



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1504A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Giunto

MATERIA: Fondamenti di Macchine + Eserc. Prof.Poggio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

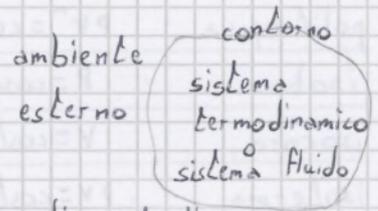
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

29/09

Termodinamica

Sistema termodinamico → porzione di spazio all'interno del quale si trova il sistema che sto studiando



↓ volume di controllo racchiuso in una superficie di controllo

stato del sistema → definito dai parametri di stato

- esterni → coordinate spaziali e cinematiche
- interni → chimici → sistemi che prevedono reazioni

chimiche al loro interno
EX. stato di avanzamento

fisici → 7 parametri → T, tensore degli sforzi interni

supponendo il fluido continuo, omogeneo e isotropo, può essere riassunto con il parametro pressione, tenendo conto degli attriti viscosi ⇒ T, P

equazioni di stato → correlano i parametri di stato

↓ dipendono dal fluido preso in considerazione:

1- vapori → no equazioni di stato → diagramma di Mollier

2- gas perfetti → $P\hat{V} = RT$ $[Pa][m^3/Kg] = [J/Kg \cdot K][K]$

R: costante di elasticità dei gas → $R = C_p - C_v$

$R = \frac{R_u}{M}$ → costante universale dei gas → $8314 [J/Kmol \cdot K]$
M → massa molecolare media del gas → $[Kg/Kmol]$

gas perfetti → ideali → C (calore specifico) = costante
↓ quasi ideali → $C = C(T)$

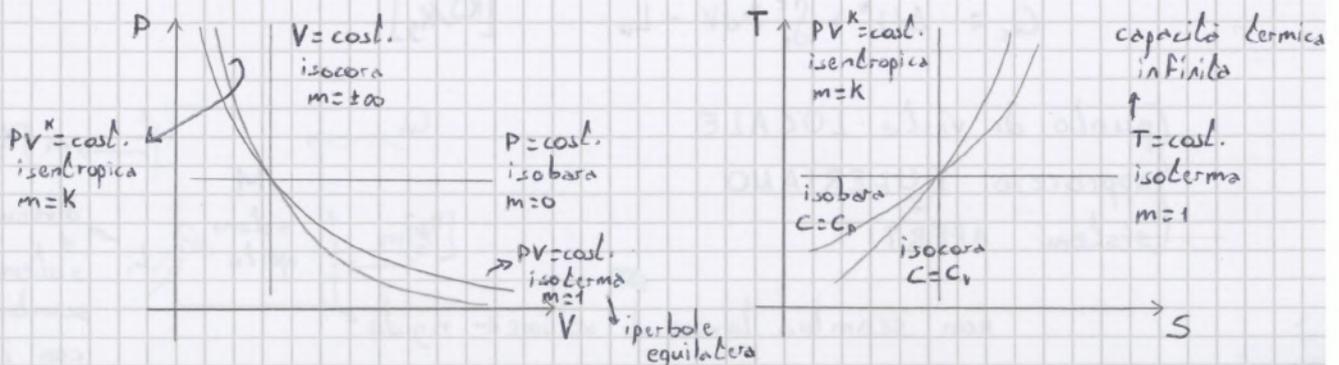
densità → $\rho = \frac{1}{V} = \frac{P}{RT}$

3- liquidi → $\rho = \frac{1}{V} = \text{costante}$ → perché incompressibili

gas → evoluzione politropica → $PV^m = \text{cost.}$ esponente della politropica

↓ descritta anche attraverso il calore specifico → $\delta Q = C \cdot dT$

politropiche notevoli:



L_i : lavoro di spostamento

solitamente il sistema aperto si trova in condizioni di moto permanente, anche dello regime stazionario \rightarrow condizioni spazialmente variabili ma

\downarrow costanti nel tempo

portata entrante = portata uscente

$Q_e + L_i = \Delta i^* + \Delta E_{c,g,cF} \left[\frac{kJ}{kg} \right] \rightarrow$ è comodo utilizzare i valori massici
 entalpia $\Delta i + \Delta U_{ch}$ \downarrow si riferisce a m

$L_i = \int_1^2 V dP + L_w + \Delta E_{c,g,cF}$

$Q_e = \Delta i^* - \int_1^2 V dP - L_w$

30/09

II principio: legge di evoluzione dell'energia

$\Delta Q = \Delta Q_e + \Delta L_w = T \Delta S \rightarrow$ espressione in termini differenziali

Trasf. politropica: $\Delta Q = C \Delta T \Rightarrow \Delta Q = C \Delta T = \Delta Q_e + \Delta L_w = T \Delta S$

se isentropica: $S = const. \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \Delta Q_e + \Delta L_w = 0$

L_w : attriti possono solo produrre calore (non lo assorbono)

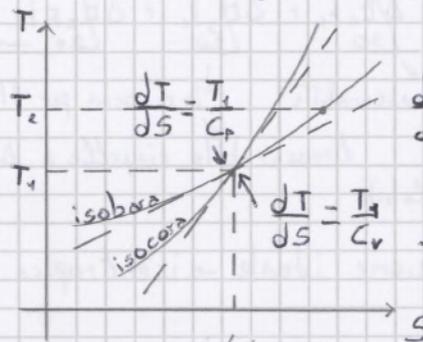
\downarrow rendono il processo irreversibile perché sono positivi sia in un senso della trasformazione che nell'altro

$\Delta L_w = 0$ se reversibile

$\Delta Q_e = 0$ se adiabatica

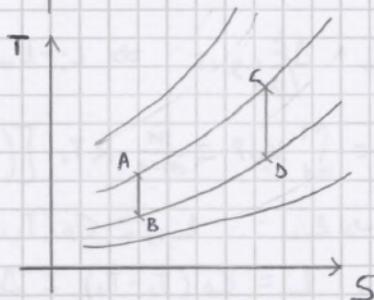
\Rightarrow isentropica = adiabatica reversibile \Rightarrow trasf. ideale

$C \Delta T = T \Delta S \Rightarrow \frac{dT}{dS} = \frac{T}{C} \rightarrow$ utile per determinare i grafici



$\frac{dT}{dS} = \frac{T_2}{C_p} > \frac{T_1}{C_p}$ perché $T_2 > T_1$
 \neq pendenza è mondana crescente

$\frac{dT}{dS} = \frac{T_1}{C_v} \rightarrow C_v < C_p \Rightarrow$ maggior pendenza



\rightarrow fascio di isobare \rightarrow analogo alle isocore
 \downarrow curve divergenti

$AB < CD \downarrow \rightarrow$ principio su cui si basano le turbine a gas

$\Delta U = C_v \Delta T$

$\Delta i = C_p \Delta T$

$$\Delta i|_c = \Delta i|_1 \quad \Delta i|_c^{2is} = \Delta i|_1^{2is}$$

→ uguali perché le differenze di T sono uguali

$$Q_e|_c = \int_c^2 T ds \quad Q_e|_c^{2is} = \int_c^{2is} T ds \rightarrow \text{aree sottese}$$

$$L_i = \Delta i|_1 = \Delta i|_c = Q_e|_c = \int_c^2 T ds \rightarrow \text{area [5623]}$$

$$L_{i,2is} = \Delta i|_1^{2is} = \Delta i|_c^{2is} = Q_e|_c^{2is} = \int_c^{2is} T ds \rightarrow \text{area [62is46]}$$

$$L_i - L_{i,2is} = \text{area [42is23]}$$

$$Q_e|_c + L_w = \int_1^2 T ds \rightarrow \text{area [1234]} \rightarrow \text{////}$$

cas'è il pezzo di area mancante → area [122is] →

è dato dal lavoro di controrecupero

l'attrito all'interno del gas compresso sviluppa calore

questo calore tende a far espandere il gas

sviluppa lavoro contro la compressione

non si verifica nei casi di fluidi a espansione termica nulla

rendimento isentropico:

$$\eta_{cis} = \frac{L_{i,2is}}{L_i} = \frac{C_p(T_{2is} - T_1)}{C_p(T_2 - T_1)}$$

compressione

$$\Rightarrow \eta_{cis} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{m}} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_{2is}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} \rightarrow \text{isentropica} \\ \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} \rightarrow \text{generica politropica} \end{array} \right.$$

$$B_c = \frac{P_2}{P_1} \rightarrow \text{rapporto di compressione}$$

$$L_i = \frac{L_{i,2is}}{\eta_{cis}} = C_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] \cdot \frac{1}{\eta_{cis}}$$

rendimento idraulico (politropico) di compressione:

$$\eta_{y,c} = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{\int_1^2 v dp}{L_i} = \frac{\frac{m}{m-1} R T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]}{C_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_p - C_v = R \\ C_p = K \\ C_v = K \end{array} \right\} C_p = R \frac{K}{K-1}$$

liquido → non tengo conto del lavoro di controrecupero

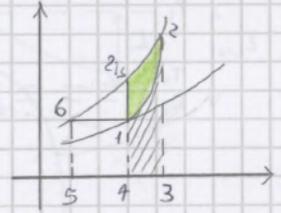
$$\Rightarrow \eta_{y,c} = \frac{\frac{m-1}{K} R}{\frac{m-1}{K-1} R} = \frac{m-1}{K-1} \quad \frac{m-1}{m} = \frac{1}{\eta_{y,c}} \frac{K-1}{K} \rightarrow \text{indipendenza dal rapporto di compressione}$$

$$\Rightarrow L_i = C_p T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\eta_{y,c}} \frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

caratteristica del compressore

condizioni di funzionamento
caratteristiche dei gas

non importa in che condizioni lavora la macchina





**POLITECNICO
DI TORINO**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DEI MATERIALI
Fondamenti di Macchine | ing. A. Poggio

①

ESERCITAZIONE | Richiami di termodinamica

- Una portata di aria ($c_p = 1004,5 \text{ J/kgK}$, $k = 1,4$) di 2 kg/s , prelevata dall'ambiente a 15°C , viene compressa e successivamente raffreddata fino a 27°C attraverso uno scambio termico a superficie con acqua ($c_p = 4186 \text{ J/kgK}$). Sapendo che il lavoro massico effettuato dal compressore è pari a 65 kJ/kg , determinare:
 - la temperatura di uscita dal compressore;
 - il calore massico sottratto nello scambiatore;
 - la portata di acqua necessaria per effettuare il raffreddamento richiesto, ipotizzando per quest'ultima un incremento di temperatura di 10°C
- Una turbopompa deve sollevare acqua da un pozzo fino ad un serbatoio aperto posto 20 m sopra il pelo libero dell'acqua del pozzo. Il circuito idraulico in cui è inserita la pompa è costituito da condotti con diametro costante pari a 10 cm . L'acqua effluisce all'atmosfera con una velocità di 2 m/s . Calcolare la potenza del motore (rendimento meccanico $\eta_m = 0,97$) che aziona la pompa nei due casi seguenti:
 - nel caso di resistenze passive nulle nella pompa e nei condotti;
 - nel caso di resistenze passive complessive circuito-pompa pari al 15% del lavoro massico compiuto nella pompa
- In un impianto di riscaldamento, un ventilatore (V) aspira una portata pari a $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$ di aria ($c_p = 1004,5 \text{ J/kgK}$, $k = 1,4$) dall'ambiente esterno (E) che si trova alle condizioni di 1 bar e 5°C . Tale portata è inviata in una tubazione in cui è inserito un riscaldatore (R). L'aria effluisce nell'ambiente interno (A) con una pressione pari a quella dell'ambiente esterno e con una velocità trascurabile. Sapendo che il ventilatore è azionato da un motore (M) che eroga una potenza di $3,7 \text{ kW}$ (rendimento meccanico $\eta_m = 0,97$), valutare la potenza termica richiesta al riscaldatore affinché la temperatura di immissione dell'aria sia pari a 35°C .
- Un turbocompressore aspira aria ($c_p = 1004,5 \text{ J/kgK}$, $k = 1,4$) a 1 bar e 17°C e la comprime fino a 2 bar . Ammettendo trascurabile la variazione di energia cinetica tra entrata e uscita della macchina, calcolare il lavoro interno massico (L_i), il calore massico scambiato (Q_e) e il lavoro delle resistenze passive (L_w) per ciascuna delle seguenti condizioni di evoluzione della compressione:
 - isentropica (adiabatica reversibile);
 - adiabatica con attriti (esponente della politropica: $m = 1,55$);
 - refrigerazione senza attriti (esponente della politropica: $m = 1,28$);
 - raffreddamento isoterma senza attriti;
 - raffreddamento isoterma con attriti ($L_w = 15,9 \text{ kJ/kg}$).Nel confronto tra i casi a) e b) mettere in evidenza il fenomeno del "controrecupero termico".
- Determinare la temperatura media dei gas scaricati da un motore alternativo, note le condizioni di pressione e temperatura all'interno della camera di combustione al termine della fase di corsa/espansione (indicate come punto 4), 400 kPa e 1500 K . Supporre trascurabili lo spazio morto, gli scambi termici con le pareti e l'ambiente esterno; considerare inoltre che la pressione all'interno del cilindro si mantenga costante e pari a 110 kPa per tutta la durata della fase di espulsione, ipotizzando per semplicità che l'apertura e la chiusura della valvola di scarico avvengano istantaneamente in corrispondenza dei punti morti e che i gas combusti si comportino come un gas perfetto ideale ($k = 1,4$).

Dipartimento Energia

Politecnico di Torino Corso Duca degli Abruzzi, 24 – 10129 Torino – Italia
tel: +39 011.090.4485 fax: +39 011.090.4499
alberto.poggio@polito.it www.denerg.polito.it www.polito.it

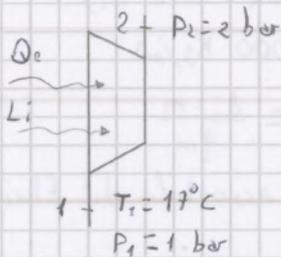
$$\dot{m}_{aria} = 1.253 \cdot 1.5 = 1.88 \text{ Kg/s}$$

$$L_i = \frac{P_{i,v}}{\dot{m}_{aria}} = \frac{3.59}{1.88} = 1.91 \text{ KJ/Kg}$$

$$Q_{e,R} = C_p (T_A - T_E) - L_{i,v} = 1.0045 (35 - 5) - 1.91 = 28.2 \text{ KJ/Kg}$$

$$Q_R = \dot{m}_{aria} \cdot Q_{e,R} = 1.88 \cdot 28.2 = 53.1 \text{ KW}$$

4)



$$\Delta E_{c,i} \approx 0 \quad \Delta E_{g,i} \approx 0 \quad \Delta E_{c,f,i} \approx 0$$

$$Q_e + L_i = \Delta i = C_p (T_2 - T_1) \quad L_i, Q_e, L_w$$

a) isentropica \rightarrow adiabatica reversibile

$$Q_e = 0 \quad L_w = 0$$

$$L_i = C_p (T_{2a} - T_1)$$

$$\text{isentropica} \Rightarrow \frac{T_{2a}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_{2a} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (17+273) \left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 353.3 \text{ K} = 80.3^\circ\text{C}$$

$$L_{i,a} = 1.0045 (80.3 - 17) = 63.8 \text{ KJ/Kg}$$

b) adiabatica con attriti (esponente della politropica $m=1.55$) \rightarrow reale

$$Q_e = 0 \quad L_w > 0 \quad L_{i,b} = C_p (T_{2b} - T_1)$$

$$\frac{T_{2b}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} \quad T_{2b} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = (17+273) \left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1.55-1}{1.55}} = 370.9 \text{ K} = 97.9^\circ\text{C}$$

$$L_{i,b} = 1.0045 (97.9 - 17) = 81.3 \text{ KJ/Kg}$$

$$L_{i,b} = \int_1^{2b} v dP + L_w + \Delta E_{c,g,c,f} \quad L_{w,b} = L_{i,b} - \int_1^{2b} v dP = L_{i,b} - \frac{m}{m-1} R (T_{2b} - T_1) =$$

$$= 81.3 - \frac{1.55}{1.55-1} \cdot \frac{287}{1000} (97.9 - 17) = 15.9 \text{ KJ/Kg}$$

$$L_{i,a} (L_{i,i,c}) = 63.8 \text{ KJ/Kg}$$

$$L_{CR} = \left(\int_1^{2b} v dP - L_{i,a}\right) = 1.6 \text{ KJ/Kg}$$

\hookrightarrow lavoro di controrecupero

$$\eta_{is} = \frac{L_{i,a}}{L_{i,b}} = \frac{L_{i,a}}{L_{i,b}} = \frac{63.8}{81.3} = 0.785 \rightarrow \text{rendimento isentropico}$$

$$\eta_y = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{L_{i,b} - L_{w,b}}{L_{i,b}} = \frac{81.3 - 15.9}{81.3} = 0.804 \rightarrow \text{rendimento idraulico}$$

c) refrigerazione senza attriti ($m'=1.28$)

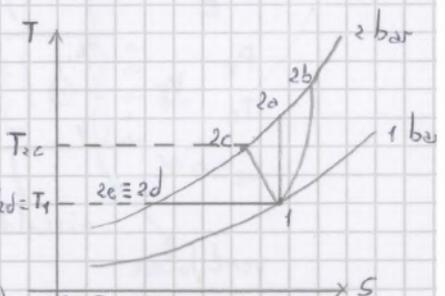
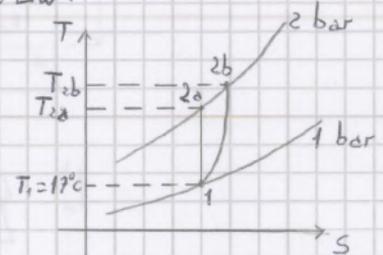
$$Q_e \neq 0 \quad L_w = 0 \quad \text{non so la } T \text{ finale}$$

$$Q_e + L_i = \Delta i = C_p (T_{2c} - T_1)$$

$$T_{2c} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m'-1}{m'}} = (17+273) \left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1.28-1}{1.28}} = 337.5 \text{ K} = 64.5^\circ\text{C}$$

$$L_{i,c} = \int_1^{2c} v dP + \frac{L_w}{L_w=0} = \frac{m'}{m'-1} R (T_{2c} - T_1) = \frac{1.28}{1.28-1} \cdot \frac{287}{1000} (64.5 - 17) = 62.3 \text{ KJ/Kg}$$

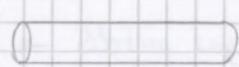
$$Q_{e,c} = \Delta i - L_{i,c} = C_p (T_{2c} - T_1) - L_{i,c} = 1.0045 (64.5 - 17) - 62.3 = -14.6 \text{ KJ/Kg}$$



07/10

Flusso di aeriformi nei condotti

Ugelli e diffusori

tubo: \xrightarrow{m}  \xrightarrow{m}

$$\int_{z_0}^{\infty} Q_e + \int_{z_0}^{\infty} V_i = \Delta i + \Delta E_c + \int_{z_0}^{\infty} \Delta E_g + \int_{z_0}^{\infty} \Delta \#_{CF}$$

si cerca di rivestire i tubi in modo da renderli adiabatici

$$\Rightarrow \Delta i + \Delta E_c = 0$$

gli ugelli e i diffusori sono dei condotti la cui forma è costruita ad hoc per far sì che questa condizione si verifichi

ugello \rightarrow viene caricato di entalpia

\rightarrow riduce l'entalpia espandendo il gas e aumenta l'energia cinetica

diffusore \rightarrow riceve un fluido ad alta energia cinetica, lo rallenta, e genera una compressione \Rightarrow aumenta l'entalpia

i tubi sono a sezione costante \Rightarrow non generano variazioni di pressione

ugello \rightarrow accelera

diffusore \rightarrow comprime

velocità del suono \rightarrow velocità alla quale si propagano le piccole perturbazioni della pressione nel fluido

delle volte sono piccolissime \rightarrow infinitesimali

$$c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

se gas perfetto: adiabatica reversibile $PV^k = \text{cost.}$

$$\Rightarrow c_s = \sqrt{k \frac{P}{\rho}} \rightarrow \text{velocità del suono}$$

in un gas perfetto

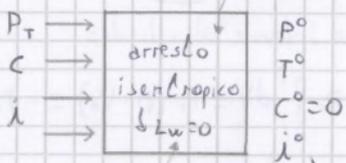
$$PV = P \frac{1}{\rho} = RT \Rightarrow c_s = \sqrt{kRT} \rightarrow \text{velocità dipende dalla temperatura}$$

numero di Mach: $Ma = \frac{c}{c_s} \rightarrow Ma < 1$ moto subsonico

$\rightarrow Ma > 1$ moto supersonico

grandezze totali (o di ristagno):

$Q_e = 0 \rightarrow$ adiabatico



\rightarrow la corrente viene fermata con un meccanismo

isentropico \Rightarrow non genera attriti

\rightarrow l'arresto viene utilizzato prima di un dispositivo

affinché il fluido in entrata abbia velocità omogenea (nulla)

grandezze uniformate in uscita

entalpia totale: $i^0 = i + \frac{1}{2} c^2 \rightarrow$ entalpia + energia cinetica

$$0 = \Delta i + \Delta E_c \Rightarrow \Delta i^0 = 0 \rightarrow \text{proprietà dei condotti}$$

entalpia totale costante

che forma deve avere il condotto?

$m = \rho c A$ $A = \frac{m}{\rho c}$ \rightarrow espandendosi il gas, ρ si riduce $\Rightarrow A$ aumenta
 sezione \downarrow aumentando la velocità (c), A diminuisce

quale fra ρ e c comanda? \rightarrow il discriminante è il numero di Mach
 m costante $\Rightarrow dm = 0$

$$dm = \rho c dA + c A d\rho + \rho A dc = \rho c A \left(\frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} + \frac{d\rho}{\rho} = 0 \rightarrow \text{condizione di moto stazionario in un condotto}$$

entra in gioco il termine che descrive la propagazione delle variazioni di pressione nel fluido: $\frac{\rho}{A} \left(\frac{dA}{dP} \right) = \frac{1}{c^2} - \frac{1}{C_s^2} \rightarrow \sqrt{KRT}$

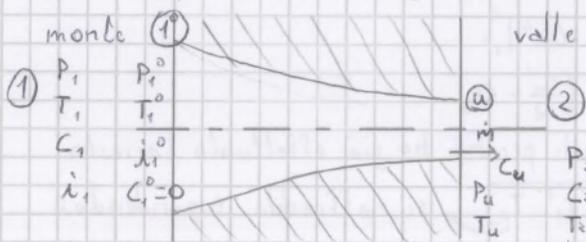
cambia il segno di questo termine in base alla velocità $\rightarrow C \geq C_s$

	subsonico ($C < C_s, Ma < 1$)	supersonico ($C > C_s, Ma > 1$)
effusore ($dP < 0$)	$dA < 0 \Rightarrow$	$dA > 0 \Leftarrow$
diffusore ($dP > 0$)	$dA > 0 \Leftarrow$	$dA < 0 \Rightarrow$

il condotto si espande nel verso della corrente il condotto si restringe

10\10

Ugello semplicemente convergente:



appena abbassiamo P_2 rispetto a P_1 , il fluido incomincia a scorrere

\downarrow più lo abbasso, più fluisce

ciò è vero solo fino a un certo punto

\downarrow perchè la variazione di P deve poter essere percepita a monte

deve propagarsi attraverso l'ugello \rightarrow alla velocità del suono $\rightarrow C_s = \sqrt{KRT}$

per cui se il fluido diventa (supersonico) il segnale non riesce ad arrivare

\Rightarrow blocco sonico \rightarrow il segnale non riesce ad arrivare a monte $\rightarrow m$ e C rimangono costanti

condizioni di criticità dell'ugello \rightarrow velocità del flusso = velocità del suono

portata uscente (m):

$$m = A_u \rho_u C_u$$

$$C_u = \sqrt{2 \frac{K}{K-1} P_i^0 v_i^0 \left[1 - \left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}$$

$$\rho_u = \rho_i^0 \left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{1}{K}}$$

ugello \rightarrow espansione isentropica $\Rightarrow L_u = 0$

$$\Rightarrow m = A_u \rho_i^0 \left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{1}{K}} \sqrt{2 \frac{K}{K-1} P_i^0 v_i^0 \left[1 - \left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]}$$

$$P_i^0 \sqrt{v_i^0} = \frac{\sqrt{v_i^0}}{v_i^0} = \frac{1}{\sqrt{v_i^0}}$$

geometria ugello

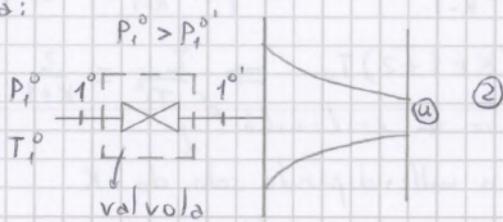
$$\Rightarrow m = A_u \frac{P_i^0}{\sqrt{P_i^0 v_i^0}} \sqrt{2 \frac{K}{K-1} \left[\left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{2}{K}} - \left(\frac{P_u}{P_i^0} \right)^{\frac{K+1}{K}} \right]} = A_u \frac{P_i^0}{\sqrt{P_i^0 v_i^0}} f\left(K, \frac{P_u}{P_i^0}\right)$$

funzione di K (caratteristiche del gas) e rapporto di espansione dell'ugello

* grandezze d'ingresso a monte

⇒ le condizioni critiche sono indipendenti dalle condizioni di valle

valvola:



$$\int_{z_0}^{z_1} \rho_0 + \frac{1}{\rho_0} = \Delta i + \int_{z_0}^{z_1} \rho_0 + \int_{z_0}^{z_1} \rho_0 + \int_{z_0}^{z_1} \rho_0$$

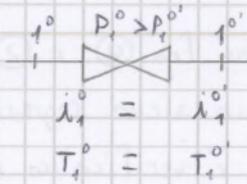
sistema adiabatico

ritrovo la stessa velocità sia in entrata che in uscita

⇒ Δi = 0 → laminazione isentalpica

abbassa la pressione attraverso una trasformazione isentalpica

gas perfetto: ΔT = 0 ⇒ T = costante → perché i = i(T)

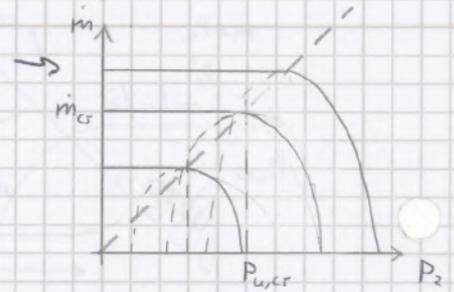


la valvola permette di regolare la portata dell'ugello

$$m_c = A u \frac{P_1^0}{\sqrt{P_1^0 V_1^0}} f(K)$$

√RT1^0 ⇒ T1^0 cost.

P1^0 è l'unico termine modificato



13/10

Fin'ora abbiamo considerato esclusivamente un ugello subsonico

al massimo il fluido raggiunge la velocità del suono

per fluidi supersonici la forma studiata non è adatta

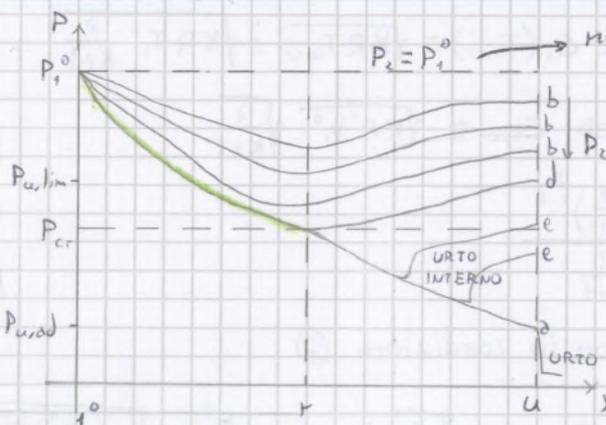
Ugello convergente-divergente (ugello di Laval)



regime stazionario

grandezze variano solo lungo x

necessario per ottenere velocità supersoniche



no transito di portata

b) il tratto convergente non è in condizioni critiche → Pr >> 1/2 P1^0

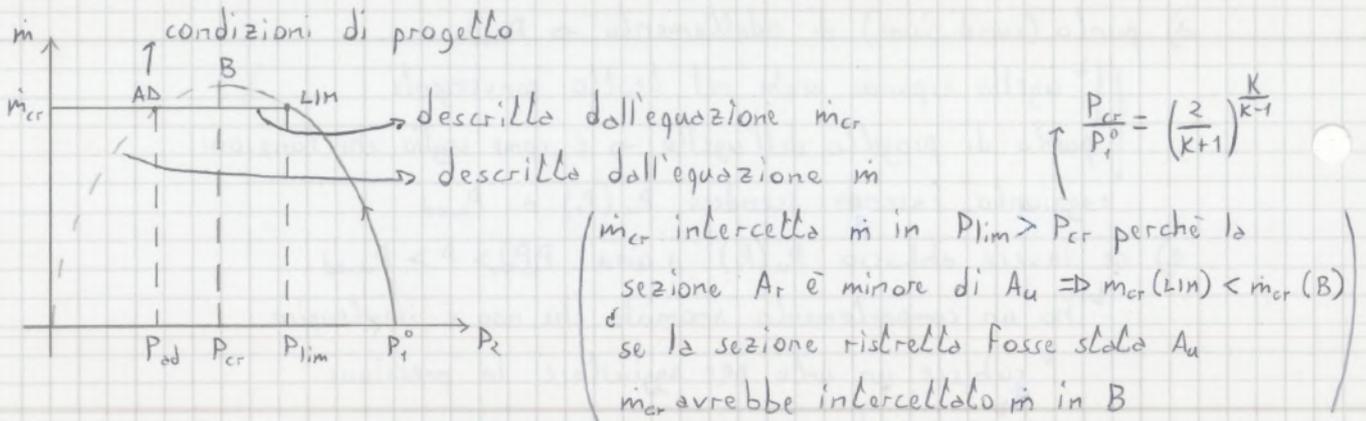
il fluido è subsonico

nel tratto divergente è compresso (non espanso) quindi è rallentato

questo tratto si comporta da diffusore

d) punto limite → P2^lim

da questo momento il tratto convergente è in condizioni di criticità

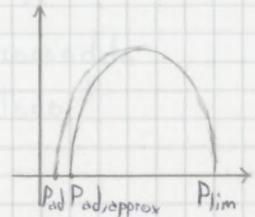


in AD e LIM $m = m_{cr} \Rightarrow$ eguagliandoli ottengo P_{uad} e P_{uolim}
 calcoli lunghi e tediosi

in alternativa: approssimazione ellittica della portata:

$$\left[\frac{m A_r}{m_{cr} A_u} \right]^2 + \left[\frac{P_2 - P_{cr}}{P_1^0 - P_{cr}} \right]^2 = 1 \quad \begin{matrix} \nearrow P_{uad} \\ \searrow P_{uolim} \end{matrix} \text{ approssimali}$$

P_{lim} : approssimazione buona
 P_{uad} : approssimazione grossolana

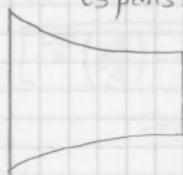


13/10

ES.2

1) a-

$P_1 = 5 \text{ bar}$
 $T_1 = 150^\circ\text{C}$
 $C_0 \approx 0$



espansione isentropica

$P_2 = 2 \text{ bar}$
 $\dot{m} = 3 \text{ kg/s}$

aria: $R = 287 \text{ J/kgK}$ $K = 1.4$

C_u ? T_u ?

$$\left(\frac{P_{cr}}{P_1^0} \right) = \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K}{K-1}} = 0.528$$

P_1 e T_1 sono grandezze totali $\Rightarrow P_1^0, T_1^0$

$$\frac{P_2}{P_1^0} = 0.4 < 0.528 \Rightarrow \text{criticità}$$

\Rightarrow alla sezione di sbocco; $m_{cr}, P_{cr}, T_{cr}, C_{cr} = C_s$
 condizioni diverse da quelle di valle

$$P_{cr} = 0.528 \cdot P_1^0 = 2.6 \text{ bar}$$

$$\frac{T_{u,cr}}{T_1^0} = \frac{2}{K+1} \Rightarrow T_u = 79.5^\circ\text{C}$$

$$C_{u,cr} = \sqrt{KRT_u} = 376.4 \text{ m/s}$$

b- stesso ugello $\rightarrow \dot{m}'$

$P_1^0 = 10 \text{ bar}$
 $T_1^0 = 300^\circ\text{C}$



$P_2' = 4 \text{ bar}$

$$\frac{P_2'}{P_1^0} = 0.4 < 0.528 \Rightarrow \text{criticità}$$

$$m_{cr} = A_u \frac{P_1^0}{\sqrt{P_1^0 V_1^0}} \sqrt{K \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K+1}{K-1}}} \sqrt{RT_1^0}$$

$$\frac{m'_{cr}}{m_{cr}} = \frac{A_u \frac{P_1^0}{\sqrt{RT_1^0}} \sqrt{K \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K+1}{K-1}}}}{A_u \frac{P_1^0}{\sqrt{RT_1^0}} \sqrt{K \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K+1}{K-1}}}} = \frac{P_1^0}{\sqrt{T_1^0}} \frac{\sqrt{T_1^0}}{P_1^0} = 1$$

$$\Rightarrow m_{cr} = 5.16 \text{ kg/s}$$

2) espansione isentropica
 $P_1 = 8 \text{ bar}$
 $T_1 = 25^\circ\text{C}$
 $C_1 = 120 \text{ m/s}$
 $P_2 = 2 \text{ bar}$
 $d_u = 4 \text{ cm}$
 elio: $\mu = 4 \text{ kg/mol}$, $K = 1.667$
 massa atomica
 valido per ogni gas monoatomico

a) C_u ? m?

b) P di laminatione per ridurre la portata del 30%?

a parità di condizioni a monte e a valle

a- $R = \frac{8314}{4} = 2079 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ $C_p = R \frac{K}{K-1} = 5196 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

$C_p T_1^0 + \frac{C_1^2}{2} = C_p T_1 + \frac{C_1^2}{2}$ $T_1^0 = T_1 + \frac{C_1^2}{2C_p} = 26^\circ\text{C} = 299.5 \text{ K}$ } grandezze totali quasi uguali a quelle iniziali

$P_1^0 = P_1 \left(\frac{T_1^0}{T_1}\right)^{\frac{K}{K-1}} = 8.1 \text{ bar}$ $\rho_1^0 = \frac{P_1^0}{RT_1^0} = 1.3 \text{ kg/m}^3$

$\frac{P_{cr}}{P_1^0} = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}} = 0.487$ $P_{cr} = 8.1 \cdot 0.487 = 3.94 \text{ bar} \Rightarrow$ criticità

$\dot{m}_{cr} = A_u \cdot \rho_{u,cr} \cdot C_{u,cr}$ $A_u = \pi r^2 = 12.57 \text{ cm}^2$ $C_u = \sqrt{KRT_u} = 882 \text{ m/s}$

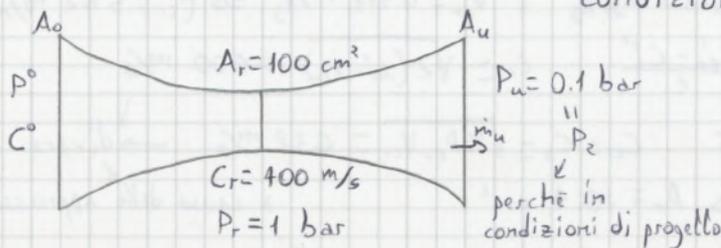
$T_u = T_1^0 \frac{2}{K+1} = 224.6 \text{ K} = -48.5^\circ\text{C}$ $\rho_{u,cr} = \frac{P_{cr}}{RT_u} = 0.84 \text{ kg/m}^3$

$\dot{m} = 0.001257 \cdot 0.84 \cdot 882 = 0.936 \text{ kg/s}$

b- $\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{P_1'^0}{P_1^0}$ $\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{\dot{m} - 0.3\dot{m}}{\dot{m}} = 0.7 = \frac{P_1'^0}{P_1^0} \Rightarrow P_1'^0 = 0.7P_1^0 = 5.6 \text{ bar}$

3) ugello convergente-divergente

condizioni di progetto



aria: $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $K = 1.4$

a) \dot{m} ? C_u ? A_u ?

b) ugello in condizione limite
 P_u ? C_u ?

a- $T_r = \frac{C_r^2}{RK} = 125^\circ\text{C}$ $\rho_r = \frac{P_r}{RT_r} = 0.875 \text{ kg/m}^3$

$\dot{m}_r = A_r \cdot C_r \cdot \rho_r = 3.5 \text{ kg/s}$

$T_1^0 = \frac{T_r}{\left(\frac{2}{K+1}\right)}$

$P_1^0 = \frac{P_r}{\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}} = 1.89 \text{ bar}$

$\rho_1^0 = \frac{P_1^0}{RT_1^0} = 1.38 \text{ kg/m}^3$ $\rho_u = \rho_1^0 \left(\frac{P_u}{P_1^0}\right)^{\frac{1}{K}} = 0.169 \text{ kg/m}^3$

$\dot{m} = A_u \cdot \frac{P_1^0}{\sqrt{P_1^0 V_1^0}} \sqrt{2 \frac{K}{K+1} \left[\left(\frac{P_u}{P_1^0}\right)^{\frac{2}{K}} - \left(\frac{P_u}{P_1^0}\right)^{\frac{K+1}{K}} \right]} \Rightarrow A_u = 280.5 \text{ cm}^2$

$C_u = \frac{\dot{m}_u}{A_u \rho_u} = 739 \text{ m/s}$

b- $P_{lim} \rightarrow$ approssimazione ellittica $\rightarrow \left(\frac{\dot{m}_r A_r}{\dot{m}_u A_u}\right)^2 + \left(\frac{P_u - P_{cr}}{P_1^0 - P_{cr}}\right)^2 = 1$

$P_u = x \left(\frac{0.01}{0.028}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{0.893}\right)^2 = 1$

$x \rightarrow 1.834 \text{ bar} \rightarrow P_{lim}$
 $\rightarrow 0.166 \text{ bar} \sim P_{ad} \rightarrow$ molto approssimata
 $\hookrightarrow P_{ad} = 0.1 \text{ (dati)}$

$\Rightarrow P_{lim} = 1.834 \text{ bar}$

$\rho_u = \rho_1^0 \left(\frac{P_1^0}{P_{lim}}\right)^{\frac{1}{K}} = 1.35 \text{ kg/m}^3$

$C_u = \frac{\dot{m}_{cr}}{A_u \rho_u} = 92.5 \text{ m/s}$

6) ugello adiabatico con resistenze passive

azoto $P_0 = 7 \text{ bar}$ $T_0 = 500^\circ\text{C}$ $C_0 = 100 \text{ m/s}$ $A_u = 2 \text{ cm}^2$
 in condizioni di adattamento $P_u = 2 \text{ bar}$ $T_u = 300^\circ\text{C}$ m ? C_u ? L_w ?

$M_{u_0} = 28 \text{ kg/kmol}$ $R = \frac{8314}{28} = 296.9 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ $k = 1.4$ perché biatomico

$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = 1039 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ $0 = \Delta E_c + \Delta i$ perché adiabatico

$0 = C_p(T_u - T_0) + \frac{C_u^2 - C_0^2}{2} \Rightarrow C_u = \sqrt{2C_p(T_0 - T_u) + C_0^2} = 652 \text{ m/s}$

$\rho_u = \frac{P_u}{RT_u} = 1.175 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \dot{m}_u = A_u \cdot \rho_u \cdot C_u = 0.153 \text{ kg/s}$

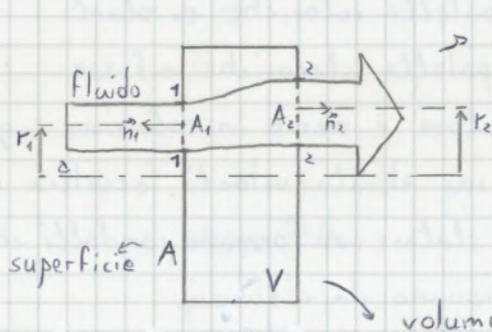
politropica: $\frac{T_u}{T_0} = \left(\frac{P_u}{P_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}$ $\frac{m-1}{m} = \frac{\ln(T_u/T_0)}{\ln(P_u/P_0)} = 0.239 \Rightarrow m = 1.314$

$\frac{Q}{L_w} + L_w = C(T_u - T_0)$ $C = \frac{C_p}{k} \frac{m-k}{m-1} = -203 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

perché adiabatico $\Rightarrow L_w = -203(300 - 500) = 40.696 \text{ KJ/kg}$

17/10

Introduzione alle turbomacchine



→ sistema → sezione di una ruota

fluido continuo, omogeneo, isotropo

↳ in moto stazionario, unidimensionale

\vec{n}_1, \vec{n}_2 versori delle sezioni d'uscita e d'entrata

↳ positivi verso l'esterno

↳ volume di controllo

- conservazione della massa: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow$ perché moto stazionario

$\rho_1 A_1 C_{1n} = \rho_2 A_2 C_{2n}$
 normale → ci interessa solo la componente normale della velocità

- conservazione della quantità di moto:

$\vec{R} = \frac{d\vec{Q}}{dt}$ \vec{R} : risultante di tutte le forze esterne applicate al sistema
 \vec{Q} : quantità di moto

applicazione: $\vec{F} - P_1 A_1 \vec{n}_1 - P_2 A_2 \vec{n}_2 = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$

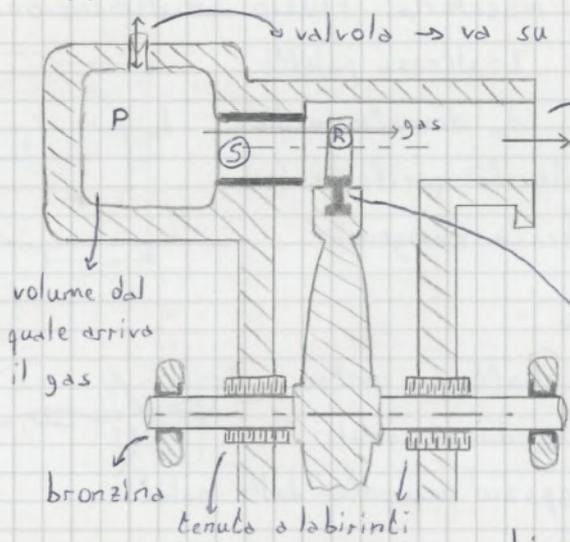
si mette il meno perché la pressione esterna spinge verso l'interno

\vec{F} : forze agenti sulla superficie A contrario ai versori esclusi A_1 e A_2

- conservazione del momento della quantità di moto:

$\vec{M}_0 = \frac{d\vec{K}_0}{dt}$ \vec{M}_0 : risultante di tutti i momenti esterni applicati al sistema
 \vec{K}_0 : momento della quantità di moto
 ↳ riferiti al polo O

rappresentazione di una turbina:



valvola \rightarrow va su e giù per modificare la pressione
 cambia la portata
 condotto di uscita
 5: vista frontale di una paletta statica
 struttura che confina il gas e lo convoglia verso le palette rotatorie
 innesto per mantenere le palette ben salde se parlono spaccano la macchina
 problema della T ($\sim 500^\circ\text{C}$) \rightarrow acciaio dilata
 bisogna essere sicuri che ci sia spazio

innesti hanno gioco per far sì che si blocchino dilatando ad alte T
 temperature di lavoro della macchina

- il raggio della ruota è decrescente allontanandosi dall'asse
 \downarrow per avere un momento d'inerzia minore
 deve resistere alle velocità elevatissime $\rightarrow 50 \text{ Hz} \Rightarrow 3000 \text{ giri/min}$
- pressioni interne sono $\sim 100 \text{ bar}$
 \downarrow come faccio a garantire la tenuta dell'albero senza fare attrito?
 si utilizzano dei cuscinetti con bronzine (oggetti striscianti metallici)
 viene spruzzato olio ad altissima P per minimizzare gli attriti
 \downarrow la pressione dell'olio è tale da sollevare l'albero
 dev'essere spruzzato a partire dall'avviamento
 avviamento difficile e lungo ($\sim 1 \text{ ore}$) se la macchina è fredda
 è necessaria un'alimentazione esterna per far partire la pompa
 dell'olio anche a turbine spente
 successivamente viene utilizzata l'energia dell'alternatore
 prodotta dalle turbine stesse \rightarrow autoconsumo
- tenuta a labirinti \rightarrow è inevitabile lasciar passare del fluido
 perché altrimenti si svilupperebbe un attrito enorme fra
 l'albero e l'eventuale blocco
 \Rightarrow si complica il suo passaggio in modo che la portata
 in uscita del fluido perso sia piccolissima
 schematizzata con dei dentini, ma in realtà è molto
 più complicata

evoluzione del fluido nelle palettature:

Triangoli di velocità \rightarrow strumento di rappresentazione convenzionale della velocità nelle palettature

velocità assoluta $\rightarrow c$

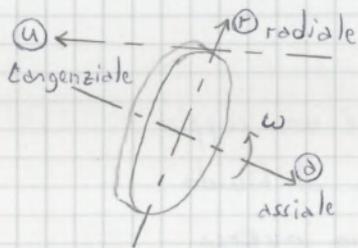
\hookrightarrow misurata rispetto ad un osservatore fisso \rightarrow palettatura statica

velocità relativa $\rightarrow w$

\hookrightarrow misurata rispetto ad un osservatore solidale con la palettatura rotante

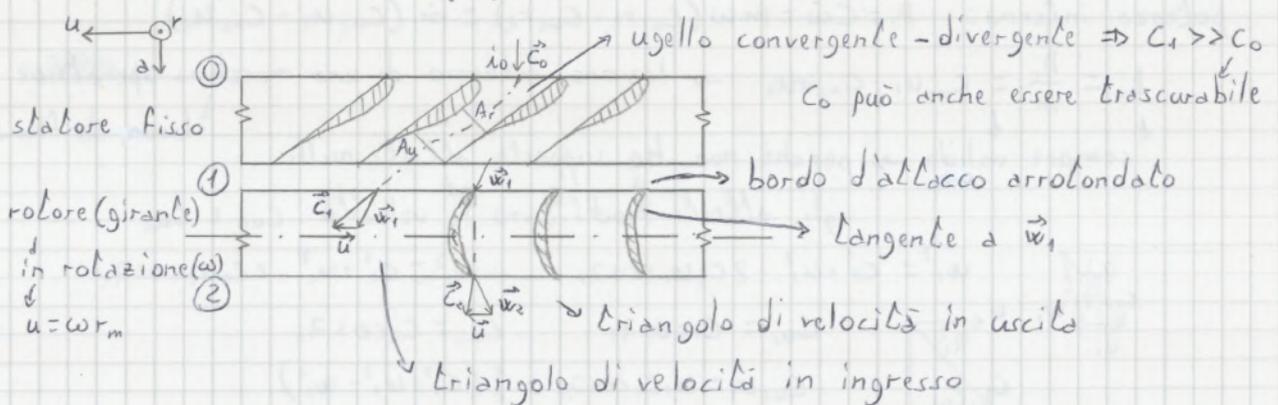
velocità tangenziale (periferica) $\rightarrow u = \omega r$

$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$ \rightarrow velocità di trascinamento
velocità relativa \leftarrow



- d) $\vec{c}_a = \vec{w}_a$
 - r) $\vec{c}_r = \vec{w}_r$
 - u) $\vec{c}_u = \vec{w}_u + \vec{u}$
- $\rightarrow \vec{u}$ non ha componente assiale, né radiale
componenti di trasporto
quella della velocità del fluido che gli consente di spostarsi all'interno della macchina
componenti di lavoro

sezione della mezzeria (d_m):



è la deviazione del flusso che genera momento della quantità di moto

∇ non voglio le palette rotoriche dritte e \perp a \vec{w}_1

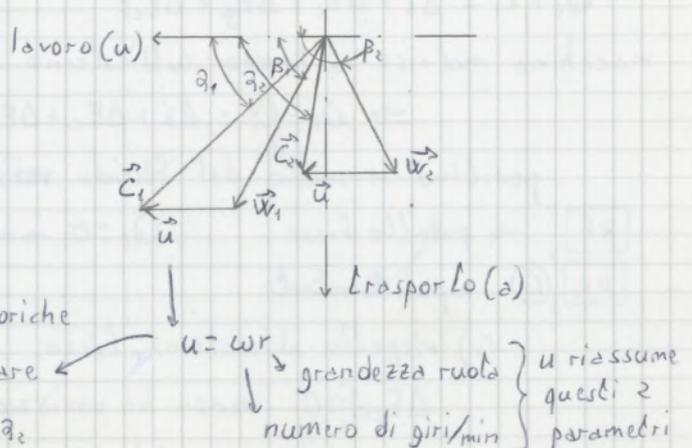
\hookrightarrow devono convogliare il fluido \Rightarrow palettatura "a cucchiaio"

palette simmetriche rispetto alla linea di mezzeria e tangenziali a \vec{w}_1
 $\vec{w}_2 < \vec{w}_1$ a causa degli attriti

Triangoli di velocità:

α_1 è un angolo costruttivo perché è determinato dalla direzione in uscita delle palette statiche
stesso per $\beta_2 \rightarrow$ determinato dalla direzione in uscita delle palette rotoriche

r è sempre uguale ma ω può variare
 $\Rightarrow u$ è variabile \rightarrow variano anche β_1, α_2
parametri cinematici



il fluido in entrata e il fluido in uscita non ha componenti centrifughe

$$-L_i = i_2 - i_1 + \frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \quad L_i = i_1 - i_2 + \frac{C_1^2}{2} - \frac{C_2^2}{2}$$

G) sistema rotante → le palette sono ferme da questo punto di vista

↓ le palette non scambiano lavoro → $L_i = 0$
 ↓ devo utilizzare le velocità relative

$\Delta E_{CF}|_1 \neq 0$ perché dal punto di vista del sistema rotante

$$0 = \Delta i|_1^2 + \Delta E_c|_1^2 + \Delta E_{CF}|_1^2 \quad E_{CF} = -\frac{u^2}{2} \quad E_c = \frac{w^2}{2}$$

$$0 = i_2 - i_1 + \frac{u_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \quad i_1 - i_2 = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$$

inserendo questa espressione in quella ricavata dal punto di vista

delle paletteature fisse: $L_i = \frac{1}{2}(C_1^2 - C_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2)$ → è uguale

se considero sia PF che PR:

$$-L_i = \Delta i|_0^2 + \Delta E_c|_0^2 \quad \Delta E_{CF} \approx 0 \text{ per lo stesso motivo del punto di vista fisso}$$

$$-L_i = i_2 - i_0 + \frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2} \quad L_i = \underbrace{i_0 + \frac{C_0^2}{2}}_{i_0^*} - i_2 - \frac{C_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow L_i = i_0^* - i_2 - \frac{C_2^2}{2} \quad \rightarrow \text{si preferisce non indicare } i_2 \text{ come entalpia totale } (i_2^0)$$

↓ per distinguere il modo in cui queste 2 entalpie sono ottenute

lavoro della turbomacchina motrice

↓ i_0^* dev'essere il maggior possibile

cenni di tecnologia delle turbomacchine:

- l'acqua da cui si ottiene il vapore da utilizzare nelle macchine dev'essere pulita dai gas (degasazione) → O_2 principalmente → corrode le palette
 ↓ e da ogni altra impurità → Ex. sabbia → consuma le palette

- palette rotatorie → svingolate quando sono molto alte per rendere la velocità tangenziale il più omogenea possibile

↓ rastremate (assottigliate) verso l'alto per avere meno inerzia
 rivestite di materiali ceramici (parenti dei refrattari) per resistere meglio alle alte temperature ($\sim 1000-1400^\circ C$)

↓ si può anche usare un sistema di raffreddamento interno alle palette stesse

↓ il vapore arriva a $\sim 500^\circ-600^\circ C$ ⇒ non servono rivestimenti

- le palette statoriche sono innestate sulla carcassa esterna oppure montate su un disco fisso

analizziamo il caso particolare di paletteatura simmetrica (più semplice) $\Rightarrow \beta_2 = \pi - \beta_1$
 girante: sist. rotante) $0 = \Delta i_1^2 + \Delta E_c^2$

adiabatico, sistema fermo \downarrow aeriforme ($\Delta E_g \approx 0$), $\Delta E_{CF} \approx 0$ perché $u_1 = u_2$
 macchina ad azione \downarrow non c'è variazioni di raggio
 \downarrow sulla girante non c'è espansione $\Rightarrow \Delta i_1^2 = 0 \Rightarrow \Delta E_c = 0$

partendo da un'altra legge:

$$0 = \int_1^2 \frac{1}{\rho} \nabla p + L \omega + \Delta E_c \Rightarrow \Delta E_c = 0 \quad \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = 0 \Rightarrow |\vec{w}_2| = |\vec{w}_1|$$

$L=0$ \downarrow $\int_1^2 \frac{1}{\rho} \nabla p = 0$ \downarrow $\rho = 0$ sulle girante \downarrow $L=0 \rightarrow$ ideale

\Rightarrow in funzionamento ideale $w_1 = w_2$ qualsiasi sia il profilo della paletteatura rotante \rightarrow non vuol dire che non sia prodotto lavoro solo il modulo è uguale, non la direzione lavoro prodotto dalla variazione del momento della quantità di moto

distributore: sist. fisso) $0 = \Delta i_0^2 + \Delta E_c^2$

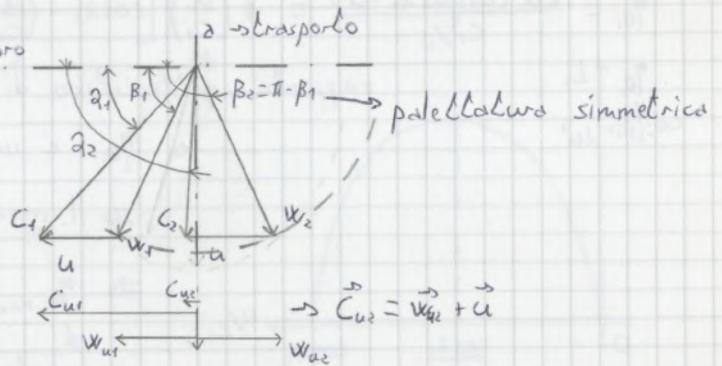
adiabatico, fisso \downarrow in rotazione, aeriforme

$$c_1 = \sqrt{2(i_0 - i_1)} \rightarrow \text{velocità in un ugello}$$

$$\downarrow i_0 = i_0 + \frac{c_1^2}{2}$$

triangoli di velocità:

nel caso ideale della turbina ad azione \vec{w}_2 sarà sulla circonferenza tangente \downarrow $w_1 = w_2$
 \downarrow l'angolo β_2 dipende dalla forma della paletteatura rotoria



distributore+girante: sist. fisso) $-L_i = \Delta i_0^2 + \Delta E_c^2 + \Delta E_{CF}^2$

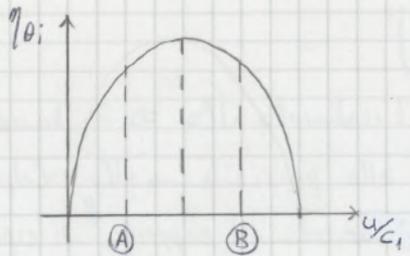
macchine moltrici \downarrow \int_0 stesso raggio d'entrata e d'uscita
 \downarrow L_i svolto da fluido su paletteatura

$$L_i = \left(i_0 + \frac{c_1^2}{2} \right) - \left(i_2 - \frac{c_2^2}{2} \right)$$

\downarrow i_0

$$\Rightarrow L_i = i_0 - i_2 - \frac{c_2^2}{2} \rightarrow c_2 \text{ dev'essere il più piccolo possibile}$$

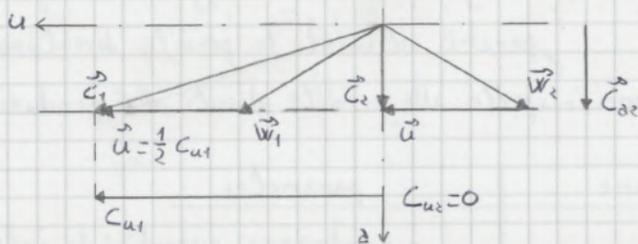
perdita per energia cinetica di scarico anche se il caso è ideale \downarrow è dovuta al fatto che il fluido per poter uscire ha bisogno di una certa velocità d'uscita altrimenti avrei $c_2 = 0$, ma la macchina sarebbe ferma \Rightarrow non produrrebbe lavoro



(A) $\frac{u}{c_1} = \frac{1}{4} \cos \alpha_1$ (B) $\frac{u}{c_1} = \frac{3}{4} \cos \alpha_1$

⇒ i rendimenti sono uguali ma non sono quelli ottimali

Triangoli di massimo rendimento:



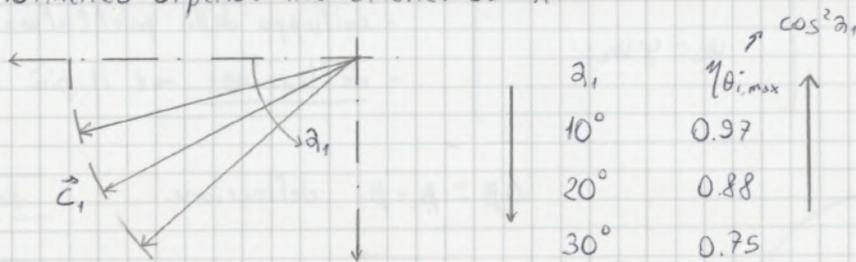
palettature simmetriche

$\frac{u}{c_1} = \frac{\cos \alpha_1}{2} \Rightarrow u = \frac{c_1 \cos \alpha_1}{2} = \frac{c_{a1}}{2}$

→ c_2 è solo assiale ⇒ $c_2 = c_{a2}$
condizioni di progetto

⇒ $L_i = u(c_{a1} - 0) = u(2u - 0) = 2u^2$

il rendimento dipende interamente da α_1 :



minore l'angolo α_1 , maggiore il rendimento

però con $\alpha_1 = 0^\circ$ ($c_{a1} = 0$) la componente di trasporto è nulla

⇒ il fluido non può uscire dalla macchina

più è grande la portata volumica, più grande dev'essere la componente assiale

⇒ non è una scelta libera

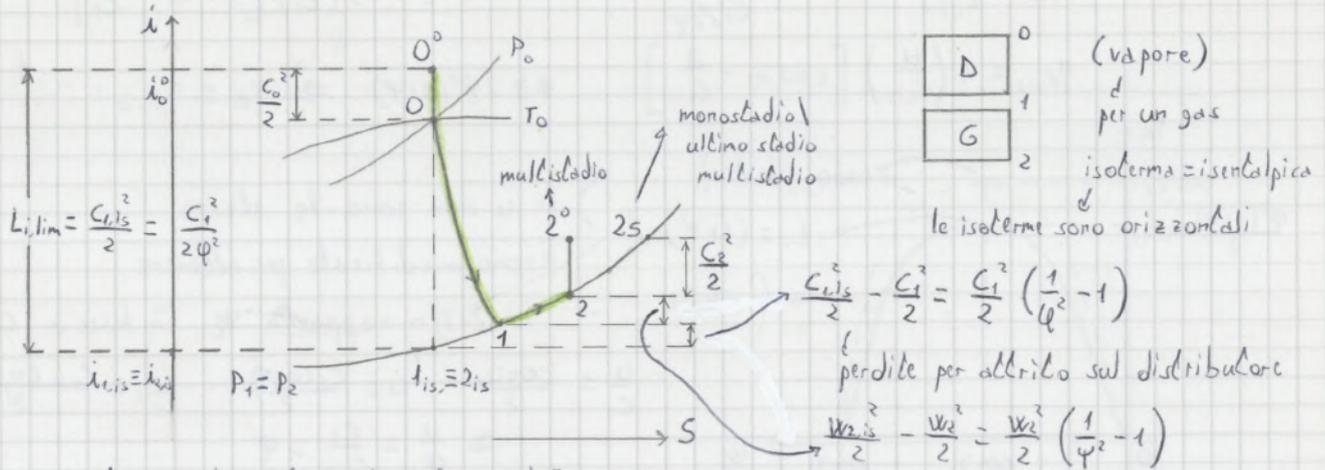
funzionamento reale:

perdite fluidodinamiche → attrito del passaggio del fluido sulla palettatura rotorica e statorica → velocità diminuisce

coefficienti di perdita della palettatura (validi per ogni tipo di macchina):

coefficiente	definizione	parametri
palettatura fissa φ	$\varphi = \frac{c_1}{c_{1, is}}$ reale ideale assomiglia a un rendimento $c_1 = \varphi \cdot c_{1, is}$ $c_{1, is}$ non è realizzabile ma è comunque utile	- scabrezza superficiale interna della paletta - numero di Reynolds (Re) → grado di turbolenza - sviluppo della paletta - deflessione impressa al fluido dalla palettatura - <u>rapporto di espansione</u> quanto è grande ΔP fra entrata e uscita è il più importante

usiamo il diagramma di Mollier per studiare il fluido nella turbina



parliamo da 0 (non da 0°) perché esaminiamo le proprietà reali

situazione reale ⇒ entropia cresce a causa delle dissipazioni → curva verso destra

1: finisce l'espansione sul distributore

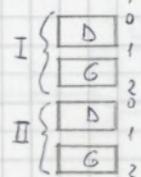
2: fluido esce dalla girante → ho perdite (aumenta l'entropia) ma la pressione è la stessa perché non avviene espansione

l'aumento di entalpia finale (rispetto al caso ideale) corrisponde alle perdite di energia cinetica ⇒ $\frac{C_1^2}{2} \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$ e $\frac{W_2^2}{2} \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$

aumenta l'entalpia finale ⇒ perdo lavoro → $L_i = i_0 - i_2 - \frac{C_2^2}{2}$

che fine fa $\frac{C_2^2}{2}$? → energia persa se monostadio (oppure ultimo stadio di una turbina pluristadio) → va considerata come perdita
viene recuperata dallo stadio successivo se macchina multistadio

stadio intermedio:



recupero di energia cinetica di scarico nello stadio successivo (multistadio)

lavoro: $L_i = u(C_{u1} - C_{u2})$

$C_{u2} = W_{u2} + u = -\psi W_{u1} + u = -\psi(C_{u1} - u) + u$

nel caso ideale $w_{u2} = -w_{u1}$ (palettatura simmetrica)

⇒ $L_i = u(C_1 \cos \alpha_1 + \psi(C_1 \cos \alpha_1 - u) - u) = (1 + \psi)u(C_1 \cos \alpha_1 - u)$

⇒ $L_i = (1 + \psi)u^2 \left[\frac{\cos \alpha_1}{u/C_1} - 1 \right]$ $(1 + \psi) \leq 2 \Rightarrow L_i \leq L_{i, is}$

$L_{i, is} = 2u^2 \left[\frac{\cos \alpha_1}{u/C_{1, is}} - 1 \right]$

$\frac{u}{C_1}$ è una condizione di progetto → se $C_1 < C_{1, is}$ lo u sarà \ll di u_{is} per ottenere lo stesso rapporto

$$L_{i,lim} = \dot{L}_0 - \dot{L}_{2,ris} = (\dot{L}_0 - \dot{L}_{1,ris}) + (\dot{L}_{1,ris} - \dot{L}_{2,ris}) = \left(\frac{C_1^2}{2}\right) + \left(\frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2}\right)$$

$$L_i = u(C_{u1} - C_{u2}) = u(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2)$$

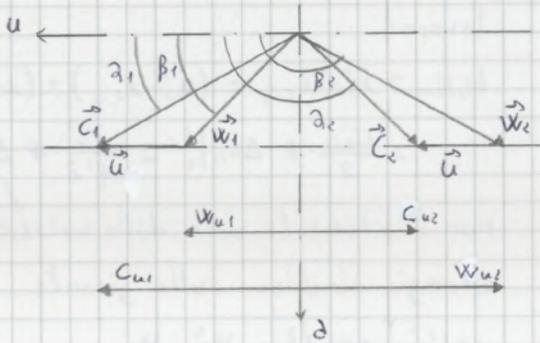
$$\eta_{0i} = \frac{L_i}{L_{i,lim}} = \frac{u(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2)}{\frac{C_1^2}{2} + \frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2}}$$

↗ è molto difficile trovare questi valori
↳ calcoli complicati

⇒ ipotesi (caso particolare): i triangoli di velocità sono simmetrici

non centra niente con la palettezza simmetrica

se i triangoli sono simmetrici, la palettezza non può essere simmetrica, e viceversa



espansione anche nella girante

↳ riduzione di i , incremento di energia cinetica ⇒ $w_2 > w_1$

Triangoli simmetrici

↗ angoli supplementari

$$\begin{cases} w_2 = C_1 & \alpha_2 = \pi - \beta_1 \\ C_2 = w_1 & \beta_2 = \pi - \alpha_1 \end{cases}$$

lavoro: $-C_{u2} = -C_2 \cos \alpha_2 = w_{u1} = C_1 \cos \alpha_1 - u$

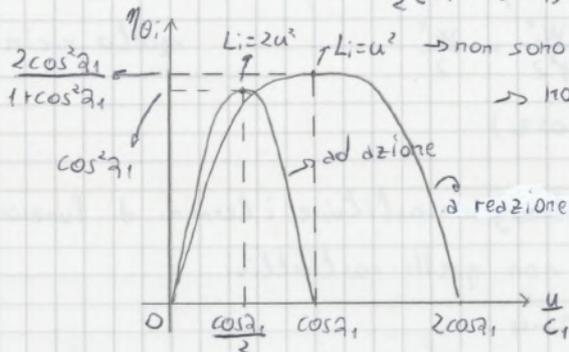
$$W_1^2 = C_1^2 + u^2 - 2u C_1 \cos \alpha_1 = W_2^2 + u^2 - 2u C_1 \cos \alpha_1$$

$$\Rightarrow W_2^2 - W_1^2 = 2u C_1 \cos \alpha_1 - u^2 = u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)$$

$$L_i = u(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2) = u(C_1 \cos \alpha_1 + C_1 \cos \alpha_1 - u) = u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)$$

$$\Rightarrow L_i = u^2 \left[2 \frac{\cos \alpha_1}{u/C_1} - 1 \right]$$

rendimento: $\eta_{0i} = \frac{u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)}{\frac{1}{2}(C_1^2 + W_2^2 - W_1^2)} = \frac{2u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)}{C_1^2 + u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)} = 2 \frac{(2 \cos \alpha_1 - \frac{u}{C_1}) (\frac{u}{C_1})}{1 + [2 \cos \alpha_1 - \frac{u}{C_1}] (\frac{u}{C_1})}$



↳ non sono la stessa u

↳ non è una parabola ma il massimo è comunque a metà fra i 2 zeri

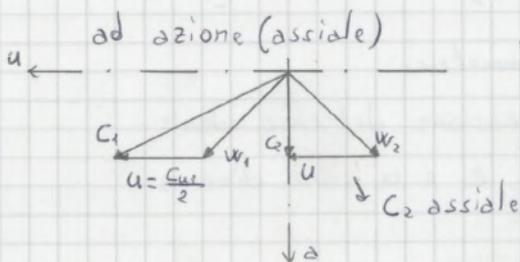
$$\eta_{0i,max}(\text{azione}) < \eta_{0i,max}(\text{reazione})$$

↳ inoltre è molto spartato

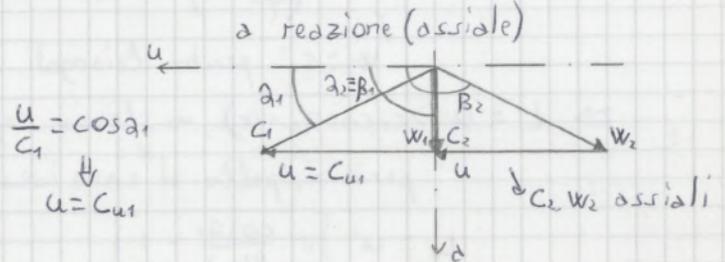
Turbine ad azione hanno un η minore, ma hanno un altro vantaggio

28/10

rendimento massimo in funzionamento ideale:



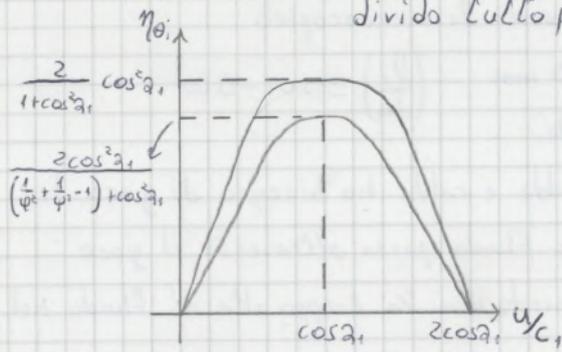
palettezza simmetrica



Triangoli di velocità simmetrici

$$\eta_{\theta_i} = \frac{2u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)}{\frac{C_1^2}{\varphi^2} + C_1^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) + u(2C_1 \cos \alpha_1 - u)} = 2 \frac{\left[2 \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{C_1}\right)\right] \left(\frac{u}{C_1}\right)}{\left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1\right) + \left(\frac{u}{C_1}\right) \left[2 \cos \alpha_1 - \left(\frac{u}{C_1}\right)\right]}$$

divido tutto per C_1^2 nel caso ideale è 1

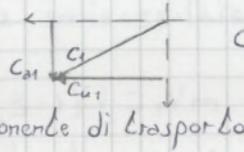


$$\eta_{\theta_i, \max} = \frac{2 \cos^2 \alpha_1}{\left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1\right) + \cos^2 \alpha_1}$$

$\left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1\right) \geq 1 \Rightarrow$ rendimento più basso del caso ideale

portata della turbina:

$m = \rho_1 A_1 C_{a1}$
 ingresso della girante



$C_{a1} = W_{a1} \rightarrow$ componenti di trasporto sono uguali tra velocità assoluta e relativa

girante con grande diametro rispetto alle palette $\Rightarrow A_1 = \pi d_m l_1$

ξ : coefficiente di solidità delle palette $\sim 0.90 \div 0.95$ diametro medio

\hookrightarrow tiene conto dello spessore delle palette \rightarrow il fluido non ha a disposizione

$\Rightarrow m = \rho_1 \xi \pi d_m l_1 C_{a1}$ l'intera area

potenza sviluppata da uno stadio:

$P_i = m L_i$ $L_i = \eta_{\theta_i} \underbrace{(\dot{w}_0 - \dot{w}_{r, is})}_{\Delta \dot{w}_{is}}$

$\Rightarrow P_i = m \eta_{\theta_i} \Delta \dot{w}_{is}$

m dipende dal generatore di fluido di lavoro

$\Delta \dot{w}_{is} \uparrow \Rightarrow u \uparrow$

si usa valore massimo ottenibile $\Rightarrow m$ è vincolato

però $\frac{u}{C_1} = \left(\frac{u}{C_1}\right)_{opt} \rightarrow$ rapporto ottimale \rightarrow se alzo u , alzo $C_1 \Rightarrow$ alzo C_{a1}

vincolo del numero di giri:

$u = \pi d_m n$

Turbine per applicazione di produzione elettrica: $n \left[\frac{\text{giri}}{\text{min}}\right] = 60 \frac{f [\text{Hz}]}{p [2]}$

\hookrightarrow turbine che trainano l'alternatore \hookrightarrow n.° poli

$\Rightarrow n$ è vincolato dalla frequenza di corrente che può generare

$\Rightarrow u$ dipende solo più da $d_m \rightarrow$ maggiore è u , maggiore è L_i

vincolo diametro girante vs altezza delle palette

$m V_1 = \xi \pi d_m l_1 C_{a1}$

volume specifico del fluido

\nearrow da Mollier

		P (bar)	T (°C)	V (m ³ /kg)
entrata	AP (alta pressione)	250	540	≈ 0.013
uscita	BP (bassa pressione)	0.05	T _{sat}	≈ 22

liquido o vapore saturo differenza enorme fra i 2 volumi



**POLITECNICO
DI TORINO**

Dipartimento Energia

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DEI MATERIALI
Fondamenti di Macchine | ing. A. Poggio

③

ESERCITAZIONE | Turbine

1. Uno stadio di turbina assiale ad azione priva di perdite (trasformazione isentropica) è alimentato al distributore con vapore d'acqua a 30 bar e 450°C ($c_0 \cong 0$). Sapendo che la pressione a valle del distributore è $p_1 = 15$ bar, che l'angolo tra la velocità assoluta in uscita al distributore e la direzione periferica è $\alpha_1 = 25^\circ$ e che la velocità periferica è $u = 280$ m/s, determinare:
 - i triangoli di velocità dello stadio, supponendo simmetriche le palettature mobili
 - il rendimento η_{oi} dello stadio, considerando dissipata l'energia cinetica di scarico

2. Uno stadio di turbina assiale ad azione semplice riceve una portata di vapore di 150 kg/s con velocità trascurabile alle seguenti condizioni: $p_0 = 80$ bar, $T_0 = 500^\circ\text{C}$; lo scarico avviene alla pressione $p_2 = 40$ bar. Ipotizzando i seguenti valori dei parametri geometrici e di funzionamento: $\alpha_1 = 30^\circ$, $(u/c_1) = 0,5 \cos \alpha_1$ (palettatura rotante simmetrica), $n = 3000$ giri/min ed i seguenti valori dei coefficienti di perdita: $\varphi = 0,95$, $\psi = 0,90$, determinare:
 - i triangoli di velocità dello stadio
 - il profilo schematico della paletta
 - il lavoro massico elaborato e la potenza indicata dello stadio
 - il rendimento interno dello stadio
 - la lunghezza dello spigolo di ingresso della palettatura della girante, e l'eventuale grado di parzializzazione necessario ad avere una lunghezza minima pari a 10 mm oppure un rapporto $l/d \geq 0,01$

3. Una girante di turbina assiale adiabatica espande aria ($k=1,4$, $R=287$ J/KgK) secondo una politropica di esponente $m=1,35$. Le condizioni di funzionamento sono le seguenti: pressione, temperatura e velocità del fluido in ingresso alla girante rispettivamente $p_1 = 10$ bar, $T_1 = 750^\circ\text{C}$, $c_1 = 450$ m/s; velocità periferica $u = 300$ m/s, $n = 3000$ giri/min, angolo di uscita al distributore $\alpha_1 = 20^\circ$; pressione di uscita della girante $p_2 = 7$ bar, palette della girante di altezza radiale costante $l = 25$ cm, coefficiente di ingombro palette $\xi = 0,95$. Calcolare la potenza interna dello stadio.

4. Uno stadio di turbina a reazione funziona alimentato con una portata di vapore di 150 kg/s, con velocità trascurabile alle seguenti condizioni: $p_0 = 1,2$ bar, $T_0 = 140^\circ\text{C}$. Si ipotizzino i seguenti valori dei parametri geometrici e di funzionamento: $d = 2$ m, $\alpha_1 = 20^\circ$, $(u/c_1) = \cos \alpha_1$ (triangoli delle velocità simmetrici), $n = 3000$ giri/min ed i seguenti valori dei coefficienti di perdita: $\varphi = 0,96$, $\psi = 0,96$. Determinare:
 - i triangoli di velocità dello stadio
 - il profilo schematico della paletta
 - il lavoro massico elaborato e la potenza indicata
 - la pressione all'uscita dal distributore e dalla girante
 - il rendimento interno dello stadio, nelle due ipotesi che l'energia cinetica dello stadio venga persa oppure recuperata
 - la lunghezza dello spigolo di ingresso della palettatura della girante, supponendo un coefficiente di ingombro palette $\xi = 0,95$

Dipartimento Energia

Politecnico di Torino - Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino - Italia

tel: +39 011 090.4485 fax: +39 011 090.4499

alberto.poggio@polito.it www.denerg.polito.it www.polito.it

$$d_m = \frac{u}{\pi n} = 1.91 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = 747 \text{ Kg/s}$$

$$L_i = u(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2)$$

$$w_1 = \sqrt{(C_1 \cos \alpha_1 - u)^2 + (C_1 \sin \alpha_1)^2} = 196.9 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arcsin \frac{C_1 \sin \alpha_1}{w_1} = 51.4^\circ$$

$$\text{I princ.) } C_p(T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0$$

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 - 2 C_p(T_2 - T_1)} = 469.4 \text{ m/s}$$

non abbiamo l'angolo \rightarrow sfruttiamo il fatto che l'altezza delle palette sia costante la componente di trasporto non viene mantenuta \swarrow

$$\dot{m} = \rho_1 C_{a1} = \rho_1 w_{a1} = \rho_2 w_{a2} = \rho_2 C_{a2} \quad w_{a2} = C_{a2} = C_1(\sin \alpha_1) \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{m}} \quad \Rightarrow \quad w_{a2} = 200.5 \text{ m/s} \quad \pi - \beta_2 = \arcsin \frac{w_{a2}}{w_2} \quad \Rightarrow \quad \beta_2 = 154.7^\circ$$

$$C_2 = \sqrt{(w_2 \cos \beta_2 + u)^2 + C_{a2}^2} = 235.9 \text{ m/s}$$

$$\pi - \alpha_2 = \arcsin \frac{C_{a2}}{C_2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = 121.8^\circ$$

$$L_i = u(C_1 \cos \alpha_1 - C_2 \cos \alpha_2) = 164.2 \text{ KJ/Kg} \quad \Rightarrow \quad P_i = \dot{m} L_i = 122.6 \text{ MW}$$

$$\eta_{th} = \frac{L_i}{(\dot{i}_0 - \dot{i}_{2,15}) - \left(\frac{C_2^2}{2}\right)}$$

allo scarico abbiamo vapore a $P = 7 \text{ bar} (\gg P_{atm})$

\Rightarrow è più logico considerare il vapore di scarico recuperato

$$0 = (\dot{i}_1 - \dot{i}_0) + \left(\frac{C_1^2 - C_0^2}{2}\right)$$

$$\dot{i}_0 = \dot{i}_1 + \frac{C_1^2}{2}$$

$$T_0 = T_1 + \frac{C_1^2}{2 C_p} = 850.7^\circ \text{C}$$

$$T_{2,15} = T_0 \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\text{politropica} \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_0}\right) = \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{m}{m-1}}$$

$$\Rightarrow T_{2,15} = 642^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \eta_{th} = \frac{L_i}{C_p(T_0 - T_{2,15}) - \frac{C_2^2}{2}} = \begin{cases} 0.90 \rightarrow \text{considerando i gas recuperati} \\ 0.78 \rightarrow \text{considerando i gas di scarico non recuperati} \end{cases}$$



macchina a reazione triangoli simmetrici

vapor d'acqua $\psi = 0.96, \phi = 0.96$

$$d_m = 2 \text{ m} \quad \alpha_1 = 20^\circ \quad \dot{m} = 150 \text{ Kg/s} \quad \frac{u}{C_1} = \cos \alpha_1$$

$$n = 3000 \text{ giri/min} \quad \xi < 0.95$$

a) Triangoli di velocità b) profilo della palette c) L_i, P_i d) P_1, P_2 e) η_{th} f) L_i

$$d) \frac{u}{C_1} = \cos \alpha_1 \Rightarrow \text{max rendimento}$$

$$u = \pi d_m n = 314 \text{ m/s}$$

$$C_1 = \frac{u}{\cos \alpha_1} = 334 \text{ m/s}$$

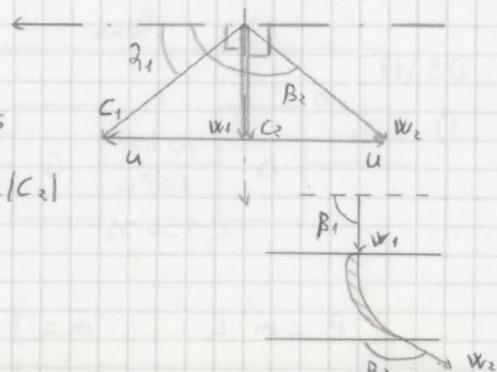
$$w_1 = \sqrt{C_1^2 - u^2} = 114 \text{ m/s}$$

$$|C_1| = |w_2| \quad |w_1| = |C_2|$$

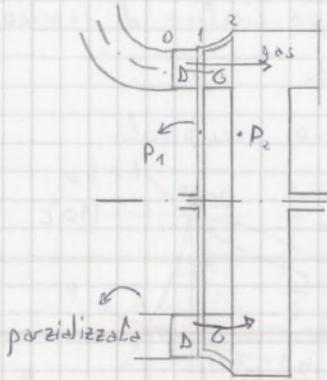
$$b) \beta_2 = \pi - \alpha_1 = 160^\circ$$

$$\alpha_2 = \beta_1 = 90^\circ$$

$$c) L_i^{\text{max } \eta_{th}} = u^2 = \frac{314^2}{1000} = 98.7 \text{ KJ/Kg}$$



- palette corte: soluzione → parzializzazione → solo per macchine ad azione



→ macchina ad azione ⇒ $P_1 = P_2$

se fosse a reazione: $P_1 \neq P_2$

però il fluido in questo modo tende a spostarsi a causa del gradiente di P ⇒ P diventa omogenea

⇒ parzializzazione non realizzabile perché se la P è omogenea la macchina a reazione perde la sua funzione

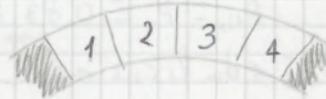
⇒ nel momento in cui devo parzializzare sono obbligato a usare la macchina ad azione, anche se il suo rendimento è minore

la parzializzazione mi permette di usare ϵ come parametro regolativo

$$m = P_1 (1 - \epsilon) \pi d_m l_1 C_{a1}$$

creo più settori che

posso chiudere a piacere



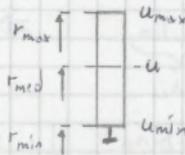
- palette lunghe: allungando la palette aumenta la forza centrifuga esercitata, soprattutto sulle marce lontane

soluzione: rastremazione

velocità molto diverse

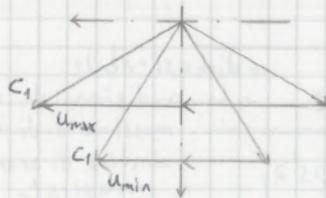
$$u_{max} \neq u \neq u_{min}$$

soluzione: svergolamento



→ diminuisce la massa lontana dall'albero

a reazione:



→ angoli molto diversi

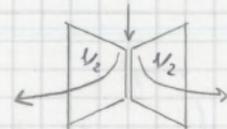


→ viene variato l'angolo di entrata di C_1
palette curvate diversamente a seconda dell'altezza

se il problema è il trasporto (palette + girante occupano

troppo spazio per essere trasportate)

soluzione: suddivisione tra più corpi (2 di solito)



potenza: $P_i = m \eta_{0i} \Delta i_{is}$

tiene conto di → perdita per energia cinetica di scarico → $C_2^2/2$

perdite fluidodinamiche → sul distributore $(\frac{1}{\psi^2} - 1) \frac{C_1^2}{2}$

sulla girante $(\frac{1}{\psi^2} - 1) \frac{w_2^2}{2}$

ad azione (con palette simmetriche) $(1 - \psi^2) \frac{w_2^2}{2}$ perché $w_{2, is} = w_2$

a reazione (con triangoli simmetrici) $(\frac{1}{\psi^2} - 1) \frac{C_1^2}{2}$ perché $|C_1| = |w_2|$

$$\eta_{0i} = \frac{L_i}{i_0 - i_{2, is}} \rightarrow -\frac{C_1^2}{2}$$

total L_0 static

$$\eta_{0i} = \frac{L_i}{i_0 - i_2} \rightarrow \text{rendimento totale-totale (total to total)}$$

→ recupero dell'energia cinetica di scarico

3- perdite per attriti meccanici sui cuscinetti $P_{m, \text{cuscinetti}}$

4- perdite meccaniche per prelievo di potenza meccanica per ausiliari $P_{m, \text{ausiliari}}$
 solo gli ausiliari attaccati direttamente all'albero della macchina
 sistemi, comandi che consentono alla macchina di funzionare

EX. pompa dell'olio che lubrifica i cuscinetti

perdite di portata:

1- perdite di portata per fughe m_f, giochi
 attraverso i giochi \rightarrow soprattutto fra la parte superiore della paletteatura
 e la carcassa

2- perdita di portata per tenute \rightarrow tenute a labirinti m_f, tenute

ne consegue da tutte queste perdite che η_0 da solo non è sufficiente:

- rendimento meccanico:

$$\eta_m = 1 - \frac{\sum P_m}{P_i} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{attrito dischi} \\ \text{ventilazione} \\ \text{cuscinetti} \\ \text{ausiliari} \end{array} \right.$$

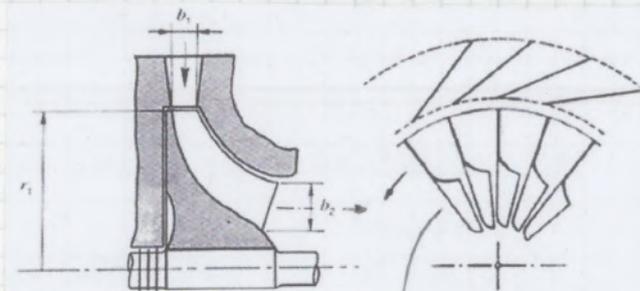
- rendimento volumetrico:

$$\eta_v = 1 - \frac{\sum m_f}{m_i} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{giochi} \\ \text{tenute} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P_u = \eta_m \eta_v \eta_0 m_i \Delta i_{is} = \eta_T m_i \Delta i_{is}$$

potenza utile $\eta_T \rightarrow$ rendimento della turbina intera

Turbine radiali (cenni)

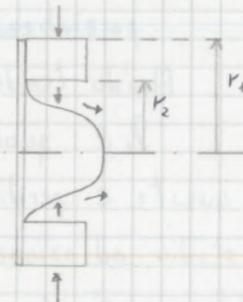


palette sono prima diritte, poi curvano
 b_1, b_2 : altezze delle palette

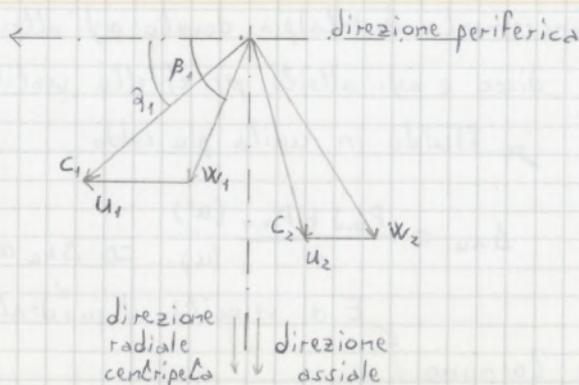
$$L_i = C_{u1} u_1 - C_{u2} u_2 \quad u_1 \neq u_2$$

$$\Rightarrow L_i = \frac{1}{2} [(C_{i1}^2 - C_{i2}^2 + w_2^2 - w_1^2) + (u_1^2 - u_2^2)]$$

affinchè il lavoro sia maggiore,
 voglio che $u_1 > u_2$
 \Rightarrow macchina centrifuga



macchina a flusso misto
 il fluido entra radialmente ed esce quasi assialmente



rendimento polidropico (idraulico): $\eta_y = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{\frac{m}{m-1}}{\frac{K}{K-1}} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{K-1}{K\eta_y}$

diminuisce la componente

di compressibilità del gas \rightarrow non tiene conto del lavoro di controrecupero

$\Rightarrow L_i = C_p T_1 \left[\beta^{\frac{1}{\eta_y} \frac{K-1}{K}} - 1 \right] \rightarrow$ variando m , il termine non varia

$\eta_y > \eta_{is}$

anche la girante svolge una funzione di compressione \rightarrow almeno metà

la forma delle palette deve farsi che funga da diffusore

\Rightarrow compressore è una macchina a reazione

grado di reazione $\rightarrow \chi = \frac{\Delta h_c}{L_i} \rightarrow$ indica la frazione di espansione che avviene sulla girante

palette sul diffusore \rightarrow è importante che siano nella direzione della velocità del fluido \rightarrow affinché l'energia non si dissipi negli urti

il problema è che, mentre le turbine sono utilizzate nelle centrali

termoelettriche (lavorano quasi sempre in condizioni nominali), i turbocompressori sono principalmente utilizzati nell'industria (carichi altamente variabili)

\Rightarrow in questi casi il diffusore non viene paletteato

è meno efficiente di quelli paletteati, ma solo nel caso di carichi nominali

\Rightarrow si cerca di fare la maggior compressione sulla girante $\rightarrow \chi$ il più alto possibile

$$\chi = \begin{cases} \approx 0.5 & \text{diffusore paletteato} \\ > 0.7 & \text{diffusore non paletteato} \end{cases}$$

coefficienti adimensionali:

- coefficiente di pressione $\rightarrow \psi = \frac{L_i}{\frac{u''^2}{2}} \rightarrow u''$: velocità periferica in uscita della girante

- coefficiente di portata $\rightarrow \varphi = \frac{w_r''}{u''}$ w_r'' : componente di trasporto in uscita
in questo caso di una macchina radiale
 \Rightarrow espressione valida solo per i compressori di tipo radiale

$\varphi = \frac{w_a''}{u''} \rightarrow$ compressori assiali

- coefficiente di perdita $\rightarrow \xi = \frac{L_w}{\frac{u''^2}{2}}$ (zerla)

- coefficiente termometrico $\rightarrow \tau_1 = \frac{C_p T_1}{\frac{u''^2}{2}}$

\Rightarrow il rendimento polidropico può essere definito come:

$$\eta_y = \frac{L_i - L_w}{L_i} = \frac{L_i - L_w}{\frac{u''^2}{2}} \cdot \frac{1}{L_i} \cdot \frac{u''^2}{2} = \frac{\psi - \xi}{\psi}$$

il "baffo" della paletta è dovuto a:

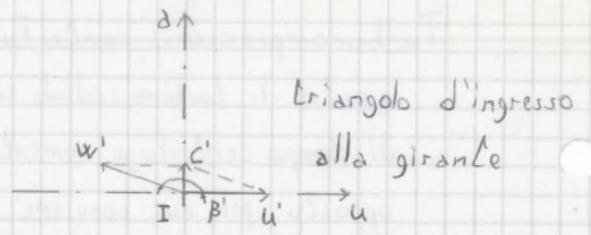
uso i triangoli di velocità

β' risulta molto vicino a 180°

w' è molto piegata

le palette devono poter ricevere il fluido nella stessa direzione di $w' \Rightarrow$ baffo

$$\vec{w}' = \vec{c}' - \vec{u}'$$



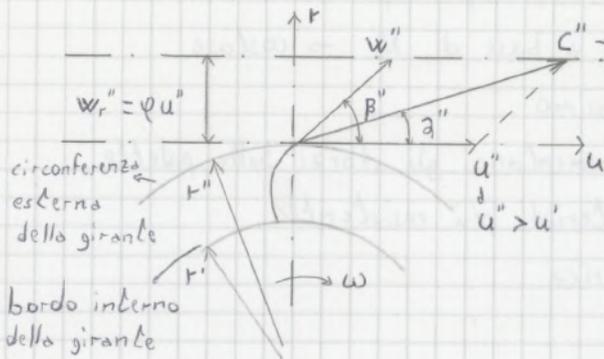
$u' \gg c' \ll \omega$ molto elevata $\leftarrow u' = \omega r'$

07/11

dal triangolo si può vedere che $C_u = 0 \Rightarrow$ il fluido entra solo in direzione di trasporto
ha solo la componente di trasporto

$$L_i = u'' C_u'' - u' C_u' \Rightarrow L_i = u'' C_u''$$

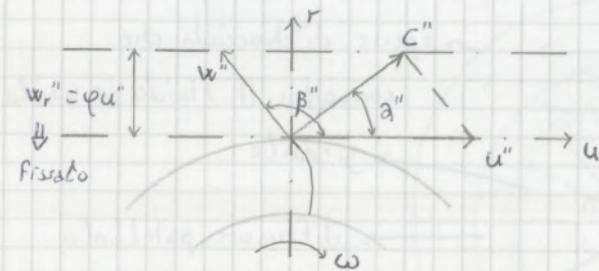
il lavoro dipende solo dal triangolo in uscita (φ, u'' fissi):



\rightarrow pale rivolte in avanti (rispetto al verso di rotazione)

il fluido esce con direzione concorde al verso di rotazione $\Rightarrow \beta'' < 90^\circ$

coefficiente di portata: $\varphi = \frac{w_r''}{u''}$
conoscendo u'' , fisso w_r''



\rightarrow pale rivolte all'indietro (rispetto al verso di rotazione)

il fluido esce con direzione discorde al verso di rotazione $\Rightarrow \beta'' > 90^\circ$

quale dei 2 tipi conviene usare? dipende dalla scelta del diffusore

diffusore non palettato: il fluido arriva sempre in direzione e con energia diversa

le palette in avanti lavorano bene solo con il fluido nella direzione nominale

inoltre ho bisogno che la maggiore espansione avvenga sulla girante

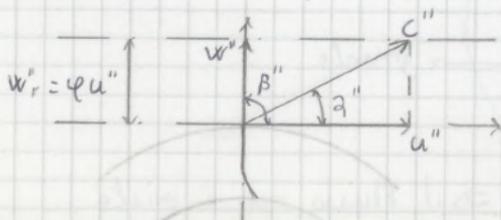
\Rightarrow χ dev'essere il più alto possibile \Rightarrow sono meglio le pale rivolte all'indietro

la w'' è molto minore, il che significa che l'espansione è stata realizzata maggiormente

l'efficienza non è mai alta, ma è comunque maggiore di quella delle palette in avanti a carico non nominale

via di mezzo: pale radiali ($\beta'' = 90^\circ$)

è più facile realizzarle



\rightarrow vantaggio tecnologico

per il maggior tratto le pale sono dritte
utilizzate al posto delle pale in avanti perché più facilmente realizzabili

ipotesi (molto approssimativa): fluido incompressibile $\Rightarrow V_1 = V_2$

è un controsenso perché se il fluido fosse incompressibile, il compressore non potrebbe svolgere il suo lavoro di compressione

$$\Rightarrow L_i - L_u \approx V_1 (P_2 - P_1) = V_1 P_1 (\beta - 1) = RT_1 (\beta - 1)$$

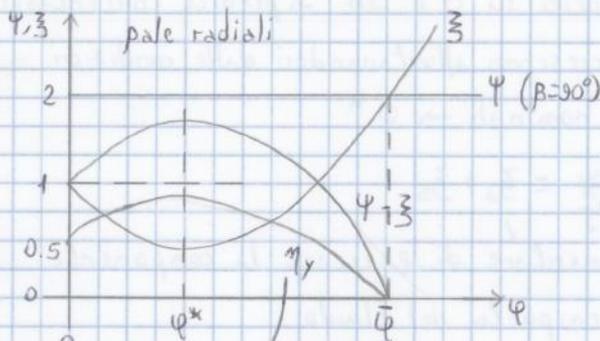
adimensionalizziamo: moltiplichiamo per $1/u''^2$

$$\Rightarrow \Psi - \bar{z} \approx \frac{RT_1}{u''^2} (\beta - 1) \propto \left[\frac{\sqrt{RT_1}}{u''} \right]^2 (\beta - 1) \propto \left[\frac{\sqrt{RT_1}}{nd''} \right]^2 (\beta - 1)$$

$u'' = \pi nd''$

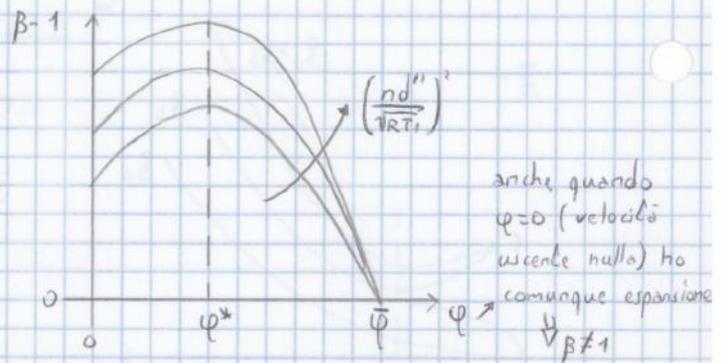
$$\Rightarrow (\beta - 1) \propto \left[\frac{nd''}{\sqrt{RT_1}} \right]^2 (\Psi - \bar{z})$$

ho sia il diagramma di Ψ che quello di \bar{z}
 numero di giri corretto (ϕ)
 numero di giri adimensionale \rightarrow caratterizza il numero di giri del compressore

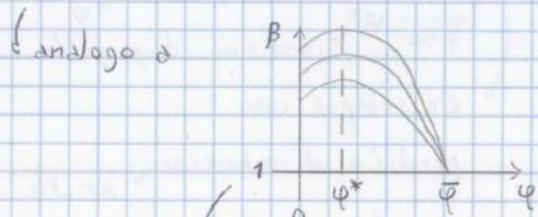


$$\eta_y = \frac{L_i - L_u}{L_i} = \frac{\Psi - \bar{z}}{\Psi}$$

\Rightarrow curva η_y è direttamente proporzionale alla curva $\Psi - \bar{z}$
 non raggiunge il valore 1



anche quando $\phi = 0$ (velocità uscente nulla) ho comunque espansione $\forall \beta \neq 1$



quando il rapporto di espansione β è uguale a 1, non si ha alcuna espansione

10/11

ho bisogno di trovare una relazione fra β e la portata per costruire la caratteristica manometrica

portata volumetrica uscente dalla girante: (II)

$$m V'' = \xi \pi l'' d'' w_r''$$

variazione di P molto piccola

- fluido incompressibile (ipotesi semplificata: valida se $\beta \approx 1$)

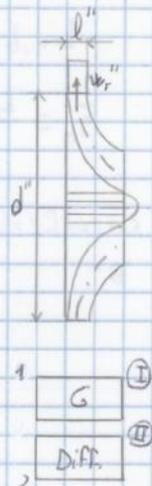
le formule trovate sono inutili \Leftarrow mai realizzata

lo scopo è capire che tipo di caratteristica manometrica ci possiamo aspettare

$$V_1 \approx V'' \approx V_2''$$

$$\pi l'' d'' = \pi \left(\frac{l''}{d''} \right) d''^2 \rightarrow \text{si assume che le macchine siano geometricamente simili} \rightarrow \frac{l''}{d''} = \text{costante}$$

mantengono di stessi rapporti dimensionali

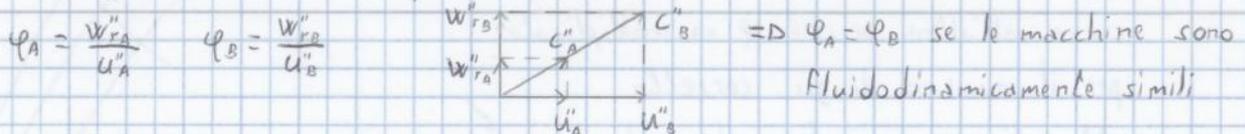


inoltre le curve diventano quasi verticali
 problema del blocco sonico sulla girante (perché $X > 0.5$)
 continuo ad alzare la P ma l'unico effetto è l'aumento delle perdite

Similitudine geometrica e fluidodinamica:

similitudine geometrica: $\left\{ \begin{array}{l} \text{dimensioni in scala} \\ \text{angoli costruttivi uguali} \end{array} \right.$

macchine geometricamente simili sono in similitudine fluidodinamica se:
 i triangoli di velocità in punti corrispondenti delle macchine sono simili



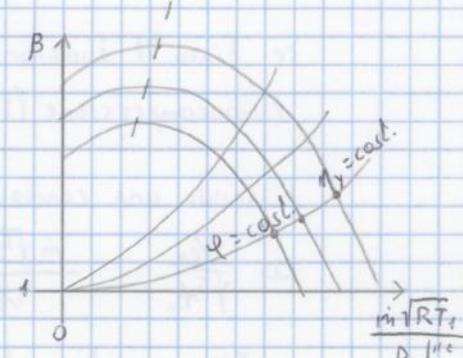
$\varphi = \text{cost.}$ (similitudine fluidodinamica): tutte le macchine con lo stesso φ hanno uguali valori di Ψ, ξ, η_y (riscontrabile dal grafico $\Psi, \xi - \varphi$)

$$(B-1) \propto \left[\frac{nd''}{\sqrt{RT_1}} \right]^2 \varphi \quad \left[\frac{m\sqrt{RT_1}}{P_1 d''^2} \right] \propto \left[\frac{nd''}{\sqrt{RT_1}} \right] \varphi$$

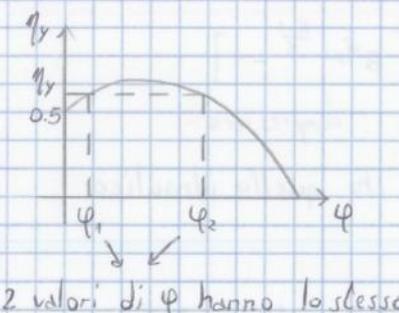
$$\varphi = \text{cost.} \Rightarrow (B-1) \propto \left[\frac{nd''}{\sqrt{RT_1}} \right]^2 \propto \left[\frac{m\sqrt{RT_1}}{P_1 d''^2} \right]^2$$

$$\Rightarrow (B-1) \propto \left[\frac{m\sqrt{RT_1}}{P_1 d''^2} \right]^2$$

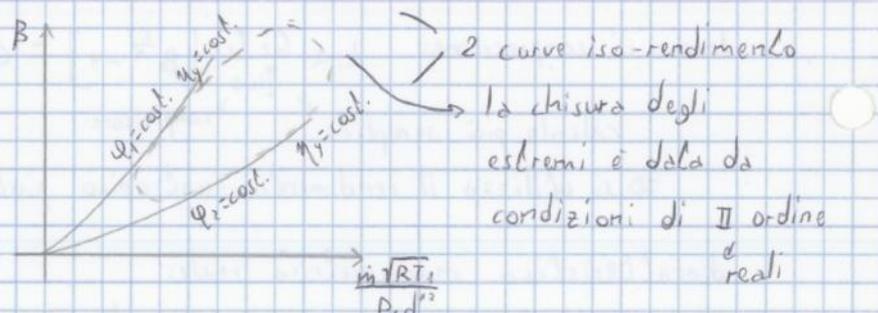
parabola



$\varphi = \text{cost.} \Rightarrow \eta_y = \text{cost.}$
 le intersezioni mi danno le curve iso-rendimento



2 valori di φ hanno lo stesso rendimento \Rightarrow curve collinari \rightarrow 2 fronti a pari rendimento



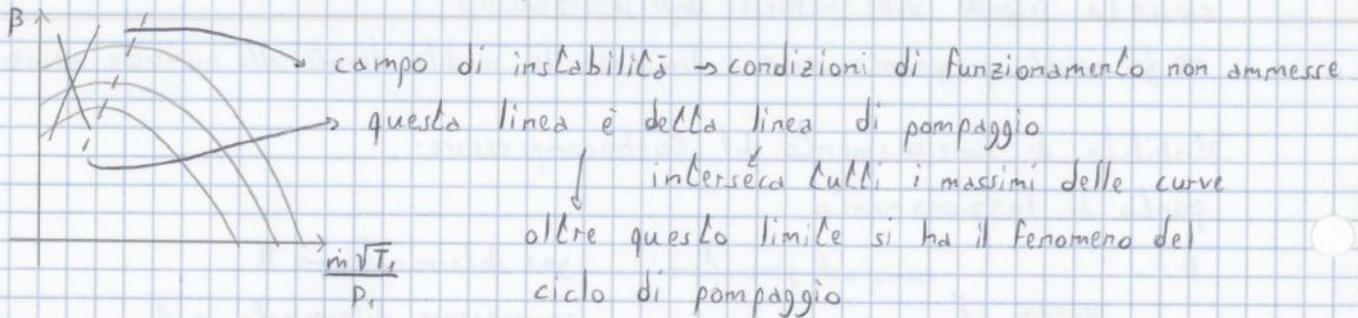
2 curve iso-rendimento
 la misura degli estremi è data da condizioni di II ordine e reali

Turbocompressore assiale (cenni):

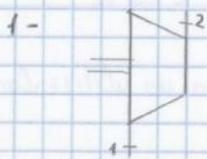
sono sempre multistadio con diffusori palettati
 qual è la loro utilità? i compressori radiali riescono a lavorare solo a basse portate perché i canali dove passa il fluido non possono essere troppo grandi
 i turbocompressori assiali riescono a lavorare con grandi portate
 (anche se ogni stadio ha un β piccolo \rightarrow perché la macchina è multistadio
 si riescono a ottenere elevati rapporti di compressione totale

Ex. utilizzati per trasportare i 70-100 mld di m^3 ^{di gas} che consumiamo in Italia \rightarrow trasporto a 70 bar

- ⇒ m continua a diminuire finché non si annulla → può diventare negativa
- incremento di P_2 → aumentano sia la m portata che quella assorbita, ma il compressore ha un aumento molto maggiore
- ⇒ m continua ad aumentare finché la macchina funziona
- ⇒ P' è un punto di equilibrio instabile → è un punto di funzionamento pericoloso
 ↓ viene vietato
- ciclo di pompaggio → frequenza di qualche Hz
- ↓ pendolazione continua del funzionamento dovuta all'equilibrio instabile
- ↓ continue sollecitazioni provocano la rottura della macchina



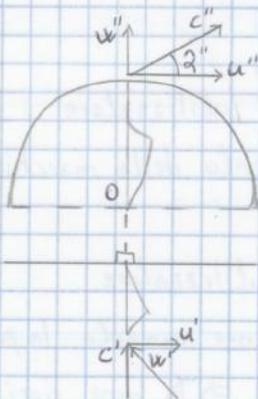
11/11 ESERCITAZIONE 4



aria ($C_p = 1004.5 \text{ J/kgK}$, $K = 1.4$) → compressione polidropica

$P_1 = 1 \text{ bar}$ $T_1 = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ K}$ $P_2 = 3 \text{ bar}$

$\dot{m} = 25 \text{ kg/s}$ $\xi = 0.9$ $\alpha = 20^\circ$ $\alpha_r = 90^\circ$ $\beta'' = 90^\circ$ $\eta_{vc} = 0.75$
 $l''/d'' = 0.10$ $d''?$ $l''?$ $n?$



$$L_i = u'' \frac{d u''}{d s} - u' \frac{d u'}{d s} = u''^2$$

I princ.) $\int_{s=0}^s Q + L_i = \Delta i + \int_{s=0}^s \Delta E_c + \int_{s=0}^s \Delta E_g + \int_{s=0}^s \Delta E_{cf}$

⇒ $L_i = \Delta i$

$L_i = C_p (T_2 - T_1)$

polidropica: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$

$\frac{m-1}{m} = \frac{1}{\eta_{vc}} \frac{K-1}{K}$ ⇒ $m = 1.65$

⇒ $T_2 = 437.7 \text{ K} = 164.7^\circ\text{C}$

⇒ $L_i = 150.3 \text{ KJ/kg}$

$u'' = \sqrt{L_i} = 387.7 \text{ m/s}$

$w'' = u'' \tan \alpha'' = 141.1 \text{ m/s}$

$c'' = \sqrt{u''^2 + w''^2} = 412.5 \text{ m/s}$

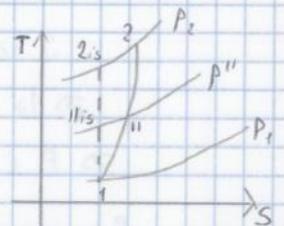
$\dot{m} = \rho'' A'' w_r''$ $\beta'' = 90^\circ$ ⇒ $w_r'' = w''$

$A'' = \xi \pi d'' l'' = \xi \pi \frac{l''}{d''} d''^2$

I princ) sul diffusore $\int_{s''}^s 0 = \Delta i + \Delta E_c = C_p (T_2 - T'') + \frac{C_2^2 - C''^2}{2}$

$T'' = T_2 - \frac{C''^2}{2 C_p} = 352.9 \text{ K} = 79.9^\circ\text{C}$

polidropica: $P'' = P_1 \left(\frac{T''}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} = 1.71 \text{ bar}$ ⇒ $\rho'' = \frac{P''}{R T''} = 1.684 \text{ kg/m}^3$



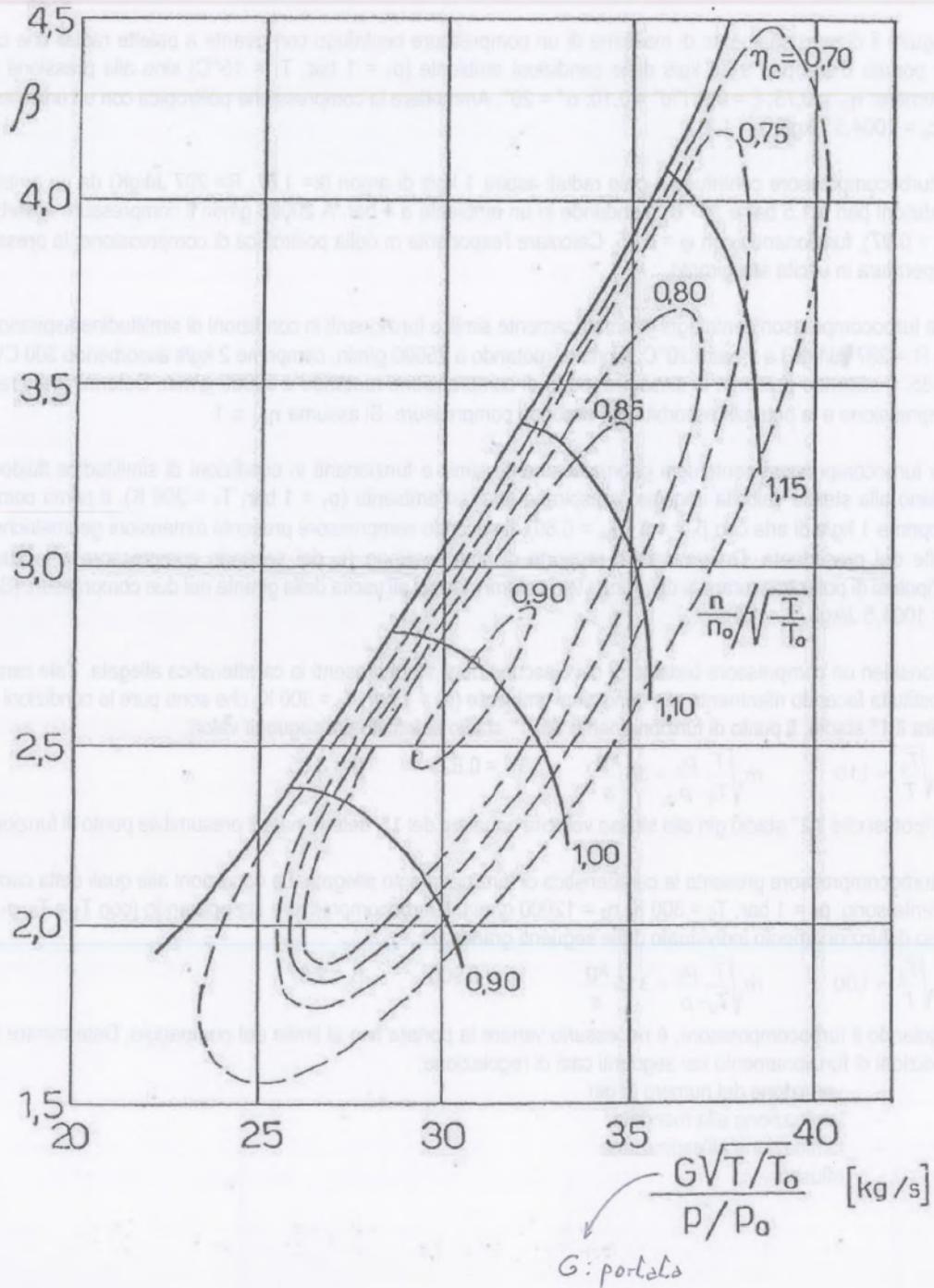


**POLITECNICO
DI TORINO**

Dipartimento Energia

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DEI MATERIALI
Fondamenti di Macchine | ing. A. Poggio

(esercizi 5 e 6)



Dipartimento Energia
Politecnico di Torino Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino - Italia
tel: +39 011.090.4485 fax: +39 011.090.4499
alberto.poggio@polito.it www.denerg.polito.it www.polito.it

$$\frac{n_I d_I}{\sqrt{RT_I}} = \frac{n_{II} d_{II}}{\sqrt{RT_{II}}} \Rightarrow \frac{d_{II}}{d_I} = \frac{n_I}{n_{II}} \Rightarrow m_{II} = m_I \left(\frac{n_I}{n_{II}} \right)^2 = 1.39 \text{ Kg/s}$$

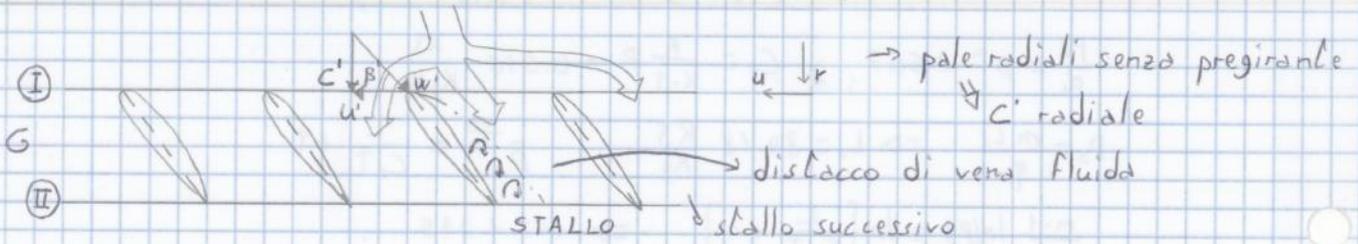
$$P_{a_{II}} = \frac{m_{II} \cdot L_{II}}{\eta_m} = 153.2 \text{ KW}$$

14/11

il ciclo di pompaggio è un fenomeno di instabilità globale
coinvolge contemporaneamente tutta la macchina

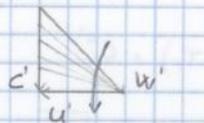
stallo rotante:

Fenomeno di instabilità locale → si instaura in un punto specifico della macchina



in condizioni di basse portate (a parità di numero di giri n ($n = \frac{\omega}{2\pi}$) ⇒ parità di u):

$$m V_1 \downarrow \Rightarrow C_p \downarrow$$



→ man mano che C' diminuisce, anche l'angolo di w' (β') diminuisce

↘ aumenta l'incidenza della palettatura

w' si discosta sempre più dalla direzione delle palette

→ a un certo punto il cambiamento di direzione diventa così brusco da causare un distacco di vena fluida

è come se ci fosse un cono in cui il fluido non scorre all'interno di questo cono si verificano molti vorticosi (turbolenti)

⇒ lo spazio utile per far passare la portata diminuisce

↘ il fluido tende quindi a riversarsi sui canali laterali

il distacco di vena fluida non avviene contemporaneamente su ogni palette

↘ ci sono sempre difetti microscopici che causano comportamenti diversi nei canali

il distacco avviene prima in un'unica palette → la sua portata passa attraverso si dice che il canale è andato in stallo ← i canali vicini

il flusso che si distacca nella direzione di \vec{u} (sinistra in questo caso) ha una incidenza col flusso regolare del canale

⇒ la sommaatoria di questi 2 flussi ha un angolo minore rispetto alla direttrice della palette (l'angolo è più vicino all'inclinazione della palette)

⇒ si ha una riduzione del rischio di distacco della vena fluida

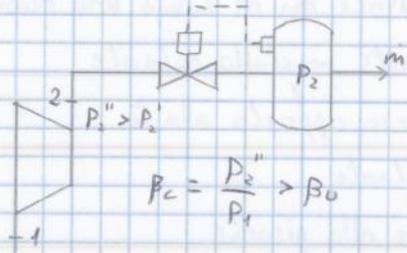
il flusso che si distacca nella direzione contraria a \vec{u} (destra in questo caso) ha un'elevata incidenza con le palette

↓

1- regolazione alla mandata

inserisco una valvola di laminazione dopo il compressore

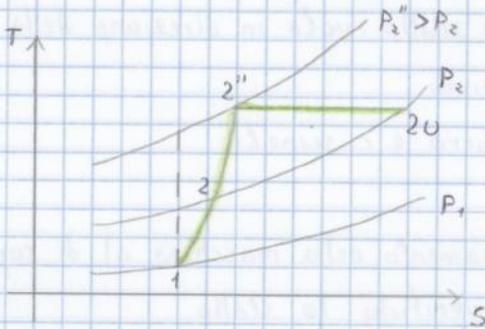
$\beta_c'' = \frac{P_2''}{P_1}$ compressore $\beta_u'' = \frac{P_2}{P_1}$ utilizzatore \rightarrow l'utilizzatore non sente la variazione di pressione



\rightarrow un sensore di pressione mantiene la pressione costante chiudendo la valvola $\Rightarrow \beta_u = \frac{P_2}{P_1}$

non posso regolare una portata superiore a quella corrispondente a P_2

la valvola non può aumentare la pressione, ma soltanto limitarla
questo non è un sistema energeticamente efficiente



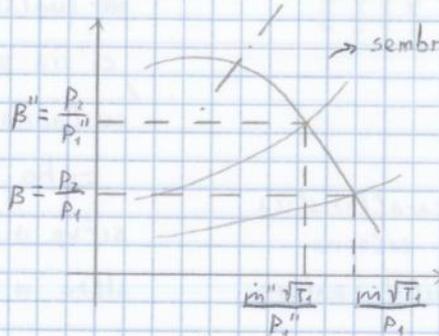
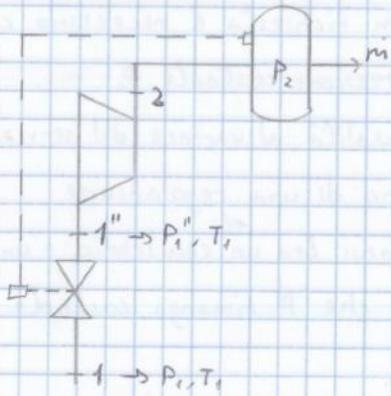
\rightarrow laminazione isentalpica per i gas è anche isoterma

$L_2'' > L_2$ [J/Kg] o [$€ / Kg$]

peggio si fa la regolazione, più alto è il costo

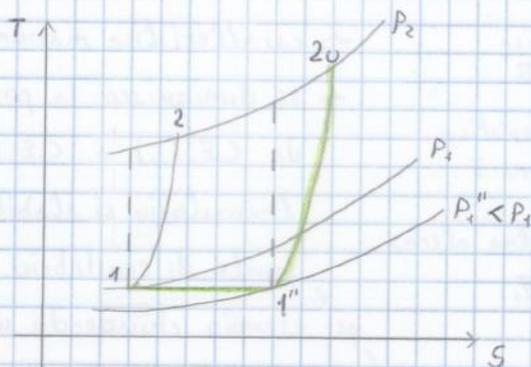
2- regolazione all'aspirazione

inserisco una valvola di laminazione prima del compressore



\rightarrow sembra lo stesso β'' della regolazione a mandata, ma in realtà in questo caso varia P_1 e influenza il valore di portata corretta

cambiando P_1 , cambia anche la portata corretta



\rightarrow il fluido esce più caldo
 \Downarrow devo fare più lavoro

il costo aumenta perché spendo per produrre ma non uso tutto
 però la macchina lavora sempre a massimo rendimento

la scelta fra i metodi di regolazione dipende anche dalla frequenza di regolazione
 EX. se il compressore dev'essere regolato una volta all'anno, ovviamente scelgo la regolazione più economica

17/11

Esercitazione 4

4) 2 turbocompressori centrifughi geometricamente simili e in condizione di similitudine fluidodinamica

	I	II	$P_1 = 1 \text{ bar}$	$T_1 = 300 \text{ K}$	aria ($C_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $K = 1.4$)
\dot{m}	1 Kg/s	?			
β	1.5	?	$u'' = \frac{\pi}{60} n d''$	$n_I = n_{II}$	$d_I = 2 d_{II} \Rightarrow u_I'' = 2 u_{II}''$
η_{yc}	0.8		$\dot{m} = \rho'' A'' w_r''$	$A'' = \int_0^{r''} \pi r'' l'' d'' = \int_0^{r''} \pi \left(\frac{r''}{d''}\right) d''^2$	$w_r'' = \varphi u''$
n_I	$n_{II} = n_I$		$\dot{m}_I = \frac{1}{V_I} \left(\int_0^{r_I} \pi r_I l_I d_I^2 \right) \varphi_I u_I''$	$\frac{l_I''}{d_I} = \frac{l_{II}''}{d_{II}}$	$\varphi_I = \varphi_{II}$
d_I	$d_{II} = \frac{1}{2} d_I$			$\int_0^{r_I} = \int_0^{r_{II}}$	$V_I \approx V_{II}$
V_I	$V_{II} \approx V_I$				

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_{II}}{\dot{m}_I} = \left(\frac{d_{II}''}{d_I''} \right)^2 \frac{u_{II}''}{u_I''} \quad \frac{d_{II}''}{d_I''} = \frac{1}{2} \quad \frac{u_{II}''}{u_I''} = \frac{1}{2} \quad \dot{m}_I = 1 \text{ Kg/s}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{II} = 0.125 \text{ Kg/s}$$

$$L_i = u'' c_u'' - u' c_u' = u''^2 \cdot f(\alpha'', \beta'') - u'^2 \cdot f(\alpha', \beta', \frac{d_{m1}}{d''}) = u''^2 \cdot f(\alpha, \beta, \frac{d_{m1}}{d''})$$

$$\frac{L_{iII}}{L_{iI}} = \left(\frac{u_{II}''}{u_I''} \right)^2 \cdot \frac{f(\alpha_{II}, \beta_{II}, \frac{d_{m1II}}{d_{II}''})}{f(\alpha_I, \beta_I, \frac{d_{m1I}}{d_I''})} \Rightarrow \frac{L_{iII}}{L_{iI}} = 0.25$$

esprimendo la funzione dipendente da questi parametri riusciremo a semplificare

gli angoli sono gli stessi per la similitudine fluidodinamica, i rapporti per quella geometrica

$$Q = \Delta i + L_i + \Delta E_c + \Delta E_{cf} + \Delta E_g \quad L_i = C_p (T_2 - T_1)$$

politropica: $T_2 = T_1 \beta^{\frac{m-1}{m}}$ $\frac{m-1}{m} = \frac{1}{\eta_{yc}} \frac{K-1}{K} = 0.357 \Rightarrow m = 1.555$

$$T_{2I} = 346.7 \text{ K} \quad L_{iI} = 46.93 \text{ KJ/kg} \Rightarrow L_{iII} = 0.25 \cdot L_{iI} = 11.73 \text{ KJ/kg}$$

$$T_{2II} = T_{1II} + \frac{L_{iII}}{C_p} = 311.7 \text{ K} \quad \beta_{II} = \left(\frac{T_{2II}}{T_{1II}} \right)^{\frac{m}{m-1}} = 1.113$$

5) compressore bi stadio aria dal grafico
 I stadio: $\frac{\dot{m}}{n_0} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} = 1.10 \quad \dot{m} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \frac{P_0}{P} = 35 \text{ Kg/s} \quad \eta_c = 0.825 \quad \beta = 3.05$

$$P_{1I} = 1 \text{ bar} = P_0 \quad T_{1I} = 300 \text{ K} = T_0 \quad n_{II} = n_I \rightarrow \text{II stadio}$$

punto di funzionamento del II stadio?

$$\left. \begin{matrix} T_{1I} = T_0 \\ P_{1I} = P_0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \dot{m}_I \sqrt{\frac{T_{1I}}{T_0}} \frac{P_0}{P_{1I}} = \dot{m}_I = 35 \text{ Kg/s}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_I}{n_0} \sqrt{\frac{T_{1I}}{T_0}} = \frac{\dot{m}_I}{n_0} = 1.1 \Rightarrow n_I = 1.1 \cdot n_0$$

c) il punto di funzionamento è lo stesso di b), ma variano le condizioni d'aspirazione

$$m \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \frac{P_0}{P_1} = 28.5 \text{ Kg/s} \quad m = 28.5 \frac{P_2/\beta}{P_2/\beta_0} = 28.5 \frac{\beta_0}{\beta} = 27.0 \text{ Kg/s}$$

$$L_i = 159.8 \text{ KJ/Kg} \quad P_i = m L_i = 4.31 \text{ MW} \quad \text{anche rispetto ad a)}$$

rispetto a b) riesco a portare la portata a un valore minore con una potenza minore
campo di regolazione più ampio

d) il punto di funzionamento è lo stesso di e)

$$n = 12000 \text{ giri/min} \quad \beta = 2.67 \quad L_i = 108.5 \text{ KJ/Kg} \quad P_i = 3.42 \text{ MW} \quad \eta_c = 0.9$$

possiamo limitare la portata a un valore qualsiasi

$$L_u = \frac{P_i}{m_u} = \left. \begin{array}{l} m = 27 \text{ Kg/s} \Rightarrow L_i = 126.6 \text{ KJ/Kg} \\ \text{con } L_i = 159.8 \text{ KJ/Kg} \Rightarrow m = 21.4 \text{ Kg/s} \end{array} \right\}$$

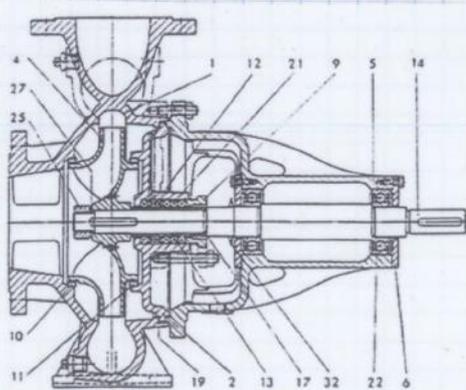
portata utile all'utente

In questo caso specifico il riflusso conviene
(non è sempre così)

	e	a	b	c	d
n giri/min	12000	11580	12000	12000	12000
m Kg/s	31.5	27.6	28.5	27.0	
β	2.67	2.67	2.82	2.82	2.67
L_i KJ/Kg	108.5	150.1	159.8	159.8	108.5
P_i MW	3.42	4.14	4.56	4.31	3.42
η_c	0.9	0.65	0.65	0.65	0.9

17/11

Turbopompe



→ pompa centrifuga

→ le pompe sono costruttivamente molto simili ai compressori

↳ sono macchine operatrici che vogliono comprimere un fluido

liquidi → fluidi incompressibili

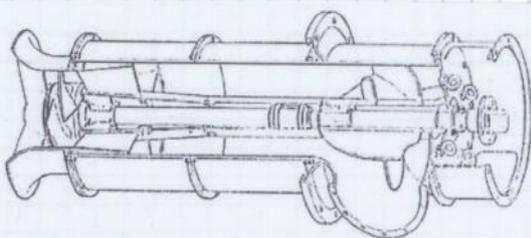
⇒ $p = \text{costante}$

↳ il diffusore può essere palettato o no

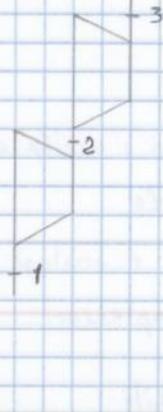
→ pompa assiale → fluido si muove assialmente

→ la girante assume la conformazione di un'elica → pale orientabili

→ le pale fungono o da mero raddrizzatore o da diffusore

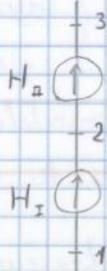


in presenza di una macchina multistadio:



→ per i compressori in serie: $\beta = \frac{P_3}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_3}{P_2} = \beta_{II} \cdot \beta_I$

i rapporti di compressione si moltiplicano



→ pompa indicata con \uparrow → la freccia indica il verso del fluido

$$H = H_3 - H_1 = (H_3 - H_2) + (H_2 - H_1) = H_{II} + H_I$$

le prevalenze si sommano

potenza assorbita da una turbopompa:

potenza interna (P_i) → potenza scambiata con il fluido

$$P_i = (m + m_f) L_i = (m + m_f) g H \cdot \frac{1}{\eta_v}$$

portata utile ← portata di fuga ↓ portata elaborata dalla pompa

rendimento volumetrico: $\eta_v = \frac{m}{m + m_f} \Rightarrow m + m_f = \frac{m}{\eta_v} \Rightarrow P_i = \frac{1}{\eta_v \eta_v} m g H$

potenza assorbita (P_a) → potenza che la pompa deve assorbire sull'albero per compiere il suo lavoro $\Rightarrow P_a > P_i$

$P_a = \frac{P_i}{\eta_m}$ η_m : rendimento meccanico
 ↓
 perdite per attriti meccanici e perdite dovute all'alimentazione degli ausiliari

$\Rightarrow P_a = \frac{m g H}{\eta_v \eta_v \eta_m}$ → $m = \rho Q$ → anziché la portata massica, usiamo la portata volumetrica → molto semplice da misurare

Ex. posso misurare la velocità media per una sezione per un aeriforme dovrei tener conto di P e T

$\Rightarrow P_a = \frac{\rho g H Q}{\eta_v \eta_v \eta_m} = \frac{\rho g H Q}{\eta_p}$ $\eta_p = \eta_v \eta_v \eta_m$ → rendimento complessivo della pompa

coefficienti adimensionali:

- coefficiente di pressione → $\psi = \frac{L_i}{u''^2}$

- coefficiente di portata → $\varphi = \frac{W''}{u''}$ → macchine radiali $\varphi = \frac{W''_a}{u''}$ → macchine assiali

- coefficiente di perdita → $\xi = \frac{L_w}{u''^2}$ le pompe radiali sono centrifughe (e non centripete) per lo stesso ragionamento dei compressori radiali

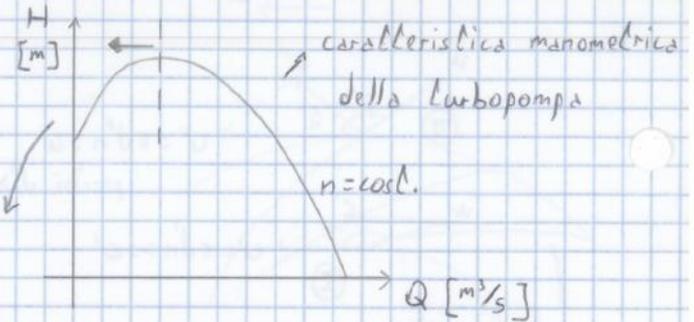
- non consideriamo un coeff. termometrico perché gli effetti termici non influenzano un fluido incompressibile

fissata la macchina $\rightarrow \frac{D''}{d''}, d''$

fissato n

$$\Rightarrow \begin{cases} H \propto \psi - \xi \\ Q \propto \psi \end{cases}$$

lo spostamento del massimo a sinistra fa sì che il tratto ascendente sia molto ridotto \Rightarrow no problemi di instabilità



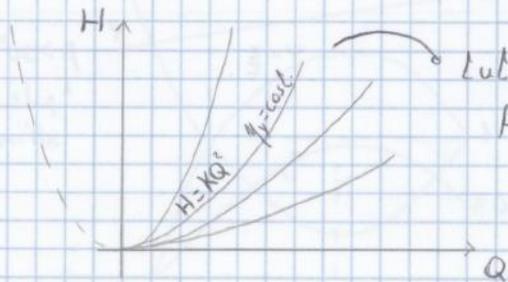
18/11

similitudine \rightarrow geometrica \rightarrow angoli costruttivi uguali $\rightarrow \beta'' = \text{costante} \Rightarrow$ stesso andamento di ψ
 dimensioni in proporzione $\rightarrow \frac{D''}{d''} = \text{costante}$

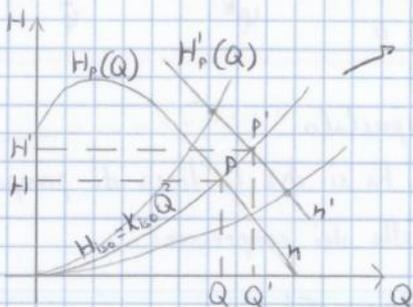
fluidodinamica \rightarrow i triangoli di velocità devono essere simili per ogni punto delle macchine $\Rightarrow \psi = \text{cost.} \Rightarrow \psi, \xi, \psi - \xi, \eta_p = \text{costanti}$

$$\left. \begin{aligned} H &\propto d''^2 n^2 (\psi - \xi) \\ Q &\propto \left(\frac{D''}{d''}\right) d''^3 n (\psi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} H \propto d''^2 n^2 \\ Q \propto d''^3 n \end{cases} \rightarrow \text{relazioni di similitudine}$$

per una data turbopompa ($d'' = \text{cost.}$) $\Rightarrow \begin{cases} H \propto n^2 \\ Q \propto n \end{cases} \Rightarrow H \propto Q^2 \rightarrow$ parabola



tutti i punti della curva sono in similitudine fluidodinamica fra loro \rightarrow corrispondono a un certo η_p
 \Rightarrow curve iso-rendimento

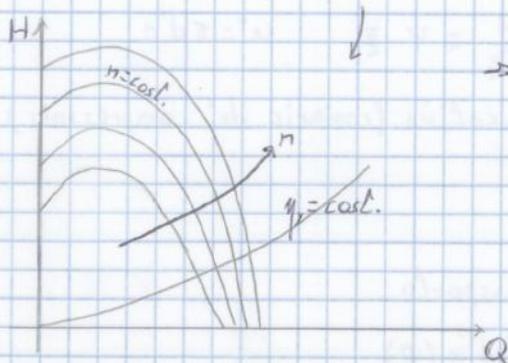


ogni curva iso-rendimento ha una propria K_{iso}
 se scelgo una $n' > n \Rightarrow H' = H \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \quad Q' = Q \left(\frac{n'}{n}\right)$

trovo il punto $P' = (Q', H')$ appartenente alla stessa curva iso-rendimento, ma a una caratteristica interna differente $\rightarrow H'_p(Q)$

ripetendo questa operazione per diverse curve iso-rendimento posso trovare la caratteristica manometrica per $n' \rightarrow H'_p(Q)$

operazione utile per vedere come cambia la caratteristica manometrica con il numero di giri



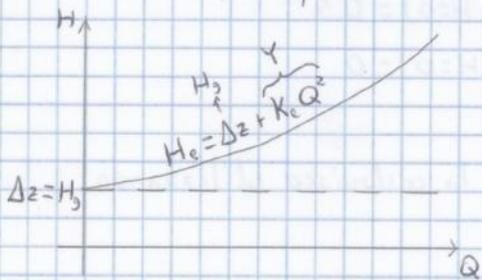
\rightarrow crescono più in fretta le coordinate H rispetto alle Q perché $H \propto n^2, Q \propto n$ mentre H dipende dal quadrato di n, Q dipende dalla prima potenza di n

$P_j = P_v = P_{atm}$; livelli z_j, z_v sono costanti

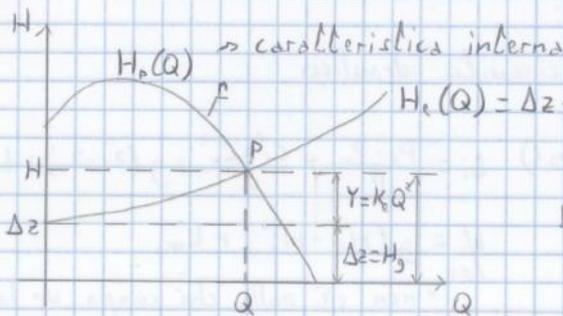
se i 2 serbatoi sono significativamente grandi rispetto ai tubi di mandata e aspirazione $\Rightarrow C_i \approx C_v \approx 0 \rightarrow$ lo spostamento indotto dal fluido aspirato o mandato è esiguo rispetto alla massa di fluido contenuta
 normalmente i 2 tubi hanno lo stesso diametro perché portata in entrata e in uscita e velocità d'ingresso e uscita dalla pompa sono uguali

$$\left. \begin{matrix} P_j = P_v \\ C_i = C_v \end{matrix} \right\} \Rightarrow H_j - H_v = z_j - z_v - \Delta z_a + \Delta z_m = \Delta z$$

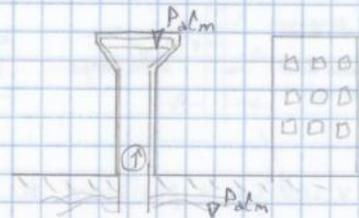
$$H_e = \underbrace{H_0}_{\Delta \text{ quota} + \text{perdite}} + Y \rightarrow \text{caratteristica esterna}$$



per $Q=0, H=H_0=\Delta z$
 anche a portata nulla la pompa deve esercitare una prevalenza affinché il liquido non cada
 per qualsiasi portata $Q > 0$ aumentano le perdite (Y)
 $Y \propto c^2 \propto Q^2 \rightarrow Y = KQ^2 \rightarrow$ parabola
 perdite proporzionali al quadrato della velocità



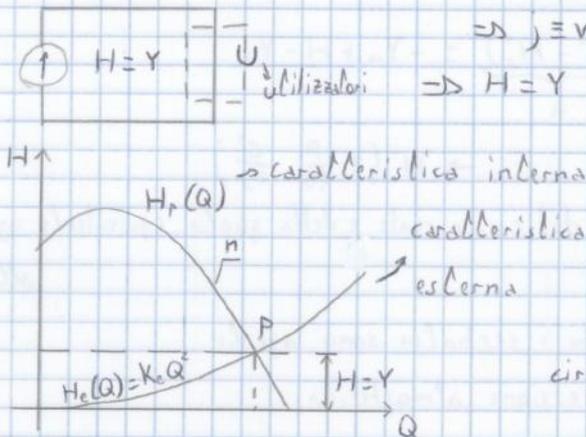
P: punto di funzionamento



EX. di circuito aperto \rightarrow torre dell'aquedotto \rightarrow
 devessere più alta di tutti i grattacieli
 la pompa mantiene il velo dell'acqua costante

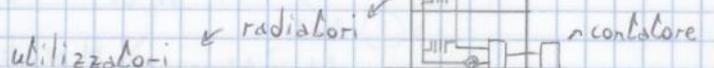
circuito chiuso:

\rightarrow non c'è serbatoio di mandata né d'aspirazione \rightarrow coincidono
 $\Rightarrow j \approx v \Rightarrow H_0 = \Delta z = 0 \rightarrow$ non c'è variazione di quota
 $\Rightarrow H = Y$

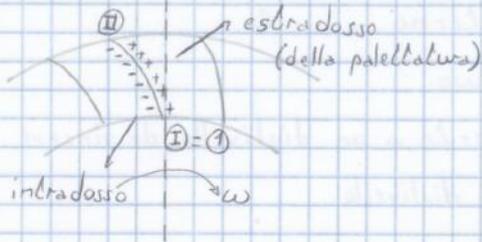


$H_{iso} = K_{iso} Q^2$ curve iso-rendimento
 coincidono con la caratteristica esterna

EX. di circuito chiuso
 circuito della caldaia



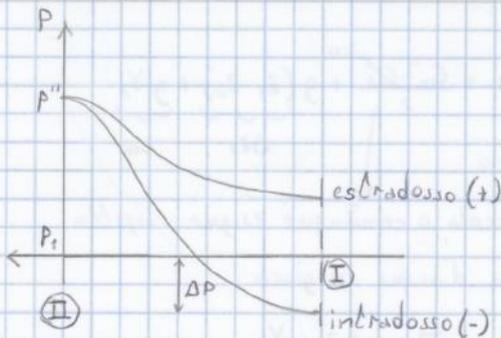
cavitazione:



se immaginiamo un numero di palette infinito con le palette distanziate dello spessore di una molecola il liquido può scorrere solo in una direzione il canale in realtà ha dimensioni molto maggiori di quella di una molecola

⇒ squilibrio di pressione fra un lato del canale e l'altro
↓
effetto slip

causa variazioni di moto locali e altri problemi



$P_{min} \geq P_v(T)$ → non ci dev'essere evaporazione in nessun punto del sistema di pompaggio

$$P_{min} = P_1 - \Delta P$$

$$\frac{P_{min}}{\rho g} = \frac{P_1 - \Delta P}{\rho g} \geq \frac{P_v(T)}{\rho g}$$

$$\Delta P = k \rho \frac{w^2}{2}$$

k: parametro caratteristico di ciascuna pompa
ricavato sperimentalmente

$$\Rightarrow \frac{P_2}{\rho g} - \frac{c_1^2}{2g} - \Delta z_1 - Y_a - k \frac{w^2}{2g} \geq \frac{P_v(T)}{\rho g}$$

$$\frac{P_2 - P_v(T)}{\rho g} - z_1 - Y_a \geq \frac{c_1^2}{2g} + k \frac{w^2}{2g}$$

grandezze decise dall'installazione della turbopompa

↓
P del serbatoio (P_2) di aspirazione, liquido da usare (ρ), lunghezza del tubo (z_1, Y_a)

$$NPSH_{disponibile} \geq NPSH_{min} \text{ [m]} \quad NPSH \text{ (Net Positive Suction Head)}$$

↓ disponibile ↓ limite imposto dal costruttore

si decidono le condizioni d'installazione in base alla $NPSH_{min}$ della turbopompa, non in base alla P_v

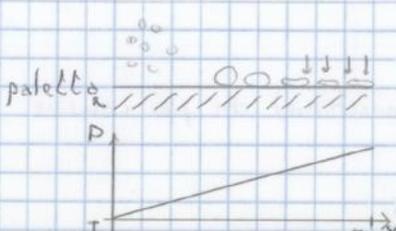
↓ però le grandezze sono variabili in base alla portata e ad altri fattori

⇒ si deve valutare la situazione peggiore

EX. $Y_a = KQ^2$ → dipende in modo quadratico dalla portata Q

cavitazione → evaporazione del liquido

↓ avviene quando la condizione $NPSH_{disponibile} \geq NPSH_{min}$ non è rispettata e un fenomeno distruttivo per la turbopompa



oltre che liquido, viene aspirato anche vapore

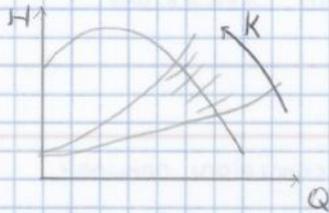
↓ con l'aumentare della pressione la bollicina

si comprime in modo molto violento

↓ l'ordine di grandezza delle velocità è enorme

non posso assolutamente diminuire la pressione in entrata perché avrò sicuramente un effetto di cavitazione → perché le condizioni scelte sono sempre vicine al $NPSH_{min}$
 ⇒ NO laminazione all'aspirazione

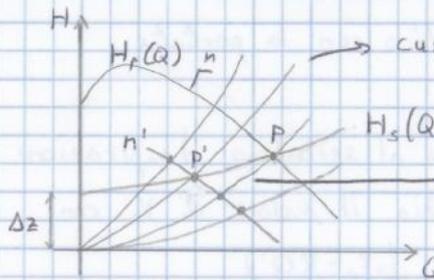
- laminazione alla mandata



è in grado di svolgere il compito
 → aumentano le perdite diminuendo la portata perché aumenta γ_a e aumenta di molto H

- numero di giri

⇒ K non cambia ⇒ devo rimanere sulla caratteristica $H_s(Q)$

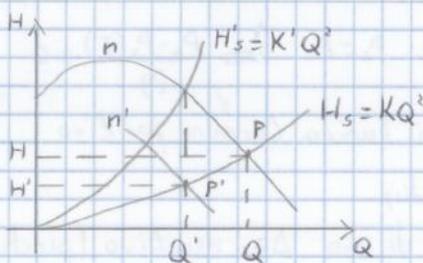


curve di iso-rendimento → $\frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2$ $\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n}$

$$H_s(Q) = \Delta z + KQ^2$$

se non modifico la curva iso-rendimento non posso raggiungere il punto voluto (P') sulla caratteristica n' ⇒ da P a P' γ diminuisce

se la stessa pompa lavora in circuito chiuso:



H_s coincide con le curve iso-rendimento perché $\Delta z = 0$

$$\frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \quad \frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n}$$

⇒ P, P' sono simili geometricamente e fluidodinamicamente
 ⇒ il rendimento rimane costante con la variazione del numero di giri

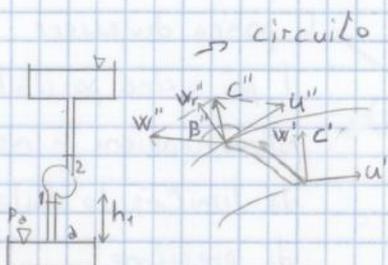
- riflusso → il fluido viene recuperato

⇒ non c'è la necessità di raffreddamento

24/11

ESERCITAZIONE 5

- 1) Turbopompa centrifuga $D'' = 0.4 \text{ m}$ $l'' = 5 \text{ cm}$ $\beta'' = 120^\circ$
 tubo mandata e aspirazione: $d = 0.28 \text{ m}$ | $m = 200 \text{ Kg/s}$ $\gamma_{pp} = 0.78$
 $n = 1200 \text{ giri/min}$ $h_s = 1.8 \text{ m}$ $P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 20^\circ \text{C}$
 $\gamma_a = 0.46 \text{ m}$ acqua: $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ $\gamma_m = 1 = \gamma_v$ $\xi = 1$



$$L_i = u'' C_u'' - u' C_u'$$

L_{i0} perché senza pregarante

$$l'' = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$n = 1200 \text{ giri/min} = 20 \text{ giri/s}$$

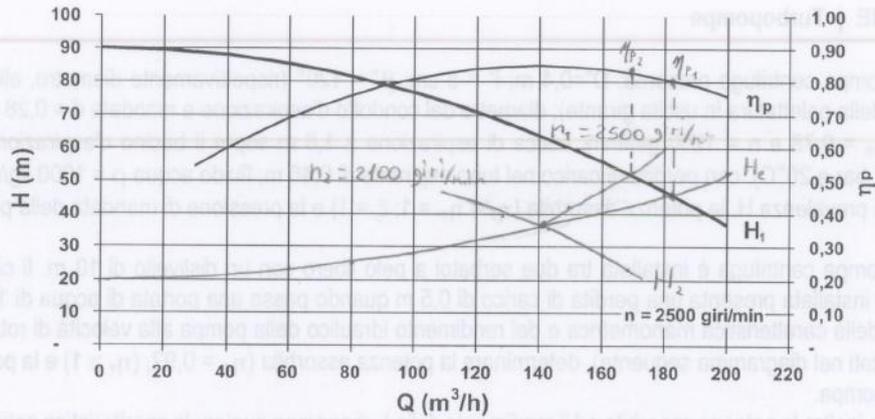
H ↑ P_s ↑
 P_{ass} ↑
 potenza assorbita



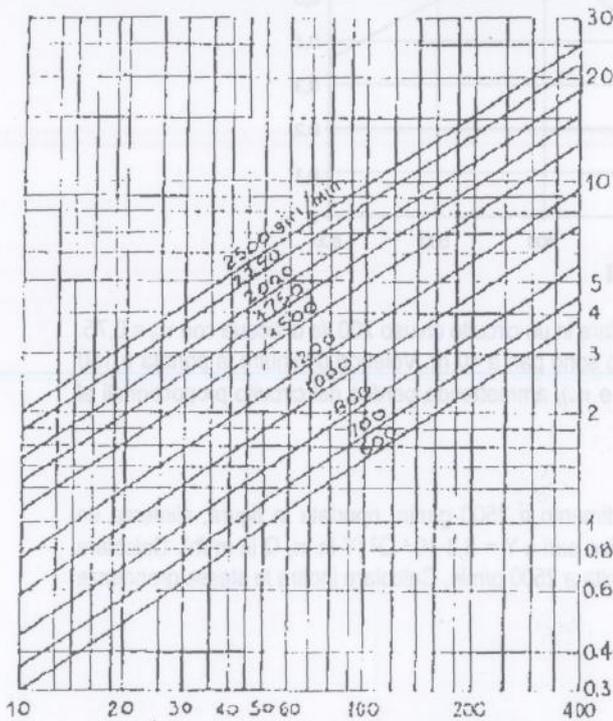
POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento Energia

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DEI MATERIALI
 Fondamenti di Macchine ing. A. Foggio



5. Una pompa idraulica solleva 90 l/s di acqua fra due bacini, ruotando alla velocità di 800 g/min. La bocca di aspirazione è posta 3 m sopra il bacino di prelievo. La condotta presenta perdite di carico che variano con il quadrato della velocità della corrente e che, in corrispondenza della portata di 100 l/s, valgono (rispetto alla lunghezza della condotta stessa) $Y/l = 0,6$ m/m (metri di colonna di acqua per ogni metro lineare). Si assumano condizioni ambiente di 1 bar e 20°C. Con l'aiuto del diagramma e della tabella allegati si determini il valore di NPSH disponibile, per verificare che la pompa risulti in condizioni di cavitazione nelle descritte condizioni di funzionamento. Si valuti inoltre, a parità di portata, la massima velocità di rotazione compatibile con l'assenza della cavitazione.



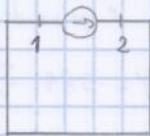
p 10^{-3} bar	t $^{\circ}\text{C}$						
0,00133	-74,33	1,33	-17,33	33,3	25,87	200,0	60,00
0,00267	-60,83	2,00	-12,94	34,7	26,53	213,3	61,40
0,00400	-47,08	2,67	-9,73	36,0	27,17	226,6	62,81
0,00633	-35,08	3,33	-7,18	37,3	27,79	240,0	64,00
0,00867	-25,50	4,00	-5,05	38,7	28,39	253,3	65,28
0,00900	-22,20	4,67	-3,24	40,0	28,98	266,6	66,44
0,00933	-19,08	5,33	-1,85	42,7	30,10	280,0	67,54
0,0107	-16,10	6,00	-0,72	45,3	31,16	293,3	68,60
0,0120	-13,23	6,67	1,21	48,0	32,17	306,6	69,63
				50,7	33,13	320,0	70,61
0,0133	-10,45	7,00	3,77				
0,0267	-53,14	9,33	5,98	53,3	34,05	333,3	71,56
0,0400	-40,90	10,7	7,93	56,0	34,83	346,6	72,48
0,0533	-30,55	12,0	9,66	58,7	35,77	360,0	73,37
0,0667	-22,66	13,3	11,24	61,3	36,58	373,3	74,24
0,0800	-16,15	14,7	12,69	64,0	37,36	386,6	75,07
0,0833	-14,23	16,0	14,03	66,7	38,12	400,0	75,89
0,107	-11,67	17,3	15,26	73,3	39,89	426,6	77,44
0,120	-10,84	18,7	16,42	80,0	41,53	453,3	78,63
				86,7	43,08	480,0	80,88
0,133	-9,71	20,0	17,61	93,3	44,48	506,6	81,67
0,267	-33,41	21,3	18,54				
0,400	-23,95	22,7	19,61	100,0	45,63	533,3	82,96
0,533	-18,74	24,0	20,43	108,7	47,10	560,0	84,19
0,667	-14,52	25,3	21,31	113,3	48,30	586,6	85,38
0,800	-11,27	26,7	22,15	120,0	49,44	613,3	86,52
0,933	-10,00	28,0	22,96	126,7	50,53	639,9	87,62
1,07	-9,70	29,3	23,72	133,3	51,57	666,6	88,68
1,20	-9,46	30,7	24,48	140,7	53,63	733,3	91,19
		32,0	25,18	180,0	65,34	799,9	93,51
				173,3	57,03	866,6	95,68
				186,7	58,60	933,3	97,71
						999,9	99,83

grafico non è lineare
 vario
 quadraticamente

Dipartimento Energia
 Politecnico di Torino Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino - Italia
 tel: +39 011.090.4485 fax: +39 011.090.4499

3) Lwbopompa centrifuga monostadio in un circuito chiuso
 $n = 1500 \text{ giri/min}$ $Q = 200 \text{ L/s} = 0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ $\eta_p = 0.75$ $Y = 40 \text{ m}$

potenza
 P_a assorbita



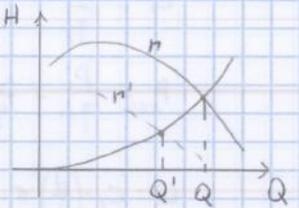
→ circuito chiuso ⇒ $H = Y$

$$P_a = \frac{\rho g H Q}{\eta_p} = 104.64 \text{ kW}$$

dato del problema

$$Q' = 150 \text{ L/s} = 0.15 \text{ m}^3/\text{s} \quad n' = ? \quad P_a' = ? \quad Y = KQ^2$$

varia il numero di giri ⇒ varia la caratteristica interna della pompa (e non quella esterna come nel caso della laminazione)



$$\frac{H}{H'} = \frac{Q^2}{Q'^2} \Rightarrow H' = 40 \frac{0.15^2}{0.20^2} = 22.5 \text{ m}$$

$Q \propto n$ → il numero di giri è proporzionale alla portata → $\frac{n'}{n} = \frac{Q'}{Q}$

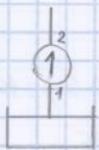
$$\Rightarrow n' = 1500 \cdot \frac{0.15}{0.20} = 1125 \text{ giri/min}$$

$$P_a' = \frac{\rho g H' Q'}{\eta_p} = 44.15 \text{ kW}$$

il rendimento rimane costante perché il circuito è chiuso
 curve iso-rendimento = caratteristica esterna

24/11

Avviamento della Lwbopompa:



$$\left. \begin{matrix} c_1 \approx c_2 \\ z_1 \approx z_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow gH = \frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow \Delta P = \rho g H$$

la densità gioca un ruolo importante

a parità di prevalenza, più la densità è alta, più è alto ΔP come faccio a realizzare l'avviamento della pompa?

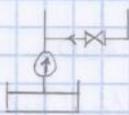
all'avviamento nella pompa c'è aria, non liquido

$$\rho_{\text{aria}} = 1.2 \text{ Kg/m}^3 \quad \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

ΔP all'uscita è 1/1000 di quella nominale ⇒ la pompa non aspira

⇒ bisogna fare in modo che ci sia già acqua nella pompa:

- rubinetto



→ metto un rubinetto che apro per riempire la pompa all'avviamento

- valvola di ritegno

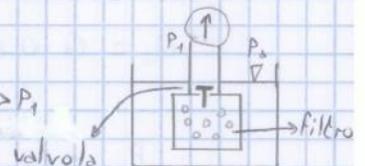
utilizzata anche per impedire che acqua inquinata

vada a intaccare quello nel serbatoio

↓ quando la pompa aspira, la solleva e il liquido passa perché $P_a > P_1$

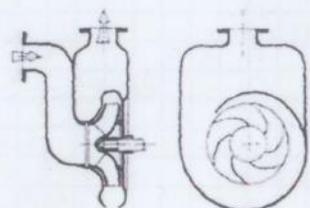
quando la pompa si ferma la valvola si chiude

e il liquido rimane nella pompa



- pompa autoadescante

il volume d'acqua all'interno della pompa è sufficiente a smaltire l'aria ancora intrappolata nel condotto di aspirazione ⇒ rumoraccio all'avviamento



lo stelo si muove solo in modo alternato

è necessario un sistema che trasmetta moto alternato a partire da un moto rotatorio (perché i motori elettrici trasmettono la loro potenza attraverso un albero rotante) ⇒ sistema biella-manovella

↓
solidale a un albero rotante

la corsa dello stantuffo è 2 volte il raggio della manovella

il diametro del cilindro d è definito come alesaggio

↓ perché realizzato attraverso l'alesatura

⇒ i cilindri non possono essere troppo grandi perché non esisterebbe l'utensile per realizzarli ⇒ per aumentare la potenza, non ingrandisco il cilindro, ma aumento il numero dei cilindri

non ci devono essere giochi fra stantuffo e cilindro

↓ però sono entrambi metallici e quindi non possono strisciare
si avrebbero attriti enormi con generazione di calore

espansione termica del pistone (o stantuffo) è bloccaggio nel cilindro

⇒ necessaria una lubrificazione → l'olio dev'essere sparato da tutte le parti
si utilizza un carter che contenga un bagno d'olio

se però la miscela è combustibile (motore) si brucia l'olio

è un problema perché è altamente inquinante e perché perdo subito l'olio dopo averlo utilizzato una sola volta

⇒ quando lo stantuffo (o pistone) torna indietro voglio che l'olio venga raschiato



si aggiungono degli anelli raschia olio

in un compressore ad aria, l'aria uscente avrà sicuramente particelle d'olio al suo interno ⇒ l'olio nebulizza nell'aria

↓ però la lubrificazione è irrinunciabile

questo fattore limita le applicazioni dei compressori alternativi

↓ se per esempio lo utilizziamo in una officina non c'è problema

↓ ma in un ospedale non può essere utilizzato

⇒ questo compressore non può essere utilizzato per ottenere aria pulita

25/11

ESERCITAZIONE 5

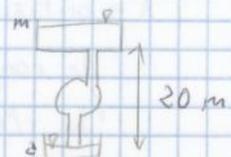
4) Turbopompa $n = 2500 \text{ giri/min}$ circuito aperto con $\Delta z = 20 \text{ m}$

$$Y = 8.3 \cdot 10^{-4} Q^2 \quad (Y \text{ in m, } Q \text{ in m}^3/\text{h}) \quad Q_1, P_1, P_2$$

Q_2, P_2 nel caso di $n = 2100 \text{ giri/min}$

il circuito è aperto ⇒ caratteristica esterna non

coincide con le curve iso-rendimento

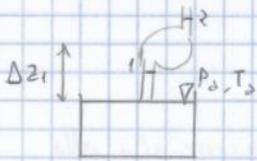


5) pompa idraulica $Q = 90 \text{ L/s}$ $n = 800 \text{ giri/min}$ $\Delta z_1 = 3 \text{ m}$

$Y = K v^2 \rightarrow$ per $Q = 100 \text{ L/s}$, $\frac{Y}{Q} = 0.6 \frac{\text{m}}{\text{m}} \rightarrow$ metri di colonna d'acqua per velocità della corrente ogni metro lineare

$P_a = 1 \text{ bar}$ $T_a = 20^\circ \text{C}$

$NPSH_{disp}?$



a parità di portata, qual è la massima velocità di rotazione compatibile con l'assenza di cavitazione?

$Y_{(Q=100 \text{ L/s})} = 1.8 \text{ m}$ $Y = K Q^2 \Rightarrow K = \frac{1.8}{(0.1)^2} = 180$

$Y_{(Q=90 \text{ L/s})} = 180 \cdot (0.09)^2 = 1.46 \text{ m}$

Q in $[\text{m}^3/\text{s}]$ dato fornito dalla macchina

$NPSH_{disp} \geq NPSH_{min}$ $\frac{P_a - P_v}{\rho g} - z_1 - Y \geq \frac{v_1^2}{2g} + 1 \frac{w_1^2}{2g}$

T	$P_v [10^{-3} \text{ bar}]$	ipolizziamo che il fluido sia a $T = 20^\circ$ (ambiente) perché il testo non lo dice
19.51	22.7	
20.43	24	\rightarrow interpolazione lineare:

$P_v - 22.7 = \frac{24 - 22.7}{20.43 - 19.51} (20 - 19.51) \Rightarrow P_v = 23.4 \cdot 10^{-3} \text{ bar}$

$\Rightarrow NPSH_{disp} = \frac{1 \cdot 10^5 - 2340}{1000 \cdot 9.81} - 3 - 1.46 = 5.5 \text{ m}$

dal grafico ($n = 800 \text{ giri/min}$, $Q = 90 \text{ L/s}$): $NPSH_{min} = 2 \text{ m}$

$\Rightarrow NPSH_{disp} > NPSH_{min} \rightarrow$ non sono in condizioni di cavitazione massima velocità a parità di portata?

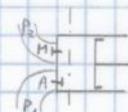
devo imporre $NPSH_{disp} = NPSH_{min} \Rightarrow$ dal grafico: $n = 1750 \text{ giri/min}$

28/11

coefficienti dei compressori volumetrici:

- grado di spazio morto: $\mu = \frac{V_{min}}{V}$ volume dello spazio morto

- rapporto di compressione \rightarrow volumetrico: $\rho = \frac{V_{max}}{V_{min}}$ \rightarrow valori tipici: $\rho < 6$

manometrico: $\beta = \frac{P_2}{P_1}$ \rightarrow uscita } del compressore \rightarrow 

valori tipici: $\beta = 6 \div 10$

funzionamento ideale:

1- scambi di calore con l'esterno sono trascurabili

\Rightarrow possiamo supporre la macchina adiabatica

2- fughe di gas sono trascurabili

3- cadute di pressione sulle valvole sono trascurabili

\rightarrow valvole automatiche \rightarrow l'apertura e la chiusura sono istantanee

inoltre $A \rightarrow B$ e $C \rightarrow D$ subiscono variazioni di massa
 invece $B \rightarrow C$ e $D \rightarrow A$ sono trasformazioni termodinamiche
 \Rightarrow ciclo di lavoro \rightarrow NON ciclo termodinamico

$m_m = m_a$ [kg/s] \rightarrow portata

perché le fughe sono trascurabili

però si tende a utilizzare [kg/ciclo] \rightarrow massa al ciclo

$\Rightarrow m_m = m_a$ $m_m = m_a = m_B - m_A = \rho_B V_B - \rho_A V_A = \rho_1 (V_B - V_A)$

$\rho_B = \rho_A = \rho_1$ perché $T_A = T_B$ e $P_A = P_B = P_1 \rightarrow$ dal grafico

coefficiente di riempimento: $\lambda_v = \frac{m_m}{\rho_1 V}$
 condizione di aspirazione cilindrica

ideale) $\lambda_{v, id} = \frac{\rho_1 (V_B - V_A)}{\rho_1 V}$ $V_B = V_{max}$

$\mu = \frac{V_{min}}{V}$ $V = V_{max} - V_{min} \Rightarrow V_{max} = V + V_{min} \Rightarrow V_B = (1 + \mu)V$

$V_A = V_B \beta^{1/\gamma}$ $\beta = \frac{P_2}{P_1}$ $V_A = V_{min} = \mu V \Rightarrow V_A = \mu V \beta^{1/\gamma}$

espansione isentropica

$\Rightarrow \lambda_{v, id} = \frac{(1 + \mu)V - \mu V \beta^{1/\gamma}}{V} = 1 - \mu(\beta^{1/\gamma} - 1)$

coefficiente di riempimento in condizioni ideali

$\mu > 0$ perché $\mu = \frac{V_{min}}{V}$, $\frac{P_2}{P_1} > 1 \Rightarrow \lambda_{v, id} < 1$

anche se in condizioni ideali, il coefficiente di riempimento è < 1
 questo fatto è messo in evidenza anche dal ciclo di lavoro $\rightarrow \overline{AB} < V$
 dovuto al fatto che $V_{min} \neq 0 \Rightarrow$ non utilizzo tutta la cilindrata

ho bisogno che $V_{min} \neq 0$ perché se non ci fosse, il gas verrebbe compresso troppo \Rightarrow si svilupperebbero T troppo alte \Rightarrow espansione termica

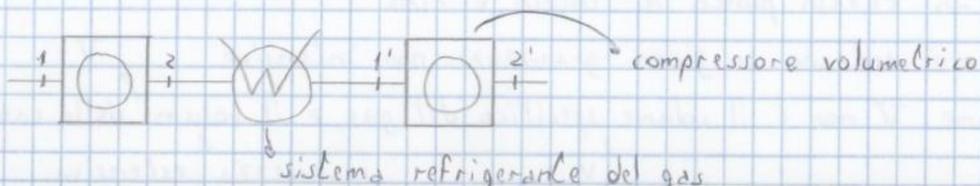
al cricco fra stanluffo e cilindro

inoltre le valvole hanno uno spazio che occupano e non sono istantanee
 può succedere che il pistone arrivi quando ancora la valvola non si è chiusa
 e di conseguenza la schiacci \Rightarrow ho bisogno di un volume minimo

se il β (che dev'essere $6 \div 10$) non basta per un pistone (perché si scalda troppo)

si utilizza un compressore multistadio $\Rightarrow \beta_{tot} > 10$

non va bene per il funzionamento della valvola e perché oltre a una certa T l'olio perde le proprietà lubrificanti



portata: \rightarrow riduce la portata lavorabile

$$\dot{m} = \dot{m}_a \cdot i \cdot n = \lambda_{v, id} \rho_1 V i n$$

\downarrow
fughe = 0

\dot{m}_a : massa aspirata da un singolo cilindro in un ciclo
 i : numero di pistoni attaccati all'albero
 n : numero di giri della manovella \rightarrow cicli di lavoro

lavoro al ciclo (ideale):

$$L_i = \int_{ciclo} V dP + \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_{c, f} + \frac{1}{\epsilon} W_{f, w} \quad [J/Kg]$$

\swarrow lavoro massico \downarrow volume massico

$$[J] \quad L_{c, id} = \int V dP = \int_B^C V dP - \int_A^D V dP \quad \begin{matrix} \text{entrambe isentropiche} \\ \text{perché il gas è ideale} \end{matrix}$$

\downarrow lavoro \downarrow volume totale \downarrow compressione \downarrow espansione

non consideriamo gli altri 2 tratti perché P è costante

$$\Rightarrow L_{c, id} = \frac{K}{K-1} \underbrace{\rho_1 V_B}_{B} \left[\left(\frac{P_C}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] - \frac{K}{K-1} \underbrace{\rho_1 V_A}_{A} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] =$$

$$= \frac{K}{K-1} \rho_1 \underbrace{(V_B - V_A)}_{\lambda_{v, id} \cdot V} \left[\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] = \frac{K}{K-1} \rho_1 \lambda_{v, id} V \left[\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right] \quad [J]$$

numero di cicli $m^3, \text{ non } m^3/Kg \Rightarrow \text{ non } J/Kg$

$$P_{i, id} = L_{c, id} \cdot i \cdot n = L_{i, id} \cdot \dot{m} \quad \text{portata } [Kg]$$

\downarrow lavoro al ciclo [J] \downarrow lavoro massico [J/Kg]

$$\dot{m} = \lambda_{v, id} \cdot \rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n \quad \Rightarrow \quad L_{i, id} = C_p T_1 \left[\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

01/12

ESERCITAZIONE 6

1) compressore volumetrico a stantuffo monostadio

$V = 1000 \text{ cm}^3$ $\mu = 0.1$ aria ($P_a = 1 \text{ bar}$, $T_a = 300 \text{ K}$)
 $n = 2000 \text{ giri/min}$ $\beta = 5$ $\eta_m = 0.85$ MPa funzionamento ideale $\dot{m}_m \uparrow P_{ass} ?$

$$\dot{m}_m = \dot{m}_a = \dot{m}_a \cdot n \quad \dot{m}_a = \lambda_{v, id} \cdot \rho_a \cdot V \cdot i \cdot n$$

$$\rho_a = \frac{P_a}{R T_a} = \frac{1 \cdot 10^5}{287 \cdot 300} = 1.16 \text{ Kg/m}^3 \quad \lambda_{v, id} = 1 - \mu \left(\beta^{\frac{1}{K}} - 1 \right) = 0.784$$

$$\Rightarrow \dot{m}_m = \lambda_{v, id} \cdot \rho_a \cdot V \cdot i \cdot n = 30.35 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/s} = 30.35 \text{ g/s}$$

$$P_{ass} = \frac{P_i}{\eta_m} \quad P_i = L_c \cdot \dot{m} \quad L_c = \frac{K}{K-1} \cdot P_a \cdot \lambda_v \cdot V \left(\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right) = 160.2 \text{ J/ciclo}$$

$$\Rightarrow P_{ass} = \frac{L_c \cdot \dot{m}}{\eta_m} = 6.28 \text{ kW}$$

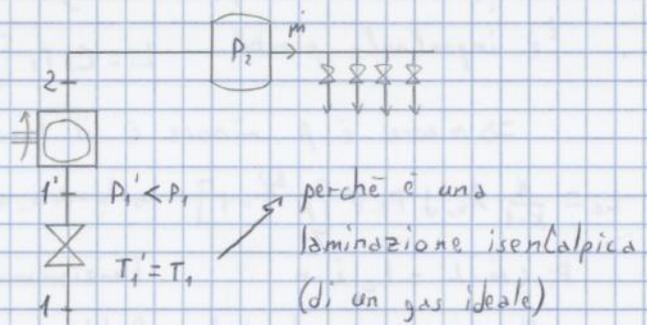
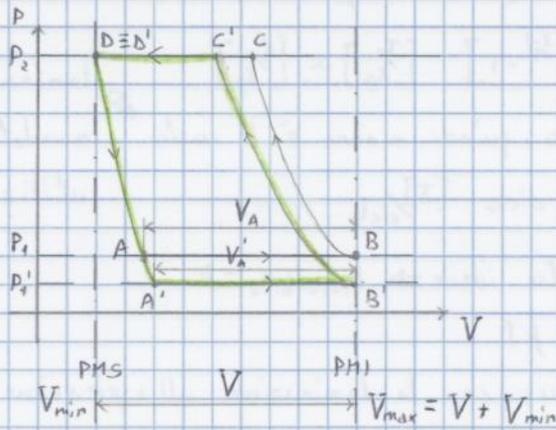
oppure: $P_i = L_i \cdot \dot{m} \quad L_i = C_p T_a \left(\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right) \quad C_p (\text{da } K, R) = 1.0045 \frac{kJ}{Kg \cdot K}$

$$\Rightarrow L_i = 176.0 \text{ kJ/Kg} \quad P_{ass} = \frac{L_i \cdot \dot{m}}{\eta_m} = 6.28 \text{ kW}$$

01/12

regolazione compressori alternativi a scaruffo (funzionamento ideale):

- laminazione all'aspirazione:



dal grafico si vede che

$$V'_A < V_A$$

$m = \lambda_{vid} \rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n \rightarrow V, i, n$ sono costanti

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} \Rightarrow \rho_1' = \frac{P_1'}{RT_1} \neq \rho_1$$

$$V_A = \lambda_{vid} \cdot V$$

$$V'_A = \lambda'_{vid} \cdot V \Rightarrow \lambda'_{vid} < \lambda_{vid}$$

soluzione grafica

$$\lambda_{vid} = 1 - \mu [B^{1/k} - 1] \quad \beta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\beta' > \beta \Rightarrow \lambda'_{vid} < \lambda_{vid}$$

$$\lambda'_{vid} = 1 - \mu [B'^{1/k} - 1] \quad \beta' = \frac{P_2}{P_1'}$$

soluzione analitica

μ rimane uguale \rightarrow parametro geometrico

$$\Rightarrow m' < m$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{P_1'}{P_1} \cdot \frac{1 - \mu [B'^{1/k} - 1]}{1 - \mu [B^{1/k} - 1]}$$

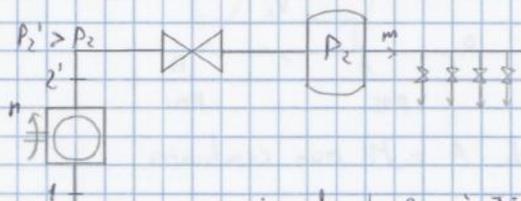
è difficile trovare la P_1' tale che la portata m' sia quella desiderata

Ex. se voglio una portata $\frac{m'}{m} = 0.7$, $\frac{P_1'}{P_1} = ?$

il termine $\frac{1 - \mu [B'^{1/k} - 1]}{1 - \mu [B^{1/k} - 1]}$ è < 1 sicuramente \Rightarrow prova con $\frac{P_1'}{P_1} \approx 0.8$

\Rightarrow va risolto per tentativi \rightarrow a causa di ciò, si parte sempre da un valore di $\frac{P_1'}{P_1}$ tale per cui $\frac{P_1'}{P_1} > \frac{m'}{m}$

- laminazione alla mandata:



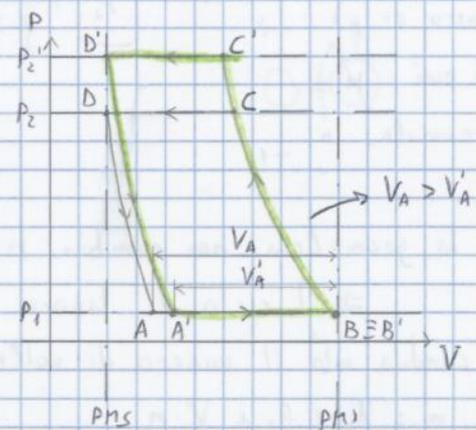
$$m = \lambda_{vid} \cdot \rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n$$

le condizioni all'aspirazione

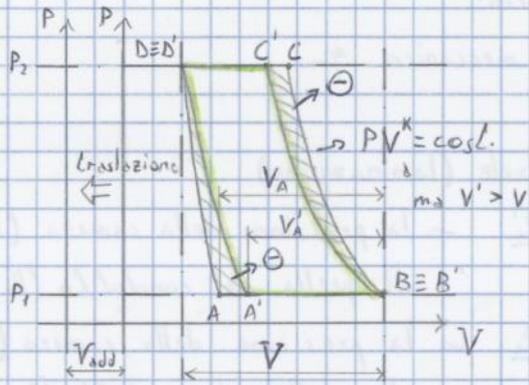
sono costanti $\Rightarrow \rho_1 = \text{cost.} \rightarrow P_1 = \text{cost.}$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{1 - \mu [B'^{1/k} - 1]}{1 - \mu [B^{1/k} - 1]} \cdot \frac{P_1}{P_1'}$$

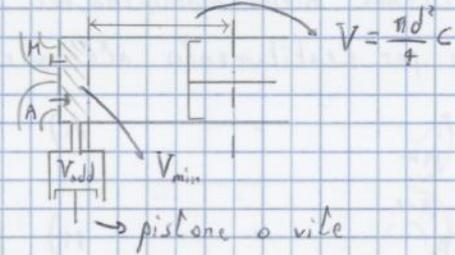
\rightarrow per la laminazione alla mandata posso agire solo sul coefficiente di riempimento \Rightarrow quindi solo su β



- capacità addizionale allo spazio morto:



posso variare lo spazio morto per modificare la portata:



$$m = \lambda_{v, id} \cdot \rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n \quad V_A = \lambda_{v, id} \cdot V \quad \lambda_{v, id} = 1 - \mu [\beta^{1/k} - 1]$$

l'unico valore che posso variare è μ perché β e k sono costanti $\rightarrow \mu < \mu' = \frac{V_{min} + V_{add}}{V}$

$\Rightarrow m = \lambda_{v, id} \cdot \underbrace{(\rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n)}_{\text{costanti}}$ aggiungo una camera di volume V_{add} con una valvola in modo da aprirla quando mi serve

$$V'_{min} = V_{min} + V_{add} \quad V'_{max} = V_{max} + V_{add}$$

$$V = V'_{max} - V'_{min} \Rightarrow \text{la cilindrata non varia}$$

al posto che traslare il PMI e il PMS posso traslare l'asse

$$V'_A < V_A \Rightarrow \lambda'_{v, id} < \lambda_{v, id} \Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{1 - \mu' [\beta^{1/k} - 1]}{1 - \mu [\beta^{1/k} - 1]} = \frac{\lambda'_{v, id}}{\lambda_{v, id}}$$

come varia L_c

entrambe le aree vengono sottratte $\Rightarrow L'_c < L_c$ in ogni caso

$$L_c = \frac{k}{k-1} \lambda_{v, id} P_1 V [\beta^{k/k} - 1] \rightarrow \text{tutti i termini sono costanti tranne } \lambda_{v, id}$$

$$P_{ass} = P_1 = L_c \cdot i \cdot n \Rightarrow \frac{L'_c}{L_c} = \frac{\lambda'_{v, id}}{\lambda_{v, id}} = \frac{P'_{ass}}{P_{ass}} \Rightarrow \text{anche in questo caso la potenza assorbita è proporzionale alla portata}$$

però, se nel caso della variazione del numero di giri si può variare la portata con continuità, in questo caso se voglio più possibilità di regolazione, anche V_{add} dev'essere variabile

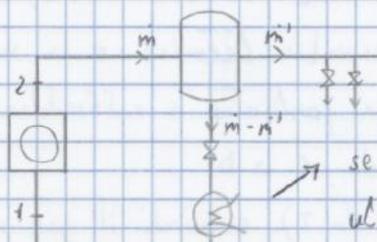
o con un pistone

o con un tappo da regolare manualmente (da avvitare o svitare)

va bene solo se non ho bisogno di portate precisissime

Ex. non può essere usato nei reattori chimici

- riflusso:



se il gas è prezioso o tossico va recuperato utilizzando anche un sistema di refrigerazione

da D a F: il gas continua a raffreddarsi anche all'inizio dell'aspirazione
 a partire da F: la T è diventata ormai minore di quella delle pareti

⇒ il gas incomincia a ricevere calore dalle pareti

ma, essendo che è stata persa una grande quantità di massa, la massa in F è molto minore di quella in B ⇒ il gas si scalda più in fretta

⇒ la T in A è maggiore della T in B

la temperatura del gas all'aspirazione (G) è molto inferiore a quella di A

⇒ la miscela, senza scambi di calore (adiabatica), sarà molto vicina a G (B_{ad})

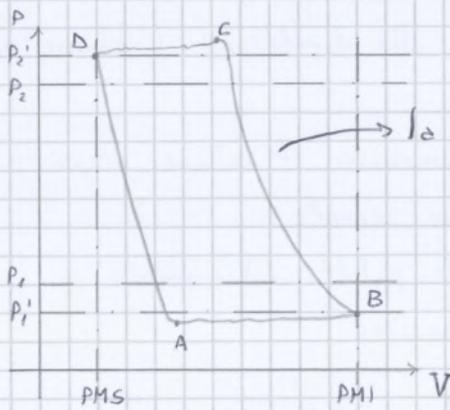
(perché entra molto più fluido (freddo) di quello che c'è già nella camera

però, essendoci scambi con le pareti, la miscela si scalda e si porta alla T di B

questa differenza di T viene presa in considerazione

dal coefficiente termometrico: $\eta_T = \frac{T_{B_{ad}}}{T_B}$

ciclo di lavoro reale:



B, D: le pressioni della camera sono P₂' e P₁'
 non P₂ e P₁ → trafilamento

→ la curva non è isentropica perché il comportamento del gas non è ideale ⇒ PV^k ≠ cost.

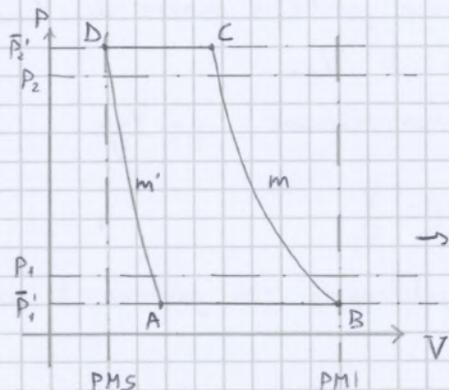
le pressioni di C e A sono rispettivamente più alta di P₂' e più bassa di P₁' perché le valvole non sono istantanee, hanno un'inerzia l'apertura viene ritardata rispetto al momento in cui arrivo alla P₂' (C) o alla P₁' (A)

i tratti da C a D, e da A a B sono irregolari

questo perché le lamelle delle valvole si aprono e si chiudono (inerzia)

⇒ un ciclo del genere non è gestibile con formule

ciclo convenzionale:



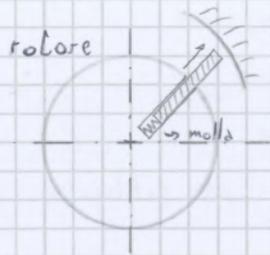
considero valori medi di pressione alla mandata e all'aspirazione → P₁-bar, P₂-bar

maggiori dei P₁', P₂' considerati in precedenza a causa dell'apertura non istantanea delle valvole

→ espansione e compressione polidropica con coefficienti m e m'

lavoro al ciclo:

$$L_c = \oint V dP = \int_B^C V dP - \int_A^D V dP = \frac{m}{m-1} \bar{P}_2 V_B \left[\bar{P}_2^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] - \frac{m'}{m'-1} \bar{P}_1 V_A \left[\bar{P}_1^{\frac{m'-1}{m'}} - 1 \right]$$



→ paletta nella scanalatura del rotore
 ↳ la forza centrifuga fa sì che la paletta rimanga in contatto con lo statore
 ma date le pressioni alte ($\beta = \frac{P_2}{P_1} \leq 6$), la forza centrifuga non sarà sufficiente

⇒ si mette una molla ⇒ buona tenuta → $\eta_{\psi} \approx 1$ ⇒ no fughe del gas
 il problema è l'attrito fra paletta e statore

↳ non si usa un lubrificante perché si sporcherebbe il fluido

⇒ compressione oil-free → può essere utilizzata per applicazioni sanitarie e alimentari

⇒ si fanno pale in grafite perché si autolubrifica

si hanno comunque perdite per attrito molto alte ⇒ attrito meccanico $\eta_m \downarrow$

non ci sono valvole perché il compressore a palette ha una Autodistribuzione indirizzata da solo il fluido verso la giusta apertura ←

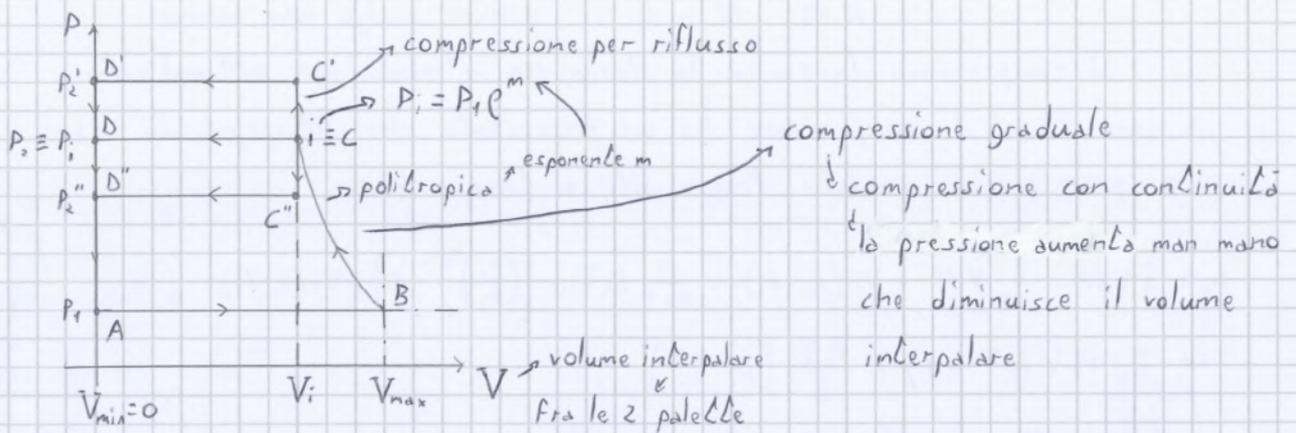
le aperture sono larghe (la velocità di scorrimento del gas è bassa)

⇒ non ci sono problemi di laminazione → perdite per trafilamento trascurabili

05/12

ciclo di lavoro del compressore relativo a palette:

$$\rho = \frac{V}{V_i} \rightarrow V = V_{max} - \int_0^{\rho} V_{min} \Rightarrow \dot{V} = V_{max}$$



C: inizio della fase di mandata → finisce quando $V=0 \rightarrow V_{min}$ → punto D

D → A: pressione diminuisce ma il volume rimane V_{min}

A → B: fase di aspirazione

però non è detto che $P_2 \equiv P_1'$:

- $P_2' > P_1$ → il compressore funziona lo stesso

appena aperto alla mandata, la P_i aumenta istantaneamente fino a P_2'