



Corso Luigi Einaudi, 55/B - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 1503A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Cibrario

MATERIA: Termodinamica Applicata e Trasmissione del Calore
+ Eserc. Prof. Torchio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

19/09/2014 TERMODINAMICA APPLICATA E TRASMISSIONE DEL CALORE - APPUNTI

TERMODINAMICA APPLICATA E TRASMISSIONE DEL CALORE

Coli M., Gregorio P. TERMODINAMICA, Esculapio Ed., Bologna

Bonanno C., Cavallini A., Mattarolo L., TRASMISSIONE DEL CALORE, Clup Ed., Padova

Torchio M.F., TABELLE DI TERMODINAMICA APPLICATA E TRASMISSIONE DEL CALORE. Clup Ed. Torino

1. Introduzione alla Termodinamica

Cos'è: scienza che si occupa di energia.

3 elementi chiave per oggetto:

- Trasferimenti di energia
- Trasformazioni di energia (conversione di energia)
- Effetti causati da trasferimenti e trasformazioni di energia sui corpi.

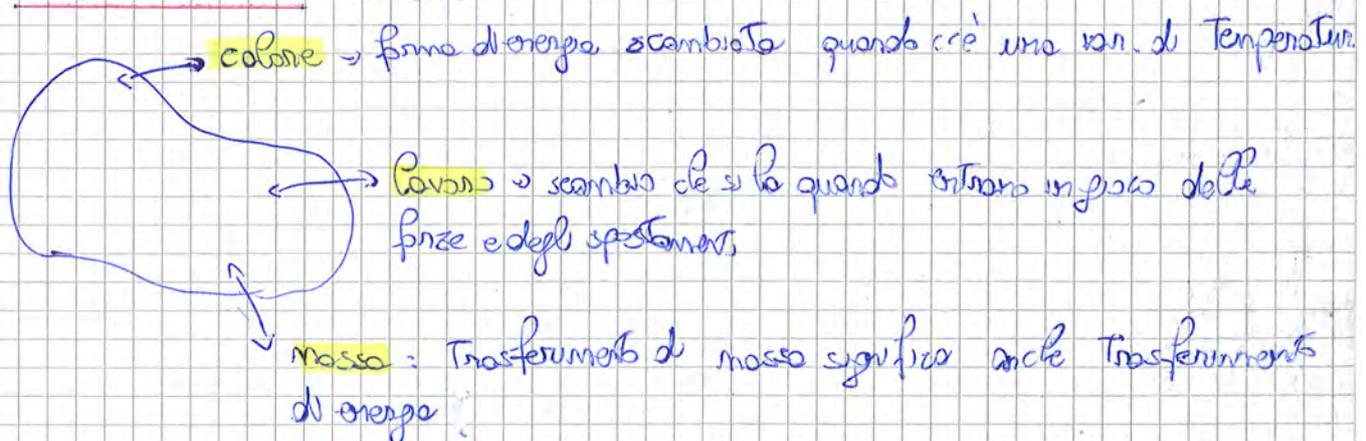
• SISTEMA TERMODINAMICO → È una porzione di spazio che può contenere materia ed è delimitata da un ben definito confine (solitamente detto superficie di controllo).

Tutto ciò che non fa parte del sistema viene detto AMBIENTE ESTERNO.

Si definisce come UNIVERSO l'unione del SISTEMA TERMODINAMICO e dell'AMBIENTE ESTERNO.

• ENERGIA TOTALE di un sistema: È una proprietà del sistema

• ENERGIA SCAMBIATA da un sistema:



• TIP. DI SISTEMI CARATTERISTICI.

CHIUSI/APERTI: Chiuso non scambia massa attraverso il suo confine (un sistema aperto scambia anche massa)

ADIABATICI/DIABATICI: Adiabatico non scambia calore

non addattivo, non rigido (scambio lavoro).

STATO TERMODINAMICO

1) Classificazione 1

Proprietà di tipo **estensivo** → Proprietà il cui valore è proporzionale alla quantità di materia presente (Volume, Materia, Massa)

intensivo → Il loro valore non dipende da estensione sistema (Temperatura, Pressione)

specifiche → Si ottengono facendo rapporto tra 2 proprietà estensive e sono di tipo intensivo

Se divida una vasca in due parti, le proprietà intensive non cambiano (ad esempio la Temperatura)

$\frac{V}{m}$ → Volume specifico. Essi è sempre lo stesso (nella vasca è sempre uguale e suddividendo la stessa in sottosistemi non si riscontrano differenze di valore rispetto al volume specifico)

2) Classificazione 2

Proprietà di tipo **esterno** → Velocità e posizione possono essere descritte dall'esterno rispetto a un certo sistema di riferimento

interno → Proprietà suscettibili di misura fatte dentro il sistema (Temperatura). Tali proprietà sono fatte dentro al sistema

• STATO TERMODINAMICO: Descrizione del sistema attraverso le proprietà fisiche interne che lo caratterizzano in un dato istante

• GRANDEZZE DI STATO: Sono le grandezze che descrivono lo stato termodinamico di un sistema (Pressione, Volume, Temperatura, Entalpia...). Sono anche dette VARIABILI di stato COORDINATE termodinamiche

• COORDINATE / GRANDEZZE INDIPENDENTI: Ogni sistema è definito da un numero minimo di grandezze che lo definiscono in maniera completa. Tali sono quelle indipendenti.

Le grandezze indipendenti variano senza che le altre indipendenti varino.

$$y = f(x, z, k, \dots)$$

La variabile dipendente è funzione delle altre.

Equazione di stato è un'equazione che lega un set di coordinate.

• PRINCIPALI EQUAZIONI DI STATO (gas)

→ PUNTO CRITICO DI UNA SOSTANZA PURA: Massima p e T a cui possono esistere fase liquida e di vapore. Oltre a questo punto non possono coesistere le due fasi.

	T_c [°C]	P_c [bar]
Acqua	374	221
Azoto	-133	38
Metano	-83	46

→ Al di sopra di queste T e p non possiamo avere coesistenza di liquido e gas. L'aria, ad esempio, a temperature comuni non può essere liquefatta.

→ EQUAZIONE DI STATO DEI GAS IDEALI

- ipotesi 1: Volume delle molecole nullo
- ipotesi 2: Interazioni tra le molecole trascurabili

$$p V = n R_u T$$

$$R_u = \text{costante universale dei gas} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

Tale equazione vale per gas molto rarefatti (volume occupato trascurabile, interazioni non significative) o per alte temperature. Quanto più si è lontani dal punto critico, tanto più le equazioni di stato sono valide.

$$p v = R^* T \quad v = \text{volume specifico}$$

$$p \frac{V}{m} = \frac{nRT}{m} \Rightarrow p v = R^* T$$

$$\frac{V}{m} = \text{volume specifico} \quad m \text{ mol} = \frac{mM}{M} \quad \frac{n R_u}{m} = \frac{R_u}{mM} = R^*$$

{ Grandezze estensive → Grandezze in maiuscolo
 { Grandezze intensive → Grandezze in minuscolo

→ EQUAZIONE DI VAN DER WAALS

Van Der Waals corresse l'equazione all'aumentare delle pressioni, in tal caso, il volume a disposizione del gas è: (Volume sistema) - (Volume molecole) (ossia, il volume reale è minore di quello ideale).

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dp$$

EQUAZIONE DI STATO GENERALIZZATA IN FORMA DIFFERENZIALE

$$-\frac{dV}{V} + \beta dT = \kappa dp$$

$$\left. \begin{aligned} dp &= \frac{\beta}{\kappa} dT - \frac{1}{\kappa} \frac{dV}{V} \\ dT &= \frac{1}{\beta} \frac{dV}{V} + \frac{\kappa}{\beta} dp \end{aligned} \right\} \text{Formule inverse}$$

Tale equazione richiede soltanto che siano noti i coefficienti κ e β , poiché essi valgono in generale.

→ OSSERVAZIONI SU β, κ

• Calcoli rigorosi $\rightarrow \beta, \kappa = \beta(p, T)$ Si assume che sono funzioni di stato che dipendono da p e T .

• Ma Calcoli approssimati $\rightarrow \beta \cong \beta(T)$ $\kappa \cong \kappa(T)$ La pressione, molto spesso, influisce assai poco e β e κ si considerano solo funzioni della Temperatura

• Se il materiale è molto stabile o si ha un ΔT abbastanza piccolo $\rightarrow \beta \cong \text{costante}$ $\kappa \cong \text{costante}$

Con queste ultime condizioni abbiamo

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dp \Rightarrow \ln \frac{V_2}{V_1} = \bar{\beta} (T_2 - T_1) - \bar{\kappa} (P_2 - P_1)$$

ORDINI DI GRANDEZZA β, κ

	β K^{-1}	κ $bars^{-1}$
GAS	10^{-3}	$10^0 \div 10^{-2}$
LIQUIDI	$10^{-3} \div 10^{-4}$	$10^{-4} \div 10^{-6}$
SOLIDI	$10^{-5} \div 10^{-6}$	$10^{-6} \div 10^{-7}$

02/10/2014 **APPUNTI**

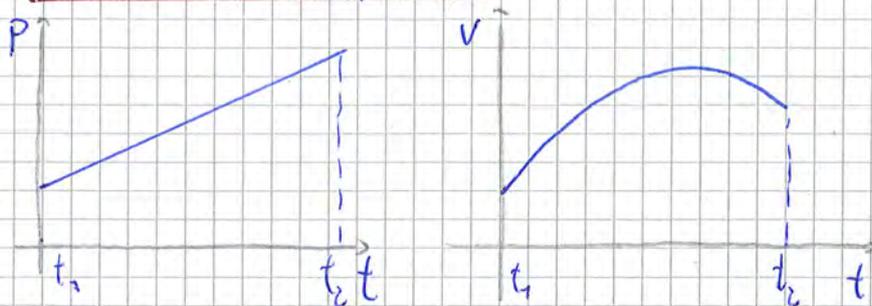
PROCESSI E GRANDEZZE DI SCAMBIO

PROCESSO: Evoluzione nel tempo di uno stato termodinamico. Conoscere un processo dal punto di vista matematico significa conoscere le coordinate indipendenti (1), la variazione nel tempo (2) e conoscere gli stati iniziali e finali ai tempi t_1 e t_2 (3)

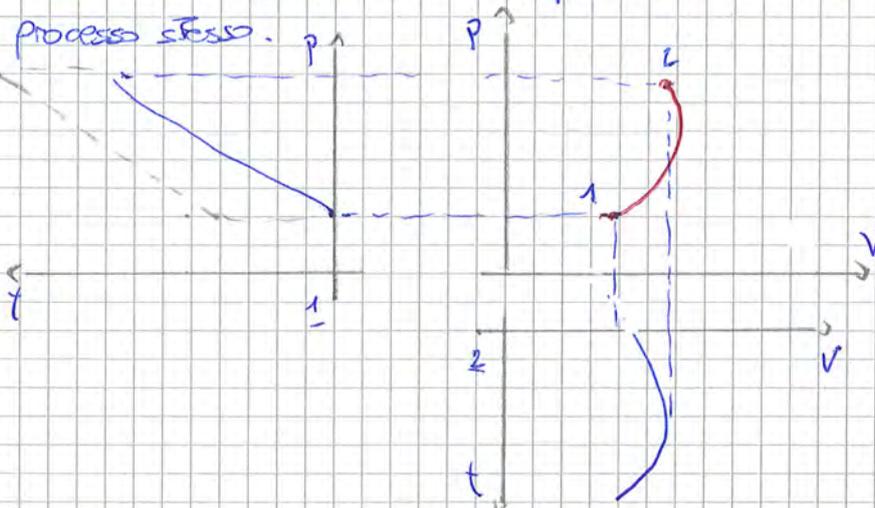
- Coordinate TD indipendenti
- Funzione nel tempo
- t_1, t_2

$$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

TRASFORMAZIONE (\neq processo)



Definiamo Trasformazione una particolare linea che è una funzione del processo stesso.



Una Trasformazione è una descrizione stato per stato dei vari istanti. Nota la linea della trasformazione non è possibile tornare indietro. Ad esempio, una Trasformazione della linea 1 darebbe gli stessi valori della pressione

Processo composto: Un processo in un intervallo t_1 e t_2 può essere suddiviso in sottoprocessi diversi. Ogni processo può essere suddiviso in processi più semplici. Tale scelta avviene in maniera arbitraria caso per caso

• **GRANDEZZE di SCAMBIO**

Si tratta di grandezze definibili solo in presenza di un processo (non associabili ad uno stato)

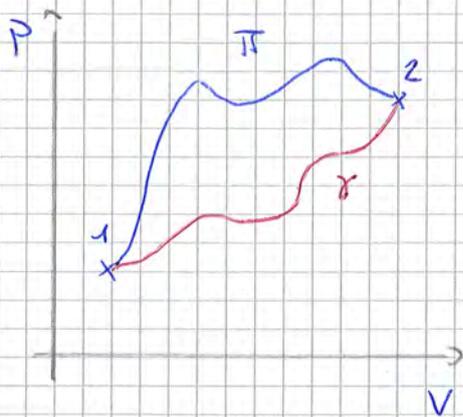
Le principali sono

- CALORE

- LAVORO

Già posto a dei differenziali non esatti: il valore di queste grandezze non può essere valutato conoscendo soltanto lo stato iniziale e quello finale, ma può essere conosciuto soltanto a partire dalla conoscenza del processo che collega i 2 stati. Useremo la seguente simbologia:

$$dx \equiv \delta x \equiv \tilde{x}$$



Se valutiamo la pressione tra 1 e 2, otteniamo

$$\int_{1 \pi 2} dp = \Delta p = p_2 - p_1$$

$$\int_{1 \gamma 2} dp = \Delta p = p_2 - p_1$$

Oppure

$$\int_{1 \pi 2} dp = \int_{1 \gamma 2} dp$$

Già una grandezza di stato ha valori che non dipendono dal percorso. Per le grandezze di scambio, invece:

$$\int_{1 \pi 2} dL = L_{1 \pi 2}$$

$$\Rightarrow L_{1 \pi 2} \neq L_{1 \gamma 2}$$

$$\int_{1 \gamma 2} dL = L_{1 \gamma 2}$$

Oppure il valore di una grandezza di scambio ha valori che dipendono dal percorso, cioè valori che dipendono dal processo che porta da uno stato 1 ad uno stato 2

$$Q \rightarrow [J]$$

$$q = \frac{Q}{M}$$

Lavoro massico (grandezza intensiva) (= lavoro per unità di massa)

$$\left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$Q \rightarrow [J]$$

$$q = \frac{Q}{m}$$

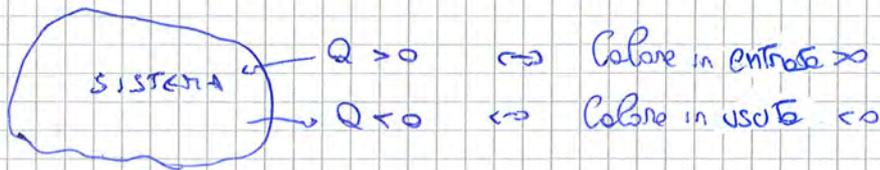
Calore massico (grandezza intensiva) (= calore per unità di massa)

$$\left[\frac{J}{kg} \right]$$

Il flusso di un'informazione più ricca rispetto al calore

$$Q(P) = \int_{1 \rightarrow 2} dQ \Rightarrow Q_{12} \text{ non intero nel Tempo}$$

Convenzione sui segni:



• **EQUAZIONI COSTITUTIVE DEL CALORE** (per fluidi omogenei semplici)

Danno il legame tra il calore e le grandezze di stato

- Coordinate indipendenti considerate: T, V

$$\Rightarrow dQ = C_v dT + \Lambda_v dV \quad (T, V)$$

$$Q(P) = \int_{1 \rightarrow 2} (C_v dT + \Lambda_v dV)$$

- $C_v \rightarrow$ Capacità Termica a V. costante
- $\Lambda_v \rightarrow$ Calore latente rispetto al volume

- Coordinate indipendenti considerate: T, p

$$dQ = C_p dT + \Lambda_p dp \quad (T, p)$$

$$Q(P) = \int_{1 \rightarrow 2} (C_p dT + \Lambda_p dp)$$

- $C_p \rightarrow$ Capacità Termica a P. costante
- $\Lambda_p \rightarrow$ Calore latente rispetto alla pressione

• CAPACITÀ TERMICA (e calore specifico)

$$C_x = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x$$

Rapporto tra calore scambiato (infinitesimo) e variazione di temperatura (infinitesima) in un generico processo

$$[C_x] = \left[\frac{J}{K} \right]$$

Significato fisico:

1. Capacità di accumulare calore. Maggiore è la capacità termica più, a parità di salto di temperatura, è grande la capacità

03/10/2014 APPUNTI - ESERCITAZIONE

ORIGINE \rightarrow Cause legate a situazioni sperimentali

Operazioni \rightarrow Grandezze omogenee possono essere confrontate

GRANDEZZE FONDAMENTALI:

- L Lunghezza
- M Massa
- t tempo
- T Temperatura

Tutte le altre si dicono grandezze derivate

$$[Gd] = [L]^a [M]^b [t]^c [T]^d$$

$$[v] = [L]^1 \cdot [t]^{-1} \quad (m/s)$$

$$[a] = [L]^1 \cdot [t]^{-2} \quad (m/s^2)$$

UNITÀ DI MISURA \rightarrow Grandezze fondamentali (SI)

- L \rightarrow m
- M \rightarrow kg
- t \rightarrow s
- T \rightarrow K

Esistono unità particolarmente importanti cui il SI ha dato nome proprio:

\rightarrow Grandezze derivate (SI)

F $\quad \frac{kg \cdot m}{s^2} \quad \Leftrightarrow \quad N$

Energia $\quad \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2} \Leftrightarrow N \cdot m \Leftrightarrow J$

Pressione $\quad \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow Pa$

Potenza $\quad \frac{J}{s} \Leftrightarrow W$

Energia

Kilowattora $\quad 1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

Caloria $\quad 1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}$

British Thermal Unit $\quad 1 \text{ BTU} \approx 1000 \text{ J}$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = -0,047 \quad V_2 = V_1 - 0,047 V_1$$

$$P_2 - P_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = T_1$$

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dp$$

$$\frac{dV}{V} = -\kappa dp \Rightarrow \int_1^2 \frac{dV}{V} = -\kappa \int_1^2 dp \quad \text{con } \frac{V_2}{V_1} = -\kappa (P_2 - P_1)$$

$$\frac{\ln \frac{V_2}{V_1}}{P_2 - P_1} = -\kappa \Rightarrow \kappa = \frac{\ln \frac{V_2}{V_1}}{P_1 - P_2} = \frac{\ln (1 - 0,047)}{P_1 - P_2} = 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} = 2,7 \text{ bar}^{-1}$$

③ H_2 a $T = 0^\circ\text{C}$

Riscaldato a p costante, fino a 20°C $\beta = 0,181 \text{ K}^{-1}$

Calcolare variazione α di volume

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dp$$

$$\int_1^2 \frac{dV}{V} = \int_1^2 \beta dT$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \beta (T_2 - T_1) \quad \frac{V_2}{V_1} = e^{\beta (T_2 - T_1)} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} \approx 1,00363$$

$$V_2 = 1,0036 V_1$$

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{\Delta V}{V} = 0,00363 \cdot 100 = 0,363\%$$

④ Calcolare la pressione in una massa di azoto con in due stati con temperatura e volume specifici

$$\{0^\circ\text{C}, 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}\}, \{20^\circ\text{C}, 0,6 \text{ m}^3/\text{kg}\}$$

$$A_0 = 173,8 \frac{\text{J}}{\text{kg}^2 \text{ m}^3}$$

① $0^\circ\text{C}, 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}$

② $20^\circ\text{C}, 0,6 \text{ m}^3/\text{kg}$

Si ripete il calcolo utilizzando

- Equazione dei gas ideali
- Equazione di Van der Waals
- Equazione di Bethe-Edgeman

TORINO, 06-10-2014 **APPUNTI**

CALORE SPECIFICO

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_p \quad p = \text{costante} \quad c_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_v \quad v = \text{costante}$$

1) In generale:

$c_p > 0$ $c_v > 0$ Fornisce calore e la temperatura aumenta ($dq > 0$, $dT > 0$)

$$\left. \begin{aligned} c_p &= c_p(T, p) \\ c_v &= c_v(T, p) \end{aligned} \right\} \text{ Sono funzioni di Temperatura e Pressione}$$

È possibile ricavare un calore specifico ~~note~~ le coordinate termodinamiche?
 No, questo non è possibile. Si può però ottenere un legame tra c_p e c_v .
 Si può dimostrare che:

$$c_p - c_v = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T < 0 \quad (\text{condizione di stabilità})$$

Si deduce che $c_p - c_v > 0 \Rightarrow c_p > c_v$

2) GAS IDEALI:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{R^* T}{p} \right)_p = \frac{R^*}{p} \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{R^*}{p}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{R^* T}{v} \right)_T = R^* T \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \right) = R^* T \left(-\frac{1}{v^2} \right)$$

$$c_p - c_v = \left(\frac{R^* T}{p} \right)^2 \cdot \frac{R^* T}{v^2} \cdot T = \frac{R^{*2}}{p^2} \cdot \frac{R^* T^2}{v^2} = \frac{R^{*3} T^2}{p^2 v^2} = \frac{R^{*2} T^2}{R^{*2} T^2} = R^*$$

$c_p - c_v = R^* \Rightarrow$ Costante di elasticità

Se si divide per la massa, definiamo

$$\lambda_p = \left(\frac{d\mu}{dp} \right)_T \quad \frac{m^3}{g} \Rightarrow \text{È una grandezza intensiva}$$

$$\Lambda_p \neq \lambda_p$$

I calori latenti sono ricavabili se è nota l'equazione di stato per fluidi omogenei semplici.

ESISTE un legame chiaro tra coordinate termodinamiche e calori latenti.

• EQUAZIONE DI CARNOT-CLAPEYRON

$$\Lambda_v = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v$$

Possiamo ottenere anche

$$\Lambda_p = -T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

• VALORI DI Λ_v E Λ_p PER GAS IDEALI

$$pv = R^* T$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{\partial (R^* T)}{\partial T (v)} = \frac{R^*}{v} \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{R^*}{v} = \frac{p}{T}$$

$$\Lambda_v = \frac{T p R^*}{v} = p$$

GAS IDEALI

$$\Lambda_v = p$$

$$\Lambda_p = -v$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{\partial \left(\frac{R^* T}{p} \right)}{\partial T} = \frac{R^*}{p} \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{R^*}{p}$$

$$\Lambda_p = - \frac{T R^*}{p} = -v$$

$$\lambda_p = - \frac{v}{n} = -v$$

FORZE DI SUPERFICIE



Se l'esterno ha contatto col sistema, esercita una **FORZA DI SUPERFICIE**.

Forza ambiente \rightarrow sistema

Forza reazione sistema

Eventuali altre forze (attivi)

Lavoro esterno sul sistema

$$\mathcal{L}_{es}^s(P) + \mathcal{L}_{se}^s(P) + \mathcal{L}_{ae}(P) = 0 \rightarrow \text{All'equilibrio}$$

es \rightarrow Esterno su sistema

se \rightarrow Sistema su esterno

ae \rightarrow Attivi esterni

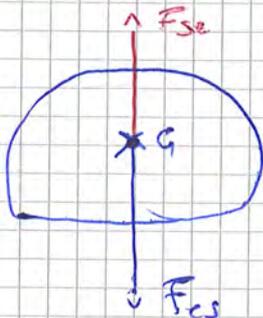
$$\mathcal{L}_{se}^s(P) = \mathcal{L}_t(P) + \mathcal{L}_0(P)$$

\mathcal{L}_t \rightarrow Lavoro tecnico (lavoro utile che utilizziamo, ad esempio compiuto da un pistone)

\mathcal{L}_0 \rightarrow Lavoro speso per vincere la pressione esterna (atmosfera \rightarrow)

FORZE A DISTANZA

Forze esercitate sul sistema senza un contatto materiale (forza gravitazionale, elettrica). Il sistema reagirà con una forza uguale e contraria



$$\mathcal{L}_{es}^d(P) + \mathcal{L}_{se}^d(P) = 0 \rightarrow \text{All'equilibrio}$$

Non abbiamo più gli attivi ovviamente.

Le forze a distanza sono conservative

$$\mathcal{L}_{se}^d = \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} \quad E_p = mgs \quad (\text{caso gravitazionale})$$

$$\mathcal{L}_{se}^d = M|g|(z_2 - z_1) = |g| \rho V g \frac{M}{\rho}$$

• TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$\varphi_{res}(P) + \varphi_i(P) = \Delta E_k$$

$$\varphi_{res} = -\varphi_{se} - \varphi_{ae} \quad ae \rightarrow \text{ATTIVITÀ ESTERNE}$$

$$\varphi_{res} = \varphi_{res}^s + \varphi_{res}^d$$

\downarrow Superficie \downarrow Distanza

da cui $\varphi_{res}^d = -\varphi_{se}^d$

$$\varphi_{res} = -\varphi_{se}^s - \varphi_{ae}^s = [-\varphi_{se}^s - \varphi_{ae}^s] + [-\varphi_{se}^d] = [-\varphi_{se}^s - \varphi_{ae}^s] - \Delta E_p$$

$$\varphi_{Li} = \varphi_{Li}^{en} - \varphi_{Loi} \Rightarrow \text{Lo inseriamo nel Teorema}$$

$$\underbrace{(-\varphi_{se}^s - \varphi_{ae}^s - \Delta E_p)}_{\varphi_{res}} + \underbrace{(\varphi_{Li}^{en} - \varphi_{Loi})}_{\varphi_i} = \Delta E_k$$

$$\varphi_{se}^s + \varphi_{ae}^s + \Delta E_p - \varphi_{Li}^{en} + \varphi_{Loi} + \Delta E_k = 0$$

$$\varphi_{se}^s + \varphi_{ae}^s + \Delta E_p - \varphi_{Li}^{en} + \varphi_{Loi} + \Delta E_k = 0$$

$$\varphi_{se}^s + \varphi_{ae}^s + \Delta E_p + \Delta E_k - \varphi_{Li}^{en} = 0$$

Lo lavoro di attività perenne

$$\varphi_t + \varphi_o + \varphi_a + \Delta E_p + \Delta E_k - \varphi_i^{en} = 0 \quad [j]$$

$$w_f(t) + w_o(t) + w_a(t) + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - w_i^{en}(t) = 0 \quad [w]$$

Teorema dell'energia cinetica scritto in termini di potenza

Se analizzo dei fluidi omogenei, il teorema diventa:

$$\varphi_t + \varphi_o + \varphi_a + \Delta E_p + \Delta E_k - \int_{1 \rightarrow 2} p dV = 0$$

2. **ISOCORA**: Il volume è mantenuto costante durante la Trasformazione

$$\oint_{\Delta i} \delta W = \int_{A \rightarrow B} p dV = 0$$

$$Q = \int_{A \rightarrow B} C_v dT = M \int_{A \rightarrow B} c_v dT$$

Per un fluido omogeneo semplice

Per un gas ideale

$$\frac{T}{p} = \text{costante}$$

$$\oint_{\Delta i} \delta W = 0$$

3. **ISOTEOMA**: La temperatura rimane costante durante la Trasformazione

$$Q = \int_{A \rightarrow B} \Lambda_v dV = \int_{A \rightarrow B} \Lambda_p dp$$

Per un fluido omogeneo semplice

Per un gas ideale

$$pV = \text{costante}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q = \int_{A \rightarrow B} p dV = - \int_{A \rightarrow B} V dp$$

$$\oint_{\Delta i} \delta W = \int_{A \rightarrow B} p dV = Q$$

$$\int_{A \rightarrow B} p dV = \int_{A \rightarrow B} \frac{MR^*T}{V} dV = MR^*T \int_{A \rightarrow B} \frac{dV}{V} = MR^*T \ln \frac{V_B}{V_A}$$

4. **ADIABATICA REVERSIBILE**

Con adiabatica intendiamo che il flusso $\Phi = 0$

$$\Phi = 0 \Rightarrow Q = 0 \quad (\text{non è vero il viceversa})$$

TEOREMA DI LAPLACE

Dato una Trasformazione adiabatica in un fluido omogeneo semplice:

$$\frac{dp}{dV} = \gamma \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T$$

→ fluido omogeneo semplice

dove $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ | $\gamma = \text{costante}$ (ossia $c_p = \text{cost}$, $c_v = \text{cost}$)

$$pV^\gamma = \text{costante}$$

03/10/2014

TRASFORMAZIONE POLITROPICA

Fluido Omogeneo Semplice

 $c = \text{costante}$

$$c_x = \left(\frac{dq}{dT} \right)_x$$

$$dq = c_x dT$$

$$dq = c dT$$

$$q = \int_1^2 c dT = c(T_B - T_A)$$

$$Q = \int c (T_B - T_A)$$

Gas ideale:

$$dq = c dT \rightarrow \text{Politropico}$$

$$\lambda p = -v$$

$$dq = c_p dT + \lambda p dp = c_p dT - v dp \rightarrow \text{gas ideale}$$

$$c dT = c_p dT - v dp$$

$$(c - c_p) dT = -v dp$$

$$\text{ma } p v = R^* T \Rightarrow T = \frac{p v}{R^*} \Rightarrow dT = \frac{p dv + v dp}{R^*}$$

$$(c - c_p) \left(\frac{p dv + v dp}{R^*} \right) = -v dp$$

$$\frac{c - c_p}{R^*} p dv + \frac{c - c_p}{R^*} v dp + v dp = 0$$

$$\frac{c - c_p}{R^*} p dv + \left(\frac{c - c_p}{R^*} + 1 \right) v dp = 0$$

$$R^* = c_p - c_v \text{ per i gas ideali}$$

$$\frac{c - c_p}{R^*} p dv + \left(\frac{c - c_p + c_p - c_v}{R^*} \right) v dp = 0$$

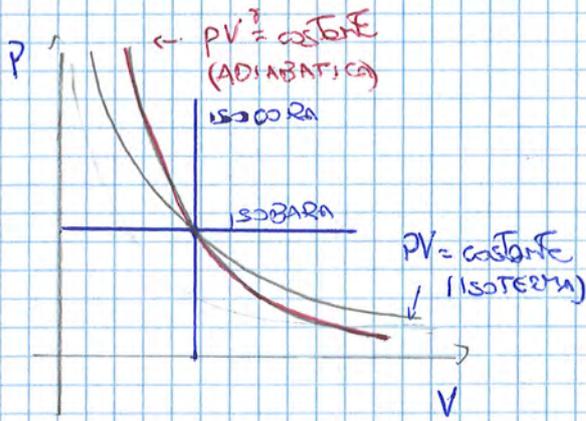
$$(c - c_p) p dv + (c - c_v) v dp = 0$$

$$(c - c_p) p dv - (c - c_v) v dp = 0$$

Quando $c = \bar{c} = \text{cost}$

$$c_p = \bar{c}_p = \text{cost}$$

$$c_v = \bar{c}_v = \text{cost}$$



$$pV^\gamma = \text{cost}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} > 1$$

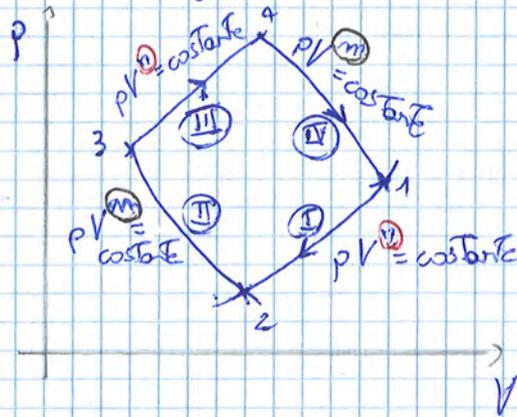
$$R^\mu = c_p - c_v$$

$$c_p > c_v$$

• PROPRIETÀ DEI CICLI DI 4 POLITROPICHE CHE A DUE A DUE OPPOSITE HANNO LO STESSO ESPONENTE

1, 3 $\rightarrow n$
2, 4 $\rightarrow m$

1, 2, 3, 4 STATI delle singole Trasformazioni



$$T_1 \cdot T_3 = T_2 \cdot T_4$$

$$p_1 \cdot p_3 = p_2 \cdot p_4$$

$$V_1 \cdot V_3 = V_2 \cdot V_4$$

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

$$p_2 V_2^m = p_3 V_3^m$$

$$p_3 V_3^n = p_4 V_4^n$$

$$p_4 V_4^m = p_1 V_1^m$$

$$p_1 p_2 p_3 p_4 V_1^n V_2^m V_3^n V_4^m = p_1 p_2 p_3 p_4 V_2^n V_3^m V_4^n V_1^m$$

$$(V_1 V_3)^n (V_2 V_4)^m = (V_2 V_4)^n (V_1 V_3)^m$$

$$(V_1 V_3)^{n-m} = (V_2 V_4)^{m-n}$$

$$V_1 V_3 = V_2 V_4$$

$$\int p dV = \int \left(p_1 - \frac{1}{\chi} \ln \frac{V}{V_1} \right) dV = \int \left(p_1 - \frac{1}{\chi} \ln V + \frac{1}{\chi} \ln V_1 \right) dV$$

$$= \int \left(p_1 + \frac{1}{\chi} \ln V_1 \right) dV - \int \frac{1}{\chi} \ln V dV$$

$$= \left(p_1 + \frac{1}{\chi} \ln V_1 \right) (V_2 - V_1) - \frac{1}{\chi} \left[V (\ln V - 1) \right]_1^2 =$$

$$= \left(p_1 + \frac{1}{\chi} \ln V_1 \right) (V_2 - V_1) - \frac{1}{\chi} \left[V_2 (\ln V_2 - 1) - V_1 (\ln V_1 - 1) \right]$$

$$= p_{atm} = 8390 \frac{kg}{m^3} \quad \rho = \frac{M}{V} \Leftrightarrow V = \frac{M}{\rho}$$

$$Q_{di}^{ln} = \int p dV = -21,52 \text{ J}$$

2.2) δkg di He a $T = \text{cost}$ fatte passare in un compressore volumetrico a pistone da uno stato A

$$A: \begin{cases} T = 300 \text{ K} \\ v_A = 35 \frac{L}{kg} \end{cases} \quad B: \begin{cases} v_B = 20 \frac{L}{kg} \end{cases}$$

Confrontare i valori calcolati di calore e lavoro scambiati con l'esterno, trascurando gli attriti e le variazioni di energia cinetica e potenziale, utilizzando una volta l'equazione di stato dei gas ideali e l'altra quella di Van der Waals

$$I) Q = \dots = \int_{v_A}^{v_B} p dV = \int_{v_A}^{v_B} \frac{MR^*T}{v} dV = MR^*T \ln \left(\frac{v_B}{v_A} \right)$$

$$Q = M \cdot q = M \int dq = M \int \underbrace{z_1}_{\text{p}} dv + \underbrace{c_v dT}_{\rightarrow 0} = M \int p dv = MR^*T \ln \frac{v_B}{v_A}$$

$$\Rightarrow Q = Q$$

$$II) Q_{di}^{ln} = \Pi \cdot l = \Pi \cdot \int p dr = \Pi \int \left(\frac{R^*T}{v-b} - \frac{a}{v^2} \right) dv = \Pi \int \frac{R^*T}{v-b} dv - \Pi \int \frac{a}{v^2} dv$$

$$= MR^*T \ln(v-b) \Big|_A^B - \Pi \left(-\frac{a}{v} \right) \Big|_A^B =$$

$$= MR^*T (\ln(v_B - b) - \ln(v_A - b)) + \Pi a \left(\frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_A} \right)$$

$$Q_{II} = -3,570 \text{ MJ} \quad Q_I = -2,730 \text{ MJ}$$

TORINO, 10/10/2019 **ESERCITAZIONE**

ES. 2.3

2.3) 30g di N_2 a $T_i = 50^\circ C$ ed è contenuto in un volume $V_i = 3 dm^3$

L'ozoto subisce le seguenti trasformazioni

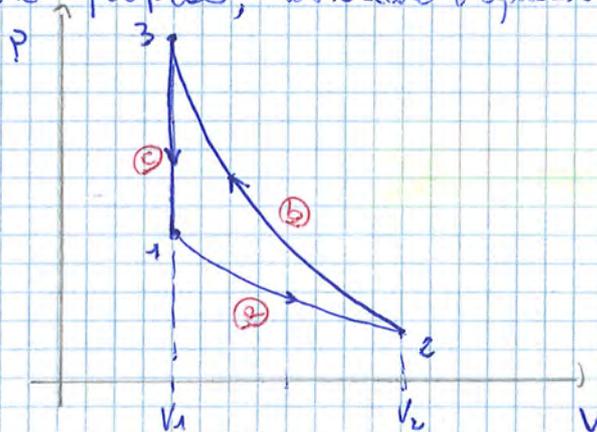
1. Espansione isoterma con V finale triplicato rispetto a V_i
2. Compressione adiabatica reversibile fino a che non brava ad occupare il volume iniziale
3. Raffreddamento a V costante fino alla temperatura iniziale

Rappresentare le tre trasformazioni nel diagramma $p-V$ e calcolare il lavoro e il calore scambiato in ogni trasformazione, il lavoro complessivo compiuto sul gas e il calore complessivo scambiato durante l'intero processo, trascurando l'attivo interno, quello esterno e le variazioni di energia cinetica e potenziale

CONSIGLIO: Tracciare qualitativamente le trasformazioni.

Se non diversamente specificato, utilizzare l'equazione del gas ideale

1. T_1
 V_1
 $M_{N_2} = 30g$



1-2 $\int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$
 $Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$
 $Q_{12} = Q$

$Q = nRT \ln \left(\frac{3V_1}{V_1} \right) = 2,18 \text{ kJ}$
 $Q = Q = 2,18 \text{ kJ}$

2-3 $\int_{V_2}^{V_1} p dV = p_2 V_2^\gamma \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V^\gamma} = -2,77 \text{ kJ}$
 $Q_{23} = 0$
 $pV^\gamma = \text{cost}$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
 $R = C_p - C_v$
 $p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$

Q₀ vale non solo su un processo infinitesimo, ma anche su un processo finito

$$\int_{\Pi} d(Q - \Psi_{SE}) = \int_{\Pi} dE_{TOT} \Rightarrow \int_{\Pi} dQ - \int_{\Pi} d\Psi_{SE} = \int_{\Pi} dE_{TOT}$$

Quindi

$$Q(P) - \Psi_{SE}(P) = \Delta E_{TOT} \rightarrow E' \text{ una variazione}$$

Questo è il primo principio per sistemi chiusi non ciclici. Per un processo ciclico avremmo

$$\Delta E_{TOT} = E_{TOT,2} - E_{TOT,1} = 0 \quad \text{e ritorno alla formulazione precedente.}$$

Q e Ψ dipendono dal processo, ma la loro differenza è legata soltanto agli estremi. Ci consente molte applicazioni

L'energia totale è quindi una proprietà del sistema Termodinamico.

Ha le proprietà seguenti:

- ⊖ ESTENSIVA
- ⊖ DIMENSIONALMENTE J
- ⊖ INDEFINITA in un definito stato Termodinamico. Non si riesce a calcolare quanta energia abbia uno stato puntato o un altro. Riesce solo soltanto a calcolare una differenza. Quindi E_{TOT} non è calcolabile in uno stato sebbene sia "i" definita. Tale definizione avviene a meno di una costante.

• SCOMPOSIZIONE DELL'ENERGIA TOTALE

1. Energia cinetica $E_k = \frac{1}{2} M v_c^2 \rightarrow$ Contributo macroscopico

2. Energia interna al sistema \rightarrow Contributo legato alla realtà microscopica del sistema (che dipende dallo stato Termodinamico)

U

Scriviamo $E_{TOT} = E_k + U$

Di conseguenza, definiamo $U = E_{TOT} - E_k$

• FORMULAZIONE I PRINCIPIO IN TERMINI DI POTENZA

$$\dot{Q} - \dot{W}_{SE} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} \quad [W]$$

o:

$$Q - \dot{W}_{SE} = \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p \quad [J]$$

Oppure ancora

$$q - \dot{w}_{se} = \Delta u + \Delta e_k + \Delta e_p \quad [J/kg]$$

• FORMULAZIONE I PRINCIPIO IN FORMA DIFFERENZIALE

$$dQ - d\dot{W}_{SE} = dU + dE_k + dE_p \quad [J]$$

Esperienza Joule $\Rightarrow U = U(T)$

• Cerchiamo l'equazione di STAT dell'energia interna di un gas ideale

$$\begin{cases} dq = c_v dT + \lambda p dv \\ dq = dli = du \end{cases}$$

Perché la differenza non dipende dal percorso, seguiamone uno qualunque (scegliamo un percorso reversibile)

(I) Trasformazione reversibile $dli = p dv$ (II) Gas ideale $\lambda_V = p$

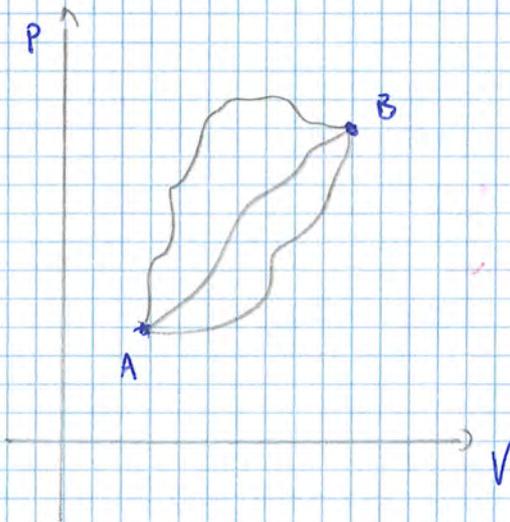
$$\begin{cases} dq = c_v dT + p dv \\ dq = p dv = du \end{cases}$$

$$\begin{cases} + p dv + du = p dv + c_v dT \\ dq = du + p dv \end{cases}$$

$$\begin{cases} du = c_v dT \\ dq = du + p dv \end{cases}$$

$$du = c_v dT$$

Già vale qualunque sia il percorso del gas (quindi anche se il volume non è costante)



$$\int_A^B du = \int_A^B c_v dT$$

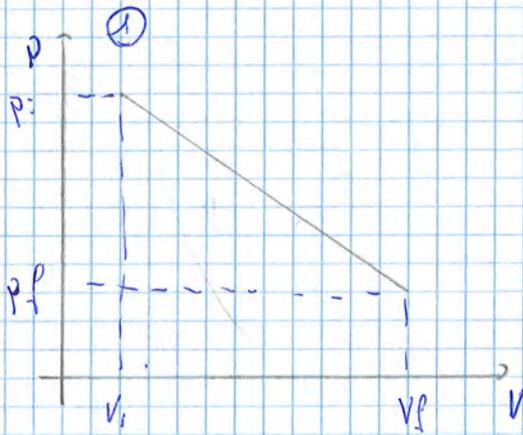
$$\Delta u = \int c_v dT$$

Perché per gas ideali $u = u(T) \Rightarrow c_v = c_v(T)$ c_v non è funzione di pressione

$R = c_p - c_v \Rightarrow c_p$ è funzione di T e non di pressione

$$c_p = c_p(T)$$

$$\begin{aligned} \text{Gas ideale} \quad c_v &= c_v(T) \\ c_p &= c_p(T) \end{aligned}$$



$$Q_i = \text{Area} [(p_1, V_1) - (p_2, V_2)]$$

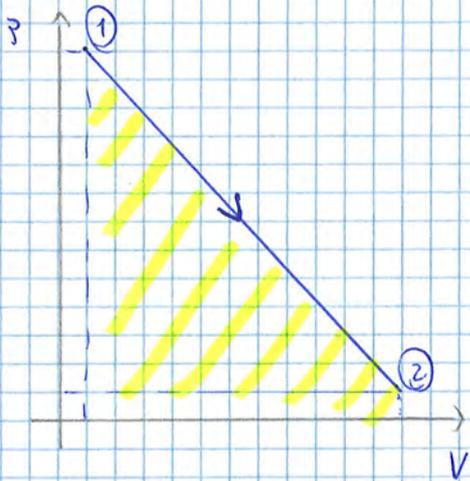
$$Q_i = (V_2 - V_1) \cdot p_2 + (p_1 - p_2)(V_2 - V_1) \cdot \frac{1}{2} = (V_2 - V_1) \left[p_2 + \frac{(p_1 - p_2)}{2} \right] = 9840 \text{ bar} \cdot \text{dm}^3$$

$$= 9,84 \cdot 10^2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 984 \cdot 10^3 \text{ J} = 984 \text{ kJ}$$

$$pV = nRT$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{p_1 \cdot V}{R_0} = \frac{1,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}}{2871 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 6,53 \cdot 10^2 \text{ K} = 653 \text{ K}$$

①



$$Q_i^{l_n} = \int p dV$$

$$p = \alpha + \beta V$$

$$p_1 = \alpha + \beta V_1$$

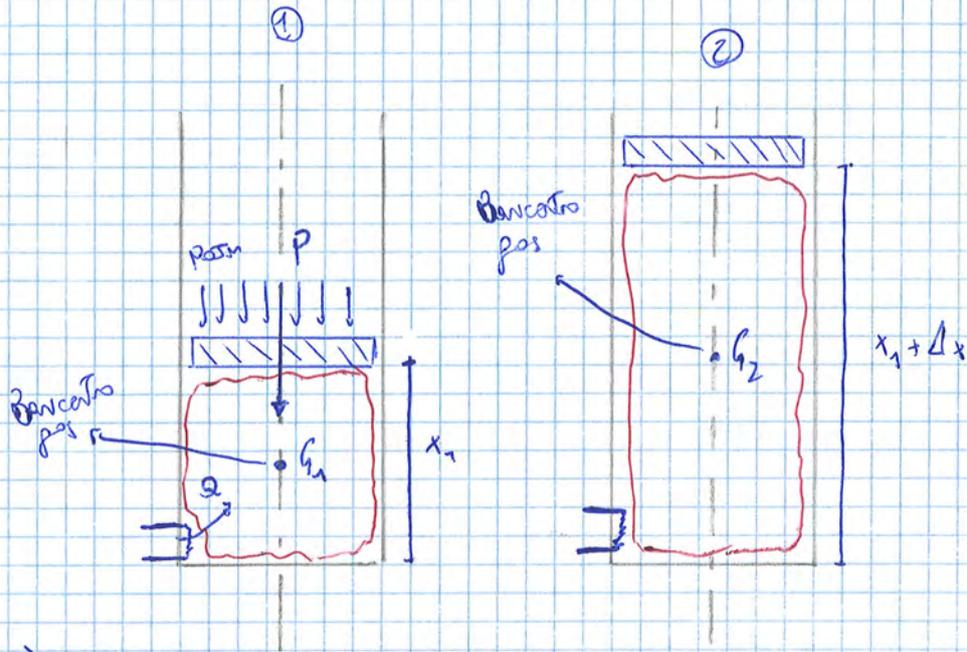
$$p_2 = \alpha + \beta V_2$$

$$p_1 - p_2 = \beta (V_1 - V_2)$$

$$\beta = \frac{p_1 - p_2}{V_1 - V_2}$$

$$\alpha = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{V_1 - V_2} V_1$$

$$Q_i^{l_n} = \int_1^2 (\alpha + \beta V) dV = \int_1^2 \alpha dV + \int_1^2 \beta V dV = \alpha (V_2 - V_1) + \frac{\beta}{2} [V_2^2 - V_1^2] = 984 \text{ kJ}$$



a)

$$Q - Q_{sc}^s = \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$Q_{sc}^s = \int [(p_{atm} \cdot S) + (M_p \cdot g)] dx = \int (p_{atm} \cdot S + M_p \cdot g) dx = (\quad) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{\Delta V}{S}$$

$$Q_{sc}^s = 6,03 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= M \cdot g (z_2 - z_1) = \\ &= M \cdot g \frac{\Delta x}{2} = 0,0003 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 &= x/2 \\ z_2 &= \frac{x_1 + \Delta x}{2} = z_1 + \frac{\Delta x}{2} \end{aligned}$$

$$\Delta U = M \cdot \Delta u = 9 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = 0$$

$$Q = Q_{sc}^s + \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = 12,03 \text{ J}$$

TORINO, 15/10/2014

ESERCITAZIONE 3

ESERCIZIO

3.3

Fluido fermo $M = 50 \text{ kg}$
 Volume $V = 100 \text{ l}$

Tale fluido subisce un processo reversibile secondo la legge $p = a/V^3$, dove

$a = 120 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$ al termine del quale il volume è 114 l e il suo baricentro è alle velocità di 54 m/s

Se la variazione di energia interna del processo è pari a $0,583 \text{ BTU}$ calcolare il calore e il lavoro che il sistema scambia con l'esterno

$$\Delta U = 0,583 \text{ BTU} \approx 615,1 \text{ J}$$

$$\textcircled{1} \begin{matrix} M = 50 \text{ kg} \\ V_1 = 0,1 \text{ m}^3 \\ v_1 = 0 \\ U_1 \end{matrix} \xrightarrow{p = \frac{a}{V^3}} \textcircled{2} \begin{matrix} M = 50 \text{ kg} \\ V_2 = 0,114 \text{ m}^3 \\ v_2 = 54 \text{ m/s} \\ U_2 = U_1 + \Delta U \end{matrix}$$

$$\Delta U = 0,583 \text{ BTU} = 0,583 \cdot 1055 \frac{\text{J}}{\text{BTU}} \approx 615 \text{ J}$$

$$Q - \mathcal{L}_i^{\text{bn}} = \Delta U$$

$$Q = \Delta U + \mathcal{L}_i^{\text{bn}}$$

$$\mathcal{L}_i^{\text{bn}} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^3} dV = a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^3} = a \left[\frac{V^{-2+1}}{-2+1} \right]_{V_1}^{V_2} = -\frac{1}{2} a \left[\frac{1}{V_2^2} - \frac{1}{V_1^2} \right]$$

$$= -\frac{1}{2} a \left(\frac{1}{V_2^2} - \frac{1}{V_1^2} \right)$$

$$Q = 1398 \text{ J}$$

$$\mathcal{L}_i - \mathcal{L}_{se} = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L}_i - \Delta E_k = \mathcal{L}_{se}$$

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2} M v_2^2 - 0$$

$$\mathcal{L}_{se} = 654 \text{ J}$$

Abbiamo

$$-\frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_1} = \frac{\rho_i \cdot \Delta m}{p_1 V_1^2} \Rightarrow \frac{1}{V_1} - \frac{\rho_i \cdot \Delta m}{p_1 V_1^2} = \frac{1}{V_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{\frac{1}{V_1} - \frac{\rho_i \cdot \Delta m}{p_1 V_1^2}} = 8 \text{ m}^3$$

$$p_2 = 12,5 \text{ Pa}$$

APPUNTI

• PREMESSE AL 2° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

◦ IRREVERSIBILITÀ

◦ Cause dell'irreversibilità:

- Presenza di squilibri, ad es. squilibri di tipo termico (differenza di T) squilibri di pressione

Ripartire da una situazione di equilibrio un sistema alla precedente situazione di equilibrio implica la mancanza di reversibilità; ovvero non abbiamo gli stessi valori (opposti in segno) per calore e lavoro

- Effetti dissipativi: resistività presente in un conduttore riduce la corrente elettrica (l'energia elettrica si trasforma, in parte, in calore). Anche i fenomeni di attrito danno luogo ad effetti dissipativi

◦ Posizion, rispetto al sistema, delle irreversibilità

Dato un certo confine, si cerca di capire se lo squilibrio è interno al sistema e se legato al rapporto tra sistema ed esterno (ad esempio un Δ di temperatura tra sistema e ambiente)

$$Q_1 + Q_2 = \mathcal{L}$$

$$|Q_1| - |Q_2| = |\mathcal{L}| \rightarrow \text{de' esce'}$$

Conservazione dell'energia: ciò che entra eguaglia ciò che esce

Nelle macchine motrici, l'efficienza si dice rendimento e si esprime come:

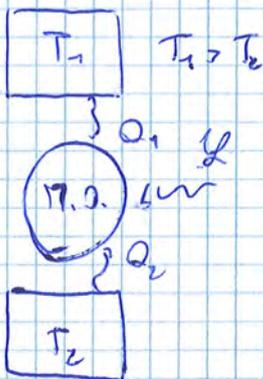
$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_1} = \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \quad \eta \geq 0 \text{ sempre}$$

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \leq 1$$

L'efficienza è strettamente legata al legame $Q_1 - Q_2$. Essa deve essere ≤ 1 e ciò è una conseguenza della conservazione dell'energia (altrimenti si avrebbe come più lavoro del calore fornito e potremmo realizzare una macchina che produce energia all'infinito).

Le macchine termiche motrici hanno un percorso in senso orario (ciclo diretto); ciò è necessario per avere $\mathcal{L} > 0$

MACCHINA BITERMICA OPERATRICE



Il trasferimento di calore da T_2 a T_1 con $T_1 > T_2$ non avviene in natura, quindi è necessario un certo apporto di lavoro

Mentre le macchine motrici fanno il processo scopo di produrre lavoro, quelle operative possono essere:

- **FRIGORIFERE** $E_F = \frac{|Q_2|}{|\mathcal{L}|}$ hanno lo scopo di cedere una quantità di calore spendendo meno lavoro possibile

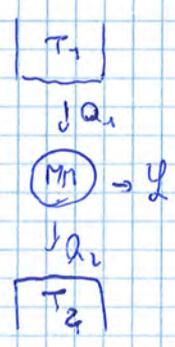
- **POMPE DI CALORE** $E_{PC} = \frac{|Q_1|}{|\mathcal{L}|}$ hanno lo scopo di mandare calore ad una alta temperatura da una bassa temperatura

Le pompe di calore si stanno diffondendo perché hanno vantaggi dal punto

TORINO, 16-10-2019 APPUNTI

3 DOMANDE RELATIVE ALLE MACCHINE TERMICHE

I) È POSSIBILE ESEGUIRE UNA MACCHINA MONOSTEREA?



Ci chiediamo cioè se si può trasformare tutto il Q_1 in lavoro.

II) MASSIMA EFFICIENZA?

III) QUAL È L'INFLUENZA DEL FLUIDO NELL'EFFICIENZA?

Questi quesiti non trovano risposte nel primo principio della termodinamica. Questo, infatti, non pone vincoli alla convertibilità di Q e L : tutto il calore può essere convertito in lavoro, purché non si aumenti l'energia totale del sistema. Inoltre, non vi è alcun effetto circa i calori disponibili a temperature differenti: si osserva, però, che i rendimenti di macchine che lavorano con la stessa quantità di calore ma a temperature differenti, sono diversi. Infine, il primo principio non vieta il passaggio da corpi freddi a corpi più caldi.

Il primo principio pone soltanto il vincolo di conservazione. Tuttavia, certe trasformazioni avvengono in natura soltanto in una certa direzione.

- Convertibilità di Q e L
- Calori disponibili a temperature differenti per macchine termiche
- Passaggio di calore da corpi freddi a corpi più caldi

FORMULAZIONE DEL 2° PRINCIPIO PER MACCHINE BITERMICHE

Per una macchina bitermica (A) il massimo rendimento si ottiene con un ciclo in cui i processi sono reversibili. (B) Questo rendimento dipende solo dalle Temperature dei due Termostati; ed è indipendente dalla sostanza che percorre il ciclo.

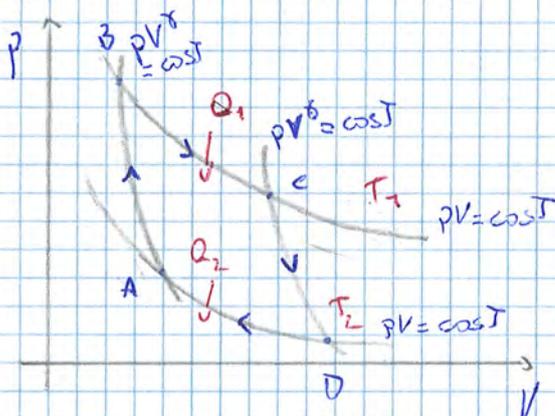
A partire da questi enunciati estraggiamo il ciclo di Carnot, ciclo che realizza il rendimento massimo in una macchina bitermica

Affinché non ci sia irreversibilità gli scambi di calore devono avvenire senza variazione di Temperatura \Rightarrow utilizziamo delle sorgenti

Rispettiamo la reversibilità facendo variare T ma impedendo lo scambio di calore \Rightarrow Trasformazioni adiabatiche

SCAMBI DI CALORE \rightarrow ISOTERMA

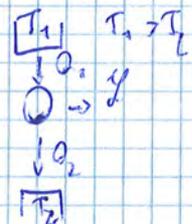
VARIANZA TEMPERATURA \rightarrow ADIABATICA



DAL TEOREMA DI CARNOT AL RENDIMENTO

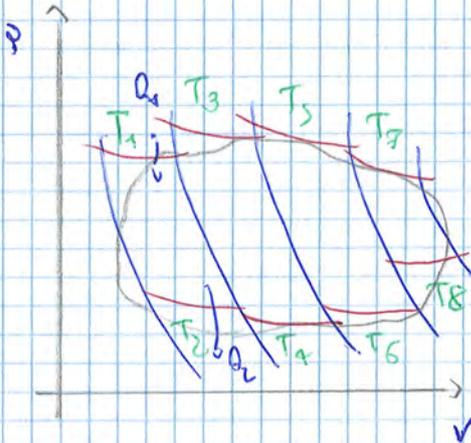
1° Per una macchina bitermica qualsiasi

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{|Q_1|}{|Q_2|} = 1 - \frac{|Q_1|}{|Q_2|} \\ E_{ancora} \\ Q - Q_2 = \Delta U \end{array} \right.$$



2° FORMULAZIONE MATEMATICA DEL II PRINCIPIO PER PROCESSI REVERSIBILI

CICLO



Approssimiamo il percorso ciclo a un processo di Carnot
 Tracciamo tutta una serie di adiabate
 poi approssimiamo con delle isoterme

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Per il nostro ciclo di Carnot}$$

Quindi

$$\frac{|Q_2|}{T_2} = \frac{|Q_1|}{T_1} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Ci vale per ogni ciclo

$$\frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0 \quad \frac{Q_5}{T_5} + \frac{Q_6}{T_6} = 0 \quad \frac{Q_7}{T_7} + \frac{Q_8}{T_8} = 0$$

Scriviamo la sommatoria

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Abbiamo utilizzato un'approssimazione finita: se avessimo utilizzato più adiabate e isoterme (infinitesime), avremmo ottenuto il nostro ciclo come somma di cicli infinitesimi di Carnot \Rightarrow Ci, implicando un passaggio all'infinito, consente il passaggio all'integrale

$$\oint_{REV} \frac{dQ}{T} = 0 \quad \text{UGUAGLIANZA DI CLAUSIUS}$$

Come sappiamo, l'integrale lungo una linea chiusa di un differenziale non esatto, corrisponde a una variazione dei valori di una funzione che dipende solo dalle coordinate spaziali e non dal percorso (è cioè un differenziale esatto)

$$\Rightarrow \left(\frac{dQ}{T} \right)_{REV} = dS$$

Questo differenziale esatto è legato ad una grandezza che è una funzione

17-10-2014

APPUNTI

$$\oint_{IRR} \frac{dQ}{T} = 0 \quad \oint_{IRR} \frac{dQ}{T} + \underbrace{S_{IRR}}_{>0} = 0$$

$$\oint \frac{dQ}{T} + S_{IRR} = \oint dS$$

(=0) (>0) (=0)

Possiamo integrare su un pezzo della linea

$$\frac{dQ}{T} + dS_{irr} = dS \quad \text{Per un infinitesimo}$$

Per una porzione finita

$$\int_{A \rightarrow B} \frac{dQ}{T} + \int_{A \rightarrow B} dS_{irr} = S_B - S_A = \Delta S$$

(>0)

2° principio della Termodinamica per un processo qualunque

$$\int_{A \rightarrow B} \frac{dQ}{T} + S_{irr} = \Delta S$$

(>0)

S_{irr} non è nota a priori: è un termine incognito maggiore di zero

CASO

Qualsiasi $\int_{A \rightarrow B} \frac{dQ}{T} + S_{irr} = S_B - S_A$

Il processo può essere ciclico o meno

Reversibile $\int_{A \rightarrow B} \frac{dQ}{T} = S_B - S_A$

Ciclico $\oint \frac{dQ}{T} + S_{irr} = 0$

Ciclo Reversibile $\oint \frac{dQ}{T} = 0$

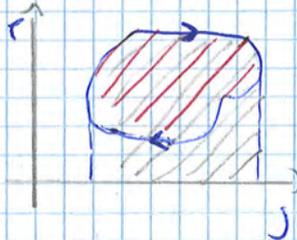
$$\frac{dQ}{T} + \frac{S_{irr}}{L=0} = dS$$

$$dQ = T dS$$

$$Q = \int_{A \rightarrow B} T dS$$

L'area del ciclo rappresenta il calore scambiato in questo diagramma

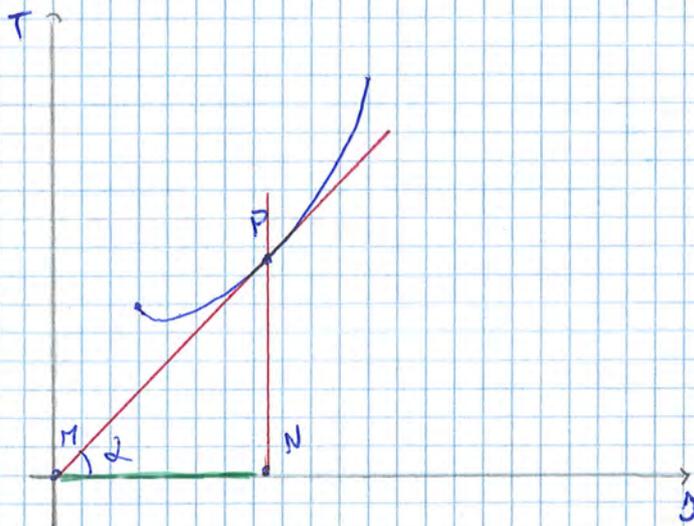
$$\text{Area ciclo} = \oint T dS = Q(c)$$



Calore netto scambiato nel ciclo
 Verso orario $\Rightarrow > 0$
 Verso antiorario $\Rightarrow < 0$

Ma $Q(c) = L(c)$ poiché siamo in un ciclo

MISURA GRAFICA DEI CALORI SPECIFICI DI UN PROCESSO



Trasformazione reversibile
 MN s. due sottotangente

Prendiamo la tangente in P;
 MNP è un triangolo

$$T = \overline{MN} \cdot T_p \alpha \quad \overline{MN} = \frac{T_p}{T_p \alpha} = \frac{T_p}{\frac{dT}{dS}} = T_p \cdot \frac{dS}{dT}$$

$$\frac{dq}{T} = dS \quad dq = T dS$$

$$\Rightarrow \overline{MN} = T_p \cdot \frac{dS}{dT} = \frac{dq}{dT} = c$$

La sottotangente dà informazioni sui calori specifici

Studiano un percorso reversibile (il più semplice)

$$\left\{ \begin{array}{l} dq - db_i^{ln} = du \\ \frac{dq}{T} = ds \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dq - pdr = du \\ \frac{dq}{T} = ds \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dq - pdr = du \\ dq = Tds \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} Tds - pdr = du \\ dq = Tds \end{array} \right.$$

Usiamo l'equazione di stato

$$Tds - pdr = cvdT$$

$$Tds - \frac{R^*T}{v} dr = cvdT$$

$$p = \frac{R^*T}{v}$$

$$Tds = \frac{R^*T}{v} dr + cvdT$$

$$ds = \frac{R^*}{v} \cdot \frac{1}{T} dr + \frac{cv}{T} dT \Rightarrow ds = \frac{R^*}{v} dr + \frac{cv}{T} dT$$

Avremmo potuto ottenere relazione costituenti in volume o altre coordinate

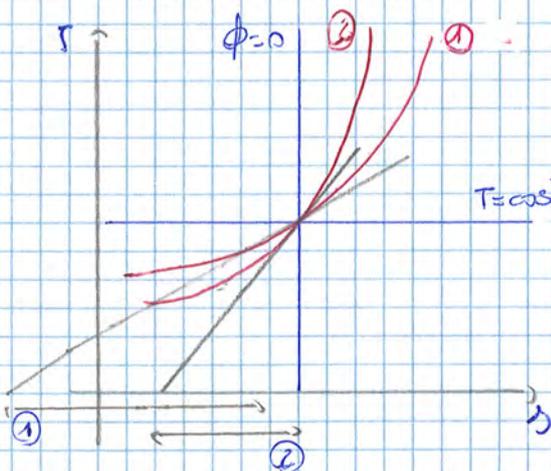
$$v = f(p, T)$$

$$v = k \cdot (v, p)$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{v} + c_v \frac{dp}{p}$$

* TRASFORMAZIONI NOTEVOLI SUL DIAGRAMMA DI GIBBS



$$\int \frac{dq}{T} + \frac{d(\text{volume})}{v} = ds$$

$$\Delta s = \int \frac{dq}{T}$$

1. ISOBARA

$$\Delta s = \int \frac{c_p dT}{T} \quad \text{se } c_p = \text{costante}$$

$$\Delta s = c_p \int \frac{dT}{T} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$



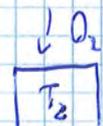
- TERMOSTATO IDEALE

- Temperatura costante
- Sistema interamente reversibile

4.2) $T_1 = 850 \text{ K}$ $T_2 = 300 \text{ K}$

Un motore lavora reversibilmente tra T_1 e T_2 ; il lavoro erogato a ogni ciclo è di 150 Btu; calcolare il calore minimo che deve essere fornito alla temperatura superiore e il calore ceduto alla temperatura inferiore.

$$\eta = \frac{|Q_1|}{|Q_2|} \quad \eta_{\text{MAX}} = \frac{|Q_1|}{|Q_{1 \text{ MIN}}|}$$



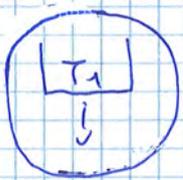
il calore minimo è quello che dà il rendimento massimo

$$|Q_{1 \text{ MIN}}| = \frac{|Q_1|}{\eta_{\text{MAX}}} \quad \eta_{\text{MAX}} = \eta_{\text{CARNOT}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$|Q_{1 \text{ MIN}}| = \frac{|Q_1|}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = 247,6 \text{ kJ}$$

$$|Q_2| = |Q_1| - |L| = 86,3 \text{ kJ}$$

Esercizio risolvibile anche applicando il II principio analizzando la variazione di entropia



$$\Delta S^{\text{TOT}} = \Delta S^{(1)} + \Delta S^{(2)} + \Delta S^{(3)}$$

$$\Delta S^{(3)} = 0$$

$$\Delta S^{(1)} = -\frac{|Q_1|}{T_1}$$

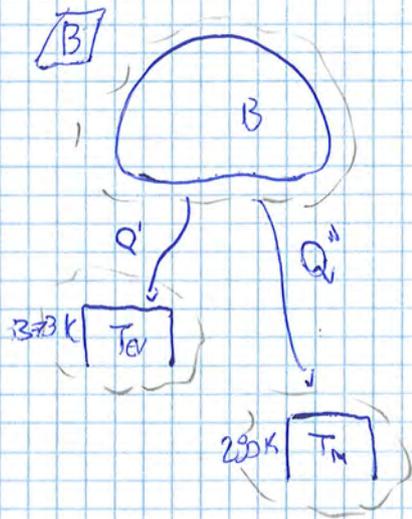
$$\Delta S^{(2)} = +\frac{|Q_2|}{T_2}$$

$$\Delta S^{\text{TOT}} = \frac{0}{T} + S_{\text{irr}}^{\text{TOT}}$$

Calore minimo senza irreversibilità

$$\rightarrow \Delta S^{\text{TOT}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{|Q_2|}{T_2} - \frac{|Q_1|}{T_1} + 0 = 0 \\ |Q_1| - |Q_2| = L \end{cases}$$

$$\Delta S^{TOT} = \Delta S^{(A)} + \Delta S^{(M)} = 89,7 \text{ J/K}$$



$$\Delta S^{TOT} = \Delta S^{(B)} + \Delta S^{(M)} + \Delta S^{(EV)}$$

$$\Delta S^{(B)} = C_B \ln\left(\frac{T_{B,fin}}{T_{B,in}}\right) = \Delta S^{(A)} = -272,4 \text{ J/K}$$

$$\Delta S^{(EV)} = +\frac{|Q'|}{T_{EV}} = \frac{|C_B (T_{EV} - T_B)|}{T_{EV}} = 170 \text{ J/K}$$

$$\Delta S^{(M)} = +\frac{|Q''|}{T_M} = \frac{|C_B (T_M - T_{EV})|}{T_M} = 103,7$$

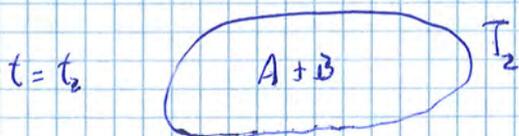
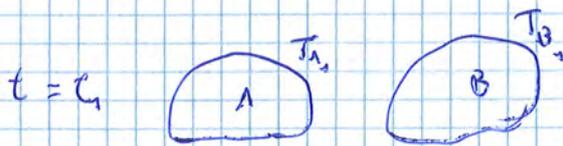
$$\Delta S^{TOT} = \Delta S^{(B)} + \Delta S^{(M)} + \Delta S^{(EV)} = 41,0 \text{ J/K}$$

Se A ed B producono irreversibilità: $IR_{B} < IR_{A}$; ed è dovuto al fatto che riduce i salti di temperatura (per salti infinitesimi, il processo è reversibile)

4.4) Calcolare la variazione di entropia dell'universo quando si mescolano adiabaticamente due masse di acqua

$$50 \text{ kg} @ 70^\circ\text{C}$$

$$130 \text{ kg} @ 35^\circ\text{C}$$



→ Sistema adiabatico rispetto all'esterno: il calore è scambiato solo all'interno

$$\int \frac{dq}{T} + S_{irr} = \Delta S^{TOT}$$

$$\Delta S^{TOT} = S_{irr} = \Delta S^{(A)} + \Delta S^{(B)}$$

22/10/2014 SISTEMI APERTI

Sistemi in cui è presente uno scambio di massa.

Si definisce come sistema in cui sono presenti almeno un'ingresso e un'uscita di fluido.

A) DESCRIZIONE LAGRANGIANA (O PUNTO DI VISTA SOSTANZIALE)

Prende in esame una porzione di materia esistente nel tempo; si tratta cioè come un sistema chiuso.

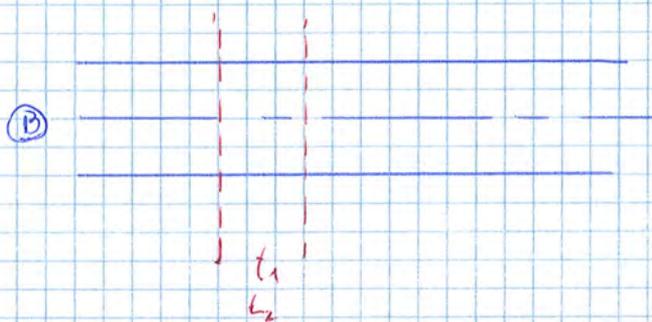
B) DESCRIZIONE EULERIANA (O PUNTO DI VISTA LOCALE)

Analizza una certa zona dello spazio indipendentemente dalla massa che in essa è presente.

Questo approccio è utilizzato molto spesso, ad esempio nello studio dei flussi nelle macchine termiche, che hanno generalmente un confine ben circoscritto.



Seguando una certa quantità di materia, che in un istante t_1 \neq t_2 può essere espansa, come nel caso in esame.



Prendiamo in considerazione sempre lo stesso volume (in istanti diversi potremo avere diverse quantità di massa).

DEFINIZIONE PORTATA IN MASSA

Dato una generica sezione di un condotto, definiamo la portata in massa

$$G(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M(t)}{\Delta t}$$

indica la massa per unità di tempo che, in un certo istante, attraversa la sezione.

Se il fluido fosse stato entrante (e il sistema continuasse ad esercitare le stesse forze) avremmo

$$Q_{sp} = -p_j A_j |v_{ej}|$$

$$w_{sp} = -p_j A_j |v_{ej}|$$

In sintesi

$$Q_{sp} = \pm p_j A_j |v_{ej}|$$

$$w_{sp} = \pm p_j A_j |v_{ej}|$$

Ma poiché

$$Q = \rho A v_e \Rightarrow v_e = \frac{Q}{\rho A}$$

possiamo scrivere

$$w_{sp} = \pm p_j A_j \frac{Q_j}{\rho_j A_j} = \pm p_j \frac{Q_j}{\rho_j}$$

In alternativa, poiché

$$\rho = \frac{1}{v} \quad (\text{volume specifico})^{-1}$$

$$w_{sp} = \pm p_j v_j Q_j$$

$$w_{sp} = \sum_{j=1}^{NC} \pm p_j v_j Q_j$$

NC = Numero Controlli

In alternativa, scriveremo

$$w_{sp} = \frac{d}{dt} (pV)$$

pV valore del volume di controllo

• Caso stazionario

$$\sum_{j=1}^{NC} \pm G_j = 0$$

• Caso stazionario ingresso uscite

$$G_m - G_i = 0 \Rightarrow G_m = G_i$$

La conservazione delle particelle in volume si ha solo per sostanze incompressibili e non è una legge generale, a differenza della conservazione delle particelle ^{in massa} V (infatti la densità non è costante)

• PRINCIPI FONDAMENTALI SUI SISTEMI APERTI

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA PER SISTEMI APERTI

$$W_{se}^3 + W_a + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - W_i^{En} = 0$$

$$W_{se}^3 + W_a + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

Ipotesi un involucro rigido del sistema aperto $W_a = 0$

$$W_t + W_{sp} + W_a + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

$+ W_a$

$$W_t + \frac{d(p \cdot V)}{dt} + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

$$W_t + V \frac{dp}{dt} + p \frac{dV}{dt} + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} - p \frac{dV}{dt} = 0$$

$$W_t + W_a + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + V \frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{Vc} + \sum_{j=1}^{NC} G_j e_{p_j}$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \left[\frac{dE_k}{dt} \right]_{Vc} + \sum_{j=1}^{NC} G_j e_{k_j}$$

Ogni costituto può avere una sua propria velocità

23/10/2014 APPUNTI - SISTEMI APERTI

$$Wt + W_a + \left[\frac{d}{dt} (E_k + E_p) \right]_{V_c} + \sum_{j=1}^{N_c} \pm G_j (e_k + e_p)_j + \frac{V dp}{dt} = 0$$

- Ipotesi 1 ingresso - 1 uscita

$$Wt + W_a + \left[\quad \right]_{V_c} + G_m (e_c + e_p)_m - G_i (e_c + e_p)_i + \frac{V dp}{dt} = 0$$

- Ipotesi: stazionarietà

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_{V_c} + \sum_{j=1}^{N_c} \pm G_j = 0$$

$$G_m - G_i = 0 \Rightarrow G_m = G_i = G$$

$$Wt + W_a + G (e_c + e_p)_m - G (e_c + e_p)_i + \frac{V dp}{dt} = 0$$

$$Wt + W_a + G \left[(e_{km} - e_{ki}) + (e_{pm} - e_{pi}) \right] + \frac{V dp}{dt} = 0$$

$$Wt + W_a + G (\Delta E_k + \Delta E_p) + \frac{V dp}{dt} = 0 \quad [w]$$

↓
 Δ tra ingresso e uscita non tra istanti di tempo

Integrando nel Tempo tra t_1 e t_2

$$Yt + Y_a + M (\Delta E_k + \Delta E_p) + \int V dp = 0 \quad [j]$$

[j]

ΔE_k e ΔE_p variazioni tra ingresso e uscita

ΔM variazione di massa tra t_1 e t_2 . Scriviamo per completezza M.

$$Yt + Y_a + M (\Delta E_k + \Delta E_p) + \int V dp = 0 \quad [j]$$

Formulazione per unità di massa

$$t_1 + t_2 + \Delta E_k + \Delta E_p + \int v dp = 0 \quad [j/y]$$

I PRINCIPIO PER SISTEMI APERTI

$$\phi - w_{se} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$\phi - (w_{se}^s + w_{s^0}) = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$\phi - w_{se}^s = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt}$$

$$w_{se}^s = w_t + w_{sp} \quad (+ w_o)$$

$$= w_t + \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j (p \cdot v)_j$$

$$\frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j u_j$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \left[\frac{dE_k}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j e_{kj}$$

$$\frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} g_j e_{pj}$$

$$\phi - w_t - \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j (p v)_j = \left[\frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j (u + e_k + e_p)_j$$

$$\phi - w_t = \left[\frac{dU}{dt} + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \pm g_j (p v + u + e_k + e_p)_j$$

Coordinate
Termodinamiche

DEFINIZIONE

$$H = U + pV \quad \text{ENTALPIA} \quad \Leftrightarrow \quad h = u + p \cdot v$$

Poiché U è nota a meno di una costante, anche l'entalpia è definita a meno di una costante arbitraria

- DIMENSIONALMENTE ENERGIA (J)
- ESTENSIVA
- INDEFINITA PUNTUALMENTE

* ENTALPIA PER UN FLUIDO INCOMPRESSIBILE

$$h = u + pv$$

$$dh = du + d(pv) \quad du = c_v dT$$

$$= c_v dT + p dv + v dp$$

$$= c_p dT + v dp$$

$$dh = c_p dT + v dp$$

Se consideriamo un liquido o un solido
 $p \cong c_v T \Rightarrow dh \cong c_p dT + v dp$

* II PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER SISTEMI APERTI

$$\frac{\Phi}{T} + \sum_{irr} = \frac{ds}{dt} \quad \left[\frac{W}{K} \right]$$

$$\frac{ds}{dt} \Rightarrow \left[\frac{ds}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \dot{q}_j \beta_j$$

Infatti Entropia è una grandezza estensiva

$$\frac{\Phi}{T} + \sum_{irr} = \left[\frac{ds}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^{nc} \dot{q}_j \beta_j$$

Caso Stazionario

$$\frac{\Phi}{T} + \sum_{irr} = \sum_{j=1}^{nc} \dot{q}_j \beta_j$$

Caso Stazionario, 1 ingresso - 1 uscita

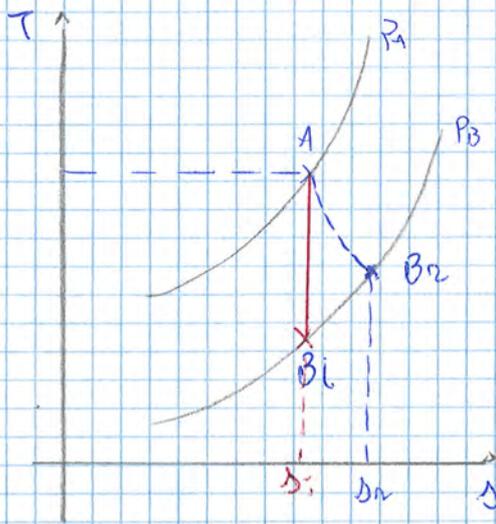
$$\frac{\Phi}{T} + \sum_{irr} = \dot{q} (\beta_u - \beta_i) = \dot{q} \Delta \beta \quad \left[\frac{W}{K} \right]$$

Integrando nel Tempo

$$\int \frac{dq}{T} + \sum_{irr} = M \Delta \beta = \Delta S \quad \left[\frac{J}{K} \right]$$

Dividendo per la massa

$$\int \frac{dq}{T} + \sum_{irr} = \Delta s \quad \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$



Adiabatica reversibile $\frac{dq}{T} + ds_{irr} = ds$
 B1 è il punto di una Trasformazione ideale

$$\frac{dq}{T} + ds_{irr} = ds$$

$$\frac{dq}{T} > 0 \Rightarrow ds > 0$$

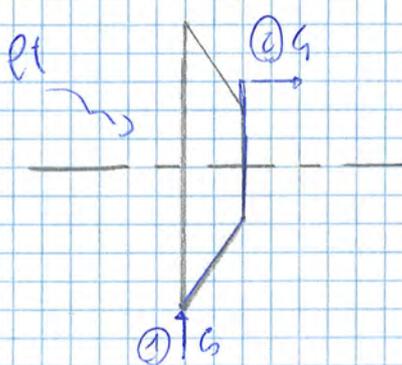
$\Rightarrow ds > 0$ C'è aumento della entropia alla presenza di irreversibilità

Una parte del lavoro è andata persa perché ha aumentato la temperatura del fluido

Nel migliore dei casi possibili (Teorico)

$\eta_{Turbina}^{iso} = 1$
 Nel caso reale, tuttavia:
 $\eta_{Turbina}^{iso} < 1$

COMPRESSORE



$$l_t = -l_p$$

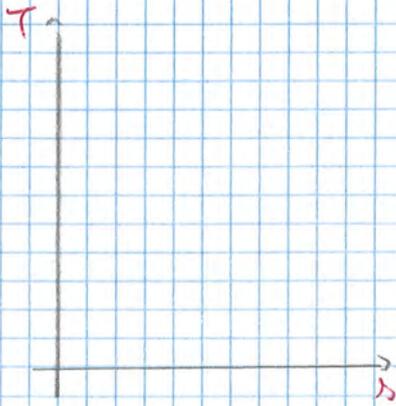
Il compressore riceve in entrata un fluido a V pressione e lo restituisce ad una più alta ^{una} pressione

$$l_t = -l_p = -(h_2 - h_1) = h_1 - h_2$$

$$l_t = h_1 - h_2$$

29/10/2014 ESERCITAZIONE

5.1 Un compressore termicamente isolato opera in condizioni stazionarie una portata di idrogeno a 3 atm e lo restituisce a 11 atm. Vengono inoltre misurate le temperature di ingresso (15°C) e di uscita (180°C) dell'idrogeno. Calcolare il rendimento isentropico a cui opera il compressore

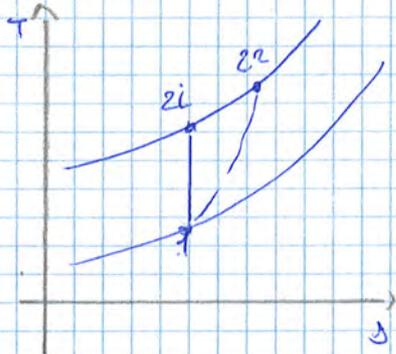


$$T_{2i} = 412 \text{ K}$$

$$\eta_{is} = 76\%$$

5.3) Un compressore adiabatico comprime, in cond. staz., una portata d'aria di $0,02 \text{ kg/s}$, da 2 bar a 20 bar

Sono note: la temperatura di ingresso 50°C , il rendimento isentropico 83% , l'intervallo di tempo in cui il compressore opera di 1 h .
Calcolare il lavoro tecnico, il lavoro di spostamento, la produzione di entropia per irreversibilità.



0,5)

① $\frac{G}{P}$

② $\frac{G}{P}$

a) $\eta_{is} = 83\%$ $\Delta t = 1 \text{ h}$ $Q_t = ?$, $L_{sp} = ?$ $S_{irr} = ?$

$$Q_t = \int w_t dt = \int (G \cdot l_t) dt$$

L_t si intende il lavoro tecnico reale, in genere

$$\eta_{is} = \frac{|l_{tid}|}{|l_{t\text{reale}}|} \quad |l_{t2}| = \frac{|l_{tid}|}{\eta_{is}} = \frac{c_p(T_{2i} - T_1)}{\eta_{is}}$$

$$T_{2i} = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$Q_t = -26224 \text{ kJ} \quad |Q_t| = 26224 \text{ kJ}$$

b) $L_{sp} = \int w_{sp} dt$ $w_{sp} = \sum G_j(p_{0j}) =$

$$\begin{aligned} G_i &= G_m & p_0 &= R^0 T \\ &= G (P_2 v_2 - P_1 v_1) \\ &= G (R^0 T_2 - R^0 T_1) \end{aligned}$$

Ricavo T_{2r} a partire da

$$|l_{t2}| = h_{2r} - h_1 = c_p(T_{2r} - T_1) \Rightarrow T_{2r} = \frac{|l_{t2}|}{c_p} + T_1$$

Poiché siamo in uno stato stazionario comune (non una centrale idroelettrica con centinaia di metri di caduta) e poiché non è diversamente specificato

$$e_k = 0, \quad e_p = 0$$

Scriviamo

$$\bullet \quad \dot{\phi}_5 - \dot{\phi}_0 - \dot{W} = G (h_2 - h_1) = G \cdot c_p (T_2 - T_1) \quad (\text{I}^\circ \text{ PRINCIPIO})$$

Unica incognita $\dot{\phi}_0$.

Risultato

$$\dot{\phi}_0 = -37,13 \text{ kW} \quad \text{: il flusso esce dal sistema} \rightarrow \text{I}^\circ \text{ P. RISPETTATO}$$

$$\bullet \quad \frac{\dot{\phi}}{T} + \sum_{\text{res}} \dot{E}_{\text{res}} = \sum_{j=1}^{NC} \dot{G}_j \Delta_j \quad (\text{II}^\circ \text{ PRINCIPIO})$$

$$\frac{\dot{\phi}_5}{T_5} + \frac{\dot{\phi}_0}{T_0} + \sum_{\text{res}} \dot{E}_{\text{res}} = G (\Delta_2 - \Delta_1)$$

$$\sum_{\text{res}} \dot{E}_{\text{res}} = -\frac{\dot{\phi}_5}{T_5} - \frac{\dot{\phi}_0}{T_0} + G (\Delta_2 - \Delta_1) \quad \Delta_j = c_p G_j \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R^* \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\sum_{\text{res}} \dot{E}_{\text{res}} = -27,1 \text{ W/K} \rightarrow \text{questo sistema è impossibile}$$

Con queste risorse non è possibile un sistema con 50 kW. Dovrei imporre, per sapere quale massimo ottenere, $\sum_{\text{res}} \dot{E}_{\text{res}} = 0$

$$\phi - Wt = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j ()_j$$

$$\sum_{k=1}^{NF} \phi_k + \phi_0 - Wt = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j (e_k + e_p + h)_j \quad \Leftrightarrow \text{I PRINCIPIO (W)}$$

$$\sum_{k=1}^{NF} \frac{\phi_k}{T_k} + \frac{\phi_0}{T_0} + \sum_{irr} = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j s_j \quad \Leftrightarrow \text{II PRINCIPIO } \left(\frac{W}{K} \right)$$

Moltiplichiamo il II principio per T_0

$$\sum_{k=1}^{NF} \phi_k \cdot \frac{T_0}{T_k} + \phi_0 + T_0 \sum_{irr} = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j s_j T_0 \quad \Leftrightarrow \text{2° principio in termini di potenza (W)}$$

Ricaviamo ϕ_0 dal 1° principio

$$\phi_0 = - \sum_{k=1}^{NF} \phi_k + Wt + \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j ()_j$$

Sostituendo

$$\sum_{k=1}^{NF} \phi_k \frac{T_0}{T_k} + Wt + \sum_j \pm G_j ()_j - \sum_k \phi_k + T_0 \sum_{irr} = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j s_j T_0$$

$$\sum_{k=1}^{NF} \phi_k \left(1 - \frac{T_0}{T_k} \right) - Wt = \sum_{j=1}^{NC} \pm G_j (e_k + e_p + h - T_0)_j + T_0 \sum_{irr}$$

Il termine T_0 è strettamente connesso al sistema in cui viviamo e l'equazione in cui viene a trovarsi lega tale termine al I° e II° principio.

DEFINIZIONE

ENERGIA = QUANTITÀ DI ENERGIA DISPONIBILE COME LAVORO

Il lavoro è energia ovviamente. Il calore non lo è una quota di conversione pari a 1 (vale al calore stesso)

Applichiamo ancora l'equazione dell'energia utilizzabile:
 $\Delta e_c = \Delta e_p = 0$ $q_1 = q_2 = q_j$ ipotesi

$$-w_t = q_j \left[\left(h - T_{03} \right)_0 - \left(h - T_{03} \right)_j \right] + T_0 \Sigma_{irr}$$

$$w_t = q_j \left[\left(h - T_{03} \right)_j - \left(h - T_{03} \right)_0 \right] - T_0 \Sigma_{irr}$$

$w_{MAX} \rightarrow$ No irreversibilità $\Rightarrow \Sigma_{irr} = 0$

$$\Rightarrow w_{MAX} = q_j \left[\left(h - T_{03} \right)_j - \left(h - T_{03} \right)_0 \right]$$

Introduciamo un concetto di entalpia disponibile

$$\xi = h - T_{03}$$

$$w_{MAX} = q_j (\xi_j - \xi_0)$$

$$\Psi_q = q_j (\xi_j - \xi_0)$$

FLUSSO DI EXERGIA associato a una portata nello stato $j \Rightarrow W_{MAX} [W]$

$$B_q = M_j (\xi_j - \xi_0)$$

EXERGIA associato a una portata nello stato j
 in un tempo $\Delta t \Rightarrow L_{MAX} [J]$

$$b_q = \xi_j - \xi_0 \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \Rightarrow l_{MAX} \text{ EXERGIA SPECIFICA}$$

In mancanza di irreversibilità, l'energia cinetica e quella potenziale possono completamente essere utilizzate per ottenere lavoro, a differenza del calore che non è completamente convertibile in lavoro. Da questa proprietà nasce il concetto di exergia.

↳ **TEOREMA DI GUY-STODOLA**

$$Q_{pers} = T_0 \Delta S_{irr} \quad T_0$$

$$W_{persa} = T_0 \Delta S_{irr}$$

Inreversibilità portava a perdite di lavoro

RENDIMENTO DI 2° PRINCIPIO O RENDIMENTO EXERGETICO

- Convenzionalità
- Non unicità (Vi sono più definizioni possibili)

$$\eta_{ex} = \frac{\text{ENERGIA USCENTE}}{\text{ENERGIA ENTRANTE}} = \frac{\sum_{U=1}^{NU} B_U}{\sum_{E=1}^{NE} B_E}$$

Le definizioni sono più d'una, poiché secondo alcuni è più corretto porre a numeratore **ENERGIA UTILE**

$$\Delta h = c \Delta T$$

$$h_p - h_x = c (T_p - T_x)$$

$$\begin{aligned} \phi_d &= (G_1 + G_2) h_3 - G_1 h_1 - G_2 h_2 = G_1 (h_3 - h_1) + G_2 (h_3 - h_2) = \\ &= G_1 c (T_3 - T_1) + G_2 c (T_3 - T_2) = -63 \text{ kW} \end{aligned}$$

ⓑ Sistema aperto senza scambio di calore

$$0 = G_3 h_3^B - G_1 h_1 - G_2 h_2$$

↳ L'apice indica che ci troviamo in uno stato termodinamico diverso da quello di prima

$$0 = G_1 c (T_3^B - T_1) + G_2 c (T_3^B - T_2)$$

$$0 = G_1 T_3^B - G_1 T_1 + G_2 T_3^B - G_2 T_2$$

$$T_3^B = \frac{G_1 T_1 + G_2 T_2}{G_1 + G_2} = \frac{G_1 T_1 + G_2 T_2}{G_3} = 30^\circ\text{C} > 25^\circ\text{C} \quad \text{Come ci si potrebbe$$

aspettare senza contare le dispersioni (ϕ_d)

ⓒ Utilizziamo il II principio per sistemi aperti

$$\frac{\phi_d}{T_0} + \sum_{\text{irr}}^A = G_3 s_3 - G_2 s_2 - G_1 s_1$$

$$\sum_{\text{irr}}^A = -\frac{\phi_d}{T_0} + (G_1 + G_2) s_3 - G_1 s_1 - G_2 s_2$$

$$= -\frac{\phi_d}{T_0} + G_1 (s_3 - s_1) + G_2 (s_3 - s_2)$$

$$\text{Per un incomprimibile } c \approx c \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta s = c \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

$$= -\frac{\phi_d}{T_0} + G_1 c \ln \left(\frac{T_3}{T_1} \right) + G_2 c \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = 18,79 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$\frac{\phi_d}{T_0} + \sum_{\text{irr}}^B = G_3 s_3^B - G_1 s_1 - G_2 s_2$$

$$0 + \sum_{\text{irr}}^B = G_1 c \ln \frac{T_3^B}{T_1} + G_2 c \ln \frac{T_3^B}{T_2} = 13,43 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

Un esempio sono i motori a combustione interna dove il fluido (l'aria) è utilizzato come comburente. Ciò non è possibile, ad esempio, se si usa l'acqua come fluido operativo.

CICLI DIRETTI A GAS

PREMESSA

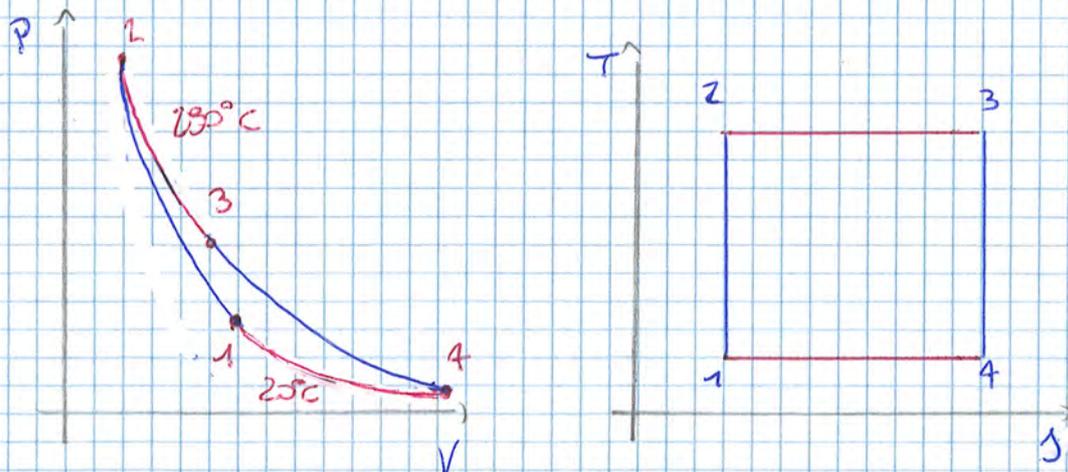
- Classificazione impartita delle macchine termiche

- Macchine monocomponente: le principali trasformazioni avvengono in un unico componente ben distribuito (gli scambi $Q-L$ avvengono completamente in un unico componente). Un esempio sono i sistemi cilindro-pistone.
- Macchine multicomponente: si utilizzano delle componenti dedicate, ^{di cui ciascuna} esegue una trasformazione. Sono dette anche macchine con deflusso, perché il fluido circola da un componente all'altro.

IPOTESI SEMPLIFICATIVE PER TUTTI I CICLI DI RIFERIMENTO

- Lavoriamo su trasformazioni reversibili
- Cicli in condizioni stazionarie (macchine che lavorano a regime)
- Trascurazione variazioni di e_k, e_p (non abbiamo significative variazioni di quota)
- Tipo di fluido operativo: ARIA STANDARD \rightarrow GAS IDEALE
- $c_p, c_v =$ costanti con la temperatura

CICLO DI CARNOT A GAS

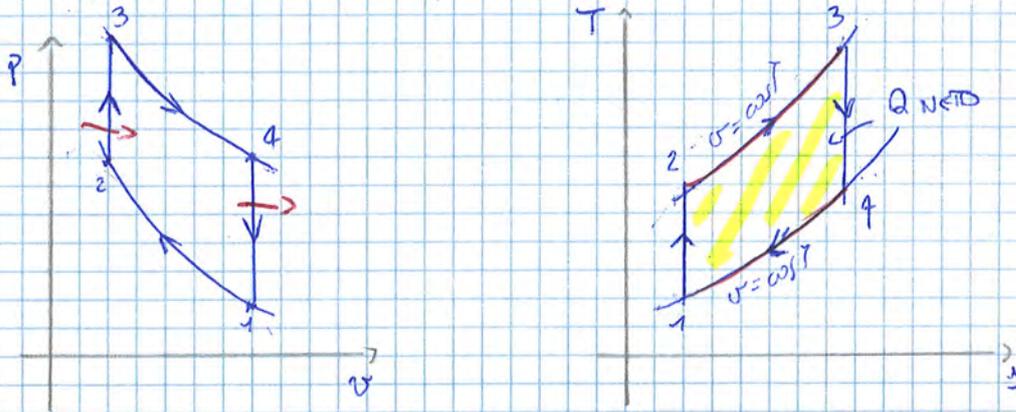


30/10/2014 APPUNTI

Conse cilindro-pistone ampie → fenomeni di attrito rilevanti.

CICLO OTTO IDEALE

Ciclo formato da 4 politropiche: 2 isocore e 2 adiabatiche



In Ts l'area sottesa dalla curva è pari al calore scambiato. Se modifichiamo il ciclo cambia il calore scambiato.

$$\eta = \frac{19231 - 19411}{19231} = 1 - \frac{19411}{19231} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} \quad \text{se } cv = \text{costante}$$

Poiché sono 4 politropiche, vale $T_1 T_3 = T_2 T_4 \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Rendimento Ciclo Otto ideale.

T_2 non è T_{max} come nel ciclo di Carnot

T_1 → Temperatura inizio ciclo

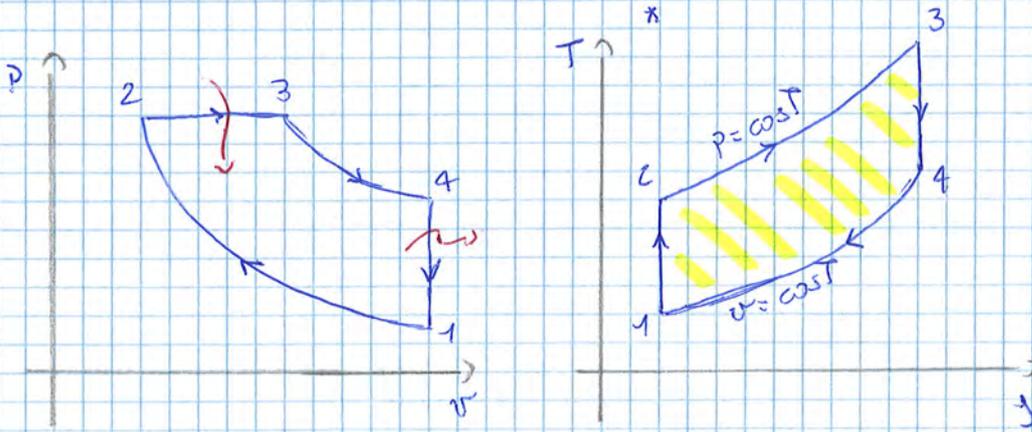
T_2 → Temperatura fine ciclo

Il ciclo di Otto è caratterizzato da due volumi (massimo e minimo)

$$\tau_v = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{RAPPORTO DI COMPRESSIONE}$$

ma $p v^\gamma = \text{cost}$
 $\frac{R}{v} T v^\gamma = \text{cost} \Rightarrow T v^{\gamma-1} = \text{cost}$

CICLO DIESEL IDEALE



→ Nel ciclo cambiano le pendenze delle trasformazioni a $p = \text{cost}$ e $v = \text{cost}$

$$\eta = \frac{Q_{23} - Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

Non è possibile semplificare le temperature (non è più valida la regola dei prodotti incrociati)

RAPPORTO VOLUMETRICO DI COMPRESSIONE $r_v = \frac{v_1}{v_2}$

RAPPORTO VOLUMETRICO DI ESPANSIONE (COMBUSTIONE) $r_i = \frac{v_3}{v_2}$

↳ Poiché fra 2 e 3 si introduce il combustibile

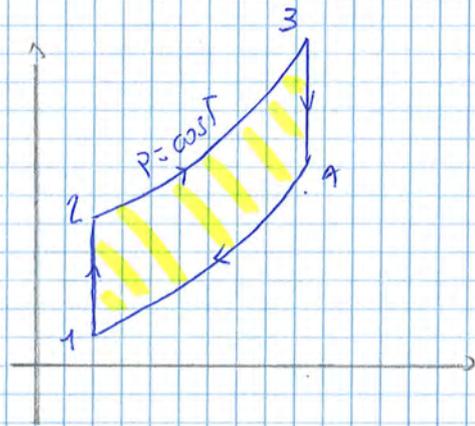
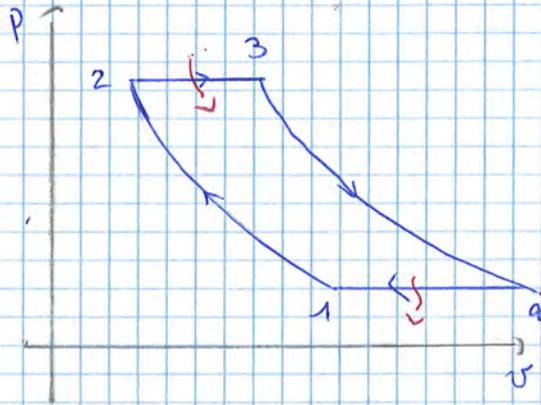
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{r_v^{\gamma-1}} \quad \eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{r_v^{\gamma-1}} \frac{(r_i^{\gamma}-1)}{(\gamma-1)} \quad \text{Se } r_v \uparrow \Rightarrow \eta \uparrow$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = r_i \quad \text{isobara}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} \frac{v_3^{\gamma} / v_4^{\gamma}}{v_2^{\gamma} / v_1^{\gamma}} = \frac{v_3^{\gamma}}{v_2^{\gamma}} = r_i^{\gamma}$$

↑
isobara

CICLO JOULE IDEALE



$$\eta = \frac{Q_{23} - Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Posso semplificare i c_p , entrambi a pressione costante

$$= 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

Valè la regola dei prodotti in croce, che ci permette le semplificazioni ($T_1 T_3 = T_2 T_4$)

Introduciamo il parametro (però il ciclo lavora tra due pressioni)

RAPPORTO
MANOMETRICO
DI PRESSIONE

$$r_p = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P v^\gamma = \text{cost} \Rightarrow \left(\frac{R T}{P}\right)^\gamma P = \text{cost} \Rightarrow P \left(\frac{T}{P}\right)^\gamma = \text{cost} \Rightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cost}$$

$$\Rightarrow P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T = \text{cost}$$

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Se $r_p \uparrow \Rightarrow \eta \uparrow$

Trova buona applicazione in macchine multicomponente



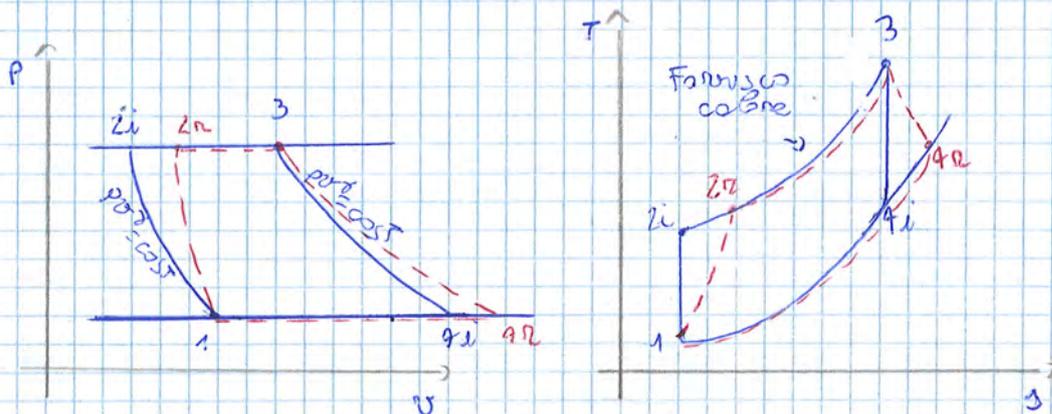
COMPRESSORE - SCAMBIATORE DI CALORE - TURBINA
- SCAMBIATORE DI CALORE

31/10/2014 APPUNTI

MODIFICHE SUL CICLO JOULE

Ciclo JOULE CON ATTRIZI

- Irreversibilità su compressori e turbine



Il punto 22 sul diagramma p-v è a una temperatura più alta

Da 2 a 3 fornisce calore allo scambiatore

1-2 compressore, 2-3 Scambiatore, 3-4 Turbina 4-1 Scambiatore o ambiente
in 4-1 ho un fluido più caldo e ottengo meno lavoro.

Calcoliamo il rendimento del ciclo

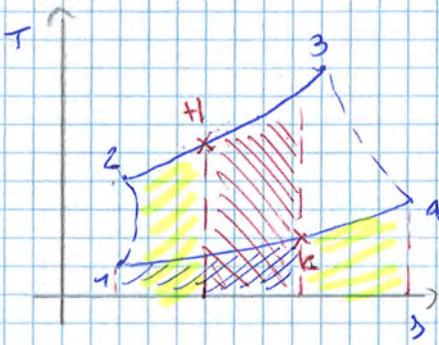
$$\eta = \frac{|q_{23r}| - |q_{41r}|}{|q_{23r}|} = 1 - \frac{|q_{41r}|}{|q_{23r}|} = 1 - \frac{c_p (T_{4r} - T_1)}{c_p (T_3 - T_{2r})} = 1 - \frac{T_{4r} - T_1}{T_3 - T_{2r}}$$

Non valgono le regole dei prodotti in croce (trasformazioni irreversibili)
Si può esprimere il rendimento in funzione delle macchine (Turbine e compressori)

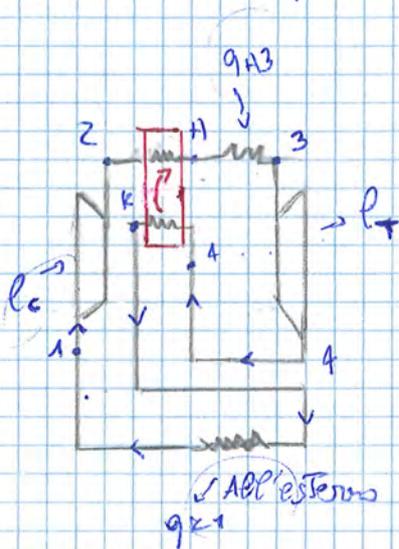
$$\eta = \frac{|l_{34r}| - |l_{12r}|}{|l_{23r}|}$$

$$= \frac{\eta_{TURB}^{iso} \cdot |l_{34i}| - \frac{|l_{12i}|}{\eta_{COMP}^{iso}}}{|l_{23r}|} = \frac{\eta_{TURB}^{iso} \cdot c_p (T_3 - T_{4i}) - \frac{c_p (T_{2i} - T_1)}{\eta_{COMP}^{iso}}}{c_p (T_3 - T_{2r})}$$

$$\eta_{comp}^{iso} = \frac{|l_{23i}|}{|l_{12i}|} = \frac{T_{2i} - T_1}{T_{2r} - T_1} \Rightarrow T_{2r} - T_1 = \frac{T_{2i} - T_1}{\eta_{comp}^{iso}} \Rightarrow T_{2r} = T_1 + \frac{T_{2i} - T_1}{\eta_{comp}^{iso}}$$



In T_4 la Temperatura è ancora elevata rispetto a $T_{ambiente}$, mentre in T_2 essa è più bassa di T_0 . Si può usare una fetta del calore che in $4 \rightarrow 1$ cede all'esterno per scaldare $2 \rightarrow 3$, in modo da utilizzare combustibile solo da un certo punto in poi su $2 \rightarrow 3$.
 Scaldi con i fumi caldi da 2 ad H.



Scambiatore rigenerativo: le portate entrano allo stato 4 ed escono ad H

Spendo, al netto, da H a 3 e butto all'esterno q_{K1} . Questo è ciò che vedo dall'esterno

$$\eta = \frac{(T_H - T_C)}{(T_H - T_A)}$$

$$\eta = \frac{q_{H3} - q_{K1}}{q_{H3}} = 1 - \frac{q_{K1}}{q_{H3}} = 1 - \frac{c_p(T_K - T_A)}{c_p(T_3 - T_A)}$$

Dall'operazione che lo compiamo, noto che la ridotta il denominatore, ovvero lo aumentato il rendimento

Se lo scambiatore rigenerativo è adiabatico rispetto all'esterno, le aree grigie sono uguali.

Area rossa \rightarrow Calore fornito da fuori
 Area blu \rightarrow Calore ceduto all'esterno

EFFICACIA DELLO SCAMBIATORE RIGENERATIVO

Si definisce T_{eff}

$$E_{RIC} = \frac{q_{eff}}{q_{max}} = \frac{\Delta h_{eff}}{\Delta h_{max}} = \frac{h_A - h_2}{h_A - h_2} = \frac{c_p(T_H - T_2)}{c_p(T_A - T_2)}$$

Ma Trovo in una situazione in cui in 2 parti del sistema scambio le stesse quantità di calore $|Q_{23}| = |Q_{41}|$ Tra le stesse Temperature.
 Il ciclo Stirling, è un ciclo noto approssimamente come regenerativo.

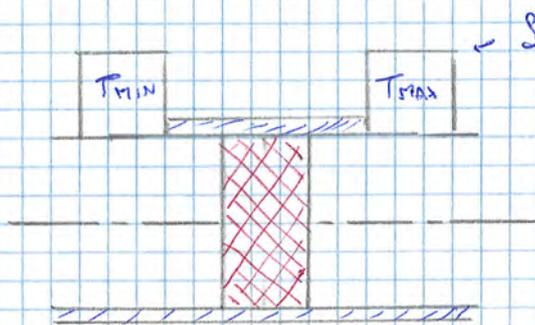
$$\eta = \frac{|Q_{34}| - |Q_{12}|}{|Q_{34}|} = 1 - \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|} = 1 - \frac{T_{MIN}(D_1 - D_2)}{T_{MAX}(D_3 - D_4)} = 1 - \frac{T_{MIN}}{T_{MAX}}$$

Ma $D_1 - D_2 = D_4 - D_3$ (le isoterme sono solo traslate l'una rispetto all'altra)

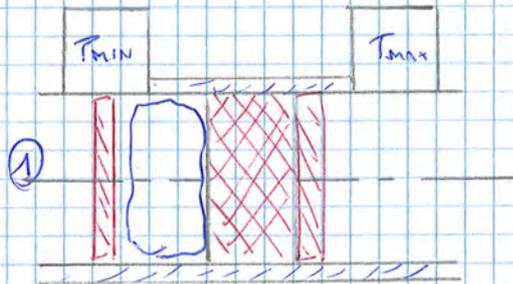
$$\eta_{STIRLING} = 1 - \frac{T_{MIN}}{T_{MAX}} = \eta_{CARNOT}$$

Pur potenzialmente ad alti rendimenti, il ciclo di Stirling non lo è stato molto fortuna per problemi di tipo tecnologico e impiantistico.

Esempio di ciclo Stirling

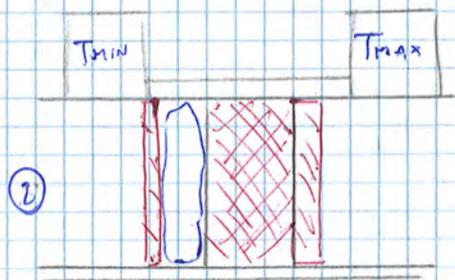


- Sospenti



- Compressione col pistone da sx a dx a T=cost (costo calore)

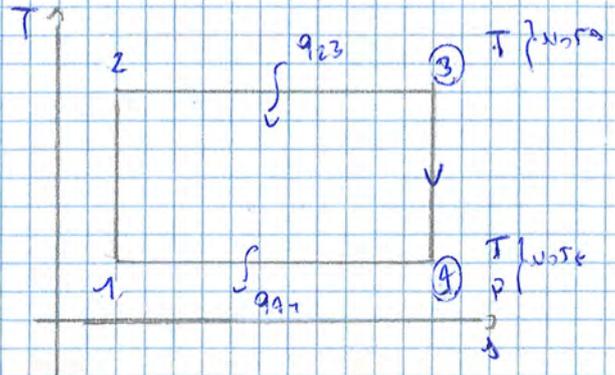
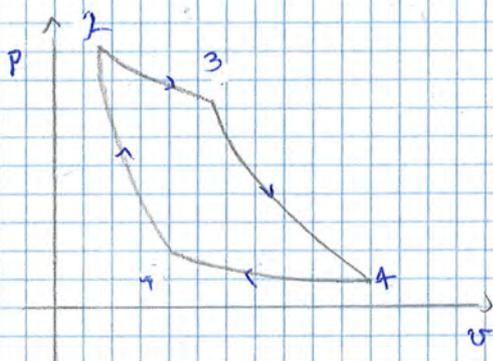
Compressione 1-2 a T=costante



03/11/2014 ESERCITAZIONE

6.1) Ciclo di Carnot ad 'Arva standard' si svolge tra $T_1 = 7^\circ\text{C}$ e $T_2 = 847^\circ\text{C}$

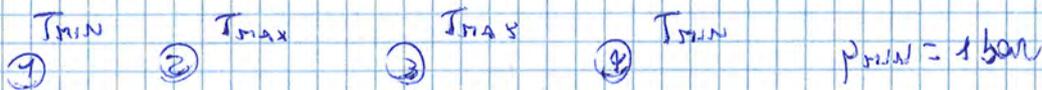
con un volume minimo di pressione pari a 1 bar e con un volume fornito alla temperatura massima pari a $120 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$. Si determini il valore della pressione in corrispondenza dei capisaldi ed il rendimento termico del ciclo.



$p_1 = 1 \text{ bar}$

$$v = \frac{R^* T_1}{p_1} = \frac{287,1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 280 \text{ K}}{10000 \text{ Pa}} = 8,04 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

SOLUZIONE



$$p_3 v_3^\gamma = p_4 v_4^\gamma \Rightarrow p \left(\frac{R^* T}{p} \right)^\gamma = \text{cost} \Rightarrow \frac{p T^\gamma}{p^\gamma} = \text{cost} \Rightarrow p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cost}$$

$$p T^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{cost} \Rightarrow p_3 T_3^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = p_4 T_4^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

$$\Rightarrow p_3 = p_4 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = 128 \text{ bar}$$

$q_{23} = \int T ds = T_{\text{max}} \Delta s$ Per un gas ideale $\Delta s = c_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - R^* \ln \left(\frac{p_3}{p_2} \right)$

$$\Delta s_{23} = s_3 - s_2 = -R^* \ln \left(\frac{p_3}{p_2} \right)$$

$$-\frac{\Delta s_{23}}{R^*} = \ln \left(\frac{p_3}{p_2} \right) \Rightarrow \frac{p_3}{p_2} = e^{-\frac{\Delta s_{23}}{R^*}} \Rightarrow p_2 = \frac{e^{-\frac{\Delta s_{23}}{R^*}}}{p_3} = 186 \text{ bar}$$

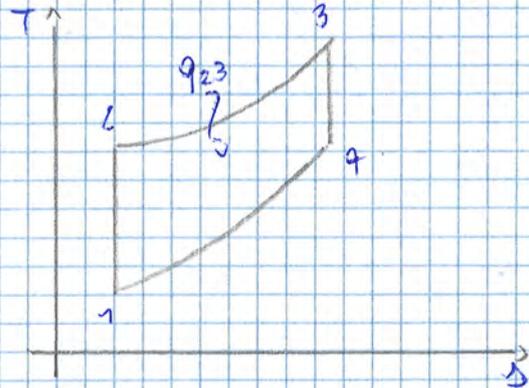
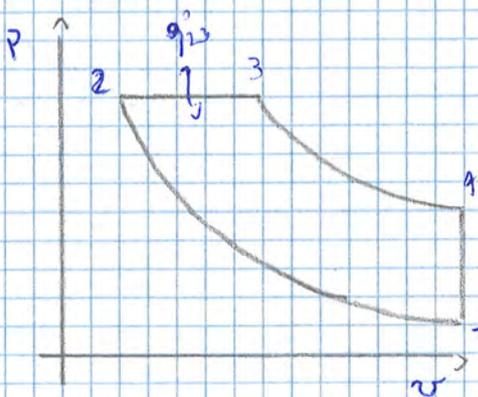
$$\textcircled{4} \quad p_3 v_3^\gamma = p_4 v_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\gamma = p_3 (v_1)^{-\gamma} = 9,78 \text{ bar}$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = 1381 \text{ K}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 56,5\% \quad \text{oppure} \quad \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

5.3 Ciclo Diesel ad "ans standard" con un $v_1 = 15$

Inizia la fase di compressione con $T = 15^\circ\text{C}$ $p = 1 \text{ bar}$; la quantità di calore fornita al sistema ad ogni ciclo mole 1800 kJ/k . Determinare p_2, T_2 in corrispondenza dei capisaldi e il rendimento Termico del ciclo



$$\textcircled{1} \quad T_1 = 15^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$\textcircled{2} \quad p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\gamma = 44,3 \text{ bar}$$

$$T_2 = 855 \text{ K}$$

$$\begin{cases} v_2 = \frac{p_1 v_1}{p_2} \\ v_3 = \frac{p_2 v_2}{p_3} \end{cases} \Rightarrow v_2$$

$$\textcircled{3} \quad q_{23} = c_p (T_3 - T_2) \Rightarrow T_3 = \frac{q_{23}}{c_p} + T_2 = 1648 \text{ K}$$

$$p_3 = p_2 = 44,3 \text{ bar}$$

$$\downarrow$$

$$v_3$$

$$\textcircled{4} \quad p_3 v_3^\gamma = p_4 v_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\gamma = p_3 \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^\gamma = 9,87 \text{ bar} \quad T_4 = \frac{p_4 v_4}{R} = 1408 \text{ K}$$

$$v_4 = v_1 \quad (v_4 = v_1)$$

$$\eta_{isc} = \frac{|Q_{ref}|}{|Q_{ref}|} = \frac{q_{21} - q_1}{q_{22} - q_1} = \frac{c_p (T_{21} - T_1)}{c_p (T_{22} - T_1)} \Rightarrow (T_{22} - T_1) = \frac{(T_{21} - T_1)}{\eta_{isc}}$$

$$\Rightarrow T_{22} = T_1 + \frac{T_{21} - T_1}{\eta_{isc}}$$

③ A T_{22} ho dei flussi di esseri: con la rigenerazione posso portare il gas fino allo stato n (al limite potrebbe tendere a T_1)

$$\eta_{RSC} = \frac{|Q_{ref}| - |Q_{ref,c}|}{q_{H3}} \quad \text{Devo trovare il punto } n$$

$$q_{H3} = c_p (T_3 - T_4) \quad \epsilon = \frac{T_H - T_{22}}{T_{42} - T_{22}} = 80\% \Rightarrow T_H = 771,6 \text{ K}$$

$$\eta_{RIG} = 32\%$$

$$Q_{34} = \int_3^4 T ds = T_3 \Delta S = T_3 (S_4 - S_3)$$

$$\Delta S = n \Delta s \quad \text{Per un pos. ideale} \quad ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dp}{p} = c_v \frac{dT}{T} - R^* \frac{dv}{v}$$

$$\Rightarrow \Delta S = n \Delta s = n R^* \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$Q_{34} = 953 \text{ J} \Rightarrow L_{\text{NETTO}} = 586 \text{ J}$$

APPUNTI

PREMESSA SUI SISTEMI MULTIFASE

FASE DI UN SISTEMA

La fase è una quantità di materia che ha le seguenti caratteristiche:

- Composizione omogenea (a livello macroscopico)
- Superficie di confine ben definita
- Vi è un solo stato di aggregazione

Transizione di fase \Rightarrow una quantità di materia passa da una fase all'altra (parte di materia in uno stato di aggregazione, parte in un altro)

REGOLA DELLE FASI (o di GIBBS)

Dato una certa quantità di materia, lega la varianza ad altre grandezze

$$V = C - F + 2$$

$V \rightarrow$ VARIANZA \Rightarrow Numero variabili indipendenti intensive (p, T , composizione sistema)

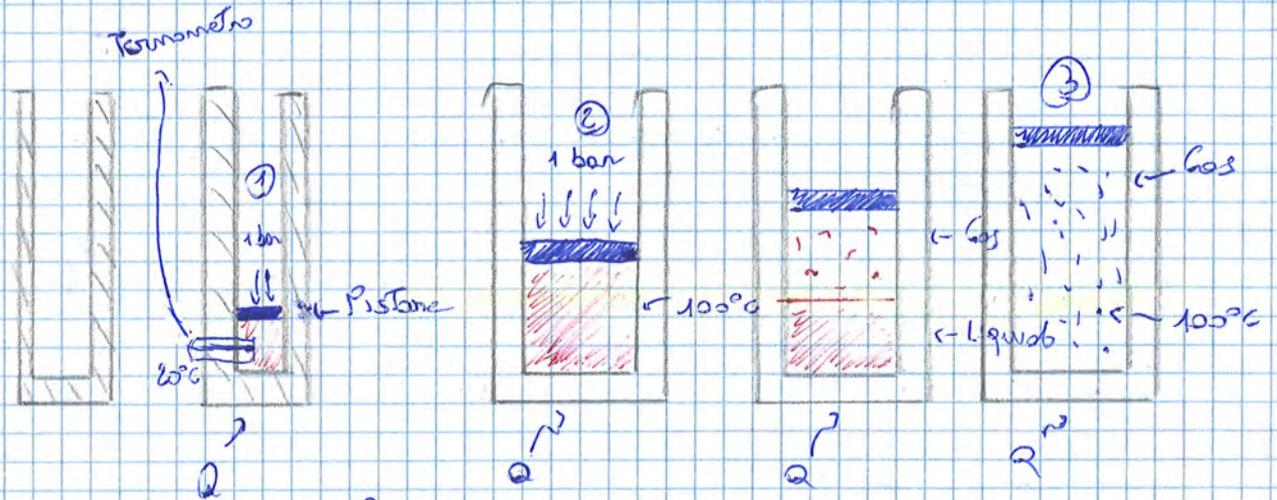
$C \rightarrow$ Numero componenti chimici distinti del sistema

$F \rightarrow$ Numero delle fasi

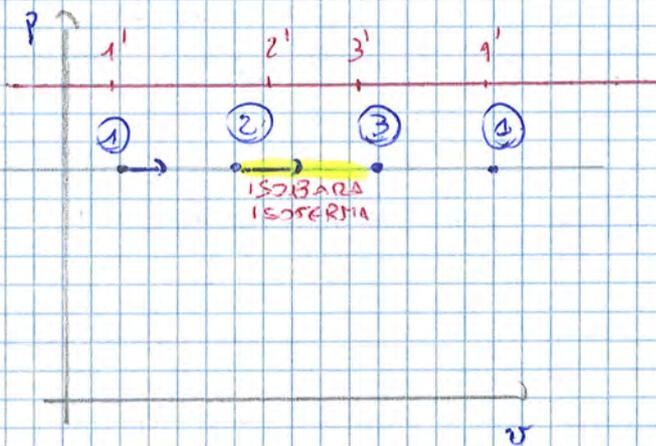
• Esempi

A) Stesso stato di aggregazione, tre sostanze diverse miscelabili (nell'aria, i gas sono tutti mescolati e non distinguibili singolarmente)

$V = 4 \Rightarrow$ 4 coordinate indipendenti (dobbiamo dare 4 informazioni: 2 coordinate che danno le composizioni percentuali dei 3 più rilevanti gas (la terza si ricava), pressione e temperatura)

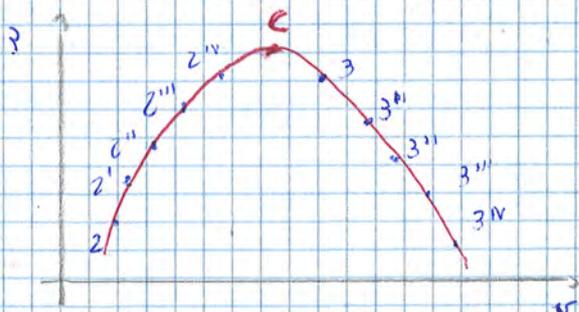


A mano a mano che fornisco calore, l'acqua tende a dilatarsi (aumenta il volume facendo salire il pistone).



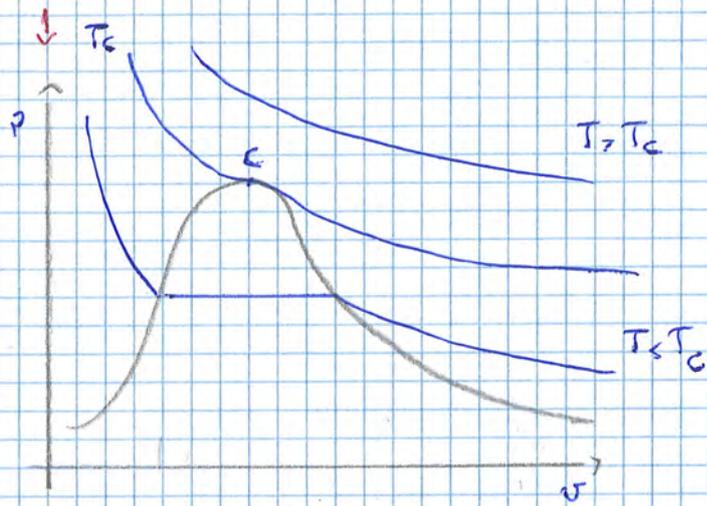
Dopo 2 il legame tra p e T tende a svanire: continuo a fornire calore ma esso non va ad aumentare la temperatura (per questo è detto **CALORE LATENTE**), ma rompe i legami che tengono insieme le molecole d'acqua (mantenendo la composizione percentuale): siamo a **Varianza 1** la **Stato 3** è quello in cui l'ultima parte di liquido è diventata vapore: se continuassi a fornire calore, anche solo per poco, la temperatura riprenderebbe a salire, così come il pistone.

Un qualsiasi punto tra 2 e 3 è un punto in cui coesistono fase liquida e fase vapore (ciò giustifica **Varianza 1**)



Luogo dei punti 3 → Punti di inizio condensazione (se raffreddato)

Luogo dei punti 2 → Punti di inizio evaporazione (se riscaldato)

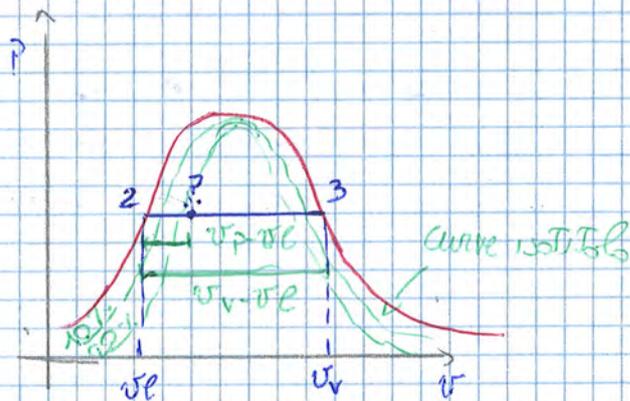


06/11/2014 APPUNTI

TITOLO DEL VAPORE

$$x = \frac{M_v}{M_{TOT}} = \frac{M_v}{M_v + M_l} \quad M_v = \text{Massa allo stato di vapore}$$

0,5 x 10⁻¹

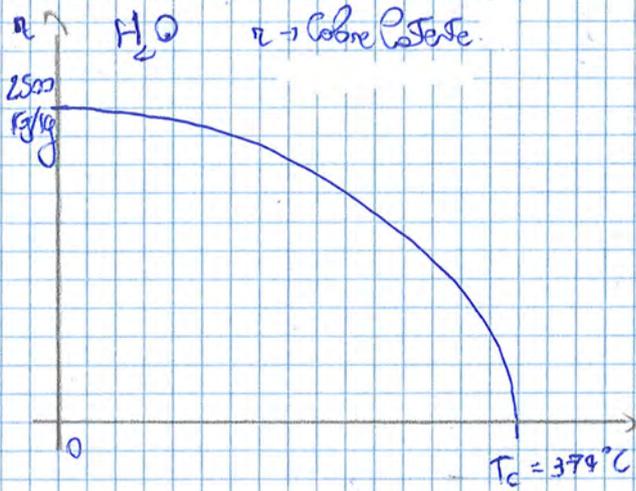


$$V_{TOT} = v_l + v_v \quad (V_{liquido} + V_{vapore})$$

$$M_{TOT} \cdot v_{TOT} = M_l \cdot v_l + M_v \cdot v_v$$

$$v_{TOT} = \frac{M_l}{M_{TOT}} v_l + \frac{M_v}{M_{TOT}} v_v$$

$v_{TOT} = (1-x) v_l + x v_v = v_p$ Dato una generica grandezza, (volume specifico nel nostro caso) è una media pesata dei volumi specifici delle masse nelle diverse condizioni.



Per $T > T_c \Rightarrow r = 0$

CALCOLO DEI CALORI LATENTI

1) Scriviamo il I principio

$$dq - dT = du \Rightarrow dq - p dv = du$$

$$\Rightarrow \int_{2,3} dq - \int_{2,3} p dv = u_3 - u_2$$

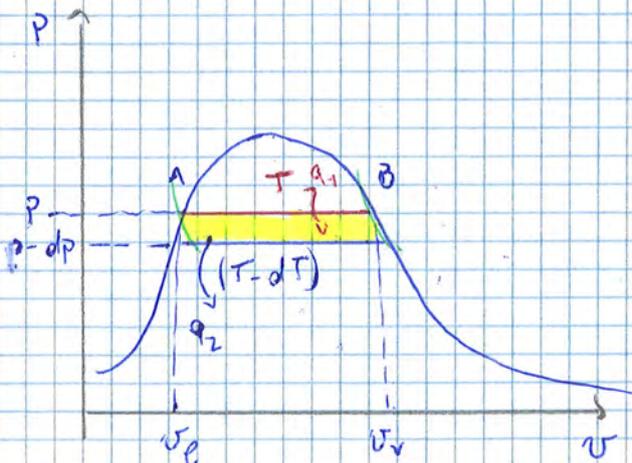
Integro tra stati 2 e 3
a pressione costante

$$\Rightarrow Z = p(v_3 - v_2) + u_3 - u_2 \Rightarrow r = u_3 + p v_3 - (u_2 + p v_2)$$

$$r = h_3 - h_2 = h_v - h_l$$

$h_v \rightarrow$ Entalpia vapore saturo } Tab. vapore a press. triomane
 $h_l \rightarrow$ Entalpia liquido saturo } sulle tabelle

2) EQUAZIONE DI CLAUDIUS-CLAPEYRON



Scriviamo un ciclo di Carnot tra

$$T_1 \text{ e } (T - dT)$$

Il rendimento è

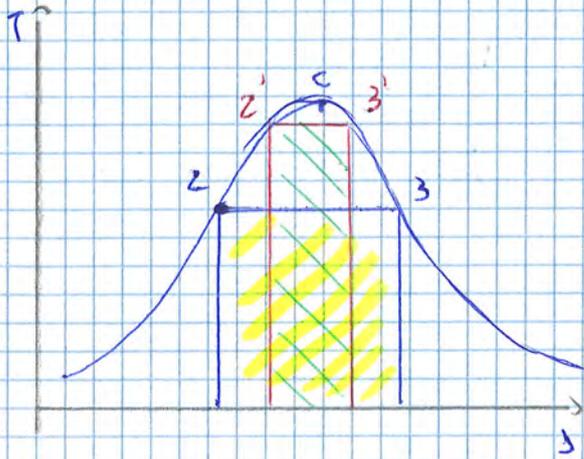
$$\eta = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$q_1 - q_2 = dq \Rightarrow \text{Sono calori molto vicini}$$

q_1 corrisponde a r

$$T_1 = T$$

$$T_2 = T - dT$$

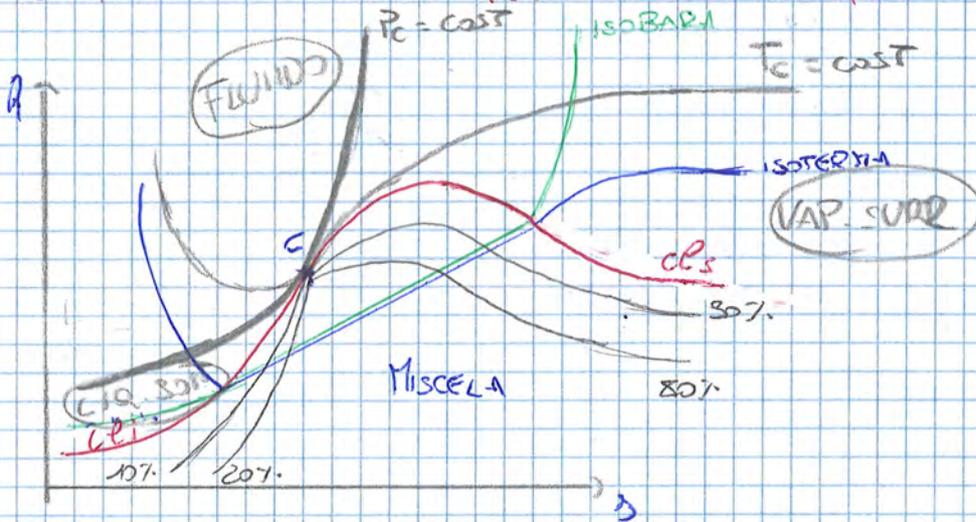


Si come le aree sottese rappresentano del calore, quello giallo è il calore latente. Mano a mano che mi avvicino a c, il calore (e quindi l'area) si riduce.

Area < Area => Calore latente < Calore latente

$$\text{Area} = \int_{z_2}^{z_3} T dz = z = q_{23}$$

• DIAGRAMMA DI MOLLIER PER IL VAPOR D'ACQUA



Nel caso dei cambiamenti di stato il legame entalpia non è più semplice come per i gas ideali; per questi si introduce il diagramma di Mollier

Isobare e isoterme fanno andamenti lineari nell'interno delle curve limite. Al di fuori tendono a diventare isentalpiche e isoterme.

- Curve isotipolo
- Isobare
- Isoterme
- cl.s - cl.s
- Tc = cost
- Pc = cost

Una cosa fare l'interpolazione tra P_A e P_B e tra 40 e 45

$$\frac{42-40}{45-40} = \frac{P_C - P_A}{P_B - P_A} \quad P_C = 3291,8$$

② Sistema cilindro pistone

15 gr H_2O 5 bar $V_1 = 5960 \text{ cm}^3$. Trasformazione a $T = \text{cost}$ cedendo

$Q = -7 \text{ kJ}$ e ricevere un lavoro meccanico $\Delta L = -0,5 \text{ kJ}$
Calcolare il volume finale occupato dall'acqua.



① $M = 15 \text{ g}$ $p_1 = 5 \text{ bar}$
 $V_1 = 5960 \text{ cm}^3$

② $T_2 = T_1$
 $n_2 = n_1$

Sistema chiuso a massa costante

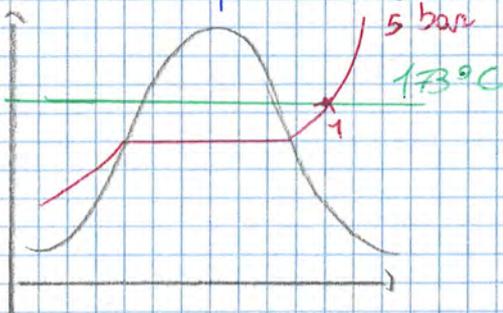
$Q_{12} \text{ nota}$ $Q_{12} = -7 \text{ kJ}$ $\Delta L_{12} = -0,5 \text{ kJ}$
 $V_2 = ?$

$$Q - \Delta L = \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p$$

↳ Non aumento di quota o di velocità

$$Q - \Delta L = U_2 - U_1$$

Cerchiamo di capire dove si trova l'acqua rispetto alla curva $P-T$.



$$v_1 = \frac{V_1}{M} \Rightarrow p_1 = \frac{M}{V_1} = 2,5168 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Verifichiamo l'acqua a 5 bar in stato di saturazione: i valori sono fuori dalle curve $P-T$. Ci troviamo nel monophasico

Troviamo una temperatura facendo l'interpolazione tra $T = 170^\circ\text{C}$ e $T = 180^\circ\text{C}$

Otteniamo $T_1 = 173^\circ\text{C}$

$$v_1 = 2675,0 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} \Rightarrow U_1 = u_1 \cdot M$$

Dal primo principio

$$U_2 = U_1 + Q - \Delta L$$

A questo punto, sapendo che la trasformazione è isoterma,

10-11-2019 ESERCITAZIONE 2

7.3) Ricavare il calore latente dell'acqua a 60°C usando sia le Tabelle sia l'equazione di Clausius-Clapeyron. Calcolare poi la scostamento percentuale tra i due valori ottenuti.

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 z: & \quad z = h_v - h_l \quad h_v = 2608,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad h_l = 251,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \\
 & \quad z = T \cdot (v_v - v_l) \frac{dp}{dT} \quad p_v = 0,13043 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad p_l = 983,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
 \end{aligned} \right\} \\
 & \quad z' = 2358 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \\
 & \quad z'' = 2406 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}
 \end{aligned}$$

60	bar	60	bar	$\Rightarrow \frac{dz}{dT} = \frac{0,20883 - 0,19947}{61 - 60}$
60	0,19947	61	0,20883	

Ho un'informazione e tratti: faccio una derivata numerica

Se l'equazione di Clausius-Clapeyron non fosse approssimata, avrei dovuto ottenere il valore che si trova utilizzando le Tabelle

ERR % = 2%

7.4

Una portata di 0,5 kg/s di vapore umido a 3 bar e con TSG 90% viene parzialmente condensata a pressione costante all'interno di uno scambiatore di calore.

Valutare il TSG della miscela di liquido e vapore all'uscita dello scambiatore nelle ipotesi che lo scambiatore operi in condizioni di stazionarietà, che siano trascurabili le variazioni di energie potenziale e cinetica fra ingresso ed uscita e che il flusso termico scambiato sia 0,25 MW

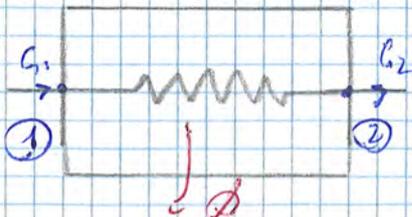
0,25 MW

$q = 0,5 \text{ kg/s} \quad p = 3 \text{ bar}$

$x = 0,90 = 90\%$

Lo scambiatore sottrae energia perché si vuole condensare il fluido

$G_1 = G_2 = G$



+ CICLI DIRETTI A VAPORE

• ASPETTI GENERALI

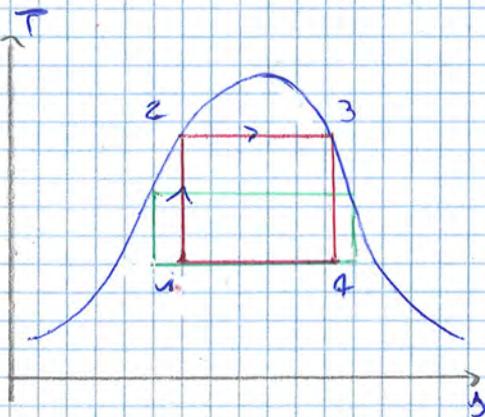
- fasi presenti: non sono cicli monofase ma operano con fluidi in fasi diverse
- Tipo di sorgente: nei cicli a vapore la sorgente è sempre esterna (i fluidi operativi utilizzati non sono adatti ad essere fluidi combustibili)
- Sistemi multicomponente
- Fluidi impiegati: il fluido operativo è acqua

Una avrebbe Temperature di condensazione a 1 bar Troppo basse (-200°C), essa ha temperatura critica compresa tra -100 e -200°C : ne segue che essa è inadatta per eseguire cicli a vapore (infatti a Tambiente l'aria è un gas, dove).

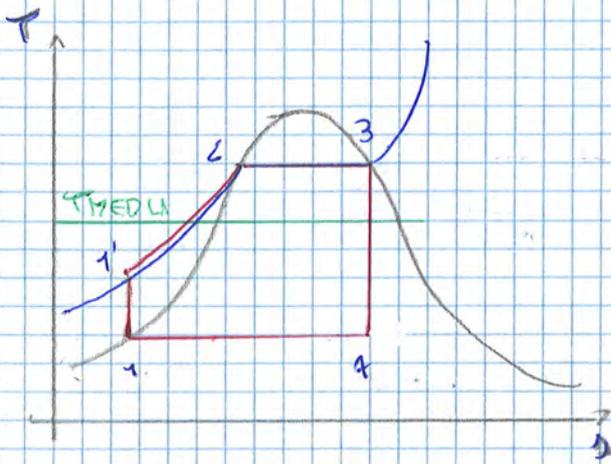
• VINCOLI TECNOLOGICI

- Scambi di calore avvengono in componenti dedicate (scambiatori di calore)
- Scambi di lavoro avvengono anch'essi in componenti dedicate:
 - Compressione di fluido in stato di vapore \rightarrow COMPRESSORE
 - Compressione di liquido \rightarrow POMPA
 - Scambio di lavoro con un vapore \rightarrow TURBINA A VAPORE

• CICLO DI CARNOT A VAPORE



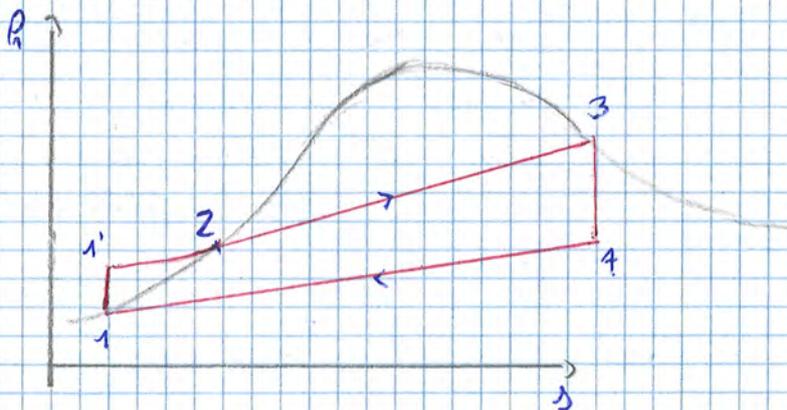
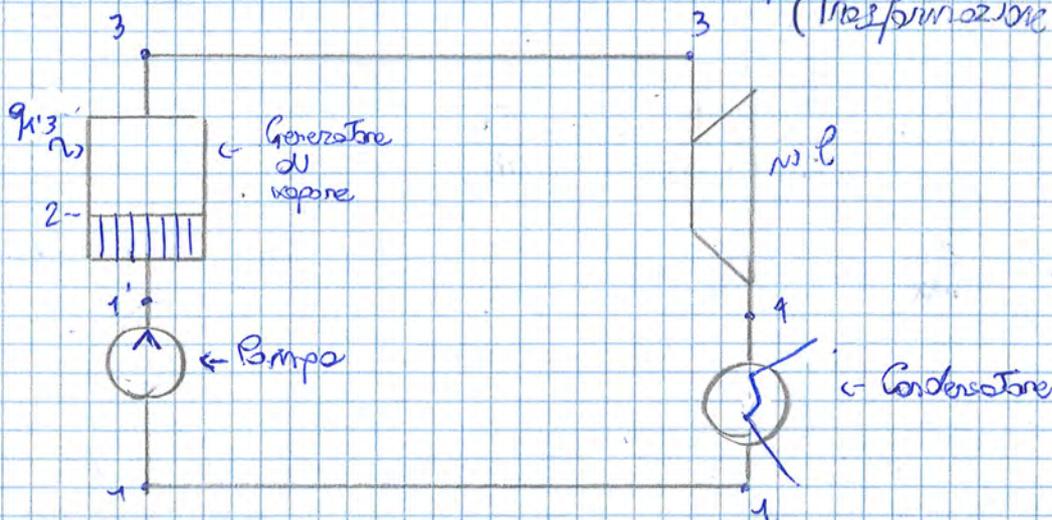
Deve essere svolto all'interno delle curve limite (isoterma è anche isobara \rightarrow posso utilizzare gli scambiatori, che sono isobari)



per quella determinata pressione (pre riscaldamento)
 la fase 2-3 rimane non modificata.
 Da 3 a 4 ho un'espansione equivalente a quella di Carnot. Questo impianto è realizzabile a quella impiantistica

Da 1 a 1' la pompa realizza una compressione; la pressione aumenta più rapidamente di quanto non lo faccia la temperatura (Trasformazione adiabatica)

SCHEMA IMPIANTISTICO



$$\eta = \frac{L_{34} - |L_{11'}|}{q_{1'3}}$$

Perché il fluido liquido ha bassa comprimibilità, il lavoro svolto dalla pompa è molto minore del lavoro delle turbine

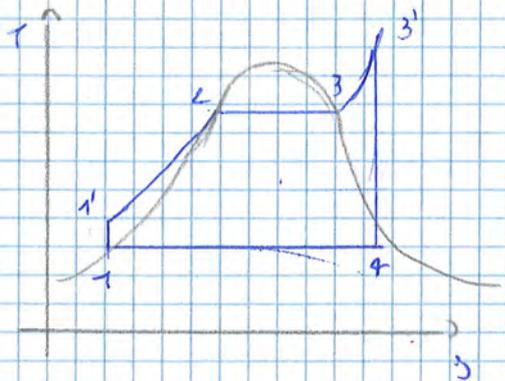
$$|L_{34}| \gg |L_{11'}|$$

Questo ciclo è realizzato con fluidi organici anziché con l'acqua.

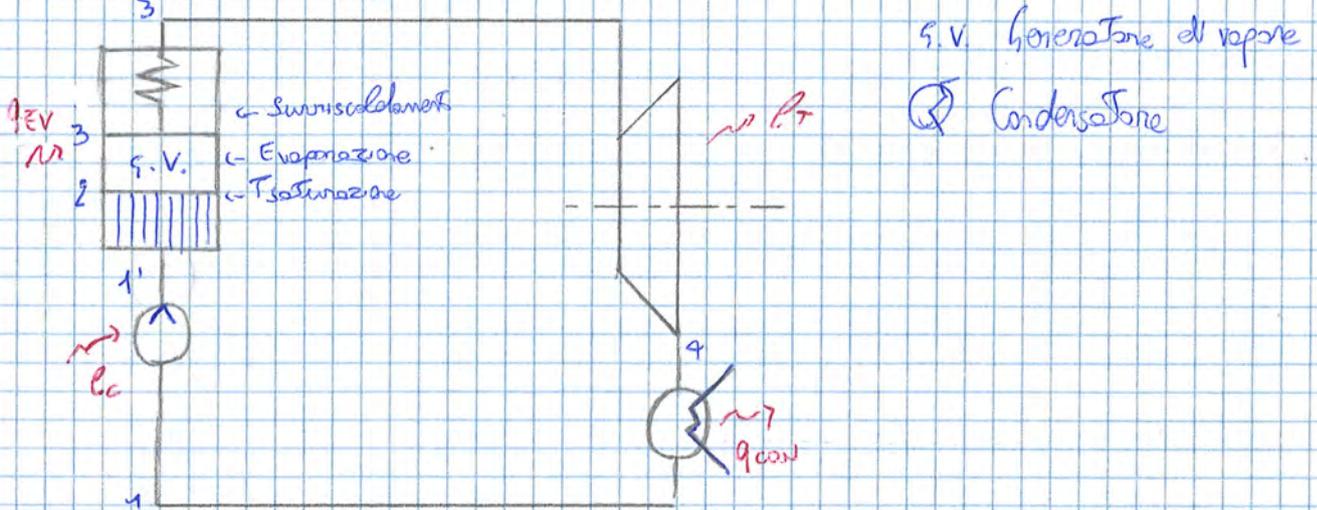
In 1' → 2 il calore è fornito a $T \neq \text{costante} \Rightarrow$ rendimento è minore del

12-11-2014 **APPUNTI**

2- CICLO RANKINE A VAPOR SURRISCALDATO (HIRV)



SCHEMA IMPUNITISTICO



$$\eta = \frac{L_{3'4} - |L_{11'}|}{q_{1'3'}}$$

$L_{3'4} \gg |L_{11'}|$ (Lavoro Turbina molto maggiore lavoro compressore)

Questo ciclo aumenta il rendimento

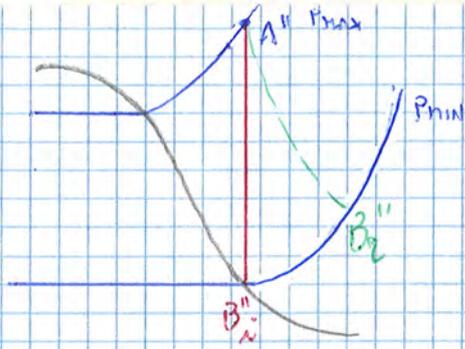
$$\eta = 1 - \frac{T_{MIN}}{T_{MED}}$$

Ona T_{MED} è più elevata, poiché 3' si trova più in alto

Le turbine lavorano in una condizione migliore per i materiali con cui operano. 3' può arrivare all'incirca a 600°C in base al materiale di cui sono fatte le turbine → Svincolo da T_c .

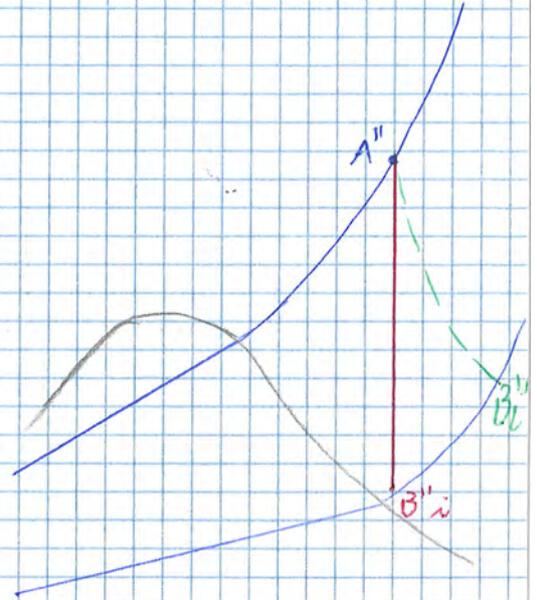
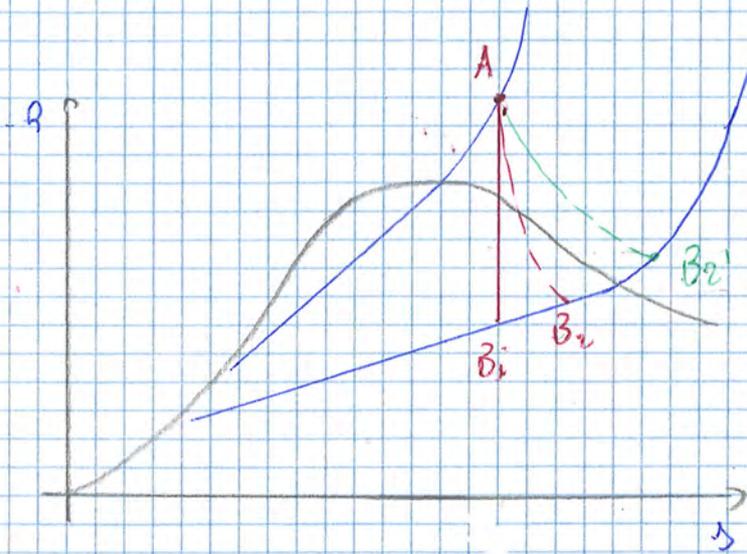
- È possibile realizzare un impianto a circuito aperto?

Invece di condensare, ripete il fluido, ad esempio l'acqua, in ambiente, lasciando il compito di raffreddare. C'è teoricamente possibile nel ciclo a vapore, ma non viene mai realizzato.



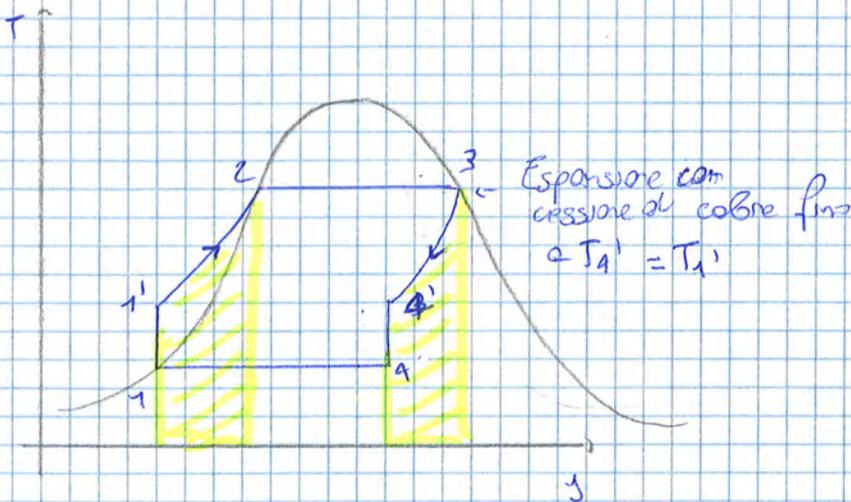
Se la Bideale è più fuori dalle curve limite, allora sicuramente la Bideale si troverà all'esterno

TRASFORMAZIONI NEL DIAGRAMMA DI STOLLER



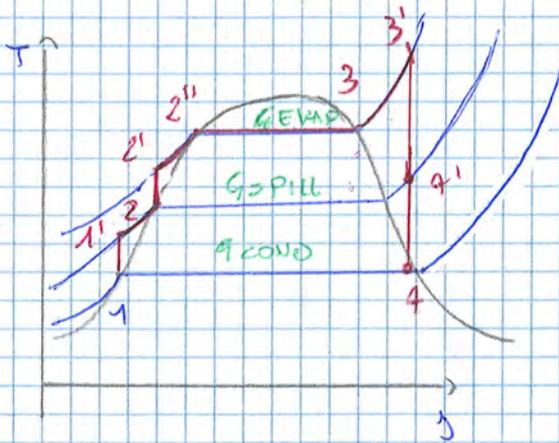
3. CICLO RANKINE RIGENERATIVO

RIGENERAZIONE CONTINUA (IPSETTICA)



Se 3-4' è una traslata di 1'-2 ⇒ le aree sottese coincidono ⇒ Poiché le aree nel T_s sono reciprocamente scambiate di segno, Aseguita di ciò, otteniamo

$$\eta = \frac{q_{23} - |q_{41}|}{q_{23}} = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}} = 1 - \frac{T_2(s_4 - s_1)}{T_2(s_3 - s_2)}$$



Compressore parziale $1 \rightarrow 1'$
 Il riscaldamento avviene nello scambiatore grazie al fluido estratto.
 Il fluido nello stato $1'$ viene estratto (è vapore) e inviato allo scambiatore.
 Il raffreddamento del vapore lo porta quasi subito a saturazione: ciò fa sì che lo scambio di calore avvenga a favore di un aumento della fase liquida. Da $4'$ è necessario passare a 2 .

Solo una parte di fluido va a condensazione (4 è all'interno delle curve limite)

RENDIMENTI IN TERMINI DI POTENZA

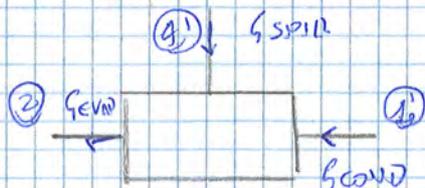
Energia utile $\rightarrow G_{EVAP} (h_{3'} - h_{4'}) \leftarrow$ $\frac{I \text{ stato Turbina AP}}{I \text{ stato Turbina BP}}$ $+ G_{COND} (h_{4'} - h_4) - [G_{EVAP} (h_{2'} - h_2) + G_{COND} (h_{1'} - h_1)]$
 Potenza pompa

Energia spesa $\rightarrow G_{EVAP} (h_{3'} - h_{2'}) \leftarrow$ Potenza spesa dell'evaporatore

$$\eta = \frac{G_{EVAP} (h_{3'} - h_{4'}) + G_{COND} (h_{4'} - h_4) - [G_{EVAP} (h_{2'} - h_2) + G_{COND} (h_{1'} - h_1)]}{G_{EVAP} (h_{3'} - h_{2'})}$$

$$= \frac{h_{3'} - h_{4'} + \frac{G_{COND}}{G_{EVAP}} (h_{4'} - h_4) - [(h_{2'} - h_2) + \frac{G_{COND}}{G_{EVAP}} (h_{1'} - h_1)]}{h_{3'} - h_{2'}}$$

1) $\eta = \eta(Q)$ RENDIMENTI IN FUNZIONE DELLE ENTALPIE



Conservazione della massa
 $G_{EVAP} = G_{SPIR} + G_{COND}$

Conservazione dell'energia (I principio)

$$G_{EVAP} \cdot h_2 = G_{SPIR} \cdot h_{4'} + G_{COND} \cdot h_{1'}$$

13-11-2014 APPUNTI

CICLI INVERSI A VAPORE

Fluidi viscosi

• Effetto Joule-Thomson

↳ Si realizza quando sono significativi gli effetti degli attriti



Brusco restringimento di sezione \Rightarrow Incremento dell'effetto delle irreversibilità

Lavorando in condizioni stazionarie, con una portata in ingresso e una in uscita, in un sistema rigido termicamente isolato e trascurando variazioni di quota

- Condizioni stazionarie

$$- \dot{m}_i = \dot{m}_u = \dot{m}$$

$$- \dot{Q} = 0$$

$$- \phi = 0$$

$$- \Delta e_p = \Delta e_k = 0$$

• Scriviamo il Teorema dell'energia cinetica

$$\dot{e}_k + \dot{e}_p + \dot{e}_{ek} + \dot{e}_{ep} + \dot{e}_{rdp} = 0$$

$$\dot{e}_p = - \int v dp = -v(p_u - p_i) = v(p_i - p_u)$$

Poiché $\dot{e}_p > 0$ sempre $\Rightarrow p_i > p_u$

• Conservazione dell'energia (I principio)

$$\dot{q} - \dot{e}_k = \Delta h + \dot{e}_{ek} + \dot{e}_{ep}$$

$$\Delta h = 0 \Rightarrow h_i = h_u$$

• II principio

$$ds = \frac{\dot{q}}{T} + ds_{irr}$$

$$ds = ds_{irr} > 0 \Rightarrow s_u - s_i > 0 \Rightarrow s_u > s_i$$

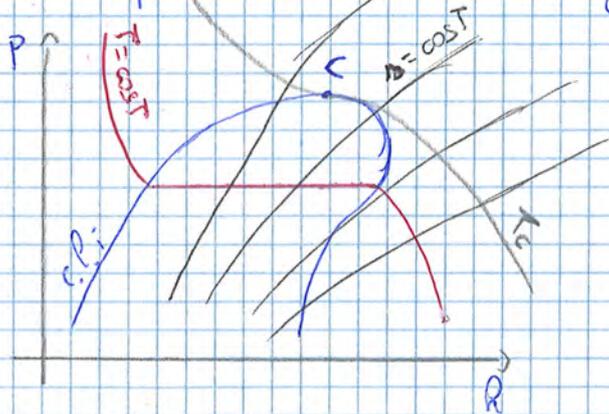
• Cicli inversi sono in maggioranza e vengono perché consentono maggior rendimento (così è per i frigoriferi, pompe di calore...). Cicli inversi e fasi si utilizzano in applicazioni particolari (aeronautica)

• Diagrammi utilizzati:

- Gibbs (T-s)
- Pressione-Entropia

• DIAGRAMMA P-R

Spesso la pressione si trova in scala logaritmica



C punto critico

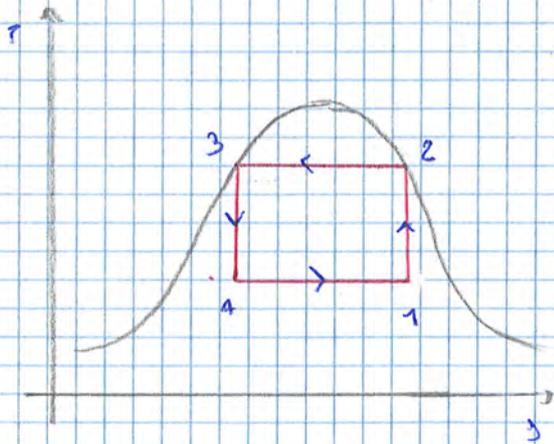
$n \rightarrow$ Isentropiche

$n \rightarrow$ Isoferme

$n \rightarrow$ Isoferma critica

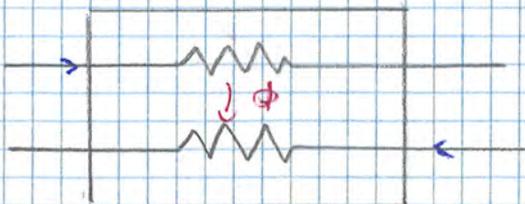
$n \rightarrow$ Curve limite

• CICLO INVERSO DI CARNOT A VAPORE



Acqua nei cicli inversi \rightarrow spesso si scende sotto gli 0°C e quindi si hanno dei problemi nel caso si utilizzi l'acqua (retrocondensazione, solidificazione...). I fluidi che si utilizzano sono altri

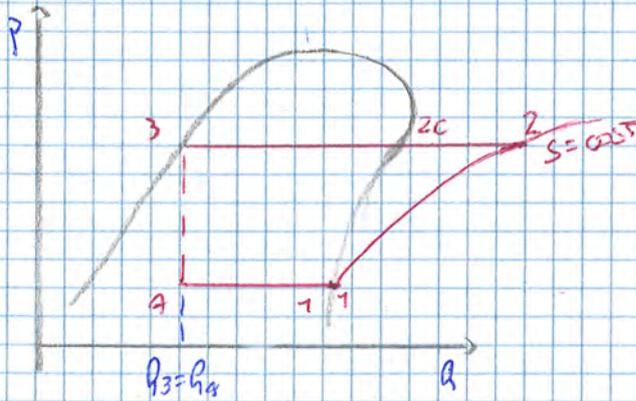
Scambiatore - Rappresentazione



Il scambiatore Carnot con isobare, per cui il ciclo di Carnot, che Carnot con isoterme, deve essere realizzato all'interno di curve limite (dove le isobare sono anche isoterme)

Valvola di Joule - Thomson / di laminazione \rightarrow Abbasso p , quindi $T \downarrow$ poiché sono nelle curve limite. Tale valvola riduce notevolmente la sezione ma è fortemente irreversibile $\rightarrow \uparrow$

Valvola J-T $\Rightarrow p \downarrow, T \downarrow \rightarrow \uparrow$



3 \rightarrow 4 Isotallipica

Evaporatore è uno scambiatore di calore

Il principio per scambiatori

$$\dot{q} = \dot{q} (h_{m,i} - h_{i,i}) = \dot{q} \cdot q$$

Questo impianto può essere utilizzato sia come frigorifero che come pompa di calore

$$E_{FR} = \frac{1.911}{|P_{12}|} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

$$E_{PC} = \frac{1.923}{|P_{12}|} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$$

L'effetto utile, per la pompa, è il calore portato all'esterno q_{23} . L'energia spesa è sempre P_{12}

I salti di entalpia si leggono particolarmente bene nel diagramma h-s

L'evaporatore, se voglio lavorare a 2°C , devo lavorare a una temperatura inferiore. Tra T_{fluid} e T_{a} ci vogliono portandoci un ΔT .

(-). Analisi discorsiva vale per il condensatore.

Condensazione ad almeno 20.1°C (in genere $25-30^\circ\text{C}$)

Se quindi lavoro tra 2°C e 20°C , devo allargare le curve (quella rossa), a discapito di un peggioramento del rendimento.

Ciò perché, ad esempio, l'evaporatore non è perfettamente adiabatico e del calore entra dall'esterno, aumentando la temperatura.

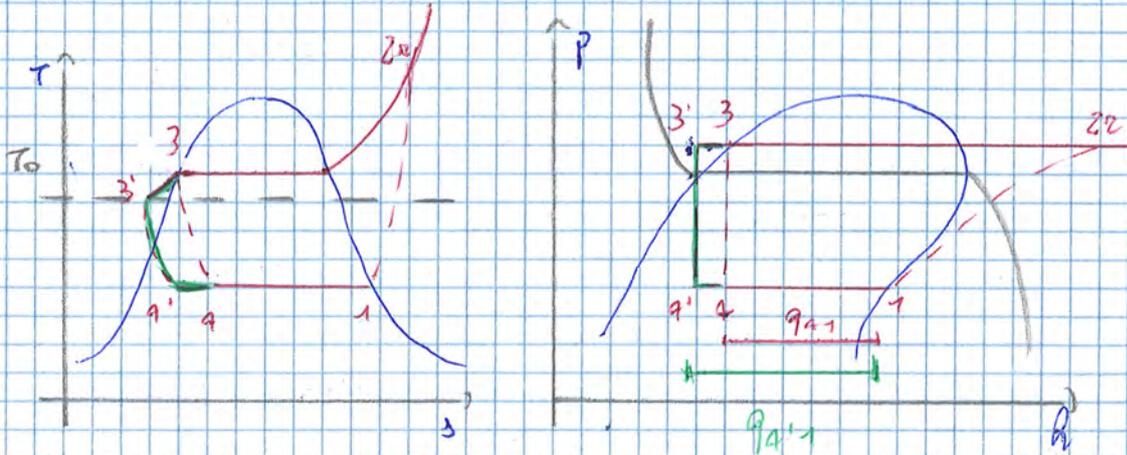
Nella realtà le compressioni, inoltre, sono significativamente irreversibili

TORINO, 13-11-2019 APPUNTI

MODIFICHE AL CICLO A SEMPLICE. COMPRESSIONE DI VAPORE

1. SOTTRAFFREDDAMENTO

Tenta di aumentare la parte utile



Andiamo fino a 3' e poi di lì fino a 4'

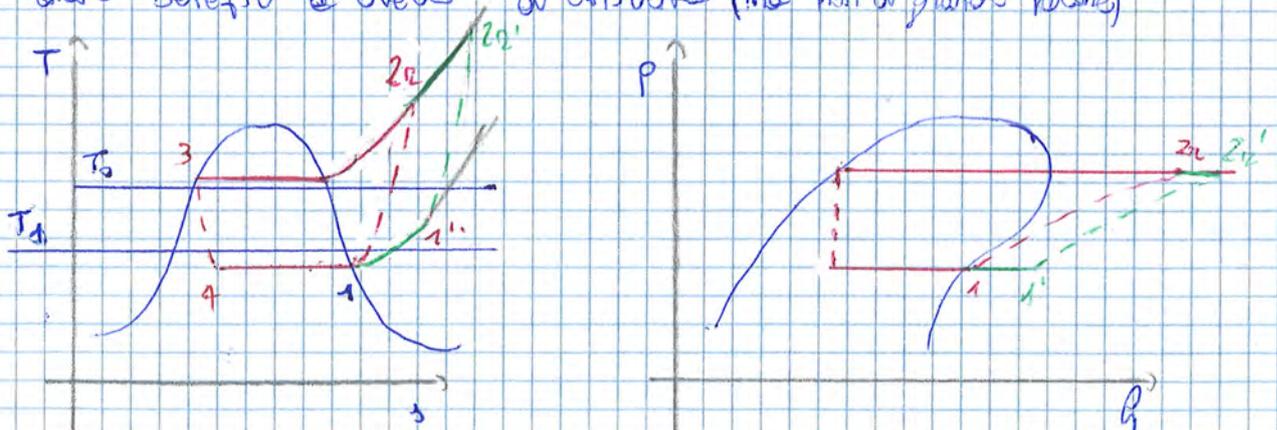
$$\eta_F = \frac{19_{4'1'}}{19_{221}}$$

Efficienza frigorifera

Aumentare la parte utile lasciando invariate le T_{12} . Il sottraffreddamento è possibile a temperature superiori (teoricamente di almeno un infinitesimo) a quelle in cui il condensatore si trova ad operare. Utilizzare l'ambiente esterno fa sì che T_0 sia il nostro limite.

2. SURRISCALDAMENTO

Il surriscaldamento nasce per motivi di protezione impiantistica e può dare beneficio e quello di efficienza (ma non di grande valore)

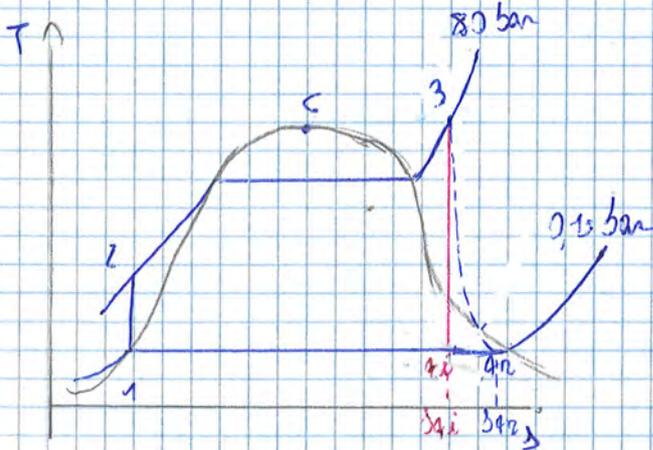


Questo approccio nasce per evitare che gocce di liquido vadano a trovarsi nel compressore, causando la rottura. Surriscaldando

18-11-2014

ESERCITAZIONE 7

- ⑥ In un ciclo Rankine a vapore surriscaldato sono note p e T in ingresso in Turbina (80 bar, 493°C), pressione e T in uscita (0,15 bar, 91,7°C). Nell'impianto circola una portata di 55 kg/min costante e si può ipotizzare la pompa senza attriti. Calcolare:
1. le entalpie nei capisaldi del ciclo
 2. i flussi termici e le potenze tecniche nei componenti dell'impianto
 3. il rendimento isentropico della turbina
 4. il rendimento del ciclo (sia considerando la pompa e sia trascurandola)



③ $p = 80 \text{ bar}$
 $T = 493^\circ\text{C}$

④ $p = 0,15 \text{ bar}$
 $T = 91,7$

$\dot{m} = 55 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

1. Troviamo a 80 bar la temperatura 493 e 500°C; per interpolazione
Troviamo $h_3 = 3382,1 \text{ kJ/kg}$

$h_{42} = (1 - x_{q2}) h_f + x_{q2} h_{fg} = (0,11) \cdot 225,95 + 2598,3 \cdot 0,99 = 2389,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$h_1 \rightarrow$ liquido saturo $h_1 = h_f = 225,95 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$h_2 \rightarrow$ Manifese 80 bar con $x_2 = x_1 = 0,75488 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

② $p = 80 \text{ bar}$
 $x = 0,75488 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ } \rightarrow consultazione delle tabelle nel manifese a 80 bar
Troviamo $0,70 < x < 0,827$

Interpolazione \rightarrow da una coppia $216 < h < 257 \Rightarrow h_2 = 239,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
(p. 79)

ESERCITAZIONE 8

① Utilizzando le Tabelle del fluido R139a calcolare le principali grandezze Termodinamiche dei seguenti stati,

- a. Liquido saturo a 53°C
- b. Vapore saturo secco a $1,9 \text{ bar}$
- c. Vapore saturo umido a -5°C e $x = 0,28$
- d. $T = 75^\circ\text{C}$, $p = 12 \text{ bar}$

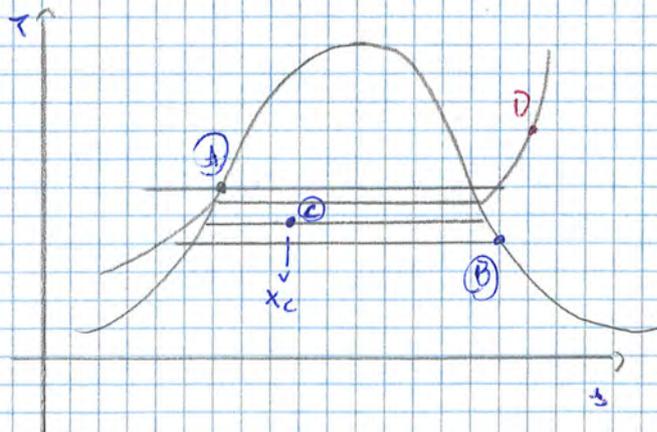
Q.

$$P = 11,20 \text{ bar} \quad \rho = 1088 \text{ kg/m}^3 \quad R = 276,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \delta = 1,252 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$b. \frac{T_x \times T_{12}}{T_{11} \times T_{12}} = \frac{P_{1,9} - P_{1,852}}{1,928 - 1,852} \quad T_x = \frac{1,9 - 1,852}{0,076} \times 11,5$$

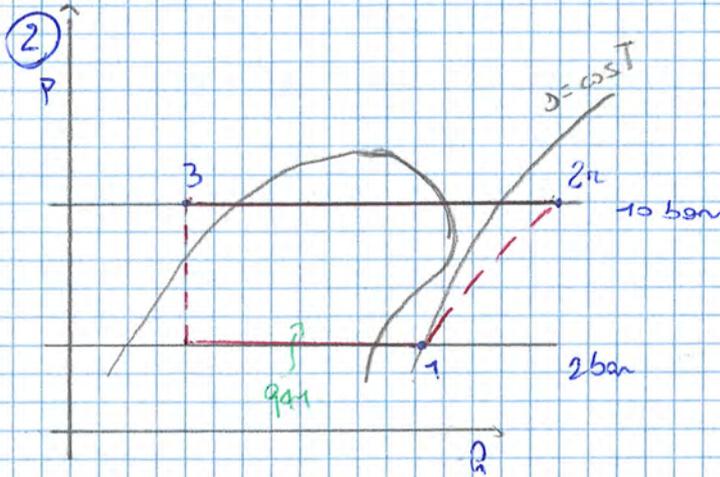
$$\frac{T_x - T_{12}}{T_{11} - T_{12}} = \frac{P_{1,9} - P_{1,852}}{1,928 - 1,852} \Rightarrow T_x = \frac{0,048}{0,076} \times 261,15 = 261,78 \text{ K}$$

	$T(^{\circ}\text{C})$	$P(\text{bar})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$R(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$	$\delta(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$	x
a	53°C	11,20	1088	276,3	1,252	
b	-11,4	1,9	9,535	391,9	1,739	
c	-5	2,433	42,11	252,0	1,1866	0,28
d	75	12	19,95	457,2	1,805	1



b) Interpolazione
d) Interpolazione

Torino, 20-11-2019 ESERCITAZIONE 8



$$\eta_{12} = \frac{|W_{12}|}{|Q_{21}|} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{P_2 V_2 - P_1 V_1}$$

$$1. \frac{P}{T} \Rightarrow P, S, P \quad 2. \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow P_2 \quad 2. P_2 = f(\eta_{12})$$

$$1. P_1 = P_2 \quad P_1 = P_3 \quad X_q = \frac{P_1 - P_2}{P_1 - P_3}$$

$$-W_C = G_{R132} (P_{12} - P_1) \quad W_{C12} = G_{R132} (P_1 - P_{12})$$

$$\underline{FR} \quad \Phi = G_{R132} (P_1 - P_2)$$

$$E_{FR} = \frac{\Phi_{01}}{W_{C12}}$$

$$\underline{PC} \quad \Phi = G_{R132} (P_3 - P_{12})$$

$$E_{PC} = \frac{\Phi_{223}}{W_{C12}}$$

APPUNTI

LEGGI PER LE MISCELE IDEALI DI GAS IDEALI

IPOTESI PER LE MISCELE

- Ogni singolo gas si comporta come un gas ideale
- I gas non reagiscono tra di loro

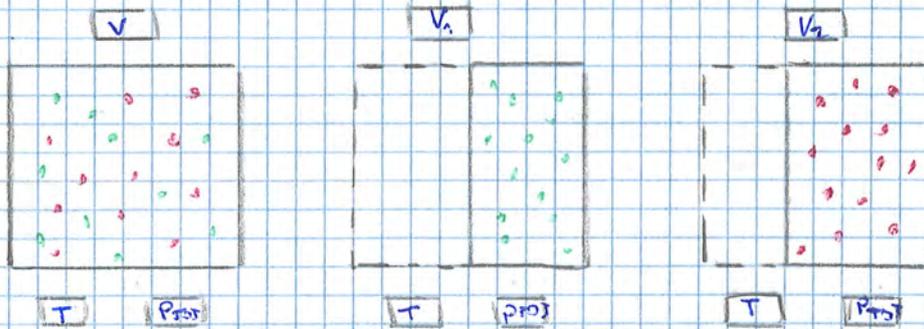
REGOLA DELLE FASI PER UNA MISCELA DI N GAS

$$V = N + 1$$

$$F = 1 \quad N = C$$

LEGGE DI AMAGAT-LEDUC (o DEI VOLUMI ADDITIVI)

$V_i \rightarrow$ volume occupato da una singola gas affinché, alla stessa temperatura, abbia la stessa pressione della miscela



$$M_m = \sum_{i=1}^N M_i \quad \frac{P_{tot} V_{tot}}{R_u \cdot T} = \sum_{i=1}^N \frac{P_{tot} \cdot V_i}{R_u \cdot T} \Rightarrow V_{tot} = \sum_{i=1}^N V_i$$

$$y_i = \frac{n_i}{n_m} = \frac{P_i}{P_{tot}} = \frac{V_i}{V_{tot}} \rightarrow \text{Frazione in volume del gas nella miscela}$$

$V_i, P_i \rightarrow$ volume e Pressioni parziali

$$z_i = \frac{M_i}{M_m} = \frac{n_i M_i}{n_m M_m} \Rightarrow z_i = y_i \frac{M_i}{M_m}$$

GRANDEZZE ENERGETICHE DELLE MISCELE

ESTENSIVE

$$U_m = \sum_{i=1}^N U_i$$

$$U_i = M_i \cdot u_i$$

$$H_m = \sum_{i=1}^N H_i$$

$$H_i = M_i \cdot h_i$$

$$S_m = \sum_{i=1}^N S_i$$

$$S_i = M_i \cdot s_i$$

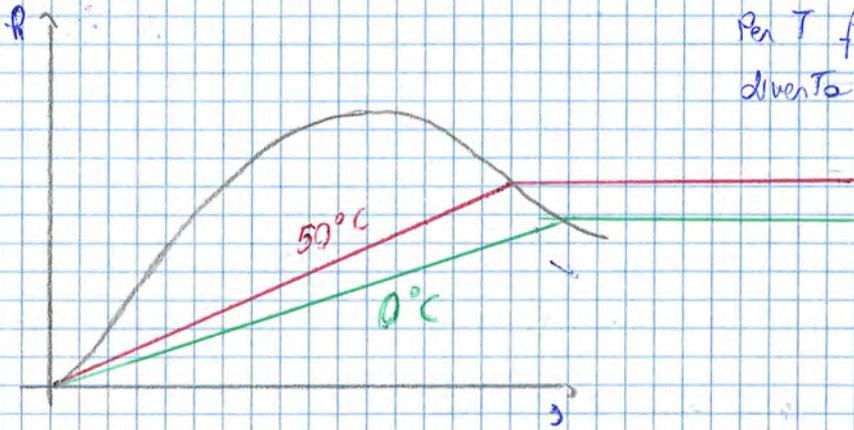
INTENSIVE

$$u_m = \frac{U_m}{M_m} = \frac{\sum_{i=1}^N U_i}{M_m} = \frac{\sum_{i=1}^N M_i u_i}{M_m} = \sum_{i=1}^N z_i \cdot u_i$$

$$MM_{Aria} = MM_{N_2} \cdot y_{N_2} + MM_{O_2} \cdot y_{O_2} + MM_{Ar} \cdot y_{Ar} = 28,96 \frac{kg}{kmol}$$

$$R^*_{Aria} = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Acqua $P_{SAT} = 0,02339 \text{ bar} = 2339 \text{ Pa}$ a $20^\circ C$



Per T fin a circa $50^\circ C$ l'isoterma diventa orizzontale quasi istantaneamente

Quando studi l'aria con l'acqua, passo a studiare uno studio de gas ideale.

GRANDEZZE TIPICHE DELLA PSICROMETRIA

TITOLO DELL'ARIA UMIDA

$$X = \frac{M_V}{M_A} = \frac{kg_V}{kg_A} = \frac{P_V \cdot V}{R_V^* T} \cdot \frac{R_A^* T}{P_A \cdot V} = \frac{P_V}{R_V^*} \cdot \frac{R_A^*}{P_A} \left[\begin{array}{l} M_A = \text{Massa aria secca} \\ M_V = \text{Massa di vapore} \end{array} \right]$$

I due riferimenti si può stesso sia per vapore de aria, (analoga mente accade per V)

$$X = 0,622 \cdot \frac{P_V}{P_A}$$

$$= 0,622 \cdot \frac{P_V}{P_{TOT} - P_V}$$

$$P_{TOT} = P_V + P_A$$

Qual è, a $20^\circ C$, il massimo titolo V in aria e condensare? ^{per un vapore}

$$X_S = 0,622 \cdot \frac{P_{VS}}{P_{TOT} - P_{VS}}$$

P_{TOT} → Pressione atmosferica
 P_{VS} → Pressione di saturazione a $20^\circ C$

Oltre X_S non è più possibile per il vapore rimanere allo stato aeriforme. A ogni temperatura, quindi, posso calcolare il massimo titolo dell'acqua.

di aria è una delle poche quantità stabili presenti nelle trasformazioni.

$$h = \frac{H_a \cdot m}{M_a} = \frac{M_a h_a + M_v h_v}{M_a} = h_a + x h_v$$

Dimensionalmente $\left[\frac{kJ}{kg_a} \right]$

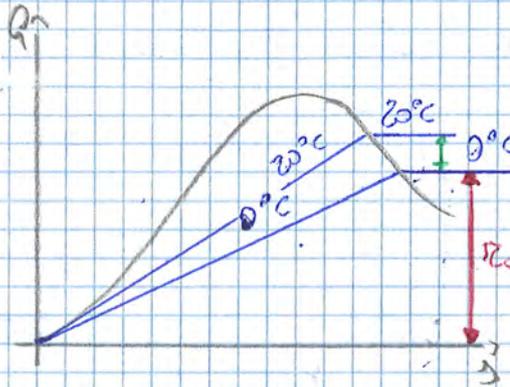
Si pone per convenzione l'entalpia nulla a 0°C

• $h_a - h_0 = c_{p_a} (T_a - T_0)$ L'aria secca si comporta come un gas ideale

$h_a = c_{p_a} (T_a - T_0)$ Se esprimiamo tutto in gradi centigradi

$$h_a = c_{p_a} T_a [^{\circ}C]$$

Ciò consente di semplificare le equazioni



Il vapore diversamente dall'aria secca, può cambiare di stato (quindi rientrerà nelle equazioni le calore latente)

0°C → Entalpia nulla. Se lo del vapore saturo, l'entalpia corrisponde al calore latente h_0 . Se mi trovo ad un'altra temperatura posso esprimere l'entalpia del vapore, che si comporta come un gas ideale, come $dh = c_{p_v} dT$

$$h_v = h_0 + c_{p_v} T_a [^{\circ}C]$$

Non dovrebbe essere vero soltanto se in vapore surriscaldato, se in vapore saturo, non dovrebbe essere vero

$$h = h_a + x h_v = c_{p_a} T_a + x (h_0 + c_{p_v} T_a)$$

dato T_a è espresso in °C

h è espresso in kJ, quindi useremo $c_{p_a} = 1,0 \frac{kJ}{kg_a \cdot K}$

$$h_0 = 2500 \frac{kJ}{kg_v}$$

L'acqua allo stato di vapore ha $c_{p_v} = 1,9 \frac{kJ}{(kg_v \cdot K)}$

Applicando il 1° principio

$$G_0 h_1 = G_0 h_2 + G_L \cdot h_L$$

Quindi:

$$\begin{cases} G_0 = G_1 = G_2 \\ G_0 x_1 = G_0 x_2 + G_L \Rightarrow G_L = G_0 (x_1 - x_2) \\ G_0 h_1 = G_0 h_2 + G_L h_L \Rightarrow h_1 = h_2 + (x_1 - x_2) h_L \end{cases}$$

Il termine $(x_1 - x_2) h_L$ è molto piccolo, così $h_1 \approx h_2$

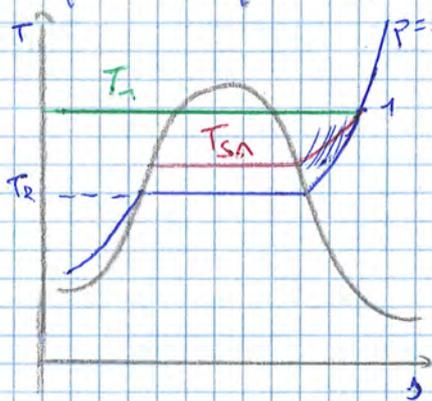
Trasformazione adiabatica

$$\begin{aligned} T_2 < T_1 \\ h_1 &\approx h_2 \\ p_2 > p_1 \end{aligned}$$

→ Quasi isocorica

A mano a mano che avanzo nel condotto, aumento il vapore e quindi

la pressione parziale. Scambio aria con l'aria ma non con l'esterno.

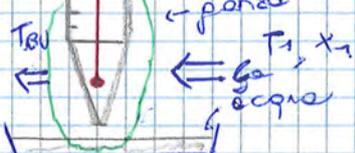


È una temperatura più alta di quella di rugiada

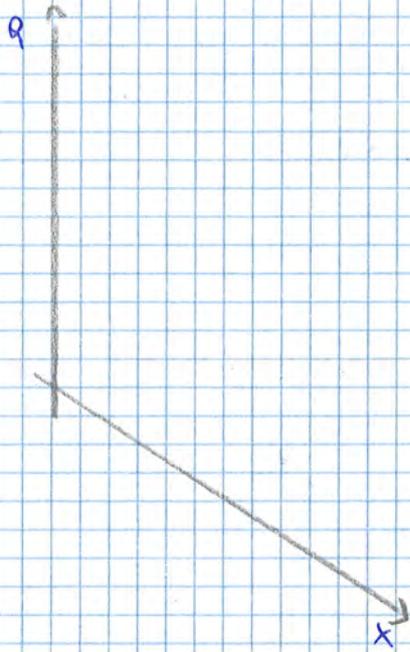
TSA → Temperatura di saturazione adiabatica

TEMPERATURA AL BULBO UMIDO

Consideriamo un termometro. Esso viene avvolto con una garza di imbraccio in una vaschetta contenente acqua. L'aria una portata di aria continua la garza: assorbito la sua temperatura, detta temperatura al bulbo umido, si umide. L'aria tende a far evaporare l'acqua che abbassa la temperatura, mentre l'aria tende a portarsi al 100% di umidità relativa, la temperatura al bulbo umido



DIAGRAMMI DI MOLLIER PER L'ARIA UMIDA



L'equazione alla base del diagramma è $q = c_a T + x (r_0 + c_v T)$

Se fissa una temperatura, il legame tra entalpia e TSG è quello di una retta.

isoterma \rightarrow retta

Ogni temperatura dà una retta del fascio.

L'asse è inclinato per allungare il range di visibilità del diagramma (sull'asse suborizzontale)

29/11/2014 APPUNTI

$$q = c_a T + x (r_0 + c_v T) \quad \text{dove } T \text{ è espressa in Celsius}$$

Cerchiamo di capire come è fatto il fascio

c_s calore specifico vapore surriscaldato

$$T_1 \rightarrow q_F = c_a T_1 + x_F (r_0 + c_v T_1)$$

$$T_2 \rightarrow q_F = c_a T_2 + x_F (r_0 + c_v T_2)$$

$$0 = c_a (T_1 - T_2) + x_F (c_v (T_1 - T_2))$$

$$0 = c_a + c_v x_F \quad (\Rightarrow) \quad x_F = -\frac{c_a}{c_v}$$

Quindi

$$q_F = c_a T_1 + \left(-\frac{c_a}{c_v}\right) (r_0 + c_v T_1) = \cancel{c_a T_1} - \frac{c_a}{c_v} r_0 - \frac{c_a}{c_v} c_v T_1$$

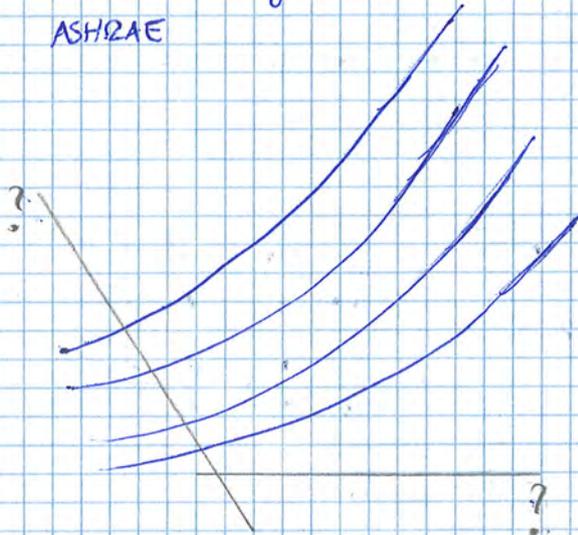
$$q_F = -\frac{c_a}{c_v} r_0$$

$$F(x_F, q_F) = \left(-\frac{c_a}{c_v}, -\frac{c_a}{c_v} r_0\right)$$

$$x_F < 0$$

$$q_F < 0$$

Esiste un diagramma alternativo, proposto dall'associazione americana ASHRAE



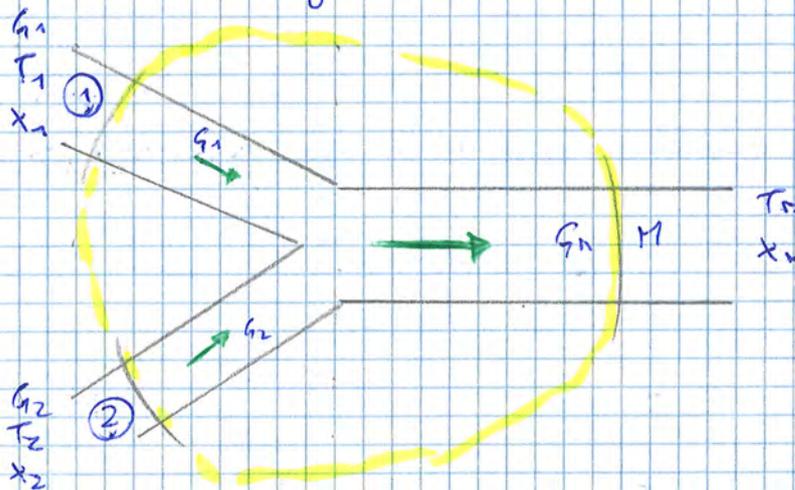
le curve sono le stesse: è lo stesso diagramma speculare rispetto

DIAGRAMMA ASHRAE

TRASFORMAZIONI NOTEVOLI DELL'ARIA UMIDA

MISCELAMENTO ADIABATICO DI DUE PORTATE DI ARIA UMIDA

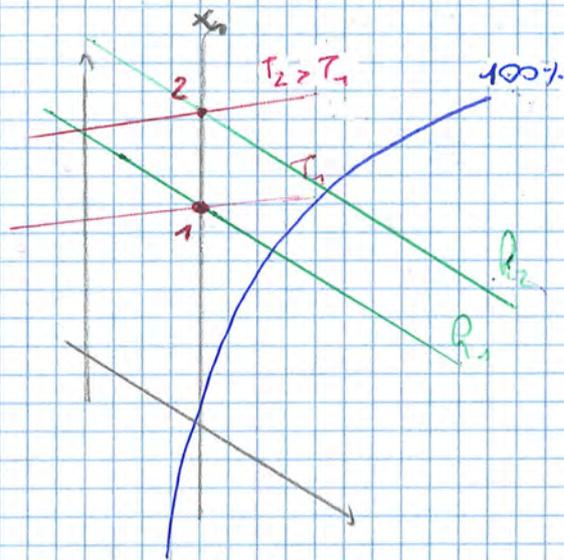
Consideriamo due portate che possono analizzandone la miscelazione



$$\begin{aligned}
 \text{I} & \left\{ \begin{aligned} G_1 + G_2 &= G_m \\ G_1 X_1 + G_2 X_2 &= G_m X_m \end{aligned} \right. && \text{Conservazione della massa} \\
 \text{II} & && \\
 \text{III} & \left\{ \begin{aligned} G_1 h_1 + G_2 h_2 &= G_m h_m \end{aligned} \right. && \text{Conservazione dell'energia}
 \end{aligned}$$

$$X_m = \frac{G_1 X_1 + G_2 X_2}{G_m} = \frac{G_1 X_1 + G_2 X_2}{G_1 + G_2} \quad \text{Medio peso}$$

$$h_m = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2}{G_m} = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2}{G_1 + G_2}$$



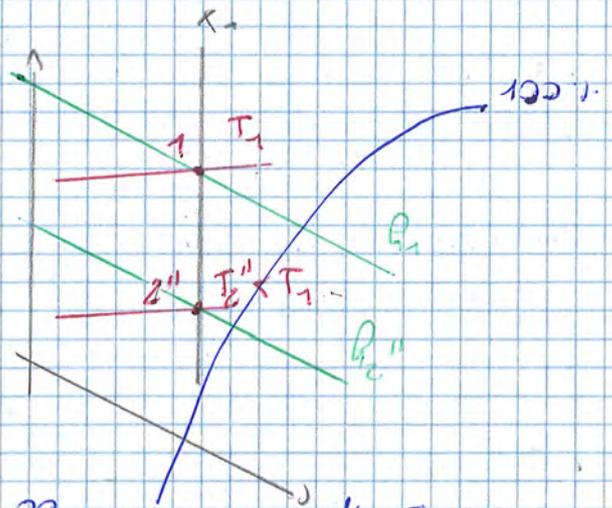
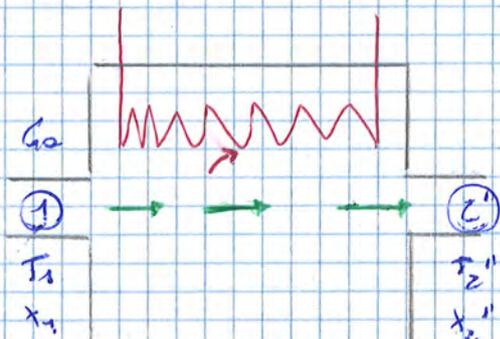
• Umidità relativa diminuisce perché più alta è la temperatura, più l'aria è capace di contenere acqua senza che questa condensi

• Il TUS è rimane costante

• Aumenta la temperatura (è per tale ragione che il riscaldamento si dice sensibile)

• L'entropia aumenta

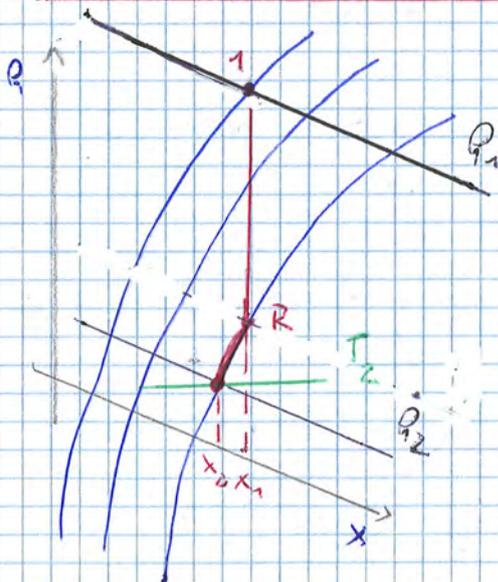
Quindi $\phi \downarrow$, $x =$, $T \uparrow$, $q \uparrow$



Il raffreddamento avviene partendo dalle condizioni di saturazione

$T \downarrow$, $R \downarrow$, $x =$, $\phi \downarrow$

RAFFREDDAMENTO CON DEUMIDIFICAZIONE (CASO IDEALE)

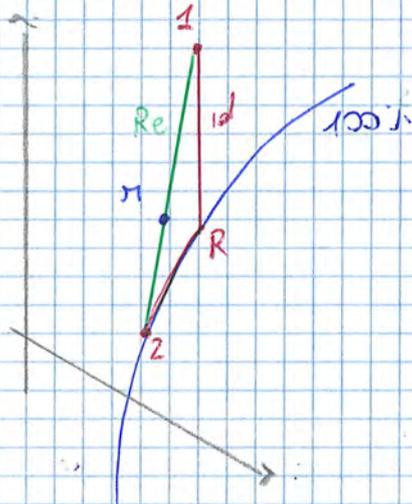


Scendo fino alla condizione Ra TUS è costante (Raffreddati).

Raffreddamento continuo: proseguo fino alla temperatura a cui sto raffreddando. Arrivato al 100% (R) si deposita sulla superficie su cui raffreddo della condensa e quindi il TUS diminuisce fino a T2, temperatura a cui fermiamo il raffreddamento

26/11/2014 APPUNTI

Fisicamente, nel raffreddamento con deumidificazione, le due portate non si separano mai: la divisione è un artificio per meglio comprendere il fenomeno a livello concettuale.



Valutiamo il punto M.

Esiste un parametro, il fattore di bypass, che dà informazioni circa la quantità di volume raffreddato rispetto a quello ideale.

Esistono due definizioni di sottoraffreddamento e due conversioni differenti:

FATTORE DI BYPASS

1. $f_{BP} = \frac{G_{BP}}{G_{TOT}}$ G_{BP} è la portata che non riesce a raffreddarsi. Ovviamente $0 < f_{BP} < 1$

Approfondendo la formula del nostro sistema

$$f_{BP} = \frac{G_1}{G} \Rightarrow G_1 = f_{BP} \cdot G$$

$$G_2 = G - G_1 = G - f_{BP} \cdot G = G(1 - f_{BP})$$

$$X_n = \frac{(f_{BP} \cdot G) X_1 + (1 - f_{BP}) G X_2}{G} = f_{BP} X_1 + (1 - f_{BP}) X_2$$

$$X_n = f_{BP} X_1 + (1 - f_{BP}) X_2$$

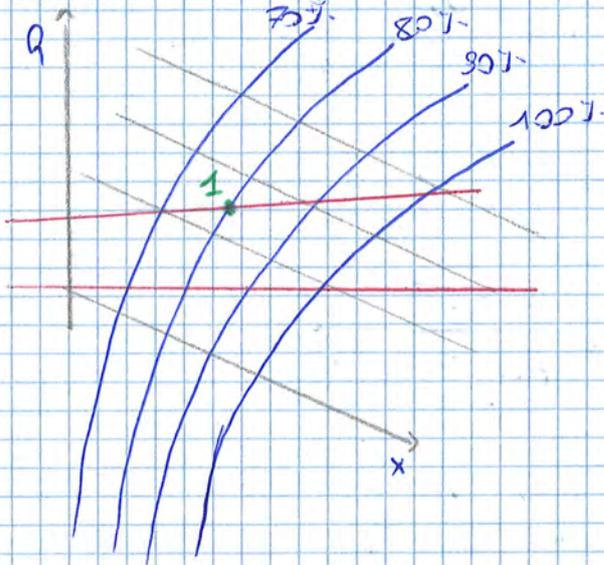
$$h_n = f_{BP} h_1 + (1 - f_{BP}) h_2$$

2. $f_{BP}^* = \frac{G_{BP}}{G_{TOT} - G_{BP}}$ Rapporto tra portata che bypassa il sistema e portata che non lo bypassa.

$$f_{BP}^* = \frac{G_1}{G - G_1} = \frac{G_1}{G_2}$$

$$\cdot x_1 = 0,022 \frac{\varphi p_{vs}}{p_{tot} - p_{vs}} = 0,019 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$\cdot h_1 = 1,0 T_{0c} + x_1 (2500 + 1,8 T_{0c}) = 77 \frac{kJ}{kg_a}$$



Il TRIS si ottiene intersecando le linee TRIS Temperature sul diagramma di Mollier.

Se siamo a $T < 0^\circ C$ la saturazione corrisponde alle condizioni di sublimazione (queste condizioni non sono riportate sulle Tabelle: vedere l'isocapa).

④ Volitare il v e la T_R per l'aria umida nelle seguenti condizioni:
 pressione totale 1 atm, temperatura $20^\circ C$, umidità relativa 50%.

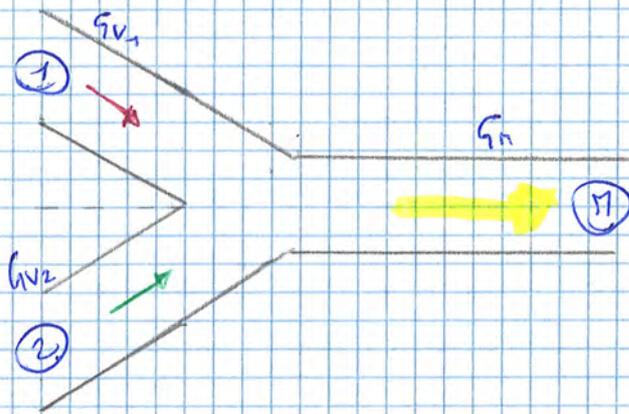
$v = ?$
 $T_R = ?$

$p_{tot} = 1 \text{ atm}$

$T = 20^\circ C$

$\varphi = 0,5$

$$\begin{aligned} \cdot v &= \frac{V_{tot}}{M_a} = \frac{V_a + V_v}{M_a} = \frac{M_a R_a T}{p_{tot}} + \frac{M_v R_v T}{p_{tot}} = \frac{R_a T}{p_{tot}} + \frac{x R_v T}{p_{tot}} = \\ &= (R_a + x R_v) \frac{T}{p_{tot}} = 0,84 \frac{m^3}{kg_a} \end{aligned}$$



$T_M = 25^\circ\text{C}$
 $\varphi_M = 57\%$

1. $G_1 = G_V \cdot \rho = \frac{G_V}{v_1} = 2202 \frac{\text{kg}}{\text{R}}$

$v_1 = (R_a^* + x_1 R_V^*) \frac{T_1(K)}{P_{TOT}}$ $x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 P_{VS}(35^\circ)}{P_{TOT} - \varphi P_{VS}}$

$P_{VS_1} = 0,056291 \text{ bar } @ 35^\circ\text{C} \Rightarrow 5629 \text{ Pa}$

$P_{VS_2} = 0,021381 \text{ bar } @ 15^\circ\text{C} \Rightarrow 2138 \text{ Pa}$

2. $G_2 = \frac{G_V}{v_2} = 3846 \text{ kg/R}$

$v_2 = (R_a^* + x_2 R_V^*) \frac{T_2(K)}{P_{TOT}}$ $x_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 P_{VS}(T_2)}{P_{TOT} - \varphi_2 P_{VS}(T_2)}$

$R_a = T_{oc} + x_1 (2500 + 1,9 T_{oc})$

$x_M = 11,3 \text{ g/kg}$ $R_M = 53,8 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$

$R_M = T_M + x_M (2500 + 1,9 T_M) \Rightarrow T_M = 25^\circ\text{C} \Rightarrow P_{VS}(25^\circ\text{C}) = 3170 \text{ Pa}$

$x_M = 0,622 \frac{\varphi_M P_{VS}}{P_{TOT} - \varphi_M P_{VS}}$

$x_M (P_{TOT} - \varphi_M P_{VS}) = 0,622 \varphi P_{VS}$

$x_M P_{TOT} - x_M \varphi P_{VS} = 0,622 \varphi P_{VS}$

$x_M P_{TOT} = 0,622 \varphi P_{VS} + x_M \varphi P_{VS} = \varphi (0,622 P_{VS} + x_M P_{VS})$

$\varphi = \frac{x_M P_{TOT}}{0,622 P_{VS} + x_M P_{VS}} = 57\%$

attraverso le pareti

• MODALITÀ DI CONDUZIONE DEL CALORE

- **CONDUZIONE** → Trasmissione del calore in solidi ma anche liquidi o gas purché a livello macroscopico, questi sono fermi.
- **CONVEZIONE** → Trasmissione in presenza di un moto relativo macroscopico di particelle tra di loro (ad esempio un fluido in moto). È tipico dei liquidi e dei gas ed è assolutamente prevalente.
- **IRRAGGIAMENTO** → Trasmissione per propagazione di onde elettromagnetiche (le onde, infatti, possono anche trasportare energia termica). Questo meccanismo non richiede materia ed è quello che consente alla radiazione solare di scaldare la superficie terrestre. Il mezzo ideale sarebbe il vuoto, ma anche l'aria è trasparente (= attraversabile) alle onde elettromagnetiche.

Muro → convezione

Stella - pianeta → radiazione (almeno nella parte spaziale)

• SITUAZIONE DI CONCORRENZA

Condizione per cui si hanno 2 o anche tutti e 3 i meccanismi di trasmissione. Questo avviene sia per convezione (fluido - acqua - nel termosifone), sia per conduzione (ghisa).

In un mezzo poroso riempito di gas: conduzione (parte solida), convezione (moto del gas), irraggiamento (una cella surriscalda se non c'è differenza di temperatura e il gas è trasparente alle radiazioni elettromagnetiche).

• PREVALENZA

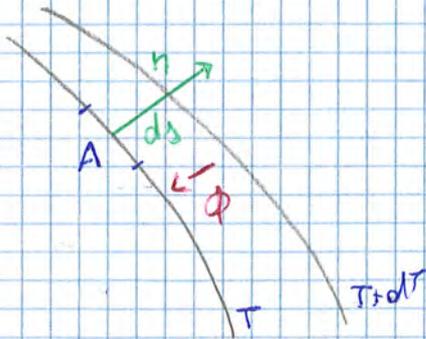
Situazione in cui uno dei meccanismi è prevalente rispetto agli altri, e viene considerato come unico in quanto molto più influente degli altri due.

CALCOLO DEL FLUSSO SCAMBIATO PER CONDUZIONE

LEGGE DI FOURIER

Ipotesi:

- ⊖ Considero il corpo come un corpo continuo
- ⊖ Considero il corpo isotropo (stesso comportamento senza direzioni preferenziali di trasmissione del calore)
- ⊖ Caratteristiche fisiche costanti con - temperatura
- tempo



Da osservazioni sperimentali, Fourier osserva che:

$$\phi \propto A \frac{dT}{ds}$$

$\frac{dT}{ds}$ → Gradiente di Temperatura (Variazione spaziale della Temperatura)

A → Area

Vc'è una costante di proporzionalità che dipende, a parte di tutte le altre condizioni, dal tipo di materiale

$$\phi = \lambda \cdot A \frac{dT}{ds}$$

λ : Conduttività termica della sostanza

Per adeguare l'equazione in maniera coerente al II principio

$$\phi = -\lambda A \frac{dT}{ds}$$

Dimensionalmente $[\lambda] \stackrel{SI}{\Rightarrow} \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$

Per ottenere $\frac{W}{m^2}$ riformuliamo come segue:

$$\varphi = \frac{\phi}{A} = -\lambda \frac{dT}{ds}$$

λ : Maggiore è la conduttività termica, maggiore è la capacità della sostanza, a parte di condizioni, di trasmettere calore

$$\text{Se } \lambda_A > \lambda_B \Rightarrow \varphi_A > \varphi_B$$

18-11-2014 APPUNTI

CONDUTTIVITÀ TERMICA APPARENTE → bene equivalente che un materiale composto da più fasi avrebbe se esistesse come materiale omogeneo (ad esempio un materiale composto da un solido e un gas).

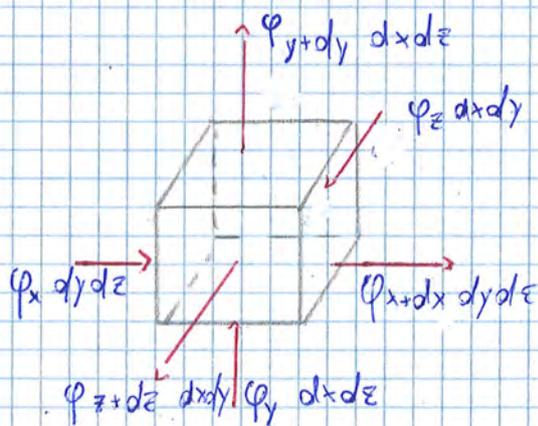
La conduttività è funzione della temperatura: per variazioni ristrette, si può considerare costante, per variazioni maggiori si considerano valori medi

$$\lambda = f(T)$$

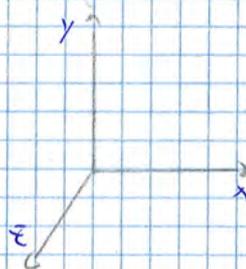
La conduzione è poi anche funzione della direzione lungo la quale avviene - il trasferimento: alcuni cristalli molto ordinati conducono bene lungo certe direzioni preferenziali

EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE

Esso esprime l'andamento di temperatura e nello spazio e nel tempo.



$d_i d_j$ = Area su cui esiste il flusso



Supponiamo di essere in un certo campo di temperatura. Consideriamo poi un elemento infinitesimo di materiale: su ogni faccia possiamo individuare un flusso. Appelliamolo il I principio

$$\Phi = \frac{dU}{dt}$$

Tempo

$$\Phi = \Phi_S + \Phi_C$$

Φ_S è generato internamente al sistema (per varie ragioni, ad esempio per effetto Joule)

$$\begin{aligned} \Phi_S = & \Phi_x - \Phi_{x+dx} + \Phi_y - \Phi_{y+dy} + \Phi_z - \Phi_{z+dz} = \phi_x dydz - \phi_{x+dx} dydz \\ & + \phi_y dx dz - \phi_{y+dy} dx dz + \phi_z dx dy - \phi_{z+dz} dx dy = (\phi_x - \phi_{x+dx}) dydz \\ & + (\phi_y - \phi_{y+dy}) dx dz + (\phi_z - \phi_{z+dz}) dx dy \end{aligned}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \pi \frac{\partial u}{\partial t} = \rho(dx dy dz) c \frac{\partial T}{\partial t} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

Quindi:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz + \varphi_v dx dy dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \varphi_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE 1.

Se avessimo un caso dei materiali anisotropi avremmo ottenuto una forma ancora più complessa ($\lambda_x \neq \lambda_y \neq \lambda_z$)

Analizzando l'espressione trovata, vediamo che è un'equazione differenziale dove la temperatura è funzione di 4 variabili.

$$T = T(x, y, z, t)$$

• $\lambda = \lambda(T)$ Caso generale

• $\lambda = \text{costante}$ " particolare

Se λ è costante, l'equazione si semplifica

$$2. \lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \varphi_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE
 λ COSTANTE

$$3. \lambda \nabla^2 T + \varphi_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

La formula 3 è scritta con l'operatore Laplaciano.

Nell'equazione appaiono proprietà dei materiali:

- λ

- ρ

- c

Riformuliamo accorpando queste proprietà:

$$\frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 T + \frac{\varphi_v}{\rho c} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\lambda}{\rho c} = a = \text{DIFFUSIVITÀ TERMICA DEL MEZZO}$$

quando h è un flusso costante dato da una macchina ($q_s = \text{costante}$)

3° TIPO (FOURIER)

$$q_s = d \cdot (T_{\text{superficie}} - T_{\text{fluido}})$$

Il flusso è proporzionale al salto di temperatura tra superficie e fluido. Questa condizione è tra le più frequenti.

Questo tipo di condizione è detta anche **CONDIZIONE CONVETTIVA**, perché tipica del meccanismo della convezione. Si verifica, ad esempio, se consideriamo una lampada (la sua temperatura superficiale) e l'aria circostante (la temperatura del fluido).

LAPLACIANO IN ALTRI SISTEMI DI COORDINATE

• COORDINATE CARTESIANE

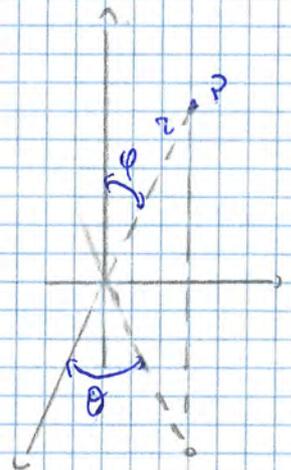
$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

• COORDINATE CILINDRICHE

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

• COORDINATE SFERICHE

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$$



APPLICAZIONI DELLA CONDUZIONE TERMO

La conduzione termica si applica a

problemi di tipo

- **STAZIONARIO**: il sistema si porta a condizioni stabili (ad esempio i cicli): dopo un certo tempo una lampada, ad esempio, si porta a condizioni stabili

- **TRANSITORIO**:

1/12/2014 APPUNTI

REGIME STAZIONARIO MONODIMENSIONALE

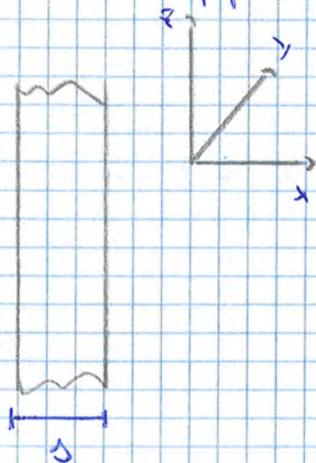
Ipotesi:

- Condizioni stazionarie
- Monodimensionale (il campo di Temperatura varia secondo una coordinata)
- $\lambda = \lambda(T) = \text{costante}$

Problemi senza generazione di calore (interna)

PARETE PIANA A SINGOLO STRATO

Si tratta di una parete in cui una delle dimensioni è molto minore delle altre (spessore)



• Se $\delta \leq \frac{1}{10}$ delle altre dimensioni si può parlare di comportamento monodimensionale con una buona approssimazione.

$$\delta \leq \frac{1}{10} l_1 \wedge \delta \leq \frac{1}{10} l_2 \Rightarrow \text{MONODIMENSIONALITÀ}$$

La variazione di Temperatura avviene lungo la direzione x e non lungo le altre.

EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE

$$\lambda \nabla^2 T + \dot{q}_v = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

$\rightarrow 0$ COND. STAZIONARIA

$\rightarrow 0$
NO GENERAZIONE INTERNA

$$\lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = 0$$

$\rightarrow 0$ $\rightarrow 0$
CASO MONODIMENSIONALE

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

$$\Phi = \frac{\lambda A}{d} (T_1 - T_2) \quad T_1 - T_2 = \Delta T$$

$$\Delta V = RI \Rightarrow \Delta T = \frac{d}{\lambda A} \Phi$$

$$\frac{d}{\lambda A} = R_T$$

RESISTENZA TERMICA

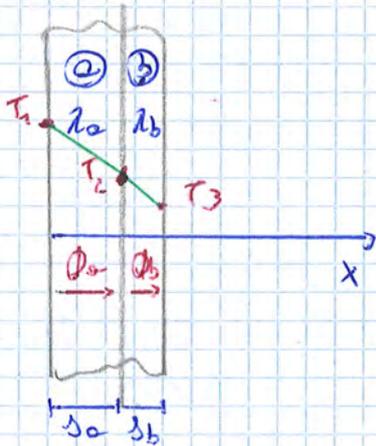
Se aumenta $d \Rightarrow R_T$ aumenta

Se aumenta $A \Rightarrow R_T$ diminuisce (aumenta l'area di scambio)

Se aumenta $\lambda \Rightarrow R_T$ diminuisce (aumenta la conduttività termica della sostanza)

$d \uparrow$	$R_T \uparrow$
$A \uparrow$	$R_T \downarrow$
$\lambda \uparrow$	$R_T \downarrow$

PARETE PIANA BISTRATTO



Applichiamo la legge della sul primo strato

$$T = \frac{T_2 - T_1}{d_a} x + T_1 \quad 0 \leq x \leq d_a$$

$$T = \frac{T_3 - T_2}{d_b} x + T_2 \quad d_a \leq x \leq d_b$$

d_b è diverso andamento lineare

$$\Phi_a = -\lambda_a A \frac{T_2 - T_1}{d_a} = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{d_a}{\lambda_a A}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{R_a}$$

$$\Phi_b = -\lambda_b A \frac{T_3 - T_2}{d_b} = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{d_b}{\lambda_b A}\right)} = \frac{T_2 - T_3}{R_b}$$

Leviamo in condizioni stazionarie, per la conservazione dell'energia Totale il flusso che passa la prima parete deve fluire nella seconda; in altre parole

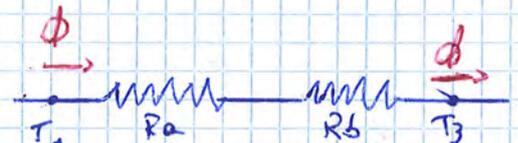
$$\Phi_a = \Phi_b = \Phi$$

$$(T_1 - T_2) = \Phi R_a$$

$$(T_2 - T_3) = \Phi R_b$$

$$(T_1 - T_3) = \Phi (R_a + R_b)$$

\Rightarrow Si comporta come un circuito costituito da resistenze in serie



$$T = c_1 \ln r + c_2 \quad \text{ANDAMENTO DI } T \text{ PER UNA PARTE CILINDRICA MONODIMENSIONALE}$$

CONDIZIONI AL CONTOURNO

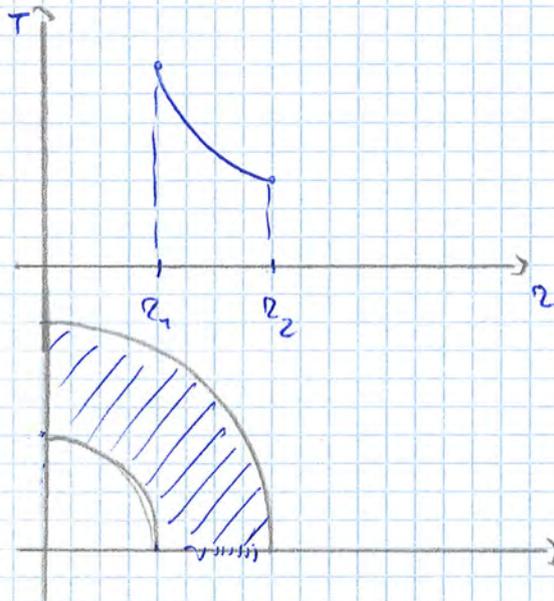
$$\begin{cases} r = r_1 & T = T_1 \\ r = r_2 & T = T_2 \end{cases} \quad \begin{cases} T_1 = c_1 \ln r_1 + c_2 \\ T_2 = c_1 \ln r_2 + c_2 \end{cases} \Rightarrow T_1 - T_2 = c_1 (\ln r_1 - \ln r_2)$$

$$T_1 - T_2 = c_1 \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \Rightarrow c_1 = \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}$$

$$c_2 = T_1 - c_1 \ln r_1$$

$$T = c_1 \ln r + c_2 \quad T_1 - c_1 \ln r_1 = T_1 + c_1 \ln \frac{r}{r_1}$$

$$T = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right)} \ln \left(\frac{r}{r_1} \right) \quad \text{ANDAMENTO DI } T \text{ PER UNA PARTE CILINDRICA MONODIMENSIONALE}$$



Approchiamo la legge di Fourier

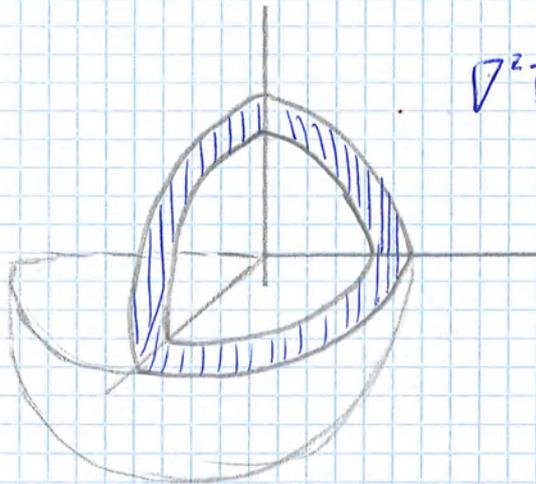
$$\Phi = -\lambda A \frac{dT}{dr}$$

Aumenta a mano a mano che ci spostiamo verso l'esterno (l'area di scambio, cioè l'area laterale del cilindro, aumenta)

$$\Phi = -\lambda 2\pi r l \cdot c_1 / r = -\lambda 2\pi l c_1 = -\lambda 2\pi l \frac{T_1 - T_2}{\ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right)} = \lambda 2\pi l \frac{T_1 - T_2}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

• PARETE SFERICA

COORDINATE SFERICHE



$$\nabla^2 T = \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{1 \cos \varphi}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right]$$

$$\lambda \cdot \left(\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) \right) = 0 \quad \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$r^2 \frac{dT}{dr} = C_1 \quad \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2} \quad dT = \frac{C_1}{r^2} dr$$

$$\int dT = \int \frac{C_1}{r^2} dr \Rightarrow T = -\frac{C_1}{r} + C_2 \quad \text{ANDAMENTO DI } T \text{ PER UNA PARETE SFERICA MONOSTRATO}$$

$$\begin{cases} r=r_1 & T=T_1 \\ r=r_2 & T=T_2 \end{cases} \quad \begin{cases} T_1 = -\frac{C_1}{r_1} + C_2 \\ T_2 = -\frac{C_1}{r_2} + C_2 \end{cases} \quad T_1 - T_2 = -\frac{C_1}{r_1} + \frac{C_1}{r_2}$$

$$T_1 - T_2 = -C_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad C_1 = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} \quad C_2 = T_1 + \frac{C_1}{r_1}$$

$$T = -\frac{C_1}{r} + T_1 + \frac{C_1}{r_1} = C_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) + T_1$$

$$T = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) + T_1 \quad \text{ANDAMENTO DI } T \text{ PER UNA PARETE SFERICA MONOSTRATO}$$

Approviamo Fourier

A cambio con il raggio

$$\Phi = -\lambda A \frac{dT}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{C_1}{r^2} = -\lambda 4\pi \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}$$

$$\Phi = 4\pi \lambda \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

2/12/2014 ESERCITAZIONE 9

9.1) Uno strato di materiale sintetico spesso 5 cm con conduttività

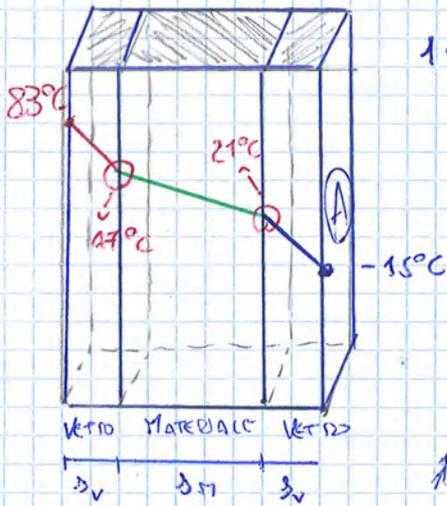
$\lambda = 0,262 \frac{\text{BTU}}{\text{h m}^\circ\text{C}}$ di superficie frontale $2,7 \text{ m}^2$ è racchiuso da due strati di vetro spessi ciascuno 2 cm.

Calcolare

1. La potenza termica trasmessa attraverso la parete multistrato quando le superfici esterne dei due vetri sono rispettivamente a 83°C e -15°C .

2. La massima temperatura a cui si troverà il materiale sintetico

Studiando il problema attraverso l'analogo elettrico



1. $\Phi_{TOT} = \frac{\Delta T_{TOT}}{R_{TOT}}$

$$R_{VETRO} = \frac{d}{\lambda A} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{0,875 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}} \cdot 2,7 \text{ m}^2} = 8,46 \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\lambda_v = 0,875 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

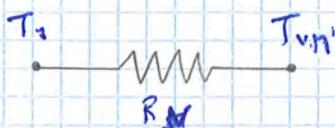
$$\lambda = 0,262 \frac{\text{BTU}}{\text{h m}^\circ\text{C}} = 0,262 \frac{1055 \text{ J}}{3600 \text{ s} \cdot 0,0254 \text{ m}^\circ\text{C}} = 3,023 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$R_M = \frac{d}{\lambda_m A} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{3,023 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}} \cdot 2,7 \text{ m}^2} = 6,12 \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{TOT} = \sum R_j = 2R_v + R_m = 2,304 \cdot 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\Phi_{TOT} = \frac{\Delta T_{TOT}}{R_{TOT}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{TOT}} = \frac{83 - (-15)}{2,304 \cdot 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 9250 \text{ W}$$

2. $\Phi_v = \Phi_m = \Phi$



$$\Delta T = R_v \cdot \Phi \rightarrow T_1 - T_{int}' = R_v \cdot \Phi$$

$$\rightarrow T_{int}' = T_1 - R_v \cdot \Phi = 47^\circ\text{C}$$

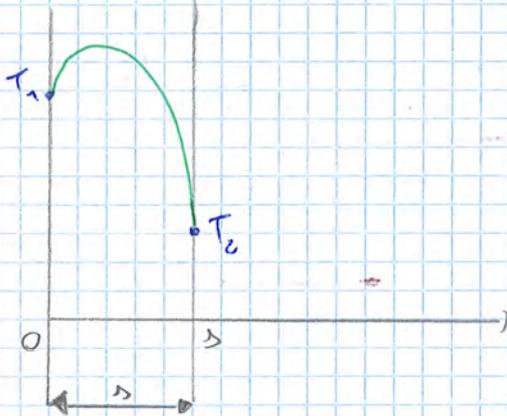
interfaccia vetro sintetico

Approviamo Fourier

$$\phi = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Rightarrow -\lambda A \left(-\frac{\phi_v}{\lambda} x + c_1 \right) = A \phi_v x - \lambda A c_1 = A (\phi_v x - \lambda c_1)$$

$$\phi = A (\phi_v x - \lambda c_1) \quad \text{FLUSSO SCAMBIATO ATTRAVERSO UNA PARETE PIANA CON GENERAZIONE DI CALORE}$$

Condizioni al contorno



$$\left. \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow T=T_1 \\ x=\delta \Rightarrow T=T_2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_2 = -\frac{\phi_v}{2\lambda} \delta^2 + c_1 \delta + T_1 \\ T_1 = c_2 \end{array} \right\}$$

$$(T_2 - T_1) + \frac{\phi_v}{2\lambda} \delta^2 = c_1 \delta \quad c_1 = \left[\frac{T_2 - T_1}{\delta} + \frac{\phi_v}{2\lambda} \delta \right]$$

$$T = -\frac{\phi_v}{2\lambda} x^2 + \left[\frac{T_2 - T_1}{\delta} + \frac{\phi_v}{2\lambda} \delta \right] x + T_1$$

$$\begin{aligned} \phi &= A \left[\phi_v x - \lambda \left[\frac{T_2 - T_1}{\delta} + \frac{\phi_v}{2\lambda} \delta \right] \right] = A \left(\phi_v x + \frac{x(T_1 - T_2)}{\delta} - \frac{\phi_v \delta}{2} \right) \\ &= A \left[\phi_v \left(x - \frac{\delta}{2} \right) + \frac{\lambda (T_1 - T_2)}{\delta} \right] \end{aligned}$$

Se $\phi_v \rightarrow 0$, Torso al caso precedente

• PARETE CILINDRICA CON GENERAZIONE DI CALORE

Equazione generale della conduzione

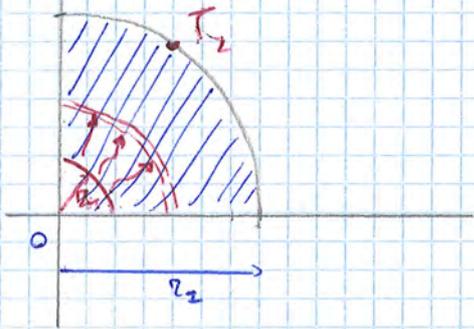
$$\lambda \nabla^2 T + \phi_v = 0 \quad \text{Profilo di Temperatura}$$

$$\lambda \cdot \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \phi_v = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\phi_v}{\lambda} r \quad d \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\phi_v}{\lambda} r dr$$

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{\phi_v}{\lambda} \frac{r^2}{2} + c_1 \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\phi_v}{2\lambda} r + \frac{c_1}{r}$$

CASO B Cilindro pieno con generazione



Il calore generato a un r' piccolo viene trasferito verso l'esterno. Se ci avviciniamo all'asse, il calore trasferito tende a zero.

$$r=0 \quad \phi=0$$

$$r=r_2 \quad T=T_2$$

$\phi=0 \quad \phi = -\lambda A \frac{dT}{dr} = 0$ Poiché $\left. \begin{matrix} A \neq 0 \\ \lambda \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = 0$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2qr}{2\lambda} + \frac{C_1}{r} = 0 \rightarrow \frac{2qr}{2\lambda} = \frac{C_1}{r} \rightarrow C_1 = \frac{qr}{\lambda} r^2 \rightarrow C_1 = 0 \quad (r=0)$$

$$T = -\frac{qr}{4\lambda} r^2 + C_2$$

ANDAMENTO DI T IN UNA PARETE PIENA A SIMMETRIA CILINDRICA

$$r=r_2 \quad T=T_2 \quad T_2 = -\frac{qr}{4\lambda} r_2^2 + C_2 \quad C_2 = T_2 + \frac{qr}{4\lambda} r_2^2$$

$$\Phi = qv \pi l r^2$$

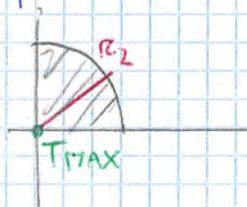
FLUSSO TERMICO SCAMBIATO DA UNA PARETE PIENA A SIMMETRIA CILINDRICA

$$T = -\frac{qr}{4\lambda} r^2 + T_2 + \frac{qr}{4\lambda} r_2^2 = \frac{qr}{4\lambda} (r_2^2 - r^2) + T_2$$

$r_2^2 > r^2$ Sicuramente, poiché r_x è un raggio intermedio tra r_1 ed r_2

$$T_x = \frac{qr}{4\lambda} (r_2^2 - r_x^2) + T_2$$

Se $r_x \uparrow$ $T_x \downarrow$, quindi la massima temperatura del cilindro si trova sull'asse



$x_{max} = 0,73 \text{ cm}$ $T''(MAX) = 224,5 \text{ }^\circ\text{C}$

APPUNTI - CONVEZIONE

Meccanismo che si ha in presenza di moto macroscopico di materiale, o di particelle rilevanti nel fluido. Inoltre, la convezione dipende anche dal modo in cui questo moto ha luogo

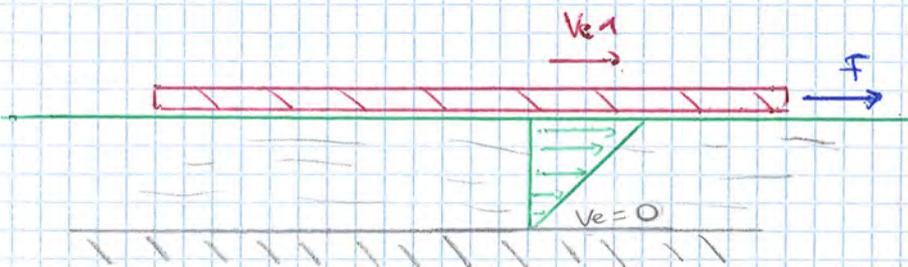
PRETENSE

Forze di tipo viscoso: forze che si oppongono al moto del fluido; esse hanno direzione parallela al verso del moto (tangenziali ed esse). Queste forze variano in base a:

⊖ TIPO DI MATERIALE DI CUI È COMPOSTO IL FLUIDO

⊖ TIPO DI MOTO IN ATTO NEL FLUIDO

Viscosità: è volutamente come una proprietà caratteristica del fluido che si esprime come ostacolo a realizzare forze di attrito interno. Consideriamo una viscoso contenente in certo fluido



Appoggiamo una piastra (-) sul fluido (-): per mantenerlo in moto devo applicare una forza F costante. Tutte le parti di fluido, per via delle forze di adesione, hanno una maggiore adesione quanto più sono vicine al fondo; allontanandosi dal fondo esse riescono a muoversi e, attaccandosi alla piastra, si muovono con la velocità della stessa.

Se misuro la velocità degli strati di fluido, trovo che esse ha un andamento lineare

$$v_e = Ay + B$$

$$y=0 \quad v_e=0$$

$$v_e=0 = A \cdot 0 + B \Rightarrow B=0$$

$$y=h \quad v_e=v_{e1}$$

$$v_{e1} = A \cdot h + 0 \Rightarrow A = \frac{v_{e1}}{h}$$

se μ nei liquidi $\mu \approx$ costante, Troviamo

$$\begin{array}{l} p \uparrow \Rightarrow \mu = \text{cost} \\ T \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow \end{array} \quad \text{LIQUIDO}$$

Nei gas, invece, pressione e Temperatura hanno una forte influenza sul comportamento del fluido.

$$\begin{array}{l} p \uparrow \Rightarrow \mu \uparrow \\ T \uparrow \Rightarrow \mu \uparrow \end{array} \quad \text{GAS}$$

Per quei fluidi detti non newtoniani, si ha

$$\mu = f(\text{fluido}, p, T, \text{vel})$$

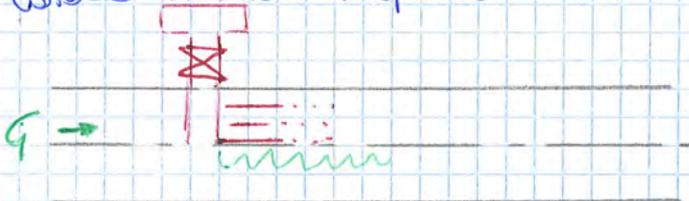
μ non è più un semplice coefficiente di proporzionalità

• REGIMI SUL CAMPO DINAMICO

Comportamento dei fluidi in moto a seconda del tipo di moto. Classif. = chiama alcune situazioni, e partire dall'esperienza di Reynolds

• ESPERIENZE DI REYNOLDS

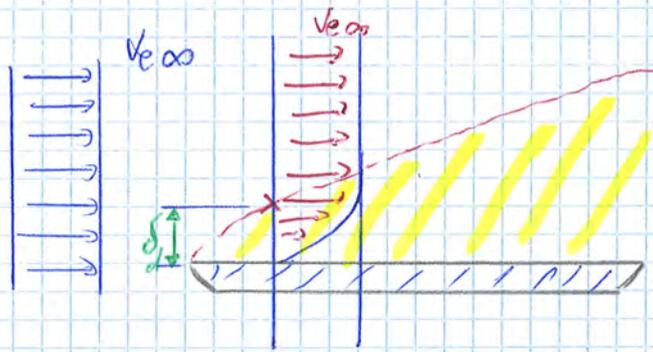
Condotta circolare trasparente



Iniettò nel fluido, con un ago, un traccante, in modo da vedere il ^{visibile} comportamento nella vena fluida. Il traccante deve avere delle caratteristiche simili a quelle dell'acqua.

Reynolds osservò che

- Per portate basse, il fluido rimane parallelo all'asse; il traccante mantiene la direzione nella quale era stato iniettato (-)
- Per portate via via crescenti, il traccante assumeva un comportamento non lineare ma ondulatorio; l'effetto ondulatorio cresceva fino a un



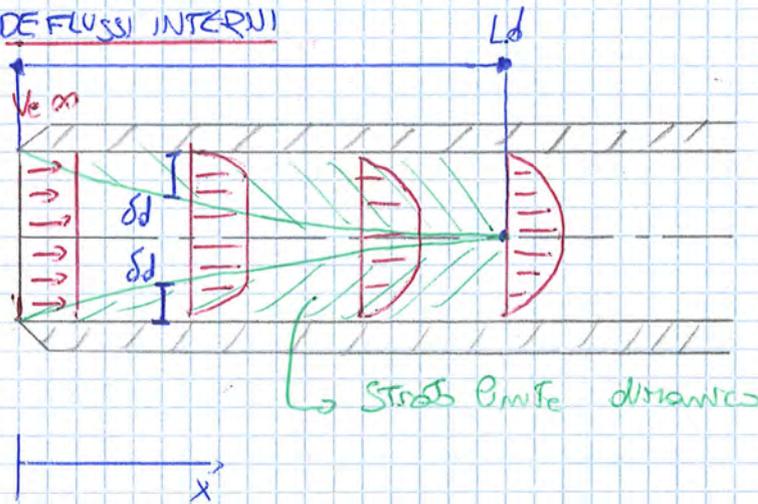
DEFLUSSI ESTERNI

A mano a mano che avanza, il disturbo sul fluido aumenta. Indichiamo il punto dove inizia il disturbo e, se facciamo ciò per tanti punti, troviamo una STRATA LIMITE DINAMICA, cioè una porzione di spazio dove la condizione di velocità è disturbata ed è la spessore della strata limite dinamica.

DEFLUSSI ESTERNI: Se mi allontano dal sistema diminuisce la perturbazione

02/12/2014 APPUNTI

DEFLUSSI INTERNI



$V_{e\infty}$ è la velocità del fluido prima che entri nel condotto. Se analizzo una generica sezione, osservo un'azione di disturbo che si propaga a mano a mano che avanza nel condotto. Le prime zone interessate sono quelle prossime alle pareti. Traccio delle linee (simmetriche) che racchiudono la zona di disturbo (strata limite dinamica). È significativa la lunghezza alla quale la strata limite raggiunge l'asse del condotto, detta

$L_d = \text{LUNGHEZZA DI INGRESSO IDRODINAMICA}$

L'effetto delle pareti si estende fino a che mi trovo a coordinate

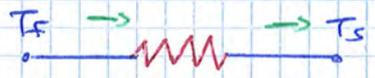
$\alpha = \text{COEFFICIENTE CONDUTTIVO}$ $\alpha = f(3; 4; 5)$

Esso è funzione di tutte le variabili non presenti nella relazione di Newton: geometria del sistema, campo dinamico e proprietà del fluido.

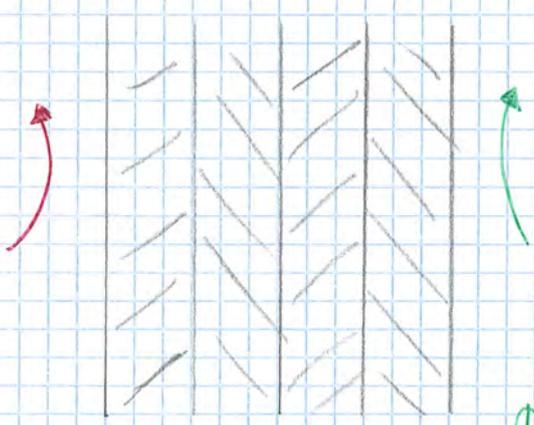
Anche qui è possibile costruire un analogo elettrico

Elettrico	Termico
I	ϕ
ΔV	$T_F - T_S$
R_e	$R_{cv} = \frac{1}{\alpha A}$

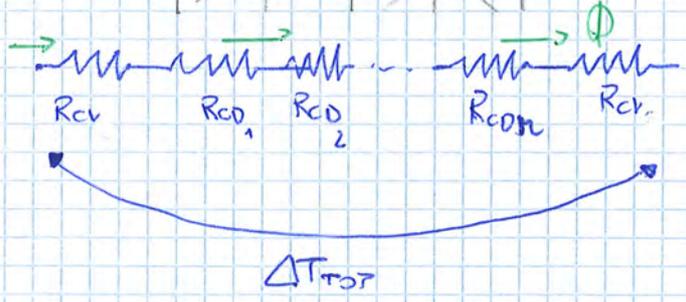
$\Delta T = \frac{1}{\alpha A} \phi$



Consideriamo una parete costituita da più strati che separano due fluidi differenti



In condizioni stazionarie, questo è un problema come un insieme di resistenze in serie



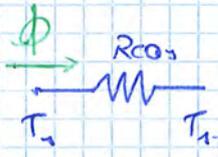
$\Delta T_{TOT} = R_{TOT} \phi$

$R_{TOT} = \sum_{i=1} R_{cd} + R_{cv}' + R_{cv}''$

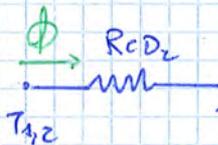
Le pareti sono attraversate dallo stesso ϕ

$$\Phi = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\lambda_1}{r_1} + \frac{\lambda_2}{r_2} + \frac{1}{\alpha} \right)} \Rightarrow \varphi = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\lambda_1}{r_1} + \frac{\lambda_2}{r_2} + \frac{1}{\alpha} \right)} = 20 \frac{W}{m^2}$$

Trovato il flusso, calcoliamo le temperature tra le pareti (andamento lineare)



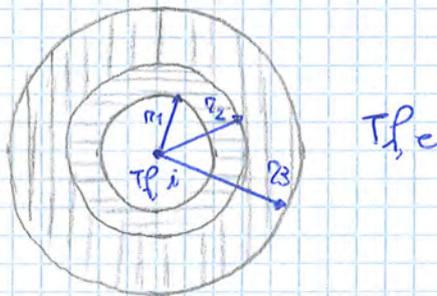
$$T_{12} = -\Phi R_{CD1} + T_1 = T_1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 A} \Phi = T_1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1} \varphi = 16^\circ C$$



$$T_2 = T_{12} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2} \varphi = 1^\circ C$$

④ Due fluidi separati da una parete bi-strato cilindrica, lo strato interno è in acciaio inox 188, quello esterno è un isolante ($\lambda_{isol} = 0,3 \frac{W}{mK}$)

1. Calcolare le temperature sulle superfici interne ed esterne dei due strati



• Fluido interno

$$T_{fi} = 300^\circ C$$

$$\alpha_i = 95 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

• Fluido esterno

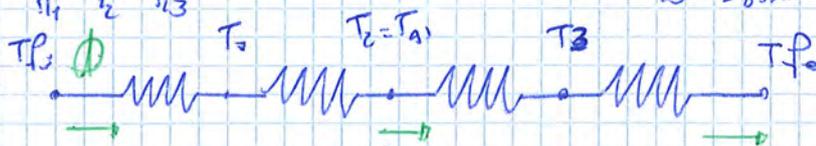
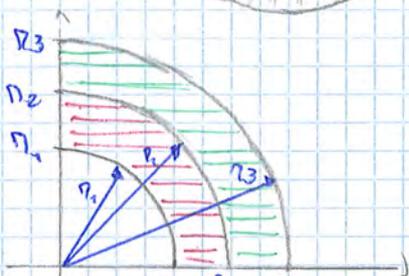
$$T_{fe} = 29^\circ C$$

$$\alpha_e = 23 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$r_1 = 70 \text{ mm}$$

$$r_2 = 76 \text{ mm}$$

$$r_3 = 98 \text{ mm}$$



$$\Delta T_{TOT} = R_{TOT} \Phi \Rightarrow \Phi = \frac{\Delta T_{TOT}}{R_{TOT}} \quad \Delta T_{TOT} = T_{fi} - T_{fe}$$

$$R_{conv,i} = \frac{1}{\alpha_i A}$$

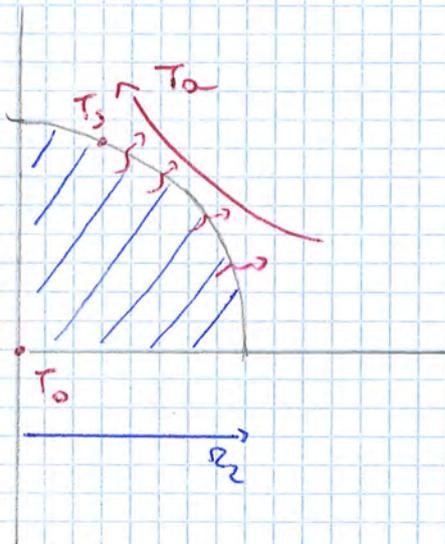
$$R_{CD,acc} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi C \lambda_{acc}}$$

$$R_{CD,isol} = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi C \lambda_{isol}}$$

$$R_{conv,e} = \frac{1}{\alpha_e A}$$

05/12/2019 ESERCITAZIONE 9

5) Si consideri un conduttore elettrico (resistività elettrica $10 \mu\Omega \cdot m$, conduttività termica $3,2 \frac{W}{m \cdot K}$) a sezione cilindrica (diametro 35 mm), alimentato da una corrente di 200 A. Il conduttore è immerso in ambiente con aria a $70^\circ C$ e coefficiente convettivo $10 \frac{W}{m^2 \cdot K}$. Calcolare, in condizioni stazionarie, le temperature sulla superficie e sull'asse del conduttore.



$$d \Rightarrow r_2 = \frac{d}{2}$$

Equazione della condizione (caso con generazione) $\lambda \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \varphi_v = 0$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\varphi_v r}{\lambda}$$

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{\varphi_v r^2}{2\lambda} + C_1$$

$$dT = \left(-\frac{\varphi_v r}{2\lambda} + \frac{C_1}{r} \right) dr$$

$$\int dT = -\frac{\varphi_v}{2\lambda} \int r dr + C_1 \int \frac{dr}{r}$$

$$T = -\frac{\varphi_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2$$

Condizioni al contorno

$$r=0 \quad \phi=0 \quad \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad -\frac{\varphi_v r}{2\lambda} + \frac{C_1}{r} \Big|_{r=0} = 0 \quad \frac{\varphi_v r}{2\lambda} = \frac{C_1}{r} \Big|_{r=0}$$

$$C_1 = \frac{\varphi_v r^2}{2\lambda} \quad C_2 = 0$$

• GENERALITÀ SULLA DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE CONVETTIVO

Si utilizza il metodo detto dell'ANALISI DIMENSIONALE; a tale scopo sono fondamentali alcuni requisiti:

- (1) Conoscenza preventiva di tutte le grandezze che influenzano il fenomeno
- (2) Ricorso a dati sperimentali

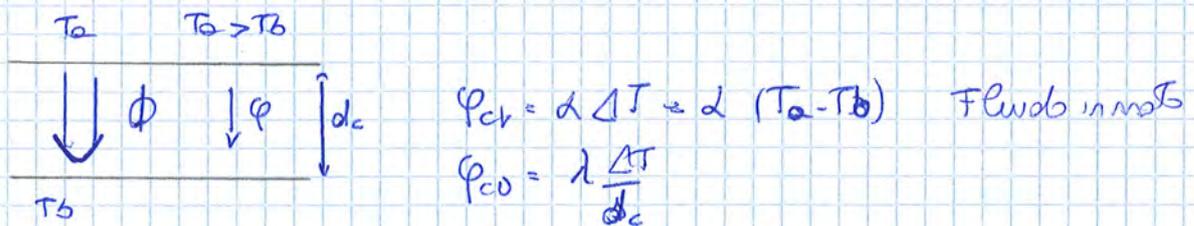
Otteniamo una relazione tra gruppi di grandezze adimensionali, la quale dà un'informazione di tipo analitico

Il primo coefficiente adimensionale è il NUMERO DI NUSSELT:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_c}{\lambda} \quad \text{NUMERO DI NUSSELT}$$

$d_c \rightarrow$ dimensione caratteristica

Questo numero rappresenta un rapporto tra flusso convettivo e flusso conduttivo.



Consideriamo uno strato di fluido, prima fermo e poi in moto

$$\frac{\phi_{conv}}{\phi_{cond}} = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda \frac{\Delta T}{d_c}} = \frac{\alpha d_c}{\lambda}$$

Come vediamo si trova il numero di Nusselt; dà un'informazione di quanto si discosta il flusso convettivo da quello conduttivo. A meno a meno che non si tratti di un caso particolare, il numero di Nusselt tende al valore 1 (cioè il flusso convettivo tende a quello conduttivo). Il Nusselt può arrivare ad α

La convezione si divide in più famiglie

TIPICI
DI CONVEZIONE

○ CONVEZIONE FORZATA (ad esempio il movimento di fluido è mantenuto grazie ad una pompa); il comportamento dinamico è stabilito dall'esterno

○ CONVEZIONE NATURALE: il fluido si muove perché la presenza di variazioni di temperatura causa variazioni di densità

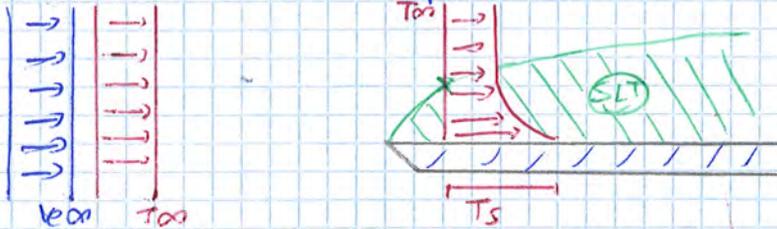
• CONVEZIONE FORZATA

In convezione forzata ... lavorano sistemi come gli scambiatori e in generale tutti i sistemi industriali.

STRATO LIMITE TERMICO

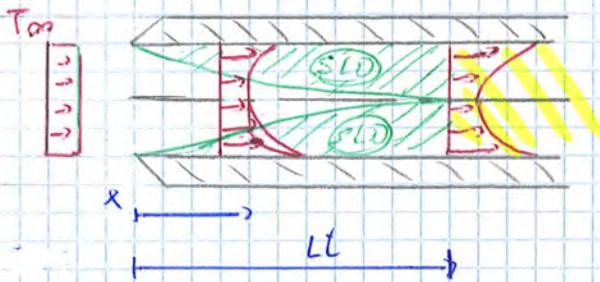
È la zona in prossimità delle pareti dove si ha un disturbo a livello di temperatura.

Consideriamo un sistema a deflusso esterno



Lontano dalla piastra lo un certo profilo di temperatura; quando ci avviciniamo alla piastra, le molecole scambiano calore in una misura che diminuisce a mano a mano che si trovano più distanti dalla piastra. Troviamo uno strato limite termico che risente dell'effetto di parete. Al di là dello strato limite termico si ha una regione termicamente indisturbata.

Un ragionamento simile è applicabile al caso di deflusso interno; consideriamo un condotto



Lo strato limite termico ... si propaga simmetricamente verso l'asse. Definiamo L_t LUNGHEZZA DI INGRESSO TERMICO, cioè, quella porzione di spazio prima della quale l'asse del condotto subisca un'azione di disturbo

- $x < L_t$ Regione di ingresso termico
- $x > L_t$ Regione termicamente sviluppata

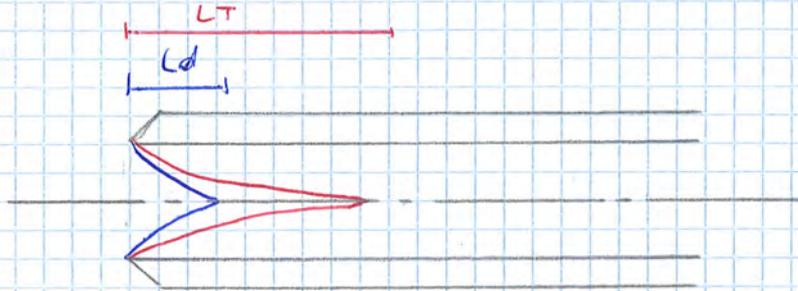
Quando invece ci troviamo in un ^{in punto} che supera il transitorio sia termicamente che dinamicamente, ovvero quando $x > L_t$ o $x > L_d$, parlo di flusso completamente sviluppato.

10-12-2019 APPUNTI

NUMERO DI PRANDTL

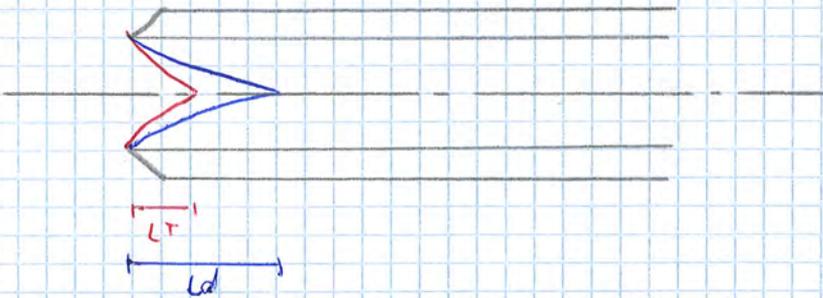
$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{d}{a} \quad d = \frac{\mu}{\rho} \quad a = \frac{d}{\rho c}$$

ESEMPIO: Condotta fluida in moto laminare



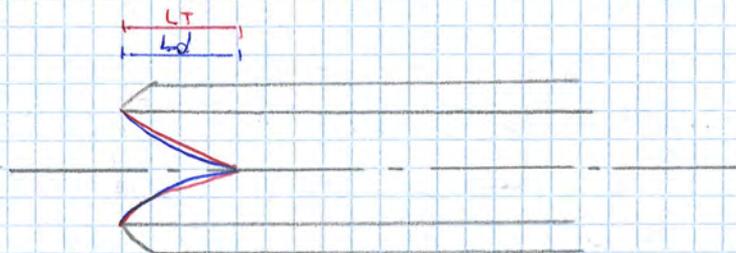
Se $Pr \gg 1$ prevale il numeratore, cioè la parte viscosa $L_t > L_d$. Va a regime prima la parte dinamica e poi la parte termica. Questo comportamento, che non trasmette bene il calore, è tipico di certi oli

Se $Pr \ll 1$



$L_t < L_d$: un comportamento di questo tipo si riscontra nei metalli liquidi

Nel caso in cui $Pr \approx 1$



$L_t \approx L_d$: la zona disturbata coincide

$Pr \gg 1$	$L_t > L_d$
$Pr \ll 1$	$L_t < L_d$
$Pr \approx 1$	$L_t \approx L_d$

Nu, in condizioni di moto laminare è tale che Nu = costante
 Tra 2300 e 10000 esiste una zona intermedia in cui non sappiamo
 in quale regime ci troviamo
 Per valori superiori a 10000 ci troviamo in regime turbolento.

Una volta ottenuto il numero di Nusselt, troviamo il coefficiente α .

CONDIZIONI A SEZIONE NON CIRCOLARE

Le valutazioni effettuate devono essere modificate per geometrie non
 cilindriche. Tuttavia, in molti casi ci si può ricondurre a un comportamento
 di tipo circolare; definiamo

$$D_{eq. id.} = 4 \frac{AREA}{PERIMETRO} \quad \text{DIAMETRO EQUIVALENTE IDRAULICO}$$

È evidente che l'errore compiuto in situazioni di questo tipo
 aumenta; tuttavia, ciò consente di utilizzare tutte le correlazioni
 trovate in precedenza per geometrie di tipo cilindrico

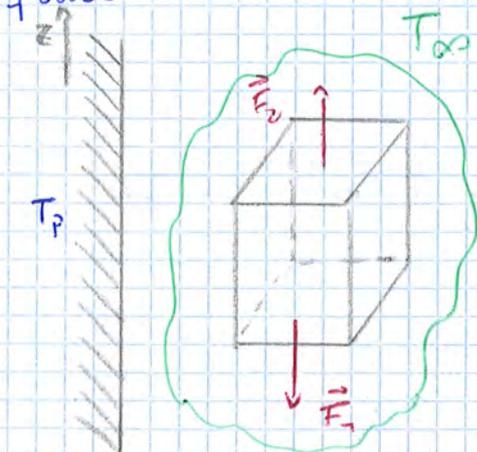
• CONVEZIONE NATURALE

La convezione naturale è quella che avviene a causa di un gradiente
 di temperatura senza forzante esterna.

Se sono in un campo di forze di massa (es gravità) e la densità
 dipende funzionalmente dalla temperatura, si innescano moti convettivi. Le
 velocità relative dipendono dal salto di temperatura.

CAMPI DINAMICI È CONSEGUENZA DEL CAMPO DI TEMPERATURA (NON VICEVERSA)

Analizziamo il caso seguente, in cui una parete verticale è lambita da un
 fluido



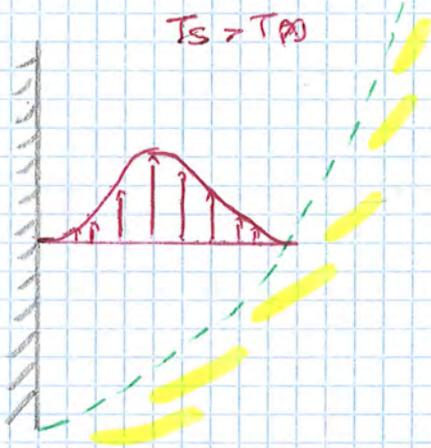
$$F_1 = -\rho_1 g \Delta V$$

$$F_2 = +\rho_2 g \Delta V$$

In questo modo possiamo calcolare l'accelerazione convettiva in modo diretto.

Consideriamo ora una parete verticale

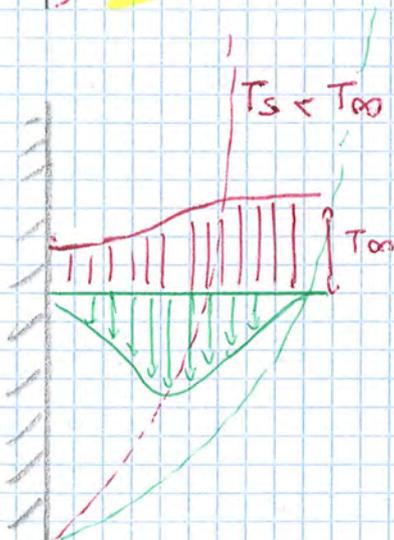
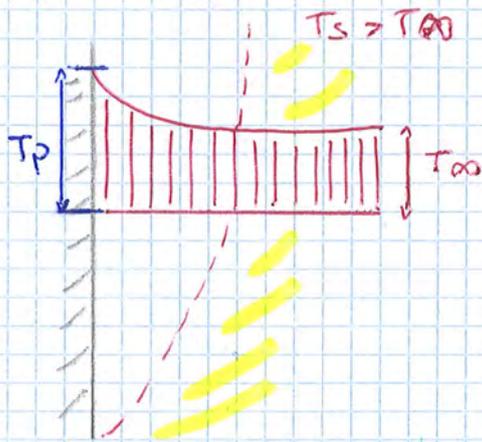
PROFILI DI VELOCITÀ



Allontanandosi dalla parete le velocità sono via via crescenti fino a un massimo; dopodiché esse scendono poiché è coinvolta una regione a T_{∞} , che è appunto una regione con temperatura indisturbata.

Se la temperatura è più elevata in una determinata regione della parete, possiamo individuare una stretta limite (---) che confina la regione perturbata da quella non turbata.

PROFILI DI TEMPERATURA



(Re è ancora un numero in quanto prodotto di termini adimensionali)

11/12/2019 APPUNTI

$$Nu = \frac{\alpha d_c}{\lambda}$$

$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$ È l'unico numero che dipende esclusivamente da proprietà del fluido

$$Re = \frac{\rho v d_c}{\mu} \rightarrow \frac{\text{forze inerziali}}{\text{forze viscosse}} \rightarrow \text{Convezione forzata}$$

$$Gr = \frac{\rho(\beta \Delta T) d_c^3}{\mu^2} \rightarrow \frac{\text{forze galleggianti}}{\text{forze viscosse}} \rightarrow \text{Convezione naturale}$$

CONVEZIONE MISTA

Viamo un criterio se consente di capire entro quali limiti si può parlare di convezione mista

$\frac{Gr}{Re^2}$	$\gg 1$	CONVEZIONE NATURALE PREVALENTE
	~ 1	CONVEZIONE MISTA
	$\ll 1$	CONVEZIONE FORZATA PREVALENTE

Se $\frac{Gr}{Re^2} \sim 1$, $\alpha = f(d_c, v, \rho, \lambda, \mu, c_p)$, cioè il coefficiente convettivo è funzione sia della velocità (oppure conv. forzata) che dell'accelerazione convettiva (oppure conv. naturale) e le relazioni che permettono di ottenerlo sono molto complesse; tuttavia, la maggior parte dei casi può essere considerata come situazioni di convezione naturale o forzata.

ESERCITAZIONE 10

1) Aria a 20°C e 1 atm fluisce a 35 m/s sopra una superficie piana. Il piano è lungo 75 cm ed è mantenuto a 60°C. Assumendo unitaria la profondità, calcolare il flusso termico scambiato tra superficie ed aria

QST,

q

T_{ma}

D

T_s

$$\mu_{80} = 0,037 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Convezione forzata in un fluido: i due metri considerati si riferiscono a tratti di flusso completamente sviluppati.

$$\phi = \alpha A \Delta T = \alpha (\pi D L) \Delta T = \alpha \pi D L (T_s - T_f)$$

La superficie è quella laterale del condotto, ed è quella che scambia. Dobbiamo ricavare α .

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = 12215 > 10^4$$

$q = \rho \bar{v} S = \rho \bar{v} \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)$ dove S è la sezione attraversata dalla portata

$$\bar{v} = \frac{q}{\rho \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}$$

Consultando le Tabelle, osserviamo che $Re > 10^4 \Rightarrow$ calcoliamo il numero di Prandtl

$$Pr = \frac{q \mu}{a} = \frac{1}{2} = 714,5$$

Poiché $\left\{ \begin{array}{l} Re > 10^4 \\ Pr > 0,7 \\ Pr < 16720 \end{array} \right.$ utilizziamo la terza relazione della scheda

N.B. Valori molto elevati del numero di Prandtl sono propri di sostanze molto viscosi (tipicamente oli, queste sostanze hanno una viscosità μ fortemente variabile in funzione della temperatura)

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_{80}}{\mu_s}\right)^{0,14} = 651,5$$

$$\alpha = \frac{Nu_D k}{D} = \frac{Nu_D}{D} = 1091 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\phi = \alpha A (T_s - T_{f1}) = 49,4 \text{ kW}$$

PAVIMENTO

30°

$$N_{VL} = 0,27 R_{OL}^{1/4}$$

$$\alpha = 0,943$$

$$\phi = 80,3$$



Il pavimento scambia molto meno di quanto scambiasse il soffitto

CASO B

$$\phi_{VERTICALE} = 229 \text{ W}$$

$$\phi_{SOFFITTO} = 84 \text{ W}$$

$$\phi_{PAVIMENTO} = 344 \text{ W}$$

Questo problema si presenta nei casi conduttori elettrici: l'isolamento richiesto è di tipo elettrico anziché termico (i.e. si cerca di non scaldare il cavo); si cercano isolanti elettrici che disperdano facilmente il calore; si valuta il raggio critico per cercare quali sono le condizioni che favoriscono la dissipazione di calore

Introduciamo un nuovo coefficiente, detto **COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO (TERZICO)**.

$$\phi = k_g A \Delta T$$

A → Superficie di scambio
 ΔT → Salt di Temperatura

Dimensionalmente

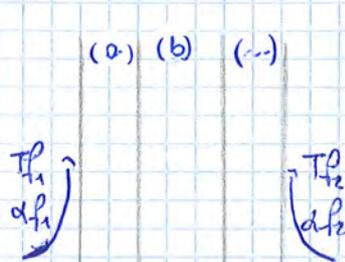
$$[k_g] = \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

$k_g \uparrow \Rightarrow$ Ogni parete può scambiare maggiormente

$k_g \neq \alpha$ perché tiene conto di uno scambio tra pareti e fluidi, non solo tra fluidi (quindi tiene conto sia degli scambi conduttivi che di quelli convettivi)

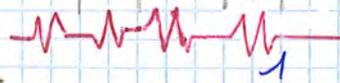
Vediamone alcune applicazioni

• PARETE PIANA MULTISTRATO



$$\Delta T = R_{TOT} \phi \Leftrightarrow \phi = \frac{1}{R_{TOT}} \Delta T$$

$$\frac{1}{R_{TOT}} = k_g A \Leftrightarrow k_g = \frac{1}{A R_{TOT}}$$



$$k_g = \frac{1}{A \left(\frac{1}{\alpha_1 A} + \sum_{j=1}^{NS} \frac{\delta_j}{\lambda_j A} + \frac{1}{\alpha_2 A} \right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^{NS} \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}$$

k_g è in realtà solo un modo diverso per esprimere - in maniera globale e tenendo conto delle superfici - quanto già visto

conduttiva e una convettiva.

Confrontabile

$$R_{co} = \frac{\delta}{\lambda A}$$

$$R_{cv} = \frac{1}{\alpha_p A}$$

A → Superficie di scambio

δ → Dipende dalle dimensioni del corpo

Se faccio il rapporto tra le due grandezze

$$\frac{R_{co}}{R_{cv}} = \frac{\delta}{\lambda \alpha} = \frac{\alpha \delta}{\lambda}$$

Definiamo

$$\frac{\alpha \delta}{\lambda} = Bi \quad \text{NUMERO DI BIOT}$$

Questo numero, spazialmente simile al numero di Nusselt, differisce da questo perché fisico: il numero di Biot considera uno scambio tra fluido e solido, mentre quello di Nusselt tiene conto soltanto del comportamento del fluido.

⊖ Se $Bi \ll 1 \Rightarrow R_{co} \ll R_{cv} \Rightarrow$ Resistenza interna - R_{co} - è trascurabile

Questa condizione si verifica per corpi di piccole dimensioni e per sostanze di conduzione molto bene. In situazioni di questo tipo eliminiamo, nell'equazione generale della conduzione, tutti i termini che danno una dipendenza spaziale $(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2})$, poiché consideriamo la temperatura come costante all'interno del corpo.

$$\phi = \frac{dU}{dt} \quad \frac{dU}{dt} = m \frac{dT}{dt} = \rho \cdot V \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$\phi = \alpha A \Delta T = \alpha A (T_f - T_s)$$

Uguagliando

$$\rho V c \frac{dT_s}{dt} = \alpha A (T_f - T_s) \quad \text{Consideriamo } T_s, \text{ cioè la temperatura del corpo}$$

$$\theta = T_f - T_s$$

$$d\theta = -dT_s$$

$$\Rightarrow -\rho V c \frac{d\theta}{dt} = -\alpha A \theta \quad \Leftrightarrow \frac{-\alpha A}{\rho V c} dt = \frac{d\theta}{\theta}$$

Equazione differenziale 1° ordine a variabile separabile