NUMERO: 1471A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Appicciafuoco

MATERIA: Idraulica + Eserc. Prof.Ridolfi

29/09/2014

Corso di Idraulica

(Fluidodinamica / Meccanica dei fluidi)

ARIA + ACQUA

- Fluidi newtoniani freddi (famiglia + semplice di fluidi)
  freddi ⇒ temperatura (θ) non la controllano, la impongono
- STATICA:
- CINEMATICA DEI FLUIDI
- DINAMICA → NEWTONIANI

Ideali: + semplici dei Newtoniani: Idrogeno, Elio,

- CORRENTI IN PRESSIONE
- " A SUP. LIBERA
- MOTI A POTENZIALE
- " DI FILTRAZIONE

Libro consigliato: Citrini E Noseda, Idraulica

Esame è ORALE

→ Leonardo Da Vinci (importante per la Fluidodinamica)

→ Galileo (Non aveva capito molto dell'Idraulica)

→ Torricelli

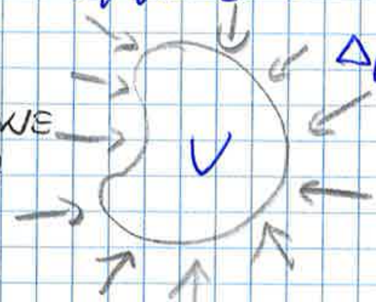
Dipende invece di più dallo stato di tensione, perché se io comprimo un gas il volume cambia.

Nei liquidi $\rightarrow \rho = cost$ perché sono talmente poco comprimibili.
Nei gas $\rightarrow \rho$ non è proprio costante $\Rightarrow$ non riesco a fare questa ipotesi

Ci mettiamo comunque con i gas nell'ipotesi in cui $\rho = cost. \Rightarrow$ FLUIDO INCOMPRIMIBILE

Supponiamo di prendere un volume V indefinito a cui applichiamo un Δp sul bordo.

Δp $\Downarrow$ variazione di pressione!



Sto applicando una COMPRESSIONE CUBICA cioè stesso Δp in tutte le direzioni.

$\Delta V \propto \Delta p \propto V \rightarrow$ volume stesso: se ho V grande ΔV sarà grande, se ho V piccolo ΔV sarà piccolo

proporzionale

$$\Delta V = -\frac{1}{\varepsilon} \Delta p V$$

$\frac{1}{\varepsilon} \rightarrow$ costante di proporzionalità

ε = modulo di comprimibilità a compressione cubica.

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{\varepsilon}$$

$m = \rho V = costante \Rightarrow dm = 0$

$dm = d\rho V + \rho dV \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$

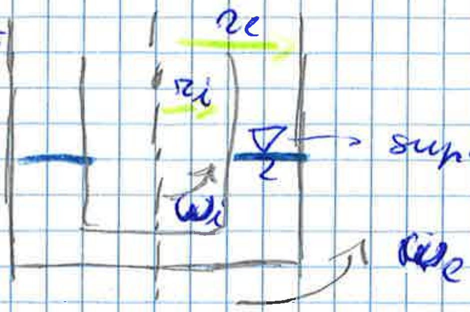
$$\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\varepsilon}}$$

la densità cambia proporzionalmente direttamente al cambio del coefficiente ε.

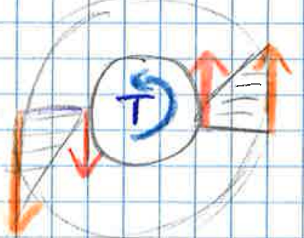
LIQUIDI: $\varepsilon = O(10^9)\ N/m^2$ è di un ordine di 10^9 $\quad dp = O(10^4)\ N/m^2$ è di un ordine inferiore di 10^9 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Per questo ρ si assume costante nei liquidi!

r_e = raggio ext
r_i = " int.



Metto in moto il cilindro ext raggiungendo una ~~velocità~~ angolare ω_e costante; anche il cilindro int comincia a muoversi raggiungendo una velocità angolare costante $\omega_i < \omega_e$
Il motivo per cui la velocità ω_e si è trasmessa in parte al cilindro int mettendolo in rotazione è che il fluido ha fatto da tramite tra i 2 cilindri.
Ci sono infatti delle tensioni tangenziali sul cilindro ext che vengono trasmesse al fluido che a sua volta le trasmette al cilindro interno.



Si crea così una coppia di forze : T.

$$T \propto \left(\text{liquido}, \Omega, \Delta v, \frac{1}{\Delta r}\right)$$

Ω → sup. di contatto del cilindro interno in un fluido

$\frac{1}{\Delta r}$ → componente dello spostamento

Δv → variazione di velocità.

$\Delta v = \omega_e r_e - \omega_i r_i$
Tanto + Δv è grande tanto + T è grande.

$$T = \mu \Omega \frac{\Delta v}{\Delta r}$$

GRADIENTE DI VELOCITÀ lungo il raggio r: variazione di velocità in funzione della normale alle tensioni tangenziali

costante di prop.: VISCOSITÀ

* al gradiente di velocità lungo la normale alla τ.

$$\frac{T}{\Omega} = \tau = \mu \frac{dv}{dr}$$

τ ↓ tensione tangenziale: le τ che nascono all'interno del fluido che stratarello x stratarello si trasmettono sono direttamente prop. *

PIANO REOLOGICO: Piano costituito dall'asse delle ordinate che rappresenta τ, e sulle ascisse si ha $\frac{du}{dy}$, gradiente di velocità → direttamente proporzionale alla velocità con cui deformo il fluido.

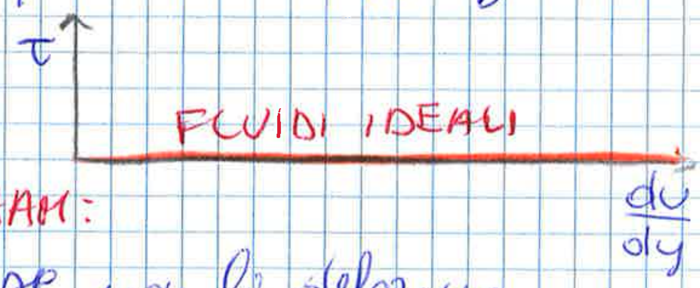
Se io cambio gli angoli cambio la celerità di deformazione

(1) FLUIDO NEWTONIANO: è quel fluido che sul piano reologico è rappresentato da una retta passante per l'origine con coeff. angolare pari a μ: basta quindi un solo gradiente di velocità per determinare l'andamento. 1 parametro

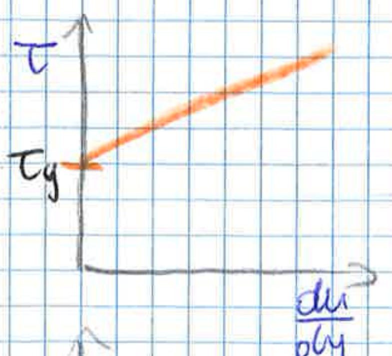
qualcosa che dà poca resistenza alla deformazione

(2) FLUIDI IDEALI: retta coincidente con l'asse delle $\frac{du}{dy}$: fluidi che quindi non oppongono minimamente resistenza

0 parametri

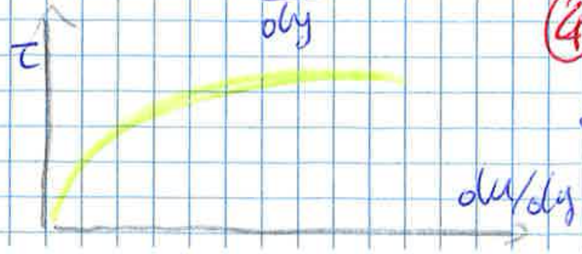


(3) FLUIDI ALLA BINGHAM:



Anche se non li deformo hanno già una tensione di base τ_y (τ yield = y)

Es. boiacche cementizie, dentifricio



(4) FLUIDI PSEUDO PLASTICI

a mano a mano che io aumento la celerità di deformazione

VISCOSITÀ DINAMICA: (μ)

$\mu_{aria} << \mu_{H_2O}$

↳ non è così importante, perché viene considerato molto di più un'altra grandezza:

VISCOSITÀ CINEMATICA ν:

perché mentre la μ prende nelle unità di misura le forze, nella cinematica si ha dipendenza solo dallo spazio e dal tempo. $\nu = \frac{[m^2]}{[s]}$

$$\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$

è la grandezza che ci interessa veramente nel campo della fluidodinamica.

$\nu_{H_2O} = O(10^{-6})$ $\quad$ $\nu_{aria} = O(10^{-5})$

O = ordine di grandezza

questa relazione è opposta a $\mu_{aria} << \mu_{H_2O}$, ciò significa che ν_{H_2O} è minore dell'aria, quindi l'H_2O è uno dei liquidi che ha la ν_{H_2O} minore dell'aria.

* è la tendenza dei liquidi a raccogliersi a parità di volume secondo forme che abbiano una superf. + piccola possibile

La viscosità è molto dipendente dalla temperatura (θ), a differenza della densità: $\mu = \mu(\theta)$
ma assumiamo μ = costante facendo un errore maggiore rispetto a quello della densità.

*¹ deriva dalle forze di coesione che si esercitano sulle molecole

TENSIONE SUPERFICIALE*¹ S (vedi ultimo capitolo)

Le forze in un fluido si distinguono in:

- Forze di massa: forze che ci sono nel fluido perché fluido ha MASSA: es. forza di gravità.
- FORZE DI SUPERFICIE: forze di contenimento che agiscono ai bordi di una superficie Ω.

Per determinare le 3 componenti di $d\Omega$ lungo i 3 assi moltiplico sup. $d\Omega$ x il coseno dell'angolo tra n e l'asse in questione:

cateto adiacente — ipotenusa

$$d\Omega_x = -(\cos \hat{nx})\, d\Omega$$
$$d\Omega_y = -(\cos \hat{ny})\, d\Omega$$
$$d\Omega_z = -(\cos \hat{nz})\, d\Omega$$

perché n è entrante — Coseni direttori

Devo equilibrare le forze di massa e quelle di sup:

F. di massa $\propto$ alla massa x def.

↳ F peso

↳ F d'inerzia

$$\propto dm = \underbrace{\rho(\alpha)}_{\text{densità costante nel fluido}}\ \underbrace{dx\,dy\,dz}_{\text{volume costante nel fluido}}$$

forze di massa non contano in questo caso.

F. di superficie $d\vec{\Pi}$: $\Phi_n\, d\Omega$ sforzo su tutta la sup. infinitesima

$$\vec{\Phi}_n d\Omega - \vec{\Phi}_x \cos\hat{nx}\, d\Omega - \Phi_y \cos\hat{ny}\, d\Omega - \Phi_z \cos\hat{nz}\, d\Omega = 0$$
$$\vec{\Phi}_n - \vec{\Phi}_x \cos\hat{nx} - \vec{\Phi}_y \cos\hat{ny} - \vec{\Phi}_z \cos\hat{nz} = 0$$

$$\vec{\Phi}_n = \vec{\Phi}_x \cos\hat{nx} + \vec{\Phi}_y \cos\hat{ny} + \vec{\Phi}_z \cos\hat{nz}$$

RISULTATO DI CAUCHY

↳ ho così trovato la scomposizione dello stato di sforzo su un elementino di superficie $d\Omega$: risultato importante: lo stato di sforzo è quindi la combinazione di 3 forze di sup. lungo le 3 direzioni principali; se voglio dare lo stato di tensione nell'intorno di un punto mi basta dare gli sforzi lungo i 3 assi moltiplicato per i coseni direttori (3 informazioni invece di ∞). → + comodo

TEOREMA DEL TETRAEDRO

3 componenti lungo i 3 assi di $\vec{\Phi}_n$:

$$\vec{\Phi}_{nx} = \Phi_{xx}\cos\hat{nx} + \Phi_{yx}\cos\hat{ny} + \Phi_{zx}\cos\hat{nz}$$

sforzo lungo x che agisce sul piano x

componente lungo x che agisce sul piano y.

Allora diciamo che stato di tensione è ISOTROPO e tutte le componenti lungo la diagonale hanno modulo uguale, per cui stato di tensione si riduce a uno scalare che chiamiamo PRESSIONE

$p \rightarrow \vec{\Phi}_n = p\vec{n} \qquad \Phi_n = p$

STATICA DEI FLUIDI

30/09/2014

Quando il sistema è isotropo le info. che devo dare sullo stato di tensione non sono + 6, ma soltanto una, che è lo scalare pressione p.

Pensando a fluido newtoniano so che tensioni tangenziali sono $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ → gradiente della velocità lungo una direzione.

costante

e che esse danno luogo a un profilo di velocità. → se c'è profilo di velocità e fluido è viscoso si hanno delle τ.

Ci sono 2 casi in $\tau = 0$:

① $\mu = 0$

② $\frac{du}{dy} = 0$ → questo però non vuol dire che non c'è moto, perchè può esserci velocità uniforme

Sia in ① che in ② il profilo di velocità non esiste, è piatto.

In STATICA: $u = 0 \Rightarrow \frac{du}{dy} = 0 \Rightarrow \tau = 0$ non ci sono mai tensioni tangenziali. anche se fluido è viscoso.

Quindi ciò significa che tutti i termini fuori dalla diagonale sono NULLI, ma se sono sempre nulli è come se la delle matrice degli sforzi

$\Rightarrow \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$ sono i termini della diagonale.

Nel caso quindi di un fluido in quiete lo stato di tensione è uguale in tutte le direzioni (isotropo) ed è uguale a uno scalare, p.

Esp. di tutti i giorni: quando mi immergo in piscina sento la pressione su tutti i punti del corpo.

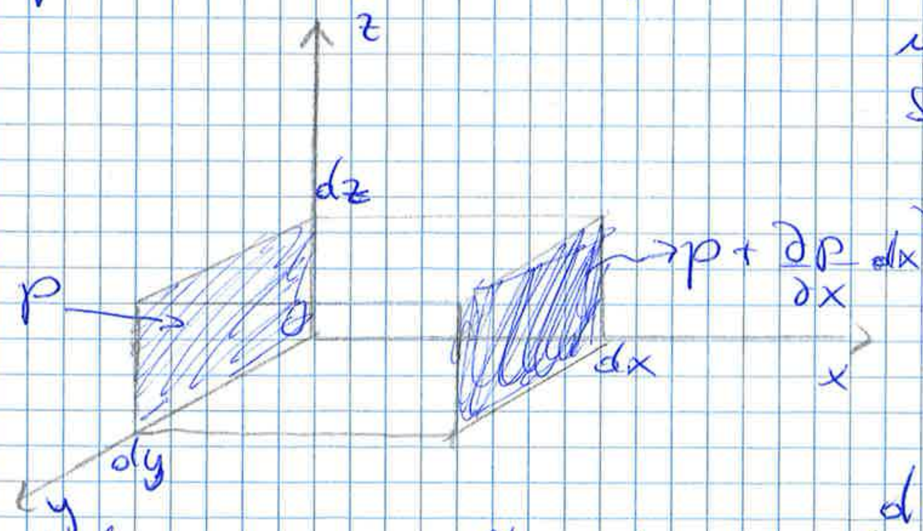
$$p = p(x, y, z)$$

Ora bisogna capire in che modo varia la pressione nello spazio.

Per descrivere la realtà si usano dei modelli matematici descritti attraverso delle equazioni differenziali, quindi coinvolgono le derivate.

Poi altro problema è: risoluzione dei modelli differenziali, risolvere le derivate.

Prendo generico punto O del fluido in quiete, prendo un sist. di riferimento (x, y, z), nell'intorno del punto O



Scelgo un volumetto infinitesimo (il + semplice di tutti: un parallelepipedo infinitesimo)

$$dV = dx\,dy\,dz$$

Voglio studiare l'equilibrio delle forze alla traslazione del parallelepipedo: quindi devo fare analisi delle forze di massa e di quelle di superficie.

$\Rightarrow \boxed{\vec{F}\rho = \text{grad}\, p}$ EQUAZIONE DIFFERENZIALE che REGOLA LA STATICA DEI FLUIDI

EQUAZIONE => perché è cui agnagfuoriz.
INDEFINITA DELLA STATICA DEI FLUIDI
=> vale in qualunque punto nello spazio di un fluido in quiete. perché siamo nella statica

Osservazioni:

① se forza di massa ammette potenziale scalare:

$\vec{F} = \text{grad}\, U$ scalare

campo di forza
mondo dei vettori — mondo dello scalare

molto + facile da integrare, per i calcoli.

Nel caso dei fluidi siamo nel campo della gravità, che ammette potenziale !!!

Quindi l'eq. della statica diventa:

$\rho\, \text{grad}\, U = \text{grad}\, p$ => dice che il gradiente del potenziale è uguale a quello del gradiente della pressione ~~a meno di una costante moltiplicativa~~.

$\Downarrow$

Sup. equipotenziali sono anche isobare:

sup. isobare coincidono ~~tra~~ con quelle del campo di forza della gravità.

② Supponiamo che fluido sia incomprimibile: ρ = costante

$\rho\vec{F} = \text{grad}\, p$ posso scriverla anche $\vec{F} = \text{grad}\left(\frac{p}{\rho}\right)$, cioè essendo ρ = costante posso portarlo fuori e dentro dal gradiente. Ciò mi porta a dire qual è il potenziale di $\vec{F}$, $\left(\frac{p}{\rho}\right)$.

$\Rightarrow$ quindi l'EQ GLOBALE diventa $\vec{P} + \vec{F}_c = 0$;
se tu prendi un volume finito di fluido in quiete la forza peso e la forza al contorno si equilibrano.
Ciò significa che tutto ciò che succede all'interno del volume non ci interessa, ci interessa solo al contorno.

Facciamo delle ipotesi:

① Siamo nel campo della GRAVITÀ:

$\vec{F} = -\text{grad}(g z)$ $\uparrow z$ $\downarrow g$

avendo scelto asse z che va verso l'alto

Sostituisco in $\rho \vec{F} = \text{grad}\, p$ la $\vec{F}$:

$\rho\, \text{grad}(-g z) = \text{grad}\, p$

② $\rho =$ costante $\}$ posso portare ρ dentro e/o fuori dal gradiente:

quindi posso scrivere: $\text{grad}(-\gamma z) = \text{grad}\, p \Rightarrow$
$\text{grad}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = 0 \Rightarrow$ le variazioni (=gradiente) lungo tutte le direzioni sono nulle $\Rightarrow$ $\boxed{z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost.}}$
in tutta la massa fluida esiste qualcosa che è costante:

INVARIANTE

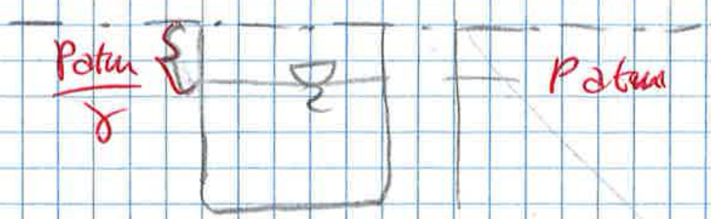
$$h = z + \frac{p}{\gamma} = \text{costante}$$

CARICO PIEZOMETRICO:
è la conseguenza + importante che viene dall'eq. indefinita della statica.

Se io ho fluido in quiete e prendo due generici punti: punto A e punto B:

io ho che $h_A = h_B \Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} \Rightarrow$

Esempio: bicchiere d'H_2O.
Ci sono punti in cui conosco la pressione? Sulla sup. libera. Pressione lì sopra sarà quella atmosferica.



Quando ho sup. libera di un fluido in quiete io so già che la pressione esercitata sopra la sup. libera è patm

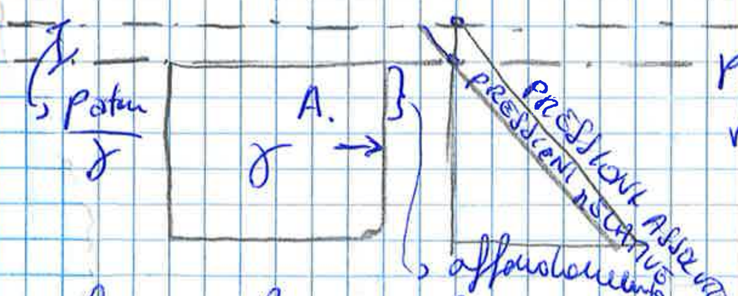
$$\left(\frac{P_{atm}}{\gamma}\right)_{H_2O} = 10.33\ m$$

è la max depressione che si può avere

$$\left(\frac{P_{atm}}{\gamma}\right)_{Hg} = 76\ cm$$

Osservazioni:

① Siccome noi siamo sempre immersi nell'atmosfera, il vero zero, che da un punto di vista teorico è la pressione assoluta, da punto di vista motoristico/ingegneristico è la PRESSIONE ATMOSFERICA.
Anche nel caso dei serbatoi:



Se voglio calcolare la spinta da dentro nel fluido γ sulla parete di dx dovrei conoscere la pressione assoluta che spesso non ho, allora sposto lo zero riferendomi alla pressione atmosferica, per cui calcolo la pressione relativa = p assoluta − p atmosferica

$P_A = aff.A \cdot \gamma$ ↳ d'ora in poi faremo sempre riferimento alla pressione del punto come quella relativa.

PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI sarà ⇐

sul fluido 2 e analogamente porto N all'altezza di M nel fluido 1.

M e N' appartengono allo stesso fluido, sono alla stessa altezza $\Rightarrow$ $p_M = p_{N'}$ Δ = quanto dista N da N' e M da M'.

Analogamente $\Rightarrow$ $p_N = p_{M'}$

$p_N = p_{N'} + \Delta\gamma_1$ $\rightarrow$ quanto si aggiunge a causa dell'affondamento

$p_{M'} = p_M + \underbrace{\Delta\gamma_2}$

quello che si scende = aumento di Δ per peso specifico del fluido 2.

Data $p_N = p_{M'}$:

$$\underbrace{p_{N'} + \Delta\cdot\gamma_1 = p_M + \Delta\cdot\gamma_2}$$ ma sappiamo che $p_{N'} = p_M$

$$\underbrace{\Delta\gamma_1 = \Delta\gamma_2}$$

questo vale solo se $\Delta = 0$ $\Rightarrow$ ma abbiamo detto ~~...~~ nelle ipotesi che $\Delta \neq 0$, quindi non torna. $\Rightarrow$ si arriva all'assurdo: **non** esiste una superficie non piana di separazione.

$\rightarrow$ CIÒ VALE X I FLUIDI NEWTONIANI e basta!!!

3) Io conosco la pressione in tutti i punti, se la conosco ALMENO in un punto.

Prendo un serbatoio chiuso e voglio conoscere la pressione interna: la cosa + semplice per misurarla è fare foro nel serbatoio attaccare un tubicino, dentro il quale il fluido risale e si ferma fino a un certo livello su altezza, che è proprio la posizione del p.c.i.r..

P_A rispetto all'Hg $= \gamma_{Hg} \cdot \Delta$ → affondamento
una volta che so

A la particella di Hg in equilibrio col fluido γ posso scrivere: $p_A = x\,\gamma = \gamma_{Hg} \cdot \Delta \Rightarrow x = \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma}\Delta$

l'affondamento nel fluido incognito

una volta che so x so anche la pressione nel fluido γ e trovo il p.c.i.r. di γ.

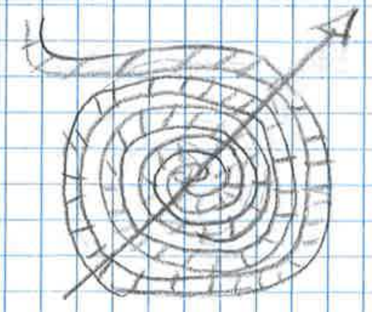
Pressione relativa

può andare in negativo ⇒ DEPRESSIONE: pressione relativa negativa.
tutte le volte che è minore della patm.
Dep = p.r. negativa < patm.

Mentre PRESSIONE ASSOLUTA NON può andare in negativo. (altrimenti sarebbe un non senso fisico).

(3) Altro metodo: si usa una membrana elastica messa ~~a un tubicino~~ a contatto col fluido: in base a quanto si apre capisco quanta pressione c'è.

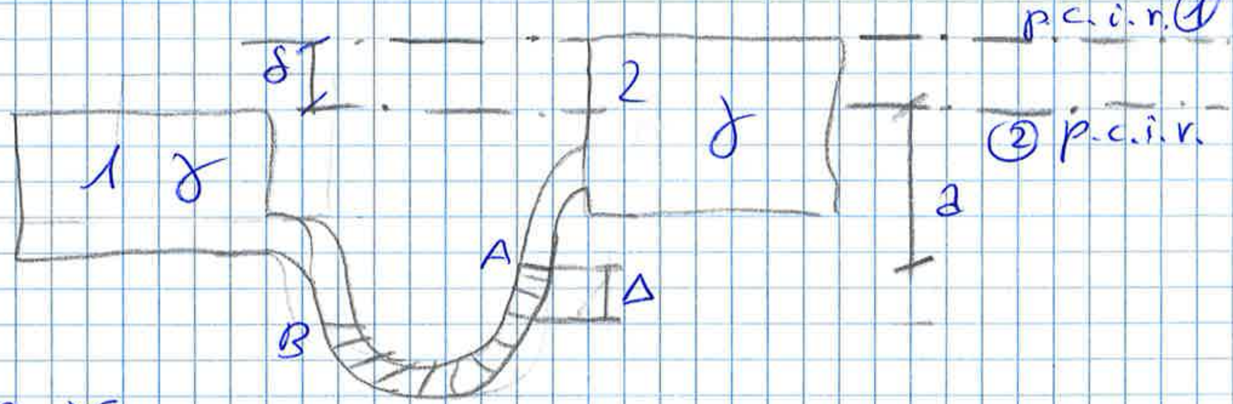
(4) MANOMETRI METALLICI: sono fatti da tubicino metallico chiuso, avviluppato come una spirale; messo a contatto col fluido comincia a srotolarsi e c'è una lancetta che ~~indica~~ ~~pressione~~ si muove.



Quando sono in un serbatoio c'è un rubinetto a cui posso attaccare manometro, poi c'è tubicino che è collegato al manometro; quest'ultimo non misura la pressione nel punto, ma la sta misurando nel centro dello strumento

(5) MANOMETRO DIFFERENZIALE: spesso è + comodo tenere sotto controllo le **differenze** di pressione: ho 2 serbatoi collegati da un tubicino a U dove nella parte bassa c'è un fluido pesante, come il mercurio; i 2 menischi rappresentano l'interfaccia tra il fluido (uguale) nei 2 serbatoi e il mercurio.

⚠ Non conta a che altezza si trovano i 2 serbatoi per le pressioni, CONTA dove si trova il loro p.c.i.r.



$p_A = a \cdot \gamma$

$p_B = \underbrace{p_A + \Delta \cdot \gamma_m}_{\text{mercurio}} = \gamma \cdot a + \gamma_m \cdot \Delta \qquad p_B = (\delta + a + \Delta)\gamma$

$\cancel{\gamma a} + \gamma_m \cdot \Delta = (\delta + \cancel{a} + \Delta)\gamma \Rightarrow \gamma_m \Delta = \delta\gamma + \Delta\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow \delta = \dfrac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma}$ differenza di quota tra i 2 p.c.i.r.

SPINTA SU SUPERFICIE:

(1) PIANA

(2) CURVA, o meglio gobba

(1) P.e.: serbatoio aperto con superficie disposta in una certa maniera (obliqua p.e.) e voglio sapere la SPINTA dall'alto.

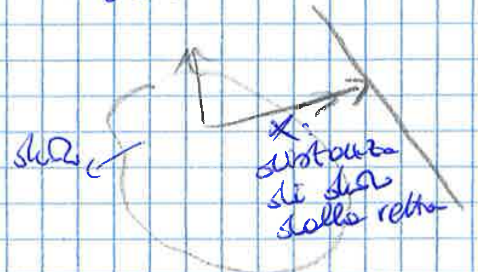
h_A = affondamento di A rispetto al p.c.i.r.
$= x_A \cdot \sin\alpha$

$p_A = x_A \cdot \sin\alpha \cdot \gamma$ per avere la forza che spinge sulla sup. $d\Omega$: $dS = p_A \cdot d\Omega = x_A \cdot \sin\alpha\,\gamma \cdot d\Omega$

componente infinitesima di S.

$$S = \int_\Omega x \cdot \sin\alpha\,\gamma\, d\Omega = \sin\alpha \cdot \gamma \int_\Omega x \cdot d\Omega$$

momento statico della sezione



$$M_S = \int_\Omega x\, d\Omega = \underset{\text{baricentro}}{x_G} \cdot \Omega$$

$$I = \int_\Omega x^2\, d\Omega$$
↳ momento d'inerzia

quali mi danno sono info ~~che da~~ sulla superficie rispetto alla retta

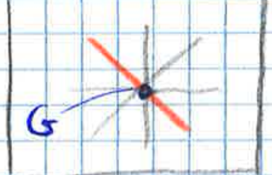
$$S = \underbrace{\gamma \underbrace{\sin\alpha\, x_G}_{\text{affondamento del baricentro } x_G = h_G}}_{\text{pressione nel baricentro: } p_G} \underset{\text{area della superficie}}{\Omega} = p_G \cdot \Omega \;*$$

mi basta solo sapere il baricentro.

Ogni volta che integri butti via info, mentre ogni volta che derivi acquisisci info maggiori.

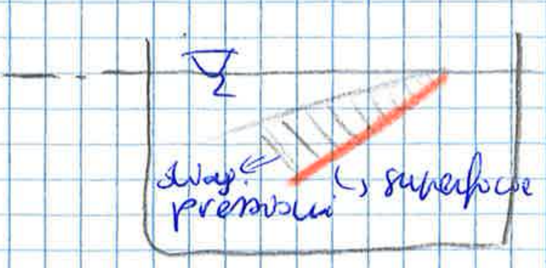
Osservazioni:

① se ruoto la sup. intorno al baricentro, quindi il baricentro permane nella stessa posizione la SPINTA NON CAMBIA.



* spinta su una superficie piana è una forza diretta normalmente alla superficie stessa con modulo pari al prodotto della pressione nel suo baricentro per l'area della superficie

② Che cos'è S dal punto di vista geometrico:



S = risultato del solido geometrico delle pressioni

$$M_x = \int_\Omega dM_x = \int_\Omega x\, y \sin\alpha\, \gamma\, d\Omega = \gamma \sin\alpha \int_\Omega x\, y\, d\Omega$$

$$\gamma \sin\alpha\, I_{xy} = S \cdot \eta$$

altra info su come è distribuito la massa

$M_x = S \cdot \eta$

momento centrifugo. I_{xy}

$$\eta = \frac{M_x}{S}$$

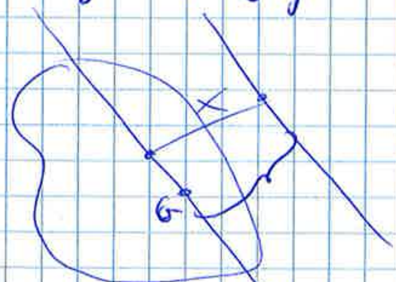
$$S = p_G \Omega = h_G \gamma \Omega = x_G \sin\alpha\, \gamma\, \Omega$$

$$\cancel{\gamma \sin\alpha}\, I_y = x_G \cancel{\sin\alpha\, \gamma}\, \Omega \cdot \xi$$

$$\xi = \frac{I_y}{x_G \Omega} = \frac{I_y}{M}$$ } rapporto di 2 quantità integrate

Teorema della trasposizione del momento d'inerzia:

$$I_y = I_{Gy} + x_G^2 \Omega$$



$$I_y = \int_\Omega x^2 d\Omega = I_{0y} + x_G^2 \Omega$$

momento d'inerzia della stessa sezione rispetto ad una retta parallela una che passa per il baricentro.

distanza tra G e la retta

Quando scelgo la superficie la scelgo semplice.

$$\xi = \frac{I_{0y} + x_G^2 \Omega}{x_G \Omega} = x_G + \frac{I_{0y}}{M}$$

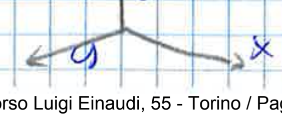
SPINTE SU SUPERFICI CURVE

1/10/2014

Ci sono 2 modi per calcolarle:

① Approccio classico, prendo piano dei carichi idrostatici relativo => info fondamentali

Prendo un sist. di riferimento



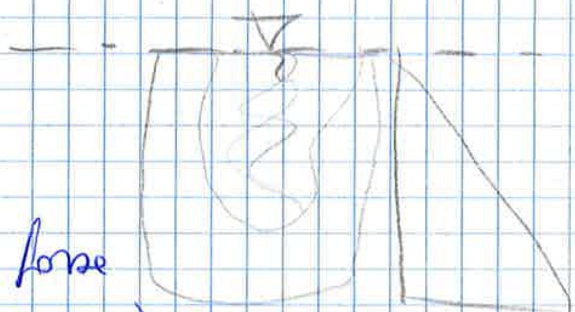
attraverso la scomposizione della spinta lungo le tre componenti.

$h\, d\Omega_z = dW$ => volume di fluido costituito dalla colonna cilindrica verticale limitata da una parte sulla sup. curva e dall'altra dal piano dei carichi idrostatici
h: affondamento

$S_z = \gamma W$ => peso del volume

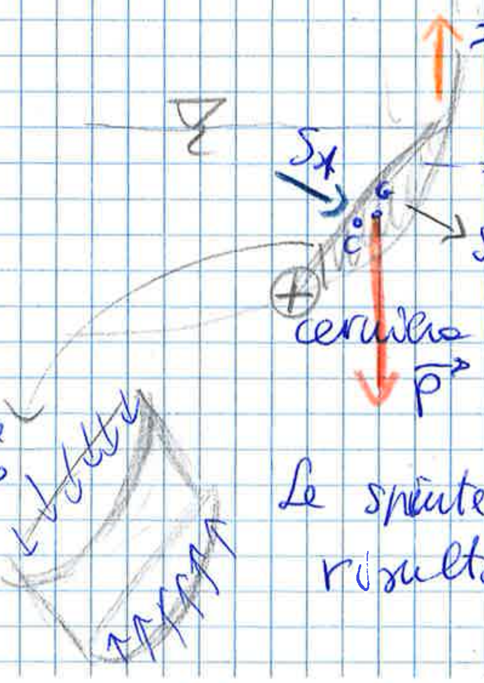
Non ci sono tensioni tangenziali perché siamo in statica.

Es.: serbatoio in pressione
la spinta sulla sup. libera



! Nel serbatoio tutto va come se ci fosse una sup. libera che sta sul p.c.i.r.

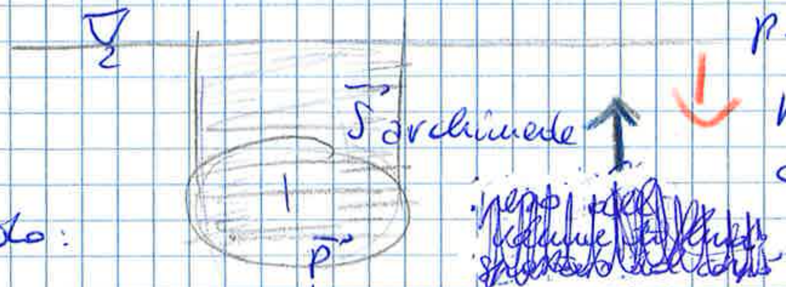
② : approccio + comodo da un punto di vista ingegneristico:
Si parte dall' Eq. globale della statica:
$\vec{P} + \vec{F_c} = 0$ e ti scegli il volume adatto, per avere alla fine una sola incognita!
Supponiamo di essere in un lago con una paratoia



$\vec{T}$ → tirante => dipende dalla spinta del lago
paratoia: regolandola riesco a filtrare/distribuire l'H_2O adeguatamente

Le spinte sono uguali e opposte: risultante nulla

Ciò ci permette di dimostrare il **PRINCIPIO DI ARCHIMEDE**: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta VERSO L'ALTO pari al peso del fluido che viene spostato dal corpo.
Volume di

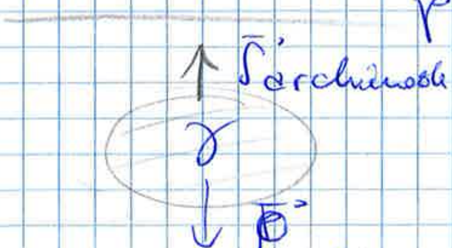


p.c.i.r.
↓ peso della colonna d'H_2O del volume sopra il corpo

1° modo:
Immaginiamo di separare la sup. sup. da quella inf. del corpo: il corpo sulla " " riceve una spinta dall'alto verso il basso pari al peso del fluido spostato; analogamente sulla sup. inf. corpo riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato fino al p.c.i.r.
La differenza tra queste 2 spinte è proprio il volume del fluido spostato.

↑ peso della colonna d'H_2O senza l'oggetto + H_2O immaginata nel volume dell'oggetto.

2° modo:
Applico $\vec{P} + \vec{F}_c = 0$
$\Downarrow$ quella che voglio sapere

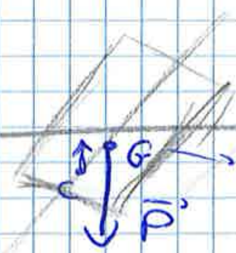


$\vec{F}_c = \vec{S}_{archimede}$

perché ho solo le forze al contorno sulle sup. sup. e inf. e $\vec{F}_c = -\vec{P}$

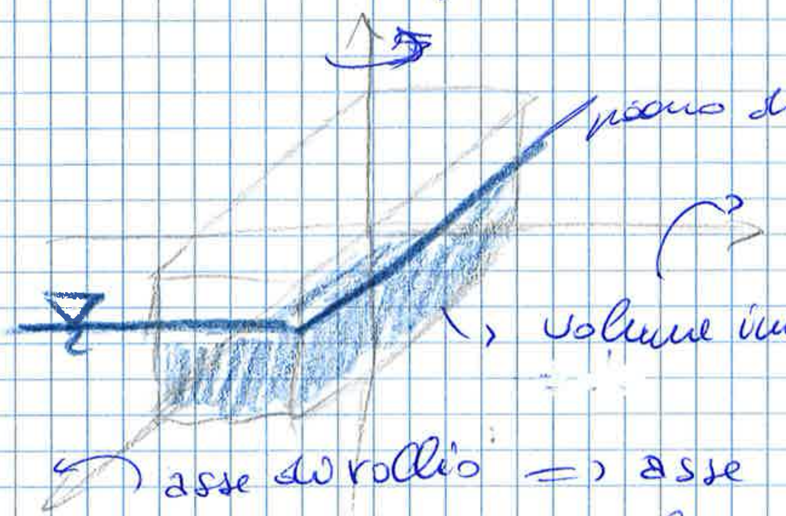
Quindi $\vec{S}_{Archimede} = -\vec{P}$

galleggiare sull'H_2O:
non si sposta G,
ma C, baricentro
del volume di carena.



→ baricentro di massa che rimane in quel punto sempre finché non cambia la massa.

Si genera così una coppia di forze $\bar{P}'$ e $\bar{S}'$ che hanno versi opposti; allora una piccola perturbazione cambia il volume di carena in maniera tale che nasce una coppia che compensi la perturbazione; la coppia tende a ristabilire l'equilibrio provocato dalla perturbazione.

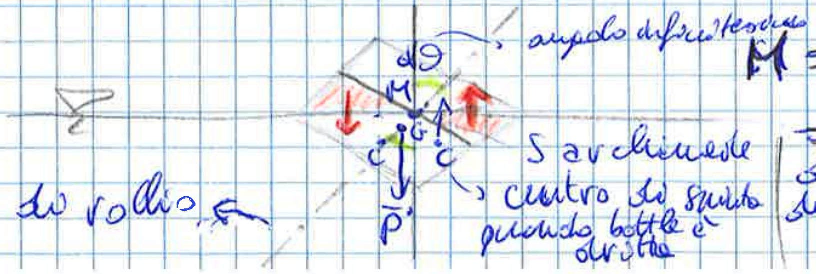


→ volume immerso = volume di carena $= V_C$

asse di rollio ⇒ asse su cui si applica la perturbazione

Vogliamo trovare una condizione in cui il corpo è stabile e instabile

Domanda:
quando metto il corpo dritto in verticale nell'H_2O cosa succede se subisce una perturbazione? Si crea una COPPIA DI FORZE che crea una rotazione-momento tale da compensare la perturbazione.



M = metacentro = intersezione della direzione della spinta di Archimede e dell'asse sul rollio

$\cancel{\gamma} V_c \overline{GM} \cancel{d\theta} = \cancel{\gamma} \cancel{d\theta} I_n \Rightarrow \overline{GM} = \frac{I_n}{V_c}$ ho trovato $\overline{GM}$!!!

TANTO + è GRANDE $\overline{GM}$ e tanto + il corpo è stabile!!! ⇒ infatti G deve essere il + basso possibile. : baricentro della masse

$\overline{GM} = O(1)\, m$
= è dell'ordine infinitesimo di 1m

Però + è grande $\overline{GM}$ e + che la nave balla di +, perché nasce una forza che compensa la oscillazione molto + brusca.

CINEMATICA DEI FLUIDI

6/10/2014

descrivere un fluido in movimento: trattare un fluido in movimento è molto + difficile rispetto al corpo rigido.

velocità: rapporto tra spazio e il tempo: variazione dello spazio dell'oggetto nel tempo.

Acc: variazione della velocità nel tempo. } di un corpo solido

FISICA NEWTONIANA

Nel caso del fluido la velocità di cosa? Della particella del fluido che passa in quel punto a quell'istante di tempo. Ma cos'è la particella del fluido nella realtà?

Parto dalle particelle per arrivare alle leggi MACROSCOPICHE.

↳ vedi Boltzmann: nella teoria cinematica dei gas: ipotesi importante è gas rarefatto

mai esiste ⇐ concetto di calore a scala microscopica, esiste soltanto energia cinetica ed energia potenziale.

Se gas non è + rarefatto non si ha + passaggio tra leggi

Lungo le 3 direzioni principali seguendo la particella si hanno 3 componenti della velocità:

$$\begin{cases} dx = u(x,y,z,t)\,dt \\ dy = v(x,y,z,t)\,dt \\ dz = w(x,y,z,t)\,dt \end{cases}$$

TRAIETTORIA è l'effetto del campo di moto!!!

Eulero si scontra però con un problema concettuale grosso: se io seguo una particella Lagrange mi dice la traiettoria e mi riesce a dare l'accelerazione

$\vec{A} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$; è giusto che Eulero riesca a scrivere la stessa cosa? Formalmente sì, ma l'accelerazione di cosa? perché per Eulero esistono soltanto le velocità in un punto, quindi a un certo istante t ho una velocità $\vec{v}(t)$ a un altro istante $t+\Delta t$ ho velocità $\vec{v}(t+\Delta t)$ ma di che cosa? Perché a $\vec{v}(t)$ avrò una particella e a $\vec{v}(t+\Delta t)$ ne avrò un'altra, allora sto mescolando le cose.

$\vec{v}(t)$

$\vec{v}(t+\Delta t)$

ES: sei su un ponte sopra autostrada,

LAGRANGE: prendi una macchina gialla e seguila per tutta la sua traiettoria. → seguo la macchina solo sulla " " ← gialla

Eulero: ha dei sensori che rilevano via via la velocità a quell'istante e in quel punto, quindi l'accelerazione non è più di un corpo preciso e perde del suo significato fisico, perché non è l'accelerazione di nessuno, o meglio è la variazione di velocità di 2 corpi diversi, quindi non posso attribuire né a l'uno né all'altro il valore di accelerazione: quindi non può dire $\vec{A} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$

$\vec{F} = m\vec{A}$ forza e acc. applicate alla MASSA di un corpo.

Allora Eulero costruisce un altro modo per descrivere l'accelerazione: lo riscrive con gli strumenti che ha, il campo di moto.

$\vec{A}$ scritta nelle 3 componenti:

$$\vec{A}_x = \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

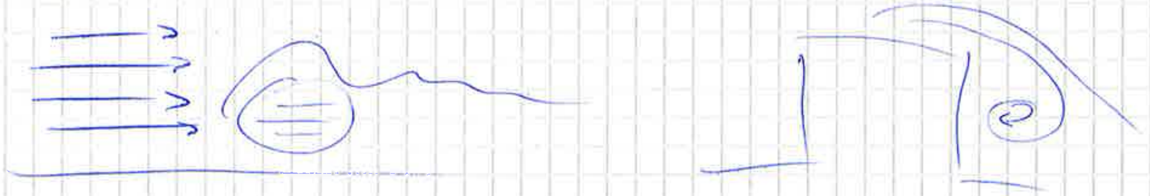
$$\vec{A}_y = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\vec{A}_z = \frac{Dw}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial w}{\partial t}}_{\text{DERIVATE LOCALI}} + \underbrace{u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}}_{\text{DERIVATE SPAZIALI: dipendenza dalla posizione.}}$$

N.B.: approccio Euleriano sembra difficile inizialmente ma dopo è + tranquillo nel processo; invece approccio Lagrangiano è semplice all'inizio e difficile dopo.

OSSERVAZIONI: 3 MODI per DARE CINEMATICA del fluido

(1) 1° info di un moto è la traiettoria:



Eulero non vede le traiettorie, ma il CAMPO DI MOTO dal quale si può ricavare la traiettoria:

$$dx = \boxed{u(x,y,z,t)}\,dt$$
$$dy = \boxed{v(x,y,z,t)}\,dt$$
$$dz = \boxed{w(x,y,z,t)}\,dt$$

→ se integro ricavo la traiettoria.

(2) LINEE DI CORRENTE:

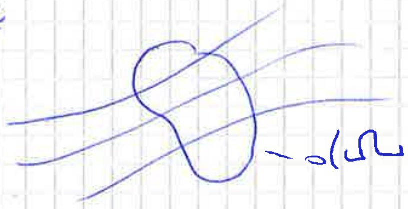
sono definite a ogni istante; hanno la caratteristica che il vettore velocità è tg ad ogni istante: linee tali per cui il vettore velocità è tg ad ogni istante.

Altro modo per dare info sulla cinematica del fluido, ma non molto usato.

CONCETTO DI PORTATA:

Prendiamo all'interno di un generico volumetto una curva chiusa che rappresenta un'areola infinitesima $d\Omega$.

t^*



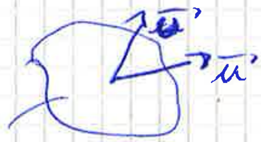
A un certo istante generico t^* considero tutte le linee di corrente che si appoggiano su quel volumetto.

NON C'È MAI UNA COMPONENTE PERPENDICOLARE AL FLUSSO: cioè lungo le linee di corrente la velocità rimane su una certa traiettoria, quindi non esistono linee che intersecano il flusso.

Ho così individuato il TUBO DI FLUSSO di AREA infinitesima al generico istante t^*.

separa il fluido che scorre dentro l'areola infinitesima $d\Omega$ da quello fuori dell'areola.

Considero $d\Omega$ e considero la componente di velocità normale a $d\Omega$.



$v_n = \bar{v}' \cdot \bar{n}'$ componente normale

$\bar{n}'$: normale alla sup.

Portata infinitesima

$$dQ = v_n \cdot d\Omega = \underbrace{\bar{v}' \cdot \bar{n}'}_{\text{scalare}} d\Omega$$

volumetto infinitesimo di fluido che scorre nel tubo di flusso nell'unità di tempo.

$$\boxed{Q^{(t)} = \int_\Omega dQ = \int_\Omega \bar{v}' \cdot \bar{n}' \, d\Omega \quad \text{PORTATA che transita}}$$

(integrale su tutta area Ω in quel volume.

> Ciò vale per tutti i moti dei fluidi, non solo l'UNIFORME.

La portata introduce il concetto di velocità media della sezione: $V = \frac{Q}{\Omega}$

chiamo sezione trasversale solo quando $|\bar{v}'| = \bar{v}' \cdot \bar{n}'$

in certo così è piana.

vd. tubo, fluido ecc.: sezione trasversale ⟸ cioè modulo della velocità è uguale allo scalare della velocità per il versore normale.

$\Rightarrow \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \bar{u}) = 0$ EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA PER I FLUIDI / EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

La variazione locale nel tempo della densità deve essere in equilibrio con la variazione locale della velocità sempre nello stesso istante di tempo

densità ρ, campo di moto $\bar{U}$

$\Downarrow$ caratteristica intrinseca al fluido

$\Downarrow$ ciò che fa muovere le particelle del fluido

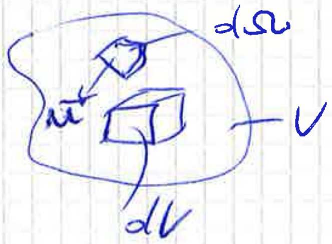
Se massa si conserva ~~allora~~ nel fluido non possono esserci dei buchi (per questo si chiama eq. di continuità) quindi è continuo: DENSITÀ e CAMPO DI MOTO non sono tra loro indipendenti.

Fluido INCOMPRIMIBILE: $\rho = \text{cost}$ $\quad \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Longrightarrow$

$\Rightarrow$ $\mathrm{div}\, \bar{U} = 0$ EQ CONTINUITÀ nel caso di fluido incomprimibile.

CAMPO DI MOTO È SOLENOIDALE, non si formano buchi quindi sistema è continuo.

L'equazione integrata dell'EQ. DI CONTINUITÀ è: prendo un volume V, poi un volumetto dV costituito da un'areola infinitesima $d\Omega$, Ω = sup. di contorno di V



EQUAZIONE GLOBALE DI CONTINUITÀ:

$$\int_\Omega \rho \underbrace{\bar{U}\cdot\bar{n}\, d\Omega}_{dQ} = \text{portata di massa,}$$

massa che entra o esce attraverso la sup. $d\Omega$.

$\left(\int_\Omega \rho \bar{u}\cdot\bar{n}\, d\Omega\right) dt$ = massa che entra o esce al tempo infinitesimo dt.

$$\left(\int_\Omega \rho \bar{u}\cdot\bar{n}\, d\Omega\right) dt = \frac{\partial}{\partial t}\Big[\underbrace{\int_V \rho\, dV}_{\text{massa di } V}\Big] dt \Rightarrow \int_\Omega \rho\cdot\bar{u}\cdot\bar{n}\, d\Omega = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, dV$$

$$\int_\Omega \rho\cdot\bar{u}\cdot\bar{n}\, d\Omega = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV$$

Posso mettere dentro la derivata parziale solo quando il volume d'integrazione è indipendente dalla variabile della derivata parziale (t)

$$\int_\Omega \rho\cdot\bar{u}\cdot\bar{n}\, d\Omega = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV$$

Fluido incomprimibile: $\rho = cost \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial S} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0$

Moto permanente: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ no variazioni di velocità locali

$\hookrightarrow \frac{\partial Q\rho}{\partial S} = 0 \Rightarrow \frac{d\rho Q}{dS} = 0$ perché ho solo variazioni nei dS, quindi derivata totale

Se moto permanente + fluido incomprimibile:
$\frac{\partial}{\partial t} = 0$ $\rho = cost.$

$\frac{dQ}{dS} = 0 \Rightarrow Q \neq Q(S) \Rightarrow Q = costante$

non dipende neanche da S.

La portata è un'invariante, con queste 2 Hp, del moto del fluido: PORTATA NON CAMBIA MAI.

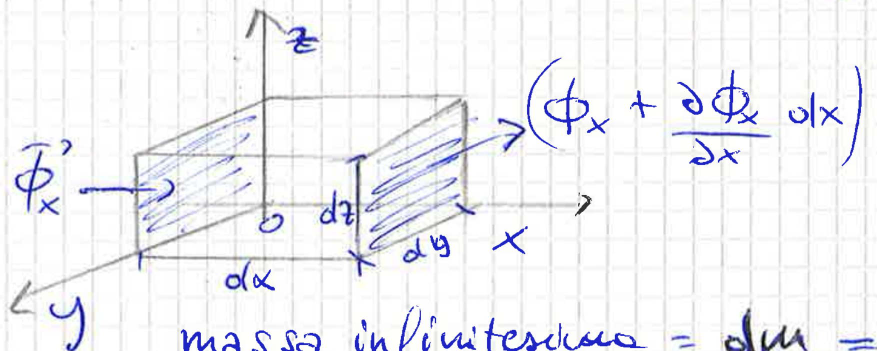
DINAMICA DEI FLUIDI

7/10/2014

Dinamica classica o newtoniana si basa sul principio fondamentale che $\vec{R} = m\vec{A} = m\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d}{dt}\underbrace{m\vec{u}}_{\text{quantità di moto}}$

PRINCIPIO DELLA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Voglio scriverla anche per i fluidi.
Prendo un generico punto O di massa fluida e costruisco il solito volumetto semplice, (parallelepipedo → non specifico che tipo di fluido sia, è generico.



massa infinitesima $= dm = \rho\, dx\, dy\, dz$

quindi ρ può cambiare da punto a punto $\rho(x,y,z,t)$ ⚠ non c'è ipotesi di $\rho = cost$ cioè di incomprimibilità.

$\vec{A} = \frac{D\vec{u}}{Dt}$ derivata euleriana
(siamo nell'approccio euleriano)!

Le Forze che agiscono sul volumetto sono: → di massa: dipendono dalla massa; → di superficie

Qui Forza di massa: forza PESO che agisce sull'elementino/volumetto infinitesimo $\vec{F} \Rightarrow \vec{F}\rho\, dx\, dy\, dz$

Quindi moto del fluido è legato ~~legato~~ allo stato di tensione del fluido e viceversa.

Quindi ho ben 10 incognite nel problema della meccanica dei fluidi; ma io ho bisogno di avere ben 10 equazioni vincolari per avere un sistema determinato:

Allora provo a scrivere queste equazioni: ⊛

$$\rho\left(F_x - \frac{Du}{Dt}\right) = \frac{\partial \Phi_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho\left(F_y - \frac{Du}{Dt}\right) = \frac{\partial \Phi_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_{zy}}{\partial z}$$

$$\rho\left(F_z - \frac{Du}{Dt}\right) = \frac{\partial \Phi_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_{zz}}{\partial z}$$

Equazioni di stato: legame tra la densità, lo stato di sforzo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \bar{u}) = 0$$ → è un'equazione scalare perché c'è DIVERGENZA (trasforma funz. vetto. in scalare)

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE MASSA

↳ perché $\rho(\cancel{\phi}, \underbrace{\phi_{xx}, \phi_{xy} \dots}_{\text{stato di tensione}})$

⊛ All'equ. indef. della dinamica dei fluidi va associata una seconda eq. indefinita che traduce la 2° eq. cardinale della dinamica (equazione dei momenti): $\phi_{xy} = \phi_{yx}$ $\phi_{xz} = \phi_{zx}$ $\phi_{yz} = \phi_{zy}$ che esprimono la condizione di simmetria del tensore degli sforzi e così l'uguaglianza a due a due delle componenti tangenziali degli sforzi.

Per ora ho 5 equazioni, me ne mancano altre 5.
Mi manca da considerare la reologia del fluido:

PIANO REOLOGICO: legame tra campo di moto e gli sforzi.
gradienti spaziali ⇓ tensioni tangenziali

$$\mathring{\gamma} = f\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \dots\right)$$ = velocità di deformazione che è funzione dei gradienti di velocità

Quindi EQ. INDEF. è INCOMPLETA se non definisco la tipologia di fluido che sto studiando:
- PERFETTI
- NEWTONIANI →
- ALLA BINGHAM

Per equ. di continuità ho che: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \bar{u}' = 0$

$\Rightarrow \operatorname{div} \rho \bar{u}' = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad \rho \frac{\partial \bar{u}'}{\partial t} + \bar{u}' \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho \bar{u}'}{\partial t}$

Quindi $\rho \bar{A}' = \frac{\partial \rho \bar{u}'}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho u \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \bar{u}'}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \bar{u}'}{\partial z} \right)$

$$-\int_V \rho \bar{A}' dV = -\int_V \frac{\partial \rho \bar{u}'}{\partial t} dV - \underbrace{\int_V \left(\frac{\partial \rho u \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \bar{u}'}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \bar{u}'}{\partial z} \right)}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \bar{u}' dV + \int_\Omega \rho \bar{u}' v_n d\Omega \qquad -\int_\Omega \rho \bar{u}' (\underbrace{u \cos \hat{nx} + v \cos \hat{ny} + w \cos \hat{nz}}_{v_n}) d\Omega$$

Alla fine: $\rho dV = dm \Rightarrow$ massa infinitesima dell'elementino

$$\underbrace{\int_V \rho \bar{F}' dV}_{\bar{P}'} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\rho \bar{u}' dV)} + \int_\Omega \rho \bar{u}' \underbrace{v_n d\Omega} + \int_\Omega \bar{\Phi}_n' d\Omega = \bar{0}$$

$\bar{F}'$: forze di massa x unità di massa

$\bar{P}'$: forza-peso di tutto il volume. indipendente dal moto!

INERZIE LOCALI (*): tengono conto solo dell'acc. locale

$\rho \bar{u}' dV$: cioè quantità di moto dei punti, le sommo con l'integrale

(*) nascono e guardo quanto contribuisce dell'accel. nel tempo. locale

$v_n d\Omega$: volume di fluido che passa per unità di tempo = Portata infinitesima (volume al secondo) $\Downarrow$ moltiplicato per la densità ρ è la massa al secondo $\Leftarrow$ moltiplicata per $\vec{U}$ è la quantità di moto che passa per l'elementino infinitesimo nell'unità di tempo: FLUSSO della QUANTITÀ DI MOTO

$\int_\Omega \bar{\Phi}_n' d\Omega$ = RISULTANTE DELLE FORZE DI SUPERFICIE nel VOLUME = FORZE AL CONTORNO

Fluido trasportano molte cose, ma in prima battuta trasportano loro stessi, loro massa per velocità = quantità di moto. = attraverso la sup. di contorno

$\Downarrow$

MOMENTUM = M = quantità di moto

$$\boxed{\bar{P}' + \bar{I}' + \bar{M}' + \bar{F}_c = 0}$$

EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA DEI FLUIDI

$\hookrightarrow$ significa che: in un volume finito di fluido in ogni istante la forza di massa (= forza-peso) + inerzie locali + flusso di quantità di moto attraverso sup. contorno + forze al

$$\beta = \frac{\int_\Omega u^2 \, d\Omega}{V^2 \Omega}$$ ⇒ non si riesce a sapere quasi mai

COEFFICIENTE DI RAGGUAGLIO

u grande

V velocità media, Ω → sup. al contorno } facili da determinare

$$\vec{M} = \beta \underbrace{V^2 \Omega}_{V \cdot \Omega = Q \text{ portata}} \rho \vec{n}' = \rho \vec{n}' \beta V Q \qquad \beta \simeq 1 \qquad \cong \rho \vec{n}' V Q$$

$\vec{n}'$ normale alla superficie

SEMPLIFICAZIONE PER LE CORRENTI

$\beta \simeq 1$ nelle correnti

N.B. sui libri l'equazione globale viene scritta così: $\vec{P}' + \vec{I} + \underbrace{\vec{M}_e - \vec{M}_u} + \vec{F}_c = 0$

M viene distinto tra il flusso di quantità di moto entrante e il flusso di quantità di moto uscente.

Osservazione:

- Forze di massa sono infinitesimi del 3° ordine: $\rho \vec{F} \, dx \, dy \, dz$
- Forze di SUPERFICIE " " " 2° " : $\vec{\Phi}_n \, dx \, dy$ → però nell'equazione quello che rimane sono i gradienti spaziali delle superfici $\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx \, dy \, dz$ che sono infinitesimi del 3° ordine e infatti ∂x lo posso comparare con $\rho F dx \, dy \, dz$ e poi posso semplificare $dx \, dy \, dz$.

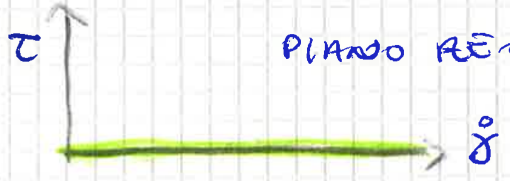
Per poter completare il problema ho bisogno di sapere la reologia del fluido, quindi che tipologia di fluido sto studiando.

Fluidi Perfetti

DINAMICA DEI FLUIDI PERFETTI/IDEALI

Sono fluidi che non hanno mai tensioni tangenziali sul piano reologico: comunque io li sollecito velocemente, deformandoli velocemente e loro non reagiscono mai con delle tensioni.

PIANO REOLOGICO



! La domanda che ci si deve porre è: l'equazione è lineare o non lineare?

Lineare → $\mathcal{L}(u+v) = \mathcal{L}(u) + \mathcal{L}(v)$ OPERATORE LINEARE

$$\frac{\partial(u+v)}{\partial t} \underset{\downarrow}{=} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} \qquad \frac{\partial^{8}(u+v)}{\partial t} \underset{\downarrow}{=} \frac{\partial^{8} u}{\partial t^{8}} + \frac{\partial^{8} v}{\partial t^{8}}$$

se sistema è lineare — se è lineare

DERIVATA è un operatore LINEARE!
INTEGRALE " " " " !
GRADIENTE " " " " !

Quando OPERATORE è LINEARE vale il PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI: se ho un problema complicato, ma le equazioni sono lineari, spezzale in equazioni + semplici, trova per ciascuna di queste la soluzione e infine somma tutte le soluzioni. Soluzione totale = Somma delle soluzioni particolari

Se invece PROBLEMA NON è LINEARE, NON vale più PRIN. SOVR. EFFETTI: è il caso della DINAMICA DEI FLUIDI, perché ho problemi non lineari legati al termine dell'accelerazione $\bar{A}'$.

NON Linearità nasce in $\vec{A}'$ perché è fatto:

$$\bar{A}'_x = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{questo è lineare}} + \underbrace{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}}_{\text{questo NON è lineare}}$$

infatti se faccio,

$$(u+v)\frac{\partial(u+v)}{\partial x} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial x} + u\frac{\partial v}{\partial x} - - - -$$ ho termini misti.

⇒ ho PROBLEMI COMPLESSI, cioè legati alla NON LINEARITÀ del PROBLEMA.

$\bar{A}'$ rende tutto il problema NON LINEARE, cioè complesso: matematicamente non lo risolvo.

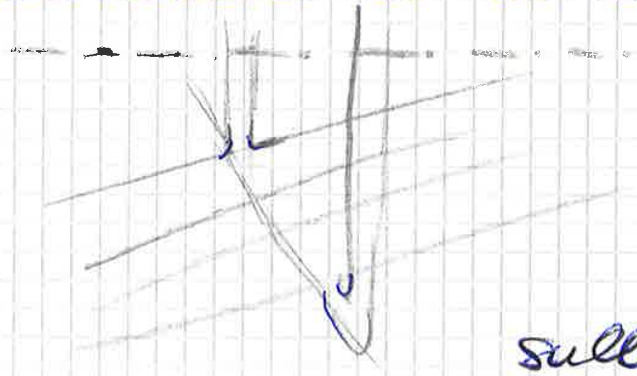
↳ Tutto questo si riflette nella natura: tutto ha una forma COMPLESSA ⇒ GEOMETRIA DEI FRATTALI: tra 1D e 2D.

h si conserva, che è la BINORMALE:
lungo la binormale h si conserva.

2. Se traiettorie sono sensibilmente rettilinee e parallele il raggio di curvatura $\to \infty \Rightarrow$ acc. centripeta $\to 0 \Rightarrow$ quindi anche sulla normale carico piezometrico si conserva, quindi h si conserva su tutto il piano individuato dalla normale e dalla binormale. $\Rightarrow$ CORRENTI ad asse sostanzialmente rettilineo hanno grossa peculiarità: nella direzione trasversale c'è un piano su cui giace la normale e la binormale che tutto va come formule di STATICA, cioè h = costante. $\Longrightarrow$ SUL PIANO TRASVERSALE la PRESSIONE è IDROSTATICA.

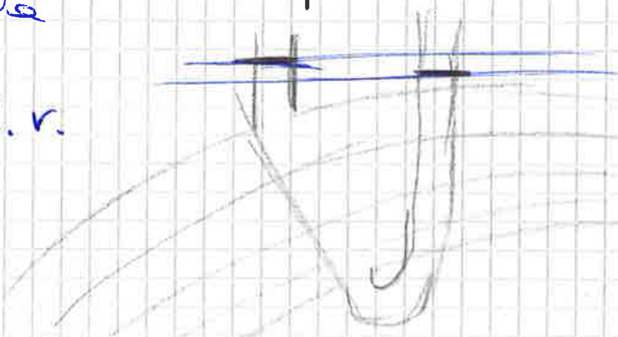
Ho quindi un problema lineare come in statica

PIEZOMETRO = dà la posizione del p.c.i.r./a.



N.B. se mi sposto di sezione il p.c.i.r. ~~cam~~ può cambiare; è sulla stessa sezione che lo stesso p.c.i.r.

Se invece traiettoria è CURVA:
non ho + stesso p.c.i.r. sulla stessa sezione.



$$v\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2g}\right) = -\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}\right) = -\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

4) Ultima Hp di Bernoulli: MOTO PERMANENTE

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

APPLICAZIONE TEO. BERNOULLI

8/10/2014

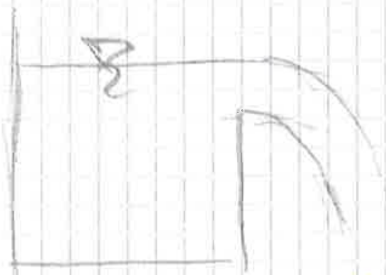
Sotto le 4 Hp del Teo di Bernoulli.

FORONOMIA: si occupa dei fori, detti anche LUCI, da cui fuoriesce H_2O.

P.e. un serbatoio, una paratoia sotto la quale lascio una luce da cui scorre H_2O.

- LUCE SOTTOBATTENTE: quando intero contorno della luce è toccato dal fluido, come esempio sotto.

- LUCI A STRAMAZZO: quando fluido cade da solo da uno STRAMAZZO cioè da un contorno che blocca fluido inferiormente ma non superiormente.



VENA EFFLUENTE: flusso di fluido che esce dalla luce.

Se voglio sapere la forma, la velocità della vena effluente dovrei risolvere calcoli complessi.
Vera domanda è: quanto vale la portata della vena?
→ problema di frontiera aperta.
Ci mettiamo nelle Hp di Bernoulli, perché altrimenti non riuscirei a calcolare l'equazione.
In questo caso abbiamo Re, numero di Reynolds, m. alto, neanche NASA riesce a calcolarlo

L' H_2O e fluido in generale tendono a limare gli spigoli delle superfici per poter assumere una traiettoria curva: vedi le rocce levigate dal corsivo. → se materiale è erodibile

Q = costante quando siamo nel CAMPO DI GRAVITÀ
v (velocità) sta aumentando ∫ equaz. continuità

Voglio applicare eq. Bernoulli, allora devo dimostrare le Hp del teorema:

① $\rho = cost$ ⇒ posso affermarlo perché siamo in un serbatoio.

② CAMPO DI GRAVITÀ ⇒ siamo sulla Terra, quindi è soddisfatta.

③ STAZIONARIETÀ: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

2 ragioni: ⓐ da sopra metto la stessa portata che sta uscendo. ⇒ tanto entra " esce

ⓑ Le dimensioni del serbatoio sono talmente grandi che il fluido che esce non fa variare il livello del serbatoio: sotto certe Hp di tempo (sulla scala dell'ora p.e.) tutto va come se le variazioni di livello siano nulle. ⇒ caso dei grandi laghi.

④ Fluido PERFETTO:
viscosità per far sentire il suo effetto ha bisogno che ci sia incremento di velocità. ⇓ nascono tensioni tangenziali.
Se affermo che la luce del serbatoio ha dimensioni >> piccole rispetto al serbatoio stesso, gli incrementi di velocità sono molto bassi. → quindi viscosità non fa sentire il suo eff.
⇓
Inoltre ogni volta che fluido accelera DISSIPA POCO, che è il nostro caso perché fluido passa da sezione ampia a una + piccola,
→ significa che le tensioni tangenziali ci sono, ma sono

orizzontale del getto e su quella contratta posso dire che carico è costante: tutti i punti ha lo stesso carico piezometrico e di quali punti conosco la pressione? Quelli sul contorno, che hanno $p=0$.

$$U_B = \sqrt{2g(h+0,5\div 1d)}$$ ⇒ escludo d (= diametro) $<<h$
d molto + piccolo di h: quindi trascurabile!

(→ velocità è proporzionale alla radice quadrata del carico.

$$\boxed{U_B \simeq \sqrt{2gh}}$$ FORMULA DI TORRICELLI

(*) tutti i punti sulla sezione contratta hanno stessa velocità

In laboratorio vedo che l'errore è molto piccolo perché ho un coeff. di correzione: $C_c = 0,99$

$$U_B = C_c\sqrt{2gh}$$

C_c non è 1 perché la viscosità fa sentire un minimo il suo effetto.

Quanto è area di sezione contratta?

$$\Omega_c = \frac{\pi d^2}{4}\cdot C_c$$

Area del foro

C_c = coefficiente di contrazione $= 0,61$

lo vedo con gli esperimenti e non analiticamente perché complesso

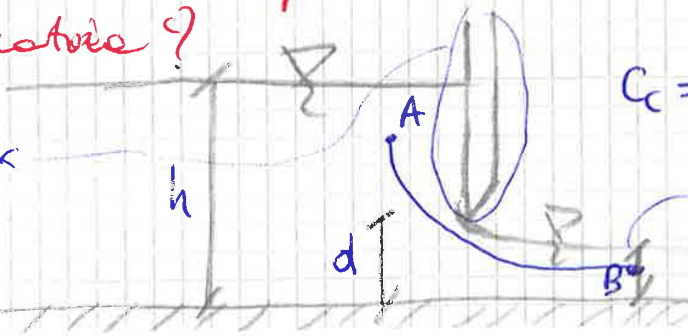
coeff. di contrazione

$$\Rightarrow Q = U_B\,\Omega_c = C_c \cdot C_b \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gh} = 0,6\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2gh}$$

portata; velocità in B, ma può essere in qualsiasi altro punto della sezione contratta (*); area sezione contratta

C_b = coeff. di correzione per la velocità

2° CASO: Quanto vale portata dell' H_2O che scorre da una paratoia?



paratoia

$C_c = 0,61\div 0,62$

$C_c \cdot a$ = altezza della sezione contratta

Fluido che si appoggia sul contorno

Fluido sta fermo dz se ne sta fermo: σ non c'è nessuna forza applicata o la risultante delle forze è nulla.

Ci sono le forze, forza-peso.

$$\underbrace{pA}_{\text{forza di sotto}} = \underbrace{\gamma\, dz\, \cancel{A}}_{\text{forza peso}} + \underbrace{\left(p + \frac{dp}{dz}dz\right)\cancel{A}}_{\text{forza di sopra}}$$

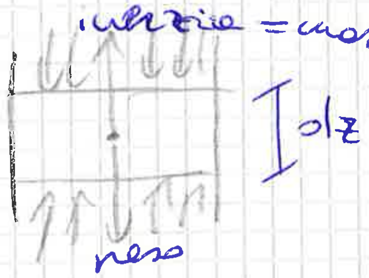
$$\frac{dp}{dz} = -\gamma$$

$$\Downarrow$$

$$p = -\gamma z + \text{cost}$$ all'interno

stesso risultato della statica

Ora faccio stesso ragionamento in B: prendo colonnina di fluido con area A: c'è una differenza con sopra: fluido sta cadendo, si sta muovendo, quindi non ho solo forza peso, ma anche inerzia.



Da sotto: pA

da sopra: $p + \frac{dp}{dz}dz$, ho forza-peso verso il basso, ma inerzia verso l'alto, hanno stesso modulo ma direzioni opposte quindi si annullano!!!

Allora ho $pA = \left(p + \frac{dp}{dz}\right)A \Rightarrow \frac{dp}{dz} = 0$!

in tutta la colonnina la $p = 0$;

quindi il fluido che sta cadendo ha $p = 0$.

Allora quello che si sbagliava prima non era il fatto che $p = 0$, ma che $z_B + \frac{p_B}{\gamma} = \text{costante}$; quindi non posso applicare a questo pezzo Bernoulli, perché sbaglio a dire che le traiettorie sono rettilinee e parallele.

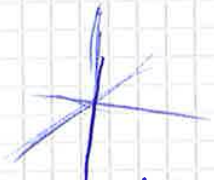
~~infatti se vado a vedere~~

Quindi ho $\frac{p_B}{\gamma} = 0$ e rimane z_B che ~~più~~ conta

$$h_f = z_B + \frac{v_B^2}{2g} \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(h_f - z_B)}$$ significa che

Pregi:

① Disposizione lungo i 3 assi.



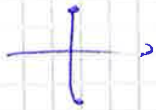
② Altissima risoluzione di frequenza: 10 ÷ 100 Hz, misura continua di valori al secondo.

13/10/2014

Dal generale al particolare:
passaggio non facile e basato molto sull'empirismo

① Mulinelli: azione di disturbo del mulinello è minima => trascurabile rispetto alla massa del fiume.

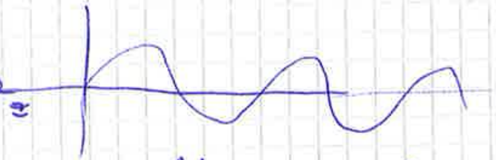
② Anemometro a filo caldo: sfruttare la dipendenza della velocità con cui va il fluido e del calore che questo rilascia: si dispone il filo (di platino preferibilmente) sulla corrente.



Funzionano molto bene con i gas, ma non bene con i liquidi, perché rompono il filo e perché trasportano comunque delle piccole particelle di gas che si attaccano al filo e alterano lo scambio termico tra filo e liquido.

③ Anemometro laser Doppler: risolve il problema nei liquidi dell'anemometro a filo caldo.

LASER: è una luce monocromatica => ha un'unica armonica, unica λ.



Si crea un raggio estremamente concentrato.
Si crea una svasatura molto piccola su cui passa la luce laser. (1 cmm, 10^{-3} mm).

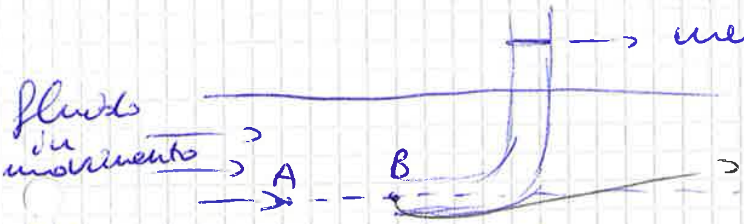
$10^{-\frac{1}{2}}$ mm

L'idea geniale è quella di incrociare 2 raggi laser, si ha un'interferenza nel punto d'intersezione.

e il tempo intercorso posso determinare il CAMPO DI MOTO del fluido; c'è un problema non so quale particella è andata lì, e quale laggiù, cioè non riesco a dare dei nomi alle particelle.

⑤ TUBO DI PITOT: tecnica molto semplice e poco tecnologica.

Immaginiamo di mettere una cannuccia/boccuccia di tubo curvo all'interno del fluido.



punto di RISTAGNO: velocità = 0; $v_B = 0$

Prendo un generico punto A del fluido che si muove, a un certo tempo si trova nella posizione di B all'imbocco della cannuccia, in questa zona la particella è ferma, ha una velocità nulla, ~~stabile~~ poi risalirà nella cannuccia, dove fluido è fermo.

Le Hp di Bernoulli sono soddisfatte: fluido si comporta come fosse perfetto.

$$H_A = H_B \qquad \underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{h_A} + \frac{v_A^2}{2g} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_B} + \underbrace{\frac{v_B^2}{2g}}_{=0}$$

carico piezometrico in A ← h_A carico piezometrico in B ← h_B → calcolato con la cannuccia

$$v_A = \sqrt{2g(\underbrace{h_B - h_A}_{\delta})}$$ ⇒ sulla sezione trasversale carico piezometrico è costante

h_A lo calcolo con un altro tubicino: vedrò che il livello arriverà fino a un punto + basso di h_B, infatti: se arrivasse allo stesso livello avremmo $\boxed{h_A = h_B}$, quindi sarei nella statica perché la velocità sarebbe nulla, non avendo alcun dislivello.

Ovviamente non è precisissimo, ma abbastanza preciso

In A $\bar{A}' \downarrow$ $p \uparrow$ opposto a B.

Sopra pressione tende a scendere
Sotto // // a salire } feedback positivo che incrementa la perturbazione.

Si ha così l'INSTABILITÀ DI KELVIN HELMOTZ, che fa sì che se si hanno 2 fluidi di cui si trascurano le viscosità, il piano iniziale non rimane costante, comincia a cambiare, a causa delle perturbazioni arrivando a onde sull'interfaccia. → es. nell'aria quando $\nabla \overline{U}$ scontrano 2 fluidi.

ecco il meccanismo d'INSTABILITÀ ⇐

Meccanismo D'INSTABILITÀ:
meccanismo d'instabilità: instabilità degli elementi DIPENDE dalle perturbazioni. ⟹ MECCANISMO DELLE ONDE che mano a mano si incrementano.

↳ nuvole alla Kelvin-Helmotz.

Es. Corrente del Golfo: oscilla per Kelvin-Helmotz

Bernoulli, se usato bene, spiega molti fenomeni interessanti.
⇓
conservazione dell'energia!

DIFETTO: H = costante su una singola traiettoria
se cambio traiettoria ho un H diverso:

H
H_1
H_2

Voglio scrivere le equazioni in termini globali:

Riesco a passare da variabili locali a variabili integrate/globali. ⟸ Q, Ω, U
Q ↓ portata
Ω ↓ sezione
U ↓ velocità media

Ci focalizziamo su un particolare tipo di moto:

CORRENTI: caratterizzate da traiettorie sostanzialmente rettilinee.

⚠ H cambia da tubo di flusso a un altro!

$$\int_Q \gamma H \, dQ = \int_\Omega \gamma H \underbrace{v}_{\text{velocità locale}} \cdot d\Omega = \int_\Omega \gamma \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}\right) v \, d\Omega =$$

= spezzo integrale come somma di 2 $\int$

$$= \gamma \left[\int_\Omega \underbrace{\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)}_{h} v \, d\Omega + \int_\Omega \frac{v^3}{2g} d\Omega \right] =$$

h è costante se scelgo una sezione TRASVERSALE

$$= \gamma \left[\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) \int_\Omega v \, d\Omega + \int_\Omega \frac{v^3}{2g} d\Omega \right] =$$

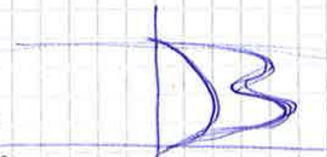
$$= \gamma \left[\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) Q + \int_\Omega \frac{v^3}{2g} d\Omega \right] = \text{costante}$$

→ per risolverlo devo sapere qual è il profilo di velocità.

ma non lo sappiamo di mezzo allora mi invento ←

$$\alpha = \frac{\int_\Omega \frac{v^3}{2g} d\Omega}{\frac{U^3}{2g}\Omega}$$

rapporto tra ciò che non so e ciò che so, di cui non serve il profilo di velocità.



$U = U(d\Omega)$

COEFFICIENTE DI CORIOLIS

U = velocità media al cubo per la sezione totale (lordo)

COEFF. DI RAGGUAGLIO DELLE POTENZE CINETICHE

↳ si parla di potenza legata alla velocità.

Se ho α trovo $\int_\Omega \frac{v^3}{2g} d\Omega$ senza dover conoscere il profilo di velocità.

$$= \gamma \left[\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) Q + \alpha \frac{U^2}{2g} \underbrace{U\Omega}_{Q} \right] = \gamma \left[Q \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g}\right) \right]$$

= costante

↳ sezione trasversale per sezione trasversale

γ ⇓ costante perché fluido incomprimibile

Q ↳ portata non cambia lungo S se moto è permanente = costante

⇒ allora $z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g}$ dev'essere costante

$$\boxed{H = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g} = \text{costante}}$$

TEOREMA DI BERNOULLI PER LE CORRENTI.

TUTTE LE VOLTE CHE VELOCITÀ AUMENTANO, LE DISSIPAZIONI ENERG. DIMINUISCONO.

Nella sezione ① ② non faccio grosso errore se assumo che le dissipazioni sono trascurabili perchè convergenza è debole: facendo quest'approssimazione posso assumere localmente che la corrente si comporta come corrente di fluido perfetto.

↳ ho fatto l'Hp + forte su Bernoulli, perchè le altre ~~quattro~~ tre si possono assumere tranquillamente. Siamo in campo gravitazionale, fluido incomprimibile, moto permanente. ↳ portata costante nel tempo. → NO MOTO PULSANTE

⇓

Tutto ciò a livello locale tra ① e ②.

Quindi posso applicare Teo Bernoulli: H = costante ∀ sezione lungo il tratto ① ②. ⇒ quindi energia totale permane costante, difatti abbiamo fatto l'assunzione che le dissipazioni sono trascurabili, quindi ∄.

Carico piezometrico è riferito x convenzione al baricentro!!!

$$\text{Sezione } 2 < \text{sezione } 1 \implies \alpha\frac{U_2^2}{2g} > \alpha\frac{U_1^2}{2g}$$

Quindi nella sezione 2 ho guadagnato in energia potenziale ($z_2 > z_1$) e in energia cinetica $\left(\frac{U_2^2}{2g} > \frac{U_1^2}{2g}\right)$ a scapito della pressione.

Linea dei carichi piezometrici L.C.P.
mi dice come cambiano i 3 carichi

Linea dei CARICHI TOTALI L.C.T.

servono a tenere sotto controllo i:

mi dice se varia il carico totale H.

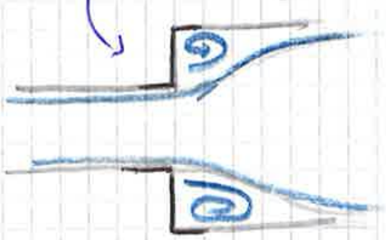
Quindi dando: asse della corrente, linea dei carichi piezometrici, L.C.T., capisco come variano i 3 termini a mano a mano che mi muovo

asse lo conosco, quindi posso ricavare come varia P/γ

- Carico tot. H
- carico piez.
- termine cinetico
- DIFF. delle QUOTE

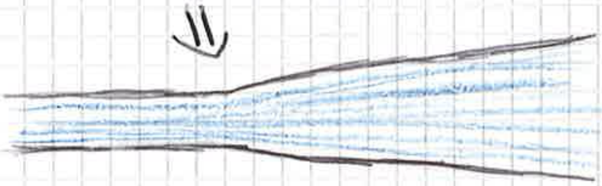
DISTACCHI DI VENA / SEPARAZIONE DELLA CORRENTE:

quando la corrente non si mantiene + attaccata alla parete del solido in cui scorre e quindi crea dei moti vorticosi, vortici che provocano dissipazioni; questo avviene normalmente quando ho bruschi cambiamenti di sezione/geometrie, come spigoli vivi:



Per questo devo fare divergente molto lungo, per evitare quindi i distacchi di vena.

⇓

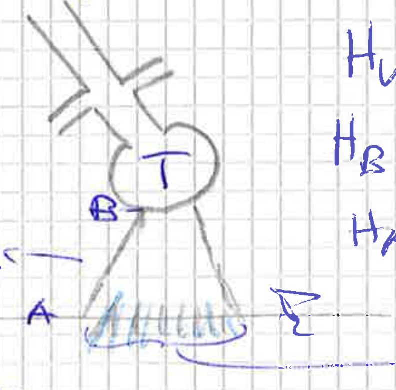


Esperienza di tutti:
in aereo c'è turbolenza o vuoto d'aria (che non è vero), ma succede che il fluido, cioè l'aria in questo caso, non riesce a mantenersi attaccato all'ala e si stacca creando dei vortici, per questo si ha instabilità dell'aereo, infatti ci sono degli alettoni sulle ali per poter inclinare ala in maniera da fare riattaccare aria all'ala.

Un altro esempio è l'aorta del cuore: quando ci sono dei tumori sull'aorta, chirurgo taglia via il pezzo di aorta con tumore, e al posto ci mette un tubo attaccato alle 2 parti dell'aorta e per tenerlo attaccato mette sopra una guaina; ma così si aveva una forte incidenza di ictus, perché nella zona di attacco tra guaina e aorta si ha distacco del sangue dalla parete dell'aorta a causa del "brusco" cambiamento di sezione e si formano in quella zona piastrine, che servono a riempire quella differenza di sezione; ma quando paziente si sforzava muscolarmente di +, facendo pompare + sangue al cuore, queste

② Caso: metto fuori stolla condotta un debole divergente.

è una CORRENTE!!!



$H_V^{(2)} = H_B = H_A$

$H_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \alpha \frac{U_B^2}{2g}$

$H_A = \underbrace{z_A}_{=0} + \underbrace{\frac{p_A}{\gamma}}_{=0} + \alpha \frac{U_A^2}{2g}$

→ DIFFUSORE DI VALLE

$H_V^{(1)} - H_V^{(2)} > 0$ sicuramente

$z_B + \alpha \frac{U_B^2}{2g} - \alpha \frac{U_A^2}{2g}$

poiché sezione B < sezione A, $U_B^2 > U_A^2$

Questa seconda soluzione / caso lascia la corrente con molta − energia, quindi sottrae + energia all'H_2O ed è + efficiente perché turbina produce + en. elettrica ⇒ è OTTIMO FARE I DIFFUSORI, perché servono ad estrarre energia dell'H_2O il + possibile per produrre + energia elettrica, infatti i diffusori fanno sì che le DISSIPAZIONI siano il − possibile mantenendo attaccata H_2O alla parete.

Il trucco termodinamico sta nel fatto che perché H_B sia $= H_A$ bisogna che p_B sia negativo perché $U_B^2 > U_A^2$ e $z_B > z_A$, quindi in B (e in tutto il DIFFUSORE) la pressione è negativa, cioè il fluido è in DEPRESSIONE.

Si ha lavoro in depressione, porta problemi:

1. INSTABILITÀ

(a)

$p_{int} > p_{ext}$ → si allarga

(b)

$p_{int} < p_{ext}$ → si accartoccia

2. Materiale del diffusore: se uso CLS mi dura poco ⇒ devo usare CLS SPECIALI, ma costano.

3. Ebollizione dell'H_2O se depressione è alta a T ambiente ↘

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T$$ Legge di Fourier per il calore

⇓ si usa in tutti gli ambiti: economia, biologia, astronomia etc.

$\boxed{\mu \nabla^2 \bar{v}}$ tende a SMUSSARE i gradienti del campo di moto: i " " moto sono + smorzati.

⇓ serve a rallentare tutto: es. gradiello di H_2O e gradiello di olio.

È sbagliato dire che le equazioni di Navier-Stokes sono + complicate di quelle di Eulero perché:

① campo di moto dei fluidi newtoniani è + lento di quello dei perfetti.
↳ - complesso " " " " .

② il laplaciano è termine lineare: $\nabla^2(v+v) = \nabla^2 v + \nabla^2 v$
quindi non si è complicata l'equazione a livello matematico.

Ma è a causa del termine μ che non posso usare TEO. DI BERNOULLI.
↳ non abbiamo + soluzioni semplici, teoremi che portano a risultati semplici.
Quindi d'ora in poi cercheremo le soluzioni per via empirica.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI		EQ INTEGRATE
STATICA	$\rho \vec{F} = \text{grad}\, p$	$\vec{P}' + \vec{F}_c' = 0$
DINAMICA	$\rho(\vec{F}' + \vec{A}') = \frac{\partial \vec{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\Phi}_z}{\partial z}$	$\vec{P}' + \vec{F}_c' + \vec{I}' + \vec{M}_e' - \vec{M}_u' = 0$ ↳ forze al contorno
Eulero:	$\rho(\vec{F}' + \vec{A}') = \text{grad}\, p$	$\vec{P}' + \vec{\Pi}' + \vec{I}' + \vec{M}_e' - \vec{M}_u' = 0$

$$\vec{F}_c' = -\int_\Omega \vec{\Phi}_n \, d\Omega = \int_V \left(\frac{\partial \vec{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\Phi}_z}{\partial z} \right) dV$$ DINAMICA in generale

EULERO x fluidi perfetti $\int_V \text{grad}\, p \, dV = -\int_\Omega p \vec{n} \, d\Omega = \vec{\Pi}$ ⇒ sono forze al contorno ma solo normali, quelle ~~tangenziali~~ = 0.

15/10/2014

Eq. Navier-Stokes: $\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \vec{v}$

termine non lineare — termine diffusivo.

⇓

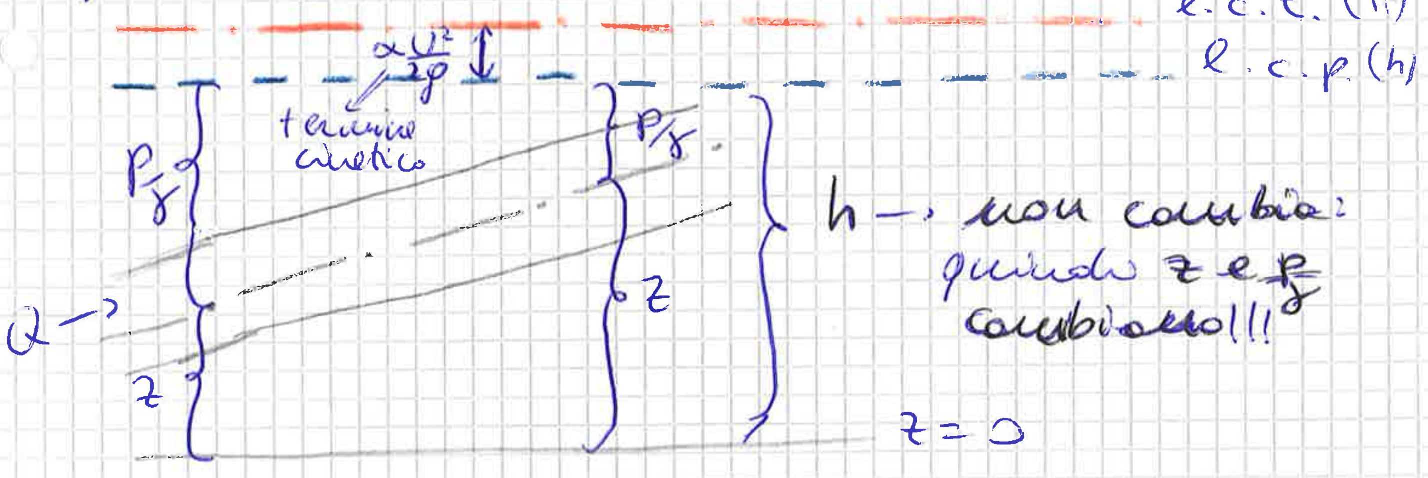
INTEGRATA:

$\vec{P} + \vec{\Pi} - \vec{T} + \vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0$

- $\vec{P}$: Forza peso ⇓ unica Forza di massa
- $\vec{\Pi}$: forze normali al contorno
- $\vec{T}$: forze tangenziali al contorno legate a μ.
- $\vec{I}$: inerzie locali
- $\vec{M}_e - \vec{M}_u$: Flusso di quantità di moto entrante e uscente

Quando una corrente è una corrente di fluido viscoso, ENERGIA NON SI CONSERVA +.

Prendo una corrente in un tubo: suppongo che il fluido della corrente sia perfetto: Q = costante. Quindi energia totale / carico totale è costante: H = cost.
ENERGIA si conserva: $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha U^2}{2g}$ = costante
essendo la corrente molto semplice, cilindrica il termine $\frac{\alpha U^2}{2g}$ è costante; quindi in ogni sezione ho stessa linea dei carichi totali che è orizzontale e quindi anche l.c.p. è orizzontale.

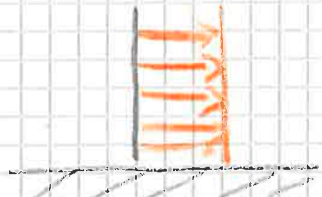


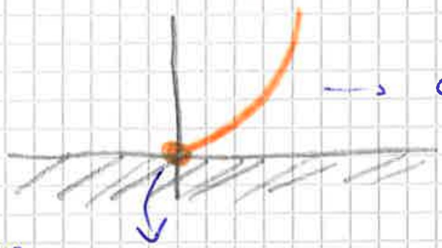
h → non cambia: quindi z e $\frac{p}{\gamma}$ cambiano!!!

l.c.t. orizzontale = energia si conserva

$$\frac{\alpha U^2}{2g} + \underbrace{z + \frac{p}{\gamma}}_{h} = H$$

Tutto ciò accade per i fluidi perfetti.

- Fluido perfetto ⟹  Profilo di velocità uniforme
- // Reale:



→ ci sono gradienti spaziali di velocità che portano alle τ.

fluido reale si muove con la parete: $v = 0$ sulla parete.

PENDENZA MOTRICE: $\underbrace{\text{variazione}}_{\text{di ENERGIA}}$ per unità di lunghezza (s):

(s) ⇓ coordinata della corrente ⇐ ∂s che ha verso uguale alla velocità del fluido

$$\boxed{-\frac{\partial H}{\partial s} = i(s) = J(s)}$$

$J(s)$ = meno la variazione di energia lungo una corrente per unità di lunghezza

Il "–" segno negativo viene messo perché $\frac{\partial H}{\partial s}$ è negativo, perché ∂H diminuisce all'aumentare di ∂s, così ho valori positivi.

PENDENZA: perché linea dei carichi totali scende, ha una pendenza.

MOTRICE: grazie alla pendenza il fluido si muove; la dissipazione di energia mette in MOTO il fluido.

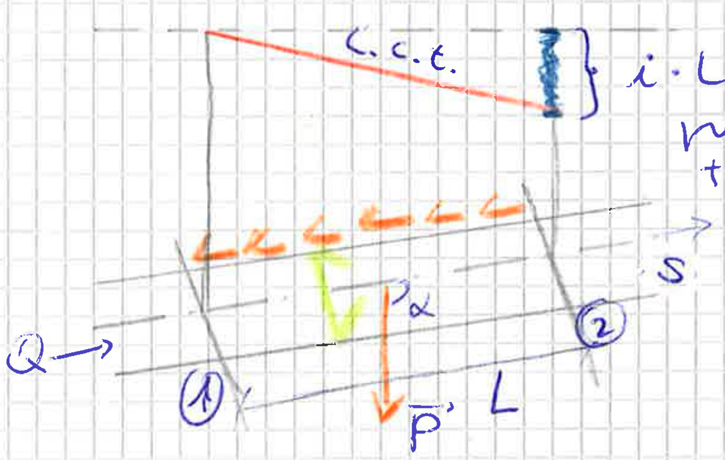
Unico modo per avere $v = 0$ è che fluido sia Fermo (STATICA)

è una variabile tipica da INGEGNERE.

Osservazioni:

(1) Se ho corrente perfettamente cilindrica, dove non cambia niente dal punto di vista geometrico sezione x sezione, l.c.t. è una retta, quindi pendenza è COSTANTE.

In generale questo non vale: se prendo condotta che va rastremandosi via via, allora l.c.t. non è + una retta, ma tende ad aumentare la pendenza, quindi diventa una CURVA.



$i \cdot L$ = quantità di energia persa / dissipata per il tratto di lunghezza L.

Un modo per vedere le DISSIPAZIONI a scala globale è il profilo di velocità perchè c'è un gradiente di velocità ai bordi, ciò significa che sul contorno della corrente, ossia a contatto con il materiale della condotta, ci sono delle τ che tendono a frenare la corrente, quindi agiscono sulla corrente: allora la corrente sulla condotta per il principio di azione e reazione tende a trascinarla.

Se per assurdo volessi aumentare la velocità del fluido e perdita di energia basterebbe mettere del lubrificante, cioè per ridurre la viscosità

Dove trovo le τ? Nella $\vec{T}$ dell'Eq. globale dei fluidi viscosi.

Applico allora Eq. globale su tutto il volume compreso tra sezione (1) e (2).

$\vec{P}' + \vec{\Pi}' - \vec{T}' + \vec{I}' + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0$ la moltiplico scalarmente per $\cdot \vec{S}'$)

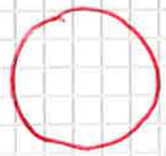
$\cdot \vec{S}'$) $-\gamma \Omega L \sin\alpha$ → ci sono, ma sono normali ad S, quindi non danno contributo, danno contributo solo quelle sulle sezioni (1) e (2) $\Rightarrow +p_1\Omega - p_2\Omega = \vec{\Pi}'$

$\vec{T}$ rimangono solo sul contorno, perchè sono parallele ad $\vec{S}$, le altre (quelle perpendicolari ad S) non danno contributo. $= T$ = risultante di tutte le τ sul bordo, quindi è la mia incognita.

$\vec{I}$ ci sono se si hanno le $\frac{\partial}{\partial t}$, derivate nel tempo: $\int_V \frac{\partial(\rho \vec{v}')}{\partial t} dV$

⇒ qual è la FIGURA geometrica che
= a parità di AREA ha MINOR PERIMETRO =
a " " perimetro " MAGGIOR AREA ? =

CERCHIO ⇒ ha raggio di curvatura costante.

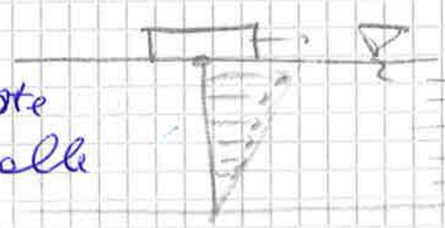


è la sezione + efficiente perché minimizza al max le DISSIPAZIONI ENERGETICHE. ⇒ perché i fiumi fanno i meandri
↳ τ aumentano all'aumentare del perimetro

Area = quanta corrente può scorrere
Perimetro = quanto contorno ho ⇒ quanto aumentano o variano le τ.

BIVIO:

MOTO LAMINARE: estremamente regolare, ordinato: corrente segue la traiettoria principale s.
LAMINE sovrapposte le une alle altre.

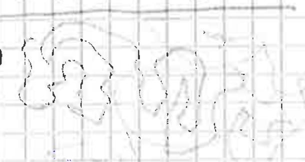


Si ha fino a basse velocità.

MOTO TURBOLENTO: quando supero le basse velocità, lo MOTO CONFUSO, CAOTICO, opposto al laminare; succede quello che in Fisica chiamano la CATASTROFE: particelle prendono traiettorie completamente diverse tra loro, non seguendo + la medesima traiettoria.

CAMBIAMENTO STRUTTURALE del comportamento del SISTEMA, ⇒ CAMBIAMENTO RAPIDO.

le traiettorie non sono + rette, sono delle "curve" complicate perché hanno dimensioni tra l'1 e il 2: 1,2; 1,3 etc. ⇒ FRATTALI ⇒ curve che non riusciamo neanche a visualizzare bene.



è il GROSSO PROBLEMA della FLUIDODINAMICA

Purtroppo nella realtà abbiamo sempre il MOTO TURBOLENTO; esso è la norma nella realtà.

Apro un po' di + il rubinetto vedo che la velocità del fluido aumenta ma le traiettorie si mantengono rettilinee; arrivo a un certo momento in cui la portata cambia di poco (ho continuato ad aprire il rubinetto) e tutto cambia, si ha una CATASTROFE del sistema: il filo di H_2O colorata appena esce dall'ago si perde e dopo vedo che l'H_2O è tutta colorata: quindi sono ~~passato~~ da MOTO LAMINARE a MOTO TURBOLENTO. $\Downarrow$ traiettorie definite a traiettorie caotiche

Quindi le particelle di H_2O colorata hanno toccato tutti i punti della sezione.

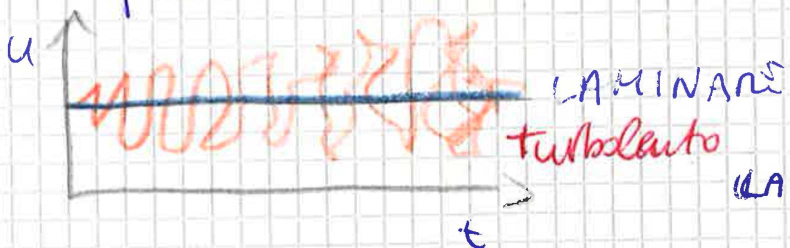
MOTO LAMINARE

MOTO TURBOLENTO => CAOTICO

Moto turbolento: prende anche le altre 2 componenti v, w della velocità 1+2D

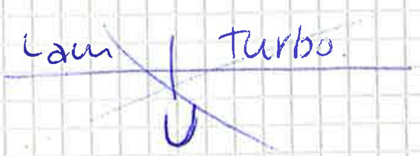
$\Downarrow$

Geometria complicata => CINEMATICA altrettanto complicata => DINAMICA COMPLICATA.



C'è un PASSAGGIO tra LAMINARE e TURBOLENTO: dato dalla portata Q, ossia dalla velocità media U

Ma chi ti dice che non sia solo quello?
Chi ti dice che non sia anche il tipo di fluido?



=> non è così!

Esiste in realtà una QUANTITÀ ADIMENSIONALE.

Infatti se 2 fluidi hanno stesso modello l·v e stesso ν, allora si comportano ugualmente.

A numeratore c'è DENSITÀ ρ: ciò significa che c'è la massa, quindi è legato all'inerzia: forze d'inerzia.
A denominatore c'è VISCOSITÀ μ: vuol dire che ci sono FORZE VISCOSE in gioco.
Conclusione: Re = rapporto tra le forze d'inerzia e le FORZE VISCOSE.

quando Re è basso ⟹ moto laminare: predominano le forze viscose che mantengono le traiettorie ordinate. ↳ sommergono le forze d'inerzia.

quando Re è alto ⟹ moto turbolento: forze viscose non sommergono + le forze d'INERZIA: quindi predominano forze d'inerzia. ⟹ TURBOLENZA.

$\mu \to 0$: $Re \to \infty$

In realtà esiste un altro modo molto + elevato e profondo per ottenere Re rispetto a quello empirico di Reynolds:
Prendo modello matematico (equazione differenziale) che descrive comportamento di fluido viscoso

$$\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \vec{v} \quad \text{Eq. Navier-Stokes}$$

↳ forze d'inerzia sono contenute in $\vec{A}$, che è il termine non lineare.
complicazione fisica sta nel termine non lineare, $\vec{A}$: motivo per cui moto è turbolento è che le forze d'inerzia vincono quelle viscose: questa COMPLICAZIONE FISICA è FIGLIA della NON LINEARITÀ di $\vec{A}$, in Navier-Stokes.

Facciamo operazione di ADIMENSIONALIZZAZIONE dell'Eq. di Navier-Stokes: cioè interrogo l'equazione