NUMERO: 1447A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Alberico

MATERIA: Fisica I. Prof.Agnello

La METROLOGIA si occupa della misura di grandezze fisiche.

Passi fondamentali della misura:

1. bisogna avere una GRANDEZZA FISICA da misurare: vengono rappresentate con delle lettere
2. occorre uno strumento di misura adatto alla grandezza fisica e alla precisione che si vuole ottenere
3. la procedura di misurazione varia a seconda della grandezza fisica e dello strumento utilizzato e bisogna stabilire un CRITERIO di CONFRONTO e un CRITERIO di SOMMA
4. bisogna saper analizzare il risultato ottenuto e coprirne l'attendibilità

GRANDEZZE FISICHE FONDAMENTALI da cui derivano tutte le altre

Lunghezza	[L]	metro	m
Massa	[M]	chilogrammo	kg
Tempo	[t]	secondo	s
Intensità di corrente	[I]	ampere	A
Temperatura	[T]	grado kelvin	K
Quantità di materia		mole	mol
Intensità luminosa		candela	cd

GRANDEZZE FISICHE SUPPLEMENTARI

Angolo piano	radiante	rad
Angolo solido	steradiante	srd

Queste grandezze fisiche sono state compionate in modo che sono utilizzabili in tutto il mondo

L'ANALISI DIMENSIONALE di una grandezza fisica si ricava dall'EQUAZIONE TRA LE UNITÀ DI MISURA che si ottiene dall'espressione della misura $L = L_1[L]$

es.

velocità media scalare $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

espressione della misura $v_1[v] = \frac{\Delta x_1[\Delta x]}{\Delta t_1[\Delta t]}$

equazione numerica $v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t}$

equazione delle unità di misura $[v] = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]}$

$[v] = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$

per una grandezza vettoriale si può fare l'analisi dimensionale del modulo

es. forza $\vec{f} = m \cdot \vec{a}$ si può anche scrivere $\vec{f} = f \cdot \vec{\tau}$ (modulo, versore)

$[f] = [m] \cdot [a] = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

TEORIA DELL'ERRORE

Generalmente scriviamo una misura in questo modo $X = x\,[X]$ ma non è scientifico, perché bisogna considerare l'affidabilità della misura, ossia l'ERRORE Δx

$X = x \pm \Delta x\,[X]$

Δx dipende da

- l'ACCURATEZZA con cui è stata effettuata la misura dall'operatore
- l'ERRORE STRUMENTALE indicato dal costruttore dello strumento: tiene conto della sensibilità della misurazione $\mathcal{E}$ e della sensibilità nello 0 $\mathcal{E}_0$
  $\Delta x = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E} = \mathcal{E}_m \to$ sensibilità di misura
- l'ERRORE SISTEMATICO dovuto a strumento e operatore, bisogna correggerlo e se non si riesce va valutato e indicato con $\mathcal{E}_{sist}$
  $X = x \pm \mathcal{E}_m \pm \mathcal{E}_{sist}\,[X]$
- l'ERRORE ACCIDENTALE dovuto alla valutazione per eccesso o difetto durante il medesimo set di misure. Si possono considerare diversi fattori
  - I se $x_{max} - x_{min} < \mathcal{E}_m$ vuol dire che abbiamo eseguito una misura grossolana ossia abbiamo sbagliato strumento
  - II se $x_{max} - x_{min} > \mathcal{E}_m$ allora si devono valutare

$\bar{x}$: valore medio: $\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i$

D_x: devianza: $\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2$

σ_x^2: varianza: $\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2$

σ_x: errore standard: $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2}{m}}$

per arrivare a scrivere la misura come

$X = \bar{x} \pm 3 \cdot \sigma_x \pm \mathcal{E}_{sist}\,[X]$

in ingegneria si moltiplica l'errore standard per 3 e si scrive $3 \cdot 0{,}01$ e non $0{,}03$

MECCANICA CLASSICA

studia il moto dei corpi con velocità trascurabile rispetto alla velocità della luce. Si divide in:

- CINEMATICA: studia il moto dei corpi senza tener conto delle sue cause
- STATICA: studia l'equilibrio
- DINAMICA: studia il moto dei corpi in relazione alle cause, cioè le forze

CINEMATICA del punto puntiforme o del punto materiale con masse e dimensioni non trascurabili rispetto al sistema, le distanze e le traiettorie. I moti propri del corpo sono trascurabili

ACCELERAZIONE media vettoriale

$$\vec{a}_{m,x} = \frac{\vec{v}'_x - \vec{v}_x}{t'-t} = \frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t}$$

ACCELERAZIONE istantanea vettoriale

$$\vec{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{m,x} = \frac{d\vec{v}_x}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}$$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ → per la notazione nelle formule

EQUAZIONI PARAMETRICHE del MOTO

$v_x = \frac{dx}{dt}$ $\quad dx = v_x\,dt \quad \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v_x\,dt$

$\boxed{1}$ $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x\,dt$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad dv_x = a_x\,dt \quad \int_{v_{0x}}^{v_x} dv_x = \int_{t_0}^{t} a_x\,dt$

$\boxed{2}$ $v_x(t) = v_{0x} + \int_{t_0}^{t} a_x\,dt$

utilizzando $\boxed{1}$ e $\boxed{2}$ possiamo ricavare l'equazione generale parametrica del moto

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_{0x}(t-t_0) + \frac{1}{2} a_{0x}(t-t_0)^2}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} v_x^2 - \frac{1}{2} v_{0x}^2 = a_{0x}(x-x_0)}$$

MOTO RETTILINEO UNIFORME

La velocità è costante, quindi $a_x = 0$

$x(t) = x_0 + v_0(t-t_0)$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

L'accelerazione è costante

$x(t) = x_0 + v_{0x}(t-t_0) + a_{0x}\frac{1}{2}(t-t_0)^2$

MOTO ARMONICO SEMPLICE

Il moto armonico semplice è un moto periodico. Un moto periodico è il moto di un punto che percorre sempre la stessa traiettoria, ed attraverso un qualsiasi punto della traiettoria ad intervalli costanti con la stessa velocità ed accelerazione.

Un'OSCILLAZIONE completa si ha quando il corpo percorre tutta la traiettoria partendo da un punto per tornarvi con la stessa velocità ed accelerazione.

T: è il PERIODO, il tempo impiegato per compiere un'oscillazione completa

ν: è la FREQUENZA, il numero di oscillazioni complete nell'unità di tempo

$T = 1/\nu \quad \nu = 1/T$

$x(t) = x_0 + A\sin(\omega t + \varphi)$

x_0: centro del moto armonico semplice

A: AMPIEZZA del moto armonico semplice

$(\omega t + \varphi)$: la FASE del moto armonico semplice

φ: la FASE INIZIALE del moto armonico semplice

ω: PULSAZIONE del moto armonico semplice

Il sistema di riferimento si centra in $O \equiv x_0$

$v_x = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = \ddot{x} = -\omega^2 x$

→ $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE del moto armonico semplice, la cui soluzione è $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

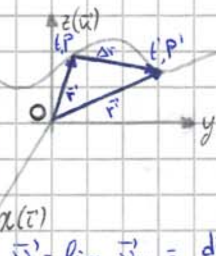
Ponendo $x(t) = x(t+T)$ si giunge a

$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \omega = 2\pi\nu$

MOTO CURVILINEO

velocità vettoriale

La posizione del punto si individua con $\vec{r} = \overrightarrow{P-O}$



$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{t'-t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

$\vec{v}' = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(P-O)}{dt}$, ma

$P-O = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ quindi

$\vec{v}' = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ perché un vettore ha sempre 3 componenti

$v_x = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 54

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = -\sin\vartheta \frac{d\vartheta}{dt}\vec{i} + \cos\vartheta \frac{d\vartheta}{dt}\vec{j} = \dot{\vartheta}(-\sin\vartheta\,\vec{i} + \cos\vartheta\,\vec{j}) = +\dot{\vartheta}\vec{\mu}$$

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\cos\vartheta \frac{d\vartheta}{dt}\vec{i} - \sin\vartheta \frac{d\vartheta}{dt}\vec{j} = -\dot{\vartheta}(\cos\vartheta\,\vec{i} + \sin\vartheta\,\vec{j}) = -\dot{\vartheta}\vec{\lambda}$$

$$\boxed{\vec{v}} = \frac{d(P-O)}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \boxed{\dot{r}\vec{\lambda} + r\dot{\vartheta}\vec{\mu}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r}\vec{\lambda} + \dot{r}\dot{\vec{\lambda}} + \dot{r}\dot{\vartheta}\vec{\mu} + r\ddot{\vartheta}\vec{\mu} + r\dot{\vartheta}\dot{\vec{\mu}} = \ddot{r}\vec{\lambda} + \dot{r}\dot{\vartheta}\vec{\mu} + \dot{r}\dot{\vartheta}\vec{\mu} + r\ddot{\vartheta}\vec{\mu} - r\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda} =$$

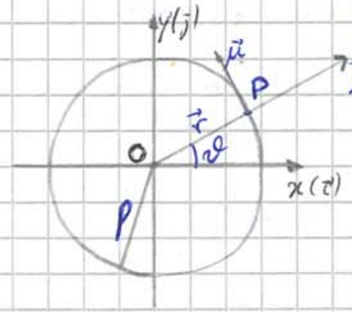
$$\boxed{\vec{a}} = \boxed{(\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{\lambda} + (2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta})\vec{\mu}}$$

$\vec{a}_r = (\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{\lambda}$: accelerazione radiale

$\vec{a}_t = (2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta})\vec{\mu}$: accelerazione trasversa

MOTO CIRCOLARE

ρ = raggio



Nel sistema di riferimento C.O.

$P-O = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}$

$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j}$

Nel sistema di riferimento polare

$P-O = \rho\vec{\lambda}(t)$ siccome ρ = costante la sua derivata è nulla

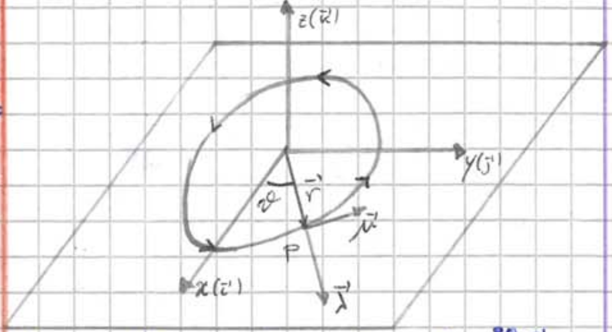
$\vec{v} = \rho\dot{\vartheta}\vec{\mu}$ tangente alla traiettoria

$\vec{a} = -\rho\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda} + \rho\ddot{\vartheta}\vec{\mu}$

$\vec{a}_t = \rho\ddot{\vartheta}\vec{\mu}$: acc. tangenziale

$\vec{a}_r = -\rho\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}$: acc. radiale

VELOCITÀ ANGOLARE $\vec{\omega}$: omega



La velocità angolare è $\vec{\omega} = \dot{\vartheta}\vec{k}$

la velocità con cui cambia l'angolo

direzione di $\vec{\omega}$: è $\perp$ al piano dell'orbita
$\vec{\omega} \parallel \vec{k}$

verso di $\vec{\omega}$: è dato dalla regola della vite: il verso di $\vec{\omega}$ coincide con il verso di avanzamento di una vite, il cui asse coincide con la direzione di $\vec{\omega}$ che si avvita secondo il verso di percorrenza della traiettoria

modulo di $\vec{\omega}$: $\dot{\vartheta}$

ACCELERAZIONE ANGOLARE $\vec{\alpha}$

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad \vec{\alpha} = \ddot{\vartheta}\vec{k}$$

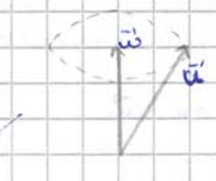
FORMULA di POISSON

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \dot{\vartheta}\vec{\mu} \qquad \frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\dot{\vartheta}\vec{\lambda}$$

$$\vec{\mu} = \vec{k}\wedge\vec{\lambda} \qquad \vec{\lambda} = \vec{\mu}\wedge\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = (\dot{\vartheta}\vec{k})\wedge\vec{\lambda} \qquad \frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\dot{\vartheta}\vec{\mu}\wedge\vec{k} = (\dot{\vartheta}\vec{k})\wedge\vec{\mu}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{\lambda}} \qquad \boxed{\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{\mu}}$$



$|\vec{u}|$ = costante

FORMULA di POISSON $\boxed{\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{u}}$

$$\vec{v} = r\dot{\vartheta}\vec{\mu} \qquad P-O = r\vec{\lambda}$$

$$\vec{\mu} = \vec{k}\wedge\vec{\lambda}$$

$$\vec{v} = r\dot{\vartheta}\,\vec{k}\wedge\vec{\lambda} = (\dot{\vartheta}\vec{k})\wedge(r\vec{\lambda})$$

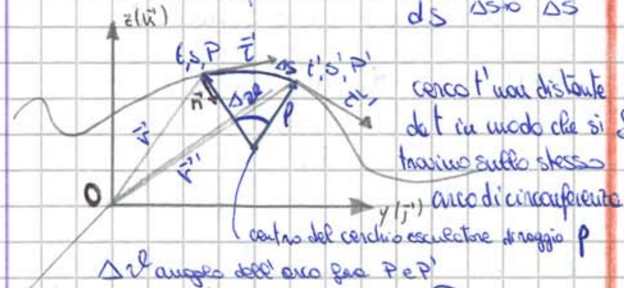
$$\vec{v} = \vec{\omega}\wedge P-O$$

$\vec{\tau}' = \vec{\tau}'(s(t))$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{s}\vec{\tau}) = \ddot{s}\vec{\tau} + \dot{s}\frac{d\vec{\tau}'}{dt} =$

$= \ddot{s}\vec{\tau}' + \dot{s}\frac{d\vec{\tau}'}{ds}\frac{ds}{dt} = \ddot{s}\vec{\tau}' + \dot{s}^2\frac{d\vec{\tau}'}{ds}$

ora dobbiamo capire com'è $\frac{d\vec{\tau}'}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta\vec{\tau}'}{\Delta s}$

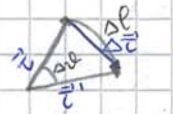


cerco t' non distante da t in modo che si trovino sullo stesso arco di circonferenza

centro del cerchio osculatore di raggio ρ

$\Delta\vartheta$ angolo dell'arco fra P e P'

Δs è l'arco di circonferenza $\widehat{PP'}$



$\Delta\vec{\tau} = \vec{\tau}' - \vec{\tau}$

$\frac{d\vec{\tau}'}{ds} = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\vec{\tau}'}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0}\left|\frac{\Delta\vec{\tau}'}{\Delta s}\right|\cdot\vec{n}' =$

versore di $\frac{\Delta\vec{\tau}'}{\Delta s}$, sarà $\perp$ a $\vec{\tau}$ e anche verso il centro del cerchio osculatore

$= \lim_{\substack{\Delta\vartheta\to 0\\ \Delta s\to 0}}\left|\frac{\Delta\vec{\tau}'}{\Delta s}\right|\cdot\vec{n}' =$

$\Delta s = \rho\Delta\vartheta$

$\Delta\ell = |\vec{\tau}'|\Delta\vartheta$

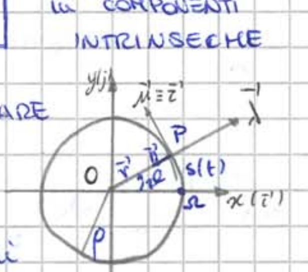
$|\Delta\vec{\tau}'| = |\vec{\tau}'|\Delta\vartheta$

$= \lim_{\Delta\vartheta\to 0}\frac{|\vec{\tau}|\Delta\vartheta}{\rho\Delta\vartheta}\cdot\vec{n}' = \frac{1}{\rho}\vec{n}'$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{v}' &= \dot{s}\vec{\tau}\\ \vec{a}' &= \ddot{s}\vec{\tau} + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\vec{n}\end{aligned}}$$

MOTO RETTILINEO in COMPONENTI INTRINSECHE

MOTO CIRCOLARE



componenti polari

$\vec{v}' = \rho\dot{\vartheta}\vec{\mu}$

$\vec{a}' = -\rho\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}' + \rho\ddot{\vartheta}\vec{\mu}$

componenti intrinseche

$\vec{\tau}' = \vec{\mu}$ $\quad s = ?$ $\quad \vec{n}' = -\vec{\lambda}'$

$s = \rho\cdot\vartheta$

$\dot{s} = \rho\cdot\dot{\vartheta}$

$\ddot{s} = \rho\cdot\ddot{\vartheta}$

$\vec{v}' = \dot{s}\vec{\tau}'$

$\vec{a}' = \ddot{s}\vec{\tau}' + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\vec{n}'$

$$P\begin{cases}\vec{v}' = \rho\dot{\vartheta}\vec{\tau}'\\ \vec{a}' = \rho\ddot{\vartheta}\vec{\tau}' + \frac{\rho^2\dot{\vartheta}^2}{\rho}\vec{n}' = \rho\ddot{\vartheta}\vec{\tau}' + \rho\dot{\vartheta}^2\vec{n}'\end{cases}$$

STATICA

Introduciamo una nuova grandezza:

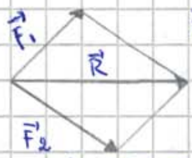
la FORZA: $\vec{F}$: $[F] = N = kg\,m/s^2$

la forza è un'azione che agisce su qualcos'altro

bisogna sapere
- DIREZIONE
- VERSO
- MODULO

} perciò si usa un simbolo VETTORIALE

Si può fare la SOMMA tra due forze concorrenti



$\vec{R}'$ nonostante non sia applicato nella realtà è reale ed esiste perché è il risultato

$\vec{F}_1'$ e $\vec{F}_2'$ hanno lo stesso punto di applicazione

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_1' &= F_{1x}\vec{i}' + F_{1y}\vec{j}' + F_{1z}\vec{k}'\\ \vec{F}_2' &= F_{2x}\vec{i}' + F_{2y}\vec{j}' + F_{2z}\vec{k}'\end{aligned}\right\}\quad \vec{R}' = R_x\vec{i}' + R_y\vec{j}' + R_z\vec{k}' \quad |\vec{R}'| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

SOMMA di PIÙ FORZE CONCORRENTI

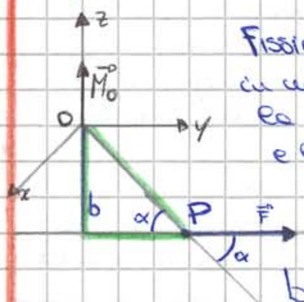
$\vec{F}_i' = F_{ix}\vec{i}' + F_{iy}\vec{j}' + F_{iz}\vec{k}' \qquad i = 1, 2, \dots, N$

$\vec{R}' = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \dots + \vec{F}_N' = \sum_{i=1}^{N}(\vec{F}_i') = \sum_{i=1}^{N}(F_{ix}\vec{i}' + F_{iy}\vec{j}' + F_{iz}\vec{k}') =$

$= \sum_{i=1}^{N}(F_{ix}\vec{i}') + \sum_{i=1}^{N}(F_{iy}\vec{j}') + \sum_{i=1}^{N}(F_{iz}\vec{k}')$

MOMENTO POLARE DI UNA FORZA

è una grandezza vettoriale ed è il momento di una forza calcolata rispetto a un POLO



Fissiamo in O sistema C.O. in modo che xy contenga la forza $\vec{F}$, il punto P e la retta d'azione

α: angolo fra $\vec{F}$ e $P-O$

b = braccio della forza: distanza fra la retta d'azione e il polo O

Si definisce $M_O = (P-O)\wedge(\vec{F})$

Rappresenta l'ATTITUDINE di $\vec{F}$ a PRODURRE una ROTAZIONE intorno a O

direzione: parallela $\vec{k}'$

verso: regola mano destra, con pollice su $\overline{P-O}$

modulo: $|M_O| = |P-O|\,|F|\sin\alpha =$

$= b\cdot|F|$

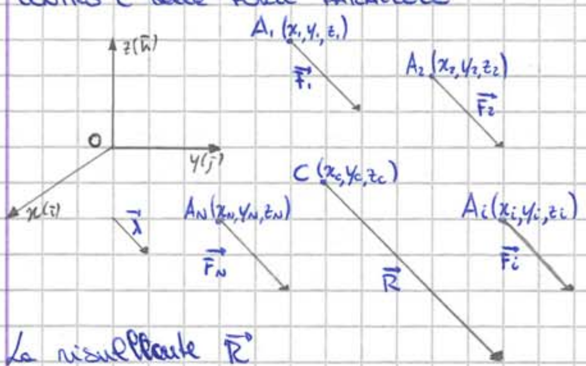
$\overline{P-O}$ ipotenusa $\sin\alpha = b$

$[M_O] = N\cdot m = kg\,m^2/s^2$

verso della rotazione: regola della vite

SOMMA DI N FORZE PARALLELE

CENTRO C delle FORZE PARALLELE

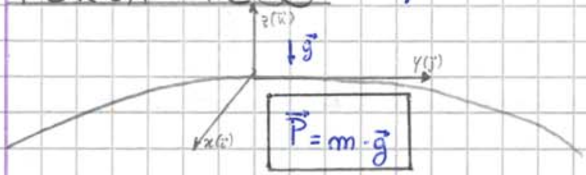


La risultante $\vec R$

$\vec R = \left(\sum_{i=1}^{N} F_i\right)\vec\lambda$ sarà applicato nel punto C con cordinate del tipo

$$x_c = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} x_i F_i\right)}{\left(\sum_{i=1}^{N} F_i\right)}$$

FORZA PESO $\vec P$



$$\boxed{\vec P = m\cdot\vec g}$$

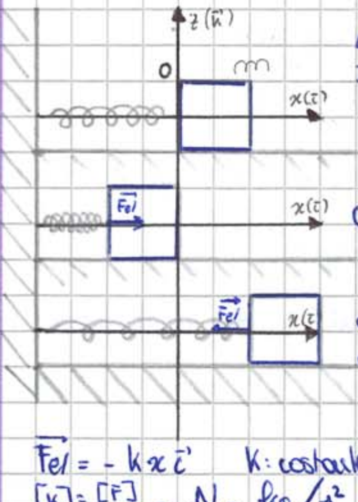
$[P] = [m][g] = kg\cdot m/s^2 = N$

Per un sistema di più masse

$\vec P_{TOT} = M\cdot\vec g$ dove $M = \sum_{i=1}^{N} m_i$ è la massa totale del sistema

FORZA ELASTICA $\vec{Fel}$

L'origine coincide con il corpo puntiforme



cond $x<0$ forza // al verso di $\vec i$

cond $x>0$ forza contraria al verso di $\vec i$

$\vec{Fel} = -k x\vec i$ K: costante elastica della molla

$[k] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{N}{m} = kg/s^2$

Più in generale si può dire

$\vec{Fel} = -k(l-l_0)\vec\lambda$

l_0 = lunghezza molla a riposo
l: lunghezza molla deformata
$\vec\lambda$ = verso della deformazione

FORZA DI ATTRITO STATICO $\vec{F_s}$

Un corpo sta fermo se la somma delle forze applicate su di esso è pari a 0

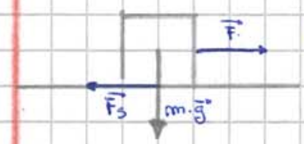
$\vec F + \vec{F_s} = 0$

$\vec N$ è $\perp$ alla superficie di contatto

$\vec{F_s}_{MAX} = f_s\cdot\vec N$

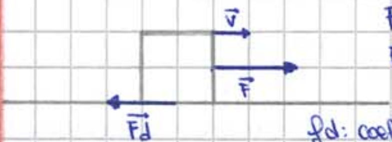
f_s: coefficiente di attrito statico dipende per il 90% dai materiali e per il 10% dalla loro rugosità

quindi F_s non dipende dalla superficie di contatto e dalla sua estensione



$F_{s\,max} = f_s\cdot m\cdot\vec g$

FORZA DI ATTRITO DINAMICO $\vec{Fd}$



$Fd = fd\cdot N$

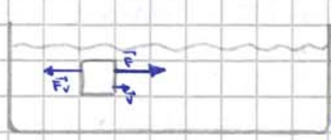
$Fd = fd\cdot m\vec g$

fd: coeff. di attrito dinamico

$fd < f_s$

$Fd = fd\cdot N\cdot\vec\tau$ $\vec\tau = -\frac{\vec v}{v}$ versore velocità

FORZA DI ATTRITO VISCOSO $\vec{F_v}$ (per i gas e i liquidi)



la $\vec v$ può crescere fino a un certo valore $\vec v_{max}$ limite; se aumentiamo la forza allora tenderà a un nuovo $v_1 > v$

$\vec{F_v} = -\beta\vec v$

β: coeff di attrito viscoso $[\beta] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{N}{m/s} = \frac{kg}{s}$

STATICA del punto materiale o del corpo puntiforme

"Condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo puntiforme libero, cioè capace di muoversi in tutte le direzioni, sia in equilibrio è che la risultante $\vec{R}$ di tutte le forze $\vec{F_i}$ applicate al corpo sia nulla"

Un corpo in equilibrio puntiforme o in equilibrio è fermo o si muove di moto rettilineo uniforme

VINCOLO SEMPLICE: es. corpo appoggiato su un piano si può muovere in due direzioni -> due gradi di libertà
VINCOLO DOPPIO: es. corpo fissato su un filo si può muovere solo su una dimensione -> un grado di libertà
VINCOLO TRIPLO: es. inchiodato alla parete non si può muovere

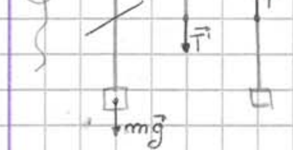
VINCOLO -> FORZE che tengono fermo in equilibrio il corpo: REAZIONI VINCOLARI

Il vincolo è tradotto dalle forze, dalle reazioni vincolari $\vec{R}$: reazione vincolare è uguale e contraria a $\vec{P} = m\vec{g}$

In un sistema bisogna valutare le FORZE di VOLUME, proprie del corpo come il peso e le FORZE di CONTATTO

"Condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo puntiforme sia in equilibrio è che la risultante di tutte le forze attive e passive o vincolari applicate al corpo sia nulla"

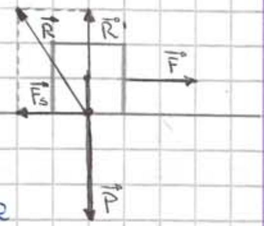
TENSIONI DELLE FUNI



più aumenta il peso più aumenta la tensione della corda

$T = T'$ $T = mg$

VINCOLO LISCIO



$\vec{R'} + \vec{P} + \vec{F} + \vec{F_s} = 0$

anche $\vec{F_s}$ è una reazione vincolare
la reazione vincolare $\vec{R}$ ha due componenti $\vec{R'}$ e $\vec{F_s}$
Nei vincoli lisci $\vec{F_s} = 0$ quindi $\vec{R} = \vec{R'}$

EQUILIBRIO STABILE, INSTABILE, INDIFFERENTE

EQUILIBRIO STABILE: se sposto un corpo dalla posizione di partenza vi ritorna
EQUILIBRIO INSTABILE: se sposto un corpo dalla posizione di partenza non vi ci torna
EQUILIBRIO INDIFFERENTE: se sposto un corpo lì rimane

STATICA del CORPO RIGIDO

"Condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo rigido sia in equilibrio, è che la risultante $\vec{R}$ di tutte le forze attive e passive o vincolari e il momento risultante $\vec{M_o}$ calcolato rispetto ad un punto qualsiasi siano nulli"

DINAMICA

DINAMICA CLASSICA DEL PUNTO PUNTIFORME

1° PRINCIPIO "PRINCIPIO DI INERZIA"
2° PRINCIPIO "LEGGE DI AZIONE DELLE FORZE"
3° PRINCIPIO "LEGGE/PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE"

1) PRINCIPIO DI INERZIA

"Un corpo libero, cioè non soggetto ad alcuna azione esterna, mantiene il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme"

Secondo diversi sistemi di riferimento il corpo è in quiete o in moto anche con velocità uniforme -> con tutti gli osservatori vanno bene -> OSSERVATORI INERZIALI, cioè osservatori sul quale non agiscono forze.

SISTEMA di RIFERIMENTO SOLIDALE ALLA SUPERFICIE TERRESTRE è un sistema di rif. che è con buona approssimazione inerziale

$t=0 \quad x(t=0)=x_0 \quad v_x(t=0)=0$
$\quad\quad z(t=0)=0 \quad v_z(t=0)=0$

$\vec{R}=R\vec{k} \quad m\vec{g}=-mg\vec{k} \quad \vec{F}_{el}=-kx\vec{i}$

$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$

$R\vec{k}-mg\vec{k}-kx\vec{i}=ma_x\vec{i}+ma_y\vec{j}+ma_z\vec{k}$

$\cdot\vec{i})\ -kx=ma_x$
$\cdot\vec{j})\ 0=ma_y$
$\cdot\vec{k})\ R-mg=ma_z$

$y\begin{cases} a_y=0 & \frac{dv_y}{dt}=0 \quad v_y=cost=0 \\ \frac{dy}{dt}=v_y=0 & y=cost=0 \end{cases}$

$z\begin{cases} a_z=0 & \frac{dv_z}{dt}=0 \quad v_z=cost=0 \\ \frac{dz}{dt}=0=v_z & z=cost=0 \end{cases}$

$x: \quad ma_x+kx=0 \qquad a_x=\ddot{x}$

$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0 \qquad \frac{k}{m}=\omega_0^2$

$\boxed{\ddot{x}+\omega_0^2x=0}$ Equazione differenziale del moto armonico semplice

$x(t)=A\sin(\omega_0t+\varphi)$

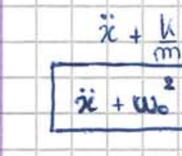
in $t=0$ valuto x e $\dot{x}$

$x\begin{cases} x_0=A\sin\varphi \\ 0=A\omega_0\cos\varphi \rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2} \end{cases}$
$\dot{x}$
$A=x_0$

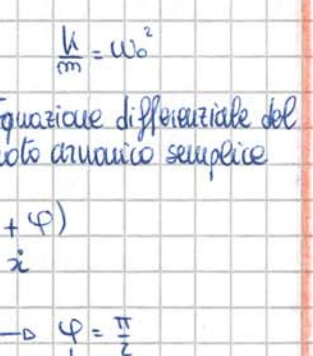
$x(t)=x_0\sin(\omega_0t+\frac{\pi}{2})$

$\boxed{T=\frac{2\pi}{\omega_0}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$

PENDOLO SEMPLICE



equilibrio quando il baricentro si trova sulla verticale



$\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}$

$\vec{T}=-T\vec{\lambda} \quad m\vec{g}=mg\cos\vartheta\vec{\lambda}-mg\sin\vartheta\vec{\mu}$

$\vec{a}=-r\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}+r\ddot{\vartheta}\vec{\mu} \qquad \vec{v}=r\dot{\vartheta}\vec{\mu}$

$t=0 \quad \vartheta(t=0)=\vartheta_0 \qquad \dot{\vartheta}(t=0)=0$

$-T\vec{\lambda}+mg\cos\vartheta\vec{\lambda}-mg\sin\vartheta\vec{\mu}=$
$=-mr\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}+mr\ddot{\vartheta}\vec{\mu}=m\vec{a}$

$\cdot\vec{\lambda})\ -T+mg\cos\vartheta=-mr\dot{\vartheta}^2$
$\cdot\vec{\mu})\ -mg\sin\vartheta=mr\ddot{\vartheta}$

$T=mg\cos\vartheta+mr\dot{\vartheta}^2$ massima nel punto più basso della traiettoria

$r\ddot{\vartheta}+g\sin\vartheta=0$
$l\ddot{\vartheta}+g\sin\vartheta=0$
$\ddot{\vartheta}+\frac{g}{l}\sin\vartheta=0$ se rimaniamo dentro i 10 gradi di oscillazione $\sin\vartheta\cong\vartheta$

$\ddot{\vartheta}+\frac{g}{l}\vartheta=0 \qquad \omega_0^2=\frac{g}{l}$

$\ddot{\vartheta}+\omega_0^2\vartheta=0$ Eq. differenziale del moto armonico semplice

$\vartheta(t)=A\sin(\omega_0t+\varphi)$

in $t=0$ valuto ϑ e $\dot{\vartheta}$

$\begin{cases} \vartheta_0=A\sin\varphi \\ 0=A\omega_0\cos\varphi \rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2}, \ A=\vartheta_0 \end{cases}$

$\vartheta(t)=\vartheta_0\sin(\omega_0t+\frac{\pi}{2})$

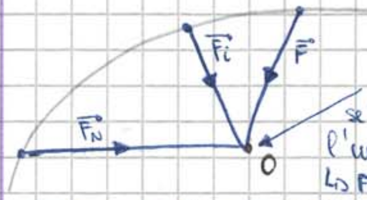
$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

FORZE FITTIZIE

Vengono chiamate in questo modo quelle forze che un osservatore vede nel suo sistema di riferimento a causa del suo moto accelerato. Questo osservatore è non inerziale perciò vede delle forze che non ci sono, dovute al moto accelerato del suo sistema di riferimento, cioè delle forze "fittizie". Un osservatore non inerziale che si muove con acc. $\vec{a}$ vedrà delle forze $\vec{F}=-m\vec{a}$

FORZE CENTRALI e MOTI CENTRALI

Si dicono forze centrali perché sono sempre dirette verso un punto fisso



CENTRO del moto se la forza centrale e' l'unica ad agire sul corpo ↳ MOTO CENTRALE, i moti centrali sono tutti moti piani

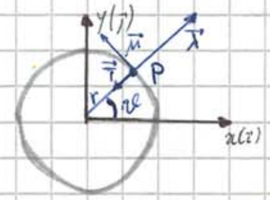
ES. moto della TERRA(P) attorno al SOLE(O)

$\vec{\Gamma}_O = (P-O)\wedge m\vec{v}$ $\quad \vec{M}_O = \frac{d\vec{\Gamma}_O}{dt}$ $\quad \vec{M}_O = 0$ $\quad \Gamma_O = $ costante

perché sempre diretto verso O

P-O e $m\vec{v}$ se stanno sul piano xy ci devono rimanere

FORZA CENTRIPETA $\vec{F}_c$ e MOTO CIRCOLARE



$\vec{T}$ tensione della fune che tiene il corpo vicino al centro

$\vec{T} = m\vec{a}$

$\vec{v} = r\dot{\vartheta}\vec{\mu}$ $\quad v = cost$, $\dot{\vartheta} = cost$, $\ddot{\vartheta} = 0$

$\vec{a} = -r\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda} + \underbrace{r\ddot{\vartheta}\vec{\mu}}_{=0}$

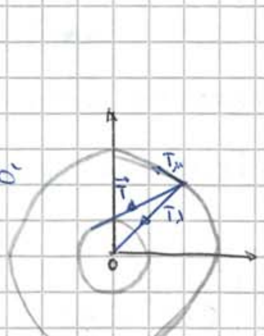
$\vec{T} = -T\vec{\lambda} \quad \bullet \quad -T\vec{\lambda} = -mr\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}$

$T = mr\dot{\vartheta}^2 = mr\omega^2 \qquad \vec{m} = -\vec{\lambda}$

$\vec{T} = mr\omega^2\vec{m}$

$$\boxed{\vec{F_c} = mr\omega^2\vec{m}}$$

All'inizio del moto però



$\vec{T} = -T_\lambda\vec{\lambda} + T_\mu\vec{\mu}$

$T_\mu = mr\ddot{\vartheta}$

componente con acc.

$T_\lambda = mr\omega^2\vec{m}$

$$\boxed{\vec{F_c} = \vec{T_\lambda} = mr\omega^2\vec{m}}$$

LAVORO delle FORZE $\mathcal{L}$

$\mathcal{L}_{AB,\gamma} = \vec{F}\cdot|B-A|\cdot\cos\vartheta$

$[\mathcal{L}] = [F]\cdot[d] = N\cdot m = kg\,\frac{m^2}{s^2} = J$ $\qquad$ JOULE

lungo una curva

$$\boxed{\mathcal{L}_{AB,\gamma} = \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F}\,d\vec{l}}$$

LAVORO della FORZA ELASTICA

$\mathcal{L}_{AB,\gamma} = \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F_{el}}\cdot d\vec{l} = \int_{A,\gamma}^{B}(-kx\vec{i})(dx\vec{i}) = -k\int_{x_A}^{x_B}x\,dx$

$\mathcal{L}_{AB,\gamma} = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$

LAVORO della FORZA PESO

$\mathcal{L}_{AB,\gamma_1} = \mathcal{L}_{AB,\gamma_2} = mgz_A$ $\quad$ non importa che traiettoria percorro

LAVORO della FORZA di ATTRITO

$\mathcal{L}_{AB,\gamma} = -f_d mg\int_{A,\gamma}^{B}dl$ $\quad$ cambia il suo valore a seconda della traiettoria

ENERGIA CINETICA T

$$\boxed{T = \frac{1}{2}mv^2}$$

$[T] = kg\cdot\frac{m^2}{s^2} = J$

energia cinetica totale di un sistema di N corpi puntiformi

$T_{TOT} = \sum_{i=1}^{N}T_i$

TEOREMA dell'energia cinetica

$$\boxed{\mathcal{L}_{AB,\gamma} = \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F}\cdot d\vec{l} = T_B - T_A}$$

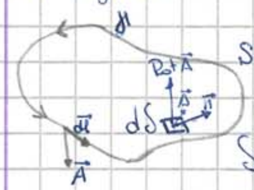
Il lavoro fatto da tutte le forze che agiscono su di un corpo per spostarlo da A a B lungo γ è uguale all'energia cinetica del corpo nella posizione finale meno quella della posizione iniziale

TEOREMA di STOKES

A_x, A_y, A_z continue con derivate parziali continue

Prendiamo una curva γ, in ogni punto di γ $\vec{A}$ è definito

$S \oint_\gamma \vec{A} \cdot d\vec{l}$ CIRCUITAZIONE di A su γ



Una superficie qualsiasi S costruita su γ

Dal vettore normale con verso concorde a quello della circuitazione (REGOLA della VITE) prendiamo il Rotore di $\vec{A}$

$$d\phi = Rot\,\vec{A} \cdot \vec{n}\, dS$$

$$\boxed{\phi = \int_S Rot\,\vec{A} \cdot \vec{n}\, dS}$$

Il teorema di Stokes mette in relazione

$$\boxed{\oint_\gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S Rot\,\vec{A} \cdot \vec{n}\, dS} \quad \forall S \text{ costruite su } \gamma$$

Una forza conservativa deve soddisfare

- $\int_{A,\gamma_1}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{A,\gamma_2}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \forall \gamma_1, \gamma_2$
- $\oint_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \forall \gamma$

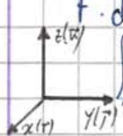
quindi con il Teorema di Stokes si conclude

$$\int_S Rot\,\vec{F} \cdot \vec{n}\, dS = 0 \quad \forall S \quad \text{perciò}$$

$$\boxed{Rot\,\vec{F} = 0}$$ per una forza conservativa

ENERGIA POTENZIALE della FORZA PESO

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = -dW$$



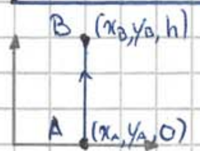
$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_{W(A)}^{W(B)} dW = W(A) - W(B)$$

$$mg z_A - mg z_B = W(z_A) - W(z_B)$$

$z_A = 0 \quad W(z_A) = 0 \quad$ perciò

$$\boxed{W(z) = -mgz}$$

ENERGIA POTENZIALE della FORZA PESO con la condizione che sia nulla per $z = 0$



$$\int_A^B m\vec{g} \cdot d\vec{l} = -mgh$$

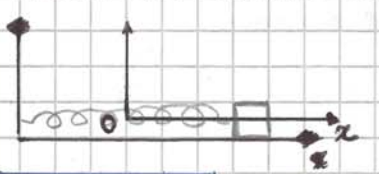
mgh è il lavoro che compiamo noi

$W(B) > W(A)$

Se $W(B) > W(A)$ il sistema immagazzina energia. Partendo da A a B W è cresciuto, uscendo dal punto B W diminuirà.

$$\int_B^A m\vec{g} \cdot d\vec{l} = mgh \quad W(B) - W(A)$$

ENERGIA POTENZIALE della FORZA ELASTICA



$$\boxed{W = \frac{1}{2} k x^2}$$

ENERGIA POTENZIALE della forza ELASTICA con la condizione che sia nulla quando la molla è a riposo (x=0)

FORZE CONSERVATIVE e CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

$$T_B - T_A = W(A) - W(B)$$

$$T_B + W(B) = T_A + W(A)$$

$$\boxed{E = T + W} \quad \text{Energia meccanica}$$

Se su di un corpo agiscono solo forze conservative la E si conserva

FORZE NON CONSERVATIVE e CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

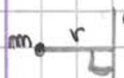
$\vec{F_c}$: risultante delle forze conservative

$\vec{F_{nc}}$: risultante delle forze non conservative

$$\boxed{\mathcal{L}^{nc}_{AB,\gamma} = [T_B + W(B)] - [T_A + W(A)]}$$

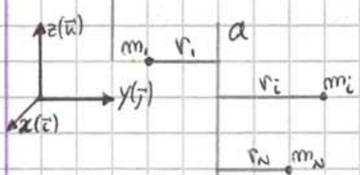
Il lavoro svolto dalle forze non conservative tra A e B è uguale alla differenza di energia meccanica tra B ed A.

MOMENTO di INERZIA ASSIALE di un corpo e di un sistema di corpi puntiformi



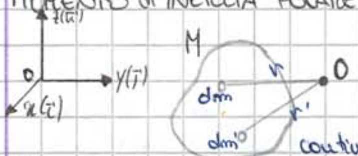
$$\boxed{I_a = m r^2}$$

momento di inerzia assiale $[I_a] = kg\, m^2$



$$I_a = \sum_{i=1}^{N} I_{a_i} = \sum_{i=1}^{N} (m_i r_i^2)$$

MOMENTO di INERZIA POLARE di un CORPO RIGIDO



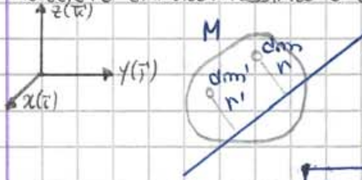
$dI_O = r^2 dm$

$dI_O' = r'^2 dm'$

continuo fino ad esaurire la massa

$$\boxed{I_O = \int_M r^2 dm}$$

MOMENTO di INERZIA ASSIALE di un CORPO RIGIDO

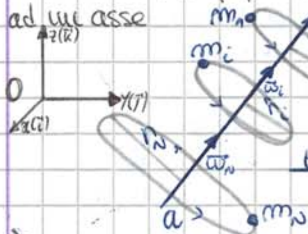


$dI_a = r^2 dm$

$dI_a' = r'^2 dm'$

$$\boxed{I_a = \int_M r^2 dm}$$

MOMENTO ASSIALE TOTALE delle QUANTITÀ di MOTO di un sistema di corpi puntiformi che ruotano attorno ad un asse



$\vec{\Gamma}_{a_1} = m_1 r_1^2 \vec{\omega}_1$

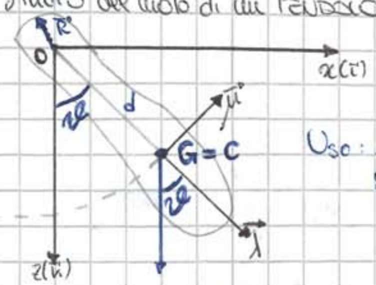
$\underbrace{\vec{\Gamma}_a}_{totale} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\Gamma}_{a_i} = \sum_{i=1}^{N} (m_i r_i^2 \vec{\omega}_i)$

Supponendo che ruotino tutti con la stessa velocità angolare $\vec{\omega}_i = \vec{\omega}$ $\boxed{\vec{\Gamma}_a = I_a \vec{\omega}}$

La stessa formula vale se a ruotare è un corpo rigido

(si può suddividere in tanti pezzetti di massa dm)

Studio del moto di un PENDOLO COMPOSTO



Uso: 1) $\vec{F}_e = M \vec{a}_c$ (1ª eq. c. m. sistemi)

2) $\vec{M}_{eO} = \frac{d\vec{\Gamma}_O}{dt} + \vec{v}_O \wedge \vec{p}_c$ (2ª - -)

1) $\vec{R} + M\vec{g} = M\vec{a}_G$

$\vec{R} = R_\lambda \vec{\lambda} + R_\mu \vec{\mu}$

$M\vec{g} = Mg\cos\vartheta\, \vec{\lambda} - Mg\sin\vartheta\, \vec{\mu}$

$\vec{a}_G = -d\dot{\vartheta}^2 \vec{\lambda} + d\ddot{\vartheta}\, \vec{\mu}$

$\cdot\vec{\lambda})\ R_\lambda + Mg\cos\vartheta = -Md\dot{\vartheta}^2$

$\cdot\vec{\mu})\ R_\mu - Mg\sin\vartheta = Md\ddot{\vartheta}$

Se calcolo $\vartheta(t)$, posso ricavare R_λ e R_μ con la 2)

$\vec{v}_O = 0$

$\vec{M}_{eO} = \frac{d\vec{\Gamma}_O}{dt}$ $\quad \vec{M}_{eO} = (G-O) \wedge M\vec{g} = dMg\sin\vartheta(-\vec{\lambda}) =$

$= -Mgd\sin\vartheta\, \vec{j} = \vec{M}_y$: mom. assiale y

$\vec{\Gamma}_O = \vec{\Gamma}_y = I_y \vec{\omega} = I_y \dot{\vartheta}\, \vec{j}$

$-Mgd\sin\vartheta\, \vec{j} = I_y \ddot{\vartheta}\, \vec{j}$

$\cdot\vec{j})\ I_y \ddot{\vartheta} + Mgd\sin\vartheta = 0$

$\ddot{\vartheta} + \frac{Mgd}{I_y}\sin\vartheta$ $\Rightarrow$ per piccole oscillazioni $\sin\vartheta = \vartheta$

$\Rightarrow \ddot{\vartheta} + \frac{Mgd}{I_y}\vartheta = 0$, $\omega_0^2 = \frac{Mgd}{I_y}$

$\Rightarrow \ddot{\vartheta} + \omega_0^2 \vartheta = 0 \Rightarrow \vartheta(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_y}{Mgd}}$

TEOREMA dell'ENERGIA CINETICA applicato ai SISTEMI

$$\boxed{\mathcal{L}_{eA,B} + \mathcal{L}_{iA,B} = T_B - T_A}$$

si può usare anche per i corpi rigidi, ma in questo caso $\mathcal{L}_{iAB} = 0$, quindi

$$\boxed{\mathcal{L}_{eA,B} = T_B - T_A}$$

1. ~~Co~~ il momento della quantità di moto totale si deve conservare, ciò avviene se il sistema è isolato o se la risultante del momento delle forze esterne è nulla o se l'intervallo dell'urto è trascurabile ed il momento delle forze esterne è limitato

2. URTO PERFETTAMENTE ANELASTICO
In un urto perfettamente anelastico non si ha la conservazione dell'energia cinetica totale del sistema e dopo l'urto i due corpi rimangono uniti; si ha la conservazione della quantità di moto totale del sistema, se questo è isolato o se la risultante delle forze esterne è nulla o se l'intervallo dell'urto è trascurabile e le forze esterne sono limitate; si ha anche la conservazione del momento della quantità di moto se sono soddisfatte le stesse condizioni

CENNI di GRAVITAZIONE

LEGGI di KEPLERO, sono leggi sperimentali

I LEGGE: le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono delle ellissi di cui il sole occupa uno dei due fuochi

II LEGGE: il raggio vettore che congiunge il centro del Sole con il centro d'ogni pianeta spazza aree proporzionali ai tempi impiegati a percorrerle

III LEGGE: I quadrati dei periodi di rivoluzione sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite ellittiche

LEGGE della GRAVITAZIONE UNIVERSALE per masse puntiformi

$$\boxed{F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \vec{F} = -\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u_r}}$$

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N\,m^2}{kg^2}$$

"costante di gravitazione universale"

FORZA GRAVITAZIONALE per masse NON PUNTIFORMI

$$\boxed{\vec{F_{12}} = -\gamma \int_{M_1} dm_1 \int_{M_2} \frac{dm_2}{r^2}\vec{u_r}}$$

"Forza che agisce su M_1 dovuta a M_2"

Nel caso di sfere omogenee, la massa la si può considerare come tutta al centro, quindi si possono considerare puntiformi.

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE
La forza gravitazionale è conservativa, cioè:
$\oint_\gamma \vec{F}\cdot\vec{dl} = 0 \quad \forall \gamma$; $Rot\,\vec{F} = 0$ se è CONSERVATIVA allora $\vec{F}\cdot\vec{dl}$ è un differenziale esatto
$\vec{F}\cdot\vec{dl} = -dW$ dove W è la funzione ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE $\boxed{\vec{F} = -\nabla W}$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE di due MASSE puntiformi
per trovare W, calcolo il lavoro fatto dalla forza gravitazionale tra A e B:

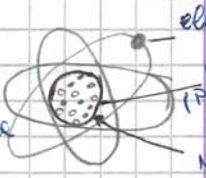
$$\int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dl} = -\int_{W(A)}^{W(B)} dW = W(A) - W(B) =$$

$$= -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$$ con la condizione che sia nulla a distanza infinita

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE di due MASSE non puntiformi

$$W = -\gamma \int_{M_1} dm_1 \int_{M_2} \frac{dm_2}{r}$$

ELETTROSTATICA



il n° di elettroni è uguale al n° di protoni. Si possono togliere degli elettroni dall'atomo

$m_n \cong 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
$m_p \cong 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg $\quad m_n \gtrsim m_p$
$m_e \cong 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
$\varnothing$ atomo $\cong 10^{-10}$ m $\quad$ Angstrom: $\text{Å} = 10^{-10}$ m
$\varnothing$ nucleo $\cong 10^{-15}$ m $\quad$ femtometro: $fm = 10^{-15}$ m → Fermi
$\varnothing$ elettrone $< 10^{-17}$ m
Z: numero atomico = n° di protoni

CARICHE:
$e \cong -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C $\quad$ Coulomb
$p \cong +1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ n° di Avogadro
le cariche elettriche non si creano e non si distruggono

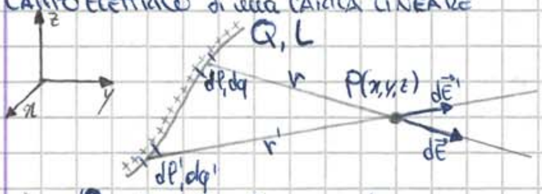
FORZA di COULOMB tra due cariche puntiformi

$$F_e = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \qquad k_e \cong 9 \cdot 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\, N^{-1} m^{-2} C^2$$

costante dielettrica assoluta, o COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

CAMPO ELETTRICO di una CARICA LINEARE

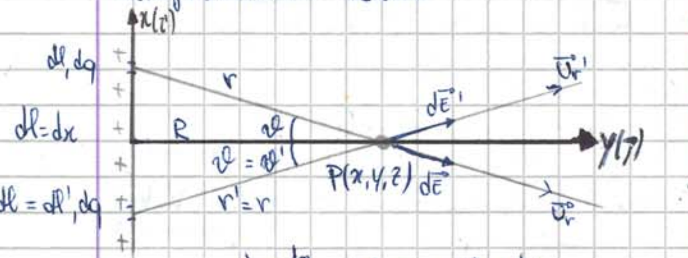


$\lambda = \frac{dq}{dl}$: densità lineare di carica

$dq = \lambda dl \qquad [\lambda] = C/m$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{dq}{r^2}\vec{u_r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u_r}}$$

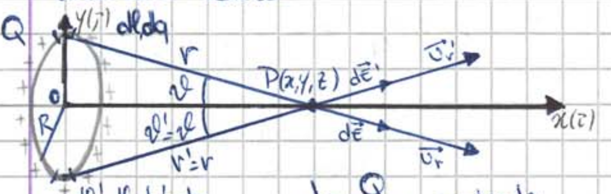
CAMPO ELETTRICO di un FILO INDEFINITO rettilineo uniformemente carico



$\lambda = \frac{dq}{dl}$ ed è costante

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u_r}}$$

CAMPO ELETTRICO sull'ASSE di un ANELLO uniformemente carico

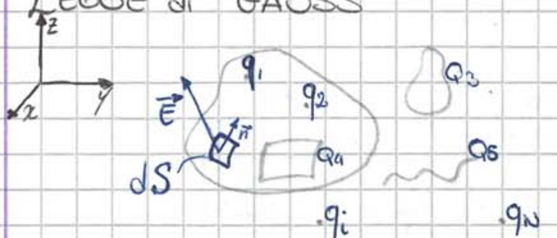


$dl' = dl, dq' = dq \qquad \lambda = \frac{Q}{2\pi R}$ = costante

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{i}}$$

Se si va a distanza infinita l'anello risulta puntiforme

LEGGE di GAUSS



$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \dots + \vec{E_N}$: è il campo generato da tutte le cariche $= \sum_{i=1}^{N} \vec{E_i}$ è uniforme su dS

$\vec{n}$ è normale a dS e il suo verso è uscente dalla superficie chiusa

$d\phi = \vec{E}\,\vec{n}\,dS$: flusso di $\vec{E}$ attraverso dS

$\phi = \oint_S \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS$: flusso di $\vec{E}$ attraverso la superficie chiusa S

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0} \quad \forall S}$$

LEGGE di GAUSS in forma INTEGRALE

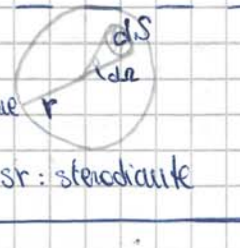
La legge di Gauss si può applicare:
1. nel moto
2. nei mezzi
3. nelle condizioni dipendenti dal tempo

Angolo piano

$d\vartheta = \frac{dl}{r} \qquad \vartheta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$

$[\vartheta]$ = adimensionato = rad : radiante

Angolo solido



$d\Omega = \frac{dS}{r} \rightarrow dS$ è perpendicolare r

$\Omega = \frac{4\pi r}{r} = 4\pi \qquad [\Omega]$ = sr : steradiante

$\vec{E} = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$ solo in alcuni casi particolari, quando le cariche hanno disposte con una certa simmetria che permette di calcolare il campo elettrico senza bisogno di conoscere il modulo

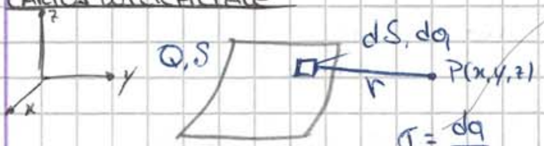
CAMPO ELETTRICO di un FILO INDEFINITO RETTILINEO

Rispetto a un punto il contributo dE di ogni punto del filo risulta avere solo una componente perpendicolare al filo, perché le componenti parallele al filo si annullano. Perciò si individua la superficie laterale di un cilindro che ha come asse il filo come superficie attraverso il quale si può calcolare facilmente il campo, il quale risulta essere

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u_r}}$$

dove $\vec{u_r}$ è un versore uscente perpendicolarmente dalla superficie

CARICA SUPERFICIALE

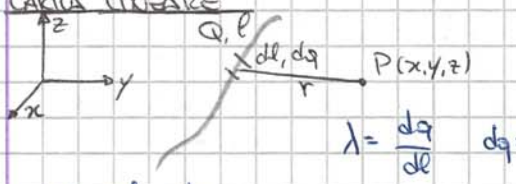


$\sigma = \frac{dq}{dS}$ $\quad dq = \sigma dS$

$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$

$$\boxed{V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r}}$$

CARICA LINEARE



$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad dq = \lambda dl$

$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$

$$\boxed{V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda dl}{r}}$$

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

Sono superfici i cui punti si trovano allo stesso potenziale elettrostatico

Per una qualsiasi superficie equipotenziale $\vec{E}$ è perpendicolare alla superficie ed il ~~sempre~~ verso è sempre rivolto a potenziale inferiore. Il potenziale della superficie diminuisce in modulo allontanandosi dalla carica

Relazione tra V e W

$\vec{F}\cdot d\vec{l} = -dW$, poiché $\vec{F} = q\vec{E}$, posso scrivere: $q\vec{E}\cdot d\vec{l} = -dW$, ma poiché $\vec{E}\cdot d\vec{l} = -dV$,

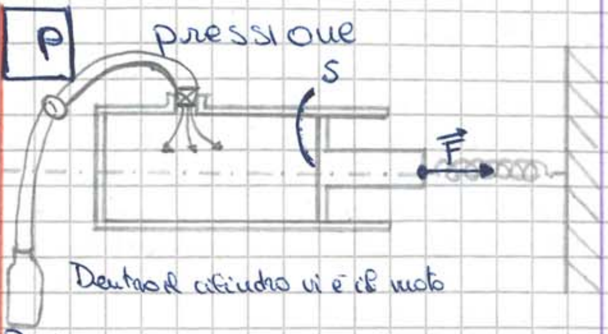
$$\boxed{q\,dV = dW}$$

FLUIDO DINAMICA

I fluidi sono gas e liquidi

Le grandezze fisiche e le formule che le coinvolgono sono MACROSCOPICHE

$\boxed{p}$ pressione



Dentro il cilindro vi è il moto

Portiamo bombola di gas ad alta pressione e con un tubo colleghiamo la bombola al cilindro attraverso un "contatore" e una VALVOLA. Apriamo la valvola e facciamo passare il gas → il pistone si sposta e la molla si schiaccia. Sechiudiamo la valvola tutto si stabilizza; se riapriamo, la molla si schiaccia perché aumenta la FORZA. Possiamo provare a scaldare: la FORZA aumenta, se raffreddiamo o togliamo l'aria può tornare a riposo. Indichiamo con p

$\boxed{p = \frac{\vec{F}}{S}}$ esercitata dal gas sulla superficie S

$F = pS$

$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{N}{m^2} = Pa$ "Pascal" che però è un'unità di misura molto piccola, quindi si usano di solito

$1\ bar = 10^5\ Pa$

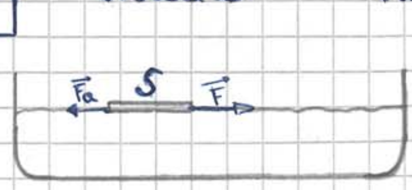
$1\ atm = 1{,}01325\cdot 10^5\ Pa$

$1\ bar \simeq 1\ atm$

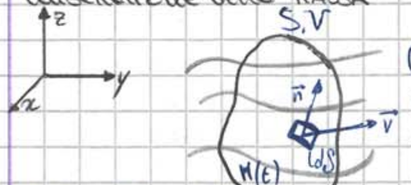
MICROSCOPICAMENTE la pressione si può spiegare come

gli urti tra particelle genereranno tante $\int F$, se aumentano il n° di particelle $\vec{F}$ sono più grande; posso aumentare la velocità aumentando la temperatura → aumenta la FORZA

$\boxed{\eta}$ viscosità (eta)



EQUAZIONE DI CONTINUITÀ o equazione di conservazione della MASSA



Questa superficie S è attraversata dal fluido (un po' entra e un po' esce)

calcolando la portata massica

$dm = \oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS \, dt$

dm è la massa netta di fluido che attraversa S nel tempo dt

Se dm > 0 vuol dire che c'è più massa uscente che entrante

. dm = 0 le masse entranti e uscenti si equilibrano

. dm < 0 vuol dire che c'è più massa entrante che uscente

M(t): massa presente nel tempo t in S

$dM = M(t+dt) - M(t)$: variazione di M(t) in dt

$|dm| = |dM| \qquad dm = -dM$

$>0 \rightarrow \searrow$

$<0 \rightarrow \nearrow$

$$\boxed{\frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS}$$

EQUAZIONE di CONTINUITÀ in ASSENZA di POZZI e SORGENTI

se si potesse creare e distruggere, quindi aggiungere e togliere, massa

$\mathcal{S}$: massa creata / distrutta nell'unità di tempo, nell'unità di volume

$\mathcal{S} > 0$ la massa è creata

$\mathcal{S} < 0$ la massa è distrutta

$\mathcal{S} \, dV$: massa creata / distrutta nell'unità di tempo nel volume dV

$\int_V \mathcal{S} \, dV$: massa creata (>0) / distrutta (<0) nell'unità di tempo nel volume V

quindi

$$\boxed{\frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS + \int_V \mathcal{S} \, dV}$$

EQUAZ. di CONTINUITÀ in PRESENZA di POZZI e SORGENTI

STATICA dei FLUIDI PERFETTI

Con FLUIDO PERFETTO si intende un fluido con ρ = cost, quindi non comprimibile, e con $\eta = 0$, cioè che non faccia attrito.

I fluidi reali in generale non sono perfetti

LIQUIDI REALI $\rho \cong$ cost, se non consideriamo situazioni estreme, ma $\eta \neq 0$

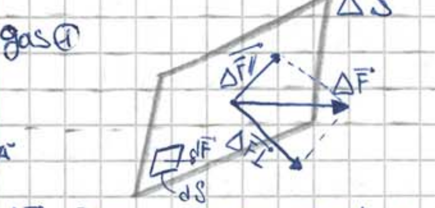
GAS REALI $\eta \cong 0$, perché sono rarefatti, ma $\rho \neq$ cost, sono facilmente comprimibili

Perciò si definisce:

"Un fluido è in condizioni statiche quando non si osservano moti collettivi macroscopici, o moti collettivi macroscopici comunemente osservabili"

In condizioni statiche i fluidi reali assomigliano a fluidi perfetti

PRESSIONE in un FLUIDO



$\Delta\vec{F}$: forza che ① esercita su ②

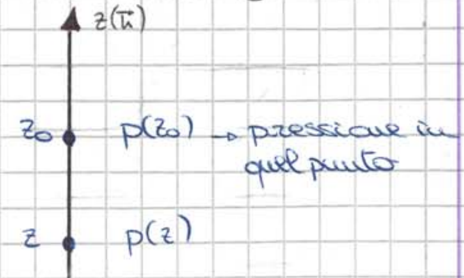
In condizioni statiche $\Delta\vec{F} \equiv \Delta\vec{F}_\perp$

$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta S}$ pressione media $\qquad p = \frac{dF}{dS} \qquad dF = p \, dS$

Si può dimostrare che la pressione in un punto del fluido non dipende dall'orientamento della superficie in quel punto

LEGGE di STEVINO

$\vec{g} = -g\vec{k}$



$$\underbrace{\rho_e g \underbrace{\ell S}_{V}}_{M_\ell} \vec{u} + M\vec{g} = M\vec{a}$$

$$\underbrace{M_\ell g \vec{u}}_{\text{SPINTA di ARCHIMEDE}} + M\vec{g} = M\vec{a}$$

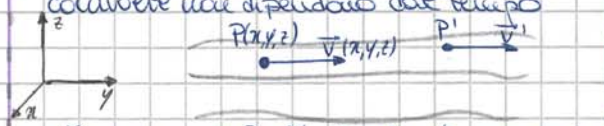
M_ℓ: massa di liquido spostato

PRINCIPIO di ARCHIMEDE

"Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato"

DINAMICA dei FLUIDI PERFETTI in REGIME di STAZIONARIETÀ

STAZIONARIETÀ: tutte le grandezze fisiche coinvolte non dipendono dal tempo



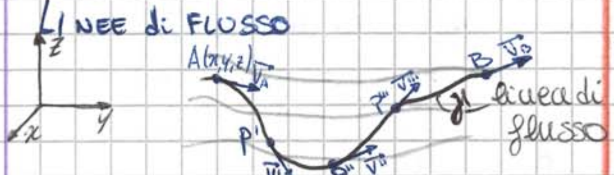
nelle posizioni P e P' le velocità non cambiano, sono sempre uguali nel tempo

- nei liquidi $\rho \cong cost$; $\eta \cong 0$ perché in un tubo dove scorre fluido la linea di velocità è quasi uniforme

- nei gas $\eta \cong 0$; $\rho \cong cost$

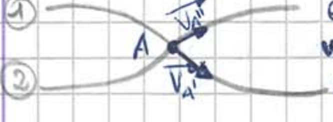
quindi in REGIME di STAZIONARIETÀ i fluidi REALI assomigliano a quelli PERFETTI

LINEE di FLUSSO



Tutte queste $\vec{v}$ saranno costanti nel tempo in quei punti. La linea di flusso descrive la traiettoria di una singola particella

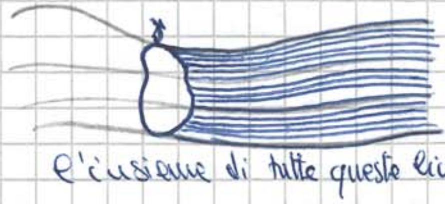
? È possibile che due linee di flusso si possano incrociare?



In istanti diversi non è possibile che ci siano velocità diverse in regime di stazionarietà

quindi due linee di flusso NON SI POSSONO INCROCIARE

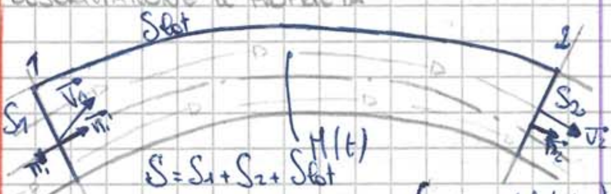
TUBO di FLUSSO



è l'insieme di tutte queste linee di flusso

Una particella entrata nel tubo di flusso rimane nel tubo, non esce perché vorrebbe dire che una linea di flusso interseca le altre, quindi non è possibile

DESCRIVIAMONE LE PROPRIETÀ



$S = S_1 + S_2 + S_{lat}$

(sezione del tubo)

$$\frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS + \underbrace{\int \frac{S}{V} dV}_{=0}$$

ci poniamo in situazioni di assenza di pozzi e sorgenti

$M(t)$ deve essere costante, $\frac{dM}{dt} = 0$, quindi

tanto fluido entra quanto fluido esce

$$\oint_S \rho \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS = 0 = \int_{S_1} \rho \vec{v}_1\cdot\vec{n}_1\, dS + \int_{S_2} \rho \vec{v}_2\cdot\vec{n}_2\, dS + \underbrace{\int_{S_{lat}} \rho \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS}_{=0}$$

In 2 le portate sono ⊕, in 1 le portate sono ⊖, quindi $\vec{n}_1 = -\vec{n}_2$

perché dal tubo non esce alcuna particella

$$= -\int_{S_1} \rho \vec{v}_1\cdot\vec{n}_1\, dS + \int_{S_2} \rho \vec{v}_2\cdot\vec{n}_2\, dS$$

$$\int_{S_1} \rho \vec{v}_1\cdot\vec{n}_1\, dS = \int_{S_2} \rho \vec{v}_2\cdot\vec{n}_2\, dS$$

$$\left.\begin{array}{l}\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \\ \dot{V}_1 = \dot{V}_2\end{array}\right\}$$

In regime di stazionarietà le portate massica ed areica sono costanti attraverso qualsiasi sezione dello stesso tubo di flusso

TERMODINAMICA

grandezze fisiche macroscopiche:

- Sistemi termodinamici
  il sistema termodinamico è un insieme costituito da un numero elevato di particelle descritto da poche grandezze fisiche macroscopiche
- variabili di stato termodinamico (p, V, T) grandezze fisiche macroscopiche
- stato del sistema termodinamico insieme dei valori che le variabili di stato assumono in un certo punto P e individuano in maniera inequivocabile lo stadio del sistema al tempo t
- trasformazioni termodinamiche, individuate dalla variazione di una o più variabili:
  - trasformazioni isoterme: la T è costante
  - trasformazioni isocore: il V è costante
  - trasformazioni isobare: la p è costante
  - trasformazioni adiabatiche: non c'è scambio di calore
- leggi di stato o equazioni di stato
  entrano tutte o alcune variabili di stato ($pV = nRT$)
- equilibrio termodinamico del sistema
  ↳ se sono soddisfatte le seguenti condizioni:
  1. la T è la stessa in ogni parte del sistema
  2. non si osservano moti collettivi macroscopici nelle diverse parti del sistema
  3. le forze che possono scambiarsi le varie parti del sistema sono in equilibrio
  4. eventuali processi chimico-fisici hanno raggiunto l'equilibrio
- numero di Avogadro $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$
  è il numero di atomi di ^{12}C che sono contenuti in 0,012 kg di ^{12}C
- Peso atomico o grammoatomo di una certa sostanza, è il peso espresso in g di un numero di atomi di quella sostanza pari a N_A
- chiloatomo di una certa sostanza è il peso espresso in ~~grammi di un numero di molecole~~ kg pari al peso atomico di quella sostanza
- peso molecolare o grammomolecola di una certa sostanza è il peso espresso in grammi di un numero di molecole di quella sostanza pari a N_A
- chilomolecola di una certa sostanza è il peso espresso in kg pari al peso molecolare di quella sostanza
- termostato ideale, è un dispositivo che può scambiare quantità di calore, anche infinite, mantenendo rigorosamente costante la propria temperatura

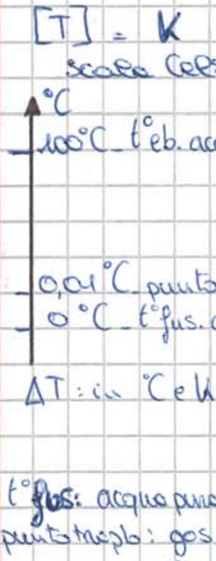
T temperatura

$[T] = K$ grado Kelvin
scala Celsius : °C

°C		K
100°C	t° eb. acqua pura a 1 atm	373,15 K
0,01 °C	punto triplo dell'H_2O	273,16 K
0 °C	t° fus. acqua pura a 1 atm	273,15 K
		0 K ZERO ASSOLUTO

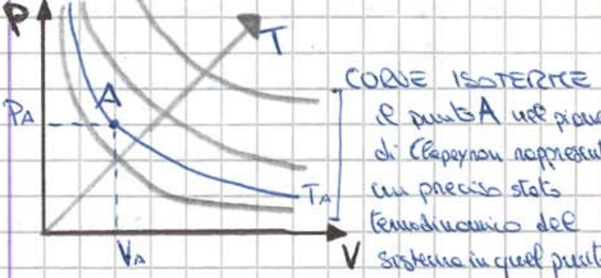
ΔT: in °C e K è uguale

t° fus: acqua pura e ghiaccio puro in equilibrio
punto triplo: gas, liquido e solido di acqua pura sono in equilibrio a 1 atm
ZERO ASSOLUTO: i gas non esistono più, si sono tutti liquefatti



cilindro pieno di palline da PING PONG
il V della pallina è la sua dimensione fisica. Dentro le palline c'è un dispositivo che le fa vibrare → occupa un V più grande ○ → ◎ ora le palline vibrano e cambia il livello h → h'

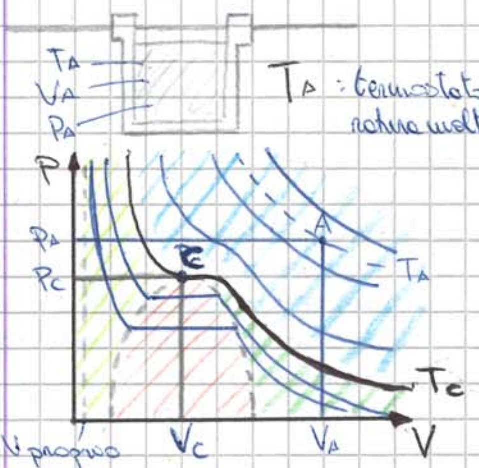
Diagramma di CLAPEYRON dei gas perfetti



il punto A nel piano di Clapeyron rappresenta un preciso stato termodinamico del sistema in quel punto

Tutti i gas reali ad alta T e rarefazione tendono ad assomigliare ai gas perfetti, quindi vale $pV = nRT$ per i gas reali se sono ad alta T e molto rarefatti

Diagramma di CLAPEYRON per i gas reali



Partendo da A e operando una lenta COMPRESSIONE ISOTERMA riduciamo il volume e troviamo un nuovo punto, se continuiamo a ridurre il volume l'insieme dei punti così trovati costituirà una trasformazione isoterma. Ripetiamo lo stesso procedimento con una temperatura T_A' più bassa, e così via altre volte. Man mano che la T si abbassa vediamo che la curva non è più un'iperbole. A un certo punto trovo una curva con un punto di flesso **C** detto PUNTO CRITICO, che ha un'ISOTERMA CRITICA, ad una temperatura critica T_C, un volume critico V_C, e una pressione critica p_C. Con una T più bassa arriviamo a un certo momento in cui il V diminuisce ma la p rimane costante e si formano delle goccioline di liquido. Ovviamente si può ridurre il V solo fino al V proprio delle particelle. Se opero nella regione I si può usare $pV = nRT$

Nella regione
- I abbiamo solo gas
- II abbiamo solo liquido
- III abbiamo sia liquido che gas, o vapore, e sono in equilibrio. È chiamata "REGIONE di VAPORE SATURO" e la p del vapore è chiamata "PRESSIONE / TENSIONE di VAPORE SATURO" a quella temperatura
- IV abbiamo gas e vapore e viene chiamata "REGIONE di vapore SURRISCALDATO" o "di vapore SOPRASSATURO"

EQUAZIONE di stato di VAN DER WAALS
descrive la differenza tra gas reali e perfetti

1) le particelle dei gas reali sono punti finiti e hanno un volume proprio
2) le particelle interagiscono a distanza

$$pV = nRT$$

è il volume del contenitore, ma i gas reali hanno un volume, quindi hanno a disposizione per muoversi: V − il proprio volume

b: COVOLUME = volume proprio di una mole di gas
nb : per n moli di gas
V − nb è il volume effettivo

$$p = \frac{nRT}{V-nb}$$

le particelle si urtano e respingono a vicenda entro un piccolo raggio, quelle che si trovano vicino alla parete la urtano con una minore velocità, ci sarà una diminuzione di $p \propto \left(\frac{n}{V}\right)^2$ (sono così perché ci sono molte particelle/V vicino alla parete)

$$p = \frac{nRT}{V-nb} - a\left(\frac{n}{V}\right)^2$$

FUSIONE - SOLIDIFICAZIONE

SUBLIMAZIONE - DIFFUSIONE
avviene solo con la NAFTALINA

Quantità di Calore

lo strumento con cui si misura la quantità di calore si chiama CALORIMETRO

Unità di misura in SI

caloria	cal
grande caloria	$Cal = 10^3$ cal
chilo caloria	$Kcal = 10^3$ cal

"La caloria è la quantità di calore che bisogna ~~fornire~~ sottrarre ad 1 g di H_2O pura, alla pressione normale (1 atm) per abbassare la sua temperatura di 1°C da 15,5°C a 14,5°C"

Calore Specifico

m,T $\quad dQ \propto dT$
$\qquad\qquad \propto m$

$$\boxed{dQ = c\, m\, dT}$$

c: calore specifico $[c] = \frac{cal}{kg \cdot K}$

solitamente si utilizza il kg con la kcal e il g con la cal

? Da cosa dipende c?
- la temperatura cui si trova quella massa
- dal tipo di materiale
- dal processo attraverso il quale si fornisce o si sottrae calore

c_p : calore specifico a p costante
c_v : calore specifico a V costante

$dQ_p = c_p(T)\, m\, dT \quad dQ_v = c_v(T)\, m\, dT$

$Q_p = \int_{T_A}^{T_B} c_p(T)\, m\, dT \quad Q_v = \int_{T_A}^{T_B} c_v(T)\, m\, dT$

se in quel ΔT c_v e c_p sono costanti

$$\begin{cases} Q_p = c_p\, m\, (T_B - T_A) \\ Q_v = c_v\, m\, (T_B - T_A) \end{cases}$$

Capacità Termica

$$\boxed{C = m\, c} \qquad [C] = \frac{cal}{K}$$

$dQ = c\, m\, dT = C\, dT$

C dipende dalle stesse cose di c, quindi

C_p e C_v

Calore Molare

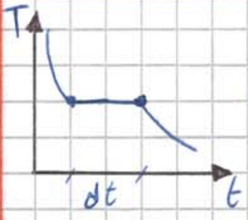
$$\boxed{\bar{C} = M\, c}$$

M: massa di una mole

$[\bar{C}] = \frac{cal}{K \cdot mol} \qquad m = n M$

Anche $\bar{C}$ dipende da c, quindi
$\bar{C}_p$ e $\bar{C}_v$

Calore Latente



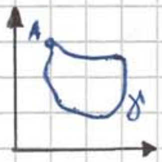
in questo dt non c'è dT
quindi non vale
$dQ = m\, c\, \underbrace{dT}_{=0}$

$Q = m\, c$

c: calore latente $[c] = \frac{cal}{kg}$

c dipende:
- dalla Temperatura
- dal mezzo
- dalla trasformazione di stato

c_f : per la fusione / solidificazione
c_e : per l'evaporazione / condensazione
c_s : per la sublimazione / diffusione



$\oint_\gamma \delta\mathcal{L}$: lavoro netto eseguito nel ciclo γ

$\oint_\gamma \delta Q$: quantità di calore netta scambiata dal gas

per qualsiasi sia il sistema termodinamico

$$\frac{\oint_\gamma \delta\mathcal{L}}{\oint_\gamma \delta Q} = J \text{ : fattore di conversione : } 1cal = 4.186\,J$$

I PRINCIPIO della TERMODINAMICA

$$\oint_\gamma \delta\mathcal{L} = J \oint_\gamma \delta Q$$

se scriviamo tutto nelle stesse unità di misura possiamo semplificare J

$$\oint_\gamma \delta\mathcal{L} - \oint_\gamma \delta Q = 0 \qquad \oint_\gamma (\delta\mathcal{L} - \delta Q) = 0$$

per qualsiasi sia γ e qualsiasi sia il sistema termodinamico, perciò $\delta\mathcal{L} - \delta Q$ è un differenziale esatto, quindi

$-\delta\mathcal{L} + \delta Q = dU$: "funzione energia interna" o ENERGIA INTERNA

$$\boxed{dU = dQ - d\mathcal{L}}$$

sapendo che $d\mathcal{L}$ e dQ non sono differenziali esatti

non si può creare un moto perpetuo di prima specie

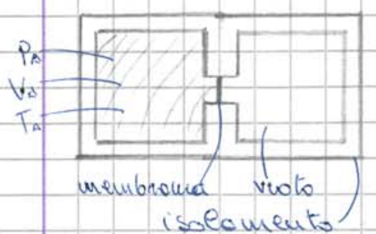
$$\oint_\gamma dU = 0 \qquad \oint_\gamma d\mathcal{L} = \oint_\gamma dQ \qquad \oint_\gamma d\mathcal{L} \neq 0 \qquad \oint_\gamma dQ \neq 0$$

U è una funzione di stato termodinamico $U = U(V, T, p)$

U è la somma delle energie cinetiche e potenziali di tutte le particelle che costituiscono il sistema

ENERGIA INTERNA per i GAS PERFETTI

$pV = mRT \quad U = U(T,p);\ U(T,V);\ U(p,V)$



facciamo avvenire un'espansione spontanea quando la membrana si rompe e il gas fluisce nell'altro cubo

$V_A \neq V_B \quad p_A \neq p_B \quad T_A \simeq T_B$

B: stato finale

per un gas perfetto $T_A = T_B$

$$dU = dQ - d\mathcal{L} \qquad dU = 0$$

($dQ = 0$, $d\mathcal{L} = 0$)

$$U = U(T,V) \qquad dU = \frac{dU}{dV}\Big|_{\neq 0} dV + \frac{dU}{dT}\Big|_{=0} dT$$

deve essere $= 0$

$\frac{dU}{dV} = 0$, U non dipende da V

$\frac{dU}{dT}$ può essere $\neq 0$, U può dipendere da T

$$U = U(T,p) \qquad dU = \frac{dU}{dp}\Big|_{\neq 0} dp + \frac{dU}{dT}\Big|_{=0} dT$$

deve essere $= 0$

$\frac{dU}{dp} = 0$, U non dipende da T

Trasformazione isocora ($V = cost$)

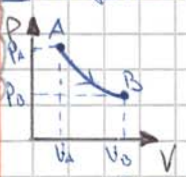
$$dU = dQ - d\mathcal{L} \qquad d\mathcal{L} = p\,dV = 0$$

$$dQ = m\,\overline{c_V}\,dT$$

$$\boxed{dU = m\,\overline{c_V}\,dT}$$

espressione dell'ENERGIA INTERNA per i gas perfetti

Trasformazione ISOTERMA ($T = cost$) per i gas perfetti



$Q > 0$ se è fornito dall'ambiente esterno al sistema

$Q < 0$ se è il sistema che lo cede all'ambiente esterno

$\mathcal{L}_{AB} > 0 \quad Q_{AB} > 0$

$$dU = dQ - d\mathcal{L} \qquad dU = m\,\overline{c_V}\,dT = 0$$

$$dQ = d\mathcal{L} = p\,dV$$

$$Q_{AB} = \mathcal{L}_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = \int_{V_A}^{V_B} mRT \frac{dV}{V} = mRT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{AB} = mRT \ln \frac{V_B}{V_A} = Q_{AB}}$$

se $V_B > V_A$ $\quad Q_{AB} > 0$, $\mathcal{L}_{AB} > 0$

equazione della trasformazione isoterma $pV = cost$

II PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il primo: $dU = dQ - d\mathcal{L}$

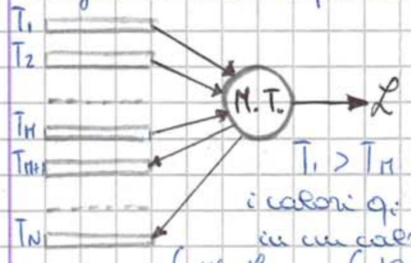
$$\oint_\gamma dU = \oint_\gamma (dQ - d\mathcal{L}) = 0 \qquad \oint_\gamma dQ = \oint_\gamma d\mathcal{L} \qquad \forall \gamma$$

$\oint_\gamma d\mathcal{L} > 0$, $\oint_\gamma dQ > 0$ eseguito da macchina

Il secondo: sancisce l'impossibilità del moto perpetuo di 2ª specie che trasformerebbe tutto il calore in lavoro

Principio di KELVIN - PLANCK
Principio di CLAUSIUS

"Dicesi MOTORE TERMICO una macchina che operando ciclicamente, ed essendo connessa con n termostati alle temperature t_i, scambia con queste ad ogni ciclo delle quantità di calore q_i ed esegue lavoro equivalente"



$T_1 > T_M > T_N$

i calori q_i sono valutati in un ciclo

$$\oint_\gamma d\mathcal{L} = \mathcal{L} \qquad \oint_\gamma dQ = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

$Q_1 = \sum_{i=1}^{M} q_i$: complessivamente fornito a M.T. $\quad Q_1 > 0$

$Q_2 = \sum_{i=M+1}^{N} q_i$: complessivamente ceduto da M.T. $\quad Q_2 < 0$

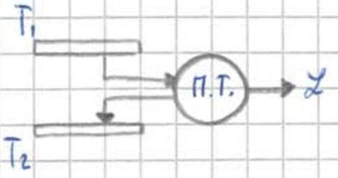
$$\mathcal{L} = Q_1 + Q_2 \qquad |\mathcal{L}| = |Q_1| - |Q_2|$$

RENDIMENTO η di un motore termico

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} < 1$$

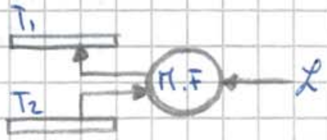
Quindi per forza

$\mathcal{L} = Q_1 + Q_2$
$T_1 > T_2$



MACCHINA FRIGORIFERA

funziona al contrario di un M.T.



$T_1 > T_2$

EFFICIENZA ε

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{\mathcal{L}} = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}$$

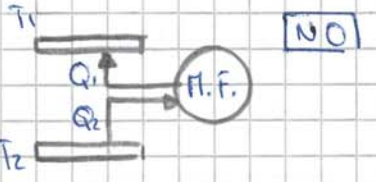
PRINCIPIO di KELVIN - PLANCK

"È impossibile costruire un motore termico che operando ciclicamente non abbia altro scopo se non estrarre calore da un termostato ed eseguire lavoro equivalente"

~~si può dimostrare l'impossibilità che una macchina termica M.T.~~
si può dimostrare come una M.T. debba per forza lavorare con due termostati e può prelevare calore solo da quello a T maggiore
(vedi Foto)

PRINCIPIO di CLAUSIUS

"È impossibile costruire un motore termico che operando ciclicamente, non abbia altro effetto se non trasferire calore da un corpo freddo a uno caldo



$T_1 > T_2$
$Q_1 = -Q_2$

Se si conferma il principio di Clausius si conferma automaticamente il principio di Kelvin-Planck, e se si conferma il principio di Kelvin-Planck si conferma automaticamente il principio di Clausius

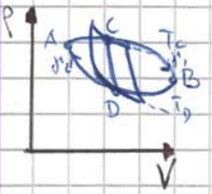
Teorema di Clausius

$$\left(\eta_c = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \qquad \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q_1}{T_1} \qquad \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0$$ → valido per un qualsiasi ciclo reversibile

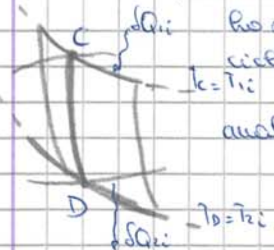
$$\sum_{i=1}^{2} \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

immaginiamo di prendere un ciclo reversibile



$C \rightarrow D$ ADIABATICA

costruiamo attorno a CD un mini ciclo di Carnot; affianchiamo a questo altri cicli di Carnot finché non ho riempito tutta la combinazione ciclica γ unione di γ_1 e γ_2



analizzo i-esimo ciclo di Carnot

$$\frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} + \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}} = 0$$

rimpiccioliamo i cicli di Carnot

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} + \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}}\right) = \sum_{i=1}^{2N}\left(\frac{\Delta Q_i}{T_i}\right) = 0$$

$$\lim_{\substack{\Delta Q_i \to 0 \\ N \to \infty}} \sum_{i=1}^{2N}\left(\frac{\Delta Q_i}{T_i}\right) = \oint_\gamma \frac{dQ}{T} = 0$$

$$\oint_\gamma \frac{dQ}{T} = 0$$ per qualsiasi ciclo reversibile

$$\eta_{n.r.} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} < 0 \qquad \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{T_i} < 0 \qquad \oint_\gamma \frac{dQ}{T} < 0$$ per qualsiasi ciclo irreversibile

teorema di Carnot

$$\boxed{\oint_\gamma \frac{dQ}{T} \leq 0}$$

$= 0$ solo per cicli reversibili

Entropia

$S \qquad [S] = \text{cal}/\text{K}$

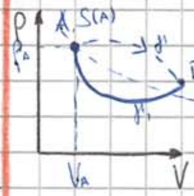
è una funzione di stato termodinamico, perché dipende dalle variabili di stato termodinamiche

$$\oint_\gamma \frac{dQ}{T} = 0$$ se reversibile

$$\left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev} = dS \qquad \int_{S(A)}^{S(B)} dS = \int_{A,\gamma_1}^{B} \frac{dQ}{T}$$

γ_1: reversibile

$$S(B) - S(A) = \int_{A,\gamma_1}^{B} \frac{dQ}{T}$$



vogliamo conoscere $S(B)$ sapendo che γ non è reversibile; cerco una γ_1 che sia reversibile

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad dU = dQ - d\mathcal{L}$$

$$dQ = dU + d\mathcal{L} = dU + p\,dV =$$ se gas perfetto $$= m\overline{C_v}\,dT + p\,dV$$

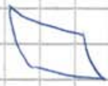
$$dS = \frac{m\overline{C_v}\,dT + p\,dV}{T}$$

$$dS = m\overline{C_v}\frac{dT}{T} + \frac{mR\cancel{T}\,dV}{V\cancel{T}}$$ integro

$$S(B) - S(A) = \int_{T_A}^{T_B} m\overline{C_v}\frac{dT}{T} + mR\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V}$$

$$S(B) - S(A) = m\overline{C_v}\ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + mR\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

diagramma T-S del ciclo di Carnot



$$dS = 0$$

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$dU = dQ - d\mathcal{L} = 0$$

$$dQ = d\mathcal{L} = p\,dV$$

$$dS = \frac{p\,dV}{T_1} = \frac{mR\cancel{T}\,dV}{V\cancel{T}} = mR\frac{dV}{V}$$

$$S(B) - S(A) = mR\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$ cresce S

RIPASSI PRE-ESAME (TEORIA) (non c'è tutto...)

URTO

Per trattare gli urti si utilizzano il teorema dell'energia cinetica

$$\mathcal{L}_{i,A-B} + \mathcal{L}_{e,A-B} = T_B - T_A$$

e le due equazioni cardinali della meccanica dei sistemi

$$\vec{F_e} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} \qquad \vec{M}_{e_O} = \frac{d\vec{\Gamma_O}}{dt} + v_O \wedge \vec{p}_{tot}$$

Urto perfettamente elastico

si CONSERVA l'energia cinetica totale e la quantità di moto totale quindi: $T_B = T_A$ perciò $\mathcal{L}_{e,A-B} + \mathcal{L}_{i,A-B} = 0$

Perciò sia $\mathcal{L}_i$ che $\mathcal{L}_e$ devono $= 0$

$\mathcal{L}_i$: discorsi diversi se il corpo è deformabile o meno

DEFORMABILE: le forze interne devono essere CONSERVATIVE, e dopo l'urto i corpi devono avere la stessa forma (E.C. $\to$ E.P. $\to$ E.C.)

INDEFORMABILE: le forze interne devono essere CONSERVATIVE, essendo perfettamente rigido il lavoro è nullo

$\mathcal{L}_e = 0$ se: - SISTEMA ISOLATO, NO FORZE ESTERNE

- SI FORZE ESTERNE MA RISULTANTE NULLA (tipo forza peso e ~~...~~ reazione vincolare)

- RISULTANTE $\vec{F_e}$ non nulla ma urto estremamente breve per cui $\mathcal{L}_e \simeq 0$ e le $\vec{F_e}$ sono limitate

$$\mathcal{L}_{eA\to B} = \sum_{i=1}^{N}\left[\int_{A_i,B_i}^{B_i} \vec{F_i}\cdot d\vec{e_i}\right] = \sum_{i=1}^{N}\left[\int_{\Delta t} \vec{F_i}\cdot(v_i dt)\right] = \sum_{i=1}^{N}(F_i\cdot v_i)\int_{\Delta t} dt$$

se intervallo impatto è breve $\Delta t \to 0$ perciò $= \lim_{\Delta t\to 0} \sum_{i=1}^{N}(F_i\cdot v_i)\int_{\Delta t} dt = \lim_{\Delta t\to 0} \sum_{i=1}^{N}(F_i\cdot v_i)\,\Delta t \simeq 0$

Per quanto riguarda la quantità di moto facciamo riferimento alla prima eq. cardinale $\vec{Fe} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt}$ $d\vec{p}_{tot} = \vec{Fe}\cdot dt$ siccome la quantità di moto si conserva $d\vec{p}_{tot} = 0$ se

- SISTEMA ISOLATO, NO FORZE ESTERNE
- SI FORZE ESTERNE, ma risultante nulla
- risultante non nulla ma limitata e intervallo impatto breve

$\int d\vec{p}_{tot} = Fe\int dt$ $\Rightarrow \vec{p}'_{tot} - \vec{p}_{tot} = Fe\,\Delta t$ se $\Delta t \to 0$ $\vec{p}'_{tot} - \vec{p}_{tot} = 0$

Ora analizziamo il momento della quantità di moto utilizzando la seconda eq. cardinale $\vec{M}_{e_O} = \frac{d\vec{\Gamma_O}}{dt} + v_O \wedge \vec{p}_{tot}$ scegliendo O fisso o in modo che $v_O \wedge \vec{p}_{tot}$ sia $= 0$. Integrando otteniamo $\vec{\Gamma'_O} - \vec{\Gamma_O}$ che è nullo quindi anche $\vec{M}_{e_O}$ deve essere nullo. $\vec{M}_{e_O}$ è nullo se

- SISTEMA ISOLATO, NO FORZE ESTERNE
- SI FORZE ESTERNE, MA RISULTANTE NULLA
- risultante non nulla ma limitata e intervallo impatto breve per cui $\Delta\vec{\Gamma_O} \simeq 0$

$$\Delta\vec{\Gamma_O} = \int_{\Delta t} M_{e_O}\, dt \quad \text{se } \Delta t \to 0 \quad \lim_{\Delta t\to 0}\int_{\Delta t} M_{e_O}\, dt = \lim_{\Delta t\to 0} M_{e_O}\,\Delta t \simeq 0$$

fu

CENNI di GRAVITAZIONE

Leggi di Keplero (empiriche): "le orbite de

1 "le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi"

2 "Il raggio vettore che congiunge il centro del Sole col centro di ogni pianeta spazza aree proporzionali ai tempi impiegati a descriverle

3 "I quadrati dei periodi di rivoluzione sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite ellittiche" $T^2 \propto b^3$

LEGGE della GRAVITAZIONE UNIVERSALE fra due corpi di massa m_1 e m_2 a distanza R

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$ dove γ: COSTANTE di GRAVITAZIONE UNIVERSALE $= 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2}$

vettorialmente $\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$. Se le masse non sono puntiformi si possono considerare degli elementi dm_1 e dm_2 di M_1 e M_2 e estendendo il calcolo a tutta la massa M_2 e poi M_1 otteniamo la forza attrattiva fra M_1 e M_2

$$\vec{F} = -\gamma \int_{M_1} dm_1 \int_{M_2} \frac{dm_2}{r^2} \vec{u}_r$$ se parliamo di sfere si possono considerare puntiformi

Calcolo dell'accelerazione gravitazionale

detta M la massa terrestre e R il raggio cioè la distanza tra un corpo sulla superficie e il centro di massa della Terra

$\vec{F} = -\gamma \frac{m M}{R^2} \vec{u}_r$ che sarà uguale alla forza peso che agisce su un corpo di massa m $\vec{P} = m\vec{g}$ quindi

$$m\vec{g} = -\gamma \frac{m M}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{g} = -\gamma \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \qquad g = \gamma \frac{M}{r^2} = 9{,}806 \, m/s^2$$

il valore sperimentale varia tra 9,83 ai poli e 9,78 all'equatore

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

La forza gravitazionale è conservativa in quanto $\nabla \times \vec{F} = 0$, perciò il differenziale $\vec{F} \cdot d\vec{l}$ è esatto ed esiste una funzione W "Energia potenziale gravitazionale" definita $\vec{F} \cdot d\vec{l} = -dW$ quindi si possono conoscere solo le variazioni di W. Integrando $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_{W(A)}^{W(B)} dW = W(A) - W(B)$ conoscendo $W(A)$ posso conoscere $W(B)$. Una relazione diretta fra F e W è $\vec{F} = -\nabla W$. Come trovare un'espressione di W: in sistema C.O. con m_1 in O e m_2 inizialmente a R_0, poi calcoliamo il lavoro fatto dalla forza gravitazionale lungo una γ tra A e B (R_0 e R)

$\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}_{21} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B dW = W(A) - W(B)$. Ora esprimiamo $\vec{F}_{21} \cdot d\vec{l}$ in una posizione generica della traiettoria

$\vec{F}_{21} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r'^2} \vec{u}_{r'}$. Il vettore $d\vec{l}$ è stato scomposto in una componente radiale $d\vec{l}_r$, parallela a $\vec{u}_{r'}$, e una ortogonale a questa $d\vec{l}_\perp$ da cui

$\vec{F}_{21} \cdot d\vec{l} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r'^2} \vec{u}_{r'} \cdot (d\vec{l}_r + d\vec{l}_\perp)$ $d\vec{l}_r$ come si può esprimere? $d\vec{l}_r = dr' \, \vec{u}_{r'}$, quindi il prodotto scalare diventa

$$\vec{F}_{21} \cdot d\vec{l} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r'^2} dr'$$

MECCANICA dei FLUIDI

pressione : esempio cilindro e pistone $\quad P = \frac{F}{S} \quad [P] = [N/m^2] = Pa$

Pascal o anche $1\ bar = 10^5\ Pa$ o $1\ atm = 1{,}01325 \cdot 10^5\ Pa$

viscosità : si spiega come attrito fra i vari strati del liquido. Se ~~il~~ la lamina raggiunge una velocità costante vuol dire che la forza $\vec{F}$ è bilanciata da una forza $\vec{R_a}$

$$\vec{R_a} = \eta S \frac{dv}{dx}$$ dove S: superficie lamina η = viscosità

$\frac{dv}{dx}$: gradiente di velocità

$$[\eta] = \frac{N\,s}{m^2} = \frac{kg}{m\,s}$$

PORTATA MASSICA costruiamo cilindro retto con altezza $v\,dt$, versore normale a dS $\vec{n}$ ~~perpendicolare~~ che forma angolo θ con $\vec{v}$. Il volume del cilindro $d^2V = dS \cos\theta\, v\,dt = dS\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dt$ la massa del volume sarà $d^2m = \rho d^2V$ perciò

$$d^2m = \rho\, dS\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dt$$ integrando

$$dm = \int_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dt\, dS = dt \int_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$$

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \int_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS \qquad [\dot{m}] = kg/s$$

Se la superficie è chiusa

$$\dot{m} = \oint_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$$

PORTATA AREICA riportando da $d^2V = dS\, \vec{n}\cdot\vec{v}\, dt$

il dV attraverserà dS in dt $\quad dV = \int_S \vec{v}\cdot\vec{n}\, dt\, dS = dt \int_S \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$

quindi: $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \int_S \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS \qquad [\dot{V}] = m^3/s$

EQUAZIONI della continuità della massa. Se la massa nella $\dot{m} = \oint_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$ è >0 esce più massa di quella che entra, se <0 entra più massa di quella che esce. Indichiamo con $M(t)$ la massa che è presente all'interno di S al tempo t, e con dM quella in dt sarà uguale in modulo alla dm che attraversa S con

$$dm = \left(\oint_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS\right) dt$$ e tenendo conto che se $dM > 0$ $dm < 0$

$$dM = -dm = \left(-\oint_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS\right) dt \quad \text{quindi} \quad \frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho\, \vec{v}\cdot\vec{n}\, dS$$

Questa è l'equazione di conservazione della massa o equazione di CONTINUITÀ. Il segno − è dovuto al fatto che se $M(t)$ diminuisce nel tempo, cioè $dM/dt < 0$, l'integrale è positivo poiché c'è un flusso di massa uscente. Se supponiamo che all'interno della superficie chiusa ci sia una sorgente di massa, indichiamo con S la sorgente che indica la massa generata nell'unità di tempo nell'unità di volume.

MOTO RETTILINEO

$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [m/s] $\quad v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ [m/s²] $\quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x}$

$v_x = \frac{dx}{dt} \quad dx = v_x\,dt \quad \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v_x\,dt \quad x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x\,dt$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad dv_x = a_x\,dt \quad \int_{v_0}^{v} dv_x = \int_{t_0}^{t} a_x\,dt \quad v_x(t) = v_{0x} + \int_{t_0}^{t} a_x\,dt$

$x(t) = x_0 + v_{0x}(t-t_0) + \frac{1}{2} a_{0x}(t-t_0)^2$

$\frac{1}{2} v_x^2 - \frac{1}{2} v_{0x}^2 = a_{0x}(x-x_0)$

MOTO ARMONICO SEMPLICE

$x(t) = x_0 + A\sin(\omega t + \varphi)$

EQ. DIFFERENZIALE DEL MOTO ARMONICO SEMPLICE

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ la cui soluzione è

$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

PERIODO $T = 2\pi/\omega$

MOTO CURVILINEO

$P-O = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

SISTEMA DI RIFERIMENTO CILINDRICO

$P-O = r(t)\vec{\lambda}(t) + z(t)\vec{k}$

$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{\lambda}(t) + r(t)\frac{d\vec{\lambda}}{dt} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

SISTEMA DI RIFERIMENTO POLARE

$P-O = r(t)\vec{\lambda}(t)$

$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{\lambda}(t) + r(t)\frac{d\vec{\lambda}}{dt}$

CADUTA DEL GRAVE $\quad \vec{g} = -g\vec{k} = 9{,}81$ m/s

$v_z = -gt \quad z(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

COMPONENTI POLARI PIANE

$\vec{v} = \dot{r}\vec{\lambda} + r\dot{\vartheta}\vec{\mu} \quad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{\lambda} + (2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta})\vec{\mu}$

acc. radiale: $(\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{\lambda}$

acc. ~~tangenziale~~: $(2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta})\vec{\mu}$: trasverso

MOTO CIRCOLARE

$P-O = \rho\vec{\lambda}(t)$

$\vec{v} = \rho\dot{\vartheta}\vec{\mu} \quad \vec{a} = -\rho\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda} + \rho\ddot{\vartheta}\vec{\mu}$

acc. tangenziale: $\rho\ddot{\vartheta}\vec{\mu}$

acc. radiale: $-\rho\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda}$

VELOCITÀ ANGOLARE E ACCELERAZIONE

$\vec{\omega} = \dot{\vartheta}\vec{k}$ il verso di $\vec{\omega}$ con regola ~~mano~~ vite destra

$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \vec{\alpha} = \ddot{\vartheta}\vec{k}$

MOMENTO POLARE DI UNA FORZA

$\vec{M}_O = (P-O)\wedge(\vec{F}) \quad |M_O| = |P-O|\,|F|\sin\alpha$

$[M_O] = N\cdot m = kg\ m^2/s^2$

MOMENTO ASSIALE

$\vec{M}_O = (P-O)\wedge\vec{F}_\perp + (P-O)\wedge\vec{F}_\parallel$

$M_a = (P-O)\wedge\vec{F}_\perp$

FORZA PESO

$\vec{P} = m\cdot\vec{g} \quad [P] = kg\ m/s^2 = N$

FORZA ELASTICA

$F_{el} = -k\Delta x\,\vec{i} \quad [k] = kg/s^2 = N/m$

FORZA DI ATTRITO STATICO, DINAMICO, VISCOSO

$\vec{F}_s = f_s m\vec{g}$ $\quad f_s$: coeff. attrito statico

$\vec{F}_d = f_d m\vec{g}$ $\quad f_d$: coeff. attrito dinamico

$\vec{F}_v = -\beta\vec{v}$ $\quad [\beta]$: coeff. attrito viscoso $= N/(m/s) = kg/s$

DENSITÀ VOLUMICA DI MASSA

$\rho = \frac{M}{V} \quad [\rho] = kg/m^3$

STATICA

"Condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo puntiforme sia in equilibrio è che la risultante di tutte le forze attive e passive o vincolari applicate al corpo sia nulla"

QUANTITÀ DI MOTO

$\vec{p} = m\vec{v} \quad [p] = kg\ m/s$

$F = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$

OSCILLAZIONI LIBERE

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$ in $t=0$ valuto x e $\dot{x}$

$x \;\{\; x_0 = A\sin\varphi$

$\dot{x} \;\{\; 0 = A\omega_0\cos\varphi \to \varphi = \frac{\pi}{2} \to A = x_0$

$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \pi/2)$

$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\cdot\sqrt{m/k}$

PENDOLO SEMPLICE

$\vec{a} = -r\dot{\vartheta}^2\vec{\lambda} + r\ddot{\vartheta}\vec{\mu} \quad \vec{v} = r\dot{\vartheta}\vec{\mu}$

$T = mg\cos\vartheta + mr\dot{\vartheta}^2$: Tensione del filo

$\ddot{\vartheta} + g/l\,\vartheta = 0 \quad \omega_0^2 = g/l$

$\ddot{\vartheta} + \omega_0^2\vartheta = 0$

$\vartheta(t) = \vartheta_0 \sin(\omega_0 t + \pi/2) \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{l/g}$

FORZA di Coulomb

$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{Q_1} dq_1 \int_{Q_2} \frac{dq_2}{r^2}\,\vec{u}_r$$ cariche non puntiformi

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

$$\int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{l} = -\int_{W(A)}^{W(B)} dW = W(A) - W(B) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

cariche non puntiformi: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{Q_1} dq_1 \int_{Q_2} \frac{dq_2}{r}$

CAMPO ELETTRICO

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad [E] = N/C = V/m$$

di una carica puntiforme: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$

carica volumica: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}_r \qquad \rho = \frac{dq}{dV}$

carica superficiale: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}_r \qquad \sigma = \frac{dq}{dS}$

carica lineare: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}_r \qquad \lambda = \frac{dq}{dl}$

filo indefinito: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$

nell'asse di un anello uniformemente carico

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{i}$$

LEGGE di GAUSS

$$\oint_S \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0} \qquad \forall S$$

di una sfera: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{TOT}}{r^2}\vec{u}_r$

di un piano indefinito: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$

TEOREMA DIVERGENZA

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$\vec{E}\cdot d\vec{l} = -dV \qquad \vec{E} = -\nabla V \qquad [V] = V$$

di una carica puntiforme: $V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

carica volumica: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r}$

carica superficiale: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r}$

carica lineare: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda dl}{r}$

$$q\,dV = dW$$

PRESSIONE

$$p = \frac{F}{S} \qquad [p] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

$1\,bar = 10^5\,Pa$

$1\,atm \simeq 1\,bar$

VISCOSITÀ

$$\vec{F}_a = \eta S \frac{dv}{dx} \qquad [\eta] = \frac{kg}{m\cdot s}$$

PORTATA MASSICA e AREICA

$$\dot{m} = \int_S \rho\,\vec{v}\cdot\vec{n}\,dS \qquad \dot{V} = \int_S \vec{v}\cdot\vec{n}\,dS$$

$$[\dot{m}] = \frac{kg}{s} \qquad [\dot{V}] = \frac{m^3}{s}$$

EQUAZIONE di CONTINUITÀ

$$\frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho\,\vec{v}\cdot\vec{n}\,dS$$

$$\frac{dM}{dt} = -\oint_S \rho\,\vec{v}\cdot\vec{n}\,dS + \int_V S\,dV$$ pozzi e sorgenti

LEGGE di STEVINO

$$p(z) = p(z_0) - \rho g(z - z_0)$$

PRINCIPIO di ARCHIMEDE

"Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato"

EQUAZIONE di BERNOULLI

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = cost$$

in sezioni diverse dello stesso tubo di flusso

LEGGE di STATO dei GAS PERFETTI

$$pV = nRT$$

- legge di Boyle

$pV = cost$ a T cost

- I legge di Gay-Lussac

$V = V_0(1 + \alpha T)$ a p cost

- II legge di Gay-Lussac

$p = p_0(1 + \alpha T)$ a V cost

LEGGE di DALTON sulle pressioni PARZIALI

fraz. molare $X_i = \frac{n_i}{n_{TOT}} \qquad p_i = X_i\,p_{TOT}$

LEGGE di STATO di VAN DER WAALS

$$\left(p - a\frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

DISTRIBUZIONE di MAXWELL delle velocità

$$n(v)\,dv = (4\pi n_0)\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, v^2\, dv$$