NUMERO: 1476A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: De Meo

MATERIA: Fisica II. Prof.Gozzellino

FISICA II

LIBRI

- Fisica II Mazzoldi
- Elementi di Fisica II vol. 2

TEORIA

- Longhi ~~Stagni, Longhi~~ Fisica generale prob. di Elettromagnetismo e Ottica

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 172

CAMPO ELETTRICO

- forza elettrostatica → campo elettrostatico

1 ○ → la carica 1 genera 1 campo elettrostatico

2 ⊕ P → misurato del campo generato dalla carica 1 tramite 1 forza

$E_1(P) \rightarrow F_{12} = q_2 E_1(P)$

$E(P) = \dfrac{F}{q_0}$ ← campo generato da una carica in un qualsiasi punto dello spazio

$E(P)$ → campo elettrico; q_0 → carica di prova

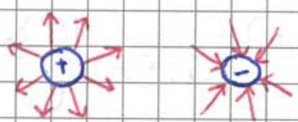
$E(P) = \lim\limits_{q_0 \to 0} \dfrac{F}{q_0}$ → la carica q_0 deve essere più piccola possibile per non alterare il campo che voglio misurare

- unità di misura → N/C

- $E(P) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{Q}{r^2} u_r$ — Campo elettrico generato da 1 carica puntiforme in quiete

Q → carica sorgente; r → dist p.to - sorgente; $4\pi\varepsilon_0$ → nel vuoto nel S.I.

$q(+)$ → uscente $\qquad$ $q(-)$ → entrante

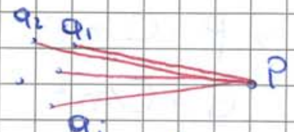


- Principio di sovrapposizione

$E(P) = E_1(P) + E_2(P) + \dots$

il campo elettrico ha 1 dipendenza lineare con la carica

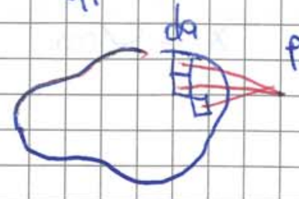
$E(P) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_1^n \dfrac{q_i}{r_i^2} u_{r_i}$



insieme discreto

$dE(P) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{dq}{r^2} u_r$

$E(P) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_Q \dfrac{dQ}{r^2} u_r$



insieme continuo

- linee di campo

il campo elettrico è un campo VETTORIALE

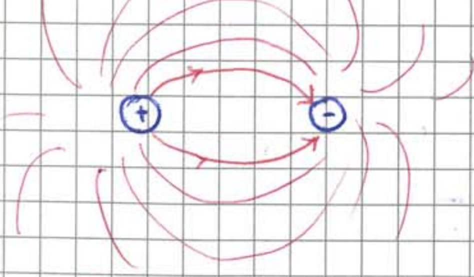
• le linee di forza:

- sono tangenti in ogni punto al campo
- il verso di percorrenza è concorde al verso del campo

- non si intersecano mai

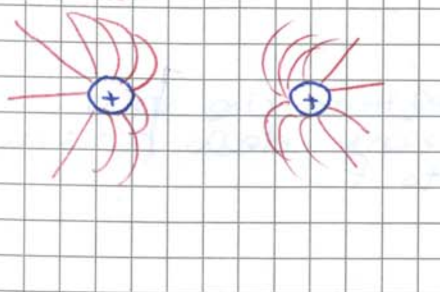
imp! il campo è definito in modo univoco

- si addensano dove il campo è + intenso
- escono dalle cariche + e vanno entrano nelle -
- se le linee sono parallele equispaziate il campo elettrico è UNIFORME



E esce dalla carica + e entra nella -

è + intenso tra le cariche



le cariche si respingono

in mezzo il campo è nullo

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\,x}{(R^2+x^2)^{3/2}} u_x$$

$x = 0$ (centro anello) $\rightarrow \vec{E} = 0$

$x < 0$ (sinistra anello) $\rightarrow -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q|x|}{(R^2+x^2)^{3/2}}$

$x >> R$ (molto distante) $\rightarrow \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q|x|}{x^{3}} = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{x^2} u_x$ ← a dist. è così elevata che l'anello degenera in una carica p.fa

$$W_{AB} = q_0 \int_A^B E\,ds = q_0 V(p)$$

$$U(P) = q_0 V(P) \rightarrow U_e(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q}{r} + cost$$ ← energia potenziale

r → distanza $q - P$

$r \rightarrow \infty$

$V \rightarrow 0 \rightarrow U_e \rightarrow 0 \Big| \Rightarrow cost = 0$

$$U_e(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q}{r} = q_0 \underbrace{\int_P^\infty E\,ds}_{W_{P\rightarrow\infty}} =$$

$W_{P\rightarrow\infty}$ → lavoro necessario x spostare la carica q_0 dal punto P a ∞

- unità di misura → $V \rightarrow J/C = V$

$U \rightarrow J$

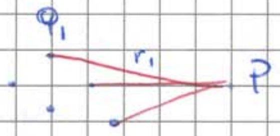
$E \rightarrow V/m = N/C$

- principio di sovrapposizione

il potenziale è lineare nella carica

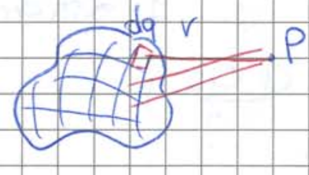
$$V(P) = V_1(P) + V_2(P) + \dots$$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i^N \frac{q_i}{r_i}$$



distribuzione discreta

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_Q \frac{dQ}{r}$$



distribuzione continua

$$\int_A^B E\,ds = V_A - V_B \rightarrow E \cdot ds = -dV$$

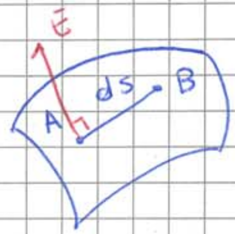
$$E = -\nabla V \qquad \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial x}u_x - \frac{\partial V}{\partial y}u_y - \frac{\partial V}{\partial z}u_z$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right)$$

- SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE

il campo scalare (potenziale) ha valore costante

$V(P) = cost \quad \forall P$



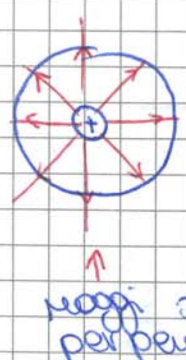
$dV = 0$

$dV = -E\,ds$

$-E \cdot ds = 0 \quad \forall ds \rightarrow \underline{E \perp ds}$

in una superficie equipotenziale il campo elettrico $\vec{E}$ è diretto sempre perpendicolarmente alla superficie qualunque sia lo spostamento

Se il potenziale varia in modo uniforme le superfici equipotenziali sono equispaziali



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

energia potenziale elettrostatica

$$U_e = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}}\right)$$

$$U_e = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$ ← 2 cariche

I sistemi evolvono naturalmente verso una cond. di con Ep minima (vale anche per U_E)

1) $U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$ $\quad q_1 q_2 > 0 \Rightarrow U_e > 0$ → le 2 cariche si respingono

se r_{12} aumenta → U_p diminuisce → evoluzione naturale del sistema

↓

le 2 cariche si respingono

$W_{AB} = U_{eA} - U_{eB} > 0$

lavoro compiuto

2) $U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$ $\quad q_1 q_2 < 0 \Rightarrow U_e < 0$ → le 2 cariche si attraggono

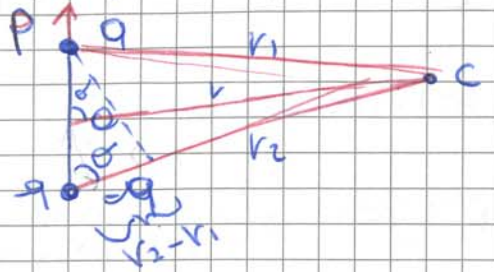
se r_{12} aumenta → U_p aumenta → evoluzione non naturale del sistema

$W_{AB} = U_A - U_B < 0$

lavoro subito

SISTEMI NEUTRI

- dipolo (2 cariche segno opposto)

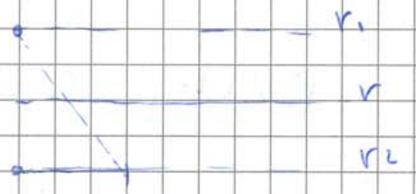


$p = qa$ momento di dipolo

$$V(C) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)$$

- $a \ll r_1, r_2, r$

$$V(C) \sim \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p u_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



$$E = -\frac{\partial V}{\partial r}u_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}u_\theta - \cancel{\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}d\phi} = 0$$

$$E = \underbrace{\frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}u_r}_{\text{radiale}} + \underbrace{\frac{1}{r}\frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}u_\theta}_{\text{tangenziale}}$$

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$$

$$\tan\alpha = \frac{E_\theta}{E_r} = \frac{\sin\theta}{2\cos\theta} = \frac{1}{2}\tan\theta$$

α: angolo che forma E con u_r

STASERA LA (AAAAA CI PORTERÀ FORTUNA!

$q\,(x+a_x,\ y+a_y,\ z+a_z)$ → a molto piccolo

→ $E = \Delta V$ Ue=q

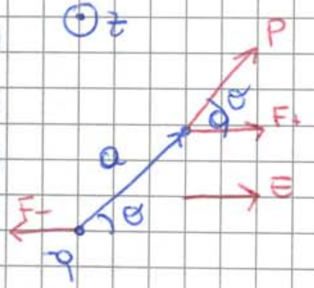
$$U_e = qV(x+a_x,\ y+a_y,\ z+a_z) - qV(x,y,z)$$

$$U_e = q\left[V(x,y,z) + \frac{\partial V}{\partial x}a_x + \frac{\partial V}{\partial y}a_y + \frac{\partial V}{\partial z}a_z\right] - qV(x,y,z)$$

poiché a è molto piccolo x trovare il potenziale della carica positiva sviluppo in serie fino alla prima potenza

$$U_e = p_x\frac{\partial V}{\partial x} + p_y\frac{\partial V}{\partial y} + p_z\frac{\partial V}{\partial z} = p\,\nabla V = p\cdot(-E)$$

$\boxed{U_e = -\,p\cdot\vec{E}}$ ← energia potenziale elettrostatica di un dipolo



E uniforme

per portarsi in condizione di equilibrio

$F_+ = F_-$ ← coppia → momento → rotazione

$$M = a\times F = \underbrace{a\times qE}_{p} = p\times E = -E\times p = pE\sin\theta$$

$$M = pE\sin\theta\, u_z$$

$$M = -\frac{dU_e}{d\theta}u_z$$

equilibrio
- $\theta = 0$ → stabile ($U_e = -pE$) →
- $\theta = \pi$ → instabile ($U_e = pE$)

INTERAZIONE tra DIPOLI

del dipolo 1 — generato dal dipolo 2

$$U_{e\,1,2} = -\vec{p}_1 \cdot \vec{E}_2 \qquad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3(p_2\cdot u_r)u_r - p_2\right]$$

$$U_{e\,1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3(p_2\cdot u_r)\cdot u_r - p_2\right](-p_1)$$

$$U_{e\,1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[p_1 p_2 - 3(p_1\cdot u_r)(p_2\cdot u_r)\right] = U_{e\,2,1}$$

1)

xk $p_1 \perp u_r$, $p_2 \perp u_r$

$$U_{e\,1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[p_1 p_2 - 3\cancel{(p_1 u_r)}(p_2 u_r)\right] \quad \to 0$$

$$U_{e\,1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(p_1 p_2) \to p_1\cdot p_2 > 0 \text{ (concordi)}$$

$U_e > 0$ (diminuisce)
↓
r aumenta
↓
- SI RESPINGONO

$$F = -\nabla U_e = -\frac{\partial U_e}{\partial r} = +\frac{3}{4\pi\varepsilon_0 r^4} p_1 p_2 u_r$$

2)

SI ATTRAGGONO

3)

$$U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-3p_1p_2 + p_1p_2\right] = -\frac{2p_1p_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

SI ATTRAGGONO

4)

SI RESPINGONO

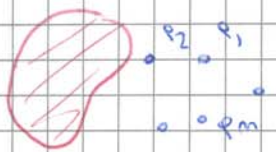
LEGGE di GAUSS

- mette in relazione il campo elettrico con la carica sorgente
- permette di valutare a posteriori altre leggi (legge Coulomb)
- permette di calcolare il campo elettrico in campi a elevata simmetria

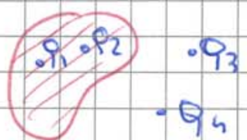
$$\Phi(E) = \int_{\Sigma \text{ chiuso}} E \cdot u_n \, d\Sigma = \sum_i \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$ discrete — forma integrale

$$= \int_V dQ$$ continue

superficie chiusa → normale diretta verso l'esterno

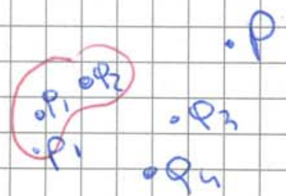


$\Phi(E) = 0$



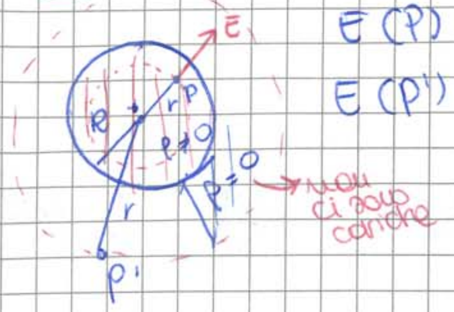
$\Phi(E) = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0}$

flusso attraverso superficie chiusa (solo cariche interne)



$E =$

campo elettrico in un p.to (tutte le cariche) es) sfera



$E(P) = ?$ $V(P) = ?$

$E(P') = ?$ $V(P') = ?$

r < R

$$\phi(E) = \int_\Sigma E \underbrace{u_n}_{\text{paralleli}} d\Sigma$$

il campo E è in ogni p.to in direzione radiale

$$= \int_\Sigma E \, d\Sigma$$

$$= E \int_\Sigma d\Sigma = E 4\pi r^2$$

$$\phi(E) = \frac{\int_V dq}{\varepsilon_0} = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \int_V dV}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

$$E \cancel{4\pi} \cancel{r^2} = \frac{\frac{\cancel{4\pi}}{3} r^{\cancel{3}} \rho}{\varepsilon_0} \qquad \vec{E} = \frac{r \rho}{3 \varepsilon_0} \vec{u}_r$$

r > R

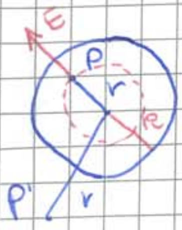
$$\phi(E) = \int_\Sigma E u_n d\Sigma = \int_\Sigma E d\Sigma = E 4\pi r^2$$

$$\phi(E) = \frac{\int_V dq}{\varepsilon_0} = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\rho \frac{4}{3} \cancel{\pi} R^3}{\varepsilon_0} = E 4 \cancel{\pi} r^2$$

$$\vec{E} = \frac{\rho R^3 4\pi}{3 r^2 \varepsilon_0 4\pi} \vec{u}_r = \frac{q}{r^2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

← carica conc. in un p.to che si trova al centro della sfera guscio sferico



$E(P) = ?$ $\quad E(P') = ?$

$V(P) = ?$ $\quad V(P') = ?$

$r < R$

$\sigma d\Sigma$

$$\phi(E) = E 4\pi r^2$$

$$\phi(E) = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0} = 0 \qquad E = 0$$

$r > R$

$$\phi(E) = E 4\pi r^2$$

$$\phi(E) = \frac{\int dq}{\varepsilon_0} = \frac{\int_\Sigma \sigma d\Sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0}$$

$$E \cancel{4\pi} r^2 = \frac{\sigma \cancel{4\pi} R^2}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} u_r$$

$r > R$

$$V = -\int E \cdot dl = -\int \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \overbrace{u_r dl}^{dr} = -\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \int \frac{dr}{r^2} = +\frac{1}{r} \cdot \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} + \cancel{cost}^{\,0}$$

$r < R$

$$V = -\int E dl = cost = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}$$

$r = R$

$$cost = \frac{\sigma R^{\cancel{2}}}{\cancel{R} \varepsilon_0}$$

CAMPO ELETTROSTATICO (caratteristiche)

1) $\oint E \cdot dl = 0$ $\quad$ $\text{rot}\, E = 0$ $\rightarrow$ conservativo, irrotazionale

2) $\int_\Sigma E u_n \, d\Sigma = \phi(E) = \frac{\Sigma q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\quad$ $\text{div}\, E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Eq. Maxwell per l'elettrostatica

$E = -\nabla V$ $\qquad$ $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\leftarrow$ eq. Poisson

$$\nabla \cdot \nabla V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

laplaciano $\rightarrow$ $\nabla^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

CAPACITÀ

$C = \frac{q}{V}$ ← carica / ← potenziale $\qquad F = \frac{C}{V}$ = Farad

la capacità di un conduttore dipende da
- la forma conduttore
- le dimensioni conduttore
- il mezzo in cui si trova

non dipende né dalla carica né dal potenziale

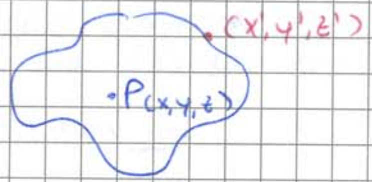
$q \to 2q$ se aumento la carica σ aumenta in proporzione

$\downarrow$

$\sigma \to 2\sigma$

$\downarrow$

$V \to 2V$



$$V = \int \frac{\sigma(x', y', z')\, d\Sigma}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

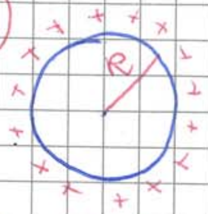
$C = \frac{2q}{2V}$ ← uguale a prima

se raddoppio σ → raddoppia anche il V

$\downarrow$

C non dipende né da q né da V

es



$q \to \sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ $\qquad E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$ esterno $\qquad V = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r}$

$V = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 R}$ sulla superficie

$\downarrow$

potenziale del conduttore

è in equilibrio quindi V = cost
è costante in tutto il conduttore

tutti i punti hanno lo stesso raggio di curvatura

$\downarrow$

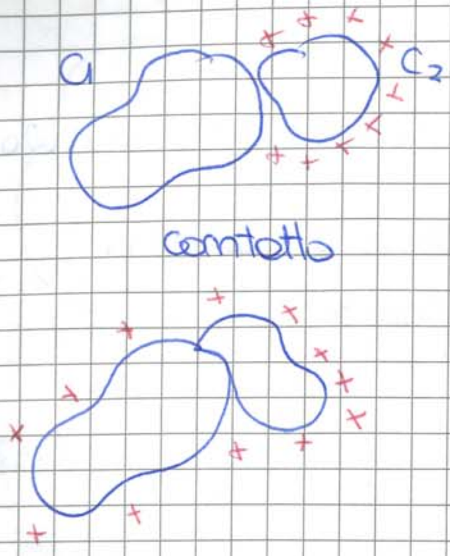
σ = cost

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

non dipende da q e V

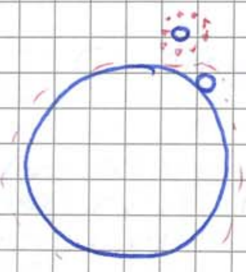
ma da: forma, dimensioni, mezzo

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 172



il sistema è 1 unico conduttore
↓
i 2 conduttori si portano allo stesso potenziale
↓
le cariche che inizialmente erano su C_2 si ridistribuiscono anche su C_1

- "mettere a terra" → mettere qualcosa a contatto con la terra (è 1 conduttore)

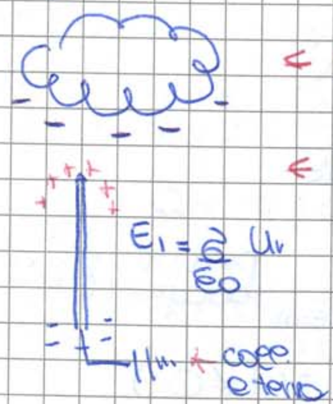


CORPO CARICO → le cariche si distribuiscono sul "nuovo conduttore" = oggetto + pianeta terra

il pianeta terra è però molto + grande dell'oggetto

- il conduttore si porta al potenziale di terra
- le cariche si disperdono

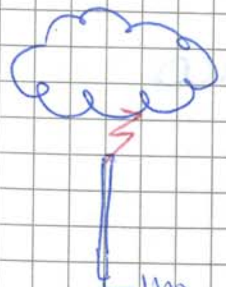
- parafulmine → applicazione induzione elettrostatica



← le nuvole sono cariche

← il parafulmine si carica x induzione

essendo a punta la σ è molto elevata
↓
si crea un campo elettrico E_1 indotto (molto intenso) alla cima del parafulmine
↓
essendo il campo molto intenso l'aria si comporta da conduttore
↓
si ha una scarica sul parafulmine
↓
le cariche negative della nuvola neutralizzano quelle positive e quelle negative vengono scaricate a terra



C_2 è carico
↓
C_1 si carica × induzione (neg. all'interno, + all'esterno)
↓
le cariche − indotte su C_1 sono uguali alle cariche positive che aveva inizialmente su C_2

prendo una sup. chiusa

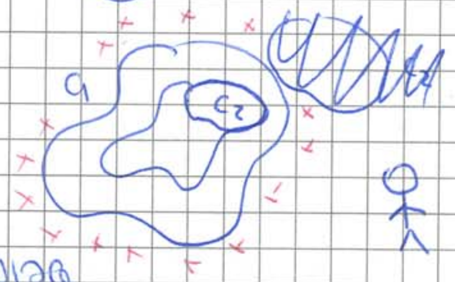
$\phi(E) = 0 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sum q_{int} = 0$ calcolo il flusso ↓ uso teo Gauss ← ottengo

$\underbrace{q_2^+ + q_{ind}^-}_{q_{int} \text{ della sup. chiusa}} = 0 \Rightarrow q_2^+ = |q_{ind}^-|$

allontano il conduttore C_2 → scompaiono le cariche indotte

scarico

pongo C_1 e C_2 a contatto →



↓
i 2 conduttori diventano un conduttore unico
↓
la carica di C_2 si distribuisce solo sull'esterno di C_1
↓
ma $q_2^+ = |q_{ind}^-| = q^+_{C_1+C_2}$
↓
un osservatore non nota la differenza con il primo caso perché la carica distribuita sulla sup. di $C_1 + C_2$ è = alla carica iniziale di C_2 che è uguale alla carica negativa indotta su C_1 nel primo caso che è uguale alla carica positiva indotta sulla sup. di C_2

CAPACITÀ in un SISTEMA di PIÙ CONDUTTORI

conduttore isolato → $V = q/C = a q$ $a = \frac{1}{C}$

sistema di conduttori → i conduttori si influenzano e l'uno con l'altro

$V_1 = a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + \dots$

$V_2 = a_{21} q_1 + a_{22} q_2 +$

i potenziali dipendono da tutte le cariche circostanti (altri conduttori)

$a_{12} = a_{21}$ $a_{ij} > 0$

come il conduttore 1 influenza il conduttore 2 così il conduttore 2 influenza il conduttore 1

questo fattore è sempre positivo

condensatore → sistema di 2 conduttori in condizione di induzione elettrostatica completa

↓

se uno si carica q ← 1) tutte le linee di campo si trovano tra i conduttori
l'altro per induzione si carica −q

2) C non dipende né da q né da V

i 2 conduttori del condensatore si chiamano **ARMATURE**

$V_1 = a_{11} q + a_{12}(-q)$ ← se carico 1 armatura con carica q la 2ª armatura si carica −q x induzione

$V_2 = a_{21} q + a_{22}(-q)$

↓

$V_1 - V_2 = q(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})$ → $a_{12} = a_{21}$

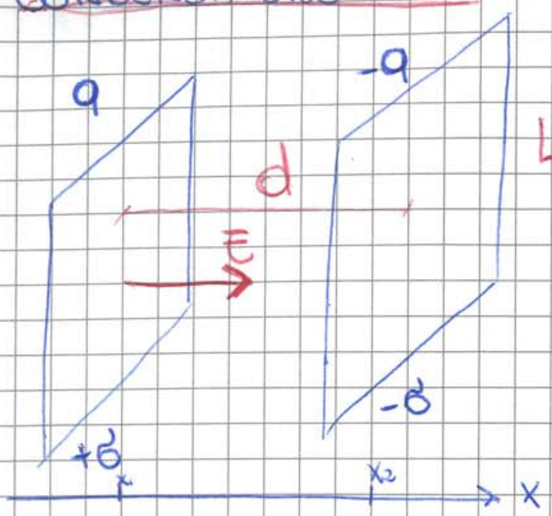
↓

ddp tra i capi del cond.

$C = \frac{1}{a_{11} - 2a_{12} + a_{22}}$ ⇒ $\boxed{V_1 - V_2 = \frac{q}{C}}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 172

CONDENSATORE PIANO



$d \ll L$ → posso trascurare le dispersioni di bordo

$\sigma = \text{cost}$ → raggio di curvatura uguale in tutti i p.ti

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} u_n$ → campo costante diretto da q a -q

$$V_2 - V_1 = \int_{x_1}^{x_2} E\, dl = \int \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \underbrace{u_x\, dl}_{dx} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \overbrace{(x_2 - x)}^{d}$$

$$\boxed{V_2 - V_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d}$$

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$

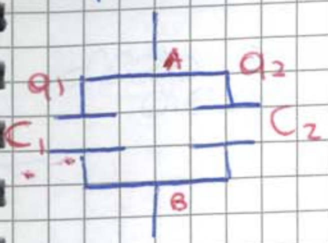
$$C = \frac{\int \sigma\, d\Sigma}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma \int d\Sigma}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \frac{\Sigma \varepsilon_0}{d}$$

=

$$\boxed{C = \frac{\Sigma \varepsilon_0}{d}}$$

Σ = area piastra

• parallelo



le armature positive sono collegate tra loro

le armature negative sono collegate tra loro

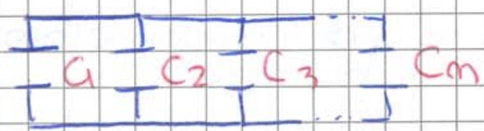
$$V_A - V_B = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$$q_1 = C_1 (V_A - V_B)$$
$$q_2 = C_2 (V_A - V_B)$$

$$\Rightarrow \overbrace{q_1 + q_2}^{q} = \overbrace{(C_1 + C_2)}^{C_{eq}} (V_A - V_B)$$

$$q = C_{eq} \Delta V$$

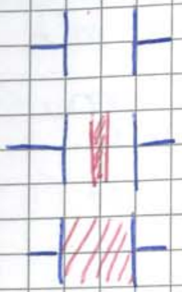
$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2} \qquad \boxed{q = q_1 + q_2} \qquad \boxed{\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V}$$



$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n}$$

$$C_{eq} > C_i \quad \forall i$$

• MATERIALI ISOLANTI



V_0

$V' < V_0$

$V_K < V_0$

materiale isolante (dielettrico)

$\frac{V_0}{V_K} = K$ ← grandezza caratteristica del materiale dielettrico

↓

COSTANTE DIELETTRICA RELATIVA DEL DIELETTRICO RISPETTO AL VUOTO

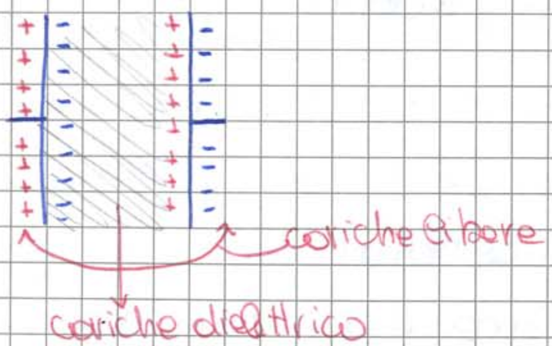
$$E_K = \frac{V_K}{d} = \frac{\overbrace{V_0}^{E_0}}{Kd} = \frac{E_0}{K}$$

$$E_0 - E_K = E_0 - \frac{E_0}{K} = \frac{\overbrace{K-1}^{\chi}}{K} E_0$$

χ SUSCETTIVITÀ ELETTRICA

$$E_K = E_0 - \frac{K-1}{K}E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \overbrace{\frac{K-1}{K}\sigma}^{\sigma_p} \frac{1}{\varepsilon_0}$$

due contributi → carica armature ; cariche distribuite in modo simile alla prima sul dielettrico



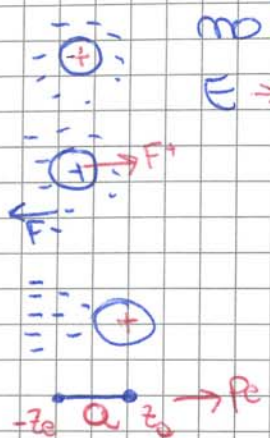
• capacità

$$C_K = \frac{q}{V_K} = \frac{q}{\frac{V_0}{K}} = \overbrace{\frac{q}{V_0}}^{C_0} K = C_0 K$$ ← è aumentata

DIELETTRICO immerso in un CAMPO ELETTRICO

Un dielettrico immerso in un campo elettrico subisce una POLARIZZAZIONE

1) Polarizzazione elettronica



no E → centro cariche positive e negative coincide

E → sul nucleo agisce una forza F^+ e sugli elettroni una forza F^-

↓

l'atomo si deforma

↓

il centro non coincide più

↓

l'atomo si comporta come un dipolo

↓

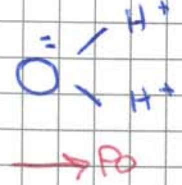
posso associare all'atomo un mom. di dipolo p_e

$$\boxed{\vec{p_e} = Ze\vec{a}}$$

il fenomeno

- non dipende dalla temperatura
- scompare se tolgo il campo elettrico
- si può apprezzare x tutti i materiali

2) Polarizzazione x orientamento

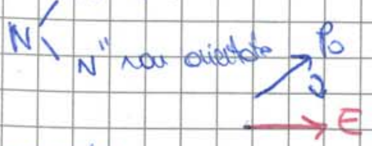


ho un mom. di dipolo p_0 $(- \rightarrow +)$

↓

no E → molecole orientate in modo casuale

$\Sigma p_0 = 0$



E → le molecole (dipolo) tende a ruotare in modo da disporsi // al campo elettrico

↓

tutte le molecole tendono a orientarsi parallelamente

↓

per agitazione termica alcune molecole tendono di orientarsi

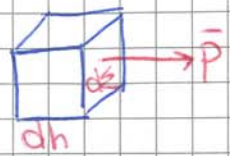
prendo un volumetto infinitesimo e considero

$dp = N' p_0 = N \langle p \rangle$ $\langle \bar{p} \rangle$ ←

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 172

POLARIZZAZIONE a livello MACROSCOPICO

P uniforme → p uniforme $P = cost$



dh

$\vec{dh}$ → p // e concorde a V

divido in parallelepipedi inf.mi

associo un mom. di dipolo

$dp = PdV = pd\Sigma dh = pd\Sigma \vec{dh}$

($d\Sigma$: area base; dh: altezza)

all'interno del parallelepipedo ci sono tanti dipoli elementari

posso approssimare ad un unico dipolo come faccio x un sistema di cariche

dq_p e $-dq_p$ distribuite sulle 2 basi del parallelepipedo

il mom. di dipolo deve essere

$dp = dq_p\, dh$

e deve essere uguale a quello del volumetto

$dP = dp \qquad Pd\Sigma \cancel{dh} = dq_p \cancel{dh}$

$$P = \frac{dq_p}{d\Sigma} = \sigma_p$$

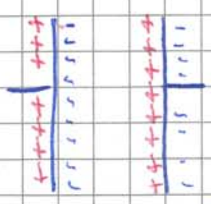
$\cancel{dq}_p - \cancel{dq}_p \to 0$

considero più parallelepipedi collocati

p uniforme quindi hanno tutti lo stesso p

sulla superficie di contatto tra volumetti le cariche dq_p e $-dq_p$ si semplificano

le cariche di polarizzazione sono presenti solo sulla sup. esterna e non all'interno



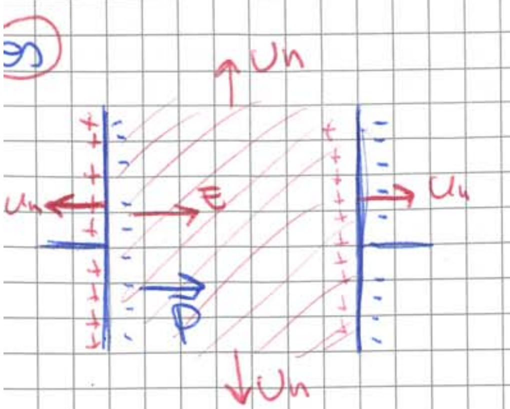
← in un condensatore

$K = cost$
$E = cost$ (all'int. di 1 condensatore) $\Rightarrow p = \varepsilon_0 (K-1)E \Rightarrow p = cost$

le cariche si formano solo sulla superficie del dielettrico

$$\boxed{\sigma_p = \bar{p}\, u_n}$$

91)



$K = 5,4 \quad C = 100\,pF$

$S = 100\,cm^2 \quad U = 50\,V$

$E = ? \quad q_{lib} = ? \quad q_p = ?$

$E = \frac{V}{d} = \frac{\sigma_{lib}}{\varepsilon_0 K}$ → tra le armature

$C = \frac{\varepsilon_0 K S}{d}$

$d = \frac{\varepsilon_0 K S}{C} \qquad E = \frac{V C}{\varepsilon_0 K S} = 1{,}05 \cdot 10^4\ V/m$

$q_{lib} = \sigma_{lib} S = CV = 5 \cdot 10^{-9}\,C$

$\sigma_p = P \cdot u_n$ — normale alla sup del dielettrico (u_n uscente)

↓ polarizzazione

↓

P parallelo campo elettrico (isotropo)

$P /\!/ E$

sinistra → $\sigma_p = -P = -\varepsilon_0 \chi E = -\varepsilon_0 (K-1) E = -4{,}08 \cdot 10^{-7}\ C/m^2$

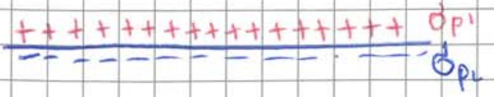
destra → $\sigma_p = P = \varepsilon_0 (K-1) E = 4{,}08 \cdot 10^{-7}\ C/m^2$

$$\left.\begin{array}{l} \text{sinistra} \to q_p = \sigma_p S = -4{,}08 \cdot 10^{-9}\,C \\ \text{destra} \to q_p = \sigma_p S = 4{,}08 \cdot 10^{-9}\,C \end{array}\right\} q_p = 0$$

σ_p sulle superfici $\perp \vec{E} = 0$ perché $u_n \perp P$ $\quad \sigma_p = P \cdot 1 \cdot \cos 90°$

INTERAZIONE TRA DIELETTRICI

①



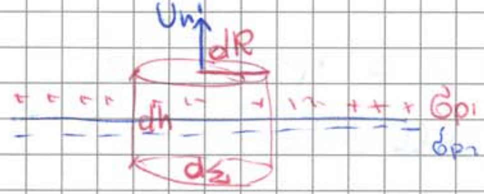
← superficie di contatto

②

$E_{1T} = E_{2T}$ → comp. tangenziale uguale

NEL VUOTO

$E_{2N} - E_{1N} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ → discontinuità componente normale



→ prendo un cilindro inf.mo

$dh \ll dR$

↓

calcolo il flusso attraverso la superficie

$$d\phi(D) = \underbrace{(D_1 u_{n1}) d\Sigma_1}_{\text{flusso attraverso la 1° sup.}} + \underbrace{D_2 u_{n2} d\Sigma_1}_{\text{2° sup.}} + \underbrace{\cancel{D u_{nl} d\Sigma l}}_{\text{sup. laterale}} \rightarrow 0$$

→ trascurabile perché $dh \ll dR$, $d\Sigma_l \ll d\Sigma$

$$= D_{1n} d\Sigma_b - D_{2n} d\Sigma_b = (D_{1N} - D_{2N}) d\Sigma_b = q_{lib}$$

$d\phi(D) = q_{lib} = 0$ → ma non ho cariche libere all'interno della superficie $q_{lib} = 0$ (solo di polarizzazione)

↓

$d\phi = 0 \quad (D_1 - D_{2N}) d\Sigma = 0$

$D_{1N} = D_{2N}$ → la comp. normale si conserva

$D = \varepsilon_0 E + P$

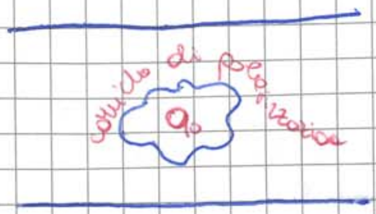
$\varepsilon_0 E_{1N} + P_{1N} = \varepsilon_0 E_{2N} + P_{2N}$

$$\varepsilon_0 (E_{2N} - E_{1N}) = P_{1N} - P_{2N} = P \cdot u_{n1} - P u_{n1} = \underbrace{P u_{n1}}_{\sigma_{p1}} + \underbrace{P u_{n2}}_{\sigma_{p2}}$$

$$\boxed{E_{2N} - E_{1N} = \frac{\sigma_{p1} + \sigma_{p2}}{\varepsilon_0}}$$

→ la componente normale del campo elettrico non si conserva

MISURA CAMPO ELETTRICO NEL DIELETTRICO



devo usare una carica di prova

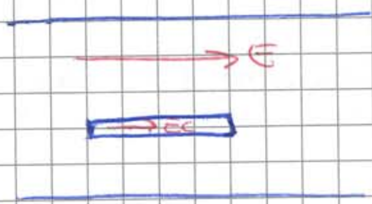
↓

devo però fare una cavità

↓

il campo elettrico nella cavità però è diverso da quello del dielettrico per via delle cariche di polarizzazione

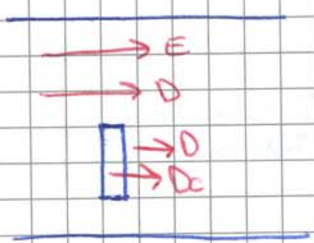
$$E_c = E + \frac{1}{\varepsilon_0} P$$



devo creare una cavità che disturbi il meno possibile

→ cavità lunga e stretta =

$E_{ct} = E_T$ → perché la comp. T si conserva



cavità perpendicolare a D

↓

calcolo componente ⊥ di D (D_N)

↓

D_N si conserva tra 2 dielettrici quindi all'interno e all'esterno della cavità

$D_{c,N} = D_N$

$E_c \to \varepsilon_0 E_c = D_c$ ⇒ $D_c = D_N = \varepsilon E_N$

DENSITÀ di ENERGIA

vuoto → $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

dielettrico isotropo → $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon} = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} C_{eq}\Delta V^2$

dielettrico anisotropo → $u_e = \frac{1}{2} E \cdot D$

FORNO a MICROONDE

sfrutta la polarizzazione per orientamento
↓
i dipoli dell'acqua cercano di orientarsi in direzione del campo
↓
gli attriti tra i dipoli generano calore
↓
gli urti tra dipoli generano Ec quindi calore

⇒ si riscalda la cosa prima dall'esterno

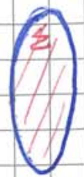
il MICROONDE è una GABBIA di FARADAY
↓
reticolatura metallica sulla porta
↓
non fa propagare il campo elettrico all'esterno

ALTA FREQUENZA

E freq > THz ⇒ k 80 → 1,5
↓
se aumento troppo la frequenza
↓
il dipolo prova ad orientarsi ma non ci riesce perché il campo varia troppo velocemente
↓
non ho più polarizzazione per orientamento
↓
ho solo polarizzazione elettronica

CORRENTE

mantenendo una ΔV costante i portatori di carica si mettono in movimento



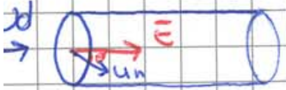
$i \stackrel{def}{=} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$ → carica che passa attraverso la sup. Σ nell'unità di tempo

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

INTENSITÀ di CORRENTE

unità di misura → A

Velocità di deriva



Ipotizzo che la velocità di deriva V_d sia parallela e concorde

voglio sapere quanta carica attraverso il volume del cilindro inf.mo

Un in generale forma un angolo θ con $\vec{E}$ → $dq = q_{port}\, n\, d\Sigma\, V_d\, dt \cos\theta$

corrente → $\frac{dq}{dt} = q_{port}\, n\, d\Sigma\, V_d \cos\theta$
di

introduco un nuovo vettore $\vec{J}$

DENSITÀ DI CORRENTE $\quad \vec{J} = q_{port}\, n\, \vec{V_d}$ ← velocità di deriva

carica portatore; num portatori x unità di volume $\quad n = \frac{\rho}{A} N_A$ ← N avogadro, ← peso atomico

$di = J\, d\Sigma \cos\theta$ ← $\vec{J} \,//\, \vec{V_d} \,//\, \vec{E}$ → θ è l'angolo di $\vec{J}$ con la normale alla superficie $\vec{u_n}$

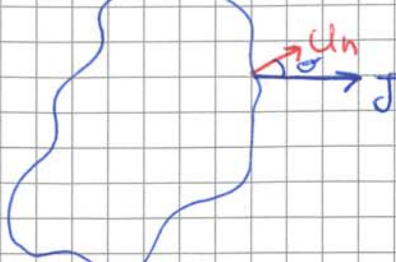
$di = \vec{J} \cdot \vec{u_n}\, d\Sigma$

$$\boxed{i = \int_\Sigma di = \int_\Sigma \vec{J} \cdot \vec{u_n}\, d\Sigma}$$

2 tipi di portatori → $\vec{J} = \underbrace{q_+ n_+ \vec{V_{d+}}}_{\text{carica, n, Vd portatori positivi}} + \underbrace{q_- n_- \vec{V_{d-}}}_{\text{carica, num, Vd portatori neg}}$

tutti i portatori concorrono alla densità di corrente

- $\vec{E}$ e $\vec{J}$ sempre lo stesso verso → carica + : V_d stesso verso $\vec{E}$; carica − : V_d verso opposto $\vec{E}$



← superficie chiusa

ipotizzo che ci sia un flusso di carica e vado a definire il vettore J (DENSITÀ DI CORRENTE)

θ < 90 → J uscente

θ > 90 → J entrante

$i = \int_\Sigma J u_n \, d\Sigma$ ← calcolo il flusso di J attraverso la superficie chiusa

$= -\frac{\partial q_{int}}{\partial t}$

per il principio di conservazione della carica se il flusso è diverso da zero la carica complessiva deve variare nel tempo

più carica che esce rispetto quella che entra → $q_{int} > 0$ → $\Phi(J) > 0$

devo mettere il segno − $i = -\frac{\partial q_{int}}{\partial t}$

più cariche che entrano rispetto a quelle che escono → q_{int} diminuisce

$$\int_{\Sigma \, chiusa} J u_n \, d\Sigma = \int_V div\, J \, dV$$ ← per il teorema della divergenza

$$\int_\Sigma J u_n \, d\Sigma = -\frac{\partial q_{int}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \, dV$$

$$\int_V div\, J \, dV = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \, dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$ ← il volume V è lo stesso (racchiuso dalla superficie)

$$\int (div\, J \, dV) + \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0$$ ← questo deve valere qualunque sia V

$$\int_V \left(div\, J + \frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV = 0$$

$$\boxed{div\, J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$ ← forma differenziale

← equazione della continuità della corrente elettrica (nuova formulazione del principio di conservazione della carica)

$$\boxed{i = \oint(J) = -\frac{\partial q_{int}}{\partial t}}$$ ← forma integrale

LEGGE di OHM

Modello Drude Lorentz → Vale solo ai conduttori ohmici

reticolo di ioni fissi ed elettroni che si muovono

↓

U_{th} gli elettroni hanno un moto di agitazione termico

↓

urtano contro gli ioni del reticolo cambiando direzione

spezzata

ℓ = libero cammino medio

τ = tempo libero cam. medio

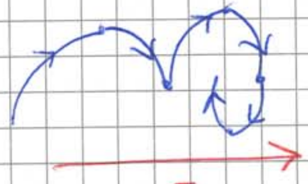
Ipotizzo che ci sia un campo elettrico

↓

si combinano i moti

moto parabolico ←
- rett. uniforme $+E_T$
- rett. uniformemente accelerato $+E_N$

$$\left(F = -eE \quad a = -\frac{eE}{m}\right)$$



E

↓

$$v_{i+1} = v_i - \frac{eE}{m}\tau$$ ← velocità singolo elettrone

↓

velocità estesa a tutti gli elettroni ← $\frac{1}{N}\sum_{1}^{N} j\,(v_{i+1})_j = \frac{1}{N}\sum_{1} j\,(v_i)_j + \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left(-\frac{eE}{m}\tau\right)_j$

Ipotizzo che dopo l'urto l'elettrone perde memoria quindi non abbia accelerazione

↓

quindi subito dopo l'urto

$$v_d = \left(-\frac{eE}{m}\tau\right) = \mu E \leftarrow \underbrace{\frac{1}{N}\sum_{i}^{N} j\,(v_{i+1})}_{U_{th} + U_d \to v_{deriva}} = \frac{1}{N}\sum_j \cancel{(v_i)}_j + \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left(-\frac{eE}{m}\tau\right)_j$$

↓

$$J = -enV_d = \frac{e^2 n}{m}\tau\vec{E} = \sigma E$$

$\sigma \to$ conducibilità

$$\boxed{E = \frac{1}{\sigma} J}$$

Legge Ohm forma locale

$J = \sigma E \quad E = \frac{1}{\sigma} J$, $\frac{1}{\sigma} \to \rho$

$$\boxed{E = \rho J}$$

RESISTIVITÀ

la resistività ρ dipende dalla temperatura

$$\rho(temp) = \rho_{20}(1 + \alpha \Delta t)$$

ρ a 20° — coeff. $\alpha > 0$ x i metalli — diff. tra la temp. a cui siamo e 20°

la resistività aumenta con la temperatura

$\alpha > 0$ → nei metalli la velocità di agitazione termica è trascurabile rispetto alla v di deriva

METALLI

↓

se aumenta la temperatura aumenta la velocità di agitazione

↓

aumentano gli urti

↓

è più difficile spostamento degli elettroni

↓

aumenta la resistività

$\alpha < 0$ → cresce la temp.

SEMICONDUTTORI

↓

aumenta la v di agitazione e gli urti

↓

aumentano anche i portatori che passano da banda di conduzione e di valenza

↓

diminuisce resistenza

$\alpha \sim 0$ → resistività per la più costante

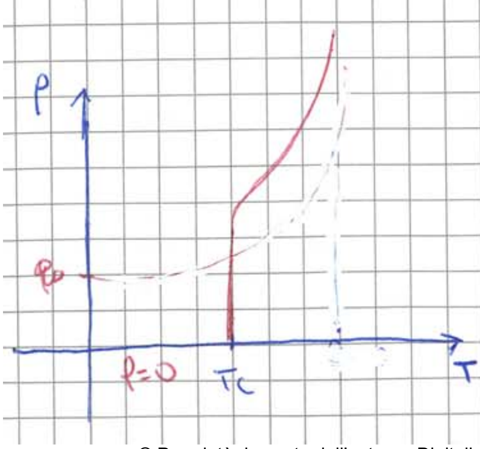
~~SUR~~ ALCUNE LEGHE

SUPERCONDUTTORI → resistività crolla a 0 dopo una T limite (T_c)

↓

riesce a trasportare corrente senza spendere energia

$i \neq 0$ anche se $\Delta V = 0$



LAVORO e POTENZA

$V_A - V_B = V$

conduttore ohmico

$dW = V dq$ lavoro necessario per spostare una carica infinitesima dq

lavoro necessario per far scorrere una corrente i per un tempo t in un conduttore ai cui capi c'è una d.d.p. V

$W = V i dt$

$i = cost \rightarrow W = Vit$ lavoro

$P = \frac{dW}{dt} = Vi$ potenza

conduttore ohmico $\rightarrow V = Ri$

$dW = i^2 R dt = \frac{V^2}{R} dt$ legge di ohm

$P = i^2 R = \frac{V^2}{R}$ potenza

$P = \underset{\text{forza}}{F} \cdot \underset{\text{velocità}}{v} = -\underset{qE}{eE} \cdot \underset{\text{v. di deriva}}{v_d}$ potenza necessaria x far muovere 1 portatore all'interno del volume

$P \frac{tot}{vol} = \underbrace{env_d}_{J} E = E \cdot J \rightarrow$ in un volume dV ho n portatori

$n = \frac{n \text{ portatori}}{\text{Volume}}$

$P \frac{tot}{vol} = J^2 \rho = \frac{E^2}{\rho} = \sigma E^2 \rightarrow$ conduttore ohmico

$E = \rho J \quad J = \sigma E$

con corrente $\rightarrow$ gli elettroni in moto urtano più frequentemente contro gli ioni

Effetto Joule

nell'urto è E_c ceduta diventa energia interna al sistema

la temp. aumenta (effetto Joule)

parte un conduttore si scalda quando al suo interno passa corrente

Parte del lavoro speso per far passare questa viene dissipato sotto forma di calore conduttori ohmici → $\underbrace{\int_A^B E_{el}\, dl}_{R_{ext}\, i}$ $+ \int_B^A E_{el} + E^* dl$

legge ohm

dimensionalmente posso scrivere questo fattore come prodotto di una corrente per una resistenza

$r_{int}\, i$

resistenza interna → $r_{int} = \frac{1}{i} \int_B^A (E_{el} + E^*) dl$

$\int_A^B E_{el}\, dl = V_A - V_B + r_{int}\, i = \mathcal{E} \rightarrow \boxed{V_A - V_B = \mathcal{E} - r_{int}\, i}$

$\mathcal{E}$ → diff. di potenziale ai capi del generatore quando non eroga corrente

- bilancio energetico

lavoro dissipato su Rext — lavoro dissipato su rint

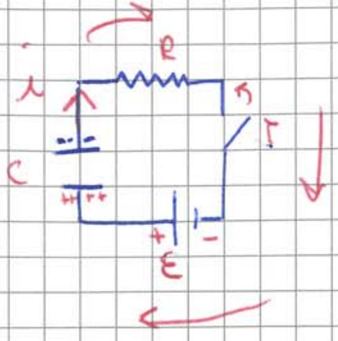
$\mathcal{E} = R_{ex}\, i + r_{int}\, i \rightarrow \mathcal{E} i\, dt = R_{ex}\, i^2 dt + r_{int}\, i^2 dt$

lavoro del generatore x far passare corrente → viene dissipato x effetto Joule in parte nella resistenza ext e in parte in quella interna

$W = R_{ex}\, i^2 dt + r_{int}\, i^2 dt$

$P = \frac{W}{dt} = R_{et}\, i^2 + r_{int}\, dt^2$

CARICA



Trascuriamo la resistenza interna del generatore

↓

all'istante $t<0$ il circuito è aperto

↓

a $t=0$ chiudiamo il tasto
$i=0 \quad q=0$

↓

la corrente comincia a scorrere lungo il circuito

↓

su un'armatura si depositano cariche +, per induzione sull'altra armatura si accumulano cariche -

$$\varepsilon - \cancel{r_i}\,\overset{\nearrow 0 \text{ ipotesi}}{nt} = ddp$$

$$\varepsilon = V_C + V_R = \frac{q}{C} + Ri = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} \rightarrow \varepsilon = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt}$$

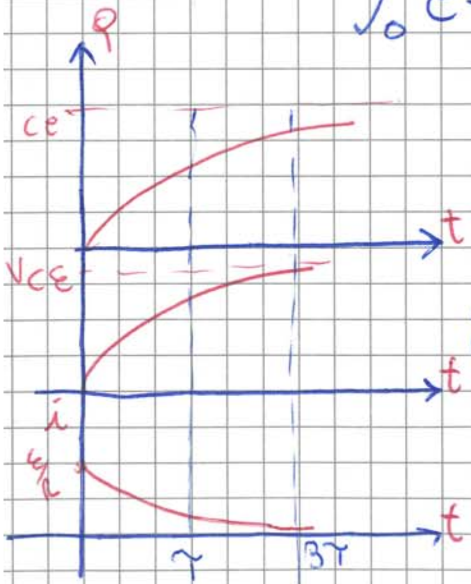
eq. diff. 1° ordine

$$\varepsilon = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} \rightarrow \varepsilon - \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt} \rightarrow \boxed{\frac{dq}{\varepsilon - \frac{q}{C}} = \frac{1}{R}dt}$$ ← variabili separate

$$\int_0^q \frac{dq}{\varepsilon - \frac{q}{C}} = \int_0^t \frac{1}{R}dt \rightarrow (-C)\ln\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)\Big|_0^q = \frac{t}{R}$$

$$\ln\frac{\varepsilon - \frac{q}{C}}{\varepsilon} = -\frac{t}{RC}$$

$$\left(\varepsilon - \frac{q}{C}\right)\frac{1}{\varepsilon} = e^{-t/RC}$$



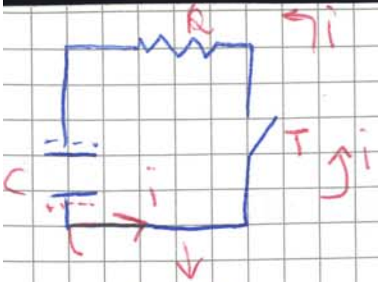
carica sulle armature del condensatore → $\boxed{q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})}$

caduta di potenziale ai capi condensatore → $\boxed{V_C = \frac{q}{C} = \varepsilon(1 - e^{-t/RC})}$

corrente → $\boxed{i = \frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC}e^{-t/RC}}$

$\varepsilon = V_C$ ← valore max d.d.p.

$RC = \tau$ ← tempo caratteristico circuito



SCARICA

$t=0$ t chiuso $q = \mathcal{E}C = q_0$

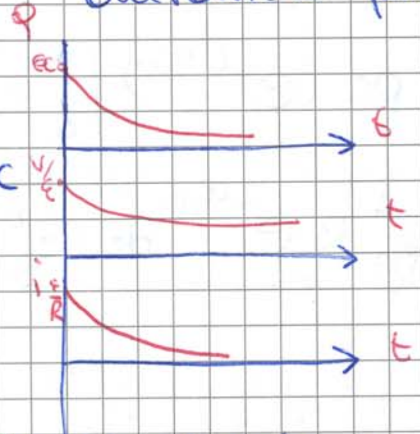
$i = 0$

cortocircuitiamo il generatore → $V_C + V_R = 0 = \frac{q}{C} + iR = \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt}R = 0$

eq. diff. 1° ordine

$$\int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \rightarrow \ln\frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC} \rightarrow q = q_0 e^{-t/RC} = \mathcal{E}C e^{-t/RC}$$

carica armatura condensatore durante il processo di scarica



$$q = q_0 e^{-t/RC} = \mathcal{E}C e^{-t/RC}$$

$$V_C = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = \mathcal{E} e^{-t/RC}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{\mathcal{E}C}{RC} e^{-t/RC}$$

la corrente sta circolando in verso opposto

va dal punto potenziale maggiore a quello a potenziale minore

va dall'armatura + a quella - (facendo tutto il giro del circuito)

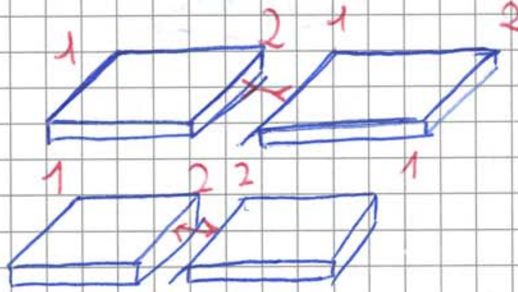
$R = 10\,\Omega$ $C = 10^{-6}$ F → $\tau = 10^{-5}$ s ← le perturbazioni si propagano alla v della luce

$l = 1$ m $v_{luce} = 3 \cdot 10^{8}$ m/s

$t = \frac{l}{v_{luce}} = 3 \cdot 10^{9}$ s → t di propagazione dell'ordine → regime quasi stazionario

CAMPO MAGNETICO

- campo vettoriale $\vec{B}$
- linee di forza
  - sempre tangenti a $\vec{B}$ in ogni punto
  - $\vec{B}$ uniforme → rette parallele e equidistanti
    - parallele → cost. in direzione verso
    - equidistanti → cost. in modulo
- unità di misura → T (Tesla) $= \frac{1V \cdot 1s}{1m^2}$
  - G (Gauss) $1T = 10^4 G$
- interazione magnetica



→ attrattiva

→ repulsiva

- Forza maggiore tra gli estremi (poli)

$$F = \frac{q_1 q_2^*}{r_{12}^2} K$$

massa magnetica

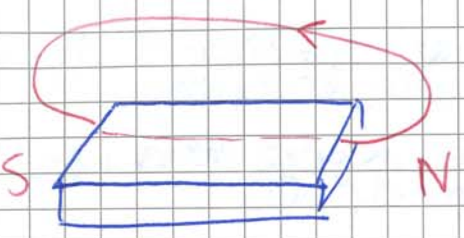
distanza tra i poli

- ogni sbarretta è un DIPOLO (ha 2 poli uno + e uno -)
  in un campo magnetico si orienta // al campo

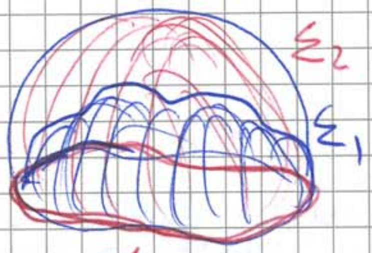
se la allontaniamo da questa posizione di equilibrio tende a tornarci non potendo isolare il dipolo

- linee di forza B → linee chiuse

escono dal polo N
entrano nel polo S



- se flusso attraverso una sup. aperta dipende solo dal contorno



linea comune
↓
∀ sup. che ha questa linea il $\Phi(B)$ è uguale

$$\Phi(B)|_{\Sigma_1} = \int B u_n \, d\Sigma = \Phi_1$$
$$\Phi(B)|_{\Sigma_2} = \int B u_n \, d\Sigma = \Phi_2$$
$$\Phi_1 = \Phi_2$$

↓

$$\Phi(B)|_{\Sigma_1+\Sigma_2} = 0 \rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$$

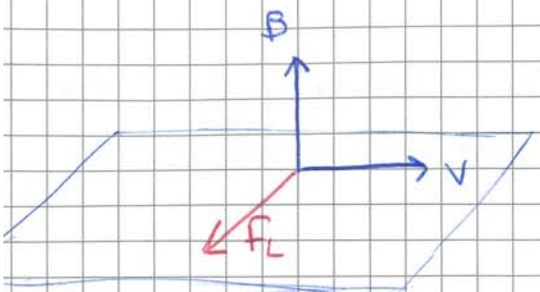
$\Sigma_1 + \Sigma_2$ sono una sup. chiusa e il $\Phi(B)$ attraverso una sup chiusa deve essere 0 → tanto flusso passa x una sup. tanto ne passa attraverso l'altra

↓

2 sup. che hanno la stessa linea di contorno hanno lo stesso flusso

• casi particolari

1) B UNIFORME → $\vec{v} \perp \vec{B}$ $F_L = qvB$

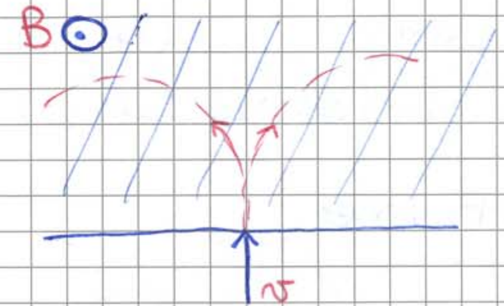


- la F_L fa variare la velocità ma questa resta sempre sullo stesso piano ⊥ a B
- F_L è una forza centripeta

$$F = m a_c = m \frac{v^2}{R} = qvB$$

$$R = \frac{\overset{\text{massa particella}}{m}\,\overset{\text{velocità in modulo}}{v}}{\underset{\text{carica}}{q}\,\underset{\text{campo magnetico}}{B}}$$

m, qB → cost
v → cost in modulo



↓

R = cost → traiettoria CIRCOLARE

- Quale verso?

$$F_L = q\vec{v} \times \vec{B} = m\underbrace{(\omega \times v)}_{a_c}$$

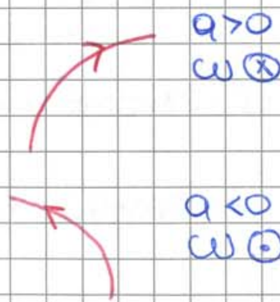
$$= v \times qB = v \times (-m)\omega$$

↓

$$qB = -m\omega$$

$$\omega = -\frac{q}{m}B$$

↓



1) q>0 → ω stessa direzione ma verso opposto a B

2) q<0 → ω stessa direzione stesso verso a B

- legge oraria

$$\omega = \frac{q}{m}B \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \overbrace{\frac{m}{qB}}^{cost} = \underline{cost}$$

Spettrometro di massa

accelero un fascio di ioni con una ΔV facendogli una velocità

↓

li immergo in un campo magnetico

↓

a seconda della $\frac{m}{q}$ la traiettoria avrà una traiettoria diversa

$$r = \frac{m}{q} \frac{v}{B}$$

v → la conosco

B → la causo

↓

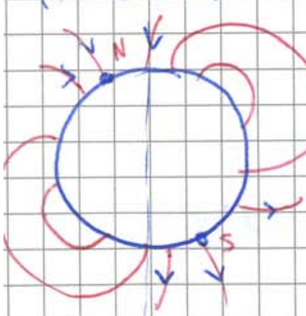
misurando il raggio di curvatura posso risalire al $\frac{m}{q}$ e quindi al tipo di particella

Campo magnetico terrestre (non uniforme)

la terra può essere considerata un dipolo

↓

polo nord e sud magnetici (variano nel tempo) sono inclinati di un angolo a rispetto a quelli geografici



↓

le linee di forza sono in verso opposto rispetto al solito (quello che chiamiamo polo N in realtà è S)

↓

il campo è poco intenso

↓

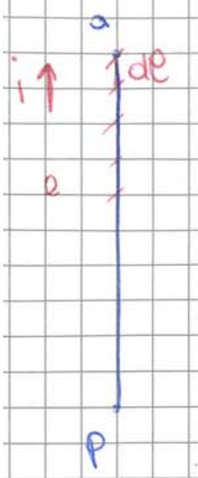
però è fondamentale in quanto riesce a intrappolare i raggi cosmici (particelle cariche provenienti dall'universo)

↓

2 ZONE → fasce di Van Allen

proteggono la terra ma se vogliamo mandare 1 satellite al di fuori di esse dobbiamo schermarlo dai raggi cosmici

• conduttore rigido filiforme



voglio calcolare la forza a cui è soggetto il conduttore

↓

lo divido in segmenti inf.mi e integro

↓

$$F = \int dF = \int i\, dl \times B$$

regime stazionario $i = cost$

↓

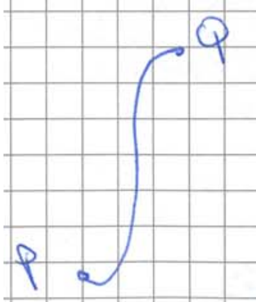
$$F = i \int_l dl \times B$$

campo magnetico B uniforme $B = cost$

$$F = i\left(\int_l dl\right) \times B = i\, PQ \times B$$

← la direzione dipende solo dal verso della corrente e non dal tipo dei punti

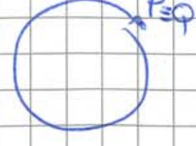
• conduttore di forma qualsiasi



$i = cost$ $B = cost$

$$\boxed{F = i\, PQ \times B}$$

→ dipende solo dagli estremi e non dal conduttore



← se unisco gli estremi (circuito)

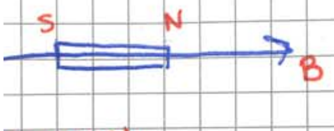
$$F = i\, \cancel{PQ}^{\,0} \times B = 0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 172

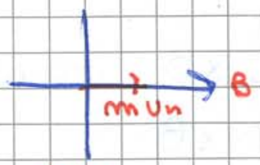
equilibrio → $\theta = 0$ equilibrio stabile → tende sempre a questa posizione

→ $\theta = \pi$ equilibrio instabile → se lo sposto da questa pos tende all'equilibrio stabile ($\theta = 0$)

↓



magnete



spira

↓ si comporta come 1 dipolo

PRINCIPIO di EQUIVALENZA SPIRA-DIPOLO

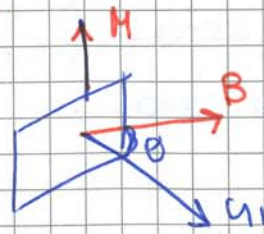
Data una spira inf.ma in cui scorre 1 corrente i che racchiude 1 sup. $d\Sigma$ questa agli effetti magnetici è equivalente a un dipolo magnetico con mom. magnetico diretto ⊥ al piano della spira e // alla sua normale

$dm = i\, d\Sigma\, u_n$

$M = p \times E$ $\quad U = -p \cdot E$ → $U_m = -m \cdot \vec{B}$ en. pot. magnetica di 1 dipolo magnetico

U_m minima → $\theta = 0$ → il sistema tende spontaneamente a questa condizione (en. minima)
↓
eq. stabile

a)



la spira tende a orientarsi con la normale // al campo magnetico
↓
se la spostiamo dalla cond. di equilibrio
↓
tende a tornarci → PENDOLO

mom meccanico → mom di richiamo

$M = m \times B$

diretto lungo asse spira

$-M = -mB\sin\theta = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$-mB\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mB}{I}\theta = 0$ → $\omega = \sqrt{\frac{mB}{I}}$ $\quad \frac{mB}{I} \to \omega^2$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}}$ → dalla misura del periodo di oscillazione posso calcolare il campo magnetico B (modulo)

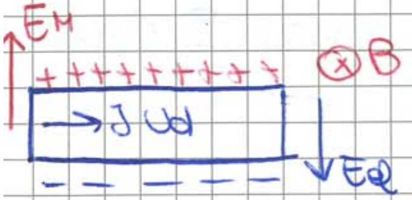
con la dir. della normale calcolo verso e direzione

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 172

EFFETTO HALL

conduttore nastriforme → $F_L = q v_d \times B$ (portatori)
(J = cost)

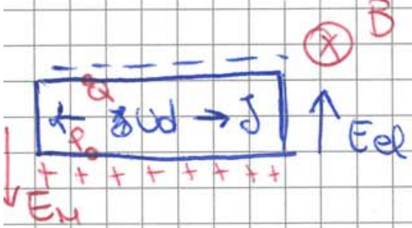
$q > 0$ → accumulo cariche + sulla faccia superiore
↓
cariche − sulla faccia inferiore



$E_H = \frac{F_L}{q} = v_d \times B$ → x la presenza di questo campo elettrico le cariche + vengono deviate verso la faccia superiore
↓
all'equilibrio
Si genera 1 campo elettrostatico E_{el} di verso opposto a E_H
↓
fino quando $E_H + E_{el} = 0$ SATURAZIONE

CAMPO di HALL

$E_H = E_{el}$



$q < 0$

$E_H = \frac{F_L}{q}$ → sulla faccia superiore del conduttore si accumulano cariche −

E_H

E_H è un campo elettromotore → posso definire una forza elettromotrice $\mathcal{E}_H$ associata al campo di Hall

$$\boxed{\mathcal{E}_H = \pm \frac{iB}{a n q}}$$

$$\mathcal{E}_H = \int_+^- E_H \, dl = \pm E_H b = v_d B b =$$

altezza cond.

$i/\Sigma = ab$

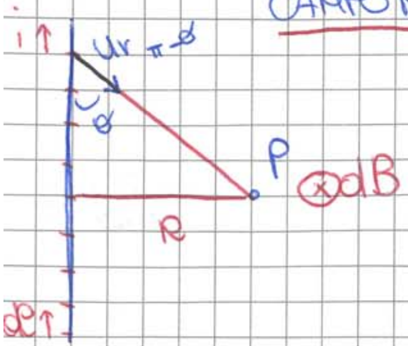
$$= \frac{J}{nq} B b = \pm \frac{i/a\cancel{b}}{nq} \cdot B\cancel{b} =$$

$$= \pm \frac{iB}{a n q}$$

dalla misura della $\mathcal{E}_H$ posso definire il segno dei portatori

$\mathcal{E}_H \propto B$ sonda effetto Hall

CAMPO MAGNETICO GENERATO da 1 FILO RETT. INFINITO



→ applico la prima formula di Laplace

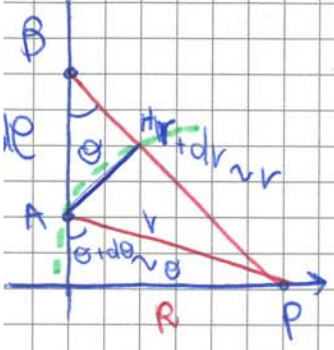
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl \times u_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl \sin(\pi-\theta)}{r^2} u_p$$

dir. entrante

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl \sin\theta}{r^2} u_p$$

↓

integro sulla lunghezza del filo



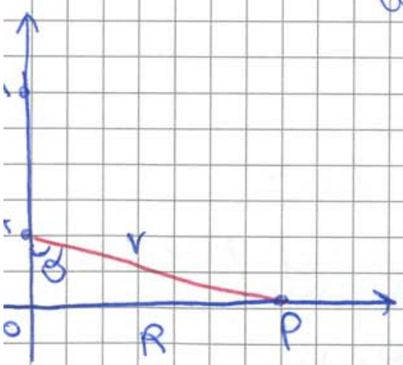
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int \frac{dl \sin\theta}{r^2} u_p$$

dB è sempre entrante quindi tutti i contributi sono entranti quindi B sarà entrante e posso cacciare u_p fuori

$AH = dl \sin\theta$ $\qquad dl = \frac{AH}{\sin\theta}$

arco di circonferenza → $\widehat{AH} = r\,d\theta \cong AH$ ← corda dell'arco

perché di inf.mi



$$dl = \frac{r\,d\theta}{\sin\theta}$$

↓

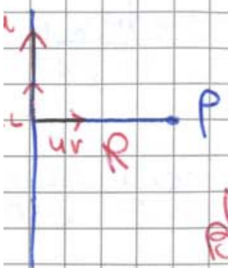
ho però ancora 2 variabili (r e $d\theta$)

$$r = \frac{R}{\sin\theta}$$

↓

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\int \frac{\cancel{r}\,d\theta}{\cancel{\sin\theta}}\cdot\frac{\sin\theta}{R\cancel{r}}\,\cancel{\sin\theta}\right) u_p$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int \sin\theta\, d\theta$$



LEGGE di BIOT-SAVART

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi R} i\, u_p}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} u_i \times u_r$$

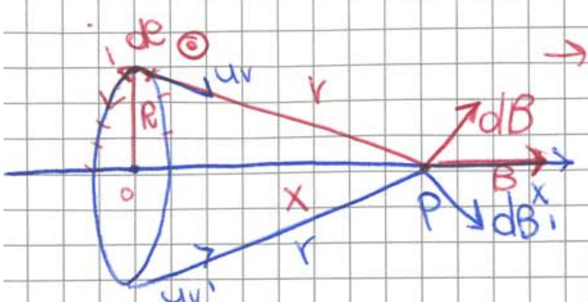
↓

mi servono gli estremi di integrazione posso spezzare e integrale in 2 metà del filo

$$B = \frac{2\mu_0}{2\cdot 4\pi}\frac{i}{R}\int_{\pi/2}^{0} \sin\theta\, d\theta\; u_p = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R}\cos\theta\Big]_{\pi/2}^{0} =$$

=

CAMPO MAGNETICO generato da una SPIRA CIRCOLARE sul suo asse



→ applico la formula di Laplace

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{i\, d\ell \times u_r}{r^2}$$

verso → regola mano destra

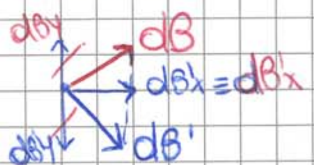
dovrò integrare su tutta la spira ma questo significa integrare tanti vettori poiché dB è diverso a seconda della posizione del segmento dB

↓

considero dB' dovuto a dℓ' speculare a dℓ

$$dB' = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\ell' \times u_r}{r^2}$$

dB e dB' hanno stesso modulo, e componenti x concordi e y discordi ←



↓

$$dB' + dB = 2\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\ell \cos\theta \, u_x$$ diretto lungo asse spira

↓

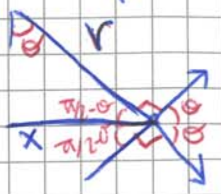
ciò vale x tutte le coppie di dB_n speculari

↓

posso estendere a tutta la spira (ne prendo x a metà per non integrare 2 volte gli stessi contributi)

$$B = \int (dB + dB') = \frac{2\mu_0 i}{4\pi r^2} \cos\theta \int_{\pi R} d\ell \, u_x = \frac{2\mu_0 i}{4\pi r^2} \cos\theta \, \pi R \, u_x$$

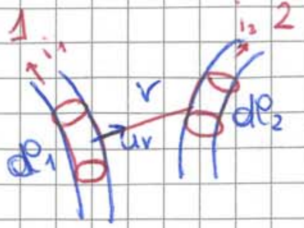
devo però scrivere il risultato in funz. di variabili note (θ non nota)



$$\cos\theta = R/r = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}} u_x}$$ → u_n versore normale

INTERAZIONE



prendo due conduttori filiformi 1 e 2

calcolo dB_1 ~~campo~~ campo generato da dl_1 su dl_2

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \frac{dl_1 \times u_r}{r^2}$$

x Laplace

$dF_{1,2} = i_2 \, dl_2 \times dB_1 \rightarrow$ forza che il 1° filo applica sul 2°

$$dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \frac{dl_2 \times (dl_1 \times u_r)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{r^2} [(dl_2 \cdot u_r) dl_1 - (dl_2 \cdot dl_1) u_r]$$

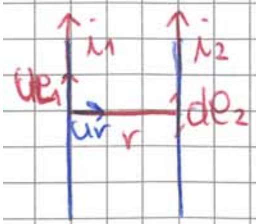
risultato x due tratti inf.mi

integro su tutta la lunghezza del circuito

$$F_{12} = \int_1 \int_2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{r^2} [(dl_2 \cdot u_r) dl_1 - (dl_2 \cdot dl_1) u_r] = F_{21} \rightarrow 3^o \text{ princ.}$$

$\oint_1 \oint_2$ circuiti chiusi

caso particolare $\rightarrow$ 2 fili RETTILINEI INFINITI



Uso Biot-Savart (filo rett. inf.)

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1}{r} u_{l_1} \times u_{r_1}$$

Uso risultato di prima

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r} [dl_2 \times (u_{l_1} \times u_r)]$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r} [(dl_2 \cdot u_r) u_{l_1} - \underbrace{(dl_2 \cdot u_{l_1})}_{dl_2} u_r]$$

$dl_2 \perp u_r$ $\quad dl_2 // u_{l_1}$

direzione congiungente $\leftarrow$ $dF_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r} dl_2 (-u_r)$

verso opposto u_r

$\downarrow$

ATTRATTIVA

$F_{12} = \int_{l_2} dF_{12} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r} l_2 u_r \rightarrow$ forza complessiva x fili non inf. di lunghezza l_2

$$F_{12}/l = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r} u_r$$

definizione di AMPERE

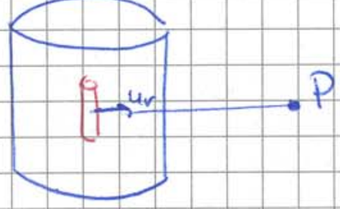
la corrente di 1A è la corrente che scorrendo lungo 2 fili rettilinei paralleli posti ad 1 distanza di 1m

$F_{12} = 2 \cdot 10^{-7}$ N/m

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ c = velocità luce nel vuoto $3 \cdot 10^8$ m/s

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{J \times u_r}{r^2} dV_{ol}$$

$J = nq\,v_d$ n° portatori x unità di volume

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \, nq \frac{v_d \times u_r}{r^2} dV_{ol}$$

→ dN → n° totale portatori in dV

divido membro a membro x dN

$$\frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{v_d \times u_r}{r^2}$$

← campo magnetico generato in media da ciascun portatore (carica)

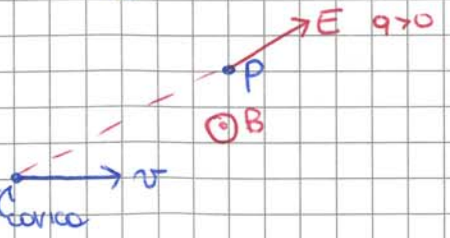
$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{v \times u_r}{r^2} \quad E$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} u_r$$

← E generato da una carica in quiete in un p.to a distanza r da q

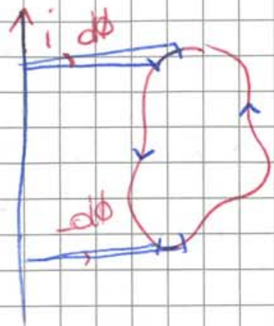
$$\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \, v_d \times \vec{E}(P)$$

$$\vec{B}(P) = \frac{1}{c^2} \cdot v \times \vec{E}(P)$$



Casi particolari

- linea che non concatena fili



$\oint B\cdot dl$

Considero 1 tratto dl e un angolo $d\phi$

$B\cdot dl \rightarrow B r\, d\phi$

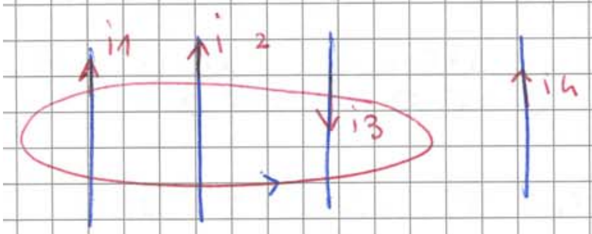
considero 1 tratto speculare al primo $-dl$ sotteso da un angolo $-d\phi$

$B dl \rightarrow -B r\, d\phi$

$$\oint B dl = 0$$

← si elidono a due a due

- più fili



$N \rightarrow N=4$

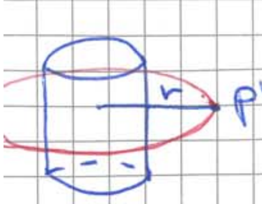
$\oint B\cdot dl = \oint \sum_{1}^{N} B_k \cdot dl$

$= \sum_{1}^{N} \oint B_k\, dl = \sum_{1}^{N} \mu_0 i_k$ correnti concatenate

$$\oint B\cdot dl = \mu_0 i_1 + \mu_0 i_2 - \mu_0 i_3$$

$$\boxed{\oint B\cdot dl = \sum_{1}^{N} \mu_0 i_k = \mu_0 \sum_{1}^{N} i_k}$$

la CIRCUITAZIONE del campo magnetico è uguale a μ_0 per la somma algebrica delle correnti CONCATENATE con la linea di circuitazione.



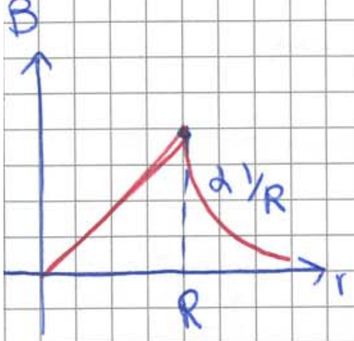
$r > R$

corrente distribuita in modo uniforme

$\vec{B} \parallel d\vec{l}$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B\,dl = B\oint dl = B\,2\pi r = \mu_0 i$$

$i = i$ perché la circonferenza concatena tutto il conduttore



$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, u_\phi$ direzione → tangente

verso → concorde con i

uscita dal conduttore B decresce con $\frac{1}{r}$

SOLENOIDE reale

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 172