}{R}$

(vedi p S.130 - S.132)

ε) $Sh = F_N' b + F_T' \cdot a$

$Sh = F_N' b + (F_N' f) a$

$$\boxed{F_N' = |F_N| = \frac{Sh}{b + fa}}$$

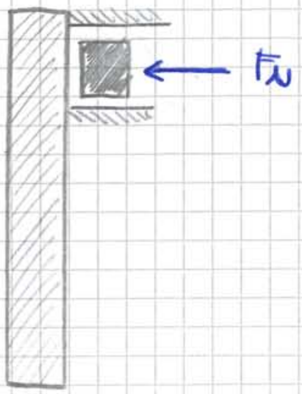
- SI DEFINISCE IL "MOMENTO FRENANTE" M_f

IL MOMENTO RISPETTO AD O DELLA FORZA F_T ESERCITATA DAL CEPPO SUL TAMBURO

$$\boxed{M_f = F_T r = f F_N r = f \cdot F_N' r = \frac{f h S r}{b + fa}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 115 di 332

Vista del disco in sezione AA'



$$F_N = \iint_A P\,dA \qquad (dF_N = P\,dA)$$

in questo caso $dA = r\,dr\,d\vartheta \Rightarrow F_N = \int_{r_1}^{r_2}\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} P\,r\,dr\,d\vartheta$

essendo la distribuzione radiale
per Hp di Reye $\quad P = \frac{K}{r}$

$$\begin{cases} F_N = \iint \frac{K}{\cancel{r}}\cancel{r}\,dr\,d\vartheta = K\alpha(r_2 - r_1) \\ \underline{F_N = K\alpha\,(r_2 - r_1)}\ ! \end{cases}$$

$$M_f = \iint_A dF_T\,r = \iint_A f\,dF_N\,r = \iint_A f\,P\,dA\,r =$$

$$= \iint_A f\,P\,r\,(r\,dr\,d\vartheta) = \iint_A f\,\frac{K}{\cancel{r}}\cancel{r}\,r\,dr\,d\vartheta \Rightarrow$$

IL NASTRO É AVVOLTO SU TAMBURO X UN ANGOLO α

NON C'É MAI ADERENZA TRA NASTRO E TAMBURO!

L'ANGOLO DI ADERENZA β^* É NULLO

MENTRE QUELLO DI SCORRIMENTO ϑ^* É MAX $= \alpha$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = e^{f\vartheta^*} = e^{f\alpha}}$$

$$O \circlearrowleft \quad M_f = T_1 \frac{d}{2} - T_2 \frac{d}{2} = (T_1 - T_2) R = (T_1 - T_2) \frac{d}{2}$$

$$M_f = \left(T_2 e^{f\alpha} - T_2\right) \frac{d}{2}$$

$$\boxed{M_f = T_2 \left(e^{f\alpha} - 1\right) \frac{d}{2}}$$

L'INTENSITÀ DELLA T_2 DIPENDE DA F (FORZA APPLICATA)

$$E \circlearrowleft \quad T_2 c = F a \qquad \boxed{T_2 = F \frac{a}{c}}$$

$$\boxed{M_f = T_2 \left(e^{f\alpha} - 1\right) \frac{d}{2} = F \frac{a}{c} \left(e^{f\alpha} - 1\right) \frac{d}{2}}$$

A meno che una fonte esterna non provveda a reintrodurre nel sistema ($\forall$ ciclo) la stessa qtà di energia dispersa → così da ottenere ampiezze costanti

↓

" Vibrazioni Forzate "

- Sinusoidale puntiforme

$$\begin{cases} X = X_0 \sin(\omega t) \\ \omega \rightarrow \text{pulsazione} \\ X_0 \rightarrow \text{spost. max} \\ t \rightarrow \text{tempo} \end{cases}$$

→ Tipi di eccitazione dei sistemi vibranti

↓

cause esterne che causano l'insorgere di vibrazioni

Principali : 1) Eccitazione di tipo impulsivo

L'azione eccitatrice $E(t)$ viene applicata dal sist. meccanico per un tempo Δt (molto piccolo) in modo da generare un impulso

$$A = \int_0^{\Delta t} E(t)\, dt \qquad \text{di valore finito}$$

Smorzamento di sistemi meccanici

Nei sist. meccanici sono sempre presenti fenomeni dissipativi che producono lavoro negativo → determinano una diminuzione dell'ampiezza delle vibrazioni $\forall$ciclo.

Le forze resistenti che agiscono sul sistema meccanico possono, nella maggior parte dei casi essere rappresentate con uno: ~~smorzatore~~

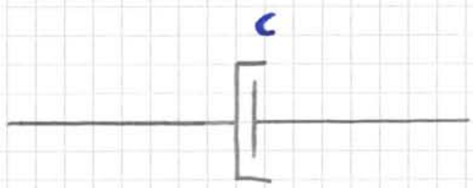
"SMORZATORE LINEARE EQUIVALENTE"

è un componente fittizio che ingloba in se tutti i fattori che producono dissipazione $\forall$ciclo e crea una forza funzione lineare della velocità e che si oppone ad essa e vale in modulo:

$$\begin{cases} F_s = cv & (\text{lin}) \\ C_s = c_t \omega & (\text{rotaz}) \end{cases}$$

c e c_t = costanti di smorzamento

Sono quelle che in un ciclo di vibrazione determinano la stessa dissipazione di energia del sistema effettivo

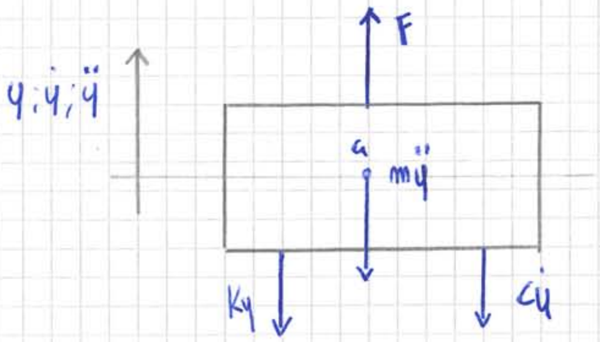


- UNA EVENTUALE FORZA $\vec{F}$ ESTERNA APPLICATA ALLA MASSA

Se $\vec{F}$ è NULLA O IMPULSIVA $\longrightarrow$ IL SISTEMA **NON È** FORZATO ED EVOLVE LIBERAMENTE

NB → NON SI CONSIDERA mg = FORZA PESO POICHÉ ESSA È COSTANTE NEL TEMPO, E PER LO STUDIO DELLE VIBRAZIONI NON LA PRENDIAMO IN CONSIDERAZIONE.

VIBRAZIONI: STUDIO NEL TEMPO
mg NON VARIA $\Rightarrow$ NO UTILE.



(ESEMPIO)

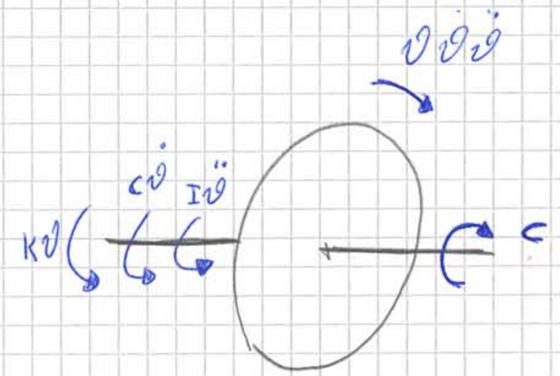
- EQUAZ. DI EQUILIBRIO DINAMICO:

$$F = m\ddot{y} + Ky + c\dot{y}$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + Ky = F \qquad \text{(Differenziale)}$$

$$\frac{m}{K}\ddot{y} + \frac{c}{K}\dot{y} + y = \frac{F}{K}$$

Vibraz nel corpo rotatorio



$K\vartheta$ = richiamo elastico   opposto a rotaz

$c\dot\vartheta$ = smorzante   opposto a $\dot\vartheta$

$I\ddot\vartheta$ = inerzia

C = coppia esterna

$$I\ddot\vartheta + c\dot\vartheta + K\vartheta = C$$

$$\frac{\ddot\vartheta}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n}\dot\vartheta + \vartheta = \frac{C}{K}$$

$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{\dfrac{K}{I}} \\ \xi = \dfrac{c}{2\sqrt{KI}} \end{cases}$$

All'equazione devo aggiungere le condizioni iniziali

$$\begin{cases} y(0) = y_0 \\ \dot{y}(0) = v_0 \end{cases}$$

Ora possiamo avere 3 casi:

① $\boxed{\rho < 1}$ → il sistema si dice "SOTTOSMORZATO"

La risposta della massa m ad uno spostamento rispetto alla condizione di equilibrio statico è costituita da un'oscillazione smorzata descritta da:

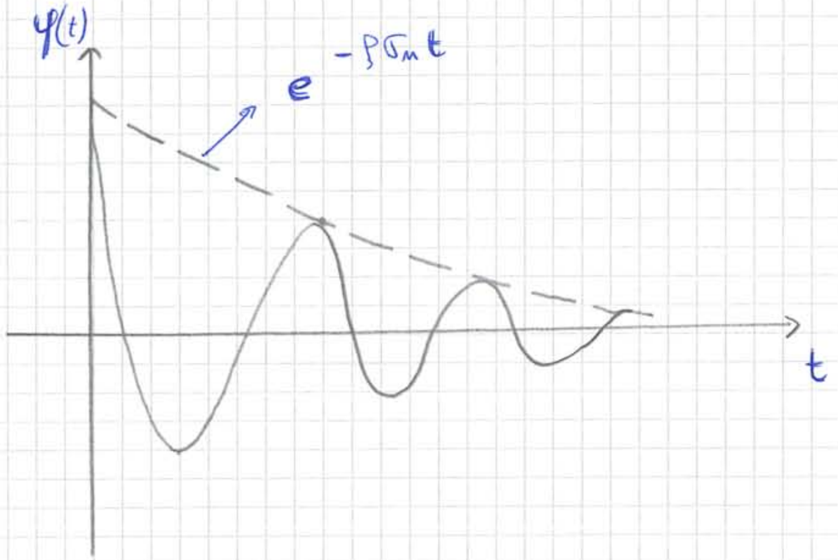
$$\boxed{A} \begin{cases} y(t) = a\, e^{-\rho \omega_n t} \cos\left(\omega_n \sqrt{1-\rho^2}\, t - \varphi\right) \\ \text{dove} \begin{cases} a = a(v_0; y_0) \\ \varphi = \varphi(v_0; y_0) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \sqrt{y_0^2 + \dfrac{2\rho\, y_0 v_0}{\omega_n} + \left(\dfrac{v_0}{\omega_n}\right)^2} \\ \tg \varphi = \dfrac{\dfrac{v_0}{\omega_n y_0} + \rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \end{cases}$$

Dall'equaz. $\boxed{A}$ vediamo che la risposta è un'oscillazione di pulsazione $\omega = \omega_n \sqrt{1-\rho^2}$

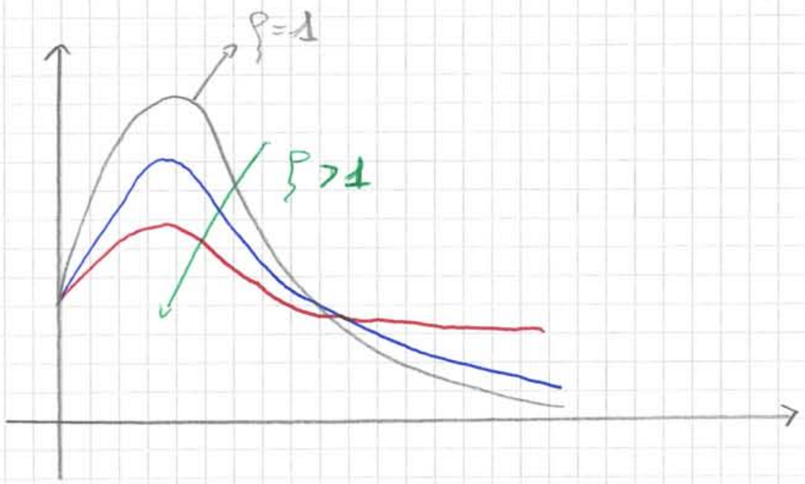
VIENE DEFINITO MEDIANTE DECREMENTO LOGARITMICO δ

$$\ln\left(\frac{y_{i+T}}{y_i}\right) = \ln\left(e^{-\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\right) = -\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \delta$$



③ $\boxed{\xi > 1}$ → "SOVRASMORZATO"

LA RISPOSTA È COSTITUITA DA UNA CURVA SENZA OSCILLAZIONI



Vibrazioni Forzate

- Risposta ad una forza eccitatrice sinusoidale

Si definiscono vibrazioni forzate tutti quei casi di vibrazione in cui sulla massa m oscillante agisce un'azione eccitatrice esterna permanente

Si supponga che alla massa m sia applicata una forza $\vec{F}$ con intensità variabile sinusoidalmente

$$F = F_0 \sin(\omega t)$$

Quindi l'eq. differenziale che descrive il problema diventa

$$\frac{\ddot{q}(t)}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n}\dot{q}(t) + q(t) = \frac{F_0 \sin(\omega t)}{K}$$

- Quando alla massa gli viene applicata la forza eccitatrice F si ha un transitorio iniziale, dopodiché la massa oscilla perennemente per effetto della forza F applicata con la stessa pulsazione ω della forza eccitatrice e con un'ampiezza q_0 e fase φ che dipendono da ω e dai parametri fisici del sistema

y_0 è in ritardo rispetto a $\frac{F_0}{K}$ → x/k la risposta di m è in ritardo rispetto alla forza eccitatrice

Applico Pitagora a OAB

$$\frac{F_0}{K} = \sqrt{\left(y_0 - \frac{\ddot{y}}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\xi}{\omega_n}\dot{y}\right)^2}$$

Scrivo π in funzione di y_0 → $\dot{y} = y_0\omega$

$\ddot{y} = y_0\omega^2$

e ricavo

$$\boxed{y_0 = \frac{F_0/K}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \frac{4\xi^2\omega^2}{\omega_n^2}}}}$$

Se $\omega = 0 \Rightarrow y_0 = F/K$

$$\boxed{tg(\varphi) = \frac{\frac{2\xi\omega}{\omega_n}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}}$$

Se $\xi = 0$

$$\begin{cases} y_0 = F_0/K \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

Trasmissibilità

Si consideri $m + K + c$ massa + smorzatore + molla

Il valore della forza che la molla e smorzatore trasmettono al supporto è:

$$F_T = Ky + c\dot{y}$$

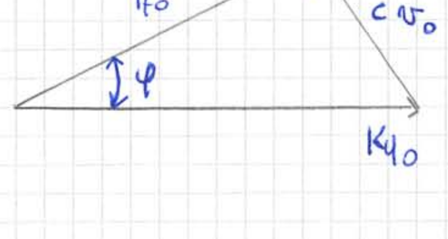
Se m è sottoposta a $F = F_0 \sin(\omega t)$

$$\Rightarrow \quad y = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$$
$$\dot{y} = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$$
$\Rightarrow$ variano nel tempo

$\Rightarrow$ anche F_T varia con pulsazione ω e ampiezza F_{T0}

$$\begin{cases} F_T = Ky + c\dot{y} \\ F_{T0} \sin(\omega t) = K y_0 \sin(\omega t + \varphi) + c\, v_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Vettori rotanti



LE FRIZIONI

SONO INNESTI AD ATTRITO CON FUNZIONE DI TRASMETTERE IL MOTO FRA DUE ALBERI ROTANTI COASSIALI

QUANDO I DUE ELEMENTI DELLA FRIZIONE AVENTI DIVERSA VELOCITÀ VENGONO PORTATI A CONTATTO, SI ORIGINA NELL'ACCOPPIAMENTO UNA COPPIA DI ATTRITO CHE DIPENDE DALLA FORZA CON CUI GLI ELEMENTI VENGONO PREMUTI, DALLA GEOM. E DA f.

UNA VOLTA che I DUE ELEMENTI HANNO LA STESSA ω SI PASSA AD UNA FASE DI TRASMISSIONE DELLA COPPIA PER ATTRITO DOVUTA ALLO STRISCIAMENTO AD UNA FASE DI TRASMISSIONE DELLA COPPIA PER ADERENZA.

IN QUESTE CONDIZIONI LA COPPIA TRASMESSA TRA I 2 ELEMENTI DELLA FRIZIONE È QUI DET DALL'EQ. DINAMICO DI TUTTA LA TRASMISSIONE

- DURANTE LA FASE D'INNESTO LA COPPIA D'ATTRITO CHE SI SVILUPPA FRA I DUE ELEMENTI STRISCIANTI COMPIE UN $\underbrace{\text{LAVORO NEGATIVO}}_{\text{CALORE}}$

$$L_f = \frac{1}{2}\left[I_1 \omega_{10}^2 + I_2 \omega_{20}^2 - (I_1+I_2)\,\omega_f^2\right] + \int_\tau C_m \omega_1\, dt - \int_\tau C_R \omega_2\, dt$$

SOLITAMENTE $\tau \to 0$

GLI INTEGRALI SONO TRASCURABILI

$$L_f = \frac{1}{2}\left[I_1 \omega_{10}^2 + I_2 \omega_{20}^2 - (I_1+I_2)\,\omega_f\right]$$

DATO CHE $\tau \to 0$ SI PUÒ CONSIDERARE COME UN URTO ELASTICO

$\Rightarrow$ SI CONSERVA LA QTÀ DI MOTO

$$I_1 \omega_{10} + I_2 \omega_{20} = (I_1+I_2)\,\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{I_1 \omega_{10} + I_2 \omega_{20}}{I_1+I_2}$$

$$\boxed{L_f = \frac{I_1 I_2}{2(I_1+I_2)}(\omega_{10} - \omega_{20})^2}$$

NEL CORSO DELL'OPERAZIONE LE ω_1 E ω_2 VARIANO NEL TEMPO IN BASE A:

$$\begin{cases} C_m - C_f - I_1 \dfrac{d\omega_1}{dt} = 0 \\ C_f - C_\tau - I_2 \dfrac{d\omega_2}{dt} = 0 \end{cases}$$

C_f = COPPIA TRASMESSA IN OGNI ISTANTE TRA I DUE ELEMENTI DELLA FRIZIONE

Suppongo Hp di Reye valida:

- N = forza assiale
- f = coeff. attrito
- r_1 e r_2 i raggi int ed est della sup di contatto

$$\boxed{C_f = fN \frac{r_1+r_2}{2}}$$

$$\boxed{P = \frac{N}{2\pi r (r_1+r_2)}}$$ Pressione

+ dischi

$$\begin{cases} C_f = i f N \dfrac{r_1+r_2}{2} \\ i = n° \text{ sup. a contatto} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_\tau = \ddot{\beta}\rho \\ \vec{a}_n = \dot{\beta}^2\rho = \dfrac{v_a^2}{\rho} \end{cases} \qquad \rho = \frac{v_g^2}{a_n} = 2{,}43 \cdot 10^6\, m$$

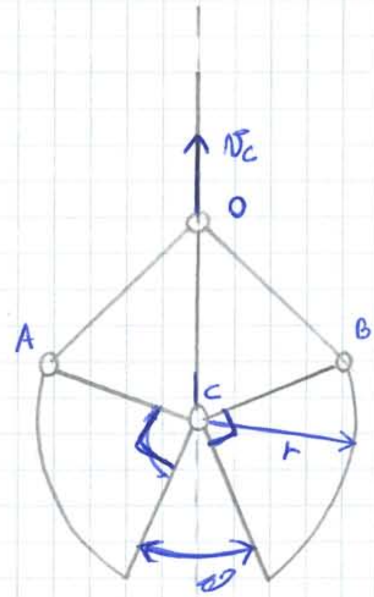
$$\dot{\beta}^2 = \frac{a_n}{\rho} \qquad \dot{\beta} = \sqrt{\frac{a_n}{\rho}} = 1{,}714\ \frac{rad}{s}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 145 di 332

$\vec{a}_c \rightarrow a_c = \omega^2 R = \omega \cdot \omega R = \omega \cdot v = 0{,}2514 \ m/s^2$

La componente tangenziale non è presente poiché è un moto circolare uniforme

Problema 02



O fisso

$v_c = 0{,}3 \ m/s$

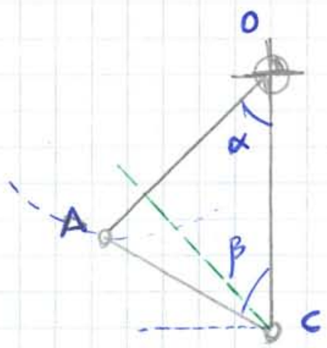
$\omega_{ganasce}$?

$\vartheta = 45° = \frac{\pi}{4}$

$r = 500 \ mm = 0{,}5 \ m$

$\overline{AO} = \overline{BO} = 600 \ mm = 0{,}6 \ m$

Isolo una parte:



ω_{AC}?

$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{C/A}$

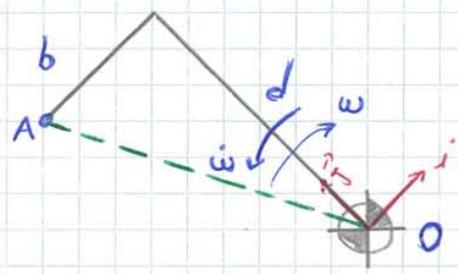
	$\vec{v}_C$	$\vec{v}_A$	$\vec{v}_{C/A}$
mod	0,3	?	ωAC
direz	$\uparrow$	$\perp AO$	$\perp AC$
vers	$\uparrow$	?	

$\beta = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2} = 67{,}5°$

α? Teorema del sin

$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{AO}{\sin\beta} \qquad \alpha = 50{,}36°$

Esercizio 1.22



$\dot{\omega} = 2 \frac{rad}{s}$ decrescente

$\vec{v}_A$? $\vec{a}_A$?

$\omega = 3 \frac{rad}{s}$

$b = 0,3\ m$

$d = 0,4\ m$

$$\vec{v}_A = \underbrace{\cancel{\vec{v}_O}}_{=0} + \vec{v}_{A/O} = \vec{v}_{A/O} = \underbrace{\vec{\omega}}_{-\omega\vec{k}} \times \underbrace{\overline{OA}}_{-b\vec{i} + d\vec{j}} =$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & 0 & -b \\ \vec{j} & 0 & d \\ \vec{k} & -\omega & 0 \end{vmatrix} = \omega d \vec{i} - \vec{j}(-\omega b) = \omega d \vec{i} + \omega b \vec{j} =$$

$$= 1,2\vec{i} + 0,9\vec{j}\ \ m/s$$

$$\vec{a}_A = \underbrace{\cancel{\vec{a}_O}}_{=0} + \underbrace{\vec{a}_{t_{A/O}}}_{\vec{\dot{\omega}} \times \overline{OA}} + \underbrace{\vec{a}_{n_{A/O}}}_{\vec{\omega}^2 \times \overline{OA}}$$

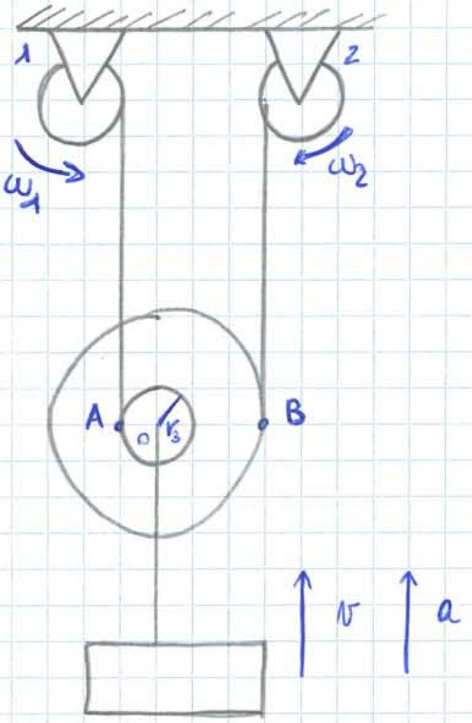
$$\cancel{\begin{vmatrix} i & 0 & -b \\ j & 0 & d \\ k & -\omega^2 & 0 \end{vmatrix} = -i(\omega^2 d) + j(\omega^2 b) =}$$

ω^2 non è vettore!

$$\vec{\dot{\omega}} \times \overline{OA} = \begin{vmatrix} \vec{i} & 0 & -b \\ \vec{j} & 0 & d \\ \vec{k} & \dot{\omega} & 0 \end{vmatrix} = -\vec{i}\dot{\omega} d + \vec{j}(\dot{\omega} b) = -0,8\vec{i} + 0,6\vec{j}\ \ m/s^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 149 di 332

ESERCIZIO 1.26



$r_1 = r_2 = r_3 = 0,1\ m$

$R_3 = 0,2\ m$

$\vec{v}$? $\vec{a}$?

ω_3? $\dot{\omega}_3$?

Nei casi

A) $\omega_1 = \dot{\omega}_1 = 0$

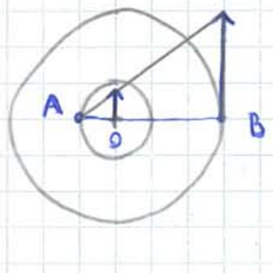
$\omega_2 = 3\ rad/s \qquad \dot{\omega}_2 = -2\ rad/s^2$

B) $\omega_1 = 1\ rad/s \qquad \dot{\omega}_1 = 4\ rad/s^2$

$\omega_2 = 2\ rad/s \qquad \dot{\omega}_2 = -4\ rad/s^2$

CASO A

IL PUNTO A È FERMO



IN B AVRÒ VELOCITÀ $v_B = \omega_2 r_2 = 0,3\ m/s$

$a_B = \dot{\omega}_2 \cdot r_2 = -0,2\ m/s^2\ (\downarrow)$

v_0?

$v_B : AB = v_0 : AO$

$v_0 = v_B \cdot \frac{AO}{AB} = 0,1\ m/s\ (\uparrow)$

$$\begin{cases} a_A = \dot{\omega}_1 \cdot R_1 = 0{,}4 \ \frac{rad}{s^2} \ \uparrow \\ a_B = -0{,}4 \ \frac{rad}{s} \ (\downarrow) \end{cases}$$

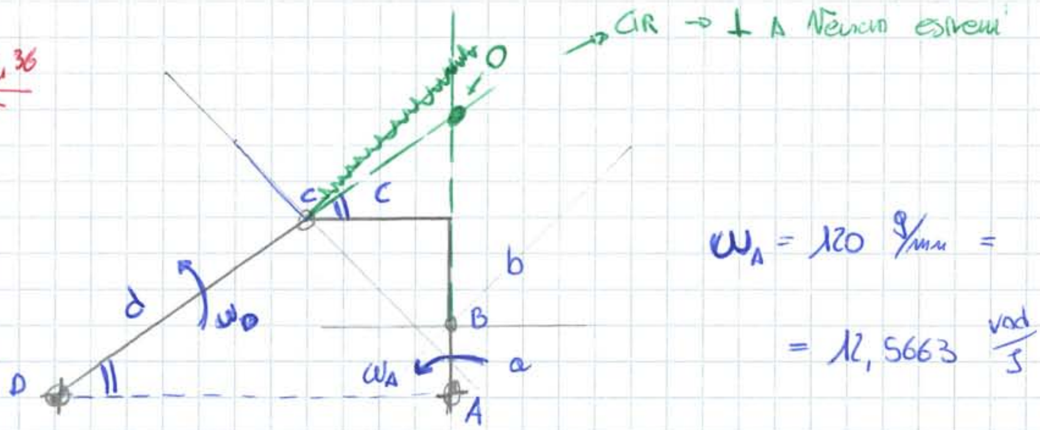
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{\tau_{B/A}} + \vec{a}_{n_{B/A}} =$$

$$= a_A + \dot{\omega}_3 \times AB - \omega_3^2 \overline{AB}$$

$$a_{B\tau} = a_{A\tau} + \dot{\omega}_3 AB \qquad \dot{\omega}_3 = \frac{a_{B\tau} - a_{A\tau}}{AB} = -2{,}6667 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$a_{O\tau} = a_{A\tau} + \dot{\omega}_3 AO \qquad a_{O\tau} = 0{,}13333 \ m/s^2 \ \uparrow$$

ESERCIZIO 1,36



$\omega_A = 120$ g/min $=$

$= 12{,}5663 \ \frac{rad}{s}$

ω_D ?

$a = 0{,}08$ m

$b = 0{,}1$ m

$c = 0{,}24$ m

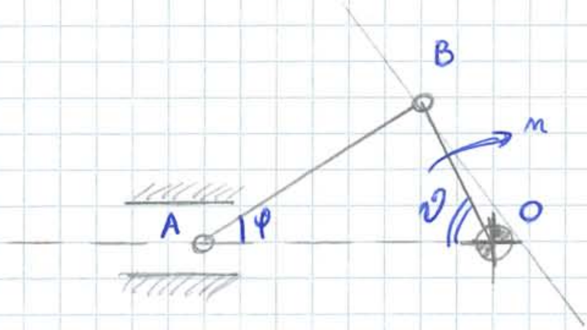
$d = 0{,}36$ m

$$\vec{v}_C = \underbrace{\cancel{\vec{v}_D}}_{v=0} + v_{C/D} = \omega_D \cdot \overline{DC}$$

$$\vec{v}_B = \underbrace{\cancel{\vec{v}_A}}_{v=0} + \vec{v}_{B/A} = \omega_A \cdot a = 1{,}0053 \ \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B} = v_B + \underset{?}{\omega_B} \overline{CB}$$

ES 1.37



$\overline{AB} = 0,35\ m$

$\overline{OB} = 0,125\ m$

$n = 1500\ g/min = 50\pi =$

$\omega_1 = 157,0796\ \frac{rad}{s}$

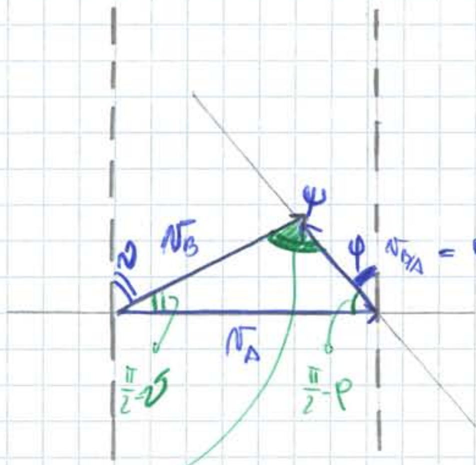
$\vartheta = 60°$

$\vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_O} + \vec{v}_{B/O} = \omega_1 \cdot OB = 19,6349\ \frac{m}{s}$ $v_a?$ $a_a?$

$\omega_{AB}?$ $\dot{\omega}_{AB}?$

$\overline{AB} \sin\varphi = \overline{OB} \sin\vartheta$ $\varphi = 18,02°$

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$



$\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) =$

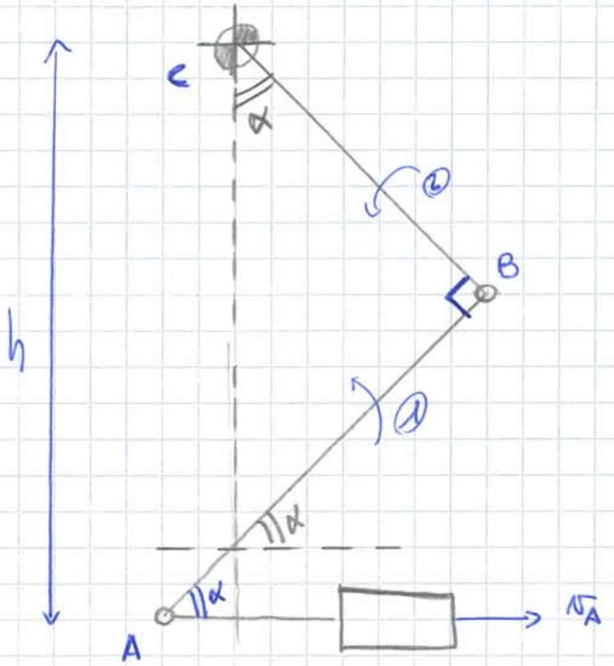
$= 78,017°$

Teorema del sin $\frac{v_A}{\sin\psi} = \frac{v_B}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$

$\boxed{v_A = 20,198\ m/s}$

$\frac{v_A}{\sin\psi} = \frac{\omega_{AB} \cdot AB}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right)}$ $\omega_{AB} = 29,496\ \frac{rad}{s}$

ES 1.38



$v_A = 0{,}5 \ \frac{m}{s}$

$\overline{CB} = \overline{AB} = 0{,}125 \ m = a$

$h = 0{,}175 \ m$

$\omega_1 ? \quad \omega_2 ?$

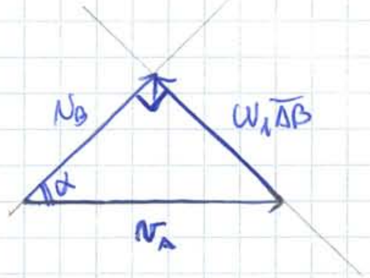
$$\vec{v}_B = \underbrace{\cancel{\vec{v}_C}}_{=0} + \vec{v}_{B/C} = \omega_2 \cdot \overline{CB}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = v_A + \omega_1 \overline{AB}$$

$$\overline{CB}\cos\alpha + \overline{AB}\sin\alpha = h$$

$$a(\cos\alpha + \sin\alpha) = h \qquad (\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = \frac{h^2}{a^2} =$$

$$= 1 + \sin 2\alpha \implies \alpha = 36{,}87°$$



$$v_A \sin\alpha = \omega_1 \overline{AB}$$

$$\omega_1 = 2{,}4 \ \frac{rad}{s} \ \text{(antiorario)}$$

$$v_A \cos\alpha = v_B = 0{,}39 \ \frac{m}{s}$$

$$\omega_2 = \frac{v_B}{\overline{CB}} = 3{,}12 \ \frac{rad}{s} \ \text{(antiorario)}$$

$$\omega_{AB} = \frac{v_B}{BK} = 0,25714 \ \frac{rad}{s}$$

$$v_A = \overline{AK} \cdot \omega_{AB} = 0,1028 \ \frac{m}{s}$$

$$v_A = \omega_{AC} \cdot AC \Rightarrow \boxed{\omega_{AC} = \frac{v_A}{AC} = 0,5143 \ \frac{rad}{s}} \ (\text{ORARIO})$$

Accelerazioni

$$a_B = -\omega_{OB}^2 \cdot \overline{OB} = 0,0432 \ \frac{m}{s^2}$$

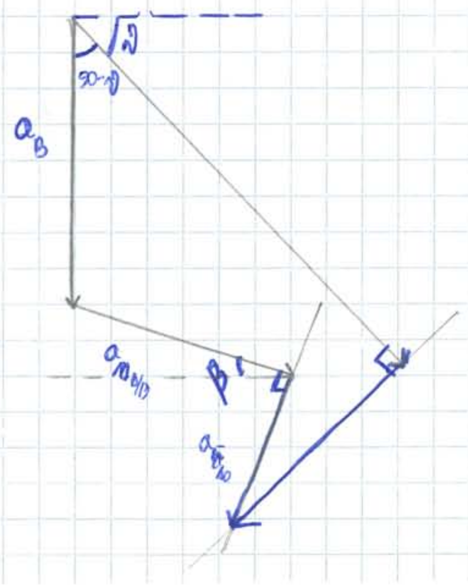
$$a_a = \underbrace{\cancel{a_C}}_{=0} + \vec{a}_{\tau_{A/C}} + \vec{a}_{n_{A/C}} = \dot{\omega}_{AC} \overline{AC} + \omega_{AC}^2 \overline{AC}$$

$$=$$

$$a_a = a_B + a_{\tau_{A/B}} + a_{n_{A/B}} = a_B + \dot{\omega}_{AB} \overline{AB} + \omega_{AB}^2 \overline{AB}$$

$$a_a = \dot{\omega}_{AC} \overline{AC} + \omega_{AC}^2 \overline{AC} = a_B + \dot{\omega}_{AB} \overline{AB} + \omega_{AB}^2 \overline{AB}$$

direz ✓	TUTTO ✓	TUTTO ✓	direz ✓	TUTTO ✓
$\perp AC$	$// AC$	$// OB$	$\perp AB$	$// AB$



Scrivo le due eq

x →

↑

$\vec{a}_{Prel} = \ddot{\beta}\,\overline{PO}\,\vec{\tau} + \dot{\beta}^2\,\overline{PO}\,\vec{n} =$ Relativo => rispetto al sist in movimento

$$\ddot{\beta} = 20 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,3491 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$\dot{\beta} = 10 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,17453 \ \frac{rad}{s}$$

$$\overline{PO} = \sqrt{b^2 + d^2} = 0,36055 \ m$$

$$\vec{a}_{rel} = 0,12586\,\vec{\tau} + 0,01098\,\vec{n}$$ (V)

$\vec{a}_{Tr} = \omega_r^2 \cdot L\,\vec{i} =$ L = distanza tra P e la base

$= 0,17537\,\vec{i}$

$L = b\cos\beta + d\sin\beta = 0,35981 \ m$

$\omega_r = 0,69813 \ \frac{rad}{s}$

$\vec{a}_{cor} = 2\,\vec{\omega}_{Tr} \times \vec{v}_{Prel}$

$\vec{\omega}_{Tr} \to \omega_r$

$\vec{v}_{Prel} \to \underbrace{\vec{v}_O}_{=0} + \vec{v}_{P/O} = \dot{\beta} \cdot \overline{OP}\,\vec{\tau} = 0,06293 \ m/s$

$\vec{a}_{cor} = 2\,\omega_{Tr}\,v_{Prel}\,\sin\alpha\,\vec{k} = 2\,\vec{\omega} \times \overline{OP}\,\dot{\beta}\,\vec{\tau}$

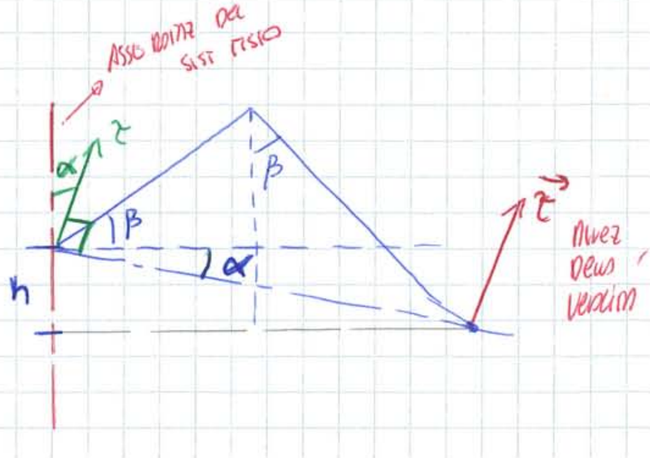
$\vec{k}$ → uscente

x α! $\overline{OP}\sin\alpha = h$

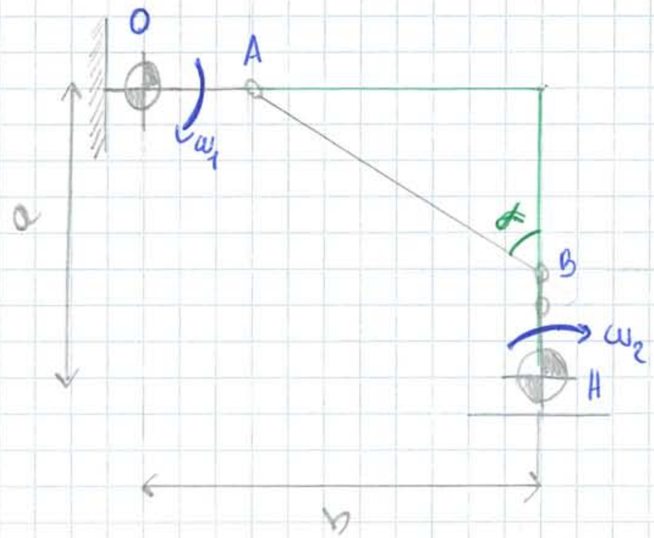
$h = d\cos\beta - b\sin\beta =$

$= 0,023205$

$\alpha = 3,69°$



Es 1.40



$\omega_1 = 0,5 \frac{rad}{s} = \omega_2$

$a = 0,25\ m$

$b = 0,275\ m$

$\overline{OA} = 0,075\ m$

$\overline{HB} = 0,1\ m$

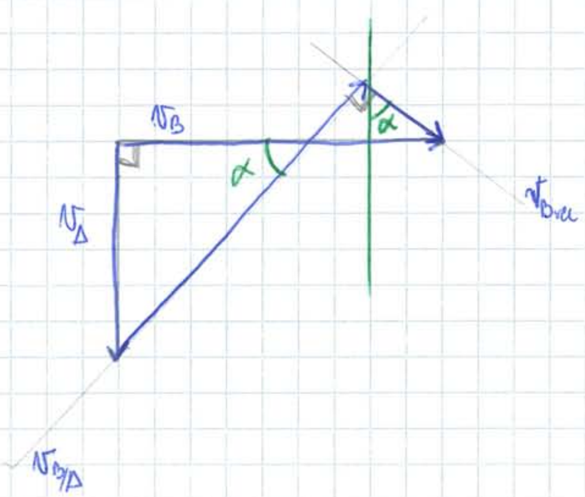
ω_{AB}?

$\vec{v}_B = \omega_2 HB = 0,05 \frac{m}{s}$

$v_A = \omega_1 OA = 0,0375 \frac{m}{s}$

$\vec{v}_B = \underbrace{\vec{v}_{B_{rel}}}_{\vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}} + \underbrace{\vec{v}_{B_{tr}}}_{\omega_2 HB}$

$v_B = \overset{v_{Brel}}{\cancel{\ }} + v_A + v_{B/A} = \overset{v_{Brel}}{\cancel{\ }} + \omega_1 \overline{OA} + \omega_{AB} \overline{AB}$



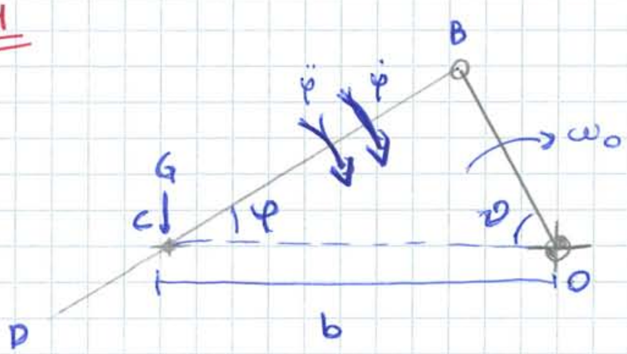
$\cancel{tg\alpha = \frac{a - HB}{b - OA}}$

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{CB}{AB}\right) = 53,13°$

$\overline{AB} = 0,25\ m$

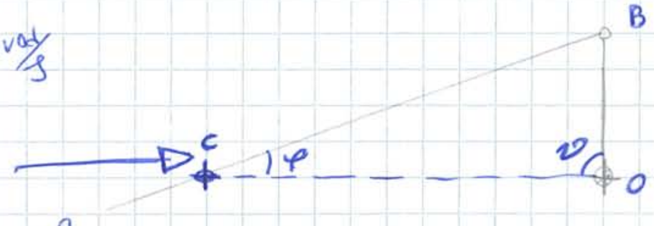
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 163 di 332

ES 1,41



$\omega_0 = cost = 5 \ rad/s$

$\vartheta = 90°$



$\dot{\varphi}$? $\ddot{\varphi}$?

$\overline{OB} = 0,25 \ m$

$b = 0,6 \ m$

$$\overline{CB} = \sqrt{\overline{OB}^2 + b^2} = 0,65 \ m$$

$$\overline{CB} \cos\alpha = b \qquad \alpha = \arccos\left(\frac{b}{\overline{CB}}\right) = 22,62°$$

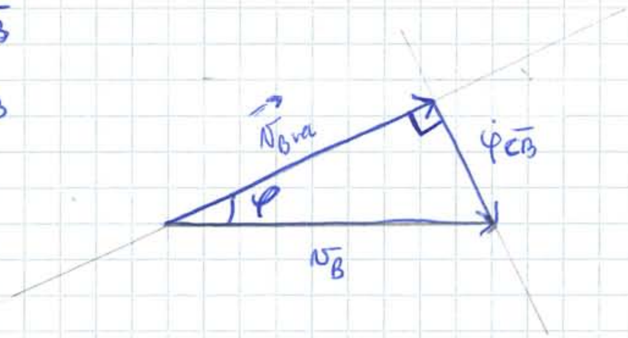
$$\vec{v}_B = \underbrace{\cancel{\vec{v}_O}}_{=0} + \vec{v}_{B/O} = \omega_0 \overline{OB} = 1,25 \ m/s$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_{B/C} = \vec{v}_C + \dot{\varphi} \cdot \overline{CB}$$

$$\vec{v}_C \to \vec{v}_{B_{re}} + \underbrace{\cancel{\vec{v}_{B_{tr}}}}_{=0}$$ Perché ruota intorno a C!

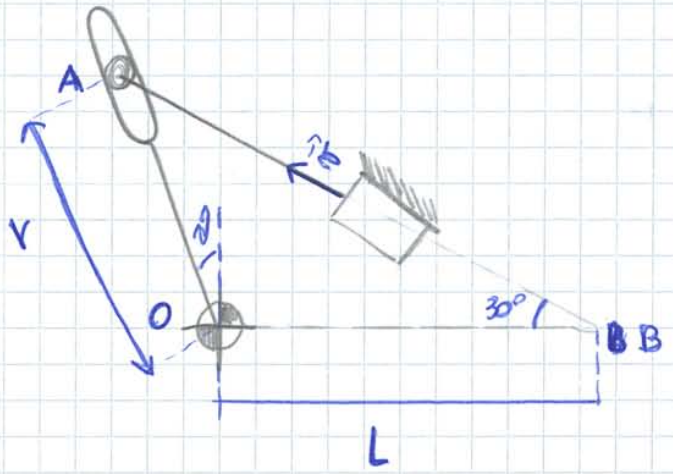
$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_{Bre} + \dot{\varphi}\,\overline{CB}$$

$\vec{v}_B$	$\vec{v}_{Bre}$	$\dot{\varphi}\,\overline{CB}$
$\rightarrow$	$// CB$	$\perp CB$
$\checkmark$	?	?
$\checkmark$	?	?



$v_{Bre} = v_B \cos\varphi = 1,1538 \ m/s$ $\qquad \dot{\varphi}\,\overline{CB} = v_B \sin\varphi \qquad \dot{\varphi} = 0,7936 \ rad/s$

ES 1,44



$\overline{OA} = r$

$v = 4 \ m/s$ (cost)

$\dot{r}$? $\ddot{r}$?

$\ddot{\vartheta}$? quando $\vartheta = 30°$

$L = 0,3 \ m$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{A\,rel} + \vec{v}_{A\,TV}$$

$\vec{v}_{A\,rel} \parallel \overline{OA}$

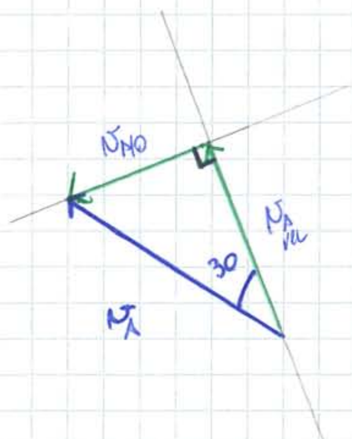
$\vec{v}_{A\,TV} = \cancel{\vec{v}_O} + \vec{v}_{A/O} = \omega_{OA} \cdot \overline{OA}$, $\perp OA$

essendo $\vartheta = 30°$ $\Rightarrow$ BOA è isoscele poiché $\begin{cases} \hat{B} = 30° \\ \hat{A} = 180 - (120 + 30) = 30° \end{cases}$

$\Downarrow$

$r = L$

v_A	v_{AV}	$\omega_{OA} \cdot \overline{OA}$
TUTTO	$\parallel OA$	$\perp OA$

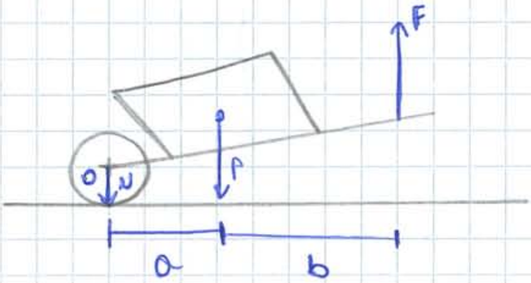


$\dot{r} = v_A \cdot \cos 30 = v_{A\,rel} = 3,464 \ \frac{m}{s}$

$v_A \sin 30 = v_{A/O} = 2 \ \frac{m}{s}$

$\dot{\vartheta} = \omega_{OA} = \frac{v_{A/O}}{OA} = 6,6 \ \frac{rad}{s}$

ES 2.2



$P = 600\ N$

$a = 0{,}38\ m$

$b = 0{,}8\ m$

$\vec{F}$?

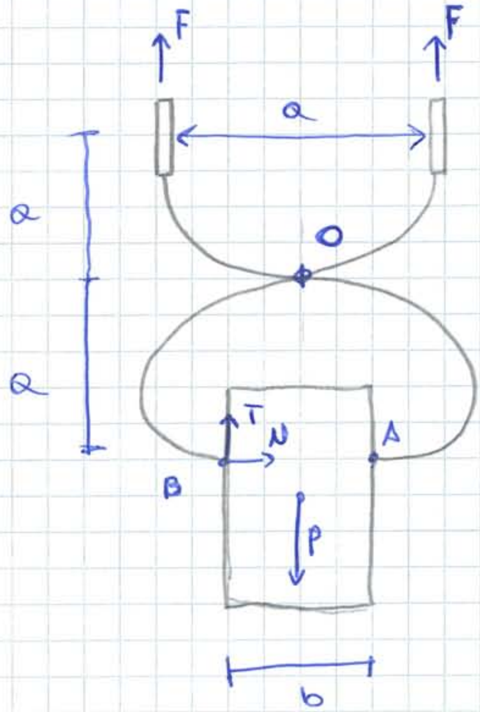
$\vec{N}$? Trasmessa dalle ruote al terreno

O ↻ $\quad Pa = F(a+b)$

$$F = \frac{Pa}{a+b} = 193{,}22\ N$$

$N + P = F \quad \Rightarrow \quad N = F - P = -406{,}8\ N$

ES 2.4



$P = 20\ N$

$F = 10\ N$

$a = 0{,}15\ m$

$b = 0{,}3\ m$

N? T? R?

A) blocco $\quad T_B \cdot \cancel{b} = P \cdot \frac{\cancel{b}}{2}$

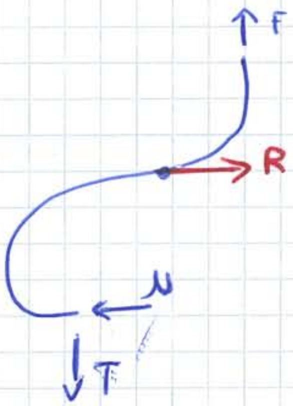
$T_B = \frac{P}{2} = 10\ N$

$T_A = \frac{P}{2} = 10\ N$

O) $\cancel{F\cdot\frac{a}{2} + N a = T\frac{b}{2}}$

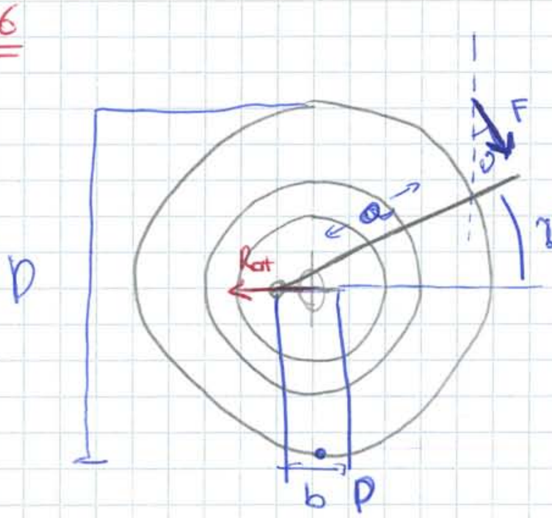
$\frac{T}{2}a + F\cdot\frac{a}{2} = Na$

$$N = \frac{T\cdot\frac{b}{2} + F\cdot\frac{a}{2}}{a} = 15\ N$$



$R = N = 15\ N$

ES 2.6



$F = 300\ N$

$\vec{M_s}$?

$\vec{M_o}$?

R_{OH}

$D = 0{,}65\ m$

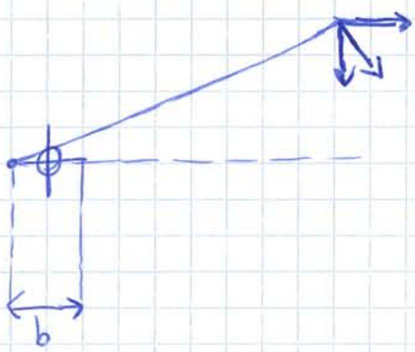
$a = 0{,}5\ m$

$b = 0{,}125\ m$

$\vartheta = 30°$

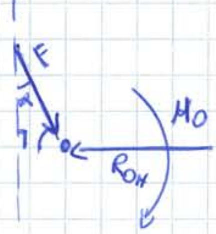
$$M_s = F \cdot a = 150\ Nm$$

$$M_0 = F\cos\vartheta\left(a\cos\vartheta - \frac{b}{2}\right) + F\sin\vartheta\, a\sin\vartheta = 132{,}4\ Nm$$

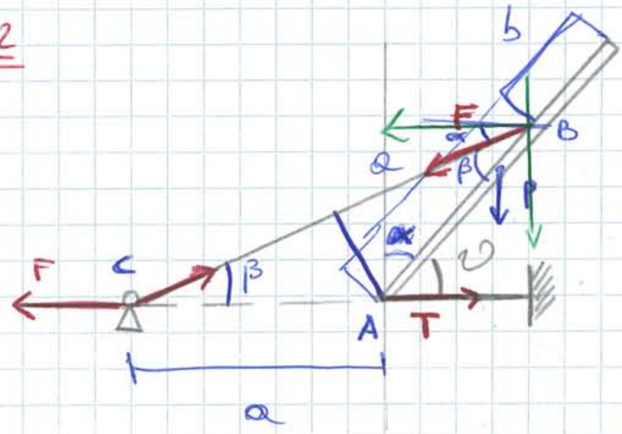


D) $R_{OH} \cdot \frac{D}{2} - M_0 - F\sin\vartheta\,\frac{D}{2} = 0$ $\quad\quad \alpha = \vartheta$

$$R_{OH} = \frac{M_0 + F\cdot\sin\vartheta\cdot\frac{D}{2}}{\frac{D}{2}} = 510\ N$$



ES 2.12



$m = 25000$ Kg

$a = 5m$

$b = 1m$

$\vartheta = 60$

T?

A) $\cancel{F \sin\alpha \cdot a - P \frac{a+b}{2} \cos\vartheta = 0}$

$\overset{R}{A}$) $F \cdot a \sin\beta = P \frac{a+b}{2} \cos\vartheta$

$\cancel{\boxed{F = 36787,5}}$ $\cancel{\boxed{F = 101153}}$

$\boxed{F = 147\,150 \ N}$

$T = F\cos\alpha$

$\uparrow)\ V_A + T\cos\beta = mg$

$\rightarrow)\ H_A = T\sin\beta$

$A \circlearrowleft\ T \cdot \overline{AD}\, \sin(\alpha+\beta) = P\, \overline{AG}\, \sin(\alpha)$

$T = 318,5\ N$

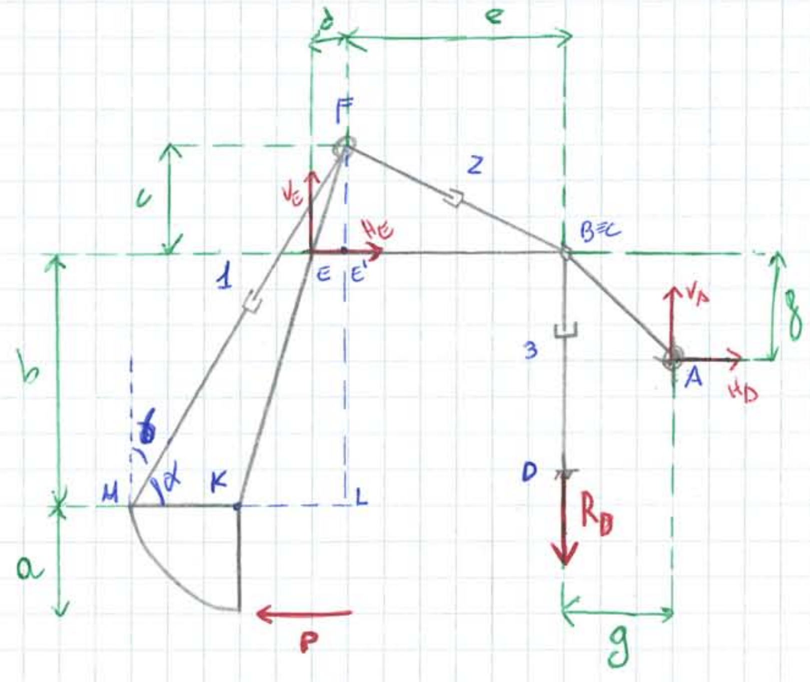
$H_A = 159,3\ N$

$V_A = 165,5\ N$

$R_A = \sqrt{} = 229,6\ N$

$M = T\cos\gamma \cdot \overline{BC} = 137,9\ Nm$

ES 2,21



1-2-3 movimenti idraulici

$P = 10\,kN$

$a = 0{,}9\,m$

$b = 2{,}4\,m$

$c = 1{,}2\,m$

$d = 0{,}3\,m$

$e = 2{,}1\,m$

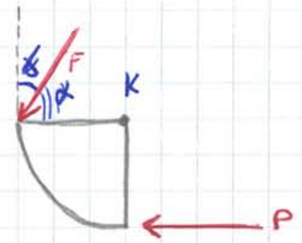
$f = 1{,}5\,m$

$g = 0{,}9\,m$

Forze incognite

e Reaz incognite

HO INFO SU BENNA → STUDIO IL I° CORPO E VEDO



$F \sin\alpha = P$

$$tg\,\alpha = \frac{\overline{FL}}{\overline{ML}} = \frac{c+b}{a+\overline{KL}}$$

$X\ \overline{KL} \rightarrow FEE' \sim FKL$

$$\overline{EE'} : \overline{FE'} = \overline{KL} : \overline{FL}$$

$$d : c = KL : (c+b)$$

$$\overline{KL} = \frac{d\cdot(c+b)}{c}$$

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{c+b}{a+\frac{d}{c}(c+b)}\right) = 63{,}43°$$

$$\boxed{F_1 = \frac{P}{\sin\alpha} = 11180\ N}$$

Per le reaz vincolari → in A

Eq totale
$$\begin{cases} V_A = R_D \\ H_D = P \end{cases}$$

$$R_A = \sqrt{V_A^2 + H_D^2} = 22360{,}6 \ N$$

IN E

Rotaz intorno a F della II° parte dell'esercizio e eq.

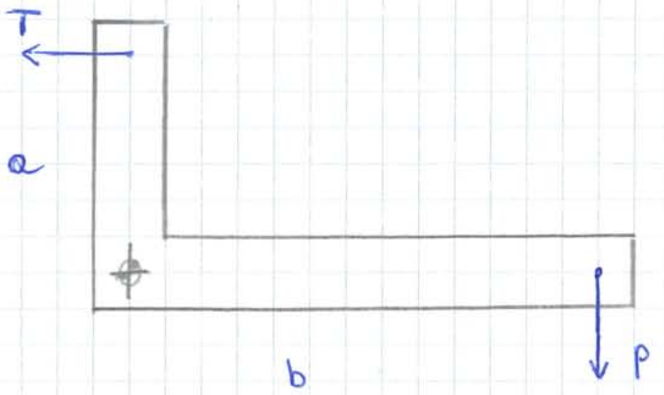
$$\uparrow) \quad F_2 \cos\beta + V_E = 0 \qquad V_E = -13752 \ N$$ (verso opposto a quello disegnato)

$$\rightarrow) \quad P + F_2 \sin\beta = H_E \qquad H_E = 34062 \ N$$

$$R_E = \sqrt{} = 36733 \ N$$

CHIAMO $\rho = R \sin \varphi$ "RAGGIO DEL CERCHIO D'ATTRITO"

ESEMPIO



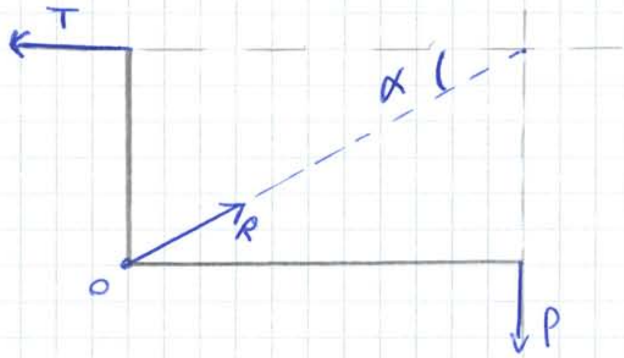
$d_{perno} = 0{,}12\ m$

$f = 0{,}15$ $\quad a = 0{,}15\ m$

$P = 600\ N$ $\quad b = 0{,}25\ m$

T ? x eq

HP NO ATTRITO



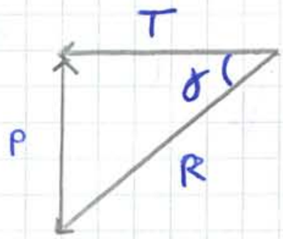
$\vec{R}$ PASSA x QUEL PUNTO x eq.

$\alpha = tg^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) = 30{,}964°$

M. Momento in O è fatto eq $\quad Ta = P \cdot b \quad T = P \cdot \frac{b}{a} = 833{,}4\ N$

DAL DIAGRAMMA VETTORIALE

$$\vec{T} = \vec{P} + \vec{R} \quad (\times\ eq)$$



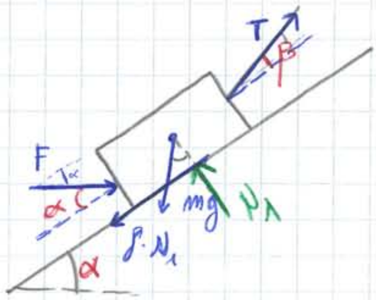
$$T\, tg\gamma = P$$

$$T = \frac{P}{tg\gamma} = 82{,}1\ N$$

$N_1 = 526,387\ N$

$P = 279,9\ N$

ES 2.23



$m = 100\,kg \Rightarrow P = 981\ N$

$\alpha = 30°$

$f = 0,4$

$F = 500\ N$

$T?\quad \beta = 15°$

$\rightarrow)\quad T\cos\beta + F\cos\alpha = P\sin\alpha + f \cdot N_1$

$\uparrow)\quad N_1 + T\sin\beta = F\sin\alpha + P\cos\alpha$

$N = F\sin\alpha + P\cos\alpha - T\sin\beta$

$\rightarrow\quad T\cos\beta - f\,(F\sin\alpha + P\cos\alpha - T\sin\beta) = P\sin\alpha - F\cos\alpha$

$T\cos\beta - fF\sin\alpha + fP\cos\alpha + fT\sin\beta = P\sin\alpha - F\cos\alpha$

$T\cos\beta + T f\sin\beta = P\sin\alpha - F\cos\alpha + fF\sin\alpha + fP\cos\alpha$

$T\,(\cos\beta + f\sin\beta) = \text{———}$

$T = 465\ N$

TVD 1e2 x FAV si ch nn si muova

$F_{a1} = f_{1,2} N_1 = 76{,}46\ N$

$F_{a2} = f_{23} N_2 = 271{,}88$

$\cancel{P_{MAX} + mg \sin\alpha = F_{a1} + F_{a2}}$

$\cancel{P_{MAX} =}$

X ADERENZA XO NON POSSO USARE F_{a2} → DEVO PRIMA VERIFICARE

la F_a ch tiene in ADERENZA il corpo 3 con il PIANO

e poi eq TVD 2-3 con P MAX

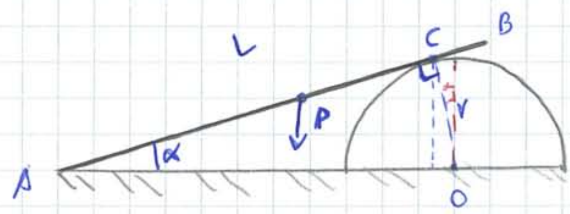
③ → $f_3 N_3 = mg \sin\alpha + \underbrace{f_{23} N_2}$

$F_{a2}' = 262{,}5 < F_{a2}$!

→ USO QSTA!

$$P_{MAX} + m_2 g \sin\alpha = F_{a1} + F_{a2}' = \boxed{93{,}78\ N = P_{MAX}}$$

ES 2.28

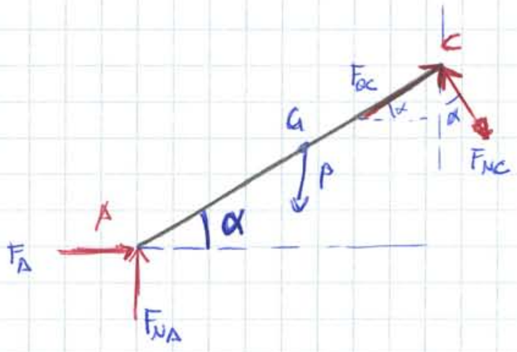


$L = 0{,}24\,m$

$r = 0{,}075$

$f_a = 0{,}15$

α MAX eq?

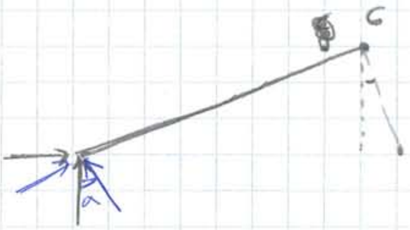


Equilibrio

$$F_{N_A} + F_{NC}\cos\alpha + F_{aC}\sin\alpha = P$$

$$\uparrow)\quad N_A + N_C\cos\alpha + N_C f\sin\alpha = P$$

$$\rightarrow)\quad N_A f + N_C f\cos\alpha = N_C\sin\alpha$$



$$\overset{\curvearrowleft}{C})\quad f N_A \cdot r\cos\alpha - N_A\cos\alpha \cdot AC + P\cos\alpha\left(\frac{r}{tg\alpha} - \frac{L}{2}\right) = 0$$

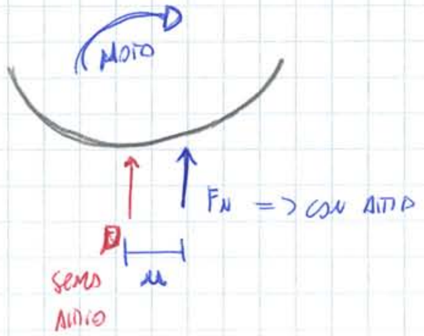
$\overline{AC}\,tg\alpha = r$

$AC = r/tg\alpha$

DA qste 3 Ricavo $tg\alpha$ in funzione dei miei dati

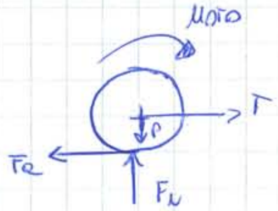
$\alpha = 17{,}63°$

Attrito Volvente e resistenza al rotolamento

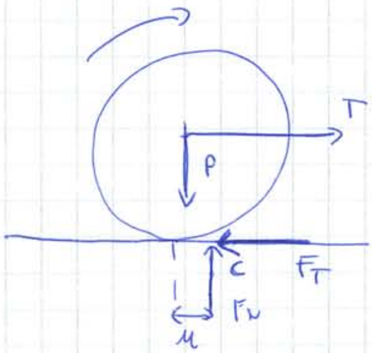


$M = F_N \cdot u$ (resistente)

Ruota condotta



Motrice



$$\begin{cases} T = F_T \\ P = F_N \\ C)\ T \cdot r = P \cdot u \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_T = P \dfrac{u}{r} \\ F_T \leq f_a \cdot F_N \quad (\text{x rotolamento puro}) \end{cases}$$

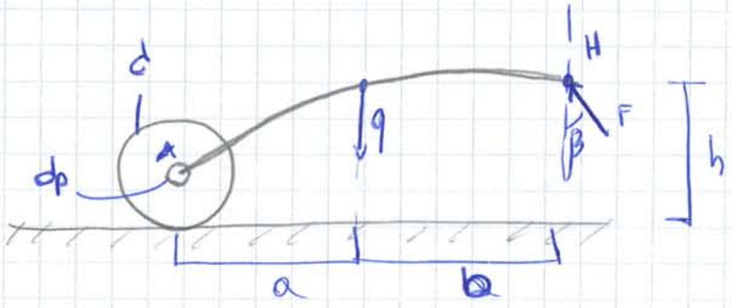
$$F_T = T = P \underbrace{\frac{u}{r}}$$
→ coeff. attrito volvente

$$\boxed{u = f_v \cdot r}$$

Al Trg dei vettori $\quad P \cdot tg\beta = F$

$$\boxed{F = 272\ N}$$

ESERCIZIO 2.37



$q = 900\ N$

$a = 0,6\ m$

$b = 0,5\ m$

$d = 0,4\ m$

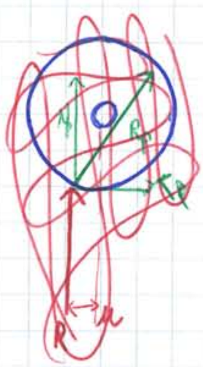
$h = 0,8\ m$

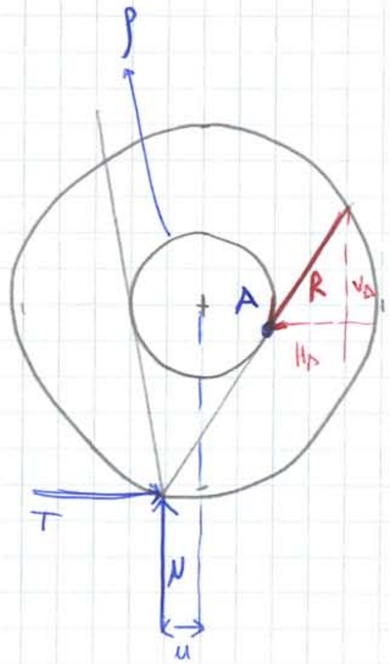
$u = 0,001\ m$

$d_p = 25\ mm = 0,025\ m$

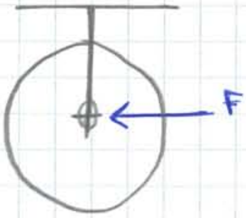
$f_p = 0,18$

$\vec{F}?\ \beta?$





ES 2.38



$d = 1{,}5$ m

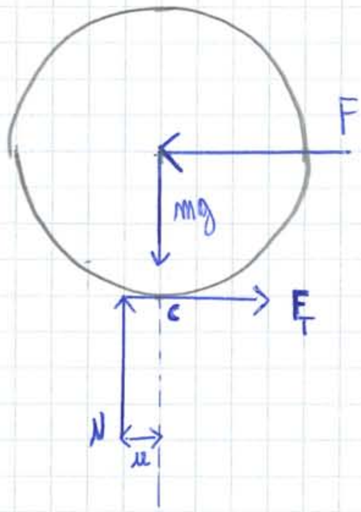
Lunghezza $l = 2{,}5$ m

$m = 8000$ Kg

$u = 0{,}02$ m

$f_p = 0{,}4$

F?



↑) $mg = N = 78480$ Kg

↻) $F \cdot \frac{d}{2} = N \cdot u$

$$F = (N \cdot u) \cdot \frac{2}{d} = 2092 \text{ N}$$

Coppia sterzante? X ogni metà del rullo si genera F_T

$$F_T = \frac{mg}{2} \cdot f = 15696$$

Int. dall'asse verticale ~~...~~ braccio è $l/2$

$$C = F_T \cdot \frac{l}{2} = F_T \cdot \frac{l}{4} + F_T \cdot \frac{l}{4} = 19620 \text{ Nm}$$

$\mathcal{M}_2 = f_{v_2} \cdot \frac{d}{2} = 0{,}01 \, Nm$

$N_1 = mg = 1962 \; N$

$O')$ $N \cdot \mu = F_T \cdot \frac{d}{2}$ $\qquad F_T = 156{,}96 \; N$

$R = \sqrt{} = 1968{,}268 \; N$

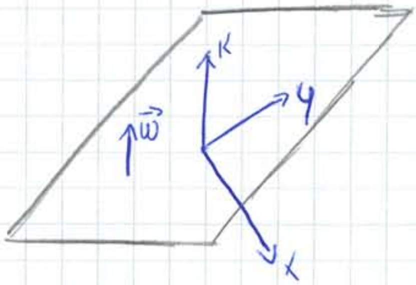
TENSIONE ORIZZ DEL CORPO $\qquad T = R \sin 2\vartheta + mg \sin\alpha = 293 \; N$

ϑ? $\quad d \cdot tg\,\vartheta = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$

(TROVO NEL DIS LA RETTA D'AZIONE DI R)

$\vartheta = 2{,}577°$

MOT PIANO



z asse princip d'inerzia

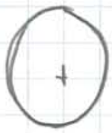
$$\begin{cases} \omega = \omega \vec{k} & \Longrightarrow \left(\text{se } \Delta \text{ fisso } O \equiv G\right) \\ \vec{H}_\Delta = I_\Delta \, \omega \vec{k} \end{cases}$$

$\downarrow$

non inerzia risp ad asse $\perp \Delta$

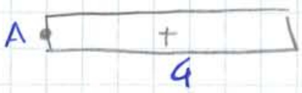
π passante x Δ

Particolari I_G



$$I_G = m \frac{d^2}{8} = m \frac{r^2}{2}$$

$$I = m \frac{r^2}{2}$$



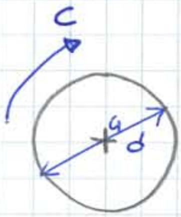
$$\begin{cases} I_G = m \dfrac{L^2}{12} \\ I_A = m \dfrac{L^2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad I = M \frac{r^2}{2}$$

$$I = \frac{3}{10} M R^2$$

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

- ESEMPIO



$m = 0{,}5\,kg$

$d = 0{,}04\ m$

$f_a = 0{,}38$

$f = 0{,}22$ (RADENTE)

$u = 0{,}12\ mm = 0{,}12 \cdot 10^{-3}\ m$

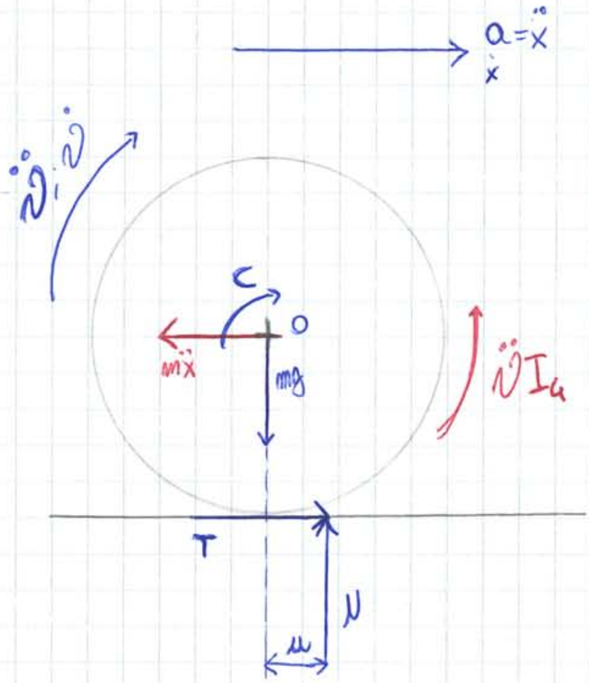
APPLICO $C_1 = 0{,}04\ Nm$

$C_2 = 0{,}1\ Nm$

$\ddot{x}\ ?\ \ddot{\vartheta}\ ?$

X PRIMO CASO DEVO VERIFICARE CHE CONDIZIONI HO → ADERENZA / → STRISCIAMENTO

FORZE D'INERZIA



↑) $mg = N$

→) $T = m\ddot{x}$

O) $\ddot{\vartheta} I_G + \underbrace{m\ddot{x}}_{T} \cdot \frac{d}{2} + \underbrace{mg}_{N}\, u = C$

VALE SOLO IN ADERENZA ← $\boxed{\ddot{x} = \ddot{\vartheta}\, d/2}$

C'è STRISCIAMENTO $\Rightarrow$ ↑

→ VALGONO SEMPRE

$$\boxed{T = \underbrace{f}_{\text{DINAMICO}} N}$$

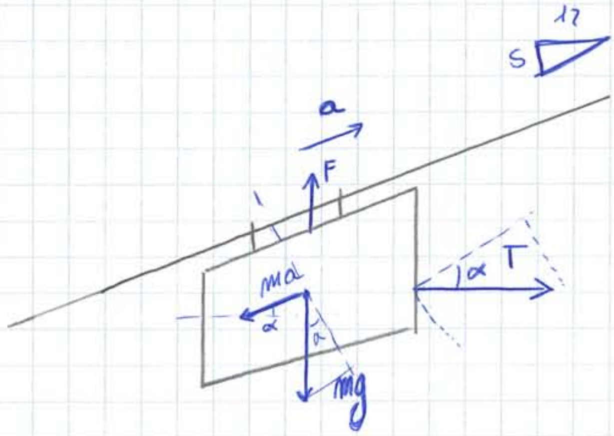
$\Rightarrow$ $N = mg$

$T = m\ddot{x}$

$$\ddot{x} = \frac{T}{m} = \frac{f \cdot N}{m} = \frac{f \cdot \cancel{m}g}{\cancel{m}} = fg = 2{,}16 \ \frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{\vartheta} = \frac{8}{d}\left(\frac{C}{md} - \frac{\mu g}{d} - \frac{fg}{2}\right) = 778{,}4 \ \frac{rad}{s}$$

ES 3.5



$M = 200 Kg$

$T = 2,4\ KN$

$a?$

$\alpha?$ $\quad 12\, tg\alpha = 5$

$\alpha = 22,62°$

$\uparrow)\ mg\cos\alpha + T\sin\alpha = F$

$\rightarrow)\ T\cos\alpha = mg\sin\alpha + ma$

$$a = \frac{T\cos\alpha - mg\sin\alpha}{m} = 7,304\ m/s^2$$

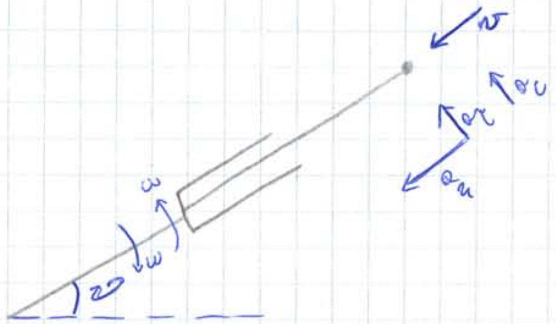
$F = mg\cos\alpha + T\sin\alpha = 2733\ N$

Dinamica → la sfera sta accelerando quindi bisogna determinare l'accelerazione

$$\vec{a} = \underbrace{\vec{a}_r}_{=0} + \vec{a}_t + \vec{a}_{Coriolis}$$

xké va a $v = 0,5$ m/s $\underline{\underline{cost}}$!

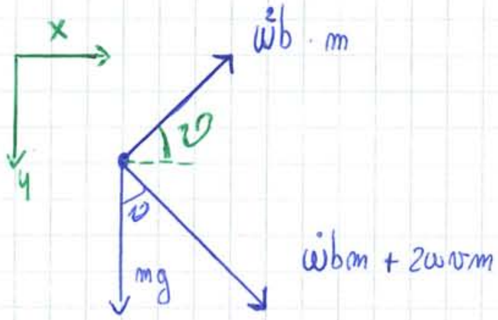
$$= \vec{a}_{n_{s/o}} + \vec{a}_{\tau_{s/o}} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$$



$$\vec{a} = \omega^2 \cdot b + \dot{\omega} \cdot b + 2\omega v_{rel}$$

Quindi so mw:

Trovo le risultanti nelle direzioni x e y.



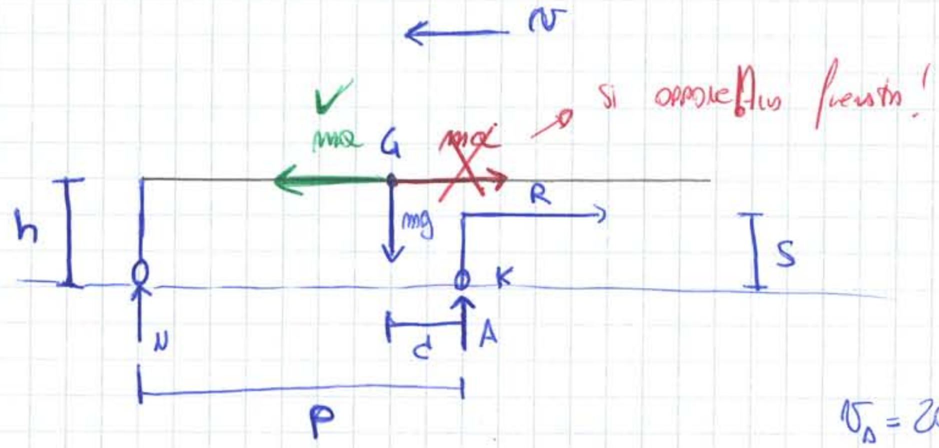
$$R_x = \omega^2 bm \cos\vartheta + (\dot{\omega}b + 2\omega v)m \sin\vartheta = 5,683 \ N$$

$$R_y = \omega^2 bm \sin\vartheta - (\dot{\omega}b + 2\omega v)m \cos\vartheta - mg = 26,41 \ N$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 27,01 \ N$$

$$V_A = \frac{H_A (h-d)}{b} = 1389 \, N \qquad N = 10218$$

ES 3.24



$v_A = 200$ Km/h

$v_f = 60$ Km/h

$s = 425$ m

$m = 140$ t

N?

$d = 2{,}4$ m

$p = 15$ m

$h = 3$ m

$s = 1{,}8$ m

$$a = \frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dS} = \frac{1}{2L} \left(V_1^2 - V_0^2 \right) =$$

$$= -3{,}304 \, m/s^2$$

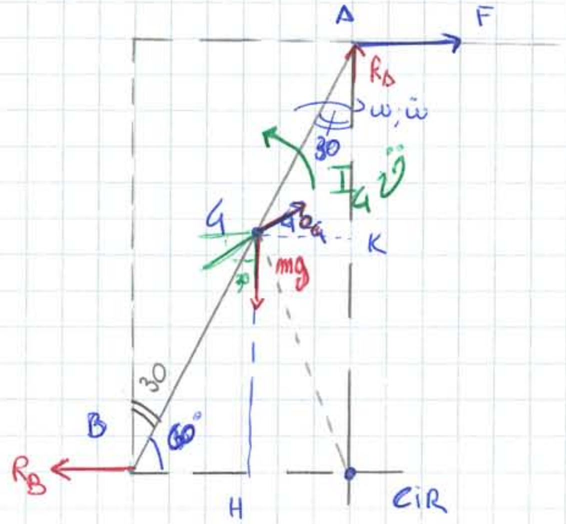
$\rightarrow)$ $\quad ma = R = 462560 \, N$

$\uparrow)$ $\quad N + A = mg$

$K)$ $\quad R \cdot S + N \cdot p = mgd + mah$

$$N = \frac{mgd + mah - R \cdot S}{p} = 256663 \, N$$

ES 3.28



$m = 30\,kg$

$L = 1{,}2\,m$

$F = 150\,N$

$\vartheta = 30°$

incipiente $\Rightarrow$ $\omega = 0$

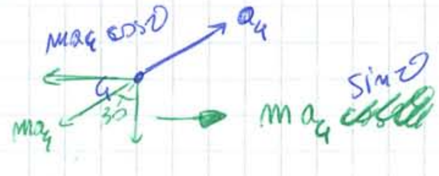
CIR è fermo

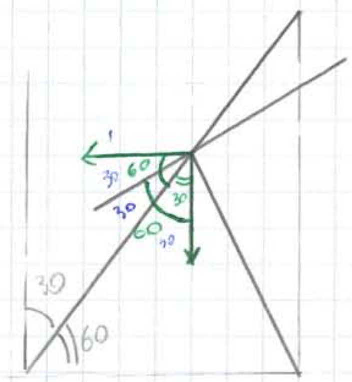
$$a_G = \frac{L}{2} \cdot \ddot{\vartheta}$$

$$\overline{GH} = \frac{L}{2} \sin(60)$$

$$\overline{GK} = \frac{L}{2} \sin(30)$$

$$\overline{GCIR} = \sqrt{\left(\frac{L}{2} \sin(60)\right)^2 + \left(\frac{L}{2} (\sin 30)\right)^2} = \frac{L}{2}$$





$a + b + c = 90$

$$\uparrow)\ \underline{N_A} + N_B f - mg + \ddot{\vartheta}\frac{L}{2} m \sin\alpha = 0$$

$$\rightarrow)\ \underline{N_B} = \underline{\ddot{\vartheta}}\frac{L}{2} m\cos\alpha$$

$$C_A\circlearrowleft)\ N_B f \cdot L\sin\alpha + \cancel{\frac{L}{2}\sin\alpha \cdot m\ddot{\vartheta}\frac{L}{2}\sin\alpha} + I_G\dot{\omega} + m\ddot{\vartheta}\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{2} - mg\frac{L}{2}\sin\alpha = 0$$

SOST $\rightarrow)$ IN $C_A\circlearrowleft)$ $\quad \ddot{\vartheta} = 3{,}225\ \frac{rad}{s^2}$

POI RICAVO N_A e N_B

$$\vec{a}_A = \ddot{\vartheta}\,\overline{AC} = \dot{\omega}\overline{AC} = \dot{\omega}\, L\cos\alpha = 5{,}929\ m/s^2$$

DA $\rightarrow$) $$F_T = T - m a_4 = T - m \left(\frac{T\left(\frac{d}{2}+\sigma\right) - mg\mu}{\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}} \right) = 0$$

IMPONENDO $F_T = 0$

RICAVO σ

$$T = m \left(\frac{T\left(\frac{d}{2}+\sigma\right) - mg\mu}{\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}} \right)$$

$$\frac{T}{m} = \frac{T\left(\frac{d}{2}+\sigma\right) - mg\mu}{\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}}$$

$$\frac{T}{m}\left(\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}\right) = T\left(\frac{d}{2}+\sigma\right) - mg\mu$$

$$\frac{2TI_4}{dm} + \frac{Td}{2} = T\left(\frac{d}{2}+\sigma\right) - mg\mu$$

$$\frac{mg\mu + \frac{T}{m}\left(\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}\right)}{T} = \cancel{T}\left(\frac{d}{2}+\sigma\right)$$

$$\sigma = \frac{mg\mu + \frac{T}{m}\left(\frac{2I_4}{d} + m\frac{d}{2}\right)}{T} - \frac{d}{2} =$$

$$=$$

$$\sigma = 0{,}1012\ m$$

$$\ddot{x} = a_4 = 2{,}5\ m/s^2$$

$$A) \quad F\left(e+\frac{d}{2}\right) - m\cdot\frac{d\ddot{\vartheta}}{2}\cdot\frac{d}{2} - mg\cdot\mu - I_g\cdot\ddot{\vartheta} = 0$$

$$F\left(e+\frac{d}{2}\right) - m\,a_a\cdot\frac{d}{2} - mg\mu - I_g\cdot\frac{2a_a}{d} = 0$$

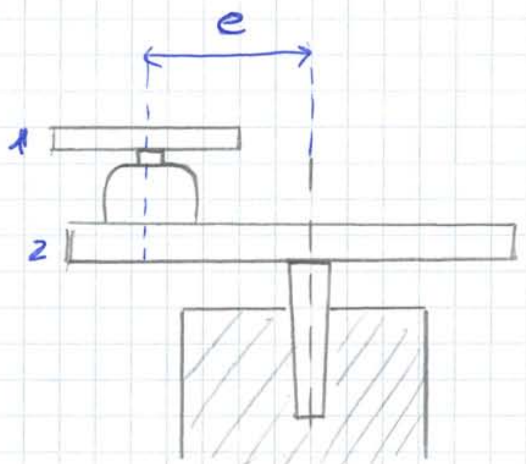
$$a_a\left(m\frac{d}{2} + \frac{2I_a}{d}\right) = F\left(e+\frac{d}{2}\right) - mg\mu$$

$$a_a = 0{,}1196 \ m/s^2$$

$$F - I_2 \frac{a}{R^2} - 2m_1 a - 2 I_1 \frac{a}{r^2} - M a - m_2 a = 0$$

$$a = \frac{F}{\underbrace{I_2/R^2}_{I_2 = \rho_2 m_2} + 2m_1 + \underbrace{2I_1/r^2}_{I_1 = \rho_1^2 m_1} + M + m_2} = 1{,}738 \ m/s^2$$

ES 3.36



$e = 0{,}1 \ m$

$\begin{cases} m_1 = 4{,}5 \ Kg \\ \rho_1 = 0{,}05 \ m \end{cases}$

$\begin{cases} m_2 = 13{,}5 \ Kg \\ \rho_2 = 0{,}13 \ m \end{cases}$

$n_1 = 1800 \ g/min =$

$= 17188{,}73 \ rad/s$

Si conserva il mom. della q.tà di moto $\qquad n_2$?

$H_{in} = I_1 \omega_1$

Alla fine $\quad I_1 \omega_1 = I_1 \omega_2 + \underbrace{m_1 e^2 \omega_2}_{m_1 (e\omega_2) e} + I_2 \omega_2$

Ricavo $\omega_2 = 71{,}2 \ g/min$

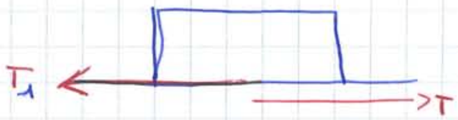
Lavoro ed energia

X corpo rigido

$$\boxed{L = \vec{R}\, d\vec{r}_A + \vec{M}_A\, d\vartheta}$$

$$dL = c\, d\vartheta$$

Forza d'attrito



T son interne $\vec{R} = 0$
ma lavoro la coppia d'una per due

T_1 ! → lavoro $dL = \vec{T}_1 \cdot d\vec{x} = \underline{\underline{-T dx}}$
opposto !

$$\begin{cases} L > 0 & \text{motrice} \\ L < 0 & \text{resistente} \end{cases}$$

Potenza

$$W = \frac{dL}{dt} \to \frac{F \cdot dr}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

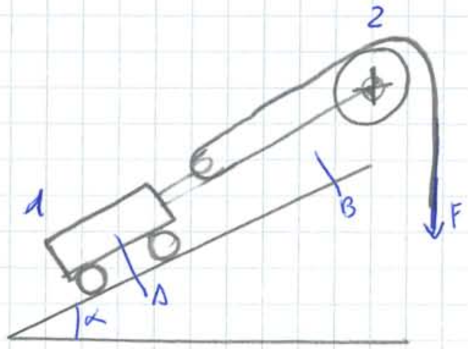
$$\to \frac{c\, d\vartheta}{dt} = \vec{c}\,\vec{\omega} \to \text{Nb}$$

Forze conservative e potenziale

se F conservativa $dL = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta U$

es: F = cost con Peso

- Problema 15



$m_1 = 50\,kg \quad \alpha = 30°$

Puleggia massa r

$m_2 = 4\,kg$

v_B? $\quad \overline{AB} = 2m$

$F = 250\,N$

$$L_F = \Delta E_c + \Delta U_g$$

$$F \cdot \overline{AB}2 = \left(\frac{1}{2} m v_B + \frac{1}{2} I_G \omega^2 + \underbrace{\Delta E_{in}}_{=0} \right) + \left(m g h_B + 0 \right)$$

$$F\overline{AB}2 = \frac{1}{2} m v_B + \frac{1}{2} I_G \omega^2 + m g h_B$$

$$\frac{F\overline{AB} - \frac{1}{2} I_G \omega^2 + m g h_B}{\frac{1}{2} m} = v_B$$

$I_G = \frac{1}{2} m_2 r^2$ OK ✓

$\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$

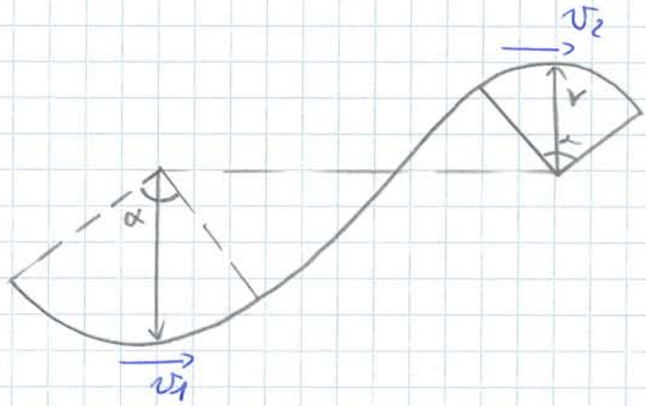
$$\frac{F\overline{AB} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_2 \cancel{r^2} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r^2}} + m g h_B}{\frac{1}{2} m} = v_B$$

$$\left(\frac{2v}{r}\right)^2 = \frac{4v^2}{r^2}$$

$$\underbrace{F\overline{AB}2}_{\text{x due fili}} - m g h_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} m_2 \cancel{4} v_B^2$$

$$F2\overline{AB} - mgh = \left(\frac{1}{2} m + m_2\right) v_B^2 \qquad v_B = 4{,}19\ m/s$$

ES 3.47



$v_1 = 90$ Km/h $= 25$ m/s

v_2 ?

$r = 15$m

$\alpha = 90°$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \cancel{mgh} = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh$$

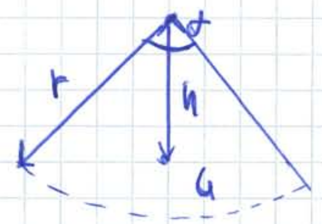
~~SBAGLIATA~~

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 = \cancel{m} \left(\frac{1}{2} v_2^2 + gh\right)$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 - gh = \frac{1}{2} v_2^2$$

$$v_1^2 - 2gh = v_2^2 \qquad v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh_{tot}} =$$

h? $\rightarrow$

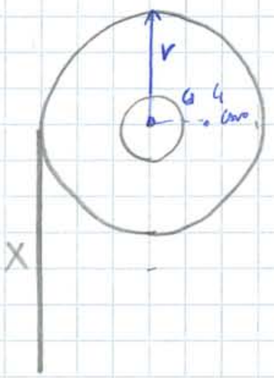


$$\begin{cases} h = \frac{2r}{\alpha} \sin\frac{\alpha}{2} = 13{,}5 \text{ m} \\ h = \frac{2r}{\alpha_{rad}} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{cases}$$

$\downarrow$ in gradi

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2g \cdot 2h} = 9{,}760 \text{ m/s} \cong 35 \text{ Km/h}$$

ES 3.49



$r = 0{,}375\ m$

$\begin{cases} m_T = 41\ Kg \\ \rho_T = 0{,}3\ m \end{cases}$ $I_T = 3{,}69\ Kg\,m^2$

$L = 18\ m$

$m_L = 3{,}08\ Kg/m$

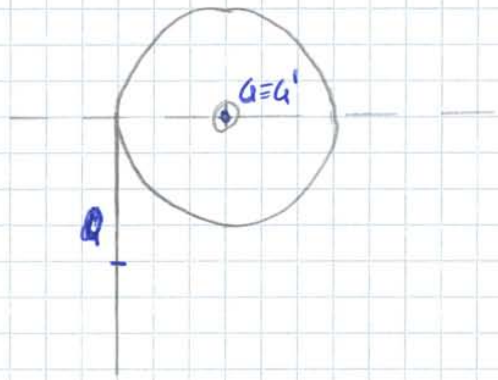
X_0 = tratto libero = 0,6 m

$X = 6\ m \rightarrow \dot{\vartheta}\,?$

$$\left(U = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \dot{\vartheta}^2 \right)$$
$$v^2 \to \dot{\vartheta}^2 r^2 \qquad \dot{\vartheta}^2 \to \frac{v^2}{r^2}$$

$m_0 = q x_0 = 1{,}848\ Kg \rightarrow G' = 0{,}3\ m$

$m_2 = q(x - x_0) = 16{,}632\ Kg \rightarrow G = \frac{x - x_0}{2} = 2{,}7\ m$



$m_c = L \cdot q = 55{,}44\ Kg$

$$0 = -m_0 g (x - x_0) - m_2 g \frac{(x - x_0)}{2} + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m_c \omega^2 r^2$$

$$\omega^2 \left(\frac{1}{2} I + \frac{1}{2} m_c r^2 \right) = m_0 g (x - x_0) + m_2 g \left(\frac{x - x_0}{2} \right) \qquad \omega = 9{,}682\ \frac{rad}{s}$$

MOMENTI DI INERZIA → VANNO RISPETTO AI PUNTI DI VINCOLO

$$I_O = m\left[\rho^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2\right] = m\rho^2 + \underbrace{m\left(\frac{r}{2}\right)^2}_{\text{termine di trasposizione}} = 0{,}0272 \ kg\,m^2$$

termine di trasposizione

DIST tra $\begin{cases} O \text{ e } G \\ A \text{ e } G \end{cases}$

La coppia compie un lavoro → $M\vartheta$

La molla quanto si schiaccia? $x = b + 2r - h = 0{,}05\,m$

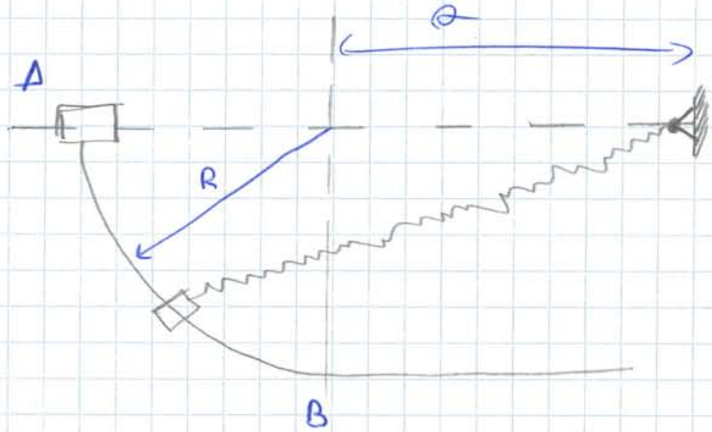
$$M\vartheta = L_{ava} = \Delta E_c + \Delta U = \left(\frac{1}{2} I\omega^2 + \cancel{\frac{1}{2}\ldots} - 0\right) +$$

$$+ \left(m_{OA}\, g\left(\frac{OA}{2} + \frac{3}{2}OA\right) + m_p\, g\, 2\overline{OA} + \frac{1}{2}Kx^2 - \left(m_{OA}\, g\, h_1' + m_{AB}\, g\, h_2' + m_p\, g\, h_3'\right)\right)$$

$$M\vartheta = I\omega^2 + \underline{\qquad\qquad}$$

$$\omega^2 = \frac{M\vartheta - \underline{\qquad}}{I} \quad - - - \quad \omega = 9{,}547 \ \frac{rad}{s}$$

ES 3.58



$m = 3\,kg$

$K = 350\ N/m$

$L_0 = 0{,}6\,m$

$a = R = 0{,}6\,m$

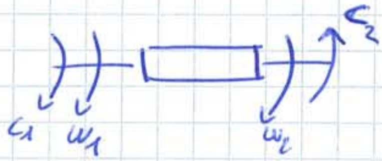
v_B?

$$\frac{1}{2} K \underset{\downarrow R}{x^2} = -mgR + \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} K \left(\sqrt{a^2+R^2} - L_0 \right)^2$$

$$\frac{1}{2} K R^2 + mgR - \frac{1}{2} K \left(\sqrt{a^2+R^2} - L_0 \right)^2 = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\boxed{v_B = 6{,}824\ m/s}$$

POTENZA → x TRASMISSIONE → $C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2$



$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2} = \tau}$$

$\tau < 1 \quad C_2 > C_1$

$\tau > 1 \quad C_2 < C_1$

- Riduz caratteristico → "CAMBIO MARCIA"

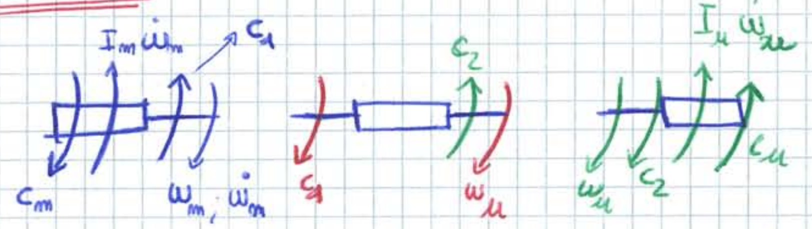
$$\boxed{P_{in} = P_{diss} + P_{out}}$$ se attriti

$$\eta = \frac{|W_{out}|}{W_{in}} = $$

Nb $\quad C_1 \eta = C_2 \tau$

$$\boxed{\frac{C_1 \eta}{C_2} = \tau}$$

ESEMPIO 4,2



$$\begin{cases} C_m = I_m \dot{\omega}_m + C_1 \\ C_1 \omega_m = C_2 \omega_u \\ C_2 = I_u \dot{\omega}_u + C_u \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_m = C_{m_0} - K_m \omega_m \\ \text{CARATTERISTICA} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_u = K_u \omega_u \\ \text{CARATT resist} \end{cases}$$

$$C_1 \omega_m = C_2 \omega_u = (I_u \dot{\omega}_u + C_u)\, \omega_u$$

$$C_1 = (I_u \dot{\omega}_u + C_u)\, \tau$$

$$C_m = I_m \dot{\omega}_m + I_u \dot{\omega}_u \tau + C_u \tau$$

$$C_m = I_m \dot{\omega}_m + I_u \dot{\omega}_m \tau \cdot \tau + C_u \tau$$

$$\boxed{C_m = \dot{\omega}_m (I_m + I_u \tau^2) + C_u \tau}$$

A REGIME : $\begin{cases} \dot{\omega}_m = 0 \\ C_m = C_u \tau \\ C_u \tau = C_{m_0} - K_m \omega_m \end{cases}$

SPUNTO $\quad \omega_m = 0$