



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 1408A -

ANNO: 2015

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Samake

MATERIA: Fondamenti di Macchine, Prof.Casalino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# Fondamenti di Macchine

Esame Macchine solo teoria  
orale

In questo corso studiamo il fenomeno di Azione - Reazione che mi permette di volare ovvero la propulsione che deve vincere la resistenza. Questa propulsione può essere data da **Elica** o **Propulsore**. Queste a loro volta potranno essere **Motobolica** l'elica riceve energia da un motore alternativo; **Turbobolica** dove l'energia è fornita con un motore a turbina; **Turbogelico** -

Quindi nella parte di **Macchine** studieremo i componenti, mentre nella parte di **Propulsione** il motore nel suo complesso.

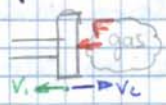
Per prima cosa diamo una definizione di **Macchine**: insieme di organi che scambiano lavoro attraverso uno spostamento o una rotazione.

In questo corso trattiamo **Macchine a Fluido** cioè macchine dove lo scambio di lavoro avviene tra una macchina e un fluido.

Posso quindi classificarle secondo il **Tipi di Fluido**: **Idrrauliche** sfruttano un liquido incompressibile, **Termiche** fluido compressibile (gas e vapore). La differenza sta nel fatto che le termiche variano la temperatura. Faremo quasi solo gas.

Posso anche classificare secondo **Volume** **macchine** dove il fluido è in una camera a volume variabile e il lavoro nasce per variazione di volume; **Turbomacchine** macchina con palette coltate su un albero in rotazione e il lavoro è dato dal flusso che fa ruotare la turbina.

Un'ulteriore classificazione può essere **Macchine Operative** dove è la macchina a fare lavoro sul fluido trasferendogli energia; **Macchine Operative** dove è il fluido che fa lavoro sulla macchina. Volendo fare un esempio



si pensi a un gas che esercita una forza su un pistone, se quest'ultimo andrà concorde con la forza allora la macchina sarà motrice, altrimenti operativa.

Per convenzione il **Lavoro è Positivo** quando il fluido lo riceve perciò **Operative**  $W > 0$ , **Motrici**  $W < 0$ .

11

BA Questa espressione per l'energia interna vale solo per i gas non si può applicare ai liquidi e ai vapori dove il cv varia molto in funzione di pressione e temperatura.

► **Energia Cinetica**  $E_c = \frac{1}{2} m c^2$

Nella forma lagrangiana è nulla e c è la vel media delle mol

► **Energia Potenziale**  $E_g = m g \Delta z$

È l'energia da fornire a un corpo di massa m per portarlo da  $z_1$  a  $z_2 > z_1$ .

► **Energia Centrifuga**

La forza centrifuga di un corpo che ruota è  $F_c = m \omega^2 R$

Se questo si spostasse di un  $dR$  il lavoro fatto sarà

$dR_{cf} = -dE_{cf} = F_c dr = m \omega^2 R dr$  e integrando si ottiene

$$E_{cf} = -\frac{1}{2} m \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) = -\frac{1}{2} m (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad \text{con } u = \omega r$$

Se ora guardiamo a tutti i contributi si nota che sono tutti proporzionali alla massa. Diventa quindi possibile e utile lavorare con lavori massici, calori specifici e energie specifiche dividendo tutto per la massa e ottenendo

$$Q_e + L_e = \Delta E = E_2 - E_1 = \Delta U + \Delta E_{c,g,cf}$$

## Forma Euleriana

Utilizzata per i sistemi aperti si realizza identificando un volume detto **volume di controllo** attraverso il quale passa un fluido - le condizioni del fluido all'ingresso sono **uniformi** (ovvero entra tutto alle stesse  $c, p, T$ ) così come all'uscita del volume di controllo. Posso quindi

di definire le condizioni di ingresso 1 e di uscita 2.

Un'altra condizione è quella di **moto stazionario** ovvero le grandezze in un dato punto non cambiano nel tempo. Questa è un'ipotesi perché istantaneamente ho variazioni ma mediamente sono costanti. Di conseguenza a questa ipotesi  $\rho$  è costante e una volta definito il volume di controllo allora anche la massa  $\rho$

BA Otteniamo quindi

$$\dot{Q}_e + P_i = \dot{m}[(U + pV + E_{cgcf})_2 - (U + pV + E_{cgcf})_1]$$

Se a questo punto definiamo **Entalpia**  $i$  come la somma di Energia Interna  $U$  e  $pV \Rightarrow \boxed{i = U + p \cdot V}$  si ha

$$\dot{Q}_e + P_i = \dot{m} \cdot \Delta(i + E_{cgcf})$$

E questa variazione di entalpia, analogamente a quella di energia interna, può essere espressa come  $\Delta i = c_p \Delta T$  dove  $c_p$  è costante per un gas ideale, mentre se il gas è perfetto valgono le relazioni  $\boxed{c_p = c_v + R}$   $\boxed{c_p/c_v = \gamma}$ .

Se a questo punto definiamo **Lavoro Massico**  $L_i = P_i/\dot{m}$  e **Calore Massico**  $Q_e = \dot{Q}_e/\dot{m}$  si ottiene

$$\boxed{Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_{cgcf}}$$

## Secondo Principio della Termodinamica

Questo principio serve per approfondire i concetti di ordinato e disordinato, infatti il primo spiega la conservazione dell'energia ma non la sua natura.

Per definire il disordine del sistema sfruttiamo l'**Entropia**

Questa è una funzione di stato che esprime il grado di disordine di un sistema ovvero la quantità di microstati che possono realizzare un macro stato, i modi possibili di un sistema "misura le possibili diverse disposizioni dei livelli molecolari e quindi differenti probabilità degli stati in cui può trovarsi macroscopicamente una molecola".

Per un fluido vale la relazione per l'entropia per unità di massa

$$\underline{T \cdot ds = dU + p dV = di - v dp}$$

quindi più un fluido è caldo più è disordinato.

Il II Principio afferma che quando fornisco calore a un fluido, ne aumento l'entropia e vale  $T \cdot ds \geq dQ_e$ .

Per comodità assieme

$$\boxed{T \cdot ds = dQ_e + dL_w} \quad \text{con } dL_w > 0$$

13

BIA Si nota che nella trasformazione isoentropica se la pressione aumenta anche la Temperatura aumenta ma per elevati salti di pressione si riscontrano <sup>moderati</sup> bassi salti di temperature.

## Trasformazione Politropica

$$p v^m = \text{cost}$$

Questa relazione governa le trasformazioni non isoentropiche e  $m$  è un coefficiente che dipende dal tipo di gas e dal tipo di trasformazione a cui è sottoposto.

Valgono le stesse relazioni di prima con  $m$  al posto di  $\gamma$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

## Compressione ed Espansione Adiabatica

Studiamo ora due trasformazioni considerando un riferimento fisso ( $\Delta E_{cf} = 0$ ), un gas ideale o perfetto ( $\Delta E_g = 0$ ) e un sistema adiabatico ( $Q_e = 0$ ).

### Compressione

Sotto le ipotesi appena fatte andiamo a studiare il primo principio della Termodinamica che si riduce a l'Equazione del I° Principio per una Macchina Adiabatica

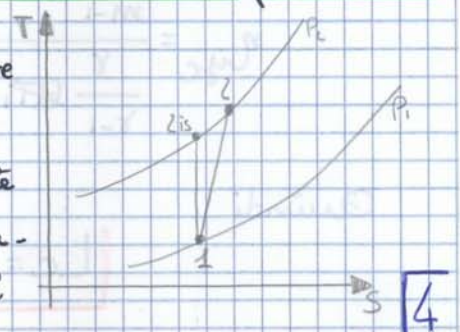
$$L_i = \Delta i + \Delta E_c = c_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(c_i^2 - c_1^2)$$

Se a questo punto aggiungiamo un'ipotesi e poniamo  $\Delta E_c = 0$

$$L_i = c_p \Delta T$$

Per studiare questa trasformazione può essere utile rappresentarla sul grafico T/S dove le isobare sono delle esponenziali

Se, a partire dal punto 1, compio una compressione isoentropica arrivo al punto 2s. Ma una trasformazione Reale fa  $1 \rightarrow 2$  poiché è accompagnata da un aumento di entropia. Si osserva che l'aumento di entropia (il punto 2 è



BA Si può anche osservare che valgono le relazioni

$$L_c = \int_1^2 v dp + L_w \quad \oplus \quad L_{c, is} = \int_1^{c_{is}} v dp + L_w \quad \text{allora}$$

$$L_c = L_{c, is} + L_w + \int_1^2 v dp - \int_1^{c_{is}} v dp \quad \text{allora definiamo}$$

Lavoro di ControRecupero  $L_{CR} = \int_1^2 v dp - \int_1^{c_{is}} v dp$

e questo contributo è dovuto al fatto che trasformo del Lavoro in Calore e quindi le perdite scaldano il gas che, espandendosi, richiede un maggior lavoro per essere compresso.

In definitiva

$$L_{c_s} = L_c - L_w - L_{CR}$$

$$\eta_c < \eta_{yc}$$

## Espansione

Valgono sempre le ipotesi iniziali.

Inoltre è conveniente definire il lavoro di espansione in turbina

$$L_t = -L_i$$

allora

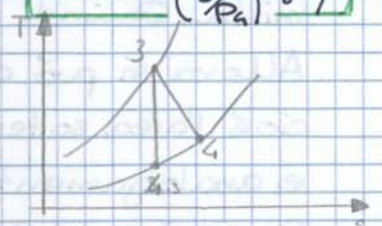
$$L_t = c_p(T_3 - T_4) + \frac{1}{2}(C_3^2 - C_4^2)$$

Se come prima trascuriamo la componente cinetica

$$L_t = c_p(T_3 - T_4) \quad L_{t, is} = c_p(T_3 - T_{4, is}) = c_p T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$$

e definiamo

Rapporto di Espansione  $\beta_e = \frac{P_3}{P_4}$



Come per la compressione possiamo definire un

## Rendimento Isoentropico e Adiabatico

$$\eta_t = \frac{L_t}{L_{t, is}}$$

allora

$$L_t = \eta_t c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) \quad \text{e } L_t < L_{t, is}$$

Se poi penso a una trasformazione Politropica allora

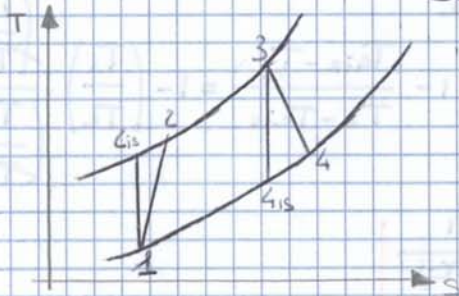
$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{m-1}{m}} \Rightarrow L_t = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_e^{\frac{m-1}{m}}}\right)$$

Magari invece di  $\beta_e$  usare  $\beta_e$  e  $\beta_e$

# Ciclo Soule-Brayton

È un ciclo termodinamico composto da due adiabatiche e due isobare.

Nel caso ideale le due adiabatiche sono reversibili - Isoentropiche. Questo ciclo prevede una Compressione Adiabatica (1-2,  $Q_e=0$ ), Fornire calore a p costante (2-3,  $Q_e=Q_1 > 0$ ), Espansione Adiabatica (3-4,  $Q_e=0$ ), Sottraggio calore a p cost



Di questo ciclo andremo a valutare due aspetti:

**Lavoro Netto**  $L = L_t - L_c$       **Rendimento**  $\eta = \frac{L}{Q_1}$

È da notare che questo rendimento si differenzia da quelli espressi per le compressioni ed espansioni adiabatiche in quanto quelli precedenti legano il comportamento ideale e reale della macchina fornendo una misura di quanto la macchina è ideale, questo invece fornisce una misura di quanta energia disordinata (calore) può essere trasformata in energia ordinata (lavoro).

Ora dobbiamo sfruttare le equazioni ricavate prima per ricavare il lavoro e il rendimento.

## Ciclo Ideale

Vale sempre l'ipotesi di  $\Delta Ec_{gc} = 0$ .

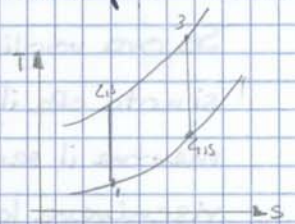
I lavori e i calori scambiati in questo ciclo valgono

$$L_t = c_p(T_3 - T_{c, is}) = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) \quad Q_1 = c_p(T_3 - T_{c, is})$$

$$L_c = c_p(T_{c, is} - T_1) = c_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \quad Q_2 = c_p(T_{c, is} - T_1)$$

E combinando queste equazioni si ottiene che

$$L = Q_1 - Q_2$$





BA Si osserva quindi che il lavoro si annulla per  $\beta = 0$  e per un

$\beta_{\max} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$  mentre è massimo per  $\beta_{L\max} = \sqrt{\beta_{\max}}$ , inoltre nel grafico  $L = f(\beta)$  questo si alza e si allunga all'aumentare di  $T_3$ . Nel grafico  $L = f\left(\frac{T_3}{T_1}\right)$  invece il lavoro si annulla per

$\left(\frac{T_3}{T_1}\right)_{\min} = \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  e se  $\beta$  cresce il punto di minimo si sposta a destra e la pendenza della retta aumenta.

## Ciclo Reale

Nel caso Reale le trasformazioni  $1 \rightarrow 2$  e  $3 \rightarrow 4$  sono adiabatiche ma non più isentropiche per cui  $Q_e = 0$  ma  $L_w > 0$ .

Valgono ancora le considerazioni di  $\beta_c = \beta_e = \beta$  e  $P_1 = P_4$  e  $P_2 = P_3$  (anche se in realtà vi sarebbero delle perdite di pressione fra 2 e 3 che però trascuriamo).

Per descrivere i Lavori di Compressione e Espansione sfrutto la formula con il Rendimento Adiabatico:

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 \left( \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad L_e = \eta_e c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \quad \text{allora}$$

$$\frac{L}{c_p T_1} = \frac{L_e - L_c}{c_p T_1} = \eta_e \frac{T_3}{T_1} \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \left( \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad \text{che posso esprimere}$$

$$\frac{L}{c_p T_1} = \left( \eta_e \frac{T_3}{T_1} - \frac{1}{\eta_c} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)$$

Per esprimere il Rendimento occorre il calore, che vale

$$\frac{Q_1}{c_p T_1} = \frac{c_p (T_3 - T_1)}{c_p T_1} = \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2 - T_1}{T_1} - 1 = \frac{T_3}{T_1} - \frac{L_c}{c_p T_1} - 1 = \frac{T_3}{T_1} - \frac{1}{\eta_c} \left( \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) - 1$$

Quindi

$$\eta = \frac{\frac{L}{c_p T_1}}{\frac{Q_1}{c_p T_1}}$$

## Lavori con $\Delta E_c \neq 0$

Finora abbiamo trattato le nostre macchine trascurando le Energie Cinetiche in gioco. Rimuoviamo ora questa ipotesi mantenendo però l'ipotesi di moto uniforme, macchina adiabatica, sistema fisso  $E_{cf} = 0$  e gas ideale  $E_g = 0$ .

Allora il I° Principio sarà

$$L_i = \Delta i + \Delta E_c = i_2 - i_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = c_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)$$

Per poter associare le formule con  $\Delta E_c \neq 0$  a quelle ricavate in precedenza per  $\Delta E_c = 0$ , occorre introdurre il concetto di

**Grandezza Totale od'Arresto**  $x^o$

Definiremo allora **Entalpia Totale**  $i^o = i + \frac{1}{2}c^2$

**Temperatura Totale**  $T^o = \frac{i^o}{c_p}$

Possiamo allora riscrivere il I° Principio come

$$L_i = \Delta i^o = i_2^o - i_1^o = c_p(T_2^o - T_1^o)$$

Si osserva che se la trasformazione è adiabatica e non c'è lavoro allora  $i^o = \text{cost} \Rightarrow T^o = \text{cost}$ . Quindi in queste condizioni posso trasformare Energia cinetica in entalpia e viceversa.

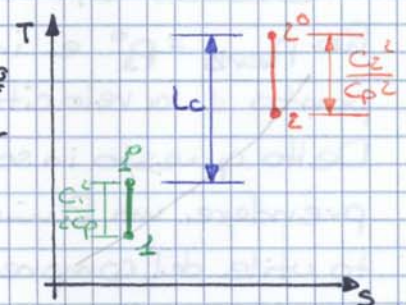
Queste proprietà valgono sia per condizioni ideali che in condizioni reali (perdite).

Traiamo ora la Compressione e l'Espansione con  $\Delta E_c \neq 0$ .

### Compressione con $\Delta E_c \neq 0$

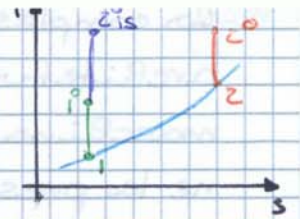
Per un gas ideale in questa trasformazione parto da punto 1 con relative  $T_1, p_1$  e  $c_1$  per arrivare a 2 con  $T_2, p_2$  e  $c_2$ . Per un punto generico del grafico vale però

$$i^o = i + \frac{1}{2}c^2 \Rightarrow T^o = \frac{i^o}{c_p} = \frac{i}{c_p} + \frac{c^2}{2c_p} = T + \frac{c^2}{2c_p}$$



MA quanto quelle Totali.

Definiamo allora **Lavoro Ideale** il lavoro che porta  $p_1^0$  a  $p_2^0$  in modo isoentropico:



$$L_{cis} = C_p(T_2^0 - T_1^0) = C_p T_1^0 \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad \text{dove si ha}$$

**Rapporto di compressione**  $\beta_c = \frac{P_2^0}{P_1^0}$

si dice total-to-total

Analogamente al caso con  $\Delta E_c = 0$  si potrà definire

**Rendimento Isoentropico**  $\eta_c = \frac{L_{cis}}{L_c}$  per cui

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} C_p T_1^0 \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

e

**Rendimento Politropico**  $\eta_{yc}$  per cui vale

$$L_c = C_p T_1^0 \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_{yc}}} - 1 \right)$$

dove però in questo caso ricavare  $\eta_{yc}$  risulta più complesso dato che è caratterizzato sia da grandezze totali che da statiche quindi verrà preso per noto. Si può scrivere

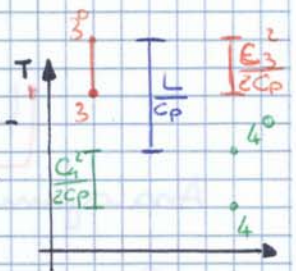
$$T_2^0 = T_1^0 \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_{yc}}}$$

Quindi, nello studio con  $\Delta E_c \neq 0$  di un compressore, si utilizzano le stesse formule del  $\Delta E_c = 0$  ma con le grandezze Totali; questo viene definito un **Approccio Total-to-Total**.

Si nota infine che il lavoro sarà nullo se  $\Delta T^0 = 0$ .

### Espansione con $\Delta E_c \neq 0$

Lo studio di una turbina risulta più complesso. La trasformazione avviene sempre tra i punti 3 e 4 e i rispettivi totali sono sempre sulla retta isoentropica (arresto senza perdite). Dal I° Principio si ha sempre



$$L_t = C_p (T_3^0 - T_4^0)$$

9

BAV

$$L_t = C_p T_3^0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \eta_{yt}} \right)$$

E anche in questo caso  $\eta_{yt}$  sarà dato per noto e diverso da quello ricavato per  $\Delta Ec = 0$ .

### Total-to-static

In questo caso si ha

### Rapporto di Compressione

e valgono

$$L_{id} = C_p (T_3^0 - T_B) \quad \text{dove} \quad T_B = T_3^0 \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad \text{con } \beta_t$$

e analogamente all'approccio total-to-total si ha

$$L_t = \eta_t C_p T_3^0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \quad L_t = C_p T_3^0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \eta_{yt}} \right)$$

dove però  $\eta_t^{ts} < \eta_t^{tt}$

Quindi posso applicare indifferentemente l'uno o l'altro approccio e poi passare all'altro a seconda della comodità.

La differenza sta nell'altezza A-B: **Perdita per l'Energia Cinetica di Scarico** cioè il fluido esce con una velocità maggiore sprecando Energia che poteva essere trasformata in lavoro.

Quando trattiamo con le grandezze totali può essere utile esprimere queste grandezze in funzione del **Numero di Mach**.

$$M = \frac{c}{c_s}$$

dove  $c$  è la **Velocità del Flusso** mentre  $c_s$  è la **Velocità del Suono** ovvero la velocità di propagazione di una variazione di pressione nel mezzo e vale

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T}$$

Allora

$$T^0 = T + \frac{c^2}{2C_p} \Rightarrow \frac{T^0}{T} = 1 + \frac{c^2}{2\frac{\gamma}{\gamma-1}RT} \Rightarrow T^0 = T \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$$

$$p^0 = p \left( \frac{T^0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

110

15AV

$$0 = \int_p^r v dp + \frac{0 - c^2}{2} + 0$$

Integrando tra  $p$  e  $p^0$  lungo un'isentrofica e sostituendo a

$$v = \frac{1}{\rho} = \left(\frac{p^0}{p}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{1}{\rho^0} \quad \text{allora} \quad \frac{c^2}{2} = \int_p^{p^0} v dp = \int_p^{p^0} \frac{1}{\rho^0} \left(\frac{p^0}{p}\right)^{\frac{1}{\gamma}} dp$$

$$C = \sqrt{2 \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p^0}{\rho^0} \left[ 1 - \left(\frac{p}{p^0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

Tenendo conto della relazione

$$\sqrt{p^0 \rho^0} = \frac{p^0}{\sqrt{p^0/\rho^0}} = \frac{p^0}{\sqrt{\gamma R T^0}}$$

Una prima forma per esprimere la portata è quindi

$$\dot{m} = \frac{p^0 \cdot A}{\sqrt{\gamma R T^0}} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p}{p^0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p^0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad (1)$$

dove la portata è solo funzione di grandezze totali e pressione e il rapporto

$$\frac{p}{p^0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Per esprimere l'altra espressione della portata occorre definire  $\rho$  e  $c$  opportunamente

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{\frac{p^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}}{RT^0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}$$

$$c = M \sqrt{\gamma R T} = M \sqrt{\frac{\gamma R T^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}}$$

Allora

$$\dot{m} = \frac{p^0 A}{\sqrt{\gamma R T^0}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma} M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = \frac{p^0 A}{\sqrt{\gamma R T^0}} \cdot f(M)$$

Posso quindi definire

Portata Corretta  $\frac{\dot{m} \sqrt{\gamma R T^0}}{p^0 A}$

che sarà un numero puro funzione del solo Mach

DA quindi possiamo legare Area e Mach con proporzionalità inversa.

Supponiamo un **Flusso Subsonico**. Allora se la sezione cresce lungo  $x$  cioè  $A_2 > A_1$ , **Condotto Divergente**, allora  $P(M_1) > P(M_2)$  e il Mach diminuisce mentre la pressione aumenta. Se invece ho un **Condotto Convergente**  $A_2 < A_1$  allora  $P(M_1) < P(M_2)$  cioè il Mach cresce e la pressione diminuisce.

Se invece consideriamo un **Flusso Supersonico**. Se ho un **Condotto Divergente**  $A_2 > A_1$  allora  $P(M_1) < P(M_2)$  quindi il Mach cresce e la pressione diminuisce. In un **Condotto Convergente** invece  $A_1 > A_2$  allora  $P(M_1) > P(M_2)$  cioè il Mach decresce e la pressione cresce.

	Convergente	Divergente
Flusso Subsonico	$M \uparrow$ $P \downarrow$	$M \downarrow$ $P \uparrow$
Flusso Supersonico	$M \downarrow$ $P \uparrow$	$M \uparrow$ $P \downarrow$

Si osserva che in un condotto convergente subsonico non potrà mai superare  $M=1$ .

Inoltre, ragionando a  $p^0$  e  $T^0$  costanti allora la portata Corretta sarà direttamente proporzionale alla densità e alla velocità del flusso.

Ma allora per un flusso subsonico il quale  $\frac{\dot{m} \sqrt{RT^0}}{p^0 A} \propto \rho \cdot c$  voglio che acceleri vedrà la sua velocità crescere e la densità diminuire ma la velocità cresce più velocemente, allora affinché  $\dot{m}$  sia costante dovrà diminuire l'area. Se invece accelero il flusso in supersonico allora sarà la densità a scendere più velocemente quindi dovrò aumentare l'area.

In conclusione quindi si ha che  $(\rho \cdot c)$  è massimo solo se  $M=1$  e l'Area è minima. Ma allora il Mach non può essere unitario in una sezione dove il condotto è ancora convergente  $\Rightarrow$  Il Mach è unitario solo nella **Sezione di Coda**

Se ipotizziamo anche che

$$P_t = P_v$$

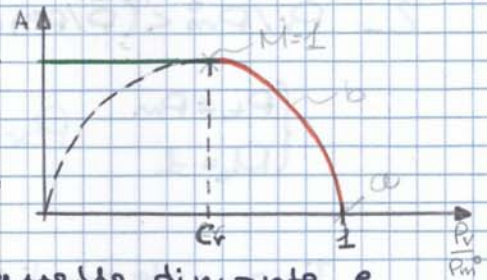
allora possiamo

sostituire queste grandezze nella relazione (1) ottenendo

$$\dot{m} = \frac{P_m^0 A_t}{\sqrt{RT_m^0}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\right) \left[ \left(\frac{P_v}{P_m^0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_v}{P_m^0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

$$A = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_m^0}}{P_m^0 A_t}$$

Allora, se tutte queste ipotesi sono valide possiamo tracciare il grafico con l'andamento della portata in funzione del rapporto  $P_v/P_m^0$  poiché, pur non essendo note le grandezze locali, sono note quelle di monte e valle.



Queste ipotesi valgono solo in regime subsonico dove  $P_v = P_t$ .

### Esempio

se ho un ugello tappato con la pressione interna  $P_m$ , quando questo verrà stappato si troverà con  $P_m > P_v$ . Allora l'aria all'interno comincerà a muoversi accelerando verso l'esterno finché  $P_m = P_v$ .

A questo punto all'interno dell'ugello il flusso dovrebbe accelerare e potrebbe diventare supersonico ma non è possibile.

L'impossibilità che un flusso possa superare  $M=1$  in un ugello convergente è spiegata fisicamente. Immaginiamo di star osservando la sezione di uscita dove il flusso esce a  $M=1$ . Se a questo punto diminuiamo la pressione di valle  $P_v \Rightarrow P_m > P_v$  allora il flusso, fuori dall'ugello accelererà per differenza di pressione. Ma all'interno dell'ugello non avviene nulla poiché il tempo che ci mette il segnale della differenza di pressione (che viaggia a  $M=1$ ) a raggiungere una particella interna all'ugello è esattamente uguale al tempo che questa ci mette ad uscire quindi sentirà la differenza di pressione solo una volta uscita dall'ugello.

Dalla formula (2) si osserva che il comportamento dell'ugello sarà dettato dal valore del rapporto  $P_v/P_m^0$  in relazione al  $(P/P^0)$  critico.

## Ugello di De Laval - Convergente Divergente

Abbiamo visto che per un Ugello convergente è impossibile superare  $M=1$ . Ma se in coda di un Convergente attacco un divergente allora è possibile.

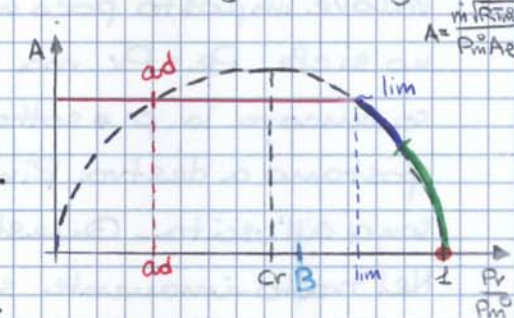
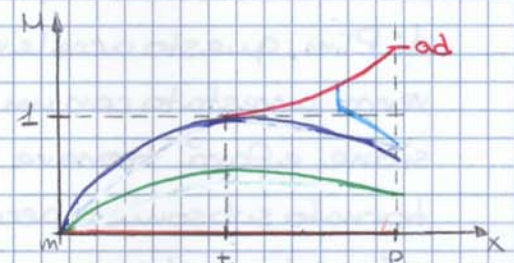
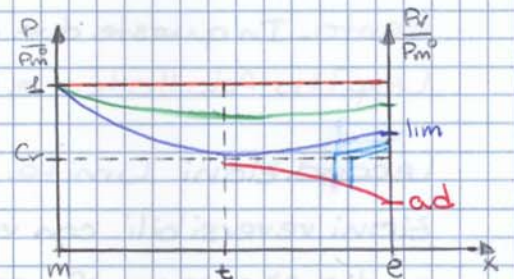
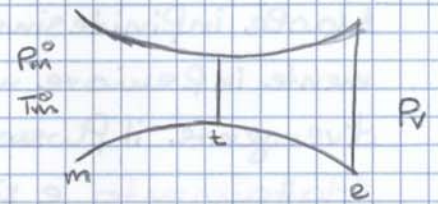
Andiamo quindi a studiare i diagrammi di questo tipo di Ugello.

Se inizialmente  $P_v = P_m^0$  allora la pressione sarà costante, la velocità nulla e la portata corretta, calcolata nella sezione  $A_e$  invece che  $A_t$ , sarà nulla.

Teniamo conto che in questa trattazione supponiamo un flusso unidirezionale, adiabatico e senza attriti. Possono però nascere dissipazioni legate alle onde d'urto che nascono quando una corrente supersonica rallenta aumentando la pressione e l'entropia ( $P^0$ ) di colpo, non gradualmente. Questo vale solo per il tratto divergente, nel convergente infatti  $P^0$  completa reversibilità.

Se a questo punto abbassiamo la  $P_v$  le particelle verranno accelerate fuori dall'ugello. Se questa  $P_v$  è più minore di  $P_m^0$  allora nel convergente diminuirà la pressione e aumenterà il Mach ma rimane subsonico quindi nel divergente aumenterà la pressione mentre il Mach diminuisce. La portata avrà quindi l'andamento classico e  $P_e = P_v$   $P_e^0 = P_m^0$ .

Se abbasso ancora la  $P_v$  arrivo alla Condizione Limite dove l'accelerazione del fluido lo porta a  $M=1$  nel convergente, se poi però il Mach è di un infinitesimo inferiore a 1 allora nel ~~caso~~ divergente si comporterà come subsonico. Si nota che, ~~ess~~ avendo espresso la portata corretta con  $A_e$  il punto limite con  $M=1$  non sarà in corrispondenza di  $(P_v/P_m^0)_{cr}$  ma prima.





Ora dobbiamo determinare quanto valgono  $P_{lim}$  e  $P_{ad}$ .  
 Queste non dipendono da  $Y$  come la pressione critica ma dalla geometria dell'ugello.

Devo inoltre valutare  $\dot{m} = f(P_r/P_{m^0})$ .

Valutiamo prima  $\dot{m} = f(P_r/P_{m^0})$  supponendo nota la  $P_{m^0}$ .

Avrò allora due casi:

1 -  $P_r/P_{m^0} > (P/P_{m^0})_{lim}$  ovvero quando l'ugello è subsonico, adattato  $P_e = P_r$  e reversibile  $P_{e^0} = P_{r^0}$ . Allora

$$\dot{m} = \frac{P_{e^0} A_e}{\sqrt{R T_{e^0}}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P_{e^0}}{P_{e^0}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - \left( \frac{P_{e^0}}{P_{e^0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

Quindi è come un ugello convergente subsonico.

Se volessi usare quest'equazione in altri punti ( $P_r/P_{m^0} > P_e/P_{m^0}$ ) allora l'ugello non è adattato e non conosco  $P_{e^0}$ . Quindi questa vale finché sono in subsonico

2 -  $P_r/P_{m^0} < (P/P_{m^0})_{lim}$  in queste condizioni posso avere diverse soluzioni ma a me interessa la portata che è costante lungo tutte le sezioni, quindi mi bastano le grandezze di  $P_{m^0}$  la che sono note

$$\dot{m} = \dot{m}_{cr} = \frac{P_{m^0} A_t}{\sqrt{R T_{m^0}}} \cdot f(M=1)$$

Quindi se so che l'ugello è critico ( $M=1$ ) uso la formula della Portata Critica per il convergente che si conserva anche nel divergente.

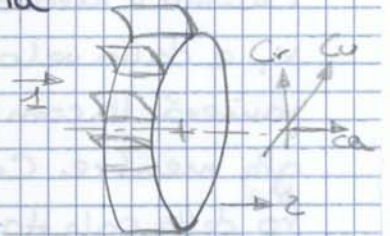
Per valutare  $P_{lim}$  e  $P_{ad}$  considero una gola sonda ( $M=1$ ), un flusso reversibile e un ugello adattato. Quindi per trovare  $P_{lim}$  e  $P_{ad}$  basta uguagliare le due portate

$$\frac{P_m^0 A_e}{\sqrt{R T_m^0}} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{P}{P^0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - \left( \frac{P}{P^0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} = \frac{P_m^0 A_t}{\sqrt{R T_m^0}} \cdot f(M=1)$$

Dove la mia incognita è  $\frac{P}{P^0} = X$  allora

Si avrà solo la quantità che esce meno la quantità che entra.

Le Palette della Turbomacchina possono essere fisse o mobili.



Ipotizziamo che al punto di ingresso il flusso sia uniforme e quindi il raggio della palette non sia influente.

Allora si avrà \$P\_1, P\_2, T\_1\$ e \$C\_1\$ dove \$C\_1\$ è scomposta nelle componenti radiale \$C\_r\$, assiale \$C\_a\$ e tangenziale \$C\_u\$.

Si può quindi dimostrare che la Coppia è pari alla differenza di flusso di momento angolare uscente meno entrante

$$C = \dot{m} (r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1})$$

Per comodità posso studiare cosa succede al raggio medio e successivamente valutare il comportamento agli altri raggi noto il medio.

Questa relazione per la coppia vale sia per una macchina rotante che per una ferma.

Se però ora voglio scrivere il lavoro devo riferirmi a una macchina rotante (perché mi servono gli spostamenti) che muoti con velocità angolare \$\omega\$ nell'ipotesi che la coppia sia esercitata solo dalle palette sul flusso e non dallo scheletro esterno ovvero dalle forze di attrito con la parete che tendono a rallentare il flusso. Questa ipotesi è valida perché le forze d'attrito sono comunque piccole.

Sotto queste ipotesi la **Potenza Interna Scambiata** è

$$P_i = C \cdot \omega = \dot{m} \omega r_2 C_{u2} - \dot{m} \omega r_1 C_{u1}$$

ovvero la coppia degli organi mobili per la loro velocità angolare

Osserviamo che il prodotto \$\omega \cdot r\_i\$ è pari alla Velocità di Trascinamento della palette  $U_i = \omega r_i$  - Possiamo

anche definire  $L_i = \frac{P_i}{\dot{m}}$  ottenendo

**Lavoro Interno della Palette** di una Turbomacchina

$$L_i = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$$

$\begin{cases} > 0 \text{ Compresor} \\ < 0 \text{ Turbina} \end{cases}$

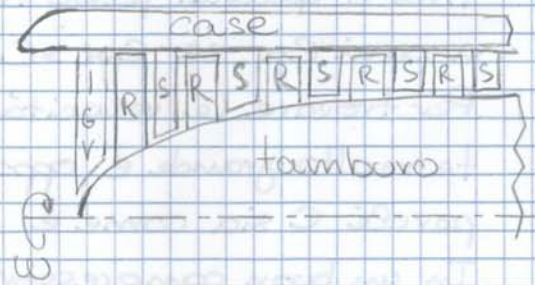
## Compressore Assiale

Sono macchine multistadio dove ogni stadio è composto da due palettature **Rotore** e **Statore** dove a compiere il lavoro è il Rotore poiché lo statore è fermo.

Nel Rotore il flusso è accelerato, la velocità assiale  $\bar{c}$  aumenta, quella relativa alla palette  $W$  diminuisce e la pressione aumenta. Nello Statore invece la velocità  $\bar{c}$  diminuisce mentre la pressione aumenta ancora, nello statore non teniamo conto di  $W$  perché la macchina è ferma.

In questa macchina la velocità di ingresso è limitata sia per il primo stadio che per gli stadi successivi, allora la velocità di uscita da ogni stadio non sarà tanto diversa dalla velocità di ingresso.

La struttura di un compressore è composta da un Case esterno fisso e un cilindro rotante con una sezione leggermente crescente.



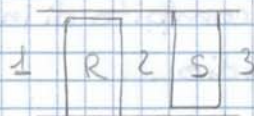
te detto Tamburo. Sono poi collocate le palettature di rotore e statore e, davanti al primo stadio, una palettatura fissa detta **IGV**.

Guardando alla velocità radiale questa non è nulla e il raggio medio è crescente.

In queste macchine vogliamo che la velocità  $C_a$  sia costante, ma allora la portata  $\dot{m} = \rho C_a A$  per essere costante a grandi velocità dovrà avere un  $A$  piccolo poiché  $\rho$  cresce e questo sta alla base della geometria a raggio variabile. Le distanze fra palette e superficie deve essere minima.

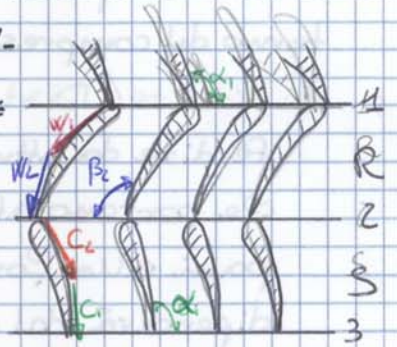
Studiamo ora il **Triangolo delle Velocità** definendo le posizioni caratteristiche di un compressore 1, 2 e 3 e  $\infty$

$$\beta_c = \frac{P_3}{P_1} \quad L_c = \frac{1}{\eta_c} C_p T_1 \left( \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$



Allora in ingresso la velocità  $C_1$  sarà parallela ai bordi di fuga della palette tranne a monte o dell'IGV.

Il Rotore sentirà quindi arrivare  $W_1$  e scanciare  $W_2$ . Raccordando queste due velocità si forma il profilo delle palette. Lo Statore vedrà invece arrivare  $C_2$  e scancierà  $C_1$  ed ecco le palette dello Statore.



Quindi, noto il Triangolo delle Velocità posso disegnare le palette.

Risulta quindi utile identificare degli Angoli Costitutivi  $\alpha_1$  e  $\beta_2$ , angoli notevoli nella geometria della palette.

Allora possiamo scrivere

$$C_a = C_1 \sin \alpha_1 \quad C_{u1} = C_1 \cos \alpha_1 = C_a \cotg \alpha_1$$

$$C_{u2} = W_{u2} - U$$

$$W_{u2} = C_a \cotg \beta_2 = W_a \cotg \beta_2$$

Quindi unendo tutto

$$L_c = U \left[ U + C_a (-\cotg \alpha_1 + \cotg \beta_2) \right] = U^2 \left[ 1 - \frac{C_a}{U} (\cotg \alpha_1 - \cotg \beta_2) \right]$$

E definendo

Coefficiente di Portata  $\varphi = \frac{C_a}{U}$

Coefficiente di Pressione  $\psi = \frac{L_c}{U^2}$

$$\psi = 2 \left[ 1 - \varphi (\cotg \alpha_1 - \cotg \beta_2) \right]$$



Studiamo a questo punto come mi fornisce il lavoro ricorrendo

$$L = f(\beta_2) \quad L_c = \frac{1}{k_c} c_p T_1^0 \left( \beta_2^{\frac{k-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad L_c = c_p T_1^0 \left( \beta_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{k_c}} - 1 \right)$$

Quindi devo "tradurre"  $\psi$  in  $\beta_2$  attraverso il coefficiente

$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{k_c}$  tenendo conto che valgono sempre

$$L_c - L_w = \frac{\gamma M_{yc}}{\gamma-1} R T_1^0 \left( \beta_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{k_{yc}}} - 1 \right) \quad \eta_{yc} = \frac{L_c - L_w}{L_c}$$

Posso ricavare

$$\beta_c = \left( 1 + \frac{(L_c - L_w) / U^2 / 2}{C_p T_1^0 / U^2 / 2} \eta_{gc} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1} \eta_{gc}} = \left( 1 + \frac{\Psi - S}{\tau_1} \eta_{gc} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1} \eta_{gc}} \quad |$$

Si osserva che il Coefficiente Termometrico esprime il legame fra  $\beta_c$  e temperatura.

Se ragioniamo a  $\tau_1$  fisso allora  $\beta_c = f(\Psi, S) = f(\varphi)$ .

La risoluzione di questi problemi non è però mai semplice, se però consideriamo un flusso incompressibile, ovvero con piccole differenze di pressione e quindi di volume fra ingresso e uscita, allora si può scrivere

$$L_c - L_w = \nu(P_2 - P_1) = RT_1 \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

Poi se ancora ho piccole variazioni di velocità quindi le grandezze statiche sono uguali a quelle totali o il Mach è costante allora

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2^0}{P_1^0} = \beta_c \Rightarrow \beta_c \propto \frac{L_c - L_w}{RT_1^0} \propto \frac{\Psi - S}{\tau_1} \quad |$$

e in prima approssimazione si può affermare che il massimo rapporto di compressione si ha per  $(\Psi - S)$  massimo.

Se anziché il rendimento politropico avessi voluto quello isoentropico  $\eta_c$  le cose non cambiavano molto.

Si osserva che al crescere di  $\tau_1$  la curva si comprime.

Si fa che due compressori diversi ma con stessi angoli costruttivi e  $\tau_1$  avranno lo stesso rendimento e lo stesso rapporto di compressione.

Notiamo ora che il Coefficiente di Portata  $\varphi$  è difficilmente misurabile, dato che è nota la velocità angolare del rotore e non la  $\vec{U}$ , come è anche difficilmente misurabile la  $C_a$ . Allora è conveniente esprimere le  $\dots$  trovate in funzione di grandezze più facilmente calcolabili e per farlo sfrutto

Numero di Giri Corretto  $\frac{n D}{\sqrt{RT_1^0}} \quad |$

Portata Corretta  $\frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{P_1^0 D^2} \quad |$

Oltre al rapporto di Compressione  $\rho_0$  il rendimento che dovrebbe essere per lo stesso  $\rho$  ma c'è l'influenza del Mach e dato che posso raggiungere  $M=1$  quindi  $\rho_0$  più perdite e  $\eta_{(2)} < \eta_{(1)}$ . Analogamente scendendo la velocità diminuisce, diminuisce il Reynolds e quindi  $\rho_0$  più sforzi viscosi. Quindi in qualunque "direzione" vada a partire dal  $\eta_{max}$ , per un motivo o per un altro, il rendimento diminuirà. Posso quindi tracciare le Curve Iso-rendimento.

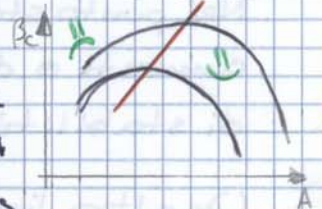
Queste mappe valgono per qualunque compressore con stesso Triangolo di Velocità e noti due di  $\text{Mach}$ ,  $\text{Ncr}$  o  $\beta_c$  si può calcolare il mancante.  $\triangle$

Quindi, nota la mappa, sono note le prestazioni del compressore.

Il compressore però per funzionare bene, ovvero con  $\beta_c$  e  $\eta$  alti, opererà solo in determinate condizioni.

La prima limitazione è il Pompagegio ovvero una zona della mappa dove il funzionamento del compressore è instabile e questo punto dipende sia dal solo compressore che dal circuito in cui esso è inserito.

La zona di Pompagegio si trova a sinistra della linea di Pompagegio che coincide con la linea dei massimi. Allora a sinistra avrò un compressore instabile mentre a destra sarà stabile.



Il Pompagegio è un'oscillazione del flusso che si manifesta in uno spostamento d'aria da  $1 \rightarrow 2$  e da  $2 \rightarrow 1$  in modo alternato. La pericolosità sta nel fatto che il compressore non è progettato per lavorare con aria che si sposta da  $2 \rightarrow 1$ , inoltre queste oscillazioni inducono vibrazioni. Un'ulteriore problematica di questo fenomeno è che il Combustore posto a valle del compressore non riceve più aria e si spegne.

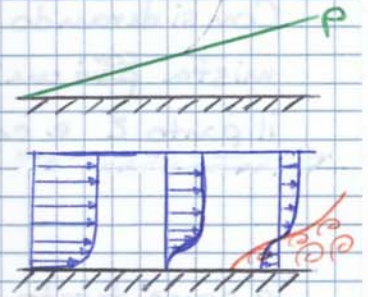
La Stabilità o Instabilità di un compressore è caratterizzata dal circuito. Noi la studiamo per un compressore inserito fra due serbatoi a pressione costante e lavorando con un

$$\beta_c = \frac{P_2}{P_1}$$

Lo stallo è assai gravoso poiché, oltre a indurre perdite, vibrazioni, fatica e a limitare la portata, crea il Pompagegio. Inoltre Aerodinamicamente è problematico poiché induce separazioni dalla parete della corrente.

Le separazioni in un compressore possono avvenire sia sulle palette che sulle superfici di tamburo e case e ogni qualvolta che la velocità diminuisce e la pressione aumenta vi è pericolo di stallo.

Supponiamo una parete lungo la quale la pressione cresce e la velocità è costante e presenta lo strato limite. Allora si fa che se la pressione aumenta tutte le particelle si dentro lo strato limite rallentano ( $C_x$ ). Più le particelle rallentano più il profilo delle velocità cambia poiché, per elevate pressioni si fermano e si muovono controcorrente causando lo stallo sulla superficie.



Andiamo ora a valutare di quanto la corrente deve rallentare perché vada in stallo e lo facciamo con il

### Coefficiente di Pressione di Rotore e Statore

$$C_{Pr} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} \quad \left| \quad C_{Ps} = \frac{P_3 - P_2}{\frac{1}{2} \rho C_2^2} \right|$$

e per evitare lo stallo questi coefficienti devono essere contenuti e minori di un  $C_{p \max} \approx 0,5$ . Quindi l'aumento di pressione tollerato è pari alla metà della pressione dinamica. Ma allora l'aumento di pressione di ogni singolo stadio è limitato e questo è il principale limite dei Compressori Assiali dove il massimo  $\beta_c$  per uno stadio è di circa 1,3 e per ottenere  $\beta_c$  maggiori si mettono più stadi.

Oltre a evitare lo stallo in un Compressore è opportuno evitare gli **Urti** dovuti alle Onde d'Urto. È quindi conveniente lavorare con un  $M_i$  relativo minore di un  $M_{tr}$

$$M_{i \max} \approx 0,8$$

Statore e rotore comprimano in ugual modo.

Allora il Triangolo delle Velocità dovrà essere Simmetrico

$$\alpha_1 + \beta_2 = \pi \quad |$$

Sostituendo i valori massimi si ottiene un  $\beta_2 \approx 1.3$  per stadio.

Per favorire un  $\beta_2$  alto si sfrutta l'IGV che favorisce una  $C_1$  in ingresso già indirizzata con un  $\alpha_1$ .

Il fatto che Rotore e Statore debbano comprimere in ugual modo si può esprimere con il

**Grado di Reazione**  $R = \frac{u_2 - u_1}{L_c} \quad |$

dove  $R_0$  il rapporto fra l'aumento di entalpia nella girante fatto il lavoro che però vale

$$L_c = u_2^0 - u_1^0 = u_3^0 - u_1^0 = u_3 - u_1$$

perché lo statore non fa lavoro  $u_2^0 = u_3^0$  e assumendo  $C_3 = C_1$  si ha \* - Ma da I° Principio si ha ancora

$$u_3 - u_1 = \rho(P_3 - P_1) \quad \text{e} \quad u_2 - u_1 = \rho(P_2 - P_1)$$

quindi

$$R = \frac{P_2 - P_1}{P_3 - P_1} = 0.5 \quad | = \frac{w_1^2 - w_2^2}{\left(\frac{c_1^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}\right)}$$

ovvero per  $R = 0.5$  si ha il funzionamento ottimale.

Abbiamo studiato lo Stallo Rotante a parete, vediamo lo **Stallo a Paletta** dove può esserci un guadagno di pressione troppo elevato che causa lo stallo ma non è solo il guadagno di pressione a determinare lo stallo ma anche la forma del profilo. Sul dorso infatti ci sarà un punto di minima pressione (o massima depressione) e da quel punto la pressione non diminuirà più ma aumenterà fino alla  $p_2$ . Questo aumento di pressione può essere troppo forte e causare lo stacco del flusso. Bisognerà quindi regolare la pressione sul dorso e la pressione  $p_2$ . Per tenere conto di questi si ha il

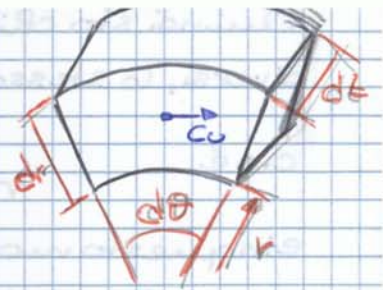


**Fattore di Diffusione**  $D = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{w_{u2} - w_{u1}}{\frac{c w_1}{s}} \quad |$



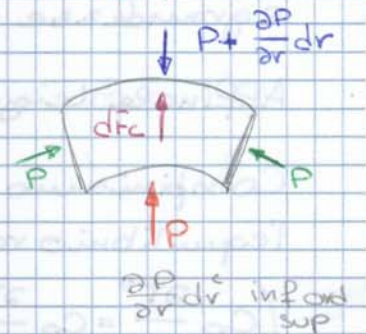
angolare  $\vec{v}$  in modo che la particella rimanga fissa.

Allora sul volume di controllo avrà le forze dovute alle pressioni e la forza centrifuga: la risultante di queste forze deve essere 0.



$$P \cdot r \cdot d\theta \cdot dz + 2 \left[ P \cdot dr \cdot dz \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \right] - \left( P + \frac{\partial P}{\partial r} dr \right) \cdot r \cdot d\theta \cdot dz = 0$$

$$\cdot (r+dr) d\theta dz + \frac{c_u^2}{r} \rho r d\theta dr dz = 0$$



Considerando che  $d\theta$  è infinitesimo quindi  $\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$  si ottiene semplificando

$$\frac{dP}{dr} = \rho \frac{c_u^2}{r}$$

Quindi se un fluido ruota attorno ad un'asse ci deve essere un gradiente di pressione.

Ma allora, per tenere conto di questo gradiente devo modellare opportunamente le palette.

Sviluppiamento

Noi vogliamo un compressore le cui palette compensino questo gradiente (che poi sarebbe una  $\Delta p$  tra tip e hub) e per realizzarlo dobbiamo fare delle ipotesi e delle richieste.

Una di queste ipotesi è che il fluido arrivi al compressore con grandezze totali uniformi  $\frac{\partial T_1^0}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial P_1^0}{\partial r} = 0$

Si può poi fare la richiesta che l'uniformità sia conservata anche all'uscita del compressore ovvero  $\frac{\partial T_3^0}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial P_3^0}{\partial r} = 0$  così se a seguire ho un'altra palette, le parti celle entreranno con grandezze tot. uniformi.

Si pone poi l'Entropia costante al variare del raggio quindi le perdite sono costanti  $\frac{T ds}{dr} = 0$

Sotto queste ipotesi allora anche il lavoro sarà costante lungo il raggio  $L_c = C_p(T_3^0 - T_1^0) \Rightarrow \frac{\partial L_c}{\partial r} = 0$

e allora  $\eta, \beta_c$  saranno uniformi lungo il raggio. 123

vediamo ora cosa succede al triangolo delle velocità nelle condizioni di  $r \cdot C_u = \text{cost.}$

Si osserva subito che per la (1) se  $r \cdot C_u = \text{cost.}$  anche  $C_a$  è costante lungo il raggio. Assumiamo poi  $C_{a1} = C_{a2}$ .

Come abbiamo già detto al raggio medio si avrà un triangolo simmetrico.

Le velocità hanno equazioni

$$C_{u1} = C_{u1} \Big|_{\text{med}} \cdot \frac{r_m}{r} \quad U = \omega \cdot r = U_m \cdot \frac{r}{r_m}$$

quindi la  $C_u$  diminuisce con il crescere del raggio mentre la  $U$  aumenta.

Al **tip** avremo una  $C_u$  pari a  $\frac{4}{5}$  di quella al raggio medio e una  $U$  pari a  $\frac{5}{4}$  di quella al raggio medio

quindi le  $W$  sono spostate sia perché le  $C_u$  sono diminuite sia perché le  $U$  sono aumentate.

All' **hub** invece le  $C_u$  saranno aumentate di  $\frac{4}{3}$  mentre le  $U$  saranno diminuite di  $\frac{3}{4}$  e quindi spostate le  $W$ .

Ora note le velocità e gli angoli posso disegnare le palette e osservo che queste saranno molto svergolate, e questo può portare a problemi strutturali.



## Vortice Esponenziale

Il vortice libero come visto presenta dei problemi di natura strutturale. Si preferisce quindi utilizzare il vortice esponenziale dove

$$r_1 C_{u1} = a_1 \cdot r + b_1 \quad \text{e} \quad r_2 C_{u2} = a_2 \cdot r + b_2$$

dove  $b_1$  e  $b_2$  sono tipicamente negativi e se vale

$$r \Delta C = r (C_{u2} - C_{u1}) = \text{cost} \Rightarrow a_1 = a_2$$

quindi noti la  $C_u$  al raggio medio e il valore del raggio medio posso ricavare due costanti in funzione della terza e posso andare a disegnare il triangolo delle velocità e quindi le palette.

124

e quindi  $\rho = \rho_p$  ed essendo l'area costante allora si avrà che se  $m < m_p$  allora necessariamente  $C_a < C_{ap}$ . Allora il triangolo delle velocità si modificava tenendo conto della  $C_a$  minore, del fatto che la velocità  $U$  è costante e che l'angolo di  $C_1$ ,  $\alpha_1$ , è regolato dall'IGV e non varia. Si otterrà quindi una  $W_1'$  più negativa della  $W_1$  di progetto che porta allo stallo <sup>sul dorso</sup> il primo stadio e i successivi.

## Ultimi Stadi $\Delta$

Negli ultimi stadi si ha  $m = \rho C_a A < m_p = \rho_p C_{ap} A$ . Tuttavia qui non si può più assumere  $\rho = \rho_p$  in quanto la densità del fluido, a progetto, sarà molto superiore di quella ambiente (all'avviamento, in quanto il fluido è compresso). Quindi vale sì che  $m < m_p$  ma se  $\rho \ll \rho_p$  allora si avrà  $C_a > C_{ap}$  e si osserverà un possibile stallo sul ventre.

Per risolvere questi problemi sono stati studiati tre metodi:

### 1. Palette Stazionarie a Coefficiente Variabile

A seconda delle condizioni di funzionamento regolo l'angolo  $\alpha_1$  in modo opportuno. Anche le palette dell'IGV dovranno essere regolabili. Le palette degli ultimi stadi dovranno ruotare inversamente.

### 2. Spillamento di Portata a Metà Compressore

Si posiziona una valvola a metà del compressore e in fase di avviamento la si apre in modo da limitare la portata in arrivo agli ultimi stadi facendone uscire un po'. Riducendo la portata agli ultimi stadi si riduce la  $C_a$ . Questo metodo è più semplice del primo.

### 3. Compressore Multialbero

Suddivido il compressore in due stadi: il primo che opera a bassa pressione e solidale con la turbina di bassa pressione e il secondo che opera a alta pressione ed è solidale con la turbina di alta pressione.



I due alberi non ruoteranno necessariamente alla stessa velocità, a volte sono controrotanti.

## Compressore Centrifugo

Questi tipi di compressori sono nati in realtà prima dei compressori assiali e superano i limiti legati al  $C_p$  e  $M_{rel}$ .

Per superare questi limiti potrei aumentare il  $M_{rel}$  ma questo porterebbe a un flusso supersonico con relative onde d'urto. È conveniente andare invece a lavorare sul  $C_p$  che, nel compressore assiale, è limitato dal fatto che l'aumento di pressione avviene a discapito della velocità che se diminuisce troppo porta allo stallo.

In un Compressore Centrifugo invece l'aumento di pressione avviene a discapito delle Forze Centrifughe.

Andando a scrivere il I° Principio della termodinamica, in forma mista, applicato al rotore con un movimento rotante si ha:


$$L_i = 0 = \int_1^2 v dp + \frac{1}{2} (W_2^2 - W_1^2) - \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) + L_w$$

Ma ponendo nulle le perdite e considerando che per un compressore Centrifugo  $W_1 = W_2$  allora

$$\int_1^2 v dp = \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) \quad | \quad = \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) \frac{1}{2}$$

Ovvero il guadagno in pressione è legato all'aumento del raggio ovvero guadagno pressione grazie alle Forze Centrifughe.

Inoltre se  $W_r = \text{cost}$  e  $C_r = \text{cost}$  vale sempre l'equazione dell'equilibrio radiale.

Questo compressore è costituito da una Rotore, che può essere preceduto da un Pregirante (come IGV), e da un Diffusore, che non è necessariamente palettato. 

### Rotore o Girante

Il principio è quello di un condotto che convoglia l'aria nelle palette e le impedisce di uscire.

Guardando a una sezione si osservano parti piene dove l'aria non può passare e poi ho il vuoto con dietro la paletta.

Queste sezioni vincolano la sezione di ingresso dimensionalmente e dal punto di vista delle velocità di rotazione.

Si osserva che una volta fissati  $M_{rel}$  e  $C_p$  possiamo ricavare le vel:

$$C_p = 1 - \left(\frac{W_i'}{W_i}\right)^2 \quad \oplus \quad W_i = \sqrt{C_i^2 + U_i^2} \quad \oplus \quad M_{rel} = \frac{W_i}{\sqrt{\gamma R T_i}}$$

queste sono infatti tutte legate e posso determinare  $C_i$ ,  $U_i$  e  $W_i$  avendo noti  $M_{rel}$  e il  $C_p$ .

Se poi ho anche nota la portata che il compressore dovrà smaltire  $\dot{m} = \rho C_i A_i$  allora ho note anche le dimensioni.

Inoltre una volta nota  $U$  e le dimensioni, quindi  $r$ , posso ricavare la velocità di rotazione  $U = \omega \cdot r$ .

Abbiamo visto che le prestazioni sono limitate da  $M_{rel}$  e dal  $C_p$ . Se però questo limite si alza posso progettare un compressore con velocità maggiori e dimensioni minori con un conseguente aumento del lavoro  $L \propto U_i^2$ . Tuttavia l'aumento della velocità angolare non può essere eccessivo per motivi strutturali.

Si può riassumere che se si migliorano il  $C_p$  e il  $M_{rel}$  si ottiene un lavoro migliore a parità di diametro o, a parità di lavoro, un diametro minore. Quindi migliorando l'aerodinamica posso ridurre i pesi e gli ingombri.

Allora per migliorare l'aerodinamica sfrutto il **Pregirante** prima del rotore. Questa fa sì che  $C_u$  sia positiva, quindi  $U_i$  è più grande e il diametro si riduce. Inoltre per la  $C_u > 0$  il triangolo delle velocità si modifica



Dovrò poi valutare se il maggior peso del dovuto alla Pregirante è a favorevole o no a seconda della diminuzione del Rotore

### Impeller

Il flusso dopo essere stato convogliato nell'Inducere va nell'Impeller dove la  $W_i'$  viene trasformata in una velocità radiale.

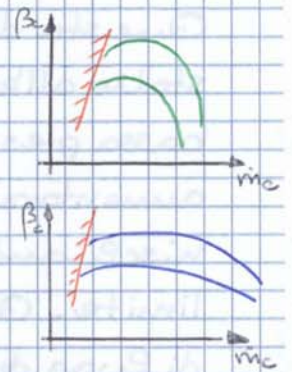
Il lavoro prodotto sarà  $L = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1}$

ma in questo caso  $U_1$  e  $U_2$  saranno diverse fra loro e se studiamo un caso in assenza di Pregirante allora

$$C_{u1} = 0$$

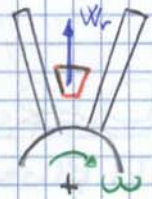
A questo punto nota  $\gamma$  e  $\varphi$  possiamo procedere come per i compressori Assiali e ricavare  $\beta$ ,  $\tau$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ , lavoro e  $\beta_c$ .  
Concludendo posso ricavare la mappa del compressore.

Confrontando la mappa di un compressore Centrifugo con quella ricavata per un compressore Assiale si osserva che le curve del compressore Centrifugo sono meno ripide.



Sto dicendo ora cosa succede a una particella di fluido che si muove all'interno del compressore dalla posizione 1 verso la posizione 2 studiandolo con un sistema di riferimento rotante con il compressore.

La particella si muove quindi della sola  $W_r$  perché, facendo uno studio con un compressore a pale radiali, la  $W_u = 0$ .



Posso quindi scrivere l'equilibrio radiale ponendo

$$W_u = 0 \quad e \quad C_u = U = \omega \cdot r$$

Inoltre la portata è

$$\dot{m} = \rho C A = \rho W_{normale} \cdot A$$

Si ottiene quindi

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{C_u^2}{r} = \omega^2 r$$

ovvero, come già detto, la differenza di pressione è ottenuta dalle forze centrifughe. In questo modo la  $W$  non diminuisce e non ho problemi di stallo quindi posso avere compressioni maggiori.

Studiando il sistema nella direzione tangenziale invece devo considerare la forza di Coriolis che tende a accelerare il flusso in verso opposto alla rotazione. Questa forza vale  $dF_c = 2\omega W_r \rho dV$



ma allora per compensare questo fenomeno il contributo  $\partial P / \partial \theta$  sarà negativo.

All'equilibrio si ottiene allora

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{d\theta} = -2\omega W_r R - 2U W_r$$

Se ora indico con  $\alpha$  l'angolo tra C e U allora ottengo

$$\rho C \sin \alpha \cdot 2\pi r R = \cos t \quad | \quad \oplus \quad r C \cos \alpha = \cos t \quad |$$

Lo studio di queste equazioni, le cui incognite sono C e  $\alpha$ , è molto complesso poiché C è funzione di  $\rho$  che è funzione del numero di Mach e che dipende da C. Quindi sono note le grandezze totali ma non quelle statiche e non conosco  $\rho$ . Per risolverle assumiamo

$$\rho \cdot R = \cos t \quad | \quad \text{allora}$$

$$C \cdot r \cdot \sin \alpha = \cos t \quad | \quad \oplus \quad C \cdot r \cdot \cos \alpha = \cos t \quad \text{quindi}$$

$$\tan \alpha = \cos t \quad | \quad \oplus \quad r \cdot C = \cos t \quad |$$

Quindi se si vuole dimezzare la velocità bisognerà raddoppiare il raggio  $\Rightarrow$  Se voglio rallentare molto, il diffusore sarà molto ingombrante.

L'equazione del raggio è  $r = r_c e^{\theta}$

Vale poi anche  $\frac{r_3}{r_4} = \frac{C_1}{C_3}$  allora per diminuire la velocità più velocemente posso

aumentare  $\alpha$ , pallettando il Diffusore. In questo modo

$$\frac{r_4}{r_3} = \frac{C_3 \sin \alpha_3}{C_4 \sin \alpha_4} \quad | \quad \text{con} \quad \frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_4} < 1$$

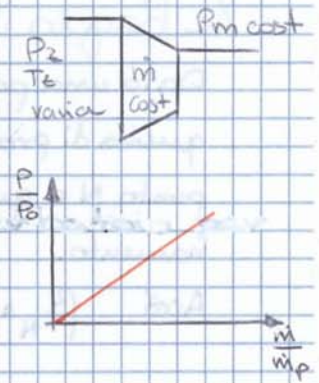
Basta mettere una pala dritta.

Concludendo, in termini di Prestazioni, il compressore Centrifugo sarà più ingombrante ma peserà anche meno di uno Assiale poiché, a parità, ha meno stadi.

Per compensare il possibile stallo dovuto alla differenza di pressione tra due palette si può rimediare inserendo tra le palette delle mezzepalette.

alle condizioni di progetto per una % di tempo. Quindi il compressore lavorerà nelle condizioni di progetto ma per un tempo minore

$$t = \frac{m}{m_p} \Delta t$$

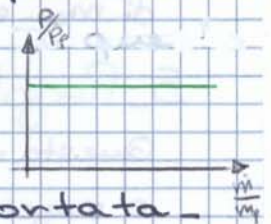


Con questo metodo è però necessario un serbatoio per contenere la portata in eccesso. È il metodo più efficace dove la potenza  $P/P_p$  ha andamento lineare.

## 2. Regolazione per Riflusso

Se l'impianto ha bisogno di 8 kg/s e il compressore ne fornisce 10, butta via i 2 kg/s di eccesso.

In questo modo il compressore funziona sempre a progetto, assorbendo le stesse quantità di potenza ma producendo minor portata.



## 3. Regolazione con Pale a Cassetamento Variabile

Se voglio modificare la portata, senza però cambiare il rapporto di compressione, posso variare il cassetamento delle pale andando a modificare  $\alpha_1$ . Si fa cioè è come avere un compressore diverso per ogni portata richiesta. Tipicamente si ha un buon andamento quasi lineare e molto vicino al Tutto o niente.



Questi metodi di regolazione sono più complessi.

Più semplici sono i metodi che vanno a modificare il numero di giri, il flusso in entrata (laminazione aspirazione) e il flusso in uscita (laminazione in mandata).

Questi metodi vanno a variare il punto di funzionamento sulla mappa del compressore.

Considerando una mappa di un compressore con Area, noto R, e divido per una  $T_1$  di riferimento e una  $P_1$  di riferimento. Così facendo, la portata corretta è dimensionalmente una portata. Le grandezze sono tutte totali e a condizioni ambiente  $P^0 = P_e$   $T^0 = T$ . Indico con P il punto di progetto con le relative portata corretta e rapporto di compressione  $m_{crp}$  e  $\beta_{cp}$ . Studio come si sposta P con le varie regolazioni.



Quindi unisco l'origine con il punto N e proietto sulla curva del numero di giri di Progetto trovando questo perché a parità di portata e Temperatura TA ho una pressione P1 minore.

$$\dot{m}_{c_A} > \dot{m}_{N=11}$$

A parità di riduzione di portata richiesta, il punto si sposta di più laminando alla Mandata rispetto all'aspirazione.

In aspirazione la portata scende perché il compressore comprime di più e ho ridotto la densità del fluido.

Quindi laminando, posso abbassare di un valore minore la portata corretta di mandata.

Si può anche vedere come: a parità di punto di funzionamento ho una portata VERA minore.

Andando a completare il grafico, per le ultime tre regolazioni vale

$$\frac{P}{\dot{m}} = L = \frac{1}{\eta_c} C_p T_A (\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)$$

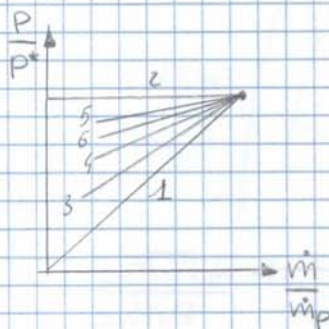
dove il rendimento  $\eta_c$  dipende da dove sono sulla mappa e non è noto il valore massimo "quindi si trascura".

Evidente è invece il contributo del Rapporto di Compressione.

Quindi se vado a variare il numero di giri (Regolazione 4) il lavoro del Compressore sarà uguale a quello di progetto mentre se arrivo all'Aspirazione o alla Mandata ho un  $\beta_c$  maggiore quindi un L maggiore.

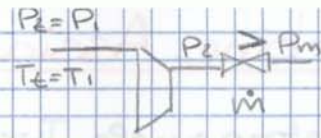
Un ulteriore rischio è quello di avvicinarmi troppo al pompaggio se si diminuisce troppo la portata.

La regolazione alla Mandata è meno regolabile.



## 2. Laminazione Mandata

In questo caso sono noti  $P_e$  e  $T_e$  e  $P_m$  ma non  $P_e$  e  $P_e$  è maggiore di  $P_m$ . Ho sempre la stessa  $n$  ma avrò una nuova  $n_c$  e  $n_c$ . Come per la regolazione industriale:



$$\dot{m}_{cM} = \frac{\dot{m} \sqrt{T_e/T_i} \rho'}{P_e/P_i \rho'} < \dot{m}_{cM} \quad n_{cM} = \frac{n}{\sqrt{T_e/T_i} \rho'} = n_{cP} \sqrt{\frac{T_{3a}'}{T_e}}$$

Quindi i giri corretti scendono un po.

In questo caso mi avvicino al pompaggio e il  $\beta_c$  sale quindi dovrò comprimere di più.

Questo può essere un problema e quindi non è usata.

## 3. Regolazione Aspirazione

In questo caso ho  $P_e > P_i$ .



Il procedimento è analogo all'industriale.

Ho le condizioni

$$n_{cA} = n_{cM} = n_{cP} \sqrt{\frac{T_{3a}'}{T_e}} \quad \oplus \quad \text{tg } \alpha_A = \text{tg } \alpha_M$$

Allora in questo caso il Rapporto di compressione scende e mi allontano da Pompaggio. Questi due aspetti positivi fanno preferire questo tipo di regolazione.

Un problema di questa regolazione può però nascere se l'aria in aspirazione è già miscelata con il combustibile. Quando mai ???

Quindi la miglior regolazione sarà quella sul numero di giri, se non è possibile allora si opterà per una laminazione all'aspirazione e in caso estremo l'aria alla mandata.

## Turbine Assiali ad Azione Ideale

Dalle ipotesi abbiamo che  $L_w = 0$  e  $s = \text{cost.}$

Come per il compressore parto dal triangolo delle velocità e ricavo il lavoro.

In queste turbine  $|P_1 = P_2| \Rightarrow |W_1 = W_2|$  e questa condizione dovrà essere soddisfatta dal triangolo delle vel.

Scrivendo il I° PT al rotore tra 1 e 2 con  $\omega$  rotante

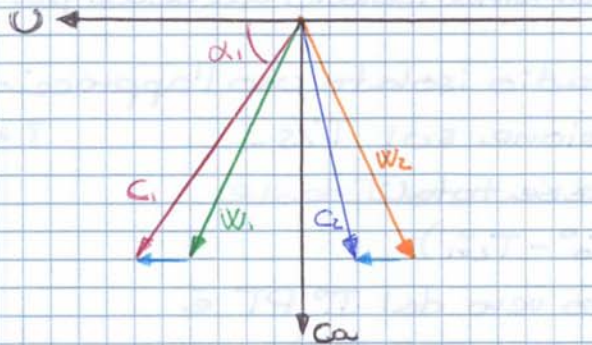
$$L = 0 = \int_1^2 v dp + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + L_w$$

Ma  $\Delta p = p_1 - p_2 = 0$  ( $p_1 = p_2$ ),  $U_2 = U_1$  perché assiale e dalle ipotesi  $L_w = 0$ . Allora per forza  $|W_1| = |W_2|$

Questo significa che il triangolo delle velocità deve avere le stesse  $W$ .

Assumendo sempre  $C_A = W_A$  costante,  $C_{a1} = C_{a2}$  e poiché  $W = \sqrt{C_a^2 + W_u^2}$  allora anche  $W_u$  sarà costante. In realtà però si osserva poi che si ha  $|W_{u1} = -W_{u2}|$ , questo perché devo avere velocità diverse altrimenti  $W_1 = W_2$  e  $C_1 = C_2$  quindi non ho lavoro.

Nel tracciare il Triangolo delle velocità nelle turbine segno le  $U$  positive verso sinistra.



L'angolo  $\alpha_1$  sarà  $\sim 10^\circ - 30^\circ$  ovvero  $C_1$  è molto inclinata.

Ora come per il compressore dal triangolo delle velocità è possibile disegnare il profilo delle palette dove il bordo d'attacco dovrà essere quasi parallelo alla velocità altrimenti stallo mentre all'uscita la direzione della velocità dovrà essere circa parallela con il bordo di fuga.

Per minimizzare la perdita devo minimizzare  $C_c$ .

Abbiamo scritto il lavoro legato al salto entalpico totale ma posso scriverlo legandolo alla velocità  $C$  e non alla  $T$ . Così posso poi riscrivere il rendimento e ricavare la velocità per cui ho rendimento massimo.

Allora  $L_{t,d} = C_p(T_0^0 - T_2) = C_p(T_1^0 - T_1) = \frac{C_1^2}{2}$  ( $T_1^0 = T_0$ )

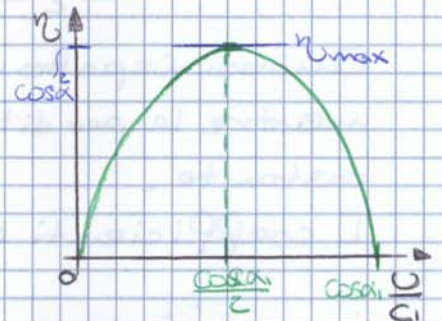
Questo passo farlo perché  $T_1 = T_2$  e applicando il IPT allo statore non ho lavoro né calore allora  $T_1^0 = T_0^0$ , cioè

$$P_1 = P_2 \oplus S_1 = S_2 \Rightarrow T_1 = T_2 \quad \text{e} \quad L_e + Q = L_i = 0 = \Delta i \Rightarrow T_1^0 = T_0^0$$

A questo punto

$$\eta = \frac{2U(C_1 \cos \alpha_1 - U)}{C_1^2 / 2} = 4 \frac{U}{C_1} \left[ \cos \alpha_1 - \frac{U}{C_1} \right]$$

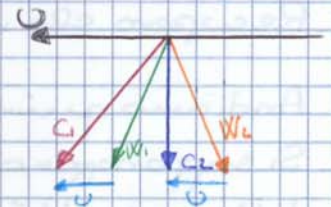
Quindi il rendimento ha andamento parabolico con zeri per  $\alpha_1 = 0$  e  $U/C_1 = \cos \alpha_1$  e massimo per



$$\eta_{\max} = \cos^2 \alpha_1 \Leftrightarrow \frac{U}{C_1} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$$

In queste condizioni, ovvero per rendimento massimo  $C_{c2} = 0$  e il triangolo delle velocità si modifica e si ha

$$\frac{C_c}{C_1} = \sin \alpha_1 \quad \text{e} \quad L_t = \frac{C_1^2}{2} - \frac{C_c^2}{2}$$



Per  $\eta_{\max}$  si ha

$$L_{\max} = 2U^2$$

Nelle turbine le limitazioni sul funzionamento aerodinamico ( $C_p$  e  $M$ ) sono meno incidenti perché la pressione scende e la velocità sale con meno rischi di stallo e eventuali onti da supersonico sono contrastati dalla diminuzione di pressione.

Quindi è migliore una turbina con un lavoro basso e un rendimento alto.

Spesso però le turbine non sono isolate e lo scanico non è libero: Ugello F. + T ma si vuole sempre  $C_c = 0$  senno' allo scanico il flusso ruota.

B4

Allora il lavoro sarà

$$L_t = (1 + \psi) (C_1 \cos \alpha_1 - U) U$$

che sarà minore di quello ideale perché  $(1 + \psi) < 2$  e  $C_1$  è minore di quella ideale

Il lavoro Ideale sarà 
$$L_{id} = \frac{C_1^2}{2} = \frac{C_1^2}{2\varphi^2}$$

Allora il rendimento

$$\eta = 2\varphi^2 (1 + \psi) \left( \cos \alpha_1 - \frac{U}{C_1} \right) - \frac{U}{C_1}$$

e avrà lo stesso andamento del caso ideale ma scalato in basso:  $\eta_{max} < \eta_{maxid}$  - Il massimo però si ha sempre per  $\cos \alpha_1 / 2$  e ha una  $C_{u1} > 0$  perché se fosse verticale crescerebbe troppo  $W$  e con essa le perdite.

Vi sono alcuni aspetti che impediscono alle Turbine ad Azione di essere usate sempre: le turbine a Reazione infatti hanno rendimenti maggiori e sono regolabili in modo più semplice.

Un grosso problema è quello dello svergolamento: infatti per i bassi raggi  $R_0$  aumento di pressione con rischio di stallo: le turbine ad Azione possono essere usate solo se l'altezza della palette è piccola, grado di reazione basso. Allora si useranno le Azione solo dove  $R_0$  piccole portate di volume ovvero nei primi stadi delle Turbine a Vapore perché provocando un rendimento minore danno più lavoro. + facile regol

Quando  $R_0$  più stadi di turbine posso avere più config: **Turbine a Salti di Pressione** e **Turbine a Salti di Velocità** dove per il Salto di Pressione

$$L_t^{sp} = Z \frac{1}{2} U^2$$

Per il Salto di velocità invece si prende una  $C_1$  più grande e una  $U$  minore in modo da avere più lavoro perché a pari  $U$ ,  $C_1 \cos \alpha$  è più grande ma anche  $C_z$  cresce e con essa le perdite.

Per mediare si potrebbe mettere un altro rotore a l

Il lavoro sarà  $L_t = U(C_{1i} - C_{2e})$  dove  
 $C_{1i} = C_1 \cos \alpha_1$   $C_{2e} = -W_{2e} = -(C_{1i} - U)$  allora

$$L_t = U(2C_1 \cos \alpha_1 - U) \quad (2)$$

Quindi a parità di  $U$  se cresce  $C_1$  cresce il lavoro ma cresce anche  $C_2$  e quindi le perdite per energia cinetica di scarico.

Considerando uno stadio isolato valuto il Rendimento T-t-S. Guardando allo statore  $R_0 \ Q = L = 0 \Rightarrow T_1^0 = T_0^0$  allora  $\beta^0 \equiv 0^0$ .

Allora  $L_{t,d} = C_p(T_0^0 - T_c)$   $L_t = C_p(T_0^0 - T_2^0)$

dove la differenza sta nel fatto che considero le perdite per Energia cinetica di scarico.

Per avere differenza minore Fisso  $C_{2e} = 0$

e quindi per la simmetria si modifica il triangolo delle velocità che sarà quello per il quale  $R_0$  rendimento massimo.

Analiticamente  $R_0$

$$L_{t,d} = C_p(T_1^0 - T_1) + C_p(T_1 - T_2) = \frac{C_1^2}{2} + \frac{W_{2e}^2 - W_{1i}^2}{2}$$

dove il secondo termine deriva da IPT in forma classica applicata al rotore con riferimento rotante:

$$Q_e + L_i = C_p(T_2 - T_1) + \frac{W_{2e}^2 - W_{1i}^2}{2} = 0 \quad \text{ma } W_{1i} = C_2$$

mentre  $W_{1i}^2 = C_1^2 + U^2 - 2UC_1 \cos \alpha_1$  da Teorema di Carnot.

Allora  $L_{t,d} = \frac{C_1^2}{2} - \frac{U^2}{2} + UC_1 \cos \alpha_1$

Calcolando il Rendimento questo si annulla per  $L=0$  cioè

$$U=0 \quad \text{e} \quad 2C_1 \cos \alpha = U \Rightarrow$$

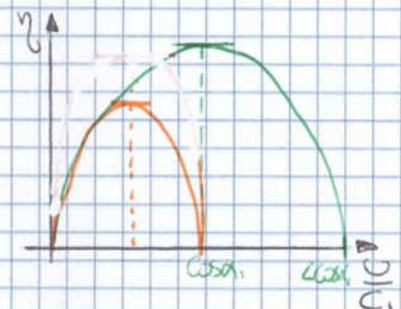
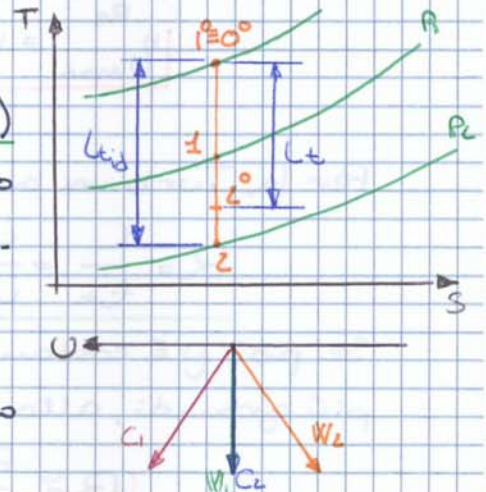
$$\eta = \frac{L_t}{L_{t,d}}$$

$$\eta = 0 \begin{cases} U=0 \\ \frac{U}{C_1} = 2 \cos \alpha_1 \end{cases}$$

Ha sempre andamento parabolico ma il massimo è a  $\cos \alpha_1$ .

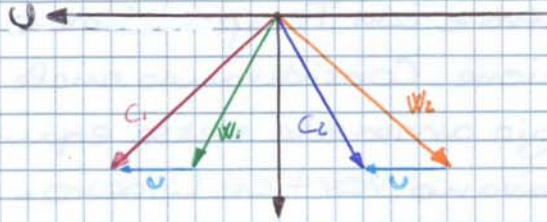
$$\eta_{\text{max}} \Leftrightarrow \frac{U}{C_1} = \cos \alpha_1$$

Il Rendimento per l'Azione era  $\eta$  e si può facilmente notare che è minore.



## Turbina Assiale a Reazione Reale

Introduco le perdite ragionando a parità di triangolo delle velocità e considerando l'effetto delle perdite sui salti entalpici o di pressione.



Definiamo due parametri

$$\varphi = \frac{C_1}{C_{1id}}$$

$$\psi = \frac{W_2}{W_{2id}}$$

Quindi in questo studio variano le pressioni  $P_1$  e  $P_2$  abbassandosi in modo da tenere fisso il triangolo delle velocità e non modificare il lavoro.  $\Rightarrow$  (36)

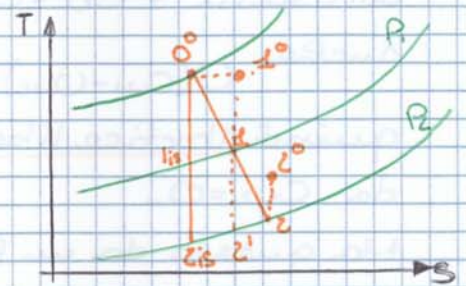
Cambierà invece il lavoro ideale.

$$L_{tid} = c_p(T_{0^0} - T_{1is}) - c_p(T_{1is} - T_{2is})$$

ma si osserva che  $T_{1is} - T_{2is} \approx T_1 - T_2'$

anche se  $(1-z')$  è leggermente più grande per le perdite. Allora

$$L_{z'id} = \frac{C_{1id}^2}{2} + \frac{W_{2id}^2 - W_1^2}{2}$$



Traducendolo in  $\varphi$  e  $\psi$  si osserva che le perdite abbassano un po' le curve ma non cambia molto e il rendimento si avrà sempre per

$$\eta_{max} \Leftrightarrow C_{u2} = 0 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \cos \alpha_1$$

Quindi si ha espansione sia nel rotore che nello statore

$$\varphi \sim \psi$$

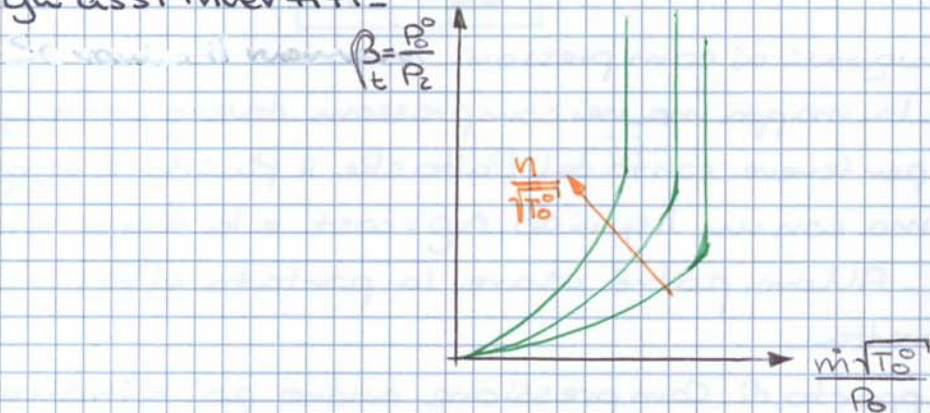
## Mapa della Turbina

Riassume le prestazioni su un diagramma  $\beta_c / m_c$  valutando solo uno stadio. Se ne avessi di più ho sempre lo stesso  $m_c = \text{cost}$  e  $\beta_c$  prodotto dei vari  $\beta_c$ .

Studiamo un Rapporto di Espansione T-t-S e volendo è poi possibile passare al T-t-T che sarà leggermente diverso ma l'andamento è analogo.

Studiamo la Mapa per una turbina ad Azione T-t-S ragionando a giri costanti.

In una Turbina ad Azione  $P_2 = P_1 \Rightarrow \beta_c = \frac{P_0}{P_1}$  quindi per lo Statore la mappa è uguale a quella di un Ugello con gli assi invertiti.



Valutare cosa succede al numero variare del numero di giri è un casino.

Lo statore si comporta come un ugello se studiato in un riferimento assoluta mentre il Rotore, se visto con un riferimento rotante, anche lui è un ugello.

Le relative portate sono

$$\dot{m}_S = f(P_0^0, T_0^0, P_1/P_0^0) \quad \dot{m}_R = f(P_1^0 \text{ rel}, T_1^0 \text{ rel}, P_2/P_1^0 \text{ rel})$$

"rel" perché è quella che vedo seduto sul rotore.

La T dipenderà da W, quindi da U, quindi da ...

Variando n variamo le condizioni solo per il rotore ma se la portata è costante allora devo variare  $\beta_c$  e quindi ho espansione anche nel rotore  $\Rightarrow$  Azione diventa Reazione.

Tipicamente se  $n \uparrow \Rightarrow P_2 \downarrow$  e se cresce troppo n il motore diventa critico prima dello statore.

Il tratto I significa che  $m$  dopo un po non è  $f(P_2)$  ma cost ~~per~~ XII segnale di  $P_0$  che scende non riesce a risalire.

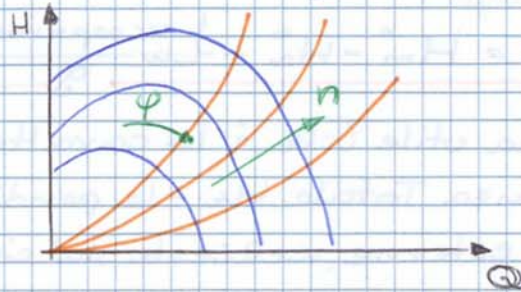


Il rendimento sarà invece solo funzione di  $\varphi$ .

Se ragiono a  $n = \text{cost}$  allora la prevalenza sarà solo  $f(\varphi)$  e quindi sarà uguale alla curva  $(\varphi - \eta)$ . Se invece ragiono a  $\varphi = \text{cost}$

e valuto cosa succede al variare di  $n$  ho che:  $\frac{Q}{Q'} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{H}{H'} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2$

ovvero  $\eta$  la portata varia linearmente mentre la prevalenza con potenza 2.

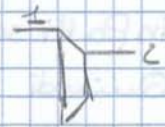


- curve iso  $\eta_{\varphi}$

Le curve sono parallele, nota una, nota tutte. Infatti quando compro una pompa ho solo la curva per i giri nominali e un generico  $P$  con relativi  $Q_p$  e  $H_p$  e  $\eta_{\varphi p}$ . Poi da quelli se cambio giri scavo quelli operativi.

A questo punto dobbiamo valutare quali sono gli effetti sul lavoro e per farlo sfruttando il I° PT in forma mista indicando l'ingresso e uscita e  $P_0$

$$L_i = \int_1^2 v dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w$$



tra Handosi di un liquido non è più possibile trascurare  $\eta$  l'Energia Potenziale del peso.

Allora

$$H_0 = \frac{L_i - L_w}{g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) = H_2^0 - H_1^0$$

$$H^0 = \frac{P}{\rho g} + \frac{C^2}{2g} + z$$

Quindi con una pompa aumento  $P$ ,  $C_0$  è a discapito degli altri. Se non ho perdite  $H^0$  è costante.

Le Turbopompe vengono valutate immerse in un circuito dove la pompa prende in serbatoio di aspirazione e manda in uno di mandata.

## Cavitazione

È un fenomeno molto importante che pone grandi limiti al funzionamento delle Pompe.

Si formano bolle di vapore all'interno del liquido quando la pressione diventa minore della tensione di vapore ovvero della pressione parziale che deve avere sul liquido per equilibrare la condensazione  $\Leftrightarrow$  evaporazione.

Se la pressione scende sotto la TdV istantaneamente il liquido bolle e le bolle di vapore sono un problema perché:

1. Ostacolano il passaggio del fluido: si dorso delle palette si forma del vapore con una densità minore che costringe il liquido a passare sopra, quindi il vapore ostacola il flusso e può cambiarne la direzione.
2. All'uscita le pressioni maggiori della TdV quindi il vapore formato si dovrà ricondensare aumentando la densità e diminuendo  $v$  creando onde di pressione che si scaricano sulla palette erodendola fino a romperla.



Per evitare questo fenomeno devo evitare che la  $P_{min}$  scenda sotto la TdV e, essendo le palette dei profili alari, la  $P_{min}$  è sul dorso. Quindi a ogni punto della palette posso associare:

$$\left[ C_p = \frac{P - P_{i,\infty}}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} \right] \quad \text{e} \quad P_{min} \Leftrightarrow C_{pmin}$$

quindi il valore minimo è  $P_{min} = P_i + C_{pmin} \frac{1}{2} \rho W_1^2$  dove la distribuzione di  $C_p$  sul profilo dipende dall'incidenza che a sua volta è funzione di  $\varphi = \alpha / \alpha_1$ .

$$C_{pmin} = f(\varphi) = \lambda(\varphi) \Rightarrow P_{min} = P_i - \lambda(\varphi) \frac{1}{2} \rho W_1^2$$

quindi affinché non ci sia cavitazione

$$P_{min} > TdV \Rightarrow \frac{P_i}{\rho g} - \frac{\lambda(\varphi) W_1^2}{2g} > \frac{TdV}{\rho g} \quad (1)$$

cioè la pressione di ingresso meno le perdite deve essere maggiore della TdV.

In un caso pratico però  $P_i$  non è nota ed è diversa da  $P_a$ .

Allora devo legare  $a$  e  $l$  con il I°PT

$$L=0 = \frac{P_i - P_a}{\rho g} + \frac{C_l^2 - C_a^2}{2g} + (z_1 - z_a) + \frac{L_{wasp}}{g}$$

Allora

$$P_i = \text{mel} \cdot Li = \frac{\rho g Q H_0}{\eta_y \cdot \eta_{Vol}}$$

se aggiungo le perdite meccaniche

$$P_{\text{ass}} = \frac{\rho g Q H_0}{\eta_y \eta_{Vol} \eta_m}$$

Pass  $\propto n^3$

## Scelta della Macchina

Un problema tipico di tutte le turbomacchine ma in particolare delle Turbopompe è "come scelgo la macchina?" Con una certa richiesta di  $Q, \beta_c, H_0$  o  $Li$  che macchina scelgo?

Abbiamo visto che, affinché funzioni bene, una macchina deve avere gli angoli ben definiti dal Triangolo delle Velocità.

Inoltre anche le velocità sono limitate.

Allora ogni tipo di macchina funziona bene con un certo  $\varphi$  che deve essere contenuto: 0,4 assiale, 0,2-0,3 centri fugo.

Se  $\varphi$  e  $\alpha$  sono definiti allora anche  $\psi$  è determinato  $\varphi_{ax} < \varphi_{cen}$

Ma allora noti  $H_0$  e  $Q$  richiesti, che  $\varphi$  e  $\psi$  ho?  
Per valutare tanto di finisco due grandezze che legano  $\varphi$  e  $\psi$  a  $H_0$  e  $Q$  e danno  $\varphi$  o  $\psi$  in  $f(H_0, Q)$ .

### Numero di Giri Specifico

$$n_s = \frac{\omega Q^{\frac{1}{2}}}{(g H_0)^{\frac{3}{4}}} \propto \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}}$$

### Diametro Specifico

$$d_s = \frac{d \cdot (g H_0)^{\frac{1}{2}}}{Q^{\frac{1}{2}}} \propto \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi^{\frac{1}{2}}}$$

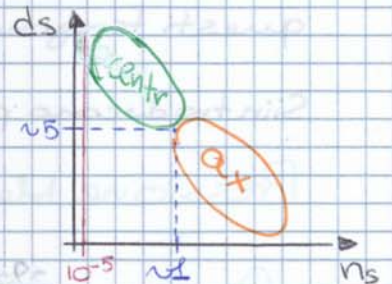
così posso passare da  $Q$  e  $H_0$  noti a  $\varphi$  e  $\psi$  e scegliere.

Posso tracciare un grafico.

Se ho richieste che portano a  $n = 10^{-5}$  non

ho macchine che vadano bene allora

avrò mettere più stadi.



Bisogna fare occhio all'unità di misura perché  $n_s$  e  $d_s$  sono adimensionali ma devo fare occhio alle altre.

A volte cambia proprio formula analitica

Italia  $n_s = \frac{n [\text{giri/min}] Q^{\frac{3}{2}}}{P^{\frac{3}{4}} [\text{cv}]}$

USA  $n_s = \frac{n Q}{H_0^{\frac{3}{4}}}$

Dosatura

$$\alpha = \frac{m_a}{m_b}$$

Rapporto di Diluizione

$$F = \frac{1}{\alpha}$$

Coeff. di Riempimento

$$\lambda_v = \frac{m_a}{\rho_{amb} V}$$

massa nel cil / mas  
che entrerebbe nel cil  
se avessi  $\rho_{amb}$

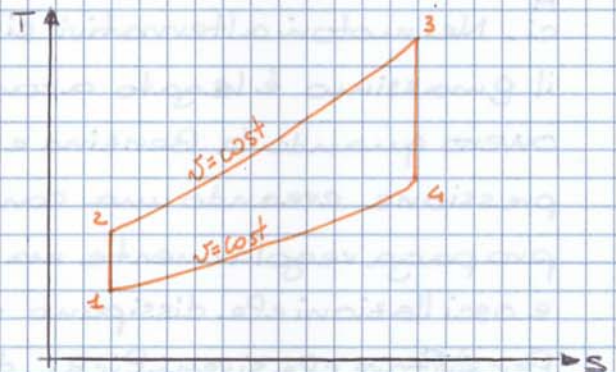
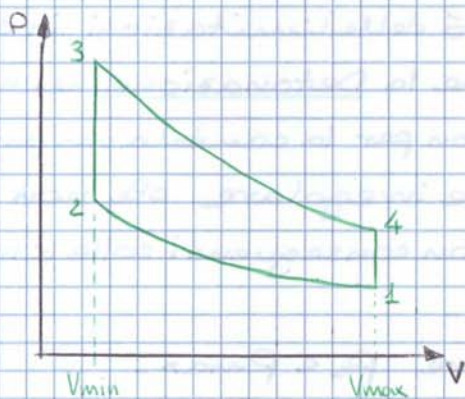
Consumo Specifico

$$q_s = \frac{m_b}{P_b} = \frac{m_b}{\lambda_v} = \frac{1}{\eta_o H_i}$$

## Ciclo Ideale

È il ciclo teorico a cui quello pratico dovrebbe tendere per avere il massimo rendimento.

Studio il Ciclo Otto (Benzina) sul T/S e sul P/V. Ho i limiti min e max. Per disegnare il ciclo suppongo un gas che ha proprietà costanti lungo tutto il ciclo e non cambia la sua natura inoltre vedo la combustione come un fornire calore.



1 → 2 Compressione, 2 → 3  $Q_1 > 0$ , 3 → 4 espansione, 4 → 1  $Q_2 < 0$ .  
Le 1-2 e 3-4 sono Isoentropiche, le 2-3, 4-1 isocore.

Voglio determinare il lavoro e il calore ovvero il lavoro di espansione meno quello di compressione. Posso scrivere con il I°PT in forma mista  $L = Q_1 - Q_2$

$$L_{esp} = \int_3^4 p dV$$

$$L_{comp} = \int_1^2 p dV$$

Tuttavia essendo trasformazioni isoentropiche vale

$$pV^\gamma = \text{cost} \Rightarrow p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad \text{e} \quad p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma$$

## Ciclo Limite

Considero il fluido come Reale ma la Macchina è ~~Reale~~ <sup>Ideale</sup>.

Tengo conto di vari fattori:

1. La miscela è di Aria ( $\gamma = 1,4$ ) e poi ho  $H_2O$  vapore,  $CO_2$  e  $CO$  che pesano meno e quindi nel (3) punto ho gas con  $PM < PM_{Aria}$
2. I gas non sono ideali e quindi se  $T \uparrow \Rightarrow c_p$  e  $c_v \uparrow$ ;
3. Dissociazione: se la temperatura cresce tanto la combustione di Aria e Benzina non si completa e per ogni atomo che reagisce ne ho uno che si dissocia. Poi quando torno sotto la Temperatura di Equilibrio la combustione si completa. Questo comporta una perdita temporanea di calore che cessa quando  $T < T_{eb}$ . Ho sempre tutto il calore ma lo ricevo in due fasi;
4. Non si completa la combustione della Benzina perché ho Ossigeno limitante ( $1 \text{ Kg Benzina} \approx 14,5 \text{ Kg Aria}$ )

Considerando i primi tre nel studio gli effetti sul ciclo sul rendimento.

Il ciclo è uguale a quello ideale ma le pendenze di 1-2 e 3-4 sono diverse.

Possiamo scrivere

$$P_2 V_2 = m \frac{R^*}{M} T_2 \quad \text{e} \quad P_3 V_3 = m \frac{R^*}{M'} T_3$$

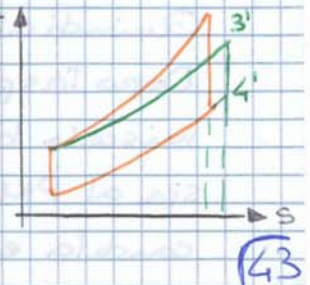
ma

$$V_3 = V_2 \quad \text{e} \quad m = m \quad \frac{P_3}{P_2} = \frac{M}{M'} \frac{T_3}{T_2} \quad \text{e se } M' < M \text{ a pari } T, P_3 > P_2$$

Quindi in espansione ho più lavoro  $\Rightarrow$  Effetto Benefico che però è relativamente contenuto.

Il secondo effetto fa sì che il ciclo cambi leggermente e il  $c_v$  varia al di sopra di una Temperatura di soglia. Quindi la metà sotto non cambia mentre da 2-3 la pendenza minore se sale il  $c_v$  e vale  $\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_v}$  e se  $Q$  è costante si conservano le aree e il lavoro che perdo su  $T \uparrow$  lo guadagno al to ma  $Q_2' > Q_2$  quindi ho più perdite.

Questo può dare perdite fino al 10%



(43)

aumentando la pressione e la temperatura interne fino al volume minimo (PMI) dal quale poi il pistone inizia a scendere fino al punto 4 dove sono al PMI e finisce l'espansione. A questo punto bisogna scaricare i gas combusti 4-6. Ma il punto 4 è a  $P > P_{amb}$  quindi lo scarico è spontaneo fino al punto 5 e poi forzato fino al 6 dove lo stantuffo salendo spinge fuori i gas combusti creando di nuovo laminazione  $P_{int} > P_{amb}$ .

Allora il lavoro sarà  $\mathcal{L} = \oint p dV$  dove il contributo di 0 è positivo mentre 0, che è il lavoro di ricambio del fluido è negativo e rappresenta il lavoro che devo fare per spingere fuori i gas rispetto a quello che i gas in ingresso fanno sullo stantuffo.

Inoltre bisogna considerare che i due tratti non saranno più isentropici ma politropici perché c'è scambio di calore con le pareti.

Si nota poi che la combustione inizia prima e finisce dopo e le valvole dovranno essere aperte prima che lo stantuffo inizi a muoversi altrimenti il pistone va già giù ma non entra ancora nulla. Dovranno poi essere chiuse leggermente dopo che il pistone è al PMI perché il segnale di fine aspirazione ci mette un po' a salire e in quel tempo posso far entrare ancora aria. Analogamente aprirò lo scarico un po' prima e lo chiudo un po' dopo.

1. Andiamo ora a valutare gli scambi termici che influenzano  $\eta$ . Allora  $Q_r$  sarà lo stesso ma  $Q_c$  sarà maggiore per le perdite a parete e questo peggiora il rendimento perché devo raffreddare il motore. Gli scambi termici peggiorano  $\eta$  di  $\sim 10\%$ .
2. Un altro fenomeno sono le fughe di fluido in fatti il fluido può trafugare attraverso la tenuta del cilindro. In genere si usano delle fasce elastiche metalliche per evitarlo. Il fluido perso non contribuisce a fornire lavoro e abbassa il rendimento.

Vi sono poi due aspetti importanti legati alla combustione:

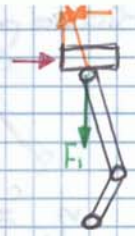
### 3. Incompletezza della Combustione

Una parte di combustibile può condensare sulle pareti non partecipando alla combustione. Questo fenomeno si verifica

ex

44

Forze orizzontali che vanno equilibrate e danno attrito a parete. La forza  $F_i$  è proporzionale al quadrato della velocità e alla massa, allora



$$\mathcal{L} \propto P_{mi} \cdot v \Rightarrow P_v = A_2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^2$$

### 3. Forze di Attrito per Forze di Pressione

Discorso analogo al punto 2 ma con le forze di pressione al posto di quelle d'inerzia. Il lavoro sarà proporzionale al valore della pressione mediato lungo tutto il ciclo. La pressione mediata sarà proporzionale alla  $P_{mi}$  e allora

$$\mathcal{L} \propto P_{mi} \cdot v \Rightarrow P_v = B_1 \frac{P_{mi}}{P_{mi0}}$$

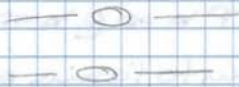
### 4. Lavoro di Ricambio del Fluido

È il lavoro del tratto  $\bigcirc$  e assumo la differenza di pressione proporzionale al numero di giri alla seconda e alla  $P_{mi}$

$$\mathcal{L} \propto (P_{2,av} - P_{asp}) V_i \quad P_v = B_2 \frac{P_{mi}}{P_{mi0}} \left( \frac{n}{n_0} \right)^2$$

### Allora Pressione di Marea a Vuoto

$$P_v = A_1 + A_2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 + B_1 \frac{P_{mi}}{P_{mi0}} + B_2 \frac{P_{mi}}{P_{mi0}} \left( \frac{n}{n_0} \right)^2$$



Questa è una valutazione preventiva.

Al fine di valutare le prestazioni di una macchina ci interessa valutare il Lavoro Utile, Rendimento Utile, Consumo specifico, Potenza Utile e Coppia.

$$P_u = \mathcal{L}_u \frac{n}{M} \quad \mathcal{L}_u = P_{me} \cdot iV \quad P_{me} = P_{mi} - P_v$$

$$P_{mi} = \frac{\mathcal{L}_i}{iV} \quad \mathcal{L}_i = \eta_{lim} \eta_{\theta,i} m_b H_i = \eta_{lim} \eta_{\theta,i} m_b H_i \quad m_b = \frac{m_a}{\alpha}$$

$$m_a = \lambda_v \rho_{amb} iV = \frac{\lambda_v iV}{\omega_{amb}} \quad P_{mi} = \eta_{lim} \eta_{\theta,i} \frac{m_a H_i}{\alpha iV}$$

$$P_{mi} = \eta_{lim} \eta_{\theta,i} \frac{\lambda_v H_i}{\alpha \omega_{amb}}$$

Bisogna poi considerare gli effetti dinamici ovvero quando l'aria non risponde immediatamente al moto dello stantuffo ma ha una sua inerzia, quindi bisogna valutare opportunamente come giocare con le valvole. - Questo può essere a favore perché se regolo bene le valvole posso far entrare più aria.

Immaginando lo stantuffo al PMI a fine aspirazione, quando inizia a salire da il segnale all'aria di smettere di entrare ma il segnale impiega alcuni centesimi di secondo a salire e in questo tempo l'aria può ancora entrare. Quindi devo giocare bene sul tempo di apertura e chiusura delle valvole.

Per minimizzare le perdite per laminazione devo avere sezioni di ingresso più grandi così da avere velocità minori allora metto 4 valvole: 2 aspirazione e due mandata.

### Influenza della Quota

Partendo da 
$$P_{mi} = \eta_{lim} \eta_{oi} \frac{m_a H_i}{\alpha i V} = \eta_{lim} \eta_{oi} \frac{\lambda_v H_i}{\alpha V_{amb}}$$

e considerando costanti rendimenti,  $H_i$  e la densità  $\alpha$ . Allora variano  $m_a$  (o  $\lambda_v$ ) e  $V_{amb}$ .

Si osserva che in quota il motore mi da meno potenza perché l'aria è meno densa e occupa più volume ( $V_{amb} \uparrow$ ), ne entra meno.

Allora 
$$\frac{P_{mi}}{P_{mio}} = \frac{m_a}{m_{ao}} = \frac{\lambda_v m_{a teor}}{\lambda_{vo} m_{a teor}} = \frac{\lambda_v \rho_0}{\lambda_{vo} \rho} \quad \text{ma} \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{P T_0}{P T} = \frac{m_{teor}}{m_{teoro}}$$

Ma con l'aumentare della quota diminuisce più  $P$  che  $T$  quindi diminuisce la  $m_{a teor}$  e aumenta  $\rho$ .

Per il  $\lambda_v$  questo dipende dalla differenza di temperatura e se la  $T$  cresce il  $\Delta T = T_{motore} - T_{aria}$  diminuisce e  $R_0$  meno scambio quindi  $\lambda_v \uparrow$  ma salendo in quota  $T \downarrow \Rightarrow \lambda_v \downarrow$ .

Esiste una relazione sperimentale

$$\frac{\lambda_v}{\lambda_{vo}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

da cui

### Rapporto delle densità Corrette

$$\mu = \frac{P_{mi}}{P_{mio}} = \frac{\lambda_v \rho_0}{\lambda_{vo} \rho} = \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \frac{m_a}{m_{ao}} = \frac{m_b}{m_{bo}}$$



Vi sono poi casi dove si abbassa la  $P_i$  interna  $\Rightarrow$  **Motori Sovralimentati**  
 e a pari  $P_c$  si ha  $\rho'' > \rho$  allora

$$\frac{\eta_{lim}''}{\eta_{lim}} = \frac{\eta_{id}''}{\eta_{id}} = \frac{1 - \frac{1}{\rho''^{r-1}}}{1 - \frac{1}{\rho^{r-1}}} > 1 \Rightarrow \eta_{lim} \uparrow \Rightarrow P_{mi} \uparrow$$

questo si traduce in un cambio di pendenza

A quota 0 non posso abbassare troppo la  $P_i$  senno' va in detonazione allora limito la mandata

Posso laminare entrambe e vale la curva vale per  $P_{mi}$  e  $\rho[\lambda]$

## Dosatura

È un altro parametro che influenza  $\eta_o \Rightarrow \alpha = \frac{m_a}{m_b}$

Esiste una dosatura stechiometrica (Benzina  $\alpha = 14,5$ ) che è il rapporto per cui tutta la benzina brucia con l'aria.

Questo  $\alpha$  stech divide in zone del **Ricco** dove ho meno aria e del **Povero** dove ne ho di più.

Allora facendo uno studio a  $n = cost$ ,  $z = cost$ ,  $H_i = cost$ ,  $N = cost$  e  $\lambda$  in prima approssimazione costante ottengo:



In realtà bisognerebbe considerare una variazione di  $\lambda_v$  perché quando la benzina entra nel motore questa evapora sottraendo calore e raffreddando l'aria quindi diminuisce  $N$  con effetto positivo ma è un effetto molto piccolo.

Dobbiamo andare a studiare come variano  $\eta_{lim}$  e  $\eta_o$ :

maggiore possibile e questo si ha per un  $\alpha = 12 \Rightarrow \eta_{oi} \text{ max}$ .  
 Quindi se avrò  $\alpha < 12$  la velocità diminuisce e il rendimento peggiora prima poco poi tanto fino ad annullarsi per  $\alpha \approx 4$ . Stesso comportamento se  $\alpha > 12$  con  $\eta_{oi} = 0$  a  $\alpha = 25$ .

Noti gli andamenti di  $\eta_{lim}$  e  $\eta_{oi}$  posso valutare  $P_{mi}$  curva -

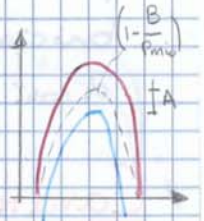
$$\frac{P_{mi}}{P_{mio}} = \frac{\eta_{lim} \eta_{oi} / \alpha}{\eta_{lim_0} \eta_{oi_0} / \alpha_0} \Rightarrow \boxed{P_{mi} \propto \frac{\eta_{lim}}{\alpha} \eta_{oi}}$$

Ma nel Ricos  $P_{io} (\eta_{lim} / \alpha)$  costante  $\Rightarrow \boxed{P_{mi} \propto \eta_{oi}}$

Poi posso ricavare  $P_{me}$  (curva -) che è  $P_{mi} - P_v$  dove nella  $P_v$  i termini  $A$  sono costanti mentre i  $B$  variano perché dipendono da  $P_{mi}$  e quindi da  $\alpha$ .

$$P_{me} = P_{mi} \left( 1 - \frac{B}{P_{mio}} \right) - A$$

quindi la curva di  $P_{me}$  è scalata da  $P_{mi}$  e traslata di  $A$  e si annulla per  $\alpha \approx 7+8$  e  $\alpha = 20$  e il max sarà sempre per  $\alpha = 12$  ma minore in valore.



Allora la doseatura di massima potenza è  $\alpha = 12.5$ .

Il Rendimento organico (viola)  $\eta_o = \frac{P_{me}}{P_{mi}} = 1 - \frac{B}{P_{mio}} - \frac{A}{P_{mi}}$

si annulla con gli zeri di  $P_{me}$  ma può essere più alto o più basso in altezza

Rendimento Utile  $\eta_u$  (verde  $H_2O$ )

$\eta_u = \eta_{lim} \cdot \eta_{oi} \cdot \eta_o = \eta_i \cdot \eta_o$  è circa massimo per  $\alpha = 15$  ed è nel povero. È massimo per il minimo consumo specifico.

2.2.2

Quindi posso usare motori al massimo della potenza con  $\alpha = 12.5$  o al minimo del consumo  $\alpha = 15$ .

In Automotive funzionano a  $\alpha = \alpha_{st}$  sennò si consuma la marmitta catalitica.

In Aerospaziale, a seconda della necessità, cambio tra 12 e 15.