



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1461A -

ANNO: 2015

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Vargiu

MATERIA: Fondamenti di Macchine. Prof.D'Ambrosio

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# FONDAMENTI DI MACCHINE

Macchina a fluido: è un sistema atto a convertire energia in cui la conversione avviene per mezzo di forze applicate ad un fluido interposto tra gli organi meccanici della macchina.

Il fluido può essere INCOMPRESSIBILE (liquido, in cui la  $p$  rimane costante durante il funzionamento) e COMPRESSIBILE (gas, vapore, in cui la  $p$  non rimane costante).

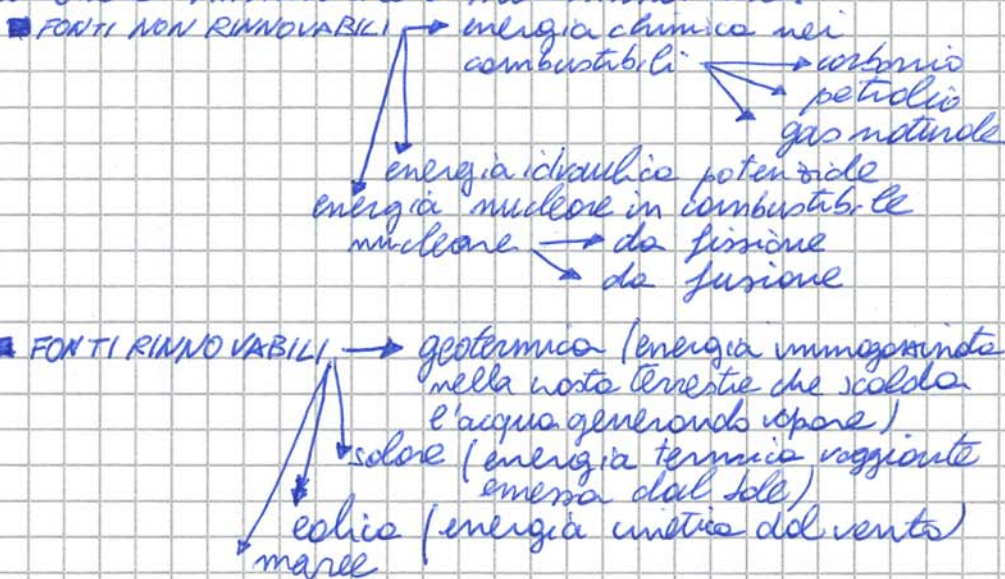
Le macchine possono essere classificate in base:

- (1) - alla funzione (o alla direzione di trasferimento di energia);
- (2) - alla natura del fluido;
- (3) - al principio di funzionamento.

(1) In base alla FUNZIONE la macchina può essere:

- MOTRICE, converte energia primaria in energia meccanica;
- OPERATRICE, trasforma energia meccanica in un'altra forma di energia (elettrica, potenziale, di pressione ecc).

• ENERGIA PRIMARIA: energia reperibile in natura che non è stata soggetta a nessun processo di trasformazione. Può essere rinnovabile o non rinnovabile:

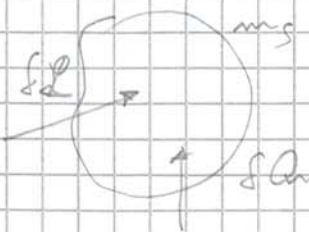


(2) In base alla natura del fluido la macchina può essere:

- IDRAULICA, il fluido può essere considerato incompressibile, quindi con densità ( $\rho$ ) quasi costante e i fenomeni termici presenti non influenzano sul lavoro scambiato tra macchine e fluido (sono trascurabili i fenomeni termici).
- TERMICA, il fluido è comprimibile quindi la variazione di densità ( $\rho$ ) deve essere tenuta in conto durante il processo e i fenomeni termici possono essere rilevanti durante i processi di conversione dell'energia e quindi influire sull'entità del lavoro scambiato.



• I Principio:



Il sistema chiuso sta ricevendo calore e lavoro.

La quantità di calore e la quantità di lavoro che il sistema riceve dall'esterno è utilizzato per aumentare l'energia del sistema.

$$\int dQ + \int dL = dE \rightarrow \text{I PRINCIPIO}$$

$Q > 0$  esterno  $\rightarrow$  sistema (cioè se il sistema riceve calore)

$L > 0$  esterno  $\rightarrow$  sistema (cioè se il sistema riceve lavoro dall'esterno)

Si può scrivere anche in termini di grandezze interne (cioè relative all'unità di massa):

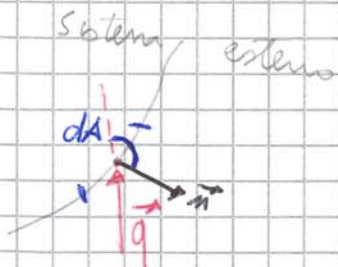
$$\int dQ + \int dL = dE \quad \text{dove } E = \text{energia media del sistema}$$

NB: Possiamo derivare queste grandezze anche in termini di potenze e flussi:

$$\dot{Q} = \frac{\int dQ}{dt} \quad \dot{L} = \frac{\int dL}{dt} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} + \dot{L} = \frac{dE}{dt}$$

NB: Con il termine  $\int$  intendiamo **GRANDEZZE INFINITESIME**, cioè che dipendono dalla trasformazione.  
Mentre con  $d$  si intende un **DIFFERENZIALE ESATTO**, ovvero la grandezza non è influenzata dalla trasformazione, ma solo dallo stato iniziale e finale.

Considero un'area infinitesima sulla linea di contatto tra il sistema e l'esterno:



Se  $\vec{q}$  è il calore scambiato tra esterno e sistema in  $dA$  si può scrivere:

$$\dot{Q} = \int_A -\vec{q} \cdot \vec{n} dA$$

$\rightarrow$  se l'esterno cede calore al sistema  $Q > 0$

$Q > 0$  vuol dire che il prolungamento di  $\vec{q}$  forma con  $\vec{n}$  un angolo maggiore di  $90^\circ$ .

• L'energia del sistema ( $\mathcal{E}$ ) è soma di più contributi:

$$\mathcal{E} = \underbrace{U}_{\text{energia interna}} + \underbrace{\mathcal{E}_c}_{\text{cinetica}} + \underbrace{\mathcal{E}_g}_{\text{potenziale}} + \underbrace{\mathcal{E}_w}_{\text{energia del campo delle forze centrifughe}}$$

•  $U = \int_m U dm = \int_V U \rho dV$

$U =$  energia interna macroscopica: è somma di 2 contributi:  
 - uno legato alla temperatura e allo stato di agitazione delle molecole;  
 - uno dovuto ai legami chimici

$$U = U_t + U_{ch}$$

•  $\mathcal{E}_c = \int_m \mathcal{E}_c dm = \int_V \mathcal{E}_c \rho dV$        $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} v^2$

•  $\mathcal{E}_g = \int_m \mathcal{E}_g dm = \int_V \mathcal{E}_g \rho dV$        $\mathcal{E}_g = g \cdot z$

•  $\mathcal{E}_w =$  <sup>un'</sup>energia apparente. Esiste solo quando considero lo studio del sistema con un riferimento non inerziale

Sistema di riferimento fisso  $\rightarrow$  è un sistema inerziale

Sistema di riferimento rotante  $\rightarrow$  è un sistema non inerziale con l'axe della macchina

$$\mathcal{E}_w = \int_m \mathcal{E}_w dm = \int_V \mathcal{E}_w \rho dV$$

$$\mathcal{E}_w = \int_0^r -\omega^2 r dr = -\frac{\omega^2 r^2}{2}$$

$\omega^2 r =$  acc. centrifuga

$$\Rightarrow \int Q + \int L = d\mathcal{E}$$

$\rightarrow$  Integro tra  $t_1$  e  $t_2$  il sistema che subisce una determinata trasformazione e allungo:

$$Q + L = \Delta \mathcal{E}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q + L = \Delta U + \Delta \mathcal{E}_c + \Delta \mathcal{E}_g + \Delta \mathcal{E}_w \text{ (parte esterna)} \\ Q + L = \Delta U + \Delta \mathcal{E}_c + \Delta \mathcal{E}_g + \Delta \mathcal{E}_w \text{ (parte interna)} \end{array} \right.$$

In termini differenziali vale:  $\int Q + \int L = dU + d\mathcal{E}_c + d\mathcal{E}_g + d\mathcal{E}_w$   
 $\int Q + \int L = dU + d\mathcal{E}_c + d\mathcal{E}_g + d\mathcal{E}_w$

$$\frac{m_s(t_0 + dt) - m_s(t_0)}{dt} = \frac{m(t_0 + dt) - m(t_0)}{dt} + dm_2 - dm_1$$

Considerando il limite di  $t \rightarrow 0$ :

$$\frac{dm_s}{dt} = \frac{dm}{dt} + m_{i2} - m_{i1}$$

$$\Rightarrow \frac{dm_s}{dt} = \frac{dm}{dt} + \sum_j m_{ij}$$

$m_{ij} > 0$  uscente  
 $m_{ij} < 0$  ENTRANTE

derivata  
 assoluta

derivata  
 locale / derivata rispetto  
 al tempo ma mantenendo  
 fissa la spaziale - seconda  
 derivata rispetto al tempo

Eq. di conservazione per  
 sistemi aperti:

La variazione di massa del sistema è pari alla variazione  
 del volume di controllo più la variazione del flusso netto più  
 la variazione del flusso netto

Ma  $m_s = \text{costante}$  quindi:

$$\frac{dm_s}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} + \sum_j m_{ij} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_A \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA = 0$$

Eq. di conservazione  
 della massa per  
 sistemi aperti

La variazione di massa all'interno del volume di controllo  
 è pari alla differenza di quello che entra ed esce  
 del sistema.

Posso semplificare considerando:

- (1) - moto permanente  $\rightarrow d/dt = 0$
- (2) - " unidimensionale
- (3) -  $\vec{c}$  in  $\vec{c}$  out

$$\rightarrow \frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_A \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\int_{A_1} \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA + \int_{A_2} \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA + \int_{A_{tot}} \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$= 0$  perché  $\vec{c} \perp \vec{n} \rightarrow \vec{c} \cdot \vec{n} = 0$

$\dot{L}_i$  è il lavoro tecnico fornito dalle parti mobili della turbomacchina al mio fluido, a ha:

$$\dot{L} = \dot{L}_i + \int_{A_1+A_2+A_{ext}} \vec{f} \cdot \vec{c} dA = \dot{L}_i + \int_{A_1} \vec{f} \cdot \vec{c} dA + \int_{A_2} \vec{f} \cdot \vec{c} dA + \int_{A_{ext}} \vec{f} \cdot \vec{c} dA =$$

$$= \dot{L}_i + \int_{A_1} (-p_1 \vec{m} + \vec{f}_{t1}) \cdot \vec{c} dA + \int_{A_2} (-p_2 \vec{m} + \vec{f}_{t2}) \cdot \vec{c} dA + \int_{A_{ext}} (-p_{atm} \vec{m} + \vec{f}_{t,ext}) \cdot \vec{c} dA$$

Considero trascurabile il contributo delle pressioni di:  $\Rightarrow$   $p_{atm} A_{ext}$  laterale  $p \perp \vec{u}$   
 - moto unidimensionale

$$\Rightarrow \dot{L} = \dot{L}_i - p_1(-c_1)A_1 - p_2 c_2 A_2$$

$$\dot{L} = \dot{L}_i + p_1 \frac{ds_1}{dt} A_1 - p_2 \frac{ds_2}{dt} A_2 =$$

$$\rho = \frac{dm}{dV} \rightarrow \dot{L} = \dot{L}_i + p_1 v_1 \frac{dm_1}{dt} - p_2 v_2 \frac{dm_2}{dt}$$

$$v = \frac{dV}{dm} \rightarrow \dot{L} = \dot{L}_i + p_1 v_1 \dot{m}_1 - p_2 v_2 \dot{m}_2$$

$$\dot{Q} + \dot{L} + \frac{dE}{dt} + \sum_j \dot{E}_j$$

$$\sum_j \dot{E}_j = \int_A \rho E \vec{c} \cdot \vec{n} dA = \int_{A_1} + \int_{A_2} + \int_{A_{ext}} \rho E \vec{c} \cdot \vec{n} dA \rightarrow$$

$\Rightarrow$   $\int_{A_{ext}} = 0$  poiché  $\vec{n} \perp \vec{c}$

$\rightarrow$  considerando moto unidimensionale  $\rightarrow$

$$\rightarrow p_1 E_1 (-c_1) A_1 + p_2 E_2 c_2 A_2 = -\dot{m}_1 E_1 + \dot{m}_2 E_2 = \sum_j \dot{E}_j$$

$$\Rightarrow \dot{Q} + \dot{L}_i + p_1 v_1 \dot{m}_1 - p_2 v_2 \dot{m}_2 = \frac{dE}{dt} - \dot{m}_1 E_1 + \dot{m}_2 E_2$$

$$\dot{Q} + \dot{L}_i = \frac{dE}{dt} + \dot{m}_2 (E_2 + p_2 v_2) - \dot{m}_1 (E_1 + p_1 v_1)$$

La somma di  $E + p v$  vale:

$$E + p v = U + E_c + E_g + p v$$

$$U + p v = i = \text{ENTALPIA}$$

$$i = U + p v = \text{ENTALPIA}$$

Per definire  $E_f =$  energia della corrente fluida:

$$E_f = i + E_c + E_g = i + \frac{c^2}{2} + g z \quad \rightarrow \dot{E}_{fj} = \dot{m}_j \cdot E_{fj}$$



Esempio: Trasformazione ideale reversibile



$$\delta L = -p dv$$

> 0 perché compiuto da esterno al sistema

Utilizzo il teorema della conservazione dell'energia meccanica:

$$(1) \delta L = -p dv + dE_c + dE_g + \delta L_w$$

→ Nel caso reale è un termine che tiene conto degli attriti del fluido e il fluido non è ideale (particelle di fluido in movimento).

Per il principio di conservazione:

$$(2) \delta Q + \delta L = dU + dE_c + dE_g$$

Da (1) e (2): 
$$\delta Q - p dv + dE_c + dE_g + \delta L_w = dU + dE_c + dE_g$$

$$\delta Q + \delta L_w = dU + p dv = di - v dp$$

calore scambiato tra sistema ed esterno in modo reversibile

calore legato alla viscosità

Perché  $i = U + pV$

$$di = dU + d(pV) = dU + p dv + v dp$$

Integro tra  $t_1$  e  $t_2$  (Formulazione integrale)

$$\Rightarrow Q + L_w = \Delta i - \int_1^2 v dp$$

differenza di entalpia di dm valutata in 2 al tempo 2 e dm valutata in 1 al tempo 1

(Formulazione locale)  $\left. \begin{array}{l} - \text{noto permanente} \\ - \text{1D unidimensionale} \\ - \text{1 in e 1 out} \end{array} \right\}$

$$Q + L = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_g$$

proprietà (a + finito) in 2 meno proprietà in 1

$$\Rightarrow L_i = \int_1^2 v dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w$$

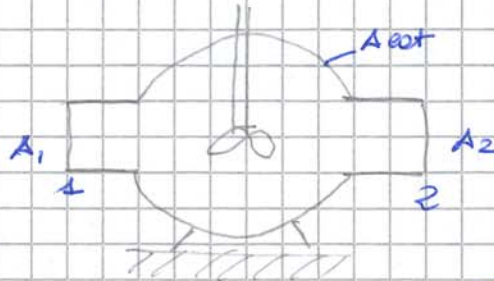
→ TEOREMA DI BERNOULLI GENERALIZZATO

$$\Rightarrow \vec{R} = \frac{d\vec{J}_S}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{c} dV + \int_A \rho \vec{c} \vec{n} dA$$

Considerando il caso di: - moto permanente  $\rightarrow d/dt = 0$   
 - unidimensionale  
 -  $\vec{n}$  in  $\vec{c}$  out

$$\Rightarrow \vec{R} = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

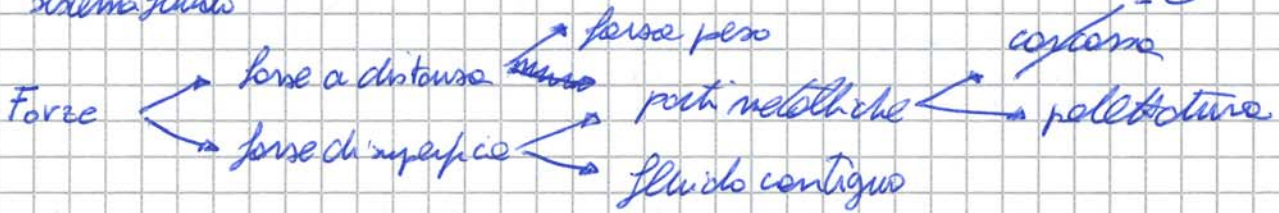
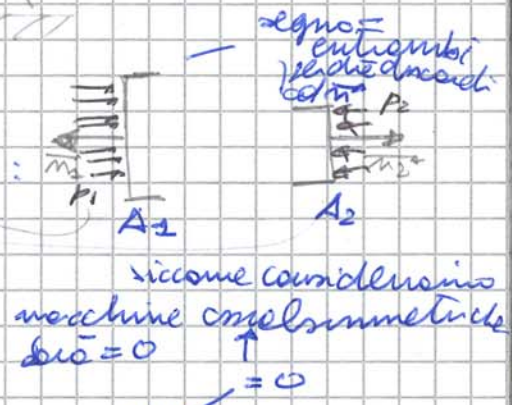
con  $c_2$  + velocità uscente  
 $c_1$  - velocità entrante



Quali sono le forze che agiscono sul sistema:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F} - p_1 \vec{m}_1 A_1 + p_2 \vec{m}_2 A_2$$

$\vec{P}$  peso del sistema fluido  
 $\vec{F}$  forza della palettettina



$\Rightarrow$  NB: Per fluidi comprimibili (gas o vapore)  $\rightarrow \vec{P} \neq 0$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} - p_1 A_1 \vec{m}_1 - p_2 A_2 \vec{m}_2 = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

$$\Rightarrow \vec{F} - p_1 A_1 \vec{m}_1 - p_2 A_2 \vec{m}_2 = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1)$$

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOVIMENTO

$\downarrow$   $\vec{S}$ , uso per valutare la spinta che il fluido fa sulla palettettina.  
 Se  $\vec{F}$  è la forza che esercita la palettettina, il sistema fluido eserciterà una forza uguale e contraria:

$$\vec{F} = \text{forza palettettina} \rightarrow \text{fluido}$$

$$\vec{S} = \text{forza fluido} \rightarrow \text{palettettina}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = -\vec{S}$$

$\Rightarrow$  Chiamo  $\vec{S}_a$  = spinta assiale sulla palettettina:

La somma della componente normale e della componente tangenziale dà la velocità globale  $\vec{c}$ :

$$\vec{c} = \vec{c}_m + \vec{c}_t$$

Inoltre vale:

$$c_m = \vec{c} \cdot \vec{n}$$

Di solito quello che interessa non è il momento rispetto a un punto, ma il momento rispetto all'asse di rotazione della macchina:  $\Rightarrow \tau_a =$  momento assiale, che permette di far ruotare la macchina

$$M_a = \tau_a \cdot \vec{\mu} = \int_A (\vec{s} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA \cdot \vec{\mu}$$

$\vec{s}$  lo possiamo scomporre in due componenti:

$$\vec{s} = s_a \vec{\mu} + r \cdot \vec{v}$$

$$\Rightarrow \tau_a = \int (s_a \vec{\mu} + r \vec{v}) \times (c_u \vec{\lambda} + c_a \vec{\mu} + c_r \vec{v}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \cdot \vec{n}) dA \cdot \vec{\mu}$$

$$\downarrow$$

$$\left( \underbrace{s_a \vec{\mu}}_{\text{magenta}} + \underbrace{r \vec{v}}_{\text{green}} \right) \times \left( \underbrace{c_u \vec{\lambda}}_{\text{red}} + \underbrace{c_a \vec{\mu}}_{\text{blue}} + \underbrace{c_r \vec{v}}_{\text{green}} \right) \cdot \vec{\mu}$$

= 0 perché prodotto vettoriale tra vettori

$$\perp \vec{\mu} \cdot \vec{\mu} = 0$$

$$\perp \vec{\mu} \cdot \vec{\mu} = 0 \text{ se due prodotti scalari tra vettori } \perp$$

$\Rightarrow$  l'unico contributo è dato da:  $(r \vec{v} \times c_u \vec{\lambda}) \cdot \vec{\mu} =$

$$= (r c_u) \cdot \underbrace{\vec{\mu} \cdot \vec{\mu}}_1 = r c_u$$

$$\Rightarrow M_a = \int_A r c_u \cdot \rho \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA = \int_{A_1} + \int_{A_2} + \int_{\text{scat}}$$

= 0 perché non ho portate lungo le superficie laterali

$$\Rightarrow M_a = \int_{A_1} (r c_u) \rho \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA + \int_{A_2} (r c_u) \rho \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA =$$

$\Downarrow$

$$\rightarrow L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = C_2 u \cdot M_2 - C_{3u} \cdot M_3 \rightarrow \text{MACCHINA OPERATRICE}$$

$$L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = C_{3u} M_3 - C_2 u M_2 \rightarrow \text{MACCHINA MOTRICE}$$

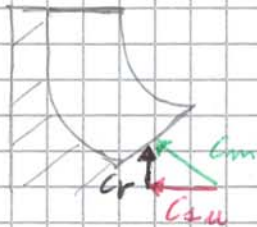
$$\Rightarrow P_i = L_i \cdot \dot{m}$$

Legata a  $c_m$       Legata a  $c_u$

$c_m > 0$  se concorde con  $u$   
 $c_m < 0$  se discorde a  $u$

NB: la palette può essere fatta in modo diverso e avere la parte non verticale:

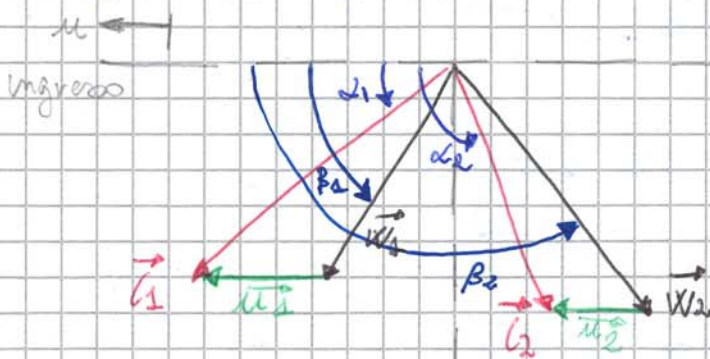
$\Rightarrow$  Allora  $\rightarrow$  ha:  $C_m = C_r + C_{3u}$



### TRIANGOLO DELLE VELOCITÀ

Serve per lo studio di una turbomacchina con moto unidimensionale. Si diagrammano i vettori nodi delle velocità della corrente fluida in opportuni sezioni di interfaccia tra palette fisse e palette mobili.

Piano su cui individuano le velocità



direzione tangenziale

uscita

NB:  $C = C_m + C_u$

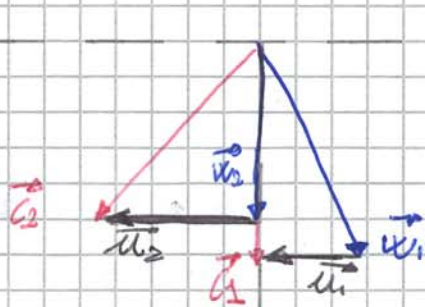
$C_m$  e  $C_u$  individuano un piano su cui vede il vettore  $C$ . Sul piano posso diagrammare le velocità assolute della particella.

direzione meridionale

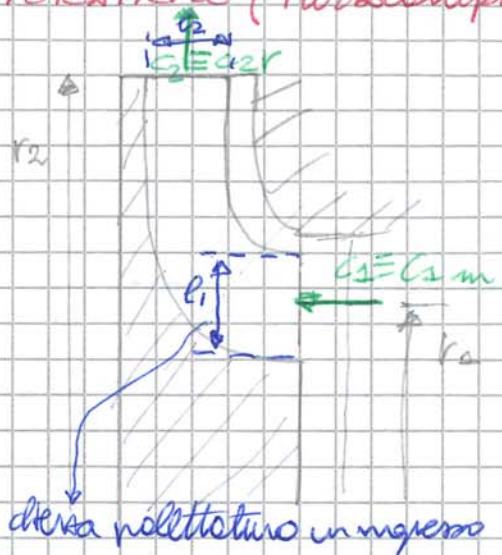
$C =$  VELOCITÀ ASSOLUTA

$C =$  vettore della velocità assoluta della particella all'ingresso/uscita della girante. È la velocità assoluta perché è valutata in un sistema di riferimento inerziale.

# TRIANGOLO VELOCITÀ MACCHINA OPERATRICE (TURBOCOMPRESSORE)



tangente



$u = \omega r \rightarrow u_2 > u_1$   
 maggiore di  $u_1$  perché  $r_2 > r_1$   
 maggiore di  $u_1$  perché  $r_2 > r_1$

NB: Nella teoria unidimensionale la velocità d'uscita è data dalla direzione geometrica considerando il sistema di riferimento solidale con la palette.

Quindi in uscita:

- Se  $c_{2m}$  palette è mobile  $\rightarrow w_2$  direzione geometrica
- e " " " " è fissa  $\rightarrow c_2$  direzione geometrica

Qual'è la relazione tra l'altezza dei due triangoli, cioè tra  $c_{2m}$  e  $c_{1m}$ ?

Sappiamo che  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$  perché noto permanentemente

$$\Rightarrow \rho_1 A_1 c_{1m} = \rho_2 A_2 c_{2m}$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi}{4} [(d_1 + l_1 \epsilon)^2 - (d_1 - l_1)^2] = \pi d_1 l_1 \epsilon \\ A_2 &= \frac{\pi}{4} [(d_2 + l_2 \epsilon)^2 - (d_2 - l_2)^2] = \pi d_2 l_2 \epsilon \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \rho_1 \epsilon_1 \pi d_1 l_1 c_{1m} = \rho_2 \epsilon_2 \pi d_2 l_2 c_{2m}$$

dove  $\epsilon$  = coefficiente d'ingombro (tiene conto della presenza ~~effettiva~~ occupata dalla palette col fluido)

$$\Rightarrow \epsilon = 0,95 \div 0,99$$

$$\Rightarrow c_{2m} = c_{1m} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \frac{d_1}{d_2} \frac{l_1}{l_2}$$

NB: Macchina protina:



Applico alla turbina il 1° principio euleriano per moto stazionario  
 1 m 1 cut e moto unidimensionale:

$$Q + L_i = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_g \rightarrow \text{convenire macchine distribuite}$$

per turbine (macchine motrici)

$$Q - L_i = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_g$$

Se il fluido è comprimibile:  $\Delta E_g \ll \Delta i$ , quindi è trascurabile

$$\Delta i \approx 100 \text{ kJ/kg} ; \Delta E_g \approx q \cdot \Delta z = 10 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ J/kg}$$

[Se invece utilizzassi un fluido incompressibile (acqua) invece  $\Delta E_g$  non è trascurabile perché  $\Delta i$  non è così grande]

$$\Rightarrow Q - L_i = \Delta i + \Delta E_c$$

Applico tra 0-1 (di distributore):

$$Q - L_i = i_1 - i_0 + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2}$$

= 0 se non  
 a senso cambi  
 annuo perché lo  
 volume è fissa

$$\Rightarrow c_1 - c_0 = \frac{c_0^2 - c_1^2}{2} \quad [A]$$

Tra 1-2 (della girante)

$$Q - L_i = \Delta i + \Delta E_c$$

= 0 se non  
 a senso cambi  
 volume è fissa

$$\Rightarrow -L_i = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

Considero un sistema di riferimento non inerziale solidale  
 con la girante

= 0 perché sistema non inerziale

$$Q - L_i = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_{rot}$$

= 0 perché nel  
 sistema solidale con girante  
 non vedo variazione di quantità  
 di moto

$$\Rightarrow c_2 - c_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow c_2 - c_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad [B]$$

Applico tra 0-2 (tutto il macchinario):

$$Q - L_i = \Delta i + \Delta E_c$$

= 0

$$\Rightarrow -L_i = c_2 - c_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}$$

aggiungo e tolgo [A]

$$\Rightarrow L_i = \underbrace{(c_0 - c_1)}_{[A]} + \underbrace{(c_1 - c_2)}_{[B]} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2} = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow L_i = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

Formulazione euleriana  
 del lavoro interno di una  
 turbina a eliche

$$\Rightarrow \frac{dp}{d\rho} = K \cdot \frac{p}{\rho} \Rightarrow c_s = \sqrt{K \cdot \frac{p}{\rho}} \quad \rightarrow \text{velocità di gas perfetto e vapore}$$

NB: la velocità del suono  $c_s$  è una proprietà locale (in una sezione avrà un certo valore e in un'altra un valore diverso)  
 $\Rightarrow$  se cambia la sezione e entrambi  $f$  e  $p$  cambieranno anche  $c_s$ .

Peri arie  $\rightarrow K = 1,4$

- vapore  $\rightarrow K = 1,135 \div 1,3 \rightarrow$  dipende da dove un tuono  
 all'origine di un tuono.

Se allora la legge dei gas perfetti:  $\frac{p}{\rho} = RT$

$$\Rightarrow c_s = \sqrt{K \frac{p}{\rho}} = \sqrt{KRT} \rightarrow \text{velocità del gas perfetto}$$

Ora considero un fluido incompressibile ( $\rho = \text{cost}$ ) es acqua:

$$c_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} \Big|_{S=\text{cost}} \Rightarrow \left[ \frac{\partial p}{\partial \rho} \rightarrow 0 \rightarrow c_s \rightarrow \infty \right] \rightarrow \text{PER FLUIDO INCOMPRESSIBILE}$$

Si definisce NUMERO DI MACH di una corrente fluida in una determinata sezione la grandezza:

$$M_0 = \frac{c}{c_s} \quad \text{dove } c \text{ è la velocità del fluido nella sezione e } c_s \text{ è la } \sqrt{\cdot} \text{ del suono}$$

Se:  $M_0 < 1 \rightarrow$  il fluido è subsonico **SUBSONICO**

-  $M_0 > 1 \rightarrow$  " " " **SUPERSONICO**

-  $M_0 = 1 \rightarrow$  " " " **SONICO**

Se, inoltre,  $M_0 < 0,3$  (cioè  $< 0,3$ ) allora posso considerare il fluido come incompressibile.

PROPRIETÀ TOTALI DI UNA CORRENTE FLUIDA:  
 (o proprietà di stagno o di arresto barotropico)

Se la proprietà del la corrente fluida, in moto permanente (o stazionario) acquisterebbe se venisse decelerata in modo adiabatico, reversibile e senza scambi di lavoro con l'esterno fino a raggiungere una velocità nulla.

$$\Rightarrow dC < 0 \rightarrow C^0 = 0 \quad \text{con} \quad \begin{cases} dQ = 0 \\ dL = 0 \\ dW = 0 \end{cases}$$

⇒ Unisco i 2 termini:

$$\frac{c^2}{2} = \frac{c_s^2}{k-1} \left[ \left( \frac{p^0}{p} \right)^{k-1} - 1 \right] \Rightarrow \left( \frac{p^0}{p} \right)^{k-1} - 1 = \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{c_s^2}$$

$$\Rightarrow \frac{p^0}{p} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} \cdot Ma^2 \right]^{1/(k-1)}$$

→ Valida per vapore e gas perfetti.  
→ relazione che lega  $p^0$  a  $p$

Se utilizzo equazione isentropica:  $\frac{p}{\rho^k} = \text{cost}$

$$\Rightarrow \frac{p^0}{p} = \left( \frac{\rho^0}{\rho} \right)^k$$

$$\Rightarrow \frac{p^0}{p} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} \cdot Ma^2 \right]^{k/(k-1)}$$

→ relazione che lega  $p^0$  a  $p$   
→ Valida per vapore e gas perfetti.

Utilizzando la legge dei gas perfetti:  $\frac{p}{\rho} = RT$

$$\Rightarrow \frac{T}{p^{k-1/\kappa}} = \text{cost} \Rightarrow \frac{T^0}{T} = \left( \frac{p^0}{p} \right)^{\frac{k-1}{\kappa}}$$

$$\Rightarrow \frac{T^0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} \cdot Ma^2$$

→ Valida per gas perfetti

Oppure potero usare:  $i^0 = i + \frac{c^2}{2}$  → valida per gas perfetti e vapore

→  $di = cpdT$  → solo per gas perfetti.

$$\Rightarrow i = \frac{\kappa}{\kappa-1} p v \rightarrow \text{per vapore}$$

Proprietà totali di fluido incompressibile:

$$p^0 = p$$

→ utilizzando Bernoulli generalizzato:

$$\int_0^s \frac{dp}{\rho} + cdc + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + \int_0^s \frac{d\tau}{\rho} = 0$$

→ perché considero tubazione orizzontale

$$\Rightarrow \frac{dp}{\rho} + cdc = 0$$

→ Integro tra condizioni statiche e totali →





→ Devo trovare la relazione tra area condotto e velocità del fluido.

incanistrano  
condotte  
variabile  
 $\bar{a} = c_s^2$

$$c dc = - \left( \frac{dp}{\rho} \right) \frac{d\rho}{\rho} \rightarrow c dc = - c_s^2 \frac{d\rho}{\rho} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 dc}{c} = - c_s^2 \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{c^2 dc}{c_s c} = - Ma^2 \frac{dc}{c}$$

(4) → (1')

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} - Ma^2 \frac{dc}{c} = 0 \Rightarrow \frac{dA}{A} = (Ma^2 - 1) \frac{dc}{c} \quad (5)$$

relazione area condotto - velocità corrente

Dalla (2):  $c dc = - \frac{dp}{\rho} = - \frac{dp}{\rho} \cdot \frac{\rho}{\rho} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{\rho} \left( \frac{\rho \cdot p}{\rho} \right) = - c_s^2$

$$\Rightarrow c dc = - \frac{1}{\rho} c_s^2 \frac{dp}{\rho} \Rightarrow c^2 \frac{dc}{c} = - \frac{1}{\rho} c_s^2 \frac{dp}{\rho} \Rightarrow$$

$$\frac{dc}{c} = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{c_s}{c} \right)^2 \frac{dp}{\rho} = - \frac{1}{\rho Ma^2} \frac{dp}{\rho} \quad (6) \rightarrow (5)$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = (Ma^2 - 1) \left( - \frac{1}{\rho Ma^2} \right) \frac{dp}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1 - Ma^2}{\rho Ma^2} \frac{dp}{\rho} \quad (7)$$

relazione area condotto - pressione corrente


Considero:

5)  $\frac{dA}{A} = (Ma^2 - 1) \frac{dc}{c}$  area-velocità

7)  $\frac{dA}{A} = \frac{1 - Ma^2}{\rho Ma^2} \frac{dp}{\rho}$  area-pressione

UGELLO  
(dc > 0 e dp < 0)


$Ma < 1 \Rightarrow dA < 0 \rightarrow$  

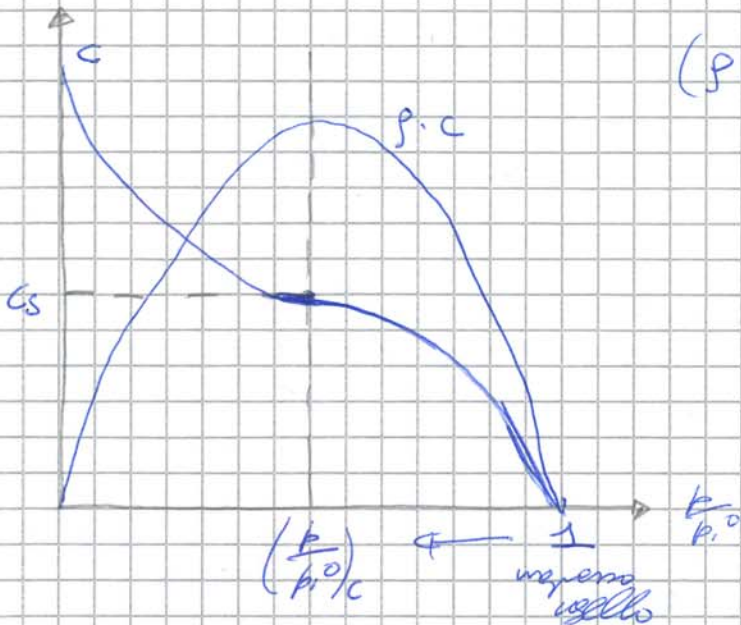
$Ma > 1 \Rightarrow dA > 0 \rightarrow$  

$Ma = 1 \Rightarrow dA = 0 \rightarrow$  sezione ristretta

DIFFUSORE  
(dc < 0 e dp > 0)

$Ma < 1 \Rightarrow dA > 0 \rightarrow$   divergente

$Ma > 1 \Rightarrow dA < 0 \rightarrow$   convergente



$(P \cdot C)_{max} \leftrightarrow A_{min}$

$A > \frac{m}{\rho C}$

$A_v = A_{min} \leftrightarrow M_0 = 1$   
 ↓  
 Accanto alla  $C = C_s$

Quanto vale  $\frac{P}{P_0}$  tale per cui  $(P \cdot C) = (P \cdot C)_{max}$  ?

$\frac{d(P \cdot C)}{d(\frac{P}{P_0})} = 0$

$\Rightarrow d \left[ \frac{P_0}{P_2} \cdot \sqrt{\frac{2K}{K-1} \left[ \left(\frac{P}{P_0}\right)^{2/K} - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{K+1}{K}} \right]} \right]$

$\Rightarrow \left(\frac{P}{P_0}\right)_c = \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{K-1}}$

Ⓟ  $\Rightarrow$  Questo valore di  $\left(\frac{P}{P_0}\right)_c$  che rende minimo la densità  $A$ , e quindi massima il prodotto  $P \cdot C$ , si dice **RAPPORTO CRITICO DELLE PRESSIONI**

**RAPPORTO CRITICO DELLE PRESSIONI**

$\rightarrow$  Questo rapporto varia relativamente poco al variare di  $K$  ed è compreso tra 0,58 e 0,487 per  $K = 1,135 \div 1,66$

Di solito  $\left(\frac{P}{P_0}\right)_c \approx 0,5$

$K = 1,135 \div 1,66$   
 ↓  
 gas monoatomico  
 vapore saturato vicino zona liquido

Per aria:  $K = 1,4 \Rightarrow \left(\frac{P}{P_0}\right)_c = \frac{P_c}{P_0} = 0,528$

# // FLUIDO COMPRESSIBILE

## • DIMENSIONAMENTO (progetto) DI UN UGELLO (effusore)

Dati disponibili per il progetto:

• Condizioni ambiente di monte

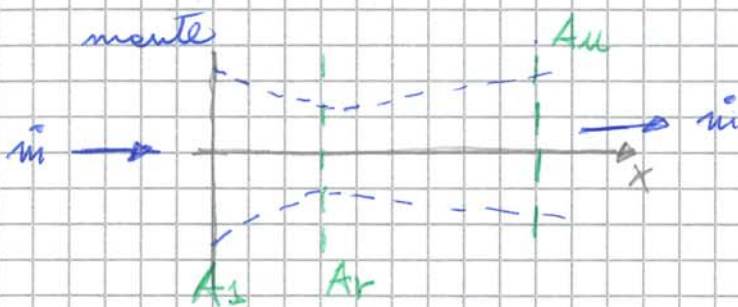
• Condizioni ambiente di valle

• Portata da scegliere

$$\left. \begin{matrix} p_1 \\ T_1 \\ c_1 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} p_1^0 \\ T_1^0 \\ c_1^0 = 0 \end{matrix}$$

$$\left. \begin{matrix} p_2 \\ T_2 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{è un dato} \\ \text{mutuale} \end{matrix}$$

$\dot{m}$



Se ho gas perfetto:

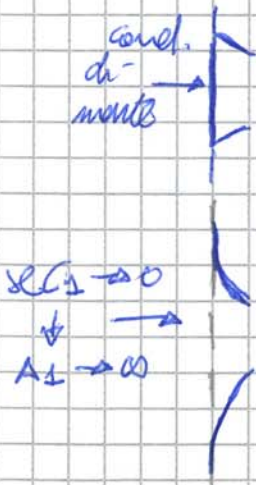
$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1}$$

Se ho vapore d'acqua utilizzare  $\rho_{vapor}$

Cosa dobbiamo valutare?

$A_1, A_u, A_r$  esiste?

→ Dall'equazione di continuità:  $A_1 \dot{m} = \frac{\dot{m}}{\rho_1 c_1}$

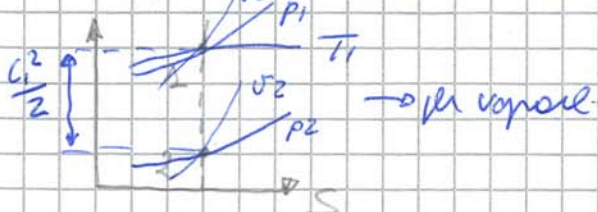


AB: Se all'inizio dell'espansione la velocità è nulla l'aria dovrebbe essere infinita, quindi per andare a questa condizione le pareti dell'ugello devono essere tangenti alle pareti del serbatoio a monte.  
 → Non è necessario, per, che la parte convergente dell'ugello abbia un profilo particolare

→ Confronto il rapporto di espansione con il rapporto critico della premessa:

→ Assegnata la portata in massa  $\dot{m}$ , le condizioni del fluido a monte  $p_1, T_1, c_1$ , e quindi  $p_1^0, T_1^0, c_1^0 = 0$ , la pressione a valle  $p_2$ , e supposta la trasformazione adiabatica reversibile, possiamo distinguere 3 casi secondo che

$$\frac{p_2}{p_1^0} \gtrless \left( \frac{p}{p_1^0} \right)_c = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$



per gas uso la legge

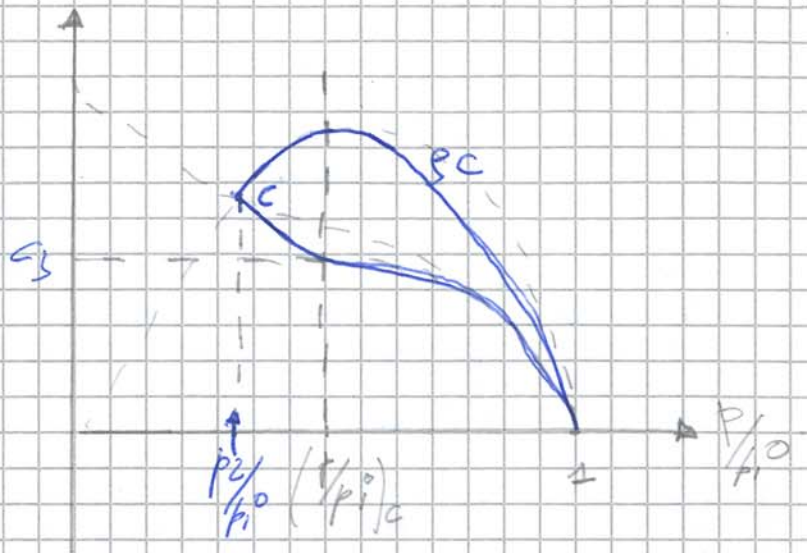
$\boxed{C}$

$$\frac{p_2}{p_1^0} < \left( \frac{p_1^0}{p_1} \right)_C$$

⇒ il condotto sarà: UGELLO  
CONVERGENTE - DIVERGENTE  
(De Laval)

Passo da  $p_2^0 \rightarrow p_u = p_2 < p_c$

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 c_1}$$



$$A_u = \frac{\dot{m}}{(\rho c)_u} = \frac{\dot{m}}{\frac{p_1^0}{\sqrt{\frac{p_1^0}{p_1}}} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1^0} \right)^{2/\kappa} - \left( \frac{p_2}{p_1^0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}} = A_u[A]$$

$$A_r = \frac{\dot{m}}{(\rho c)_c} = \frac{\dot{m}}{\frac{p_1^0}{\sqrt{\frac{p_1^0}{p_1}}} \sqrt{\kappa \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}} = A_u[B]$$

→ sezione d'uscita

→ sezione d'ingresso

$$\dot{m} = \rho A c$$

$$\dot{m} = \rho_u A_u c_u$$

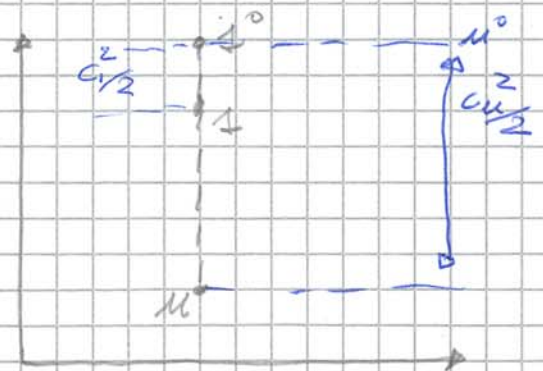
ad. rec.      energia

$$A_u = \frac{\dot{m}}{\rho_u c_u}$$

Disegnate

$$\frac{p_1}{T_1} \quad \frac{p_1^0}{T_1^0}$$

$c_3$        $c_3^0 = 0$



$$\Delta h + \Delta i = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0$$

$$\Delta i^0 = 0$$

$$i^0 = \text{cost}$$

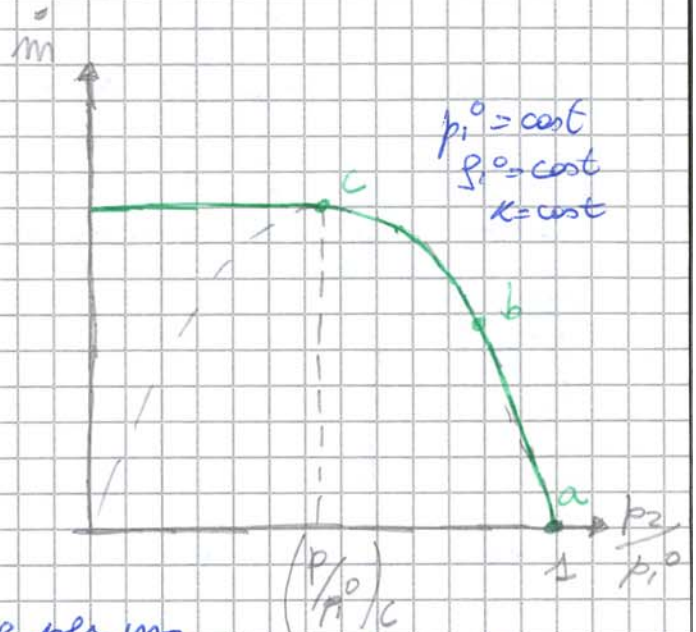
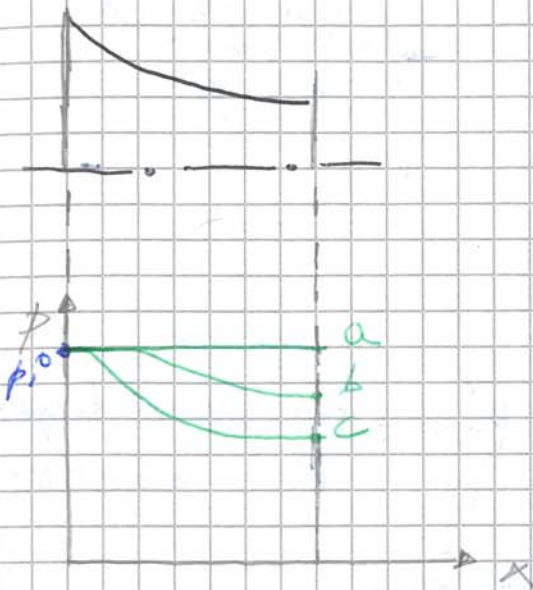
⇒ Per gas perfetto →  $T = \text{cost}$  nell'ugello

$$\Rightarrow \Delta i + \Delta E_c = 0$$

# COMPORTAMENTO FUORI PROGETTO DI UN UGELLO

SEMPLICEMENTE CONVERGENTE:

⇒ L'ugello esiste già →  $A_1, A_u$  sempre stati dimensionati e velutati



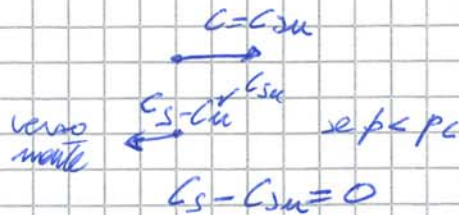
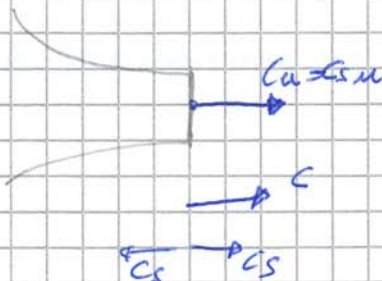
Supponiamo, per un dato ugello, e per un assegnato esponente  $k$  dell'isentrofica, di far variare la pressione di valle  $p_2$  a partire da condizioni totali  $p_i^0, p_0^0$  fino a raggiungere un valore massimo, in corrispondenza del quale nella sezione di effluo si realizza la velocità critica  $C_c = C_{sc}$  dipendente solo dalle condizioni totali e del parametro  $k$ .

a)  $p_2 = p_a = p_{s^0} \rightarrow p_u = p_2$

b)  $p_2 = p_b < p_i^0 \quad p_b > p_c \quad p_u = p_2$

c)  $p_2 = p_c \quad p_u = p_2 = p_c$

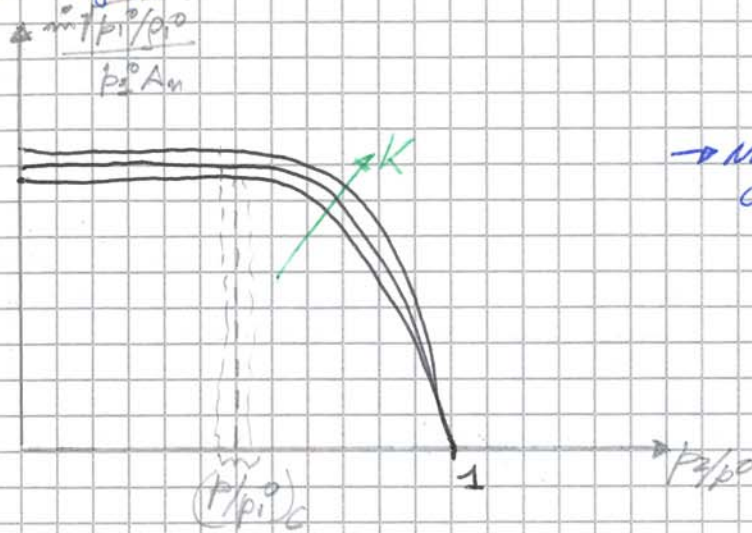
~~$p_2$~~   
 caso C



U

→ Ripetendo il parametro adimensionato  $\frac{\min \sqrt{p_1^0/p_1^0}}{p_2^0 A_m}$ , detto

PARAMETRO DI PORTATA, in funzione di  $p_2/p_0$ , da diversi valori di  $K$  si ottengono le curve che forniscono la portata in base al variare di  $p_2$  o di  $p^0$  per diversi fluidi:



→ NB: il tratto di curva corrispondente a velocità  $p_2 > p_1$  è approssimato bene dalla seguente legge ellittica:

$$\left[ \frac{p_2 - \left(\frac{p_1}{K}\right)}{1 - \left(\frac{p_1}{K}\right)} \right]^2 + \left[ \frac{\min \sqrt{p_1^0/p_1^0}}{p_1^0 A_m} \right]^2 = 1$$

CRITICO: in  $A_{min}$  si ha  $p_c$  (con adeguate  $p_1^0, T_1^0$ )

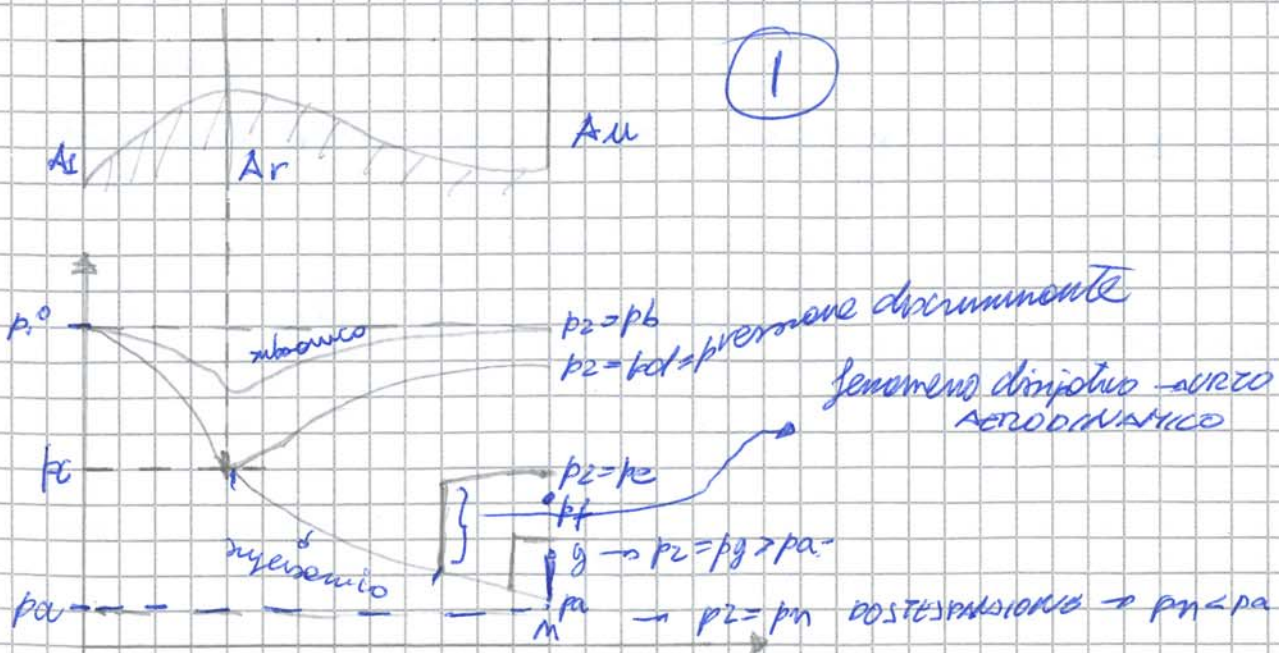
→  $m = m_{max}$  (,, ,, condizioni di monte)

ADATTAZO: } espansione continua nell'ugello  
 $p_u = p_2$  (NON c'è post-espansione)

### COMPORTAMENTO FUORI PROGETTO:

#### UGELLO CONVERGENTE-DIVERGENTE (De Laval)

Si mantengono inalterate le condizioni di monte, invariano le condizioni di valle e si studia il comportamento.



→ **grafico ③**

CONDIZIONI DI ADATTAMENTO;

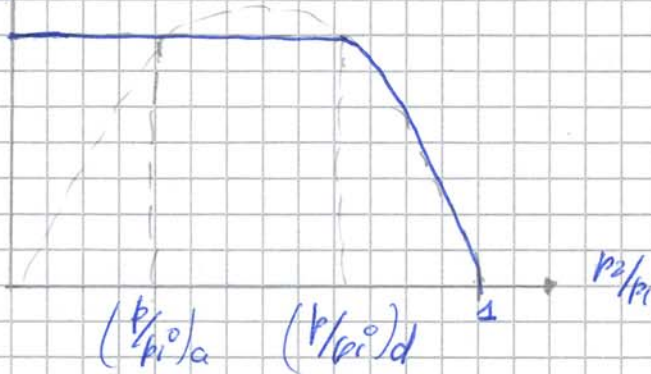
$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \leq \left(\frac{p}{p_1}\right)_c$$

Un ugello convergente-divergente riduce CRITICO quando nella sezione ristretta si realizza la pressione critica, corrispondente alla massima portata che esso può immettere per le enegate condizioni a monte.

Ugello di Laval: CRITICO se  $\frac{p_2}{p_1} \leq \left(\frac{p}{p_1}\right)_d$

$$\frac{m \sqrt{p_1/p_1^0}}{A \cdot p_1^0}$$

ADATTATO se  $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)_c$



Evoluzione da 1 a 2 = isentropica

- da 1 a 2 = isentropica se  $p_2 > p_d$   
 $p_2 \leq p_a$

- da 2 a 1 = non isentropica

→ Se l'evoluzione è isentropica la posso considerare ad. reversibile

→ Per gas perfetto

$$\frac{T}{p^{k-1/k}} = \text{cost}$$

$$\Rightarrow T_u = T_1^0 \left(\frac{p_u}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

**FUNZIONAMENTO REALE → FLUSSO ADIABATICO NON ISENTROPICO**

→ Quando i fluidi reali viscosi, le perdite per attrito formano non saranno mai nulle e, se le velocità sono elevate, neppure trascurabili

→ Gli effetti dovuti alla viscosità del fluido si manifestano in due modi:

- formazione di uno strato limite aderente alle pareti del condotto → area effettiva < area geometrica;

- attriti in seno al fluido e tra fluido e pareti → velocità effettiva < velocità isentropica

Per tenere conto di questi effetti si utilizza il

COEFFICIENTE DI PERDITA  $\varphi = \frac{C_u}{C_{u, is}} = \frac{\text{velocità reale}}{\text{velocità delle transf. ideali di riferimento}}$

$\varphi = 0,95 \div 0,99$   $\left\{ \begin{array}{l} 0,97 \div 0,99 \text{ ug. convergenti} \\ 0,95 \div 0,96 \text{ conv-divergenti} \end{array} \right.$

# IMPIANTI DI TURBINE A VAPORE

È un impianto motore che trasforma energia PRIMARIA (da combustibile fossile) in energia meccanica (disponibile ad un altro motore) e poi in energia elettrica

Si dividono in:

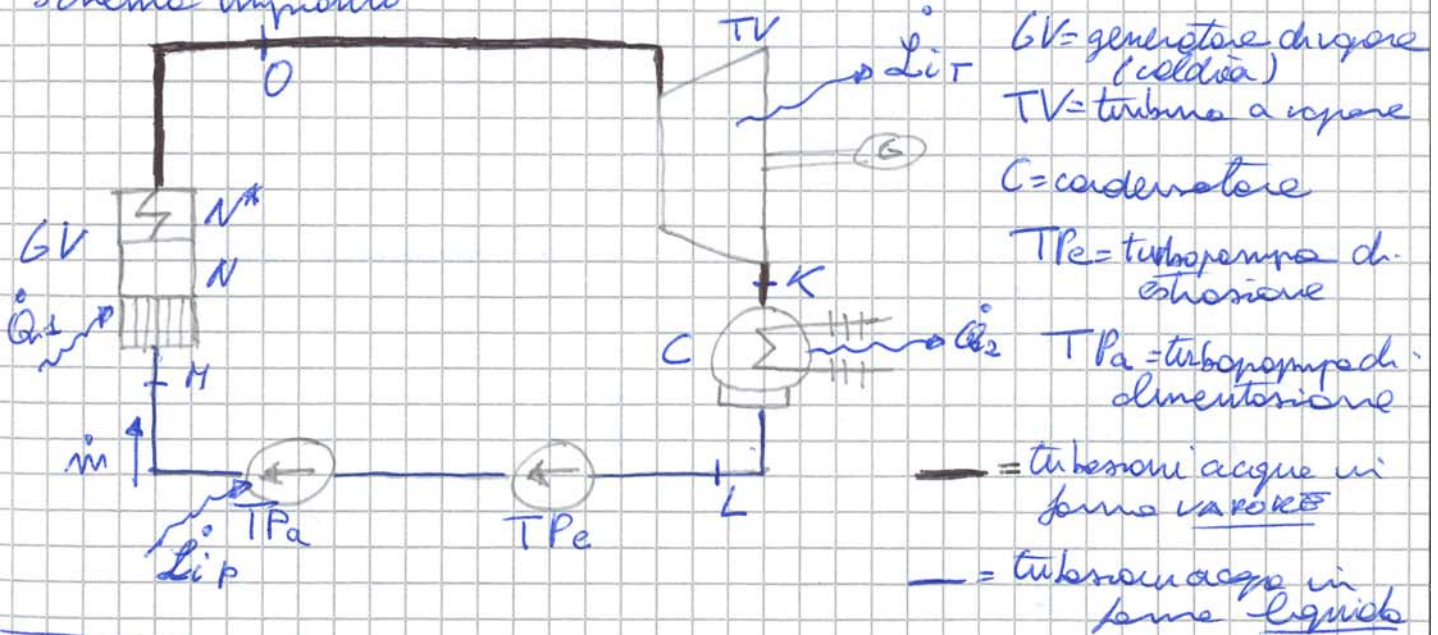
- Turbine a vapore
  - Turbine a gas
  - Turbine idrauliche
  - Motori a combustione interna
- } Impianti a ciclo combinato
- } Altri tipi di impianti

## TURBINA A VAPORE

Il fluido motore è acqua con elevato grado di purezza (poche sostanze disciolte che si possono attaccare agli organi meccanici).

Il ciclo di riferimento è il **CICLO RANKINE**

Schema impianto



**L → M** → Turbopompa

Avviene una compressione del fluido dallo stato  $L$  (vaporizzato da  $p_L$  a  $p_K = p_O$ ) fino alle condizioni  $p_O$  che regnano nel condensatore (generatore di vapore)

**M → O** → Generatore di vapore

Ho il riscaldamento del fluido che parte dalla compressione di liquido a vapore fino alle condizioni di alimentazione delle turbine  $p_O, T_O \rightarrow N.B.$ : il riscaldamento è costante  $p_H = p_O$



$$\int_0^K T dS = \phi + Lw > 0 \Rightarrow \boxed{S_K > S_0} \text{ sempre}$$

$= \phi_{\text{delle condotte}}$

⇒ Per i punti che stanno dentro le curve limite è possibile definire il **TITOLO DEL VAPORE** (massa di vapore / massa totale del fluido)

$$x_K = \frac{m_{\text{vapore}}}{m_{\text{tot}}} = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{vap}} + m_{\text{liq}}}$$

Per: - c.l.i:  $m_{\text{vap}} = 0 \rightarrow x = 0$

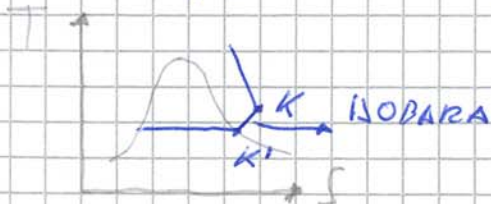
- c.l.s:  $m_{\text{liq}} = 0 \rightarrow x = 1$

Di solito  $x_K \geq 0,97$  (ovvero si hanno vapore con alcune gocce di liquido), questo perché se  $x < 0,97$  si hanno 2 problemi:

- il liquido determinarebbe un'oscillazione nel vapore diminuendo il  $\eta$ ;
- si avrebbe anche corrosione del liquido nella poltiglia

Si può avere anche il caso in cui (teorico)  $x_K > 1$ , ovvero  $K$  è ancora tutto vapore surriscaldato.

Allora dovrà effettuare una trasformazione isobara dalla  $K'$  e poi andare nel condensatore.



• Applica il I principio all'impianto:

$$\dot{Q}_n - \dot{L}_i = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \sum_j \dot{\mathcal{E}}_j \quad (\text{conservazione mecc. motrici})$$

$= 0$  perché stato stazionario  $\rightarrow$  perché, considerando tutto l'impianto come classe di controllo, non ho fluido motore che entra o esce dal V di controllo

Possò scrivere il calore come:

$$\Rightarrow \dot{Q}_n = \dot{Q}_{n1} - \dot{Q}_{n2}$$

calore fornito da est a int.      calore estratto

Utile lo stesso per il lavoro:

$$\dot{L}_i = \dot{L}_{iT} - \dot{L}_{iP} \rightarrow \text{potenza pompa} \rightarrow \text{da est a int}$$

lavoro nell'unità di tempo  
 $\rightarrow$  potenza turbina  $\rightarrow$  potenza da int a est

$$\boxed{\dot{Q}_{ip} = \dot{m} (i_M - i_L)} \quad \rightarrow \text{Potenza interna pompa} \quad L_{ip} = i_M - i_L$$

Per il Th. di Bernoulli generalizzato:

$$L_{ip} = \int v dp + \Delta E_c + \Delta E_f + L_w$$

$\approx 0$  perché velocità basse nelle tubazioni  $\approx 0$  perché condensa turbopompa orizzontale o bene inserita in d. giusta

→ Ordine di grandezza di  $L_{ip}$ :

$$L_{ip} = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{p_0^{PM} - p_L}{\rho} \approx \frac{(100 - 1) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3} \approx 10 \text{ kJ/kg}$$

↑  
consumabile

• Applico I principio al generatore di vapore:  $M \rightarrow O$

$$\dot{Q}_i - \dot{Q}_e = \sum_j \dot{m}_j E_{fj}$$

$\Rightarrow 0$  non ci sono organi meccanici in movimento

Ingresso  $M$   
Uscita  $O$

$$\boxed{\dot{Q}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}} = i_O - i_M} \quad \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_i = \dot{m} (i_O - i_M)}$$

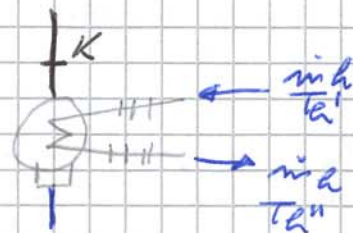
• Applico I principio al condensatore  $K \rightarrow L$   
 → permette di pensare a liquido che si comprime a liquido che molto meno che comprimere a vapore.

$$\dot{Q}_i - \dot{Q}_e = \sum_j \dot{m}_j E_{fj}$$

$$\Rightarrow -\dot{Q}_2 = \dot{m} (i_L - i_K)$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{Q}_2 = \dot{m} (i_K - i_L)}$$

$$\boxed{\dot{Q}_2 = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{m}} = i_K - i_L}$$



• Applico I principio al condensatore  
 questo

$$\dot{Q}_i - \dot{Q}_e = \sum_j \dot{m}_j E_{fj}$$

$$\dot{Q}_2 - \dot{m}_h c_p \Delta T_h =$$

$$= \dot{m}_h c_p (T_h'' - T_h')$$

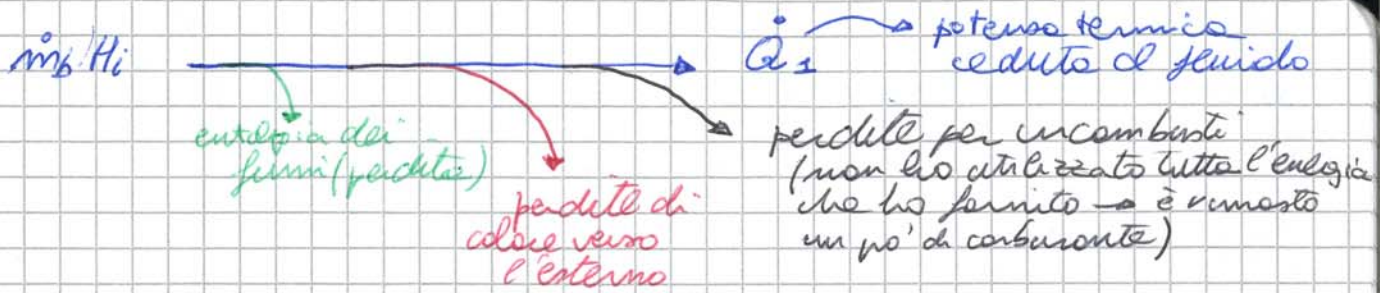
$$\Downarrow$$

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_h c_p (T_h'' - T_h')$$

↑  
lospato termico

NB: È conveniente scendere di sotto della  $p_{sat}$  perché guadagno netto in termini di entalpia

$$\Rightarrow \text{quindi } p_K < p_{sat} \quad \text{SEMPRE}$$



$[H_i] = \text{MJ/Kg} \rightarrow \text{Benzina/gasolio} \approx 42-44 \text{ MJ/Kg}$

⇒ RENDIMENTO DEL GENERATORE DI VAPORE:

$$\eta_b = \frac{Q_s}{m_b H_i} \rightarrow \text{Di solito} \approx \eta_b \approx 0,9$$

• RENDIMENTO GLOBALE DELL'IMPIANTO:

$$\eta_g = \frac{P_u}{m_b H_i} = \frac{P_u}{P_i} \cdot \frac{P_i}{Q_s} \cdot \frac{Q_s}{m_b H_i} = \eta_0 \cdot \eta \cdot \eta_b = \eta_0 \cdot \eta_b = \eta_g$$

• CONSUMO SPECIFICO DI COMBUSTIBILE:

$$q_B = \frac{m_b}{P_u} = \frac{m_b}{\eta_g m_b H_i} = \frac{1}{\eta_g H_i}$$

per questo impianto

**MEZZI PER AUMENTARE IL RENDIMENTO DEL CICLO RANKINE:**

$$\eta_g = \eta_0 \cdot \eta \cdot \eta_b$$

⇒ Fra i rendimenti parziali fattori di  $\eta_g$ , il rendimento dell'acido ( $\eta$ ) è quello che assume valori più bassi, per cui riguarda la conversione di calore in lavoro. È il fattore che porta  $\eta_g < 0,5$  in quanto sia  $\eta_0$  sia  $\eta_b$  sono elevati e difficilmente migliorabili.

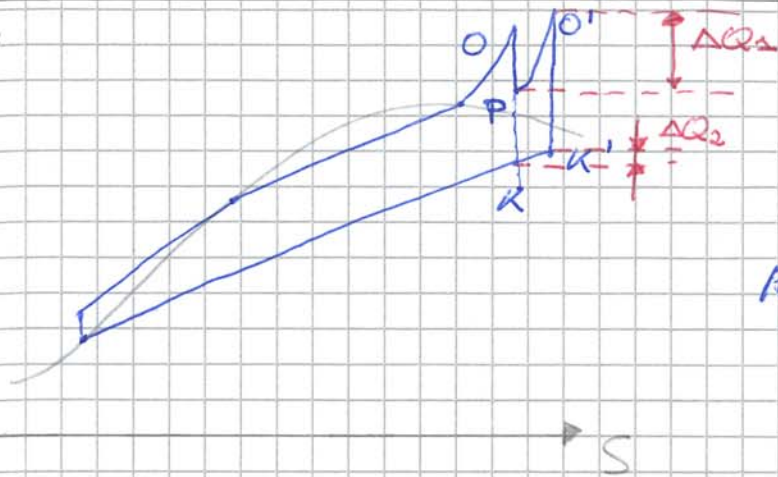
→ Devo quindi aumentare  $\eta$

Il rendimento della turbina è:

$$\eta_{t(tor)} = \eta_{t(proprio)} = \frac{\Delta i}{\Delta i_s} = \frac{i_0 - i_k}{i_0 - i_{k,s}}$$

⇒ A parte un aumento di  $\eta$  dovuto ad un più elevato rendimento interno della turbina, l'aumento dell'acido Rankine del  $\eta$  può essere ottenuto mediante alcuni accorgimenti:

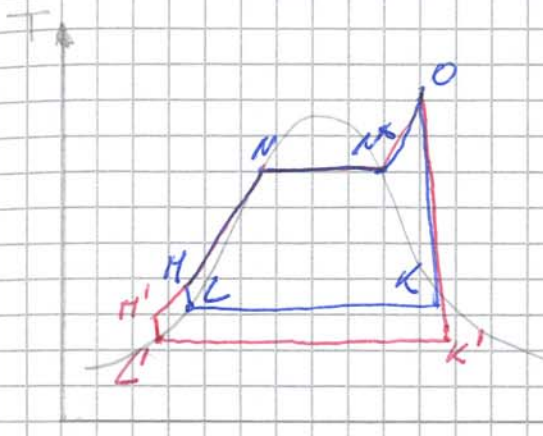




⇒ Il RIVARICCA SORDO  
comporta un aumento  
del calore introdotto  
maggiore di quello sottratto.

Però la costruzione dell'  
impianto diventa più  
onerosa.

C: DIMINUIZIONE DELLA PRESSIONE DI CONDENSAZIONE:

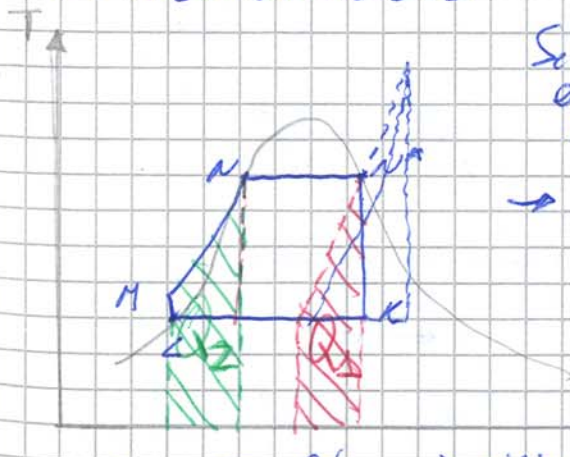


Inferimento a Carnot  
 $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ , diminuisce la  
 $T_2$  media a un sottrigge  
calore.

Al'abbassamento di pressione  
di vapore per corrispondere  
un aumento di  $\Delta Q_2$  e  
una minor diminuzione  
di  $\Delta Q_1$ .

→ Inoltre aumenta anche il lavoro del ciclo perché  
aumenta  $L_{IT}$ .

E: RIGENERAZIONE



Si scambia calore fra il vapore che si  
espande e l'acqua che deve essere  
riscaldata da r.r.

→ Se si utilizzasse il calore equivalente all'area  
 $Q_{21}$  per preriscaldare l'acqua da  $T_{2a}$   
 $T_{2v}$  si aumenta il rendimento del  
ciclo, cioè diventerebbe uguale al  
 $\eta$  del ciclo di Carnot fra le  
temperature esterne  $T_1$  e  $T_2$ .

- ⇒ A parte l'impossibilità pratica di riunire a temperature tutto il  
calore  $Q_2$  ci sono 2 gravi difficoltà:
- impossibilità pratica di ottenere scambio continuo di calore,  
nella turbina fra il vapore e l'acqua da inviare in caldaia;
- anche se fosse possibile tale scambio il titolo del vapore sarebbe  
inaccettabilmente basso.

Si può quindi far avvenire uno scambio di calore tra fluido che si espande in turbina e fluido compresso nella turbopompa

=> Trasferisco il calore  $Q_1' = Q_2'$  ( $= L_0 L N K_0$ ) del fluido che si espande in turbina al fluido che entrerà nel CV.

$$\eta' = \frac{L_0'}{Q} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1}$$

$$Q_1' \hat{=} N_0 N O K_0$$

$$Q_2' \hat{=} L_0 L K' K_0'$$

=> Comportamento questo ciclo rigenerativo con un ciclo di Carnot (composto da 2 ad. reversibili e 2 isoterme)  $\rightarrow N' N O K$

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

$$Q_{2c} \hat{=} N' N_0 K K_0$$

$$Q_{1c} \hat{=} N_0 N O K_0$$

Confrontando  $\rightarrow Q_1' = Q_{1c}$   $Q_2' = Q_{2c}$

$$\Rightarrow \eta' = \eta_c \quad \boxed{\eta' > \eta}$$

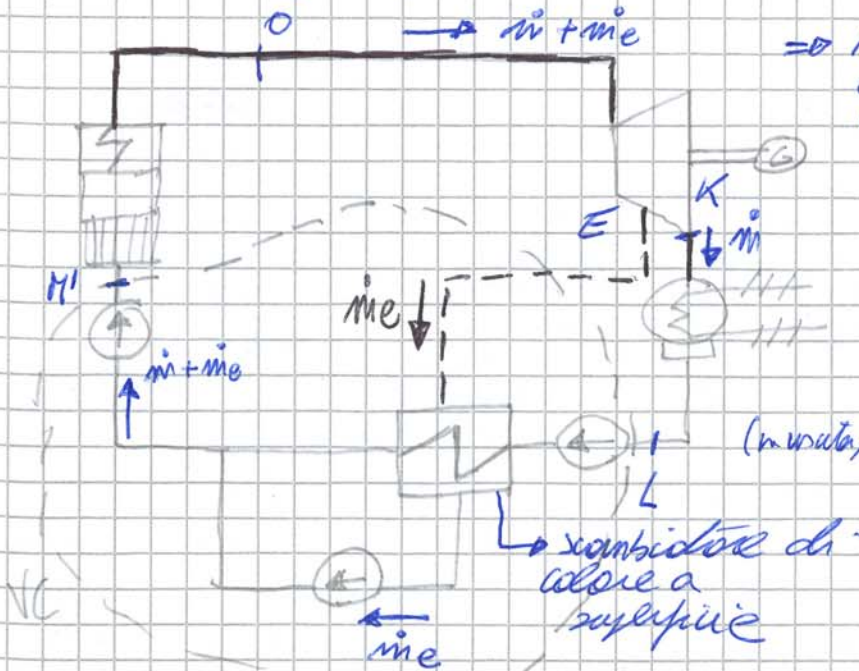
In questo modo il rendimento risulterebbe superiore al  $\eta$  del normale ciclo Rankine.

Ma in questo modo la rigenerazione non si può realizzare perché non posso fare una turbina a cui sottrarre calore e a volte forse realizzabile il titolo max ( $K K$ ) risulta troppo basso.

=> Sottrarre un'equivalente di calore ( $< v_{max}$ ) al fluido che si espande in turbina  $\rightarrow$  NON SI PUÒ FARE

=> Alcol si sottrae il calore possibile ( $= v_{max}$ ) ad un'equivalente di fluido in uscita dall'espansione in turbina

=> IMPIANTO RIGENERATIVO



=> Nella pratica, la rigenerazione è effettuata con una tecnica che consiste nell'utilizzare, per il preriscaldamento dell'acqua, tutto il calore che può essere ceduto (in uno scambiatore a superficie) da una parte del vapore SPILLATO durante l'espansione  $\rightarrow$  anziché un'equivalente di calore sottratto a tutto il vapore in turbina.

$$\Rightarrow \eta' = \frac{m_i (i_0 - i_K) + m_e (i_0 - i_E)}{m_i (i_0 - i_L) + m_e (i_0 - i_E)}$$

$m_e (i_E - i_A)$  del 1° principio sul volume di controllo

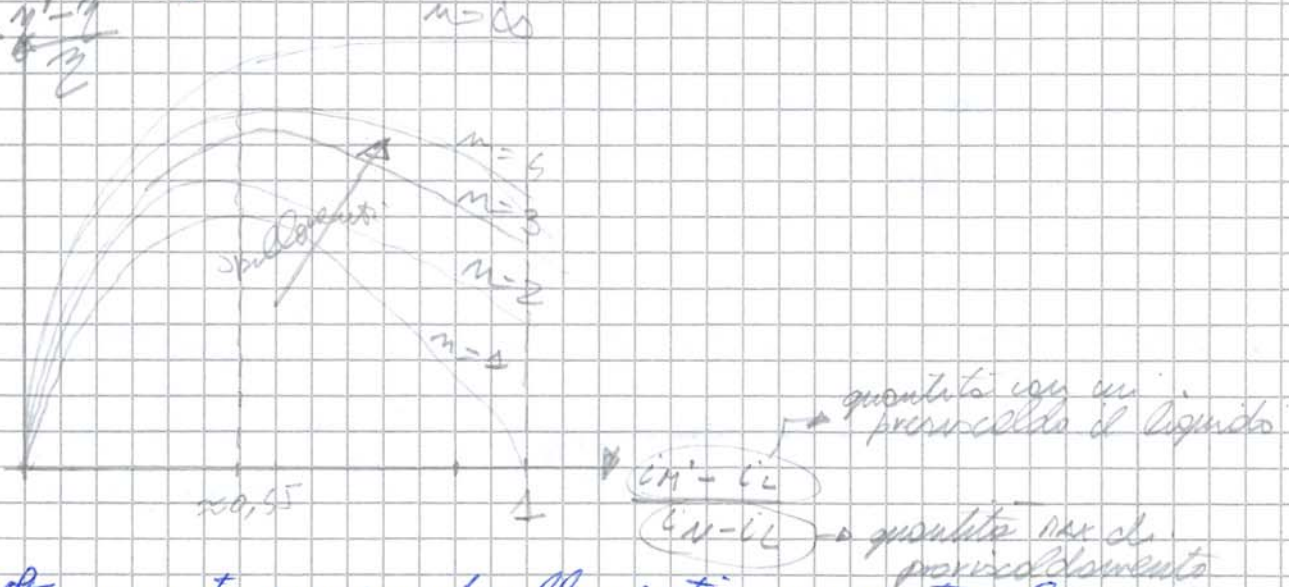
$$\Rightarrow \eta' = \frac{m_i (i_0 - i_K) + m_e (i_0 - i_E)}{m_i (i_0 - i_L) + m_e (i_0 - i_E)} =$$

$$= \frac{i_0 - i_K}{i_0 - i_L} \cdot \frac{1 + \frac{m_e}{m_i} \cdot \frac{i_0 - i_E}{i_0 - i_K}}{1 + \frac{m_e}{m_i} \cdot \frac{i_0 - i_E}{i_0 - i_L}} \Rightarrow 1 \text{ se } i_K < i_0 - i_L$$

$\begin{cases} < 1 & \text{se } m = 0 \\ > 1 & \text{se } i_E = i_0 \end{cases}$

$$\Delta \eta = \eta' - \eta$$

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\eta' - \eta}{\eta}$$



NB: che un certo numero di spillover aumenta la completezza dell'impianto e non conviene più perché esplodono i costi.

### STABILIZZAZIONE A MISCELA

NB: Al posto dello scambiatore di superficie potrei mettere uno scambiatore a miscela, ma in tal caso, la pressione di mandata della pompa di estrazione ~~potrebbe~~ deve essere pari alla pressione ps del vapore spillato e deve essere pari alla pressione ps dello scambiatore.

→ Potrebbe a intervalli campionare quando si hanno vari spillover e quindi vari scambiatori a pressione diverse.

Cambia anche il volume di controllo:



→ Inaltera d'aria (eventualmente) controllo dell'impianto e della dipendenza media delle forme dell'andamento e può essere d'interesse.

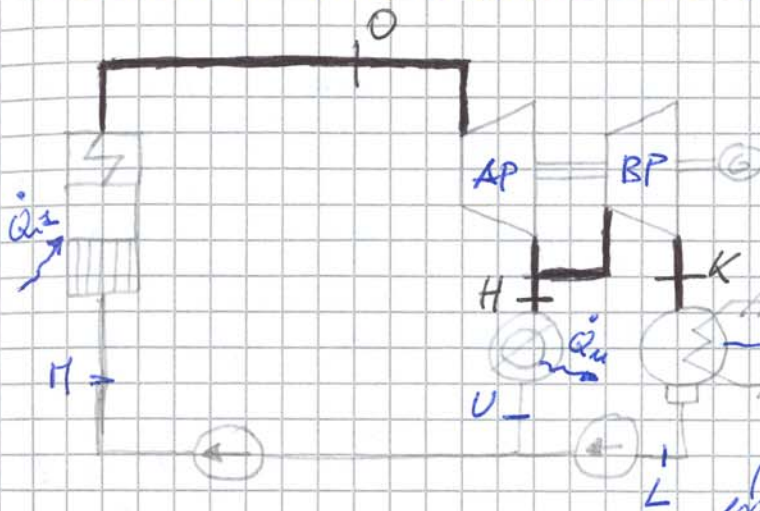
$$\Rightarrow \eta_u = \frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} = \frac{\eta_0 \cdot P_0}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} = \frac{\eta_0 (\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2)}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} = \eta_0 \cdot \frac{(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2)}{(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u)} = \eta_0$$

$$\Rightarrow \underline{\eta_u = \eta_0}$$

La portata in che attraversa la turbina è la stessa che attraversa l'utenza termica  $\Rightarrow$  non è possibile variano in modo indipendente la  $P_u$  e la  $\dot{Q}_u$ ; esse sono legate tra loro.

Per questo si usano più spesso gli:

• IMPIANTI CON TURBINE AD ESTRAZIONE o a RICUPERO PARZIALE



$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_u + \dot{Q}_c$$

$\Rightarrow$  Qui la portata di vapore necessaria per l'utilizzazione termica viene estratta dalla turbina alla pressione richiesta, la restante portata di vapore continua ad espandersi e si scarica in un condensatore (ove possibile la condensa proveniente dall'utilizzazione termica viene immetta

in caldaia).

$\rightarrow$  le estrazioni di vapore possono essere più di una.

$\Rightarrow$  Ho lo svantaggio di avere un condensatore, che è costoso ed ingombrante. Ho lo vantaggio che  $\eta_k$  può essere molto basso ( $\eta_k \approx 0,05 \div 0,075$ ) in modo da poter sfruttare l'alto  $\Delta p$  per ottenere più lavoro  $P_u$ .

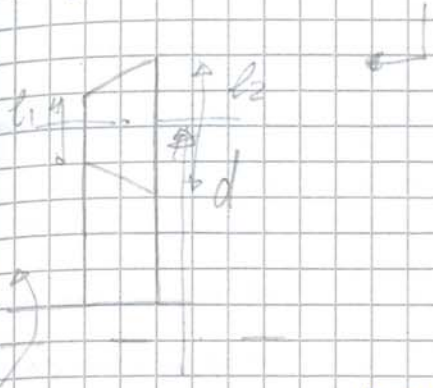
$\Rightarrow$  Vantaggi:  $P_u$  e  $\dot{Q}_u$  possono essere variati in modo abbastanza indipendente tra loro;

- siccome  $\eta_k$  è più basso a parte di portata d'ingresso più potenza utile rispetto al caso primo.

$$\eta_u = \frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} = \eta_0 \cdot \frac{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} = \eta_0 \cdot \frac{\dot{Q}_1 - (\dot{Q}_u + \dot{Q}_c)}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_u} < \eta_0$$

$\Rightarrow \underline{\eta_u < \eta_0}$   $\rightarrow$  Ho meno  $\eta$  ma ho i vantaggi descritti sopra

NB: Se lo stadio è omiole allora:  $d_1 = d_2 = d_0 \Rightarrow u_1 = u_2$   
 Ma  $d$  costante non vuol dire  $\ell$  costante. In generale possono  
 variare sia  $d$  sia  $\ell$ :



Le turbine si distinguono in:

- MONOSTADIO, la macchina è composta da un solo stadio, quindi: cioè da un distributore e un girante (è chiamata anche TURBINA JEFFERSON);

- MULTISTADIO, macchine composte da più stadi e possono essere:

• turbine a gas  $\rightarrow$  sono di tipo MONOCORPO;

• turbine a vapore  $\rightarrow$  di tipo MULTICORPO.

$\rightarrow$  Monocorpo vuol dire che tutti gli elementi della macchina sono montati su uno stesso corpo.

Le MULTICORPO si suddividono ancora in: - MONOALBERO

- MULTIALBERO  $\rightarrow$  i corpi sono collegati su alberi diversi

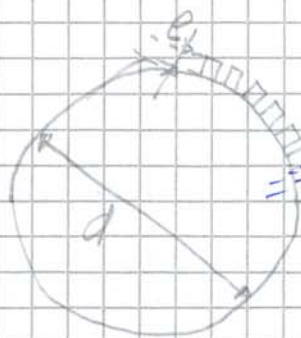
### STUDIO dello STADIO DI UNA TURBINA:

Si fa l'ipotesi di FLUSSO UNIDIMENSIONALE (cioè tutte le proprietà del fluido sono costanti in una determinata sezione).

$\rightarrow$  Nella realtà la teoria unidimensionale si adotta bene se:

-  $\ell \ll d$ , ovvero l'altezza delle palette rotanti sia una frazione sufficientemente piccola del diametro medio della girante, in modo che la velocità periferica sia pressoché la stessa alle radici e alle punte delle palette;

- il numero delle palette sia sufficientemente alto da far ritenere la lunghezza periferica dell'condotto delimitato da due palette consecutive uguale, sia alle radici e alle punte di esse (cioè la lunghezza del condotto di passaggio del fluido deve essere cioè costante.)

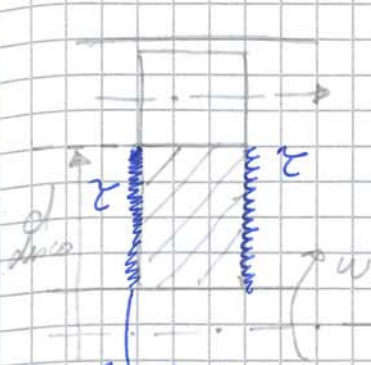


condotti  
passaggio  
fluido

$\rightarrow$  sia alle radici sia alla punta deve essere  $\ell$  cost.



d) **PERDITE PER ATTRITO SUL DISCO:**



Le superfici non paltate della girante, ruotando nel fluido inerte che riempie la cassa, incontrano una resistenza d'attrito che dissipa una parte dell'energia trasmessa dal fluido attivo alle pale mobili.

La potenza persa per attrito sul disco ( $P_d$ ) può essere espressa come:

fluido inerte che provoca attrito e determina un'area presente sul disco

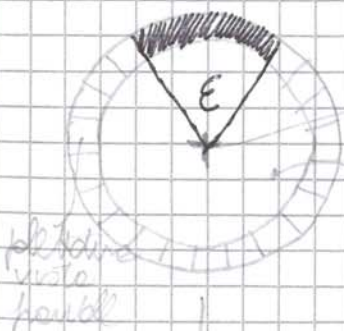
$$P_i = \int m \cdot L_i \rightarrow \int \rho \cdot u \cdot dA \cdot u = \rho \cdot A \cdot \int u^2$$

$$\rho = \frac{1}{\nu} \rightarrow \rho \cdot A \cdot \int u^2 = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{d^2 \cdot u^3}{\nu}$$

$$\Rightarrow P_d = K_d \cdot \frac{d^3 \cdot u^3}{\nu}$$

→ Potenza persa per attrito sul disco; dove  $d$  è il diametro esterno del disco e  $K_d$  è un coefficiente numerico dipendente dalle caratteristiche del fluido oltre che dalle forme delle parti del disco.

e) **PERDITE PER EFFETTO VENTILANTE**



→ Sono presenti solo in turbine ad azione regolata per parzializzazione.

→ se lo stadio è parzializzato cioè se la corona degli ugelli distributivi è limitata ad una frazione  $(1-\epsilon)$  della periferia, quel settore delle pale motore mobile che, non essendo attraversato da fluido attivo, ruota unicamente nel fluido stagnante che riempie la cassa, dissipa energia per effetto detto ventilante.

Area utilizzata =  $A(1-\epsilon)$  dove  $\epsilon$  = grado di parzializzazione  
 Lo % di settori chiusi

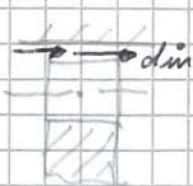
NB: questo parzializzazione serve nel caso in cui non si vuole utilizzare tutte le  $P_{max}$  possibile.

La potenza persa per effetto ventilante vale:

$$P_v = K_v \cdot \frac{u^3 \cdot \epsilon \cdot l \cdot d}{\nu}$$

area del settore circolare parzializzato

f) **FUGHE DI FLUIDO MOTORE**



Sono le perdite che si hanno poiché non tutto il fluido compie lavoro. Ovvero piccole parti del fluido possono passare attraverso i giochi e quindi non compiono lavoro.

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{c_0^0 - c_2^0}{c_0^0 - c_{2,15} - \frac{c_2^2}{2}}$$

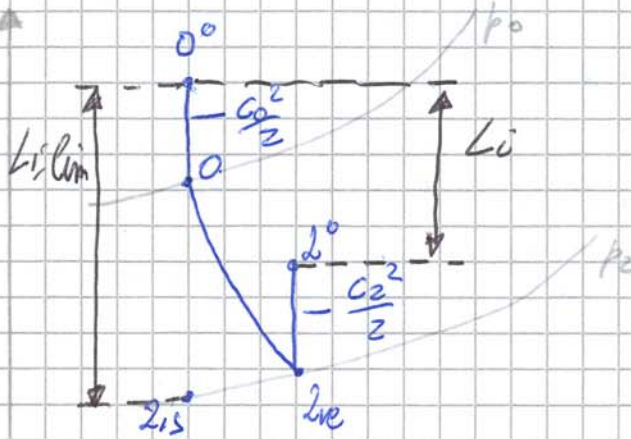
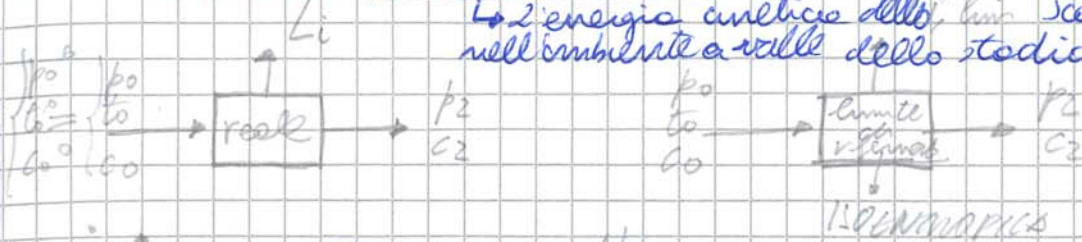
→ TOTAL CO TOTAL

$\eta_{\text{tot}}$  è indice del grado di perfezione della paleotina

NB: Questo  $\eta_{\text{tot}}$  tiene conto delle perdite che avvengono nei condotti e delle perdite in duto.

RENDIMENTO TOTAL CO STATIC

$L_2$  è energia cinetica dello scorcio o dritta  $c_2$  che si dissipa nell'ambiente a valle dello stadio (statico) →  $c_2 = 0$



0-2 :  $L_i = \Delta h_i^0 = c_0^0 - c_2^0$

0-2.15 :  $L_{i, \text{lim}} = -\Delta h_i - \Delta E_c =$   
 $= c_0^0 - c_{2,15} + \frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = 0$   
 $\Rightarrow L_{i, \text{lim}} = c_0^0 - c_{2,15}$

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{L_i}{L_{i, \text{lim}}} = \frac{c_0^0 - c_2^0}{c_0^0 - c_{2,15}}$$

→ TOTAL CO STATIC

$$\frac{c_2^2}{2} + c_p(T_0 - T_{2,15})$$

al cono =  $T_2$

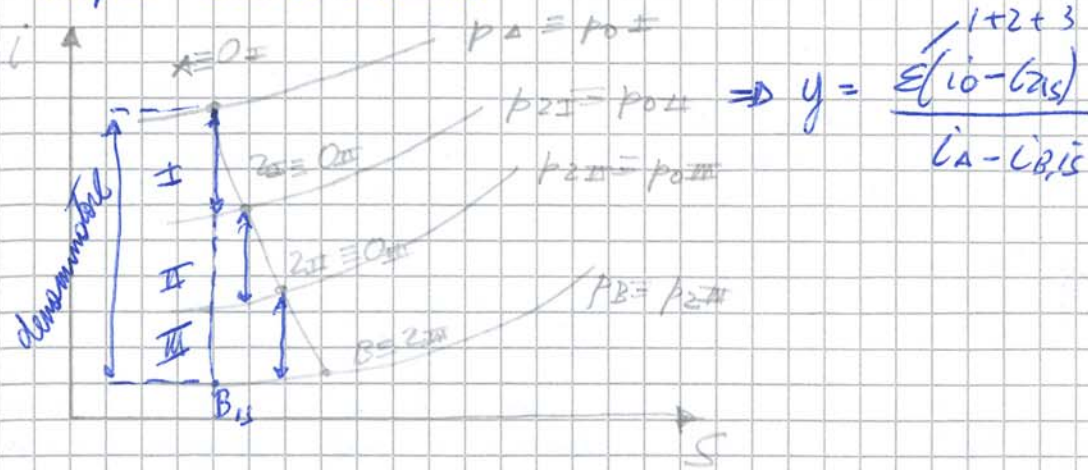
Quando utilizzo i due rendimenti?

$\eta_{\text{tot}}$ : Per stadi intermedi di turbine che cui  $\frac{c_2^2}{2}$  è integralmente utilizzata nello stadio successivo

$\eta_{\text{st}}$ : Per turbine mono stadio; ultimo stadio di turbina oppure per stadi intermedi di turbine in cui l'energia cinetica è dissipata

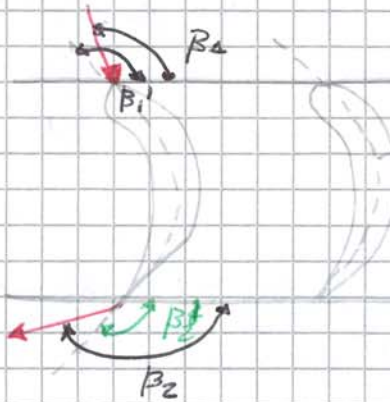
NB: Se la macchina è "AD AZIONE" →  $L_1 = c_{2,15}$

⇒ Esempio: caso a 3 stadi:



## PALETTATURA DI UNA TURBINA E PROFILI DELLE PALE

I percorsi percorsi dal fluido in una turbina sono individuati dai **DIAPRAMI**, che prendono il nome di **PALE**, inseriti tra due corone delimitate da superfici di rotazione **conicali** con la girante. Le pale servono a modificare (in direzione e modulo o solo in direzione) le velocità del fluido.



bordo d'ingresso  
 + linea mediana del profilo =  
 "LINEA D'INCRAMMENTO"  
 bordo d'uscita

$\beta_{1,2}' =$  angoli geometrici  
 $\beta_{1,2} =$  angoli cinematici

$$i = |\beta_1 - \beta_1'| = \text{INCIDENZA}$$

$$s = |\beta_2 - \beta_2'| = \text{DEVIAZIONE}$$

NB: Nell'ambito della teoria unidimensionale  $s = 0$  sempre

In progetto  $\rightarrow i = 0$ , per minimizzare le perdite da urto

Tuon progetto  $\rightarrow i \neq 0$ , con perdite da urto elevate

La deflessione  $E$  della corrente è legata all'angolo di incurvamento della:

$$E = |\beta_1 - \beta_2| = \text{DEFLESSIONE}$$

$$\theta = |\beta_1' - \beta_2'| = \text{ANGOLO DI INCRAMMENTO}$$

$$E = \theta + i - s$$

0-1: 1° principio

$$\frac{Q}{=0} - \frac{f_i}{=0} = \Delta i + \Delta E_c \Rightarrow i_1 - i_0 + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow i_1 = i_0 - \frac{c_1^2 - c_0^2}{2}$$

trovato  $c_1$  e noto  $p_1$  su stator sono trovare il punto 1.

Oppure anche:  $i_1 = i_0 - \frac{c_1^2}{2}$   $\rightarrow$   $i_{1s} = i_0 - \frac{c_1^2}{2\phi^2}$

NB: la differenza di entalpia fra le condizioni reali 1 e le condizioni ideali 1s, corrisponde alla perdita di energia cinetica nel distributore, cioè all'energia cinetica che si sarebbe potuta ottenere in più e non si finiva a fronte perdite per resistenze proprie nel distributore.

$\Rightarrow$  Ammettendo che le condizioni all'uscita del distributore coincidono con quelle all'ingresso nella girante, la velocità relativa di effluvio dalla palette mobile ( $w$ ) è legata alla caduta isentropica di entalpia da:

1° principio 1-2s)  $\rightarrow$  considero un operatore solidale con girante, quindi in sistema di riferimento NON INERZIALE. (cioè sto considerando il moto relativo (012) della girante:

Ho il termine  $\Delta E_w$

$$\frac{Q}{=0} - \frac{f_i}{=0} = \Delta i + \Delta E_c + \Delta E_w \Rightarrow i_2' - i_1 + \frac{w_2'^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0$$

nel sistema di ref. non inerziale

velocità relativa di effluvio di girante

$$w_2' = \sqrt{w_2^2 + 2(i_1 - i_2') + (u_2^2 - u_1^2)}$$

Nel caso di studio puramente ASSIALE  $u_1 = u_2$  perché  $d = \text{cost} \rightarrow dh = d_2 = du_1 = u_2$

Lo studio ASSIALE  $u_1 = u_2$

$$w_2' = \sqrt{w_1^2 + 2(i_1 - i_2')}$$

La velocità reale  $w_2$  sarà:

$$w_2 = \psi \cdot w_2'$$

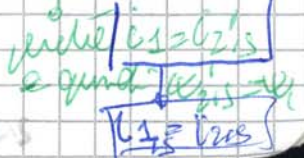


Per macchine ad azione velle  $w_2 = \psi w_1$

Nota  $\beta_2$  (angolo geometrico di uscita delle girante e per l'uscita l'angolo cinematico e geometrico coincidono)

$$\vec{c}_2 = w_2 + u_2$$

Posso rappresentare i triangoli delle velocità



⇒ Si definisce GRADO DI REAZIONE di uno stadio di turbina il rapporto fra la caduta isentropica di entalpia nella girante e la somma delle cadute isentropiche nel distributore e nella girante:

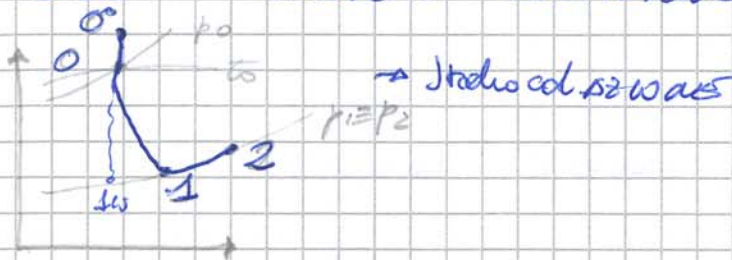
$$\chi = \frac{\Delta i_{s,g}}{\Delta i_{s,d} + \Delta i_{s,g}}$$

→ grado di reazione di uno stadio di turbina

In base al grado di reazione si definiscono:

-  $\chi = 0 \rightarrow$  STADIO AD AZIONE  $\rightarrow \Delta i_{s,g} = 0 \Rightarrow p_2 = p_1$

-  $\chi > 0 \rightarrow$  STADIO A REAZIONE  $\rightarrow p_2 < p_1$



possiamo definire anche il GRADO DI REAZIONE CINETICO:

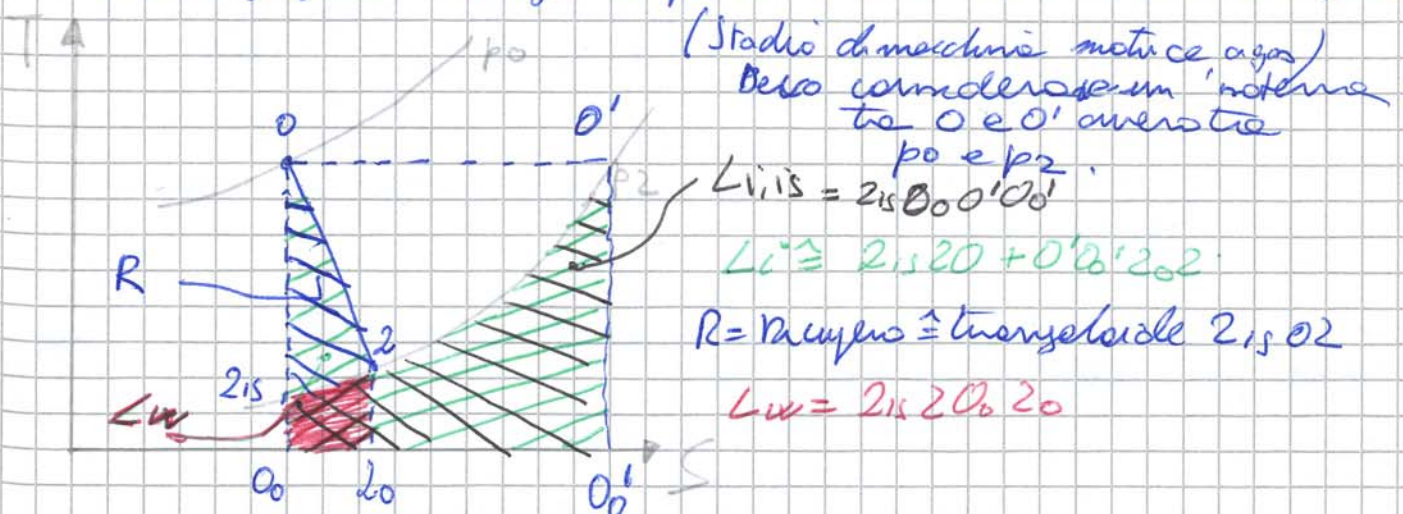
$$R = \frac{\Delta i'g}{\Delta i'0} = \frac{\Delta i'g}{L_i} = \frac{c_2 - c_1}{L_i}$$

→ grado di reazione cinetico

relativo a tutto lo macchina

nd: se  $\chi = 0 \Leftrightarrow R < 0$

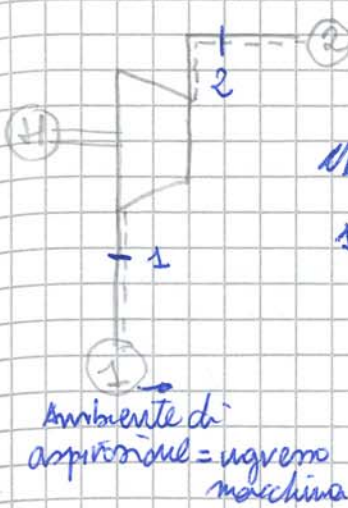
A livello grafico lungo il piano T-s i lavori e calor vengono:



Facciamo espansione tra  $0-2$ ) 1° principio:

$$Q - L_i = \Delta i + \Delta i'c \rightarrow L_i = -\Delta i \Rightarrow L_i = c_p(T_0 - T_2)$$

## LAVORO e RENDIMENTO DEL TURBOCOMPRESSORE



Ambiente di mandata = uscita macchina

NB: 3 turbocompressori lavorano con gas → noi utilizzeremo solo ARIA e lo considereremo gas perfetto

NB: lo stadio può essere considerato ADIABATICO

1-2: 1° principio per macchine operative della macchina

$$\dot{Q} + \dot{L}_i = \dot{\Delta}i + \dot{\Delta}e_c$$

$\dot{Q} = 0$        $\dot{\Delta}e_c \approx 0$

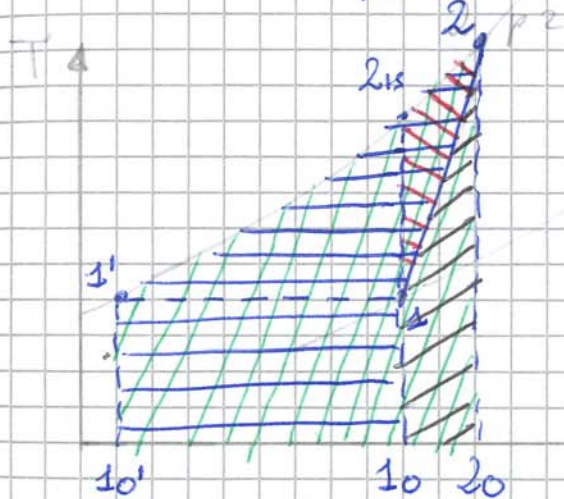
Quando considero tutta la macchina

$$\dot{\Delta}e_c \ll \dot{\Delta}i$$

(e considero solo uno stadio nella linea)

→ Nel singolo stadio  $\dot{\Delta}i \approx \dot{\Delta}e_c$  (stesso ordine di grandezza)

$$\Rightarrow L_i = \Delta i = c_p (T_2 - T_1)$$



NB:  $L_i$  corrisponde numericamente al lavoro combinato lungo una trasformazione isobara reversibile (2-1') a par' estremi di temperatura.

$$L_w \hat{=} 10202$$

$$CR \hat{=} 2.15 \cdot 2.1 = \text{Controcompressione}$$

$$L_{i,s} \hat{=} 10'1'220$$

$$L_{i,s} = 10'1'25 \cdot 10$$

$L_{i,s}$  = compressione a partire da 1 fino a  $p_2$  lungo un'adiabatica reversibile  $\Rightarrow L_{i,s} < L_{w,ale}$  anche nelle condizioni ideali, ma deve servire meno lavoro per far funzionare le macchine

$$\Rightarrow L_i = L_{i,s} + L_w + CR$$

$CR = 0 \rightarrow$  se fluido incompressibile

$CR > 0 \rightarrow$  se fluido compressibile

$$L_i = c_p (T_2 - T_1) \rightarrow L_i = c_p T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

$\frac{p_1}{T_1} \} \rightarrow p_2 \rightarrow T_2$  non è sperato

$\Rightarrow$  1-2 considerato transf. politropico (generico) → nella quale  $c = \text{cost}$   $m = \text{cost}$

$$\frac{T}{p^{\frac{m-1}{m}}} = \text{cost} \rightarrow \frac{T_1}{p_1^{\frac{m-1}{m}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{m-1}{m}}} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}}$$

lo considereremo invece l'intero macchina, quindi con energie costanti trascurabili n ha:

$$\eta_{15} = \frac{L_{i15}}{L_i} = \frac{C_p (T_{e15} - T_i)}{C_p (T_2 - T_i)} = \frac{\frac{Rk}{k-1} (B^{\frac{k-1}{k}} - 1)}{\frac{Rk}{k-1} (B^{\frac{m-1}{m}} - 1)} = \frac{B^{\frac{k-1}{k}} - 1}{B^{\frac{m-1}{m}} - 1} = \eta_{15}$$

con  $k < m$

$$L_c = \frac{1}{\eta_{15}} \cdot L_{i15} = \frac{1}{\eta_{15}} \cdot \frac{Rk m T_i}{k-1} (B^{\frac{k-1}{k}} - 1)$$

• RENDIMENTO POLITROPICO

Considero una trasformazione politropica reversibile con m politropico = m reale ma senza lavoro delle irreversibilità.

$$\int_1^2 T dS = Q + L_{irr} = Q > 0$$

$L_{irr}$  di politropico reversibile

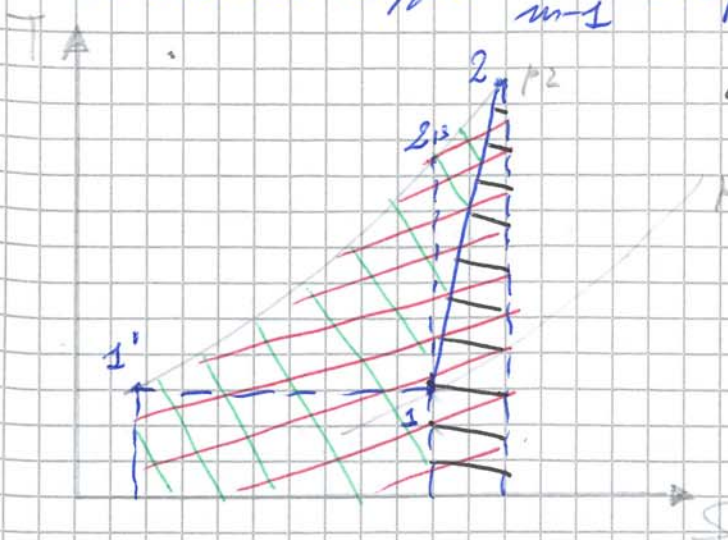
In questa trasformazione si fornisce calore per passare da 1 a 2 in modo reversibile (mentre nella comp. reale ho un calore dato dalle irreversibilità).

$$L_i = \int_1^2 v dp + \Delta E_c + \Delta L_{irr} \Rightarrow L_{i, pol} = \int_1^2 v dp + \Delta E_c = L_i - L_{irr}$$

Se  $\Delta E_c \ll \int_1^2 v dp$  allora  $\Delta E_c$  è trascurabile e vale:

$$\left\{ \begin{aligned} L_{i, pol} &= \int_1^2 v dp \\ p v^m &= \text{cost} \rightarrow p v^m = p_1 v_1^m \rightarrow v = v_1 p_1^{1/m} p^{-1/m} \\ p_1 v_1 &= R T_1 \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow \text{Vedremo } L_{i, pol} = \frac{m}{m-1} R T_1 (B^{\frac{m-1}{m}} - 1)$$



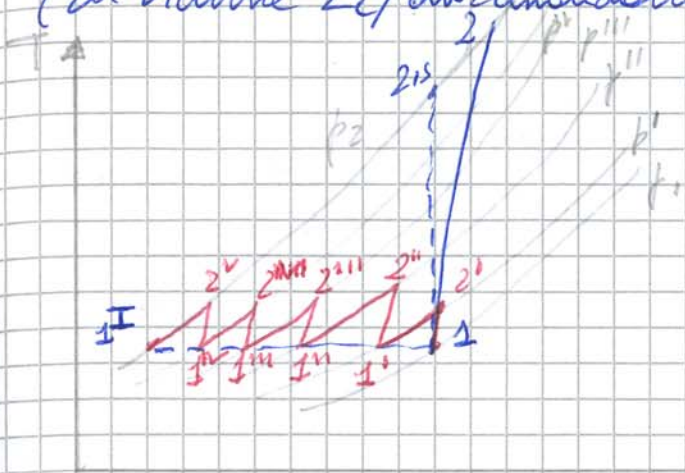
$L_{irr}$  ;  $L_{i, pol}$  ;  $L_i$  reale

$$L_{i, pol} = L_i - L_{irr}$$

$$\eta_{pol} = \frac{L_{i, pol}}{L_i}$$

In questa macchina, però è impossibile mantenere  $\beta$  costante mentre comprimiamo.

→ Devo allora cercare di fare una COMPRESIONE INTERREFRIGERATA (di volume  $V_1$ ) avvicinandomi a un'isoterma.



→ Comprimmo da  $p_2 \rightarrow p_1$  e poi volpeddo in modo isoterma... fino a  $p^v = p^2 \rightarrow p_{m.c.I}$

→ In questo modo spendo meno lavoro. Il lavoro infinito splendori polinomiali e poteri approssimare ad una isoterma.

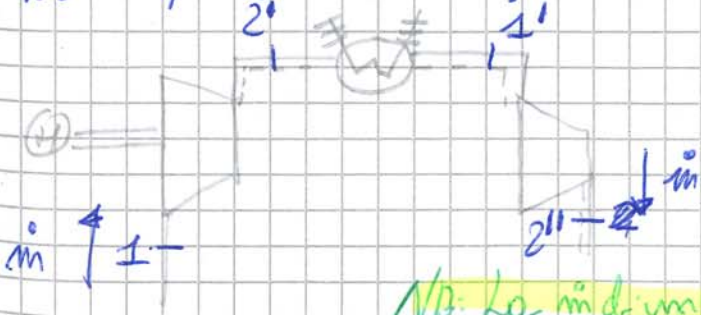
Ma più compressioni interrefrigerate faccio e più stadi devo avere quindi aumento sempre più la complessità della macchina e aumentano i costi. Ovviamente c'è un limite di stadi per un'la cosa non conviene più.

→ Se avessi  $n$  stadi di compressione e se  $T^1 = T^2 = T^3 = \dots = T^I$  il  $\beta$  ottimo  $\beta$ -eremo sarebbe:

$$\beta_{opt} = \sqrt[n]{\beta}$$

→ cioè il  $\beta$  è lo stesso per tutte le interrefrigerazioni e vincono con un  $\beta$  e minimo il lavoro.

Per esempio con 2 stadi:



$$\beta = \frac{p_2''}{p_1} = \frac{p_2'}{p_1} \cdot \frac{p_2''}{p_2'}$$

NB: Lo  $m$  di un compressore è minimo quando è in condizioni di POLIPAZZO (lo stadio ottimo)

→ Il TURBOCOMPRESSORE può avere due configurazioni:

- Turbocompressore } Radiale (centrifugo) → solitamente monostadio
- Turbocompressore } Assiale → solitamente multistadio

Lo stadio è composto da: girante + diffusore (mobile) (fisso)

- Diffusore } Pellettato → presenti delle palette che guidano meglio il flusso →  $\eta$  migliore
- Diffusore } Non pellettato → ha un canale in cui la sezione va variando



Per il lavoro volgono:

$$L_i = c_p(T'' - T') + \frac{c''^2 - c'^2}{2}$$

$$L_i = c_p(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

$$L_i = c_u'' u'' - c_u' u' = \frac{u''^2 - u'^2}{2} + \frac{w''^2 - w'^2}{2} + \frac{u''^2 - u'^2}{2}$$

NB: Se considero un solo stadio devo aggiungere questo termine, e considero i tagli verso l'indietro.

→ A parte di  $c$  e  $w$  se  $\frac{u''^2 - u'^2}{2} > 0$  allora  $L_i \uparrow \rightarrow \Delta p \uparrow$

→ più conviene quindi avere una macchina in cui  $u'' > u'$  ovvero un turbocompressore CENTRIFUGO.

→ ho conviene inoltre ottenere delle  $c$  e  $w$  minori a parte di lavoro assorbito.

→ se  $u'' > u'$  posso diminuire  $c$  e  $w$  e, siccome  $L_i \propto c, w$  allora il  $\eta$  cresce.

→ Per questi due motivi il turbocompressore conviene CENTRIFUGO. Perché scelto centrifugo?



→ In progetto il fluido esce dalla palette con direzione geometrica

$$L = \dot{m} (r' c_u' - r_2 c_{u2})$$

→ l'equazione del momento della quantità di moto, applicata ad una superficie di controllo che incide la girante da la seguente espressione del momento risultante, intorno all'asse delle girante, delle forze trascinanti il fluido dei condotti mobili:

$$\sum \tau = \dot{m} (r' c_u' - r_2 c_{u2}) = 0$$

→ Il nome normalmente che il fluido entri nella girante senza componenti tangenziali di velocità, a meno che il condotto d'ingresso non sia munito di palette che imprimono al fluido una deflessione (pre-girante).

$$\Rightarrow c_u' = 0 \text{ ovvero } c \text{ è puramente radiale } \rightarrow c' = c' a'$$

→ Applico equazione di continuità tra  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ :

$$\dot{m} = \rho' \pi d' l' c_a' p' = \rho'' \pi d'' l'' c_r'' p''$$



Se siamo in condizioni di regime turbolento:  $L_w \propto v_w^{1/2}$

Per l'eq. di continuità:  $\dot{m} = \rho \cdot \pi d^4 \cdot v_w \cdot f = \Delta v_w \propto \frac{\dot{m}}{\rho}$

$\Rightarrow$  se  $L_w \propto v_w^{1/2} \Rightarrow L_w \propto \left(\frac{\dot{m}}{\rho}\right)^{1/2} \Rightarrow L_w = \text{cost.} \cdot \left(\frac{\dot{m}}{\rho}\right)^{1/2}$

(1) da (1) ora vde:

$$\beta^0 = 1 + \frac{u^{1/2} - \text{cost} \cdot \left(\frac{\dot{m}}{\rho}\right)^{1/2}}{\frac{p_1^0}{\rho_1^0}}$$

I due termini - vde:

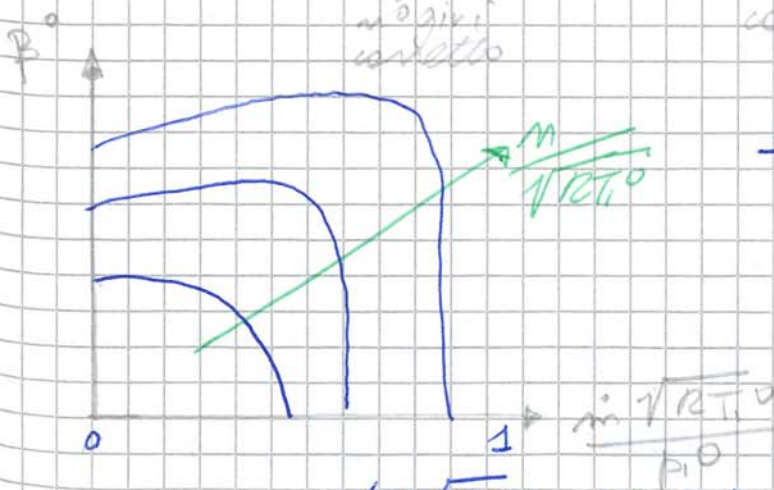
$\frac{u^{1/2}}{\frac{p_1^0}{\rho_1^0}} = \frac{(\pi d^4 \cdot \dot{m})^{1/2}}{\frac{p_1^0}{\rho_1^0}} = \frac{\pi d^4 \cdot \dot{m}}{\frac{p_1^0}{\rho_1^0} \cdot RT_1^0} \propto \frac{\dot{m}^2}{RT_1^0}$  dove  $\dot{m} = \dot{m}_{\text{ogeri}}$

$\frac{\text{cost} \cdot \left(\frac{\dot{m}}{\rho_1^0}\right)^{1/2}}{\frac{p_1^0}{\rho_1^0}} = \text{cost.} \cdot \frac{\dot{m}^2}{\rho_1^{02}} = \text{cost.} \frac{\dot{m}^2}{p_1^0 \rho_1^0} = \text{cost.} \frac{\dot{m}^2}{\frac{p_1^0 \rho_1^0}{RT_1^0}}$   
 $= \text{cost.} \frac{\dot{m}^2 \cdot RT_1^0}{p_1^{02}} \propto \frac{\dot{m}^2 RT_1^0}{p_1^{02}}$

$\Rightarrow P_0$  risulta funzione di questi due termini:

$$P_0 = f\left(\frac{\dot{m}}{\sqrt{RT_1^0}}, \frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{p_1^0}\right)$$

$\rightarrow$  NB: detto ipotesi di  $A_p \approx 0$   
 $L_w \propto v_w^{1/2}$



$\rightarrow$  caratteristica monometrica in funzione della portata conetto per diversi valori del  $\dot{m}$  di ogni conetto

$\Rightarrow g_{15} = f\left(\frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{p_1^0}, \frac{\dot{m}}{\sqrt{RT_1^0}}\right)$

$$\left\{ \begin{array}{l} pV = mRT \\ pV = RT \end{array} \right\} \rightarrow \text{Eq. stato gas perfetti}$$

$$\left\{ dU = c_v dT \right\} \rightarrow \text{Energia interna}$$

$$c_p - c_v = R$$

$$K = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\left\{ di = c_p dT \right\} \rightarrow \text{Entalpia}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dS = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \\ dS = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Entropia}$$

$$K = \frac{c_p}{c_p - R}$$

ISOBARA:  $\frac{v}{T} = \text{cost} \rightarrow p = \text{cost}$

$$c_p = \frac{R K}{K-1}$$

ISOCORA:  $v = \text{cost} \rightarrow \frac{p}{T} = \text{cost}$

ISOTERMIA:  $T = \text{cost} \rightarrow p v = \text{cost}$

ISOENTROPICA:  $dS = 0$ :

$$T \cdot v^{k-1} = \text{cost}$$

$$\frac{T}{p^{\frac{k-1}{k}}} = \text{cost}$$

$$p \cdot v^k = \text{cost}$$

POLITROPICA: cambia k con m e n.b.

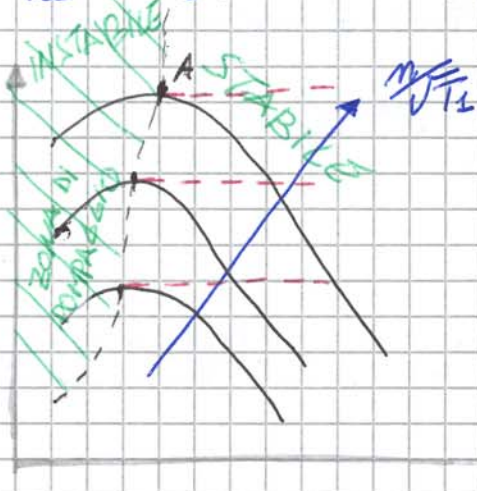
$$\frac{c_p - c_v}{c_v - c} = m - 1 \Rightarrow c = c_v \cdot \frac{m - k}{m - 1}$$

→ Questa sarà la caratteristica di regime permanente.

Ma agli effetti del giudizio sulla stabilità di funzionamento, più di questo interessa la caratteristica istantanea, ovvero una caratteristica esterna in condizioni transitorie.

→ nel transitorio le turbolenze possono essere considerate con capacità infinite, cioè in quel l'altro, con quelle del compressore e troverà una capacità sufficiente per compensare momentaneamente le variazioni di portata.

→ la caratteristica del circuito sarà quindi una retta orizzontale.

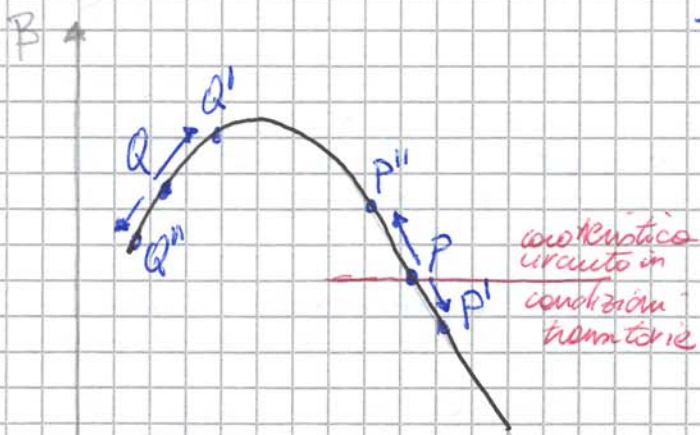


→ P sarà stabile nel tratto decrescente della caratteristica

NB: Il punto iniziale di instabilità coincide, dunque, dell'inizio con il vertice A della caratteristica e si chiama LIMITE DI POMPAGGIO (ereditando questo nome al fenomeno delle pulsazioni che avvengono nel fluido quando il compressore funziona in queste condizioni).

Se traccio una curva costante per i minimi ottengo la CURVA LIMITE DI POMPAGGIO, che è la curva che separa le condizioni di funzionamento stabili dalle instabili.

⇒ È quindi opportuno non andare a funzionare nelle zone a pendenza positiva della caratteristica interna (turbocompressore) perché il punto di funzionamento risulterebbe variabile nel tempo comportando con ciò carichi aerodinamici variabili sulle pale e quindi un aggravio delle sollecitazioni meccaniche con possibilità di rottura.



Considerando il punto P di funzionamento e immaginando che per un piccolo disturbo la portata tenda ad aumentare:

m aumenta → P tenderà a spostarsi da P a P'  
 → allora il  $\beta_T$  (del turbocompressore) diventerà minore del  $\beta_c$  (del circuito [fuso]).  
 Ovvero il circuito sta esercitando una resistenza maggiore, rallentando il fluido e tendendo a diminuire la velocità.



ma se diminuisce la portata allora diminuirà anche le portate per cui tenderò a spostare il punto di funzionamento nel punto P.

l'io vuol dire che a sx ha aumentato l'incidenza mentre a dx l'ha diminuita.  
 → lo stello d'ora pone nella palette micropia in direzione opposte alle u.

NB: Si dice "stello" poiché il fluido si stacca, "rotante" poiché pone da una palette all'altro in direzione opposte alle u.

NB → lo stello rotante è corso, quindi, di caratteri aerodinamici variabili sulle pale con conseguenze che possono essere gravi per l'integrità del compressore.  
 Generalmente lo stello rotante si manifesta nelle zone di funzionamento del compressore già escluse dall'uso per la possibilità di fenomeni di pompaggio → se evita il pompaggio evita quindi anche lo stello  
 → la condizione da evitare è dunque il POMPAGGIO.

Considerazioni:

• Per un TURBOCOMPRESSORE CENTRIFUGO →  $P_{max} \approx 4$

Ma per  $P_{elevate}$  ho in base.

→ se vogliamo in elevate bisogna usare un turbo compressore con più stadi che  $P_{stadio}$  basso.

Ma in un turbo compressore con più stadi e voglio un  $P_{tot}$  elevato dovrò usare per forza una macchina multistadio:

$$P_{tot} = \prod_{j=1}^N P_j \quad \text{dove } N = \text{numero stadi}$$

• TURBOCOMPRESSORE ASSIALE:

- è quasi sempre MULTISTADIO → ogni stadio è composto da girante più compressore;

- può essere presente una PREGIROANTE (palettatura fissa a monte del primo stadio in modo che  $C_u' \neq 0$ ).

- può essere presente un RADICIZZAZIONE (palettatura fissa a valle dell'ultimo stadio) → serve a realizzare un'ulteriore compressione. Così trasforma l'eventuale energia cinetica residua in usata in un aumento di pressione.

- in generale il diametro e l'altezza della palettatura non sono costanti (ci può essere anche costante mentre l'uo)  
 → l'altezza della palettatura (e) in generale decresce dal primo all'ultimo stadio per poter mantenere sufficientemente elevata la componente axiale della velocità del gas nonostante il suo volume specifico vada via via diminuendo.

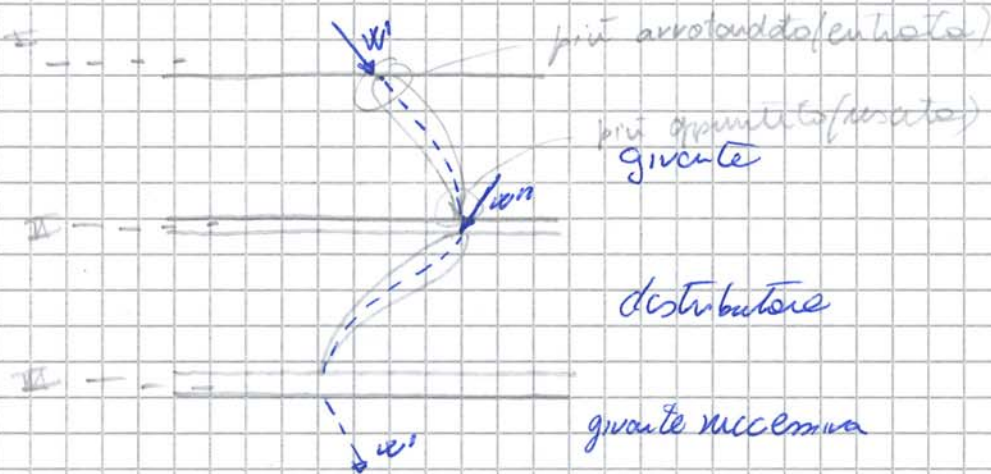
$\Rightarrow$  E girante piccola moltiplicare E distributore piccolo  $\Rightarrow Cu'' - Cu'$  piccolo

$\Rightarrow Li$  piccolo  $\Rightarrow B$  piccolo

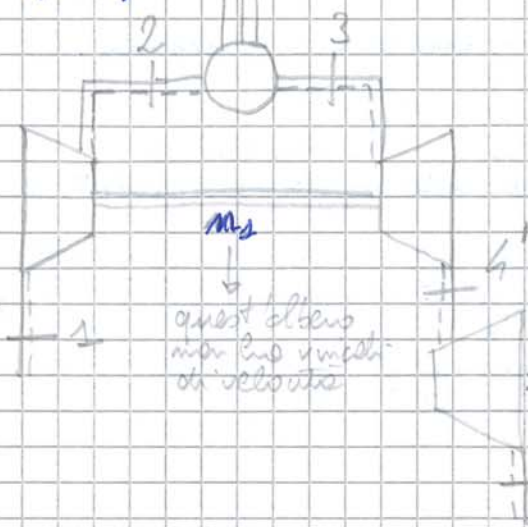
$Li = Cu''u'' - Cu'u'$   $\Rightarrow$  Il singolo stadio fa poco lavoro. Se voglio un rapporto di compressione elevato devo quindi avere tanti stadi.

se  $d = \cos \alpha \rightarrow Li = (Cu'' - Cu')u$

NB: Se gli stadi sono uguali tra loro posso vedere lo stadio successivo come uguale a quello prima.



Si può quindi avere anche una CONFIGURAZIONE BI-ALBERO:



quest'elbero  
non ha velocità  
di rotazione

Si hanno 2 turboespansori. Il primo è utilizzato per vincere gli attriti della macchina mentre il 2° per la produzione di energia elettrica

Quindi  $n_2 = \frac{f}{P}$  → ovvero la velocità di rotazione del secondo elbero è vincolata, quella del primo no.

⇒ le due turbine (i turboespansori) saranno accoppiate non meccanicamente ma da un punto di vista fluidodinamico (cioè le pale sono portate).

NB: In entrambe le configurazioni il fluido dopo 4 viene disperso in atmosfera poiché sono cambiate le proprietà chimiche del fluido (da 1 → 2 è aria mentre da 3 → 4 sono gas combusti).

cioè in:
 

- 2 → ho ossigeno: ossi e combustibile
- 3 → ho gas combusti

 } Hanno diverse proprietà chimiche, per questo al variare il fluido deve essere rinnovato.

Quindi i cicli a gas sono cicli APERTI in cui il fluido viene rinnovato (a differenza dei cicli a vapore in cui il fluido era riciclato). Questo perché nel ciclo:

- vapore → ho combustione esterna al fluido motore → non cambia le proprietà chimiche;
- gas → ho combustione in seno al fluido motore → cambiano le proprietà chimiche.

**CICLO IDEALE DI RIFERIMENTO PER GLI IMPIANTI DI TURBINE A GAS:**

Per ciclo ideale si intende un ciclo percorso da FLUIDO IDEALE (aria gas perfetto → vale  $pV = RT$  con  $R = cost$ ;  $c_v, c_p = cost$ ) ed è un ciclo SENZA PERDITE.

NB: Considerando un gas perfetto vuol dire che non avrà variazioni di composizione chimica durante il ciclo (aria è considerata come gas perfetto) → il ciclo di riferimento sarà quindi un ciclo CHIUSO in cui non si ha lo scambio né di calore né di massa con l'esterno. Si avrà quindi un  $O_2$  fornito al fluido e un  $O_2$  sottratto al fluido.

→ Il ciclo sarà quindi anche a MASSA COSTANTE

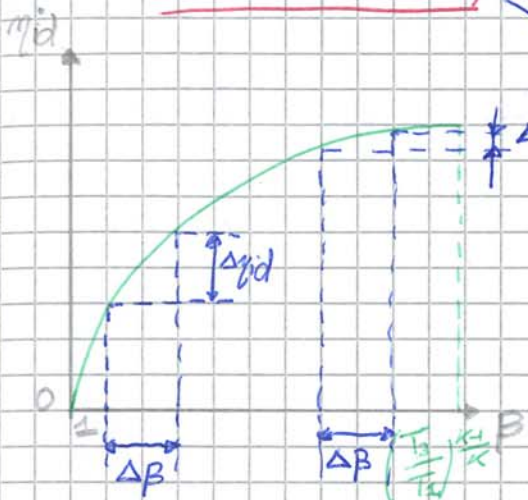
Si chiama **CICLO SOULE** ed è composto da due adiabatiche reversibili (isentropiche) e da due isobare.





$$\Rightarrow \eta_{id} = 1 - \frac{\frac{T_3}{\beta^{k-1}} - T_1}{T_3 - T_2 \cdot \beta^{k-1}} = 1 - \frac{\frac{T_3}{\beta^{k-1}} - T_1}{\beta^{k-1} \left( \frac{T_3}{\beta^{k-1}} - T_1 \right)} = 1 - \frac{1}{\beta^{k-1}}$$

$$\Rightarrow \eta_{id} = 1 - \frac{1}{\beta^{k-1}} = 1 - \beta^{-\frac{k-1}{k}} = 1 - \beta^{\frac{1-k}{k}}$$



NB: Il  $\eta_{id}$  è quindi indipendente da  $T_{3e}$  e se cresce di  $\beta$  ma sempre meno. cioè per  $\beta$  alti il guadagno poco.

$\Rightarrow$  lavorando con  $\beta$  bassi può valere la pena aumentare di poco  $\beta$  per aumentare il  $\eta$ .

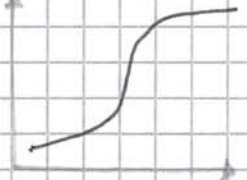
Valori tipici di  $k$ : - aere:  $k=1,4$

- gas monotomici (es. Argon)  $k=1,67$

### CICLO LIMITE

Un ciclo limite facciamo riferimento a un ciclo:

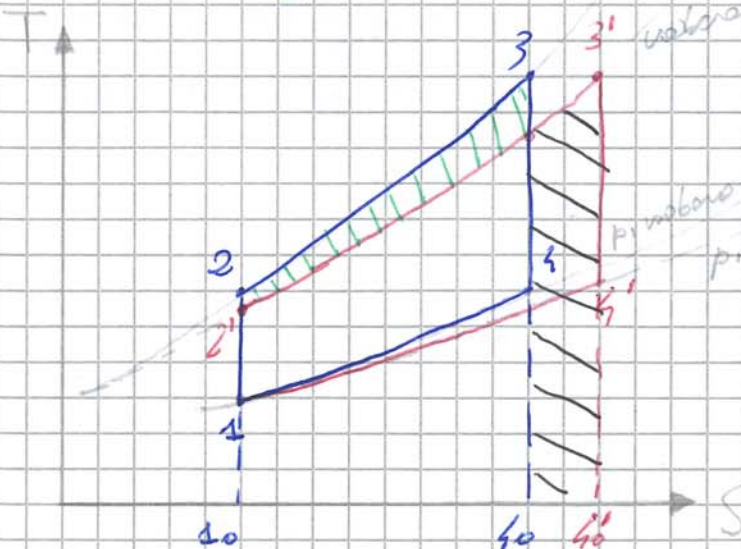
- con fluido reale  $\rightarrow$  consideriamo un gas quasi perfetto (vale sempre  $pV = RT$  con  $R = cost$  ma  $C_v = f(T)$ )
- senza perdite  $C_p = f(T)$



$\Rightarrow C_p$  e  $C_v$  aumentano con l'aumentare della  $T$ . Poiché  $C_p$  cresce allora  $k$  tenderà a diminuire quindi diminuirà anche il  $\eta$ .

Inoltre se  $C_p$  cresce, l'isobara verrà modificata. Cio' sarà quindi una causa di perdita di  $\eta$ .

isobara ideale  
isobara reale



Ciclo ideale: 1234

Ciclo limite 12'3'4'

Consideriamo però che i due cicli abbiano lo stesso  $Q_1$

$$\Rightarrow Q_{s, id} = Q_{s, lim}$$

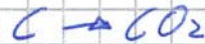


b) Perdite di calore nel combustore. Tra cui:

- perdite verso l'esterno (il combustore non è perfettamente adiabatico);
- incompletezza della combustione (non tutto il combustibile brucia in modo completo);

↳ Affinché la combustione sia completa bisogna che tutto l' $H_2$  nel combustibile sia ossidato ad  $H_2O$  e tutto il C ossidato a  $CO_2$ .

→ la combustione è completa se nei prodotti, tutti i reagenti diventano:



Cioè, se allo scorcio (ovvero nei prodotti) si trova anche HC (idrocarburi incombusti),  $H_2$ , CO, allora la combustione non sarà stata completata.

⇒ ciò vuol dire che tutta l'energia non sarà stata convertita in calore.

Si definisce allora il rendimento della combustione:

$$\eta_b = \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}_b \cdot H_i}$$

$\dot{Q}_s$  → potenza termica fornita ai gas combusti  
 $\dot{m}_b \cdot H_i$  → potere calorifico inferiore

Allora:  $\dot{Q}_s = \eta_b \cdot \dot{m}_b \cdot H_i = (\dot{m}_a + \dot{m}_b) \cdot c_p' (T_3 - T_2)$

dove per  $c_p'$ :

Reagenti:  
 - aria  
 - combustibile  
 - hanno capacità termica insieme  
 $c_p$

Prodotti:  
 - gas combusti  
 - hanno  $c_p' > c_p$

c) Cadute di pressione nel combustore

ciò vuol dire che il combustore non è perfettamente isobaro

$$\Rightarrow p_3 < p_2$$

Si definisce allora il RENDIMENTO PNEUMATICO del combustore:

$$\eta_{pb} = \frac{p_3}{p_2} \quad (\text{vale circa } \approx 0,98)$$

→ ciò fa sì che debba definire due rapporti manometrici, per le turbine e per il compressore:

$$\bullet \beta_c = p_2/p_1$$

$$\bullet \beta_T = p_3/p_4 = \frac{p_2 \cdot \eta_{pb}}{p_1 = p_4} = \beta_c \cdot \eta_{pb}$$

$$\Rightarrow \beta_T = \beta_c \cdot \eta_{pb} \Rightarrow \beta_T < \beta_c$$