NUMERO: 1457A -

ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Donati

MATERIA: Meccanica delle Macchine. Prof.Jacazio

Meccanica delle Macchine

5/03/14

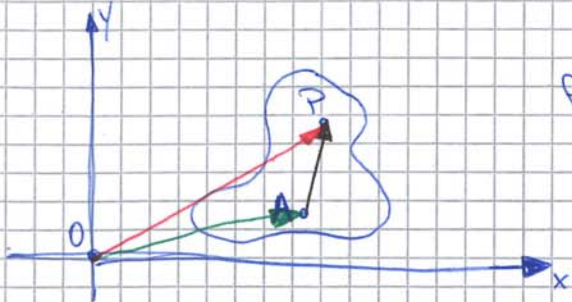
ESAME

Libro testo: meccanica applicata alle macchine — 4 ore di esame

~~esercizio~~ Jacazio - Pastorelli — 4 esercizi

Cinematica dei corpi rigidi

Corpo rigido: corpo in cui se prendo due punti qualsiasi interni ad esso la distanza tra questi due punti si mantiene costante nel tempo



La posizione di P è data dal vettore $\vec{OP}$ che a sua volta può essere definito come somma di $\vec{OA}$ e $\vec{AP}$ $\qquad \vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$

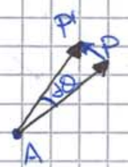
$$\frac{d\vec{OP}}{dt} = \vec{V_P}$$

$$\frac{d\vec{OA}}{dt} = \vec{V_A}$$

dove $V_P = V_A + \dfrac{d\vec{AP}}{dt}$

il vettore $\vec{AP}$ non può allungarsi né accorciarsi ma può ruotare, quindi

$$\frac{d\vec{AP}}{dt} = \lim_{dt \to 0} \frac{\vec{AP'} - \vec{AP}}{dt}$$



$$= \lim_{dt \to 0} \frac{PP'}{dt} \rightarrow |\vec{PP'}| = AP \cdot d\theta \rightarrow \text{modulo}$$

quindi $\boxed{\left|\dfrac{d\vec{AP}}{dt}\right| = AP \cdot \dfrac{d\theta}{dt}}$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \rightarrow AP \cdot \frac{d\theta}{dt} = AP \cdot \dot{\theta}$$

considero $\dot{\theta}$ (vel angolare) come un vettore $\vec{\omega}$ perpendicolare al piano di rotazione

$\vec{\omega}$
- modulo → $\dot{\theta}$
- direzione → $\perp$ al piano
- verso → uscente se senso rotazione antiorario (orario → entrante)

di conseguenza $\dfrac{d\vec{AP}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{AP}$ (nel modulo avevo $AP \cdot \dot{\theta}$)

$$\boxed{\vec{V_P} = \vec{V_A} + \vec{\omega} \wedge \vec{AP}}$$

relazione cinematica che lega le velocità di due punti nel piano

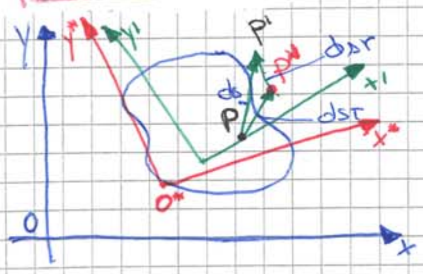
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 66

rifacendomi all'acc di $\vec{a}_P$ $\quad \vec{a}_C = \vec{a}_O + \omega r \vec{\tau} - \omega^2 r \vec{\xi}$ (2)

a confronto 1 e 2

$\vec{a}_C + \omega r \vec{\tau} - \omega^2 r \vec{\xi} = r\dot{\omega}\vec{\tau}$ $\quad \vec{a}_C = \omega^2 r \vec{\xi}$ diretto verso l'alto

Moti Relativi



se conosco come il corpo rigido si comporta rispetto al sistema di riferimento fisso e il moto di P posso descrivere il moto di P in modo assoluto

se P fosse rimasto incollato al corpo rigido avrei ottenuto P in posizione P*

ds_T = spostamento di trascinamento

ds_R = spostamento relativo

$\vec{ds} = \vec{ds}_T + \vec{ds}_R$ derivando rispetto al tempo $\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{V}_P = \vec{V}_{PT} + \vec{V}_{PR}$

studio ora l'accelerazione

$\vec{a}_P = \frac{d\vec{V}_P}{dt} = \frac{d\vec{V}_{PT}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{PR}}{dt}$ $\quad$ le derivate delle velocità non sono

(3) uguali all'accelerazione relativa ma sono uguali all'acc relativa più un altro pezzo

Se P fosse rimasto incollato al corpo rigido avrebbe avuto accelerazione uguale a quella del corpo rigido allora $\frac{d\vec{V}_{PT}}{dt} = \vec{a}_{PT}$

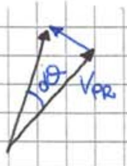
acc trascinamento $= \frac{dV_{P^*T}}{dt}$

visto che non è così io so che $\boxed{\frac{d\vec{V}_{PT}}{dt} = \vec{a}_{PT} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{PR}}$

poiché $\boxed{\vec{V}_{PT} = \vec{V}_{P^*T} + \vec{\omega} \wedge \vec{P^*P'} \qquad \frac{dV_{PT}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{P^*}}{dt} + \omega \wedge \vec{V}_{PR}}$

P' è la posizione finale dopo la rotazione del corpo rigido

il vettore velocità relativa varia perchè vi è rotazione del corpo rigido dove $\frac{d\theta}{dt} \cdot \vec{V}_{PR} = \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{PR}$

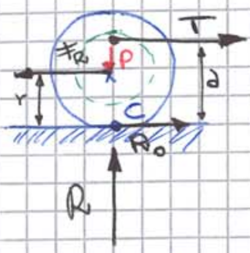


quindi come detto a 3 anche $\frac{d\vec{V}_{PR}}{dt} = \vec{a}_{PR} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{PR}$

e di conseguenza $\boxed{\vec{a}_P = \vec{a}_{PT} + \vec{a}_{PR} + 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{PR}}$

$2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{PR}$ = accelerazione di Coriolis

PURO ROTOLAMENTO

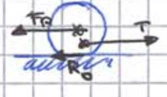


la forza provoca un momento e muove R

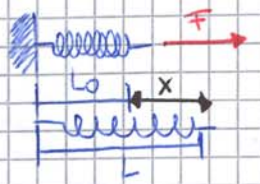
solo T e F_R hanno momento, definito da $F_R \cdot r - T d = 0$

dove $\boxed{T = F_R \frac{r}{d}}$ e quindi $T < F_R$

in questo sistema l'equilibrio è garantito da una forza di trazione con valore $T + R_o - F_r = 0$.

se mi trovassi nella situazione →  R_o avrebbe lo stesso segno di F_R

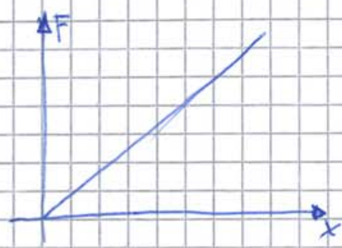
12/03/14



molla vincolata a sinistra

L_o = lunghezza molla a riposo

L = lunghezza molla con applicazione di F



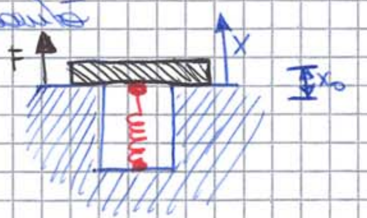
$F = kx$ $\quad$ k = rigidezza della molla

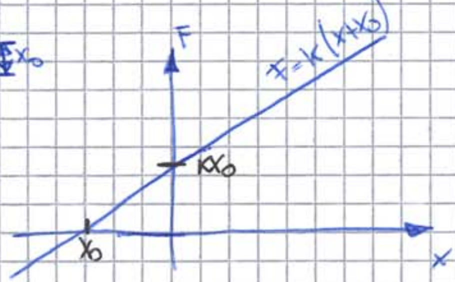
↓

è sufficiente approssimare il lavoro della forza elastica come se fosse lineare

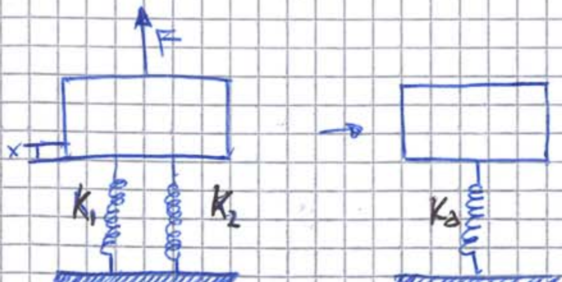
se è una forza applicata verso opposto avrò una molla allungamento negativo

- considero una cavità





x_0 = spostamento accorciamento positivo



voglio trovare una k equivalente

x = spostamento del blocco dopo l'applicazione della forza

$F_1 = K_1 x \qquad F_2 = K_2 x$

Molle in parallelo

$F = F_1 + F_2 \Rightarrow \underbrace{(K_1 + K_2)}_{K_e} x$

$\boxed{K_e = K_1 + K_2}$

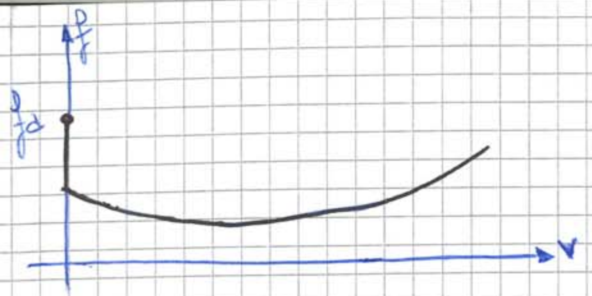
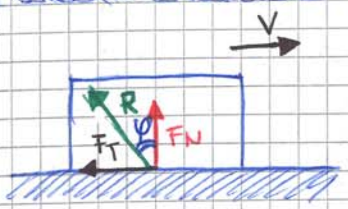


diagramma del coeff. d'attrito rispetto a V

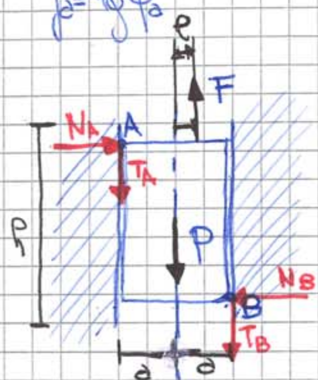
se sono in condizione di aderenza so che il corpo è fermo ed $F_N f_a = F_T$



$$\boxed{f = \frac{F_T}{F_N} = \tan\varphi}$$

dove φ è detto angolo di attrito

$f_a = tg\,\varphi_a$



e = eccentricità

dove T_A e T_B sono dovute all'aderenza tra pattino e la superficie

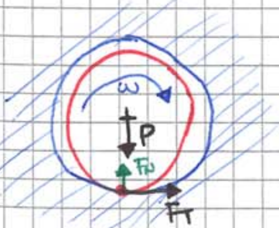
le equazioni sono

$$\begin{cases} x: & N_A - N_B = 0 \\ y: & F - P - T_A - T_B = 0 \\ M_B: & Pa - F(a-e) - N_A h + T_A 2a = 0 \end{cases}$$

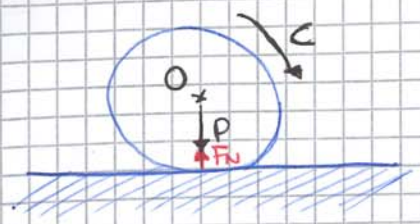
$$\begin{cases} T_A = f_a N_A \\ T_B = f_a N_B \end{cases} \qquad F = \frac{P}{1 - \frac{2 f_a e}{h}}$$

se $\frac{2 f_a e}{h} = 1$ $\quad e = \frac{h}{2 f_a}$ la forza che devo applicare deve essere uguale a ∞

- se ho un corpo cilindrico all'interno del quale c'è un perno che gira



- $F_N = P$ se il perno è fermo
- se il perno inizia a girare si forma un'ω e una forza di attrito $F_T = f F_N$

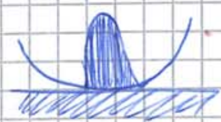


rullo

- se la coppia C è applicata all'esterno il rullo rimane fermo

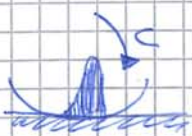
non la presenza di ρ

- in assenza di coppia



la posta distribuzione di pressione

- se la coppia è applicata all'interno



dunque una diversa distribuzione di pressione

dove u è l'equivalente di ρ del corpo cilindrico precedente, ovvero la distanza tra l'asse e il punto di applicazione di Fn (ovviamente non posta sull'asse)

definisco il coeff di attrito volvente una grandezza adimensionale circa proporzionale a $\alpha\sqrt[3]{r}$ (α = coefficiente)

$$\boxed{f_v = \frac{u}{r} \cong \frac{\alpha}{r^{\frac{2}{3}}}}$$

PROPRIETÀ D'INERZIA DEI CORPI RIGIDI

- massa del corpo
- baricentro del corpo
- distribuzione massa rispetto al baricentro

} 3 cose che ci interessano

stessa massa, stesso baricentro ma distribuzione diversa

Momento d'inerzia

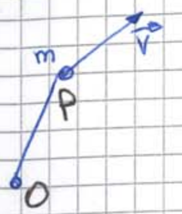
Integrale del prodotto di una massa infinitesima dm con il quadrato della distanza del punto dall'asse x

$$\boxed{I_x = \int (y^2+z^2)\, dm}$$

(vale per tutti gli assi)

Dinamica dei corpi rigidi

18/03/14



definisco la quantità di moto come $\boxed{\vec{Q} = m\vec{v}}$

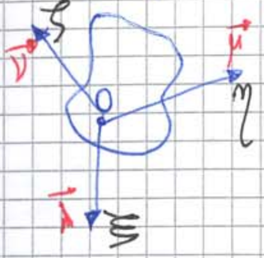
se fisso due punti O e P posso definire il momento quantità di moto indicato come $\boxed{\vec{H}_O = \vec{OP} \wedge \vec{Q}}$

se ho un insieme di punti posso ricavare la q. di moto totale data dall'espressione

$$\vec{Q} = \sum_i m_i \vec{v}_i = m\vec{v}_G$$

con m = massa totale
$\vec{v}_G$ = velocità baricentro

se ho un corpo rigido

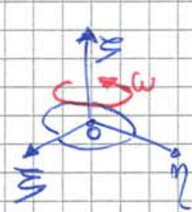


assi ⊥ tra di loro
dove $\vec{\nu}, \vec{\mu}, \vec{\lambda}$ sono i versori degli assi

$p = \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda}$
$q = \vec{\omega} \cdot \vec{\mu}$
$r = \vec{\omega} \cdot \vec{\nu}$

se io voglio il momento della q. di moto rispetto ad un punto posso dire che il mom. della q. di moto rispetto al punto è dato dalla somma di tre termini:

$$\vec{H}_O = I_\xi p \vec{\lambda} + I_\eta q \vec{\mu} + I_\zeta r \vec{\nu}$$

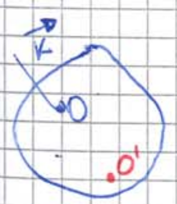


considero ζ l'unico asse importante

di solito lo studio è su un sistema piano.

in un sistema piano $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases}$

il momento $\vec{H}_O$ diventa $\vec{H}_O = I_\zeta r \vec{\nu}$



$\vec{k}$ versore uscente perpendicolare ad O

vale la regola $\vec{H}_O = I_O \omega \vec{k}$

corpo rigido animato da moto piano

se voglio calcolare il momento in un punto che non è il baricentro ma in un punto generico O' devo fare

$$\vec{H}_{O'} = \vec{H}_O + \vec{Q} \wedge \vec{OO'}$$

usando la trasposizione dei momenti

allora diventa $\sum \vec{OP_i} \wedge \vec{F_i} + \sum C_j - \frac{d\vec{H_O}}{dt} = 0$

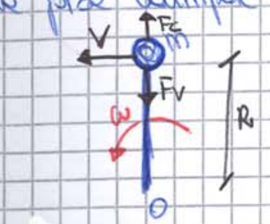
dove $-\frac{d\vec{H_O}}{dt} = M'_O$ è costituito il momento risultante delle forze d'inerzia rispetto al punto O

per un sistema rigido piano l'equazione diventa:

$$\sum \vec{OP_i} \wedge \vec{F_i} + \sum C_j = I_O \dot{\omega} \vec{k} \qquad \text{essendo } \vec{M'_O} = -I_O \dot{\omega} \vec{k}$$

Considerazioni sulle forze d'inerzia:

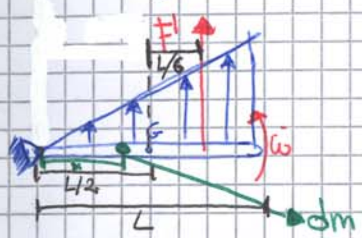
Le forze centripete sono forze d'inerzia



l'accelerazione dell'asta che ruota con velocità $\vec{\omega}$ è

$$a = R\vec{\omega}^2$$

cioè se la velocità $V = \omega R$ allora $a = \frac{V^2}{R}$



$\dot{\omega}$ = acc. angolare in ogni punto dell'asta si generano delle accelerazioni lineari $\propto$ alla distanza dei singoli punti dal corpo rigido

in particolare queste acc hanno formula $\dot{\omega}x$ (x = posizione del punto) nel caso particolare del baricentro $\vec{a_G} = \frac{L}{2}\dot{\omega}$

La forza d'inerzia infinitesima è dunque $dF' = \dot{\omega}x\,dm$

e dunque $F' = \int_0^L \dot{\omega}x\,dm$ ma se $dm = \frac{M}{L}dx$ allora $\int_0^L \dot{\omega}x\,dm = \int_0^L \dot{\omega}x\frac{M}{L}dx$ ovvero

$$F' = \frac{M}{L}\dot{\omega}\frac{L^2}{2} \Rightarrow \boxed{F' = \frac{M\dot{\omega}L}{2}}$$

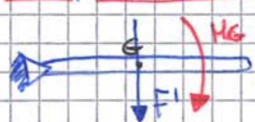
visto che $\frac{\dot{\omega}L}{2}$ = acc baricentro a_G $\boxed{F = a_G M}$

dove M è la massa

se le acc crescono $\propto$ all'allontanamento dall'estremo incernierato dell'asta e quello fisso allora anche le forze d'inerzia crescono allo stesso modo.

Dimostro dunque che la risultante delle forze d'inerzia non passa per il baricentro ma per il centro geometrico del triangolo posto (di norma) a $\frac{2}{3}L$

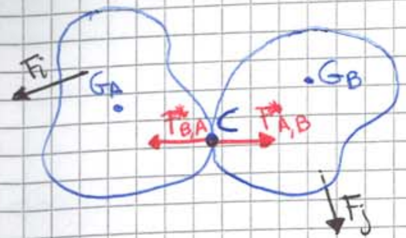
se faccio passare F' dal baricentro avrò



dove $M'_G = F'\frac{L}{6}$

$$M'_G = \frac{L}{6}F' \Rightarrow M'_G = \frac{\dot{\omega}L}{2}M\frac{L}{6} = \underbrace{\frac{ML^2}{12}}_{I_G}\dot{\omega} = I_G\dot{\omega}$$

I_G = momento d'inerzia rispetto al baricentro



$$\begin{cases} \cancel{\sum \vec{F}_i} + \vec{F}^*_{B,A} = \dfrac{d\vec{Q}_A}{dt} \\ \cancel{\sum \vec{F}_i} + \vec{F}^*_{A,B} = \dfrac{d\vec{Q}_B}{dt} \end{cases}$$

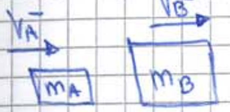
in questo caso la variazione di velocità finita in tempo infinitesimo quindi le $F_{A,B}$ e $F_{B,A}$ sono molto maggiori rispetto alla somma forze che sono quindi trascurabili

sommando le due espressioni membro a membro la loro somma sarà uguale a zero:

$$\boxed{0=\frac{d(\vec{Q}_A+\vec{Q}_B)}{dt}}$$

ovvero posso dire che $Q_A+Q_B=cost$

posso scrivere $\vec{Q}_A^+ + \vec{Q}_B^+ = \vec{Q}_A^- + \vec{Q}_B^-$ (q. moto iniziale = q. moto finale)



$\rightarrow$ $V_A^+ m_A + V_B^+ m_B = V_A^- m_A + V_B^- m_B$

V^+/V^- = velocità relative dei corpi

coefficiente di restituzione $\boxed{(e) = -\dfrac{V_A^+ - V_B^+}{V_A^- - V_B^-}}$

la il meno (−) perché le velocità relative cambiano quindi pongo il (−) davanti per facilitare i calcoli

Applico le equazioni della dinamica ai momenti degli urti

$$\cancel{\sum \vec{M}_{i_O}} + \vec{OC}\wedge \vec{F}_{B,A} = \frac{d\vec{H}^*_{AO}}{dt} + \cancel{\vec{V}_O \wedge \vec{Q}_A}$$

$$\cancel{\sum \vec{M}_{j_O}} + \vec{OC}\wedge \vec{F}_{A,B} = \frac{d\vec{H}_{BO}}{dt} + \cancel{\vec{V}_O \wedge \vec{Q}_B}$$

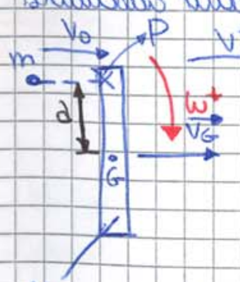
$\vec{V}_O \wedge \vec{Q}_A$ = trascurabile perché Q_A è finito e molto più piccolo per V_O (finito) da un valore molto piccolo

$\vec{V}_O \wedge \vec{Q}_B$ = " " "

↓

trascurabili (vedi le F_i, F_j precedenti)

sommando membro a membro ho che $\dfrac{d(\vec{H}_{AO}+\vec{H}_{BO})}{dt}=0$ $\quad \vec{H}_{AO}+\vec{H}_{BO}=cost$



M
I_G
e

$\left.\begin{array}{l}\omega=0\\ V_G=0\end{array}\right\}$ asta inizialmente ferma

- scrivo la conservazione della q. di moto:

$$mV_0 = mV^+ + MV_G^+$$

- momenti

$$mV_0 d = mV^+ d + I_G\,\omega^+$$

due eq. con 3 incognite (3ª equazione?)

$$e = -\frac{V^+ - V_P^+}{V_0} \qquad V_P^+ = V_G^+ + \omega^+ d$$

ma $\hat{\omega}\,dt = d\vec{\Theta}$

posso scrivere il lavoro come $dL = \vec{F}_1 (d\vec{s}_A + d\vec{\Theta} \wedge \vec{AP}_1) + \vec{F}_2 (d\vec{s}_A + d\vec{\Theta} \wedge \vec{AP}_2) + \vec{F}_3 (d\vec{s}_A + d\vec{\Theta} \wedge \vec{AP}_3)$

ovvero $dL = (\underbrace{\sum \vec{F}_i}_{R})\, d\vec{s}_A + \underbrace{\sum F_i\, d\Theta \wedge \vec{AP}_i}_{d\Theta \cdot \underbrace{AP_i \wedge F_i}_{\vec{M}_{Ai}}}$ i primi termini cerchiati sono pari alla $(\sum \vec{F}_i)\, d\vec{s}_A$

riscrivendo la definizione di lavoro ottengo:

$$\boxed{dL = \vec{R} \cdot d\vec{s}_A + M_A \cdot d\vec{\Theta}}$$

ovvero l'espressione del lavoro complessivo dato dalle forze agenti su un corpo rigido.

CASI PARTICOLARI:

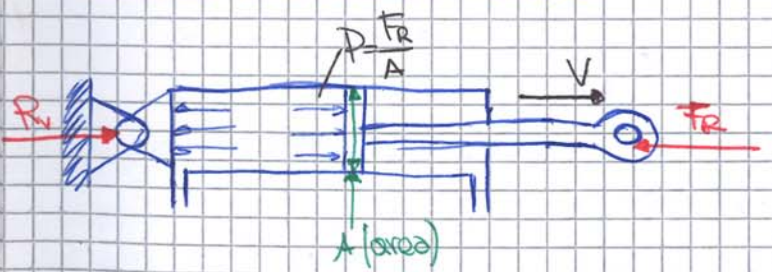
Se $M_A = 0$ allora $dL = \vec{R}_i \cdot d\vec{s}_A$

Se $R_i = 0$ allora $dL = \vec{M}_A \cdot d\vec{\Theta}$ | $dL = \vec{C} \cdot d\vec{\Theta}$

$W = \frac{dL}{dt}$ con $\vec{M}_A = 0$ e $\vec{R}_i \neq 0$ $W = \vec{R}_i \cdot \vec{V}_A$
con $\vec{C}$ e $\vec{R}_i = 0$ $W = \vec{C} \cdot \vec{\omega}$ } definisco la potenza per due casi particolari

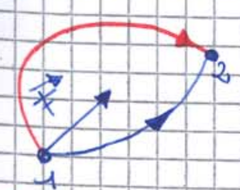
le forze agenti che compiono lavoro sono sia interne che esterne

Prendiamo un cilindro idraulico



- F_R compie lavoro negativo poiché ha verso opposto allo spostamento
- P (forza pressione)

sistema in equilibrio a causa di F_r e R_v ma R_v non compie lavoro perché fermo, è P che compie lavoro. Il lavoro della P è però nullo poiché le forze interne si equilibrano istante per istante e sono quindi inutili ai fini dei calcoli



L dipende dal punto iniziale e finale e non dal percorso compiuto

$$\boxed{L_{1,2} = U_1 - U_2} \quad -\Delta U$$

dove U è l'en. potenziale

$$E = \frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{2}\left(I_\xi p^2 + I_\eta q^2 + I_\zeta r^2\right)$$ → energia cinetica in un corpo rigido

somma di momenti d'inerzia rispetto ai 3 assi d'inerzia passanti per il baricentro

$p = \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda}$

$q = \vec{\omega} \cdot \vec{\mu}$

$r = \vec{\omega} \cdot \vec{\nu}$

moto sistema piano

$$E = \underbrace{\frac{1}{2} m V_G^2}_{\text{en. cin traslazione}} + \underbrace{I_G \omega^2}_{\text{en. cin rotazione}}$$

V_G = velocità baricentro $= \omega \cdot \overline{OG}$

allora

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 \overline{OG}^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

raccolgo $\frac{1}{2}\omega^2$ e ottengo $E = \frac{1}{2}\omega^2 \underbrace{(m\overline{OG} + I_G)}_{I_O}$

I_O = mom. inerzia intorno all'asse di rotazione

$$\boxed{E = \frac{1}{2} I_O \omega^2}$$

$(L_{TOT})_{1,2} = 0$ lavoro totale dato dalle forze (interne, esterne, inerzia) di norma tendo però a separare il lavoro delle f. d'inerzia quindi riscrivo.

$L_{1,2} + L'_{1,2} = 0$ → 1° principio termodinamico

ma essendo $L_{1,2} = \Delta E$

$(L_{1,2})_{NC} + (L_{1,2})_C = \Delta E$

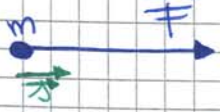
NC = non conservative

C = conservative

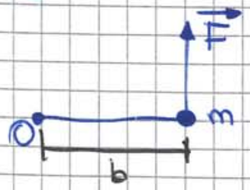
quindi $\boxed{(L_{1,2})_{NC} = \Delta(E+U)}$

se mi trovo nel caso particolare in cui $(L_{1,2})_{NC} = 0$ allora $\Delta(E+U) = 0$ ovvero $E+U = \text{cost}$

Se considero:

① 

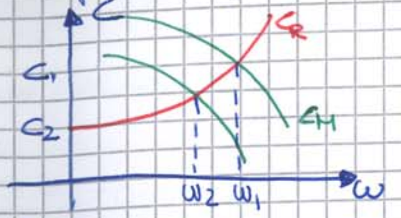
$L = F \cdot s$ $\boxed{[L] = N \cdot m = \text{Joule } (J)}$

② 

$M_O = F \cdot b$

$[M_O] = N \cdot m$

Definisco la potenza del motore come il prodotto tra coppia e velocità angolare



C_R = coppia creata dall'utilizzatore

in condizioni favorevoli: 1. motore piccolo ($< C$, $\uparrow\omega$)

2. utilizzatore grande ($\uparrow C$, $\downarrow\omega$)

• caso 1

riduttore di v. angolare così che il motore ruoti con ω_1 e l'utilizzatore con ω_2. — così da lavorare a diversa ω

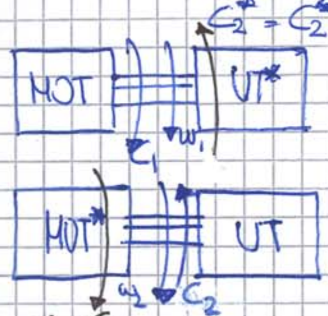
In questo modo l'albero di entrata ha $\omega >$ rispetto all'albero di uscita

definisco $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \tau = \frac{C_1}{C_2}$ $\boxed{\tau = \text{rapporto di trasmissione}}$

$C_1\omega_1 = C_2\omega_2$ → in condizioni di regime tutto costante

• caso 2

$C_2^* = C_2\tau$ → coppia resistente ridotta all'asse motore

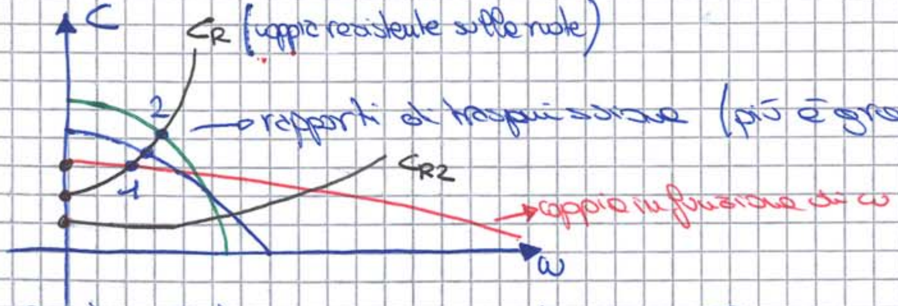


→ caso opposto

$C_1^* = \frac{C_1}{\tau}$

RIASSUNTO
- $C_2^* = C_2\tau$ UT
- $C_1^* = \frac{C_1}{\tau}$ M

Nel caso di un motore automobilistico

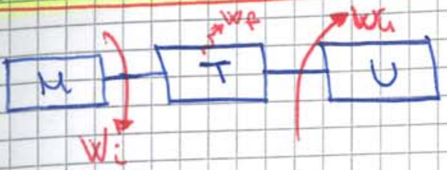


se collego il motore alla trasmissione riesco ad andare alla v regime = 1. Se cambio marcia interpongo una riduzione di velocità → l'utilizzatore è trascinato dal motore che da coppia nulla a ω dimezzata e coppia doppia con ω=0

A seconda della coppia resistente mi conviene applicare una riduzione oppure no (scelgo io)

RENDIMENTO E TRASMISSIONE POTENZA MECCANICA

24/03/14



In T entra una potenza meccanica W_i e ne esce una W_u.
Nel caso ideale $W_i = W_u$ ma nella realtà ho una perdita W_f.

η_D = rendimento diretto
(rendimento: rapporto tra i valori assoluti del lavoro compiuto e quello assorbito)

$W_i + W_u + W_f = 0$ se considero questa espressione (ricavata a regime) e ricavo W_u ottengo:

$W_u = -(W_i + W_f)$ e considerando i moduli $|W_u| = |W_i| - |W_f|$

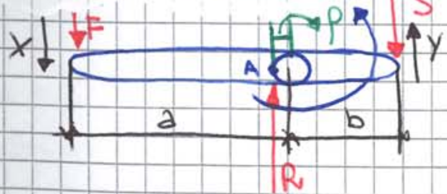
e di conseguenza $\boxed{\eta = \dfrac{|W_u|}{|W_i|} = \dfrac{|W_i| - |W_f|}{|W_i|}}$

con W_f definita come potenza sviluppata dalle forze conservative il cui lavoro viene trasformato in calore con conseguente aumento dell'en. di sistema.

se consideri la situazione al contrario:

ho un rendimento η_i (rendimento indiretto) quando T funziona come moltiplicatore

caso con leva



F si muove di una quantità x
S " " " " y (senso opposto)
ρ = raggio d'attrito

considerando i piccoli spostamenti $y = \frac{xb}{a}$

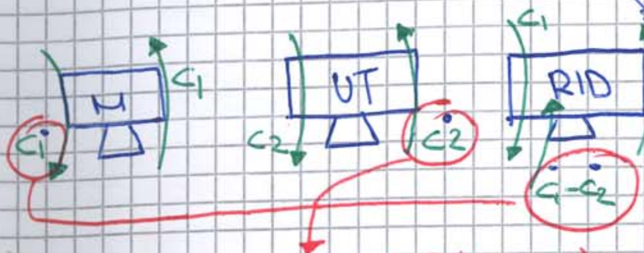
una perdita meccanica arriva dall'attrito del perno.
supponendo una rotazione in senso orario ho che la reazione vincolare R è opposta a F e S, tangente al piano di attrito

A) $F(a-\rho) = S(b+\rho)$ quindi $S = \dfrac{F(a-\rho)}{b+\rho}$

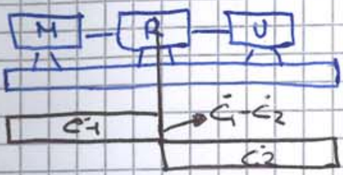
la leva si comporta da riduttore, perché lo spost su x >> dello spost su y

PERCORSO DI CARICO

Analizzando ora alla volta gli oggetti del sistema noto che tutti e tre presentano una coppia (C_1, $\dot{C}_2$, $\dot{C}_1-\dot{C}_2$) ricavata dal basamento.

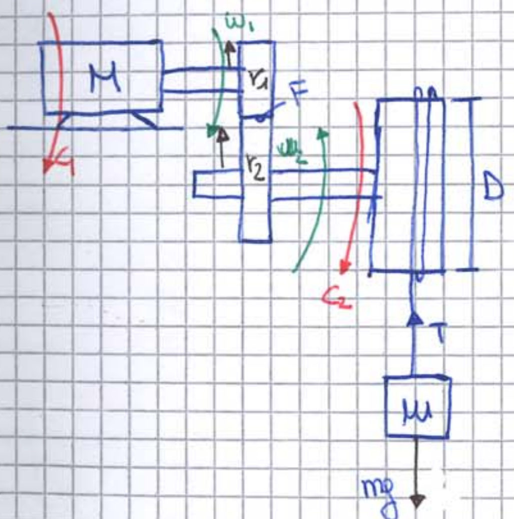


coppie ricavate dal basamento



Queste 3 coppie dal basamento globalmente si equilibrano e tutto il sistema è non è soggetto a forze o coppie esterne

TRANSITORIO IN UN SISTEMA DI TRASMISSIONE DEL MOTO



Per iniziare dovrò definire in modo coerente i versi positivi della velocità e della accelerazione:

$$V = \omega_2 \frac{D}{2}$$

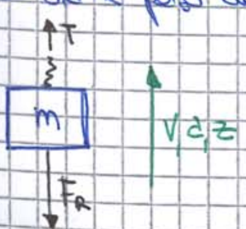
$$a = \dot{\omega}_2 \frac{D}{2}$$

Se sono in aderenza, nel punto di contatto le due ruote hanno la stessa velocità periferica.

$$V_p = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

Il rapporto di trasmissione vale $\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot{\omega}_2}{\dot{\omega}_1} = \frac{r_1}{r_2}}$

Analizzo ora il peso di massa m



$$T = F_R + ma$$

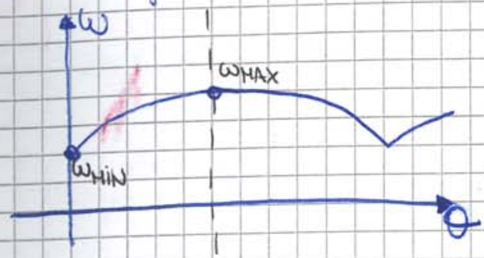
COPPIE VARIABILI

C_M = coppia motrice
C_R = coppia resistente } variabili nel tempo

$\Delta L_{ciclo} = 0$

La variazione di coppia motrice porta ad una fluttuazione di velocità angolare

Ho una fluttuazione di velocità



Questa fluttuazione viene valutata introducendo l'irregolarità periodica $\boxed{\varepsilon = \frac{\omega_{MAX} - \omega_{MIN}}{\omega}}$ della cui ~~...~~ non deve avere un valore alto.

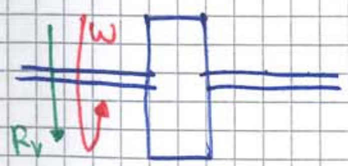
$\omega = \frac{\omega_{MAX} + \omega_{MIN}}{2}$

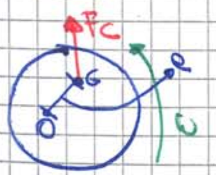
La variazione della coppia porta alla fluttuazione e se definisco I il momento d'inerzia degli organi rotanti allora definisco:

$$\Delta L = \frac{1}{2} I \left(\omega_{MAX}^2 - \omega_{min}^2\right) \qquad (\Delta L = \Delta E)$$

$$\Delta L = \underbrace{\frac{1}{2} I \left(\omega_{MAX} + \omega_{MIN}\right)}_{\omega} \underbrace{\left(\omega_{MAX} - \omega_{MIN}\right)}_{\varepsilon \omega}$$

$$\boxed{\Delta L = I \varepsilon \omega^2}$$



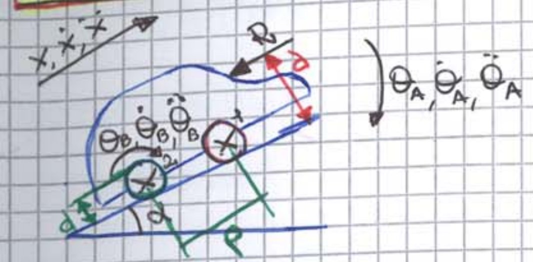


$a = e\omega^2$ $\qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{I\omega^2}$ $\qquad F_c = me\omega^2$

$R_V = \frac{F_c}{2}$ con $F_c \rightarrow$ forza centrifuga

9/04/14

DINAMICA DEI VEICOLI CON RUOTE



1 assale ruote anteriori

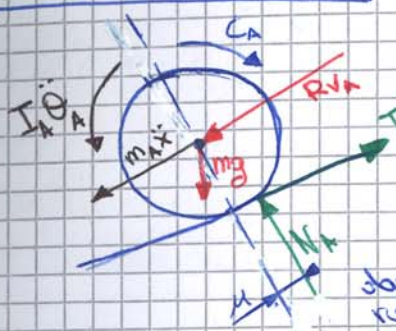
2 asse ruote posteriori

p = passo

R = resistenza aerodinamica

d = diametro ruote

analizzo ora le ruote



dovuta all'acc angolare ruote ant. post

C_A = coppia trasmessa sull'asse (può essere sia motrice che resistente)

μ = parametro di attrito volvente

$I_A\ddot{\theta}_A$ = coppia d'inerzia (con verso opposto alle acc. angolari) momento perché dalla fisica

R_{VA} = risultante forze scambiate tra telaio e ruote

nell'analisi con le eq di equilibrio, se ottengo risultati negativi, cambio verso; devo tenere conto delle forze di inerzia perché c'è rotazione.

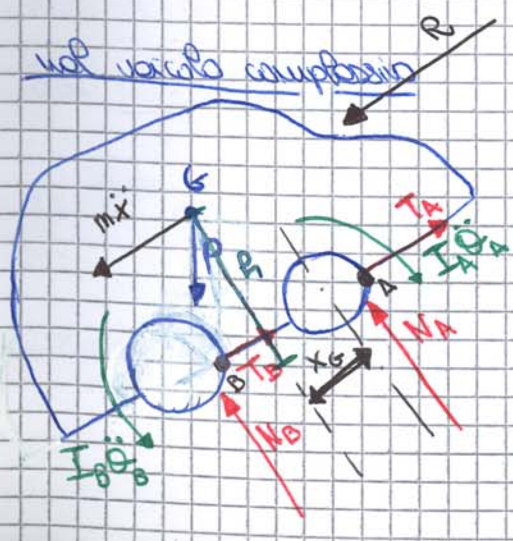
Per le ruote posteriori lo stesso schema (sostituisco i pedici A con B)

telaio

la coppia C_A vede una C_B con direzione uguale ed opposta. (lo stesso vale per R_{VB} e R_{VA})

$I\ddot{\theta}$ basano sugli assi delle ruote per un campo di $v \neq cost$ ovvero quando ho delle accelerazioni

nel veicolo complessivo



i pesi delle ruote anteriori, posteriori e del telaio sono // tra loro, quindi li ho in un unico P passante per G

$m\ddot{x}$ = massa tot · acc (passa anche questa per G)

le coppie d'inerzia rimangono distinte e le reazioni N_A/N_B sono sempre distanti μ dall'asse delle ruote risolvendo le eq. iniziali ottengo

$$(N_A+N_B)\mu + (T_A+T_B)\frac{d}{2} - (C_A+C_B) + 2I\ddot{\theta} = 0$$

$$mg\cos\alpha\,\mu + (mg\,\mathrm{sen}\alpha + R + m\ddot{x})\frac{d}{2} - (C_A+C_B) + 2I\left(\frac{2\ddot{x}}{d}\right) = 0$$

$$\ddot{x}\left(\frac{dm}{2} + \frac{4I}{d}\right) = C_A+C_B - mg\cos\alpha\,\mu - (mg\,\mathrm{sen}\alpha + R)\frac{d}{2}$$

$$\ddot{x} = \frac{C_A+C_B - mg\cos\alpha\,\mu - (mg\,\mathrm{sen}\alpha + R)\frac{d}{2}}{m\frac{d}{2} + \frac{4I}{d}}$$

Per $\ddot{x}=0$

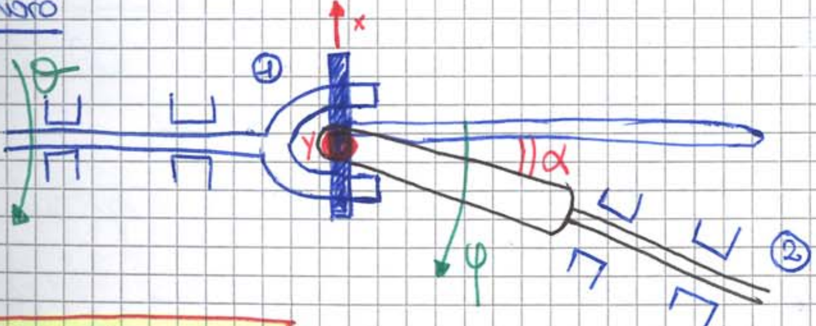
qual'è la coppia da sviluppare all'asse delle ruote motrici per muovere il veicolo con $v=cost$

$$C_A+C_B = mg\cos\alpha + (mg\,\mathrm{sen}\alpha + R)\frac{d}{2}$$

se ho solo trazione anteriore $C_B=0$

$$(C_A+C_B)\dot{\theta} = W = mg\cos\alpha\,\mu\,\dot{\theta} + (mg\,\mathrm{sen}\alpha + R)\dot{x}$$ con $\dot{x}$ = velocità avanzamento del veicolo

trasmissione del moto tra due alberi complanari che formano un angolo tra di loro



x vettore che definisce la posizione nello spazio di 1

y " " " " " 2

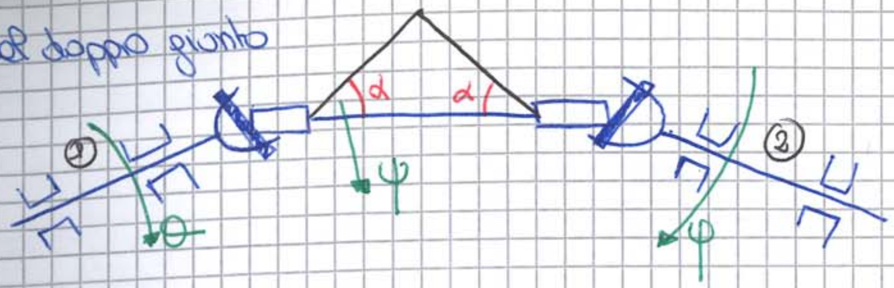
GIUNTO DI CARDANO

pongo in rotazione 1 e di conseguenza porto in rotazione 2

il giunto trasmette il moto rotatorio con un rapporto di trasmissione τ uguale ad 1

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \tau = 1$$

θ = angolo rotazione di ① partendo dall'istante in cui la forcella si trova nel piano del giunto di cardano nel doppio giunto



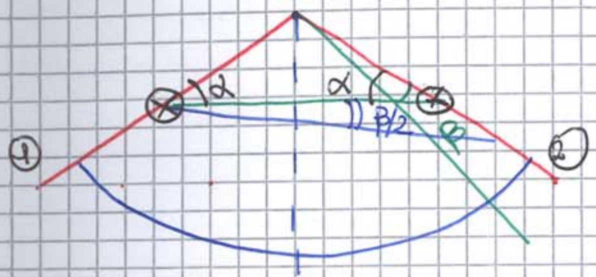
ψ = angolo intermedio

sussiste la relazione $tg\theta = tg\psi \cos\alpha$

$tg\varphi = tg\psi \cos\alpha$

$tg\theta = tg\varphi \rightarrow \theta = \varphi$

ovvero



di conseguenza gli angoli con le nuove direzioni (dopo il movimento) sono $\alpha = \alpha + \frac{\beta}{2}$ e $\alpha = \alpha + \frac{\beta}{2}$

FLESSIBILI

flessibile: componente meccanico dotato di grande flessibilità (cedevolezza flessionale)

ho due tipi di flessibili:

- flessibili la cui flessibilità è dovuta deformando il materiale dell'elemento
- flessibili costituiti da parti rigide collegate tra loro così da permettere il moto relativo tra le parti stesse

utilizzo i flessibili negli apparecchi di sollevamento

esempio: fune che si avvolge su una puleggia ad asse mobile e su una puleggia o tamburo ad asse fisso dove il carico da sollevare è attaccato alla ~~pu~~ puleggia mobile

Due utilizzi possibili:

- moltiplicatori di forza negli organi di sollevamento
- come dispositivi di trasmissione della potenza tra assi paralleli

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 66

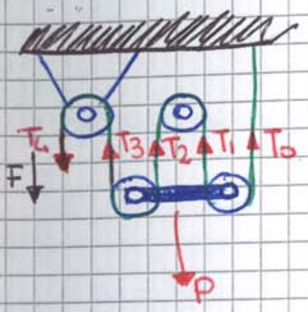
$$\frac{T_1}{T_0} \simeq \left(1+\frac{4f}{d}\right)$$

$T_1 = T_0(1+k)$ $\qquad P = T_0 + T_1 = T_0(1+(1+k))$

$F = T_0(1+k)^2$

$\frac{V_s}{V} = \frac{1}{2}$

nel caso di un organo di sollevamento



$T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = P$

$T_1 = T_0(1+k)$

$T_2 = T_0(1+k)^2$

$T_3 = T_0(1+k)^3$

$T_4 = F = T_0(1+k)^4$

definisco la potenza fornita in assenza di perdite $W = T_4 V_4$ equivalente alla potenza utilizzata $W = PV$

$T_4 V_4 = PV \rightarrow V_4 = P \cdot \frac{V}{T_4}$

velocità

se $k=0$ $\quad F = \frac{P}{4}$

visto che $k \neq 0$ $\quad F > \frac{P}{4}$

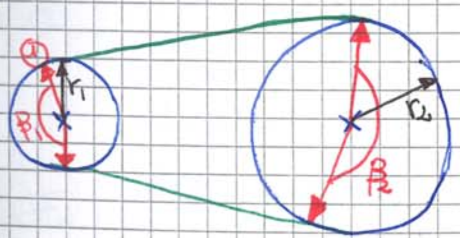
$P = mg + m\ddot{z}$ $\longrightarrow$ se lo $\uparrow \ddot{x}$ mobili

16/04/14

flessibili usati nella trasmissione del moto tra assi paralleli

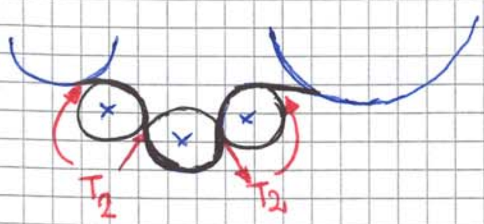
TRASMISSIONE MOTO MEDIANTE CINGHIE

considero una cinghia piana (a sezione rettangolare) che si avvolge attorno a delle pulegge

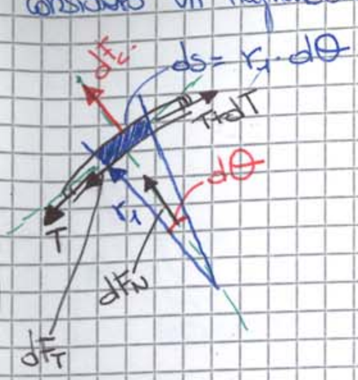


1 → punto di contatto tra cinghia e puleggia

per trasferire potenza meccanica tra le due pulegge devo avere la cinghia in tensione.
pongo quindi 3 pulegge (2 assi fissi, 1 no) nel ramo inferiore del sistema.



ho le stesse tensioni poiché non ho nessuna coppia considero un infinitesimo della cinghia



che forze agiscono?

T e $T+dT$ sono inclinati di $\frac{d\theta}{2}$ rispetto agli assi aventi origine in $\frac{ds}{2}$

la puleggia applica alla cinghia delle forze tangenziali dovute all'attrito per trasferire potenza meccanica

$v_1 = r_1 \omega_1$

$dF_c = dm \frac{v^2}{r}$ → forza centrifuga

le due eq di equilibrio, una radiale e una tangenziale

R = radiale

T = tangenziale

$$R \begin{cases} dF_N + dF_c - T\frac{d\theta}{2} - (T+\cancel{dT})\frac{d\theta}{2} = 0 \\ dF_N + dF_c - T d\theta = 0 \end{cases}$$

trascuro il dT

$dF_c = dm \frac{v^2}{r} = q\,ds \frac{v^2}{r} = q v^2 d\theta$

q = massa per unità di lunghezza, proprietà fisica della cinghia considerata

$dF_N + q v^2 d\theta - T d\theta = 0$

quindi $\boxed{dF_N = (T - qv^2)\, d\theta}$

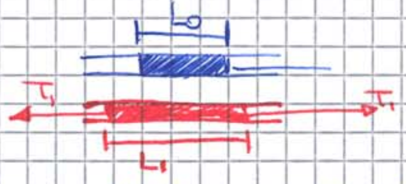
$$T \begin{cases} \cancel{T} + dT - \cancel{T} - dF_T = 0 \\ dF_T = dT \end{cases}$$

dunque che

$$\boxed{\begin{array}{l} dF_N = (T - qv^2)\, d\theta \\ dF_T = dT \end{array}}$$

$dF_T = f\, dF_N$

preso un tratto di cinghia

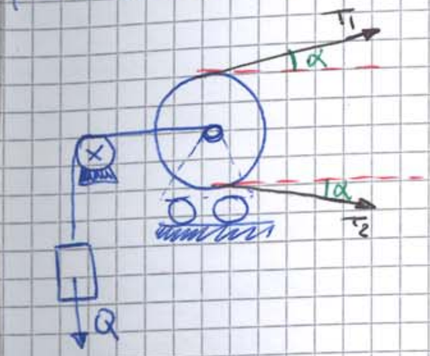


se applico una forza T_1 al tratto, questo si allungherà

sono questi microslittamenti che mi generano l'attrito

$$\begin{cases} C_1 = r_1 T_2 \left(e^{f\beta_1} - 1\right) \\ C_2 = r_2 T_2 \left(e^{f\beta_2} - 1\right) \end{cases}$$

quindi C_{MAX}



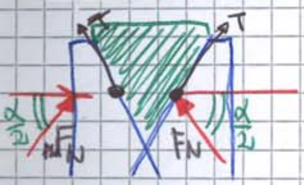
ho che
$$\begin{cases} C_1 = r_1 (T_1 - T_2) \\ (T_1 + T_2)\cos\alpha = Q \end{cases}$$

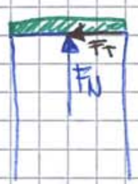
se faccio tesare la puleggia motrice la cinghia entra in tensione detta tensione di forzamento T_0

se applico una coppia C_1

$$\boxed{T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}}$$

CINGHIE TRAPEZOIDALI





$$\frac{F_T}{F_N} = f$$

F_N: forza normale con cui la cinghia è premuta contro la puleggia

F_T: forza tangenziale

$F_T = 2T$

$F_N = 2N \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}$

$$\frac{F_T}{F_N} = \frac{T}{N \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}} = \frac{f}{\operatorname{sen}\alpha} = f'$$

$$\frac{T}{T_2} = e^{f'\theta}$$

La trasmissione con la puleggia e cinghie trapezoidali permettono un trasferimento di potenza meccanica maggiore

[illegible]

se voglio staccare il carico $C = Pr$

se voglio un momento devo avere un cavo che si avvolge così da consentire al motore di trasmettere la coppia

con attrito $C = (P - T_0) r_1$ con T_0 = forza di trazione

con $P = T_0 e^{f 2\pi n}$ con n = numero di giri

INGRANAGGI

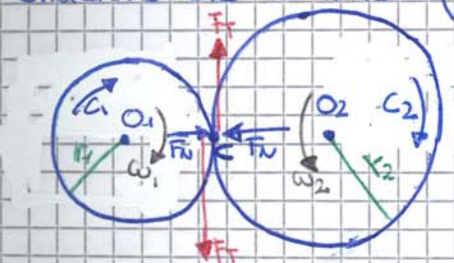
Le ruote dentate realizzano la trasmissione del moto tra assi paralleli mantenendo una ben definita correlazione tra rotazione angolare dell'albero motore e quella dell'albero condotto.

L'uso di trasmissione del moto tramite ruote dentate risulta vantaggioso quando:

- devo mantenere costante il rapporto di trasmissione
- devo trasmettere una coppia con grande intensità
- devo ottenere una grande riduzione di velocità in poco spazio
- devo contenere il valore dell'interasse.

Le ruote dentate sono costituite da solidi strutturati in modo da potersi muovere attorno ad un asse e sono dotate di risalti sagomati in modo opportuno detti **denti** atti a trascinare in movimento i denti di un'altra ruota dentata. Il meccanismo costituito da due ruote dentate che possono vicendevolmente trasmettersi un moto rotatorio è chiamato **ingranaggio**.

Considero ora l'attrito (ruote di attrito)



C = centro di istantanea rotazione

$F_T \le f_a F_N$ $\quad f_a$ = coeff aderenza tra le ruote

La velocità relativa in C è nulla → le velocità periferiche devono essere uguali

$V_1 = \omega_1 r_1 = V_2 = \omega_2 r_2$

Definisco il rapporto di trasmissione

$$\boxed{\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}}$$

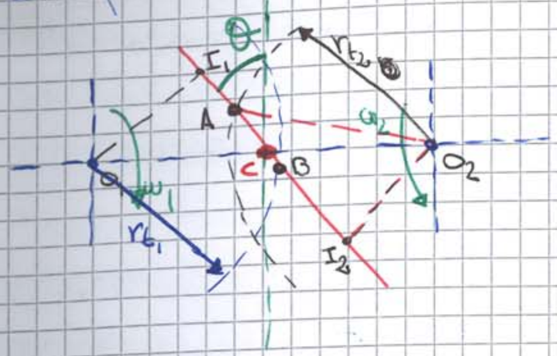
poiché i raggi delle ruote sono costanti allora anche τ rimane costante rimanendo indipendente da posizione angolare delle ruote e potenza trasmessa. Questo vale finché si mantiene la condizione di aderenza, ovvero quando

$C_1 \le f_a F_N r_1$

$C_2 \le f_a F_N$

Le ruote di attrito presentano un τ costante ma non trasmettono potenza oltre un certo limite → meglio usare le ruote dentate (trasmettono potenza mediante forze normali scambiate tra i denti) avrò quindi anche una nuova circonferenza primitiva

30/04/14



O_1 e O_2 → centri delle due ruote dentate

con I_1 e I_2 punti tangenti alla retta di pressione

r_{t_2} = raggio circonf di troncatura

r_{t_1} = " " "

Il contatto tra i denti inizia in A e termina in B

$AB = AC + CB$

Il triangolo $\widehat{AI_2O_2}$ è rettangolo e applicando Pitagora ottengo.

$\underline{AC = AI_2 - CI_2}$

θ = angolo di pressione

r_1 e r_2 ⇒ raggi circonferenze primitive

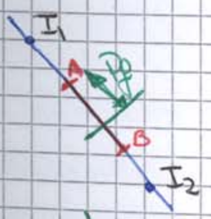
$$= \sqrt{\underbrace{r_{t_2}^2}_{AO_2^2} - \underbrace{r_2^2\cos^2\theta}_{O_2I_2^2}} - \underbrace{r_2\sin\theta}_{CI_2}$$

$\underline{CB = BI_1 - CI_1}$

$$\sqrt{r_{t_1}^2 - r_1^2\cos^2\theta} - \underbrace{r_1\sin\theta}_{CI_1}$$

pongo ora $r_1 = \frac{mz_1}{2}$ $r_2 = \frac{mz_2}{2}$ | $a_1 = a_2 = m$

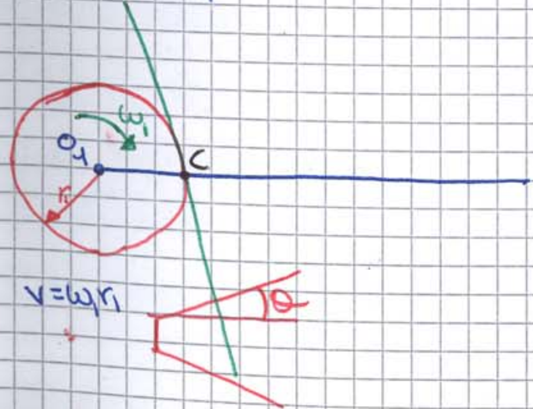
$r_{t_1} = r_1 + a_1$ $r_{t_2} = r_2 + a_2$



$$\boxed{\frac{AB}{p_g} = z_p}$$

dove z_p è il numero di coppie di denti in presa. Lo deve essere almeno ≥ 1 sennò le ruote si incastrano (si interrompe la trasmissione del moto)

i denti di queste ruote sono trapezoidali



con θ sempre angolo di pressione

In questo caso i profili dei denti si presentano concavi invece che convessi. Valgono le stesse regole delle ruote dentate esterne con la sola differenza che qui ω_1 e ω_2 sono concordi.

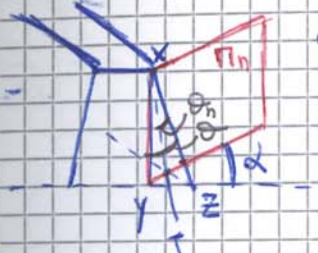
RUOTE DENTATE AD ASSE ELICOIDALE

Durante il funzionamento della trasmissione l'accoppiamento di ruote piane dà luogo a vibrazioni; devo ridurre questi effetti utilizzando ruote dentate a scalini o ad asse dente elicoidale.

Le relazioni di passo, raggio e numero di denti continuano a valere:

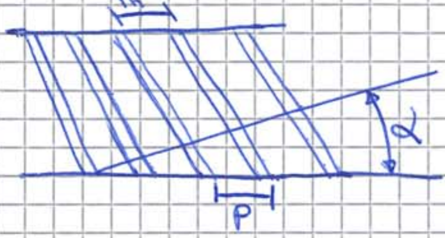
$$p z_1 = 2\pi r_1 \qquad p z_2 = 2\pi r_2 \qquad \tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

Piano normale



θ_n = angolo di pressione nel piano normale

Piano frontale



p_n = passo normale

Definisco:

$$\overline{YZ} = \overline{XY}\, tg\theta$$
$$\overline{YT} = \overline{XY}\, tg\theta_n$$
$$\overline{YT} = \overline{YZ} \cos\alpha$$

vale la relazione $tg\theta_n = tg\theta \cos\alpha$

con $p_n = p\cos\alpha$

definisco il modulo normale m_n come $\boxed{m_n = \frac{p_n}{\pi} = m\cos\alpha}$ modulo frontale

Nelle ruote ad asse elicoidale il proporzionamento modulare del dente è fatto prendendo l'addendum pari a m_n e il dedendum pari a $\frac{5}{4}m$

Dal momento che ho un angolo α che mi dà inclinazione, a differenza delle ruote dentate ad asse dritto, oltre alle componenti di forza $\vec{R}$ e $\vec{Q}$, ho anche una componente di forza scambiata tra i denti in senso assiale $\rightarrow \vec{A}$

$$\begin{cases} Q = F\cos\theta_n\cos\alpha \\ A = F\cos\theta_n \operatorname{sen}\alpha \\ R = F\operatorname{sen}\theta_n \end{cases}$$

con F = forza esercitata da un dente della ruota ad asse elicoidale sull'altra ruota.

L'unica componente a dare momento è Q, quindi:

$$C = Q r = F r \cos\theta_n \cos\alpha$$

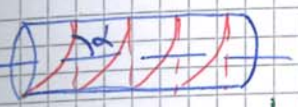
STUDIO DEGLI INGRANAGGI SU PIANI DIVERSI

17/05/14

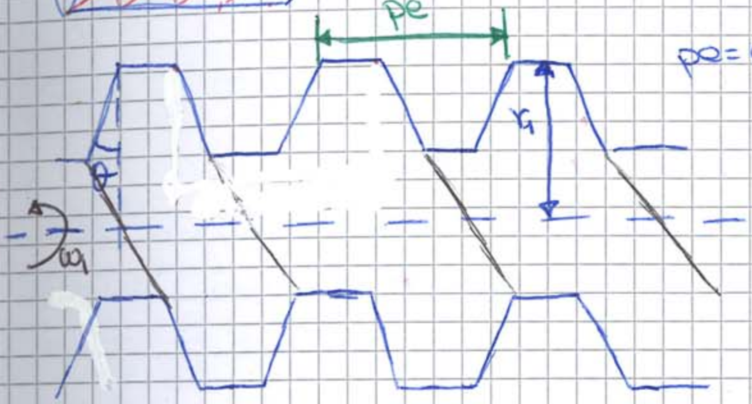
ingranaggio a vite: formato da due ruote dentate cilindriche ad asse elicoidale

α = angolo inclinazione denti

se ho una ruota ad asse elicoidale con un unico dente

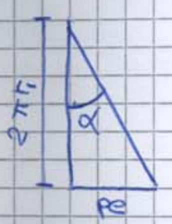


e ne faccio una sezione



pe = passo elicoidale

posso indicare un angolo di rotazione (α) non l'angolo indicato in figura ma il suo complementare

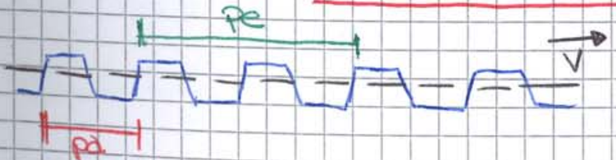


con $p_e = 2\pi r_1 \operatorname{tg}\alpha$ ovvero $\frac{p_e}{2\pi} = r_1 \operatorname{tg}\alpha$

se la vite ruota attorno al suo asse con velocità ω_1 dopo un po' la sezione del filetto sembra spostata (con una certa velocità v)

se nel pe ho avuto una rotazione di 2π allora posso dire che $\frac{v}{\omega} = \frac{p_e}{2\pi}$

la velocità v è la velocità di traslazione $\boxed{v = \omega_1 \frac{p_e}{2\pi}}$



→ vite a due principi

pa = passo assiale (distanza tra due punti analoghi)

se la pongo in rotazione con ω_1 vedo di nuovo un profilo che trasla con una certa velocità.

in questo caso definisco $v = \omega_1 \frac{z_1 p_a}{2\pi}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 66

<u>analisi lungo gli assi</u>

$$\begin{cases} F_x = F_N \cos\theta_N \cos\alpha - f F_N \sin\alpha \\ F_y = F_N \sin\theta_N \\ F_z = -\left(F_N \cos\theta_N \sin\alpha + f F_N \cos\alpha\right) \end{cases}$$

F_y = concorde entrando nel movimento (comp forza radiale)

F_z da momento rispetto all'asse x

$$\boxed{C_1 = r_1 F_N (\cos\theta_N \sin\alpha + f \cos\alpha)}$$

rispetto all'asse della ruota l'unica forza a dare momento è F_x quindi

$$\boxed{C_2 = r_2 F_N (\cos\theta_N \cos\alpha - f \sin\alpha)}$$

il rapporto $\frac{C_2}{C_1} = \frac{r_2 \cos\alpha (\cos\theta_N - f \,tg\alpha)}{r_1 \sin\alpha (\cos\theta_N + f/tg\alpha)}$ → raccolgo cos α → raccolgo sen α $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1/tg\alpha$

in $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} tg\alpha$ son uno l'inverso dell'altro quindi

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{z_2}{z_1} \frac{\cos\theta_N - f\,tg\alpha}{\cos\theta_N + f/tg\alpha}$$

se $f = 0$ $\frac{C_2}{C_1} = \frac{z_2}{z_1}$

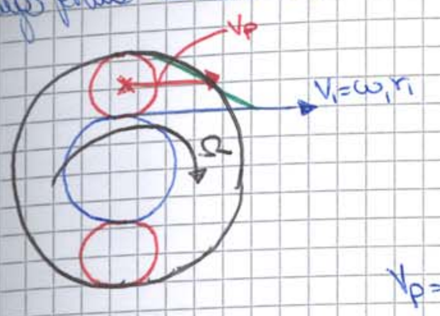
se f relativamente piccolo vado già un cambio notevole rapporto della coppia

se l'elemento motore fosse la ruota la parte motrice dell'ingranaggio (a differenza di quello della foto sopra)

il rapporto diventerebbe $\boxed{\frac{C_1}{C_2} = \frac{z_1}{z_2} \boxed{\frac{\cos\theta_N - \frac{f}{tg\alpha}}{\cos\theta_N - f\,tg\alpha}}}$ — η_i → rendimento di trasmissione inverso

se $f/tg\alpha > \cos\theta_N$ ho una trasmissione irreversibile (vite → ruota OK; ruota → vite NO)

utile se voglio tenere fermo l'utilizzatore tengo fermo la ruota dentata 2



$V_p = \frac{\omega_1 r_1}{2} = \frac{v_1}{2}$ → velocità dell'asse del planetario

Ω = velocità angolare portatreno

$V_p = \frac{\omega_1 r_1}{2} = \Omega(r_1+r_3)$

con $\frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{r_1}{2(r_1+r_3)} = \frac{z_1}{2z_1+2z_3}$

$r_2 = r_1+2r_3$

$z_2 = z_1+2z_3$

$$\boxed{\frac{z_1}{z_1+z_2} = \frac{\Omega}{\omega_1}}$$

se io osservo il movimento del rotismo guardato dal portatreno io vedo che il rotismo torna ad essere ordinario e posso dire che

$\tau = \frac{\omega_2-\Omega}{\omega_1-\Omega}$ → velocità relativa rispetto al portatreno

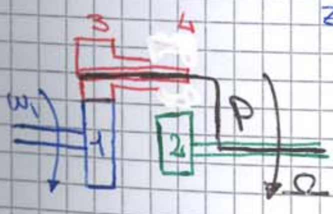
quindi $\underbrace{\tau = \frac{\omega_2-\Omega}{\omega_1-\Omega}}_{\text{formula di Willis}} = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right)\left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_1}{z_2} = \tau$ → rapporto di trasmissione nel rotismo detto ordinario

Utilizzo questa formula nel caso di 2 ad asse fisso

$\omega_2 - \Omega = \tau\omega_1 - \tau\Omega$

$\Omega(\tau-1) = \tau\omega_1 - \cancel{\omega_2}$ → 0 perché asse fisso

$\frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{\tau}{\tau-1} = \frac{-\frac{z_1}{z_2}}{-\frac{z_1}{z_2}-1} = \frac{z_1}{z_1+z_2} = \frac{\Omega}{\omega_1}$ (come visto nel caso precedente)



tengo fisso la ruota 2

τ pensato come rotismo ordinario è cambiato: $\tau = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right)\left(-\frac{z_4}{z_2}\right) = \frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}$

$$\frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{\frac{z_1}{z_2}\cdot\frac{z_4}{z_3}}{\frac{z_1 z_4}{z_2 z_3}-1}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 66

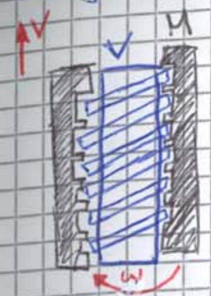
TRASMISSIONI A VITE - MADREVITE

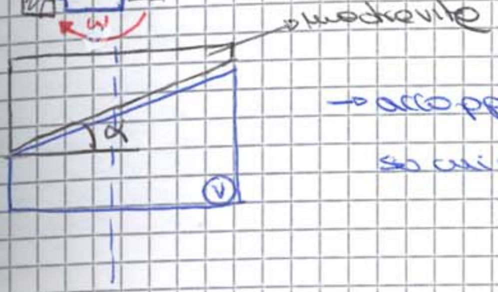
14/05/14

trasformazioni moto rotatorio - moto rettilineo

M = madrevite

V = vite

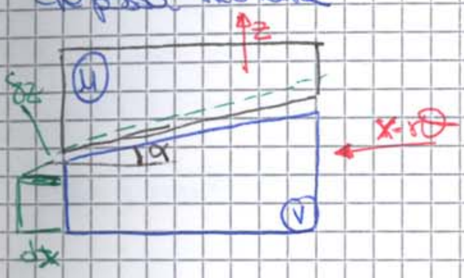




→ accoppiamento vite-madrevite attraverso un piano su cui sviluppo il cilindro medio di diametro

se metto in moto la vite ho sia una ω che una v

pongo a destra della madrevite un vincolo così ferma e uno alla vite così che possa traslare



θ = angolo di rotazione

pongo dei vincoli alla madrevite così che possa muoversi solo verticalmente lungo z

se sposto la vite di δx allora ho:

$\delta z = \delta x \, tg\alpha$

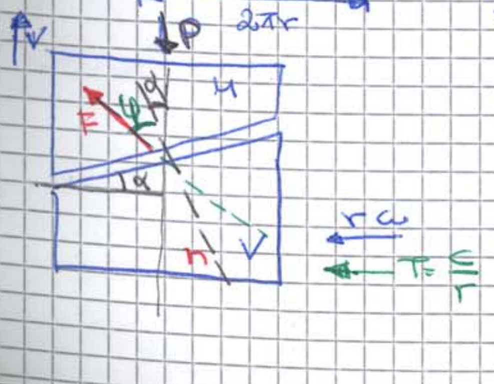
$\delta z = r \, tg\alpha \, \delta\theta$

$v = r \, tg\alpha \cdot \omega$

se prendo l'inclinazione della vite:

$P_e = 2\pi r \, tg\alpha$

con P_e = passo della vite



$r \, tg\alpha = \frac{P}{2\pi}$

rω = velocità di rotazione della vite

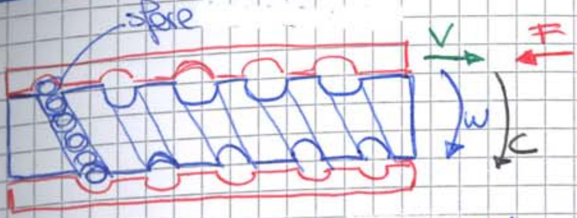
V = velocità ~~delle~~ madrevite

P = forza che si oppone

madrevite = elemento condotto

vite = elemento motore

Vite a circolazione di sfere



il moto rotatorio della vite mette in moto le sfere che riempiono le gole della madrevite

$v = \frac{p\omega}{2\pi}$ $\quad \frac{FV}{C\omega} = \eta \quad C = \frac{FV}{\eta\omega} \quad \rightarrow C = \frac{F}{\eta}\frac{p}{2\pi}$

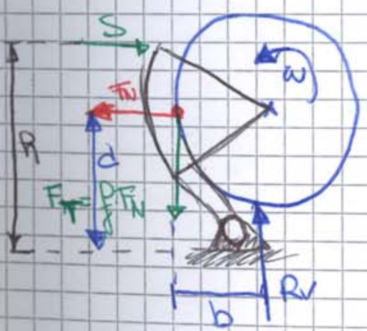
viti dette a "circolazione di sfere": la vite ruota e queste rotolano senza strisciare. alla fine della vite escono in un condotto di ricarica che le riporta all'inizio della vite.

FRENI

freni fluido ed elettromagnetici frenano solo se c'è moto relativo tra le parti che li compongono

freni ad attrito: (a disco)
a tamburo a ganasce a nastro

freni a tamburo (a ceppi)



S: forza che porta il ceppo contro il tamburo

la risultante delle forze passa in un punto approssimabile al punto medio dell'arco considerato

l'equazione dei momenti è:

$$F_N a + f F_N b - SR = 0$$

$$F_N = \frac{SR}{a+fb}$$

il momento frenante M_F generato da F_T è $\boxed{M_F = \frac{d}{2} \cdot f \cdot \frac{SR}{a+fb}}$

se faccio il caso opposto: (con S applicato da destra, ceppo nella parte opposta del tamburo)

$$SR - F_N a + f F_N b = 0$$

$$F_N = \frac{SR}{a-fb}$$

$$M = \frac{d}{2} f \frac{SR}{a-fb}$$ → frena più il ceppo di destra

$F_d = T_2 b$; $T_2 = \frac{F_d}{b}$

$$M_F = \frac{F_d}{b}\left(e^{f\beta}-1\right)\frac{d}{2}$$

$$M_F = \left(T_1 - T_2\right)\frac{d}{2}$$

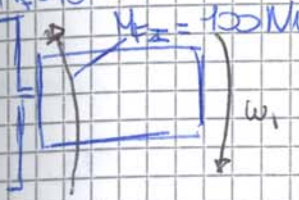
$$M_F = \left(1 - \frac{1}{e^{f\beta}}\right)\frac{d}{2}$$

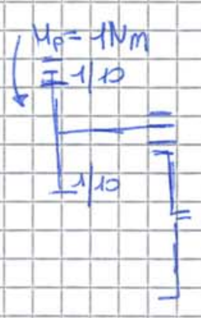
$F_d = T_1 b$ $T_1 = \frac{F_d}{b}$

$$\boxed{M_F = \frac{F_d}{b}\left(1 - \frac{1}{e^{f\beta}}\right)\frac{d}{2}}$$

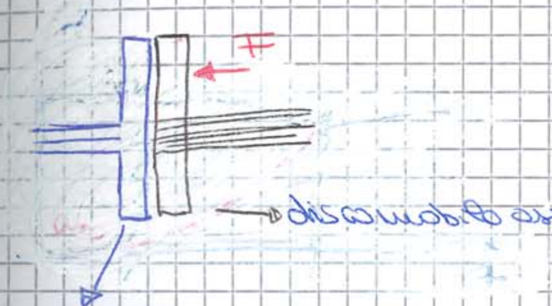
FRIZIONE

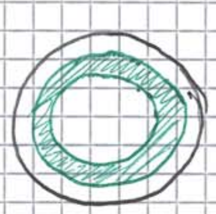
$M_F = 10$ Nm



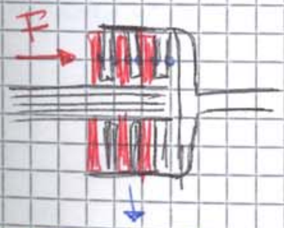


Frizione: innesto ad attrito assiale
La funzione di trasmettere il moto tra due alberi coassiali





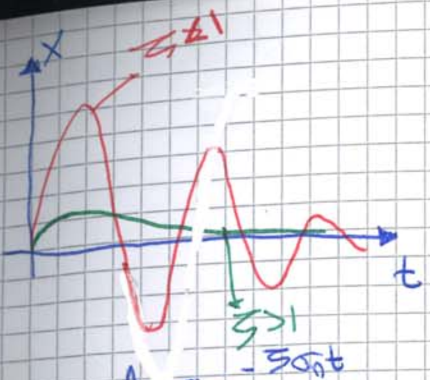
$$\boxed{C_F = f F \frac{r_1 + r_2}{2}}$$ → coppia frenante



frizione assiale multidisco

nei punti di contatto avviene uno strisciamento e si forma una coppia dovuta all'attrito

$$C_F = f F \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot n$$



se il fattore è >1 sovrasmorzato no vibrazioni

se il fattore è <1 sottosmorzato si vibrazioni

ξ = fattore di smorzamento

A = ampiezza

$$x = \frac{A\,\sigma_n e^{-\xi\sigma_n t}}{k\sqrt{1-\xi^2}}\ \underbrace{\mathrm{sen}\left(\sigma_n\left(\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)\right)}_{\text{fattore trigonometrico}}$$

σ_n diminuisce all'aumentare di T

σ = pulsazione propria

σ_n = pulsazione propria del sistema non smorzato

dal moto armonico

$\sigma = \sigma_n\sqrt{1-\xi^2}$ $\qquad T = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\sigma_n\sqrt{1-\xi^2}}$ → periodo

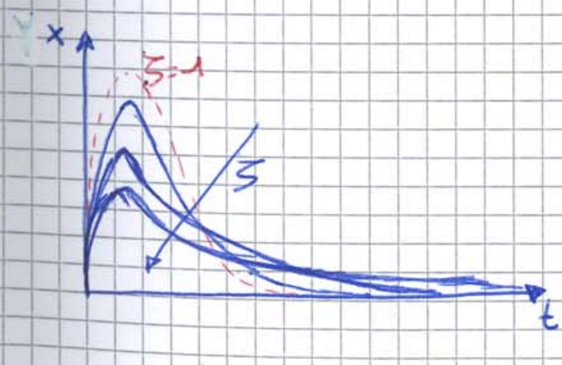
- se $\xi = 0 \rightarrow \sigma = \sigma_n$
  In assenza di effetto smorzante
- ξ molto piccolo ($\ll 1$)

} sistema sottosmorzato

In molti casi ξ è anche $\ll 0{,}1$.
Con bassi valori del fattore di smorzamento commetto un errore molto piccolo se confondo σ e σ_n

- $\xi > 1$ → sistema sovrasmorzato

Ho una curva senza oscillazioni



• partendo dal punto $\zeta=0$:

$$\frac{x_0}{x_s}=\frac{1}{\left|1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right|}$$ con $\omega=\omega_n$ → pulsazione di risonanza

con $\omega>>\omega_n$

$$\frac{x_0}{x_s}=\frac{1}{\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$

$$20\log\frac{x_0}{x_s}=\left(\frac{x_0}{x_s}\right)_{dB}$$

tutto questo con $\zeta=0$

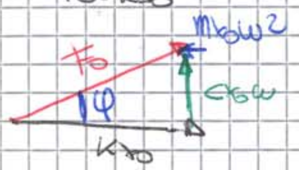
• con ζ abbastanza piccolo quando avviene $\omega_n=\omega$ $\frac{x_0}{x_s}=\frac{1}{2\zeta}$

più ζ è grande più la curva viene attenuata

$$\left(\frac{x_0}{x_s}\right)_{max}=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow \omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

se $\omega<<\omega_n$

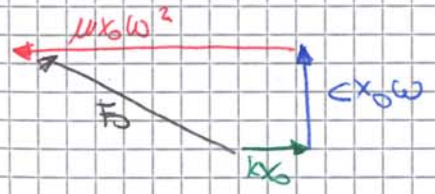
$F_0=kx_0$



se $\varphi=90°$

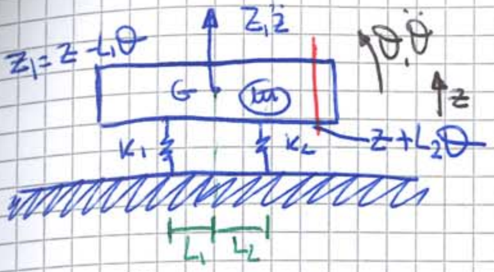
$F_0=c x_0\omega$

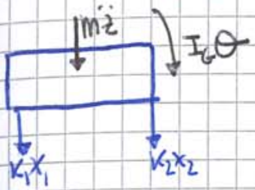
con $\omega>>\omega_n$



$F_0 \simeq m x_0\omega^2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 66





$$\begin{cases} -k_1(z-L_1\theta) - k_2(z+L_2\theta) - m\ddot{z} = 0 \\ k_1(z-L_1\theta)L_1 - k_2(z+L_2\theta)L_2 - I_G\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

$$(k_1+k_2)z - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta + m\ddot{z} = 0$$

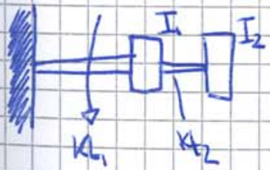
$$-(k_1L_1 - k_2L_2)z - (k_1L_1^2 + k_2L_2^2)\theta + I_G\ddot{\theta} = 0$$

$z = z_0 \operatorname{sen} \sigma t$ $\qquad$ $\theta = \theta_0 \operatorname{sen} \sigma t$

$\ddot{z} = z_0 \operatorname{sen} \sigma t$ $\qquad$ $\ddot{\theta} = \theta_0 \sigma^2 \operatorname{sen} \sigma t$

$$\left[(k_1+k_2) - m\sigma^2\right]z_0 - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta_0 = 0$$

$$-(k_1L_1 - k_2L_2)z_0 + \left[(k_1L_1^2 + k_2L_2^2) - I_G \cancel{\theta} \sigma^2\right]\theta_0 = 0$$



$k_t\theta$

$I\ddot{\theta}$