NUMERO: 1397A - ANNO: 2015

A P P U N T I

STUDENTE: Guglielmo

MATERIA: Idraulica + Eserc. Prof.Ridolfi

IDRAULICA

a.a. 2014/2015

prof. L. Ridolfi

QUADERNO delle ESERCITAZIONI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 110

Ora posso trovare il carico piezometrico del liquido 2 $h_2 = h$

$$h = z_D + \frac{P_D}{\gamma_2} = b + \frac{P_D}{\gamma_2} = 1 + \frac{7134}{11240} = 1.635 \text{ m}$$

Calcolo infine la pressione nel manometro metallico M:

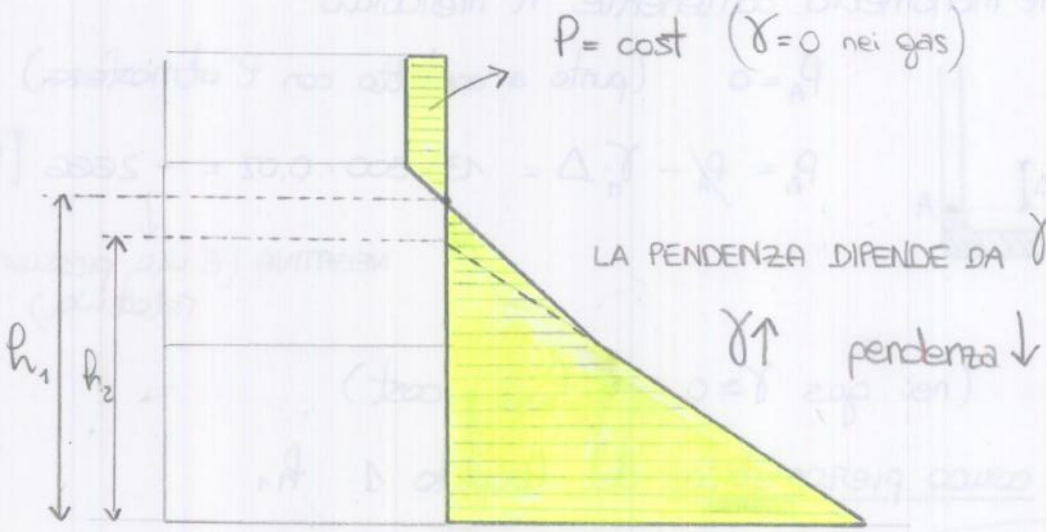
$$P_M = P_D + \gamma_2 (z_D - z_M) = 7134 + 11240(1 - 0.7) = 10506 \text{ Pa}$$

$$= 0.104 \text{ atm}$$

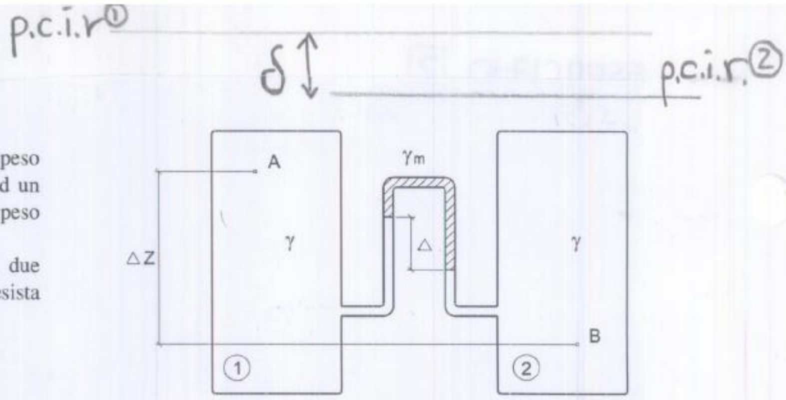
$$\boxed{1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}}$$

$$P_M = \gamma_2 (h_2 - z_M) \quad !$$

DIAGRAMMA delle PRESSIONI

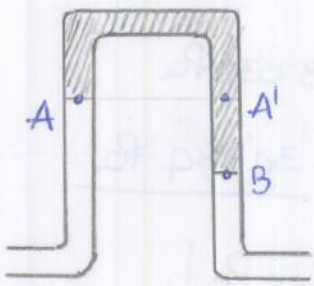


ESERCIZIO 4



I due recipienti 1 e 2, contenenti lo stesso liquido di peso specifico γ, sono collegati come indicato in figura, ad un manometro differenziale con liquido manometrico di peso specifico $\gamma_m < \gamma$.
Determinare la differenza di pressione esistente fra due punti generici A e B dei due recipienti, fra i quali esista una differenza di quota Δz.
$\gamma = 9.500\ N/m^3$; $\Delta = 0{,}15\ m$;
$\gamma_m = 8.600\ N/m^3$; $\Delta z = 0{,}50\ m$.
[$\Delta p = 4.615\ Pa$]

Dal disegno è chiaro che il pcir① si trova più in alto del pcir②.



$$\boxed{p_A = p_A'}$$

$$\boxed{p_A = \gamma h}$$

$$p_A' = p_B - \Delta \gamma_M$$

$$p_B = \gamma(h - \delta + \Delta)$$

$$\boxed{p_A' = \gamma(h - \delta + \Delta) - \Delta \gamma_M}$$

$$\cancel{\gamma h} = \gamma(\cancel{h} - \delta + \Delta) - \Delta \gamma_M$$

$$\boxed{\delta = \frac{\Delta(\gamma - \gamma_M)}{\gamma}}$$

$$\left.\begin{array}{l} h_A = z_A + \dfrac{p_A}{\gamma} \\ h_B = z_B + \dfrac{p_B}{\gamma} \end{array}\right\} \quad h_A - h_B = z_A - z_B + \frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma}$$

$$\delta = \Delta z + \frac{\Delta p}{\gamma}$$

$$|\Delta p| = (\delta - \Delta z) \cdot \gamma = 4617\ Pa$$

Faccio l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto A

(A) $S \cdot \overline{AC} = P_n \cdot \overline{AG}$

$$P_n = S \cdot \frac{\overline{AC}}{\overline{AG}} = 20406 \text{ N}$$

$$P = \frac{P_n}{\cos\alpha} = 28'860 \text{ N}$$

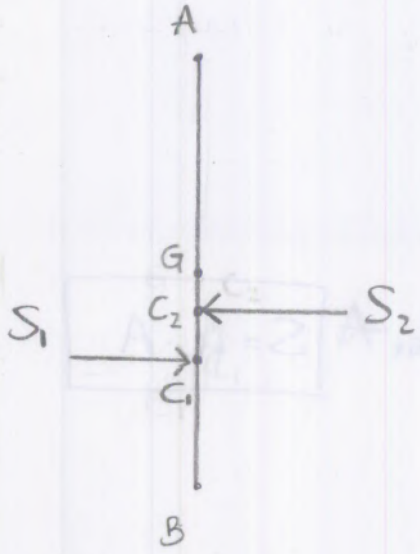
Nella situazione di cerniera in B ed appoggio in A, devo solo cambiare il punto rispetto al quale faccio l'equilibrio

(B) $S \cdot \overline{CB} = P_n \cdot \overline{GB}$

$$P_n = S \cdot \frac{\overline{CB}}{\overline{GB}} = 11'231 \text{ N}$$

$$P = \frac{P_n}{\cos\alpha} = 15'880 \text{ N}$$

Risultante S e punto di applicazione



$S_2 > S_1$

$S = S_2 - S_1 = 1970\ N$

Faccio il momento rispetto a G per calcolare il punto di applicazione

$$S_2 \cdot \overline{GC_2} - S_1 \cdot \overline{GC_1} = S \cdot \overline{GC}$$

ORARIO $\oplus$ ANTIORARIO $\ominus$

$$\overline{GC} = \frac{S_2 \cdot \overline{GC_2} - S_1 \cdot \overline{GC_1}}{S} = -0.06\ m$$

Poiché conosco il verso di S, $\overline{GC}$ negativo significa che C sta sopra il baricentro.

Le forze hanno direzioni diverse, sommiamo quelle orizzontali (in questo caso $\vec{\Pi}$) e troviamo la componente orizzontale S_x, poi sommiamo quelle verticali (in questo caso $\vec{P}$) e troviamo la componente verticale S_z, così poi possiamo trovare il modulo di $S_{BB'C}$.

$$p_G = \frac{h_1}{2} \cdot \gamma_1 = \frac{1}{2} \, 9800 = 4900 \text{ Pa}$$

$$\vec{\Pi} = p_G \cdot A = 4900 \cdot (1 \cdot 1) = 4900 \text{ N}$$

$$X_B = \sqrt{0.5} = 0.7 \text{ m} \quad (0.5 \to h_2)$$

$$X_C = \sqrt{1.5} = 1.22 \text{ m}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} z = x^2 \\ x = \sqrt{z} \end{array}}$$

$$V = 1 \cdot \int_{X_B}^{X_C} \left(\int_{x^2}^{h_1+h_2} dz \right) dx = \int_{0.7}^{1.22} \left[z \right]_{x^2}^{1.5} dx = \int_{0.7}^{1.22} (1.5 - x^2) \, dx =$$

PROFONDITÀ UNITARIA

$$= \left[1.5\,x - \frac{x^3}{3} \right]_{0.7}^{1.22} = 1.5 \cdot 1.22 - \frac{1.22^3}{3} - 1.5 \cdot 0.7 + \frac{0.7^3}{3} =$$

$$= 0.29 \text{ m}^3$$

$$\vec{P} = \gamma_1 \cdot V = 9800 \cdot 0.29 = 2840 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x = \Pi = 4900 \text{ N} \\ S_y = P = 2840 \text{ N} \end{array} \right\} \quad |S_{BB'C}| = \sqrt{S_x^2 + S_z^2} = \boxed{5665 \text{ N}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 110

$\bar{P} = \gamma_2 \cdot V = 11760 \cdot 0,82 = 9643 \text{ N}$

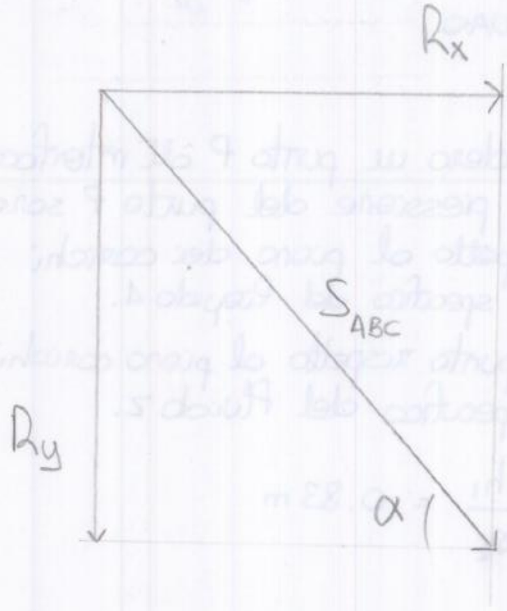
$$\left.\begin{array}{l} S_x' = \Pi_1 = 6370 \text{ N} \\ S_y' = P = 9643 \text{ N} \end{array}\right\} \quad |S_{AA'B}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \boxed{11560 \text{ N}}$$

Per trovare la spinta totale S_{ABC} sommo le componenti orizzontali e verticali delle due spinte e mi trovo il modulo di S_{ABC}

$R_x = S_x + S_x' = 11270 \text{ N}$

$R_z = S_z + S_z' = 12483 \text{ N}$

$|S_{ABC}| = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} = \boxed{16817 \text{ N}}$



$$\begin{cases} S_{ABC} \cdot \sin\alpha = R_z \\ S_{ABC} \cdot \cos\alpha = R_x \end{cases}$$

$tg\alpha = \frac{R_z}{R_x}$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{R_z}{R_x}\right) = \boxed{48°}$

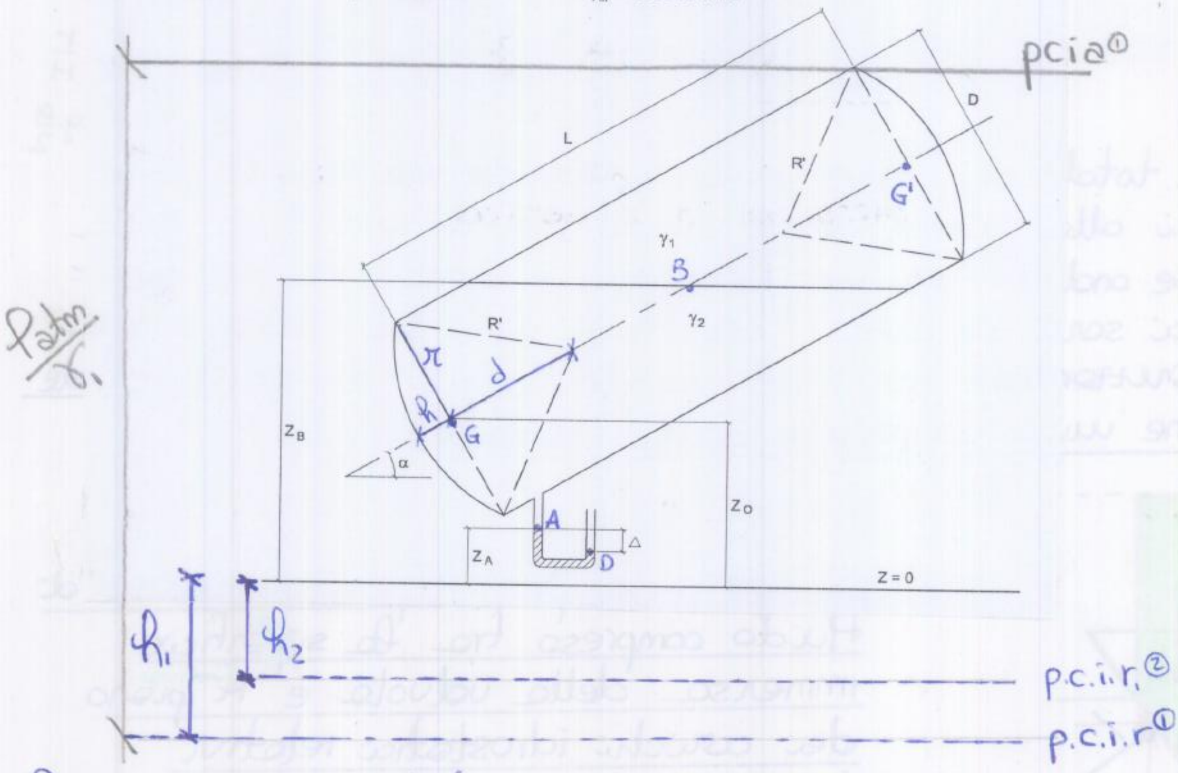
ESERCIZIO 3

Dato un serbatoio cilindrico chiuso da due calotte sferiche e pieno di due liquidi di peso specifico γ_1 e γ_2, note la geometria dello stesso, la posizione del piano di separazione dei due liquidi e quella dei menischi del manometro a mercurio, determinare:

1. le spinte sulle due calotte sferiche;
2. il piano dei carichi idrostatici assoluti per il liquido con $\gamma = \gamma_1$.

Dati:

$D = 3$ m	$R' = 2{,}5$ m	$L = 7$ m	$\Delta = 0{,}2$ m
$z_A = 0{,}75$ m	$z_B = 4$ m	$z_D = 2{,}2$ m	$\alpha = 30°$
$\gamma_1 = 7800$ N/m^3	$\gamma_2 = 9800$ N/m^3	$\gamma_m = 133300$ N/m^3	



$p_D = 0$

$$z_D + \frac{\cancel{p_D}}{\gamma_M} = z_A + \frac{p_A}{\gamma_M} \qquad \underbrace{(z_D - z_A)}_{-\Delta}\gamma_M = p_A$$

$$p_A = -\gamma_M \cdot \Delta = -26'660 \text{ Pa}$$

$$h_2 = h_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} = 0.75 - 2.72 = -1.97 \text{ m}$$

$h_2 < 0$ il p.c.i.r② sta al di sotto di $z=0$, in tutti i punti del fluido 2 la pressione è negativa (fluido 2 in depressione)

Ricavo alcuni dati geometrici:

$$d = \sqrt{R'^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2} = 2 \text{ m}$$

$$h = R' - d = 0.5 \text{ m}$$

Consideriamo un punto B nel piano di separazione dei due fluidi:

$$p_B = (h_2 - z_B)\cdot\gamma_2 = (h_1 - z_B)\cdot\gamma_1$$

da cui ricaviamo:

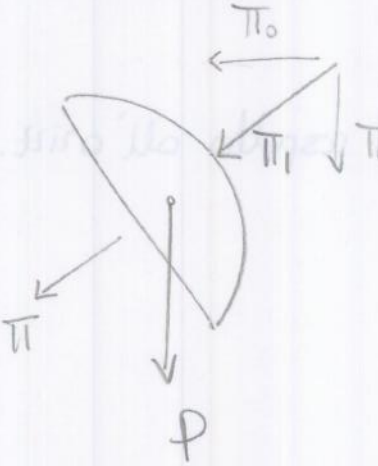
$$h_1 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}(h_2 - z_B) + z_B = -3{,}5\ m$$

Osservazione! Abbiamo un fluido all'interno di un serbatoio: Quando il fluido è in pressione il p.c.i.r. può salire anche fino all'∞, non ci sono vincoli concettuali, mentre se il fluido è in depressione il p.c.i.r. non può scendere fino all'∞, ma fino a quando il p.c.i.a. tocca il serbatoio, se vado oltre si ha una trasformazione di fase da liquido a vapore

$$p.c.i.a = p.c.i.r.^{①} + \frac{p_{atm}}{\gamma_1} = 9.5\ m$$

$$\left(p.c.i.r. \text{ dista da } p.c.i.a \text{ di } \frac{p_{atm}}{\gamma}\right)$$

Consideriamo il fluido 1 nel dominio:



$$\bar{S} = -\bar{\Pi}_1 = \bar{P} + \bar{\Pi}$$

ESERCIZIO 5

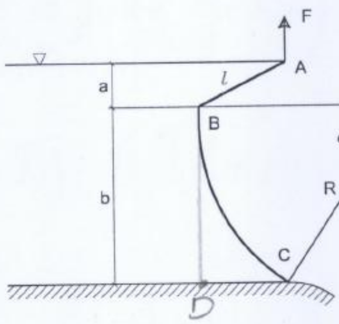
Il disegno allegato rappresenta la sezione di una traversa fluviale. Per la paratoia a settore, con la soprastante ventola, lo schema e le dimensioni possono essere assunte come segue:

a = 2,50 m R = 24,00 m
b = 14,00 m l = 5,00 m

Calcolare, con riferimento ad una larghezza unitaria, le seguenti forze:

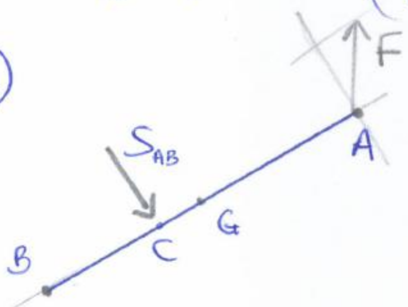
1. la spinta sulla paratoia piana AB;
2. lo sforzo nel tirante F, ammettendo la paratoia AB incernierata in B;
3. la spinta sulla paratoia a settore BC.

[S_{AB} = 61250 N; F = 23566 N; S_{BC} = 1407000 N]



1) $$S_{AB} = p_G \cdot A = \left(\frac{a}{2}\cdot \gamma\right)\cdot(\ell \cdot 1) = \boxed{61250\ N}$$

2)



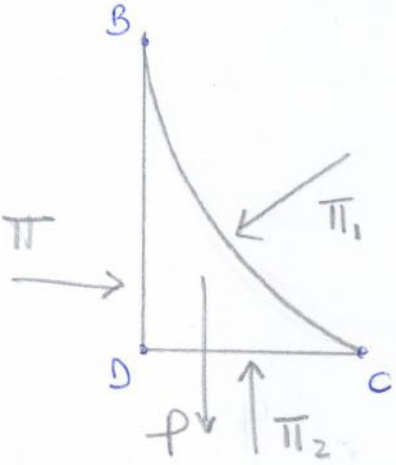
$$\overline{GC} = \frac{I}{M} = \frac{\frac{b\ell^3}{12}}{X_G \cdot A} = \frac{\frac{1\cdot 5^3}{12}}{\frac{5}{2}\cdot(5\cdot 1)} = 0{,}83\ m$$

Faccio il momento rispetto al baricentro e trovo F:

$$S_{AB}\cdot \overline{CG} = \bar{F}\cdot \cos\beta \cdot \overline{AG}$$

$$\rightarrow F = \frac{S_{AB}\cdot \overline{CG}}{\cos\beta \cdot \overline{AG}} = \boxed{23566\ N}$$

3) Considero la paratoia BC



$$\bar{P} + \overbrace{\bar{\Pi} + \bar{\Pi}_2 + \bar{\Pi}_1}^{F_c} = 0$$

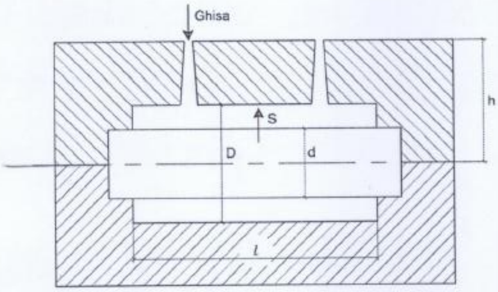
$$\bar{S}_{BC} = -\bar{\Pi}_1 = \bar{P} + \bar{\Pi} + \bar{\Pi}_2$$

ESERCIZIO 6

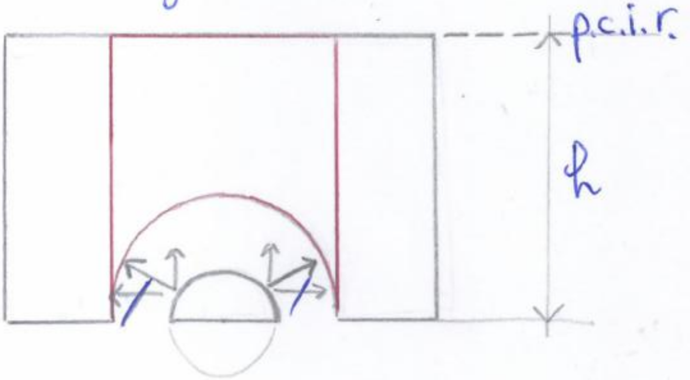
A formare, con asse orizzontale, un tubo di ghisa di diametro esterno D, spessore (D-d)/2 e lunghezza l viene versata della ghisa fra l'anima di diametro d e la forma di diametro D. Il carico di ghisa sull'asse del tubo è h.
Detti γ_γ il peso specifico della ghisa e γ_α quello del materiale dell'anima, determinare il peso minimo G che deve avere la parte superiore della forma per non sollevarsi.
Dati:

D = 420 mm	h = 38 cm
d = 380 mm	γ_γ = 70.560 N/m^3
l = 1800 mm	γ_α = 13.720 N/m^3

[G = 23076 N]



Il peso dello stampo deve compensare due quantità:
1- la spinta sul semicilindro (sup. curva) del fluido (ghisa);
2- la spinta di Archimede poichè l'anima è più leggera della ghisa.



1- Ho solo componente verticale! Esso è pari al peso del volume di fluido (IPOTETICO) che è compreso tra la superficie e il piano dei carichi.

$$V_{IPO} = \left(h \cdot D - \frac{1}{2}\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi\right) \cdot l = 0.16\ m^3$$

$$P_{IPO} = 0.16 \cdot 70560 = 11472\ N$$

2-
$$V_{ARCH.} = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot l = 0.20\ m^3$$

NON DIVIDO PER 2!
TUTTA L'ANIMA CONTRIBUISCE
(SPINTA DI ARCHIMEDE)

$$S_{ARCH} = 0.20 \cdot 70560 = 14404\ N$$

ESERCITAZIONE 3 · TEOREMA di BERNOULLI

DEFINIZIONE CARICO TOTALE:

$$\boxed{H = \underbrace{h}_{\text{CARICO PIEZOMETRICO}} + \underbrace{\frac{V^2}{2g}}_{\text{TERMINE CINETICO (ALTEZZA CINETICA)}} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}}$$

TEOREMA di BERNOULLI

- Il CARICO TOTALE H si mantiene costante lungo le traiettorie.
- H è proporzionale all'energia meccanica che la particella di fluido possiede.

IPOTESI

1. FLUIDO PERFETTO : ci sono solo sforzi normali, gli sforzi tangenziali sono nulli → non ci sono quindi dissipazioni di energia (sforzi tangenziali = attriti)
2. FLUIDO INCOMPRIMIBILE : $\rho = cost$
3. FORZA PESO : ...nel solo campo della forza di gravità
4. MOTO PERMANENTE : ...tutto costante nel tempo

Per vedere se il moto è laminare o turbolento calcolo il NUMERO di REYNOLDS e guardo se è $\gtrless$ 2000÷2500 :

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} \qquad \begin{cases} R_e < 2000 & \text{moto LAMINARE} \\ R_e > 2000 & \text{moto TURBOLENTO} \end{cases}$$

LUCI in PARETI SOTTILI → Si crea un efflusso

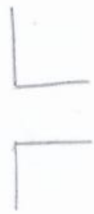
SEZIONE CONTRATTA: sezione in cui le traiettorie sono sensibilmente parallele.

$$\boxed{C_c = \frac{\Omega_c}{\Omega_o}}$$

Ω_c → sezione contratta

Ω_o → sezione del foro

$C_c \simeq 0{,}6$



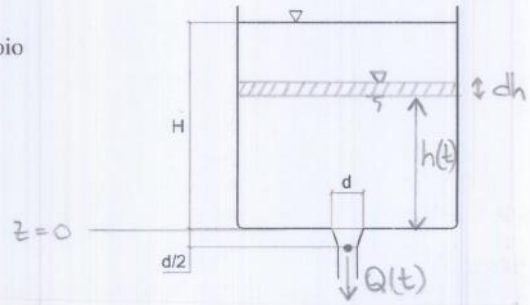
$C_c \simeq 0{,}5$

ESERCIZIO 2

Calcolare il tempo necessario allo svuotamento del serbatoio di sezione Ω e livello H, che alimenta una luce in parete sottile di diametro d praticata sul fondo (H>>d; liquido perfetto).

$\Omega = 7{,}00\ m^2$ $\quad$ $H = 3\ m$ $\quad$ $d = 0{,}15\ m$

[$T = 500\ s \approx 8\ min$]



Siamo in moto vario perché il serbatoio si sta svuotando (il pelo libero si abbassa nel tempo), ma poiché $d \ll H$ approssimiamo il moto vario ad una successione di strati permanenti infinitesimi. (dh)

Possiamo applicare Bernoulli tra un punto su questo strato e un punto nella sezione contratta.

$$h(t) + \underbrace{\cancel{\frac{p}{\gamma}}}_{\text{atmosfera}} + \underbrace{\cancel{\frac{v^2}{2g}}}_{V \simeq 0} = -\frac{d}{2} + \underbrace{\cancel{\frac{p}{\gamma}}}_{\text{atmosfera}} + \frac{V^2(t)}{2g}$$

Trovo:

$$v(t) = \sqrt{2g\left(h(t) + \cancel{\frac{d}{2}}\right)}$$

$h \gg d$

(1)

$$\boxed{Q(t) = A_c \cdot v(t) = C_c \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2g\,h(t)}}$$

C_c → COEFF. di CONTRAZIONE $\simeq 0.6$ (cambia a seconda della geometria del foro)

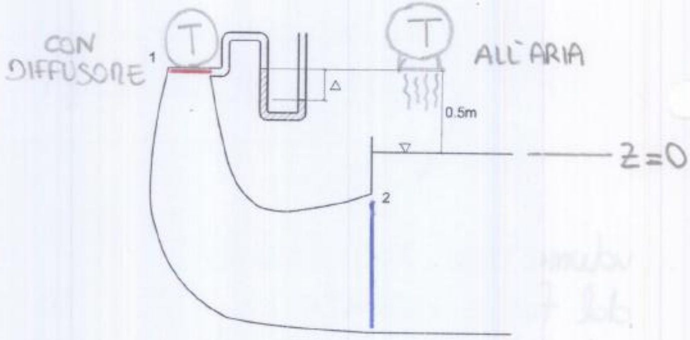
L'importanza di considerare la sezione contratta è legata all'area:

$$\boxed{a_c \ll a_{foro}}$$

ESERCIZIO 3

E' L'ORGANO DI SCARICO DI UNA TURBINA CHE PORTA AD UN FIUME (ad esempio)

Il diffusore di una turbina funzionante a 100 m³/s ha le seguenti caratteristiche: sezione d'ingresso $\Omega_1 = 13{,}5\ m^2$; sezione d'uscita $\Omega_2 = 62{,}5\ m^2$.
Un manometro a mercurio ($\gamma_m = 133.300\ N/m^3$) è inserito nella sezione iniziale del diffusore, posta 0,50 m sopra il livello del bacino di scarico, ed ha il menisco superiore in corrispondenza della stessa. Valutare il carico che si recupera rispetto ad una uguale turbina che lavora a pari portata e scarica all'aria a quota +0,5 m rispetto al pelo libero del bacino di scarico, e l'indicazione Δ del manometro a mercurio (trascurare le dissipazioni di energia nel diffusore).
[ΔH = -3,17 m; Δ = -0,23 m]



con DIFFUSORE

Se ho un divergente e non si hanno distacchi di vena possiamo dire che: $H_1 = H_2$

$$H_1 = H_2$$

$$H_2 = \cancel{z} + \cancel{\frac{p}{\gamma}} + \frac{V^2}{2g} \quad , \quad V = \frac{Q}{\Omega}$$

$$H_2 = \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} = \frac{100^2}{2g \cdot 62.5^2} = 0.13\ m$$

senza DIFFUSORE

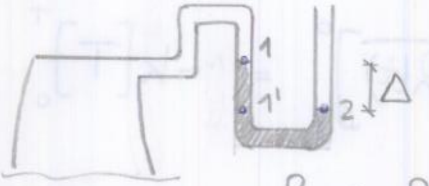
$$H_A = z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \frac{Q^2}{2g\Omega_A^2}$$

Ω_A = sezione di scarico della turbina (diciamo che è uguale alla sezione d'ingresso del diffusore)

$$H_A = 0.5 + \frac{100^2}{2g \cdot 13.5^2} = 0.5 + 2.8 = 3.3\ m$$

$$\Delta H = 0.13 - 3.3 = \boxed{-3.17\ m}$$

Indicazione Δ del manometro:



$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} = z_1 + \frac{\gamma_M}{\gamma}\Delta + \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}$$

$p_2 = 0 = p_1'$

$p_1 = -\gamma_M \cdot \Delta$

$$\Delta = \frac{\gamma}{\gamma_M}\left(H_1 - z_1 - \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2}\right) = \boxed{-0.23\ m}$$

$$Q = V \cdot A = V \cdot \pi \frac{D^2}{4} = 0.0277 \frac{m^3}{s} = \boxed{27.7 \frac{l}{s}}$$

Il valore della portata dipende dalla sezione e dalla velocità (→ dal carico quindi!)
Il fatto che il diametro D_1 non incide è vero perchè non consideriamo le perdite / le dissipazioni, in realtà avere diametri molto piccoli porta difficoltà di deflusso (DISSIPAZIONI)

L.C.T. → si disegna da MONTE

$\left.\right\} \frac{V^2}{2g}$

L.C.P. → si disegna da VALLE

$V = \frac{Q}{A}$

Q → è costante

A → è questo termine che controlla la velocità

Se la velocità aumenta il carico piezometrico si abbassa (perchè deve aumentare il termine cinetico)

$$\underset{z_A}{H} = \underset{0}{\cancel{z_1}} + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{V_1^2}{2g}$$

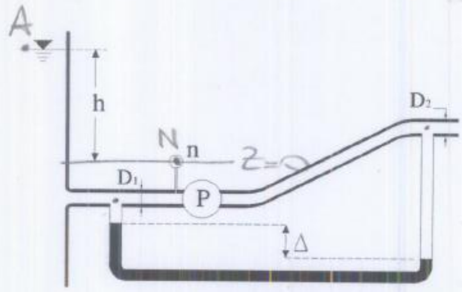
$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\pi \frac{D_1^2}{4}} = 14.1 \frac{m}{s}$$

$$p_1 = \left(H - \frac{V_1^2}{2g}\right) \cdot \gamma = \boxed{-79.9 \text{ kPa}}$$

Avere pressioni negative significa che se la condotta si rompe non fuoriesce acqua ma tende ad aspirare aria.

ESERCIZIO 6

Determinare la potenza P ceduta dalla pompa al liquido, note le indicazioni del manometro metallico n e di quello differenziale Δ. Il liquido, avente specifico γ, è da ritenersi perfetto.
$\gamma = 12257\ N/m^3$; $\gamma_m = 133362\ N/m^3$; $\Delta = 1{,}8\ m$;
$h = 7\ m$; $D_1 = D_2 = 0{,}25\ m$; $n = 7{,}845\ N/cm^2$;
[P = 37 kW]



$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{\gamma \cdot V \cdot s}{t} = \gamma Q \underbrace{s}_{\Delta H}$$

PREVALENZA
differenza di carico totale tra monte e valle della pompa

$$\boxed{P = \gamma \cdot Q \cdot \Delta H}$$

Dovendo la portata mantenersi costante, ed essendo il diametro costante, anche la velocità sarà costante, pertanto $\Delta H = \Delta h$

$$\Delta h = \frac{\gamma_M - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta = 17.78\ m = \Delta H$$

Mi serve la portata Q e per calcolarla devo prima calcolare la velocità.

Bernoulli

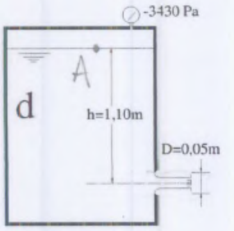
$$H_N = \underset{0}{\cancel{z_n}} + \frac{P_n}{\gamma} + \frac{v_n^2}{2g} \qquad H_A = z_A + \cancel{\frac{P_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} = h$$

$$H_N = H_A \quad \Rightarrow \quad h = \frac{P_n}{\gamma} + \frac{v_n^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\left(h - \frac{P_n}{\gamma}\right) \cdot 2g} =$$

$$= 3.43\ \frac{m}{s}$$

$$Q = 0.168\ \frac{m^3}{s}$$

$$P = \gamma \cdot Q \cdot \Delta H = \boxed{37\ kW}$$



$$\rightarrow H_A = z_A + \frac{p_A}{\gamma} = 0.75\ m$$

$$p_A = -3430\ \frac{N}{m^2}$$

$$\rightarrow H_B = \cancel{z_B} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$V_B = \sqrt{\left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right) \cdot 2g} = 3.84\ \frac{m}{s}$$

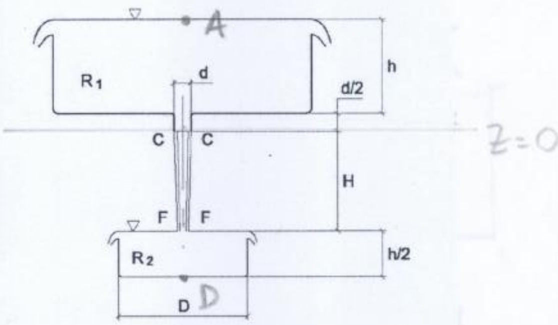
$$Q = V_B \cdot C_c \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \boxed{4.6\ \frac{\ell}{s}}$$

ESERCIZIO 1

Sul fondo di un recipiente R_1, pieno d'acqua per l'altezza h, è ricavata una luce circolare di diametro d. Ad una profondità H sotto la sezione contratta, il getto si immerge nel recipiente R_2 di diametro D e pieno d'acqua per l'altezza h/2. Le altezze h ed h/2 restano costanti. Determinare:
1. il peso P del getto fra la sezione contratta e la sezione FF;
2. la spinta S sul recipiente R_2.

h = 1 m H = 3,3 m D = 1 m d = 10 cm

[P = 103,4 N; S = 4051,5 N]



$$U_c = \sqrt{2g\left(h + \frac{d}{2}\right)} = 4.54\ \frac{m}{s}$$

$$U_F = \sqrt{2g\left(h + \frac{d}{2} + H\right)} = 9.24\ \frac{m}{s}$$

$$Q = U_c \cdot \Omega_c = U_c \cdot C_c \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 0.0218\ \frac{m^3}{s}$$

0.61

Equazione di equilibrio globale:

$$\bar{P} + \cancel{\bar{\Pi}} + \bar{M}_c - \bar{M}_F = 0$$

Tutte le forze normali sono uguali a zero perchè il liquido è a contatto con l'aria e quindi $p = 0$

$$\bar{P} = \bar{M}_F - \bar{M}_c$$

$$\bar{M}_F = \beta \rho \cdot Q \cdot U_F = 201.43\ N$$

1

$$\bar{M}_c = \beta \rho Q \cdot U_c = 98.97\ N$$

$$\boxed{P = 102,5\ N}$$

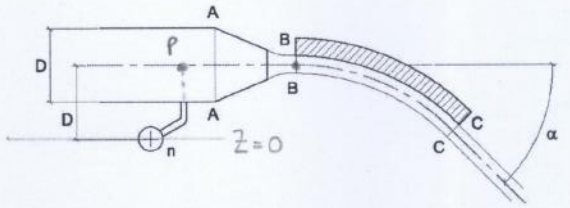
ESERCIZIO 2

Il getto d'acqua uscente da un bocchello di diametri D e d investe un tegolo che lo devia di un angolo α. Calcolare la spinta sul tegolo, note la geometria del sistema e l'indicazione n del manometro metallico, sotto le seguenti ipotesi: perdite trascurabili, sezione BB coincidente con la sezione contratta, velocità uguali in modulo in BB e CC, peso del liquido trascurabile fra BB e CC.

$n = 30\ kg_p/cm^2$; $D = 0{,}80$ m; $d = 0{,}20$ m;

$a = 45°$; coeff. di contraz. del getto $C_c = 0{,}85$.

[Q = 2,1 m3/s; R = 121.500 N]



$$P_n = 2'940'000\ Pa \qquad h_n = \underbrace{\cancel{z_n}}_{=0} + \frac{P_n}{\gamma} = 300 = h_p$$

Bernoulli

$$h_p + \frac{V_p^2}{2g} = \underbrace{\cancel{z_B} + \cancel{\frac{P_B}{\gamma}}}_{\text{trascurabile}} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Scrivo V come $\frac{Q}{\Omega}$:

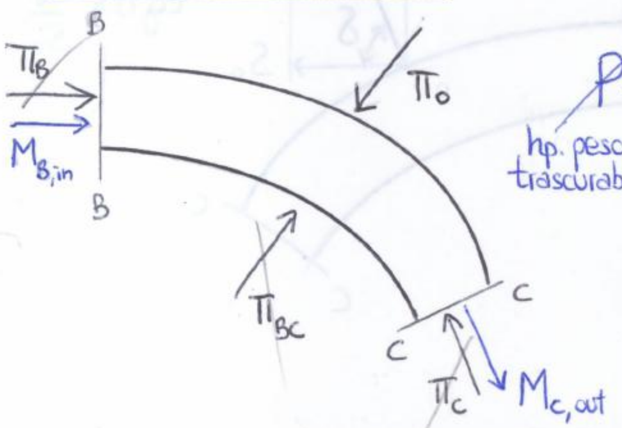
$$h_p + \frac{Q^2}{2g\Omega_p^2} = \frac{Q^2}{2g\Omega_B^2} \qquad , \Omega_B = C_c \cdot \frac{\pi}{4} d^2$$

$$\Omega_p = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$h_p = Q^2 \left(\frac{1}{2g\Omega_B^2} - \frac{1}{2g\Omega_p^2} \right)$$

$$Q = \sqrt{\frac{h_p}{\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_p^2}\right)}} = 2.1\ \frac{m^3}{s}$$

VOLUME di CONTROLLO

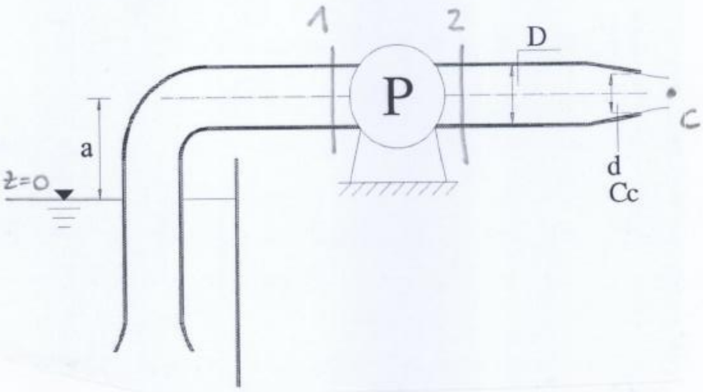


$$\underbrace{\cancel{P}}_{\text{hp. peso trascurabile}} + \Pi + M + \underbrace{\cancel{I}}_{\text{moto permanente}} - \underbrace{\cancel{T}}_{\text{fluido perfetto}} = 0$$

$$\Pi_B + \Pi_C + \Pi_{BC} + \Pi_o + M_B - M_C = 0$$

ESERCIZIO ~~5~~

Una pompa solleva acqua da un serbatoio come mostrato in figura. Ammesso che il liquido si comporti come perfetto, determinare la componente orizzontale So della spinta sul supporto della pompa, quando la sua potenza teorica è P.
P = 10 kW ; a = 1,5 m; D = 0,15 m; d = 0,07 m; Cc= 0,90
[So = 2932 N].



La differenza di carico tra un punto nel serbatoio e un punto nella sezione contratta è:

$$\boxed{\Delta H = a + \frac{U_c^2}{2g}}$$

$$\boxed{P = \gamma \cdot Q \cdot \Delta H}$$ POTENZA SVILUPPATA DALLA POMPA

$$\begin{cases} \Delta H = a + \dfrac{Q^2}{\Omega_c^2} \cdot \dfrac{1}{2g} \\ \Delta H = \dfrac{P}{\gamma \cdot Q} \end{cases}$$

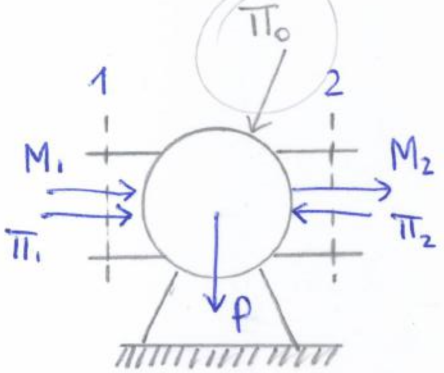
→ Risolvendo il sistema:

$$Q = 0.06 \ \frac{m^3}{s}$$

$$\Delta H = 16.8 \ m$$

La velocità all'interno del tubo è:

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2} = 3.4 \ \frac{m}{s}$$



ENTRANTE − USCENTE

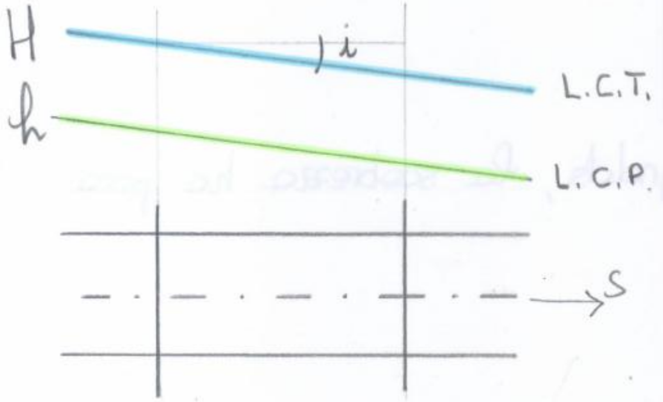
$$\cancel{\bar{P}} + \bar{\Pi}_1 + \bar{\Pi}_2 + \bar{\Pi}_0 + \underbrace{\cancel{\bar{M}_1 - \bar{M}_2}}_{0} = 0$$

verticale

$U_1 = U_2$

$$\bar{S} = \cancel{-\bar{\Pi}_o} = \bar{\Pi}_1 + \bar{\Pi}_2$$

ESERCITAZIONE 5 • PIEZOMETRICHE BREVI CONDOTTE: TUBO LISCIO, ABACO di MOODY



Nei fluidi reali ho dissipazioni:

$$\boxed{\frac{\partial H}{\partial s} = -i}$$

Integro l'equazione tra la sezione 1 e la sezione 2

$$\boxed{H_1 - H_2 = i \cdot L}$$ L: distanza tra le due sezioni

DARCY - WEISBACH $$\boxed{i = \lambda \frac{\frac{U^2}{2g}}{D}}$$ i è adimensionale

λ: fattore di attrito o indice di resistenza (adimensionale)

$$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

$\frac{\varepsilon}{D}$: scabrezza relativa

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} = \frac{U \cdot D}{\nu}$$: numero di Reynolds

$$Re^* = \frac{u_* \cdot \varepsilon}{\nu} \qquad u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

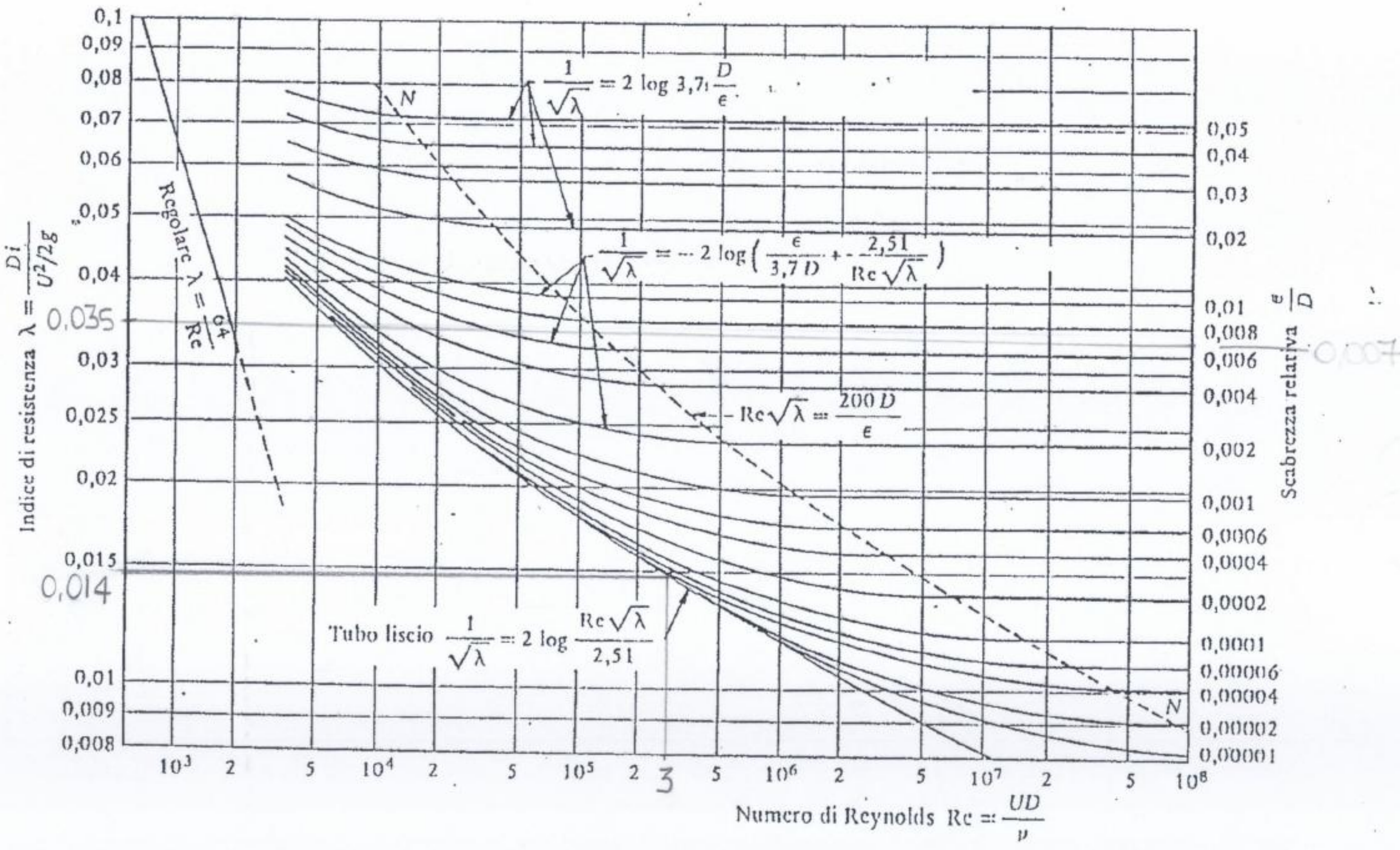


Fig. 8.1 - Diagramma di Moody.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 110

Calcolo la differenza di carico tramite il BILANCIO ENERGETICO:

$$\begin{cases} H_1 = h_1 & \text{perché nel serbatoio } U = 0 \\ H_2 = h_2 + \dfrac{U^2}{2g} \end{cases}$$

L.C.T.

$$\boxed{H_1 - H_2 = i \cdot L} \rightarrow h_1 - \left(h_2 + \frac{U^2}{2g}\right) = i \cdot L \rightarrow h_1 - h_2 = i \cdot L + \frac{U^2}{2g}$$

SEMPLICEMENTE POTEVO SCRIVERE:

$$\boxed{h_1 - h_2 = \Delta y} = i \cdot L + \frac{U^2}{2g}$$

$$\boxed{i = \lambda \cdot \frac{U^2}{2g \cdot D}}$$

cerco λ sul diagramma di Moody

So che $R_e \simeq 3 \cdot 10^5$, che sono in presenza di TUBO LISCIO, sul diagramma trovo:

$$\lambda = 0.014 \longrightarrow i = 0.08$$

$$\Delta y = i \cdot L + \frac{U^2}{2g} = 0{,}08 \cdot 10 + \frac{3.6^2}{2 \cdot g} = \boxed{1.55 \text{ m}}$$

Applico il bilancio energetico e ricavo i:

$$Y = i \cdot L + \frac{U^2}{2g} \rightarrow i = 0.175$$

1 m

$$R_e = \frac{u \cdot D}{\nu} = \frac{1.57 \cdot 0.025}{\mu / \rho} = 4 \cdot 10^4$$

$$\lambda = \frac{D \cdot i}{\frac{U^2}{2g}} = \frac{0.025 \cdot 0.175}{1.57^2 / 2g} = 0.035$$

NON MI SERVE R_e !?

Conosco λ e R_e cerco nel diagramma di Moody la scabrezza relativa $\frac{\varepsilon}{D}$ corrispondente a questi valori

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.007$$

$$\varepsilon = 0.007 \cdot D = 0.07 \cdot 0.025 = 0.2 \text{ mm} = \boxed{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$$

$$\rightarrow \quad \lambda = \frac{1^2}{\left[-2\log\left(\frac{2.5}{R_e\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.7D}\right)\right]^2} = 0.02$$

Ricavo la velocità dalla formula inversa di Darcy-Weisbach

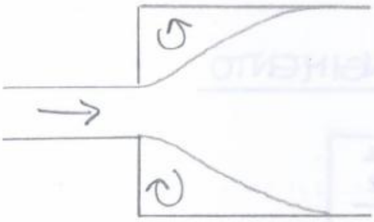
$$i = \lambda \frac{U^2}{2gD} \qquad U = \sqrt{\frac{i}{\lambda} \cdot 2gD} = 0.88 \ \frac{m}{s}$$

$$Q = \mu \cdot \Omega = 0.88 \cdot \frac{\pi}{4} D^2 = \boxed{0.184 \ \frac{m^3}{s}}$$

$$H_A = y_A = y_B + \frac{U^2}{2g} + i \cdot L = \boxed{5.15 \ m}$$

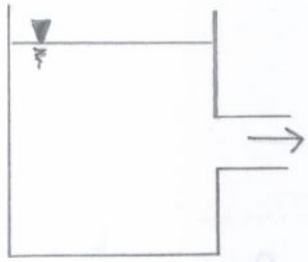
ESERCITAZIONE 6: PIEZOMETRICHE BREVI CONDOTTE: PERDITE LOCALIZZATE & FORMULE PRATICHE

Le perdite di carico localizzate sono perdite che avvengono in punti in cui cambia la geometria.



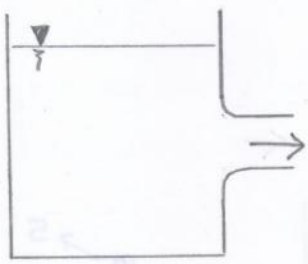
$$\boxed{\Delta H = k \frac{U^2}{2g}} \quad , \quad k = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1 \right)^2$$

K dipende dall'imbocco (uscente da un serbatoio)



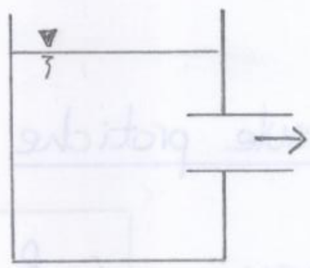
NON RACCORDATO

$\boxed{k = 0.5}$



RACCORDATO

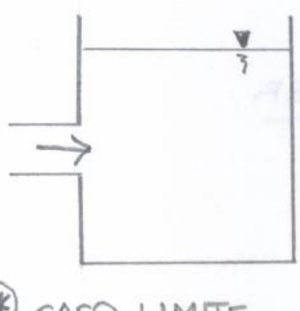
$\boxed{k \simeq 0}$

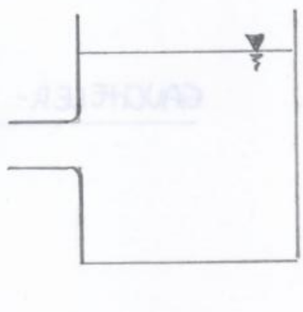


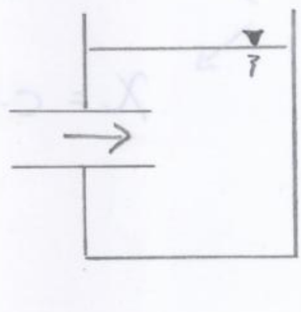
ALL'INTERNO DEL SERBATOIO

$\boxed{k \simeq 1}$

Quando un condotto entra in un serbatoio perdo il termine cinetico indipendentemente dall'imbocco, perché all'interno del serbatoio $u \simeq 0$, quindi $k = 1$







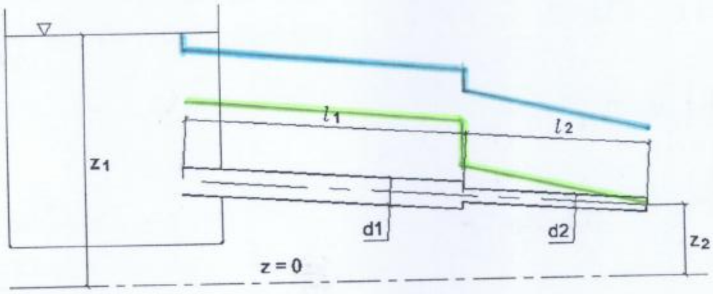
(*) CASO LIMITE

$U_2 \simeq 0$

$\boxed{k = 1}$

ESERCIZIO 1

La condotta indicata in figura è costituita da due tronchi di diametri rispettivamente d_1 e d_2, lunghezza l_1 e l_2 e scabrezze corrispondenti ai coefficienti di Darcy β_1 e β_2. Noti il carico z_1 nel serbatoio e la quota z_2 del centro della sezione di sbocco, determinare la portata Q effluente all'aria. $[J = \beta Q^2 D^{-5}]$
Dati: $l_1 = 45$ m; $l_2 = 25$ m; $d_1 = 470$ mm; $d_2 = 300$ mm; $z_1 = 10$ m; $z_2 = 5$ m.
$[Q = 0.367\ m^3/s]$



Tubi nuovi acciaio/ghisa (d<500 mm):
$\beta = 0.00164 + 0.0000462/d$

Valori sperimentali del coefficiente ξ
(brusco restringimento)

D_2/D_1	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	
ξ	0,50	0,477	0,452	0,425	0,396	
D_2/D_1	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ξ	0,358	0,31	0,243	0,166	0,086	0

Traccio la linea dei carichi totali, parto dal punto in cui parte il primo condotto, abbiamo subito una perdita di carico localizzata, poi la linea procede leggermente inclinata finchè arriviamo al secondo condotto; qui abbiamo un'altra perdita di carico localizzata. Poi si procede nuovamente con una retta inclinata, ma l'inclinazione è maggiore in quanto minore è il diametro e maggiori sono le dissipazioni.
Traccio la linea dei carichi piezometrici, partiamo dal punto finale del secondo condotto, in questo tratto abbiamo una linea parallela a quella dei carichi totali, distante da essa $\frac{U_2^2}{2g}$, per quanto riguarda il primo tratto abbiamo una retta parallela alla rispettiva retta dei carichi totali, distante da essa $\frac{U_1^2}{2g}$.

$$\frac{U_2^2}{2g} > \frac{U_1^2}{2g} \quad \text{perchè} \quad \underbrace{\frac{\pi}{4}d_2^2}_{\Omega_2} < \underbrace{\frac{\pi}{4}d_1^2}_{\Omega_1}$$

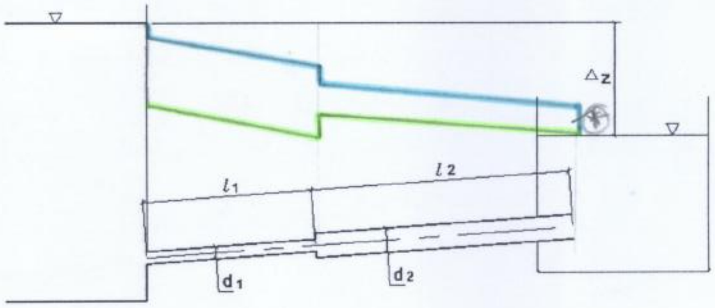
Calcolo le scabrezze:

$$\beta_1 = a + \frac{b}{d_1} = 1.73 \cdot 10^{-3}\ \frac{s^2}{m}$$

$$\beta_2 = a + \frac{b}{d_2} = 1.78 \cdot 10^{-3}\ \frac{s^2}{m}$$

ESERCIZIO 2

Determinare quale portata passa fra due serbatoi collegati da due tronchi di tubazione in serie come indicato in figura. Tracciare le linee dei carichi totali e piezometrica. [$J = \beta' Q^2 D^{-5.33}$]
Dati: $D_1 = 125$ mm; $D_2 = 200$ mm; $L_1 = 5$ m; $L_2 = 10$ m; $\Delta z = 1{,}2$ m; $\beta' = 0{,}0019\ s^2\ m^{-2/3}$
[$Q = 0.033\ m^3/s$]



(*) RISPETTO ALL' ESERCIZIO PRECEDENTE QUESTO TERMINE HA UN SIGNIFICATO DIVERSO - MA È PRESENTE!

Quando disegno le linee dei carichi - in particolare la piezometrica, ragionando solo su $\frac{U_2^2}{2g} < \frac{U_1^2}{2g}$ non riesco a tracciarla correttamente.

Occorre tener presente che quando ho un allargamento ho sempre un aumento del carico piezometrico!

Bilancio energetico:

$$\underbrace{H_1 - H_2}_{\Delta z} = \Sigma \Delta H$$

$$\Delta z = \underset{0.5}{k} \frac{U_1^2}{2g} + i_1 L_1 + \frac{(U_1 - U_2)^2}{2g} + i_2 L_2 + \underset{1}{k} \frac{U_2^2}{2g}$$

Scrivo le velocità come: $U_1 = \frac{Q}{A_1}$, $U_2 = \frac{Q}{A_2}$

e le pendenze motrici come: $i_1 = \beta' \frac{Q^2}{D_1^{5.33}}$, $i_2 = \beta' \frac{Q^2}{D_2^{5.33}}$

β' DIPENDE SOLO DAL MATERIALE E NON DAL DIAMETRO

Sostituendo:

$$\Delta z = Q^2 \left(\frac{0.5}{2g A_1^2} + \beta' \frac{L_1}{D_1^{5.33}} + \frac{\left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2}\right)^2}{2g} + \beta' \frac{L_2}{D_2^{5.33}} + \frac{1}{2g A_2^2} \right)$$

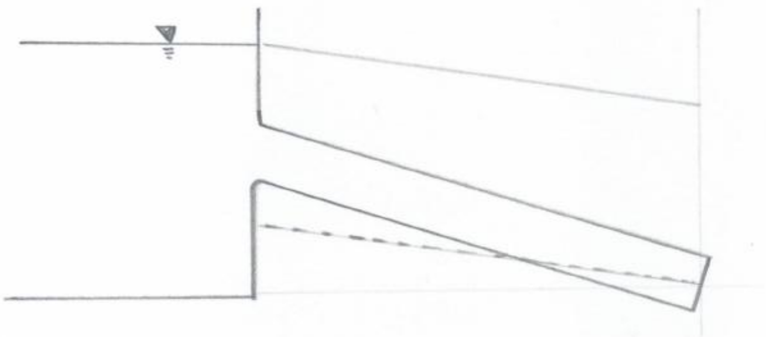
$$\Rightarrow \boxed{Q = 0{,}033\ \frac{m^3}{s}}$$

Sostituendo:

$$\Delta H = \frac{4Q^2}{\chi^2 \cdot D\left(\frac{\pi}{4}D\right)^2} \cdot L + \frac{Q^2}{2g\left(c_c \cdot \frac{\pi}{4}D\right)^2}$$

Ricavo Q

$$\boxed{Q = 4.6\ \frac{l}{s}}$$



SENZA BOCCHELLO

$$\Delta H = i \cdot L + \frac{U^2}{2g} = \frac{4U^2}{\chi^2 D} + \frac{U^2}{2g}$$

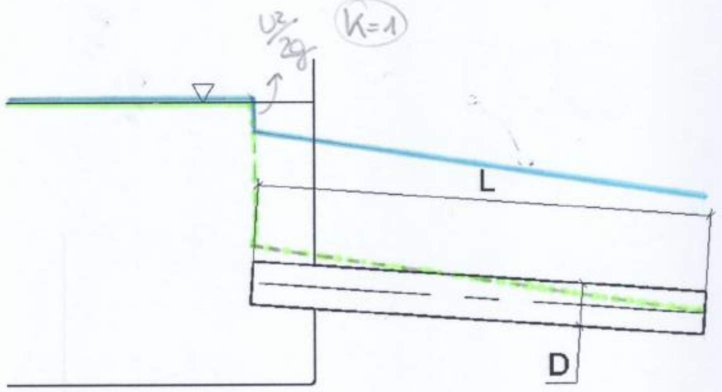
In questo caso non c'è bisogno di effettuare sostituzioni poichè l'incognita è solamente la velocità U.

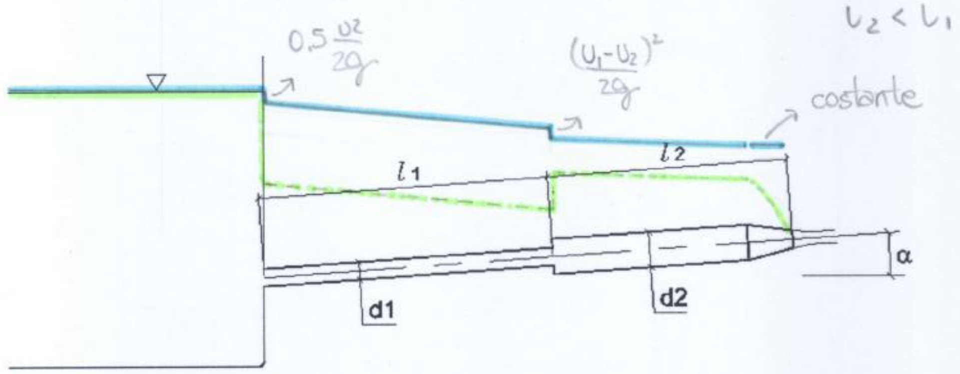
$$U = 2.95\ \frac{m}{s}$$

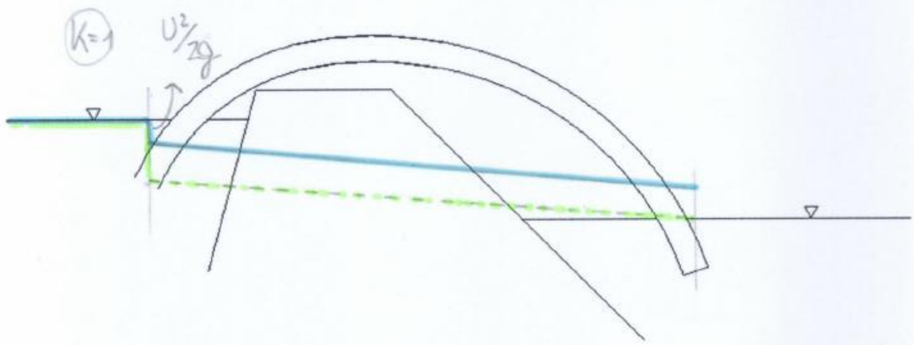
$$Q = U \cdot A = U \cdot \frac{\pi}{4}D^2 = \boxed{14.8\ \frac{l}{s}}$$

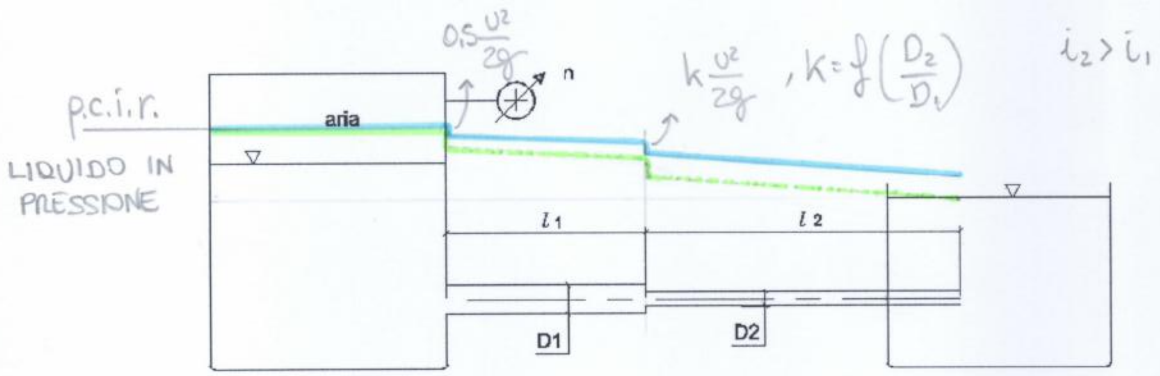
Altri esercizi:

Tracciare qualitativamente le linee dei carichi totali e dei carichi piezometrici relative alle condotte riportate nelle seguenti figure.







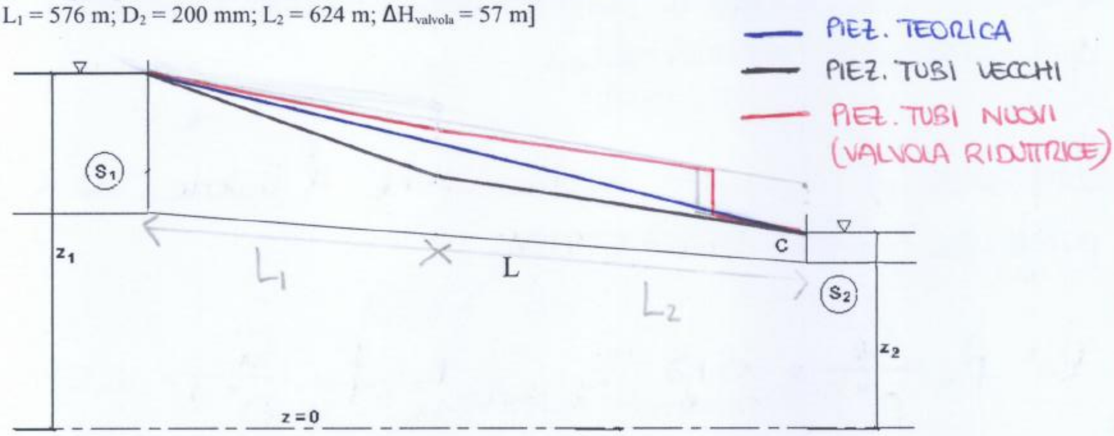


ESERCIZIO 1

La condotta di sviluppo L collega i due serbatoi S_1 e S_2 aventi le superfici libere rispettivamente alle quote z_1 e z_2. Essa è destinata a convogliare la portata Q dal primo al secondo serbatoio e deve essere costruita con tubi di ghisa del commercio.

1) Dimensionare la condotta.
2) Tracciare la piezometrica della corrente a tubi usati e nuovi e determinare l'entità della perdita di carico da provocare con la valvola riduttrice.

Dati: $z_1 = 200$ m; $z_2 = 55$ m; L = 1.200 m; Q = 85 l/s; $\beta' = 0{,}0013\ s^2m^{-2/3}$ (tubi nuovi); $\beta' = 0{,}0021\ s^2m^{-2/3}$ (tubi usati).
Diametri commerciali [mm]: 90, 100, 125, 150, ..., 225, 250, 275, 300, 325, 350, ...
[$D_1 = 175$ mm; $L_1 = 576$ m; $D_2 = 200$ mm; $L_2 = 624$ m; $\Delta H_{valvola} = 57$ m]



Faccio il bilancio energetico tra i due serbatoi:

$$\underbrace{H_1 - H_2}_{} = i \cdot L$$

$$z_1 - z_2 = i \cdot L \quad \rightarrow \quad i = \frac{z_1 - z_2}{L} = \frac{200-55}{1200} = 0.12$$

Ricavo ora il diametro dalla formula di Darcy:

$$i = \beta_u \frac{Q^2}{D^{5.33}} \qquad D = \sqrt[5.33]{\frac{\beta_u \cdot Q^2}{i}} = \left(\frac{\beta_u \cdot Q^2}{i}\right)^{1/5.33} = 0{,}186\ m$$

Utilizzo il valore di β_{USATO} perché, utilizzando il valore di β per i tubi nuovi, trovo un diametro che mi garantisce la portata ad inizio esercizio ma poi, con il passare del tempo, non mi garantirebbe più la portata prestabilita inizialmente.

D = 186 mm

Non ho questo diametro tra quelli commerciali, ma ho un diametro più piccolo 175 mm e uno più grande 200 mm.

All'inizio, che i tubi sono nuovi, dissipo meno energia:

$$i_1' = \beta_N \frac{Q^2}{D_1^{5.33}} = 0.10 \qquad i_2' = \beta_N \frac{Q^2}{D_2^{5.33}} = 0.05$$

Se non dissipo l'energia in eccesso, ho una portata superiore; devo inserire nel sistema qualcosa che dissipi quest'energia in eccesso: una valvola, in questo modo cambia anche la piezometrica, nel senso che ci sarà una perdita di carico dove inserisco la valvola.

$$z_1 - z_2 = i_1' \cdot L_1 + i_2' \cdot L_2 + \Delta H_v$$

ALL'INIZIO DEVO DISSIPARE TRAMITE UNA VALVOLA, POI CON L'INVECCHIARE DEI TUBI CI PENSERÀ LA SCABREZZA.

$$\Delta H_v = 57 \text{ m}$$

Per non buttare l'energia che ho in eccesso, invece di utilizzare una valvola posso inserire una turbina così produco energia elettrica.

Calcolo la potenza della pompa: scrivo il bilancio energetico tra il serbatoio A e il serbatoio B.

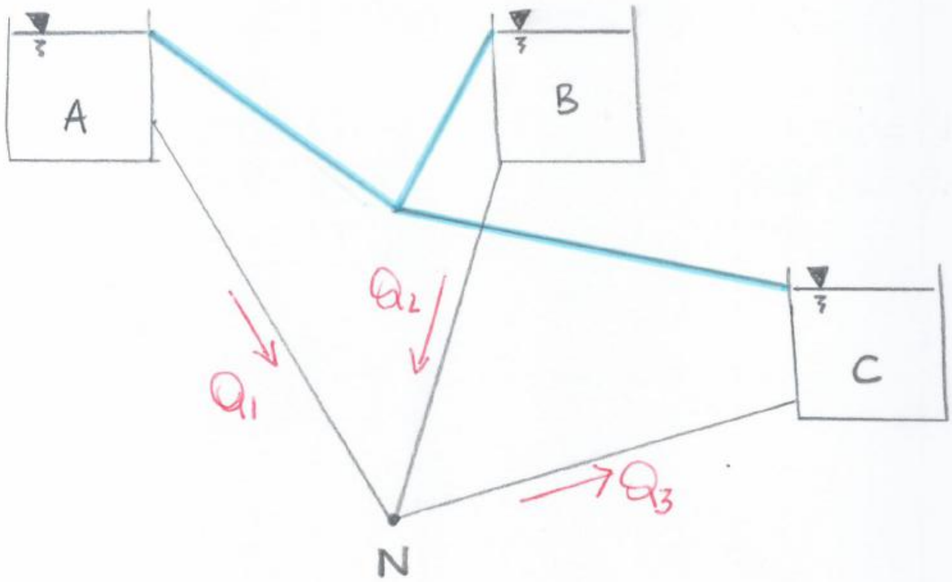
$$\cancel{H_A - H_B} + \Delta H = i_1 \cdot L_1 + i_2 \cdot L_2$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{m \cdot g \cdot s}{t} = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot s}{t} = \gamma Q \cdot \Delta H$$

$$\Delta H = 47 \text{ m}$$

$$P_{POMPA} = \frac{P_{FLUIDO}}{\eta} = \frac{\gamma \cdot Q_2 \cdot \Delta H}{\eta} = \boxed{2.4 \text{ kW}}$$

2) Caso senza pompa



Scrivo le equazioni del bilancio energetico di tre serbatoi con il nodo N e l'equazione di continuità nel nodo N

$$\begin{cases} H_A - H_N = i_1 \cdot L_1 = \beta \dfrac{Q_1^2}{D_1^{5.33}} \cdot L_1 = k_1 Q_1^2 \\ H_B - H_N = i_2 \cdot L_2 = k_2 \cdot Q_2^2 \\ H_N - H_C = i_3 \cdot L_3 = k_3 \cdot Q_3^2 \\ Q_1 + Q_2 = Q_3 \end{cases}$$

Risolvendo ottengo
$$\begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} Q_1 = 73 \text{ l/s} \\ Q_2 = 39 \text{ l/s} \\ Q_3 = 112 \text{ l/s} \end{array}} \\ H_N = 13.85 \text{ m} \end{cases}$$

FORMULE UTILI

SCABREZZA STRICKLER $\quad \chi = k \cdot R^{1/6}$

SCABREZZA MANNING $\quad \chi = \frac{1}{n} R^{1/6}$

COLEBROOK $\quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D \cdot 3{,}71} + \frac{2.51}{\sqrt{\lambda}\, R_e} \right)$

DARCY $\quad i = \frac{\lambda U^2}{2 g D}$

CHEZY $\quad u = \chi \sqrt{R \cdot i_f}$

$$Q = \Omega \chi \sqrt{R \cdot i_f}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 110

• $y > 2\,m$

$$b = b_1 + 2\,\frac{3}{2}(y-2) = b_1 + 3(y-2)$$

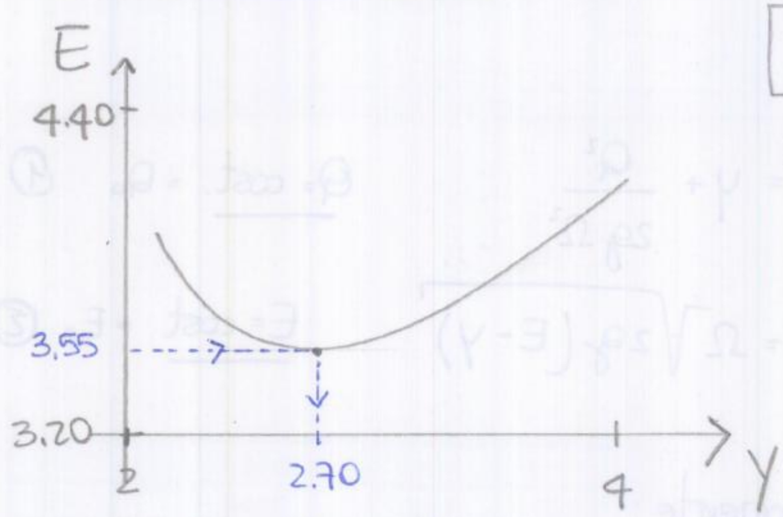
$$\Omega = \Omega_1 + \frac{1}{2}(b_1+b)\cdot(y-2)$$

Applico nuovamente la formula:

$$\boxed{E = y + \frac{U^2}{2g}}$$

Y [m]	b [m]	Ω [m²]	E [m]
2,10	20,30	24,02	4,09
2,20	20,60	26,06	3,89
2,30	20,90	28,14	3,75
2,40	21,20	30,24	3,65
2,50	21,50	32,38	3,59
2,60	21,80	34,54	3,56
2,70	22,10	36,74	3,55
2,80	22,40	38,96	3,56
2,90	22,70	41,22	3,58
3,00	23,00	43,50	3,61
3,10	23,30	45,82	3,65
3,20	23,60	48,16	3,69
3,30	23,90	50,54	3,75
3,40	24,20	52,94	3,81
3,50	24,50	55,38	3,87
3,60	24,80	57,84	3,94
3,70	25,10	60,34	4,02
3,80	25,40	62,86	4,09
3,90	25,70	65,42	4,17
4,00	26,00	68,00	4,25

Graficizzo i risultati:



$$\boxed{Y_c = 2{,}70\ m}$$

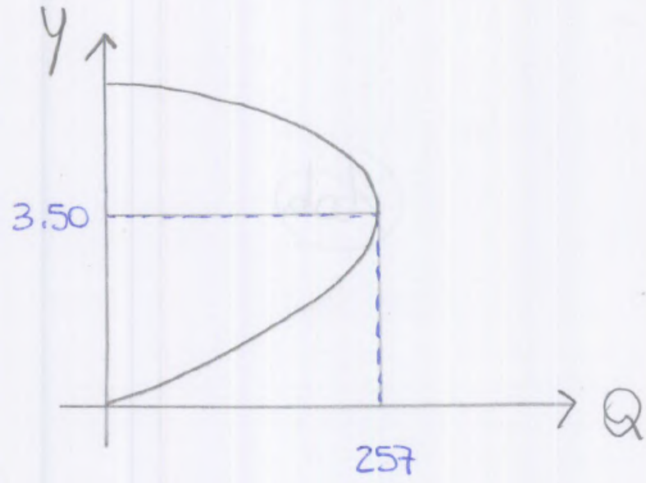
Dalla teoria so che alla Y_c corrisponde il valore minimo di E, pertanto dalla tabella individuo con facilità $E_{MIN} \rightarrow Y_c$

Posso procedere anche in un altro modo, partendo dalla condizione di criticità:

$$\frac{Q^2\cdot b}{g\,\Omega^3} = 1 \quad , \quad \frac{Q^2\cdot b}{g\cdot b^3\,Y_c^3} = 1 \quad \Rightarrow \quad Y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2\cdot b}{g\cdot b^3}}$$

Cerco gli zeri della funzione $F(y)=0$, troverò tre valori, ma solo uno di questi ha senso, questo valore sarà Y_c

Graficizzo i risultati:



$$\boxed{y_c = 3.50 \text{ m}}$$

Dalla teoria so che alla y_c corrisponde il valore massimo di Q, che individuo semplicemente dalla tabella $Q_{MAX} \rightarrow y_c$

Anche qui posso trovare la soluzione cercando gli zeri della funzione.

COEFFICIENTE di MANNING

$$\chi = \frac{1}{n} R^{1/6} = 76.4 \ \frac{m^{2/3}}{s}$$

$$Q = \chi \, \Omega \sqrt{R \cdot i_f} = \boxed{4,82 \ \frac{m^3}{s}}$$

COLEBROOK

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{D \cdot 3.71} + \cancel{\frac{2.51}{\sqrt{\lambda} Re}}\right)}$$

trascurabile

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{D \cdot 3.71}\right)$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda \cdot U^2}{2g D}}$$

DARCY

$$\boxed{U = \chi \sqrt{R \cdot i}}$$

CHEZY

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \dfrac{i \cdot 2g D}{U^2} = \dfrac{2g \cdot 4R \cdot i}{U^2} \qquad \dfrac{1}{\chi^2} \\[2em] \chi = \dfrac{U}{\sqrt{R \cdot i}} \qquad \chi^2 = \dfrac{U^2}{R \cdot i} \end{array} \right.$$

$$\lambda = \frac{8g}{\chi^2} \qquad \chi = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \qquad \frac{\chi}{\sqrt{8g}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\chi = \sqrt{8g} \cdot \left(-2\log\left(\frac{\varepsilon}{4R \, 3.71}\right)\right) = 76.85$$

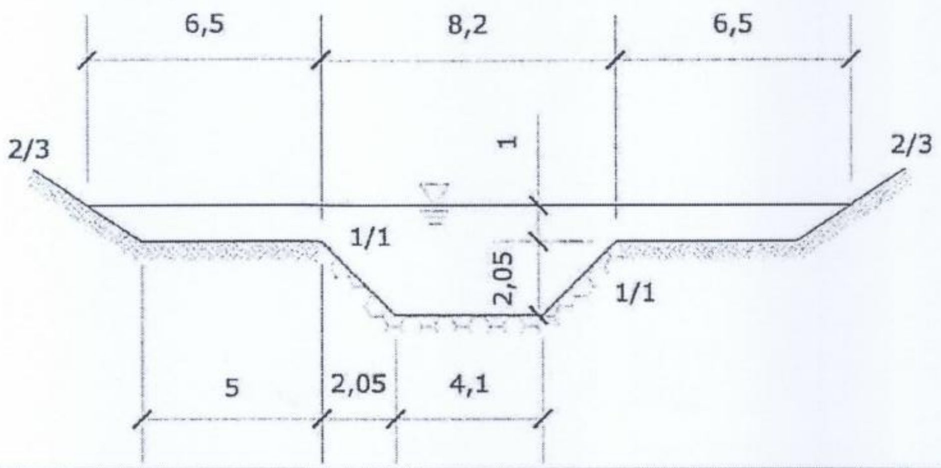
$$Q = \Omega \cdot \chi \sqrt{R \cdot i_f} = \boxed{4.86 \ \frac{m^3}{s}}$$

1) Moto uniforme nelle correnti a pelo libero

Un corso d'acqua scorre in un alveo costituito da una parete centrale, trapezia, larga al fondo 4,10 m e sponde inclinate 1/1 fino ad un'altezza di 2,05 m e da due aree golenali laterali larghe ciascuna 5 m e con sponde inclinate 2/3. L'alveo centrale è rivestito con blocchi di pietra naturale ben sistemati ($n=0{,}022\ m^{-1/3}/s$), mentre le golene sono in terra regolarizzata e ricoperta d'erba ($n=0{,}025\ m^{-1/3}/s$). La pendenza del fondo è del 3 ‰.

1. Tracciare l'andamento della scala di deflusso Q(Y);
2. Calcolare la portata di moto uniforme con un'altezza d'acqua di 1 m sulle golene.

Figura 2



$$Q = \Omega \chi \sqrt{R \cdot i_f}$$

$$R = \frac{\Omega}{P} \qquad \Omega, P \text{ funzione di } Y$$

$$\chi = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

$$U = \chi \sqrt{R \cdot i_f}$$

Il raggio idraulico, dato dal rapporto tra la sezione ed il perimetro bagnato(P), risulta essere:

$$R(Y) = \frac{\Omega}{P}$$

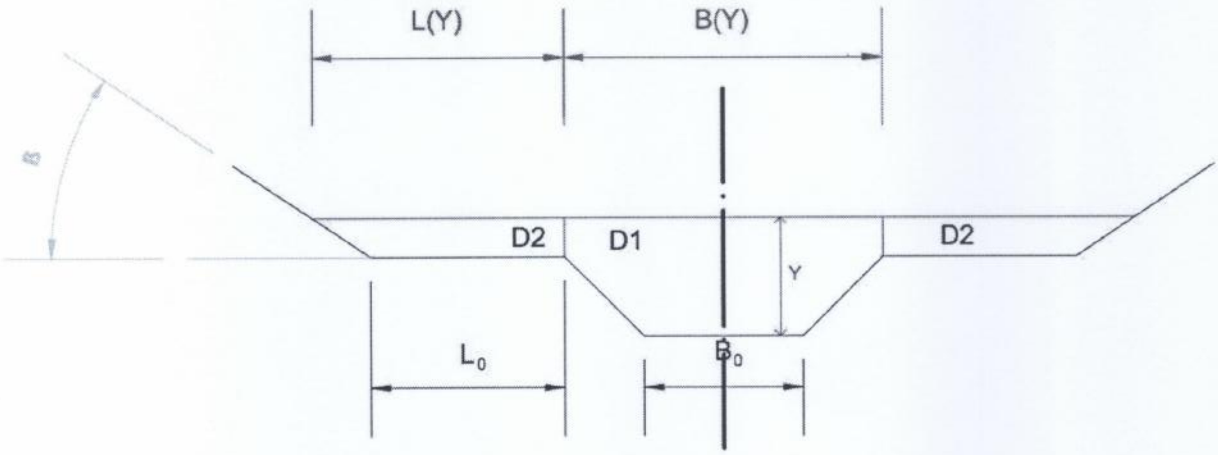
$$P(Y) = B_0 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot Y$$

$$R(Y) = \frac{(B_0 + Y) \cdot Y}{B_0 + 2\sqrt{2} \cdot Y}$$

La portata risulta quindi essere:

$$Q(Y) = \Omega \cdot U$$

Caso b) Y>2,05 m



Vista la presenza di due coefficienti di Manning differenti lungo l'alveo fluviale andiamo a suddividere (come mostra il disegno sovrastante) il dominio ricordandoci che la scabrezza del fiume fa sentire i suoi effetti verticalmente e non orizzontalmente. Andremo dunque a calcolare la portata complessiva sommando i contributi dei due domini.
Con il dominio siffatto procediamo con:

- **DOMINIO 1**

All'area del trapezio si andrà a sommare l'area del rettangolo sovrastante che sarà funzione della profondità.

$$\Omega_1(Y) = \frac{(B_0 + B) \cdot h}{2} + B \cdot (Y - 2,05m)$$

$$U(Y) = \frac{1}{n_1} \cdot R_1^{\frac{2}{3}} \cdot i_f^{\frac{1}{2}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 110

Andando a plottare le formule ricavate si ottiene:

Caso a) Y≤2,05 m

Y [m]	B(Y) [m]	Ω(Y) [m^2]	P(Y) [m]	R(Y) [m]	U(Y) [m/s]	Q(Y) [m^3/s]
0,00	4,10	0,00	4,10	0,00	0,00	0,00
0,05	4,20	0,21	4,24	0,05	0,33	0,07
0,10	4,30	0,42	4,38	0,10	0,52	0,22
0,15	4,40	0,64	4,52	0,14	0,67	0,43
0,20	4,50	0,86	4,67	0,18	0,81	0,69

Caso b) Y>2,05 m

- DOMINIO 1

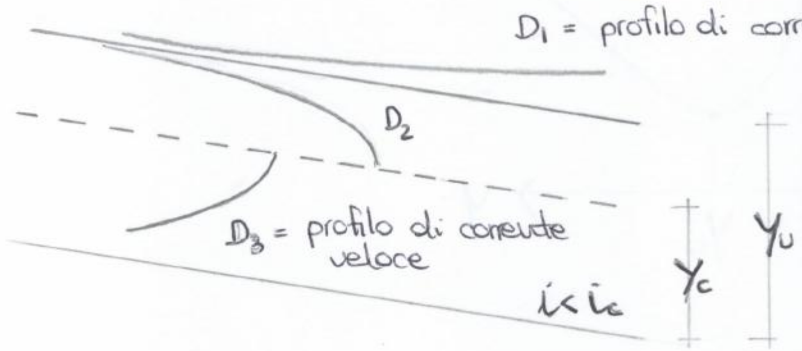
Y [m]	Ω(Y) [m]	R(Y) [m]	U(Y) [m/s]	Q_1(Y) [m^3/s]
2,05	12,61	1,27	2,93	36,88
2,10	13,02	1,32	2,99	38,90
2,15	13,43	1,36	3,05	40,97
2,20	13,84	1,40	3,11	43,07
2,25	14,25	1,44	3,17	45,22

- DOMINIO 2

Y [m]	L(Y) [m]	Ω(Y) [m]	P(Y) [m]	R(Y) [m]	U(Y) [m/s]	Q_2(Y) [m^3/s]
2,05	5,00	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00
2,10	5,08	0,50	10,13	0,05	0,30	0,15
2,15	5,15	1,02	10,26	0,10	0,47	0,48
2,20	5,23	1,53	10,39	0,15	0,61	0,94
2,25	5,30	2,06	10,52	0,20	0,74	1,52

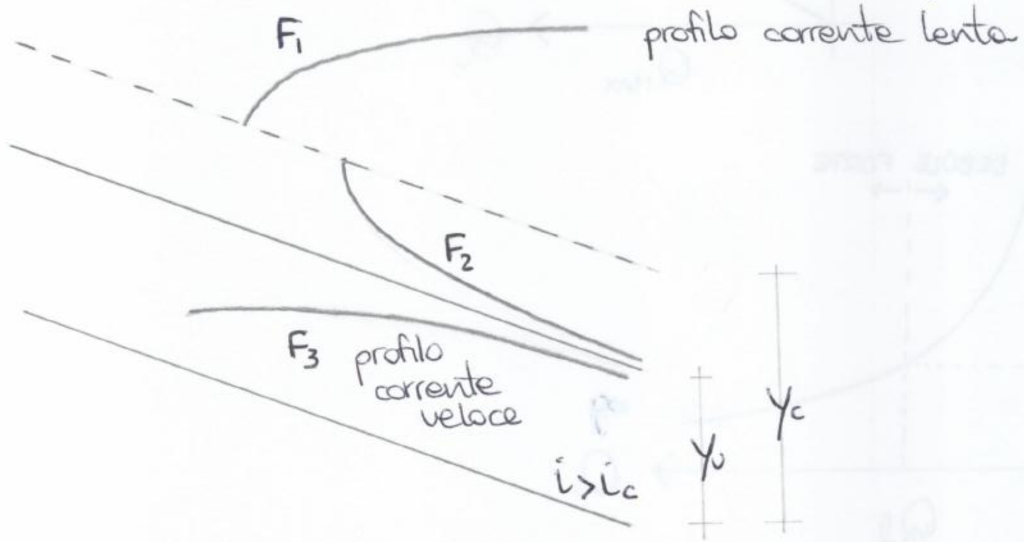
ESERCITAZIONE 9: MOTO PERMANENTE delle CORRENTI a PELO LIBERO

- ALVEO a DEBOLE PENDENZA $i_f < i_c$ $Y_u > Y_c$



lungo la linea tratteggiata la teoria di DSV non vale più (i profili diventano a tg verticale)

- ALVEO a FORTE PENDENZA $i_f > i_c$ $Y_u < Y_c$



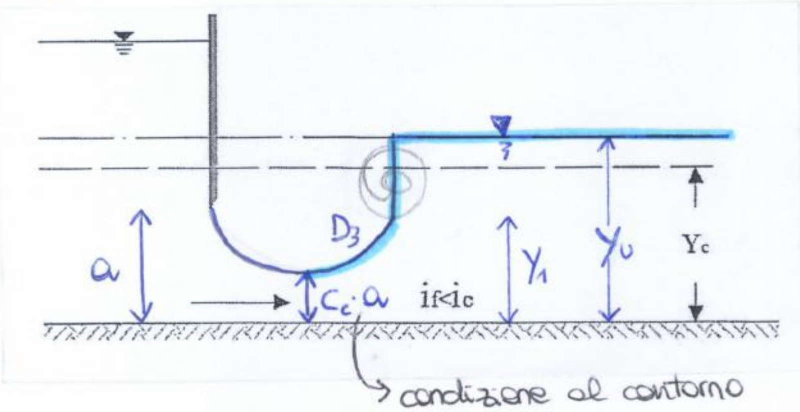
Se:

- $Y > Y_c$ CORRENTE LENTA governata da VALLE
- $Y < Y_c$ CORRENTE VELOCE governata da MONTE

→ i_c dipende dalla PORTATA! un alveo può essere a debole o a forte pendenza a seconda della portata che passa!

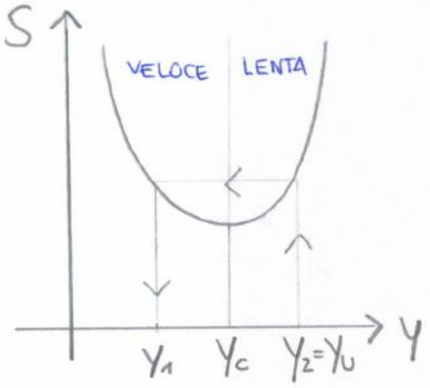
ESERCIZIO 1

a) Correnti in alveo cilindrico con pendenza del fondo $i_f < i_c$ per la portata data (ALVEO FLUVIALE):



condizione al contorno

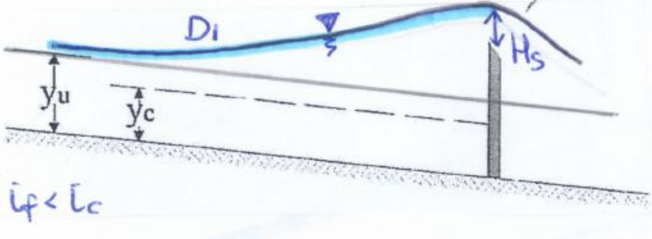
Parto dalla paratoia, so che uscendo la corrente passerà in una sezione contratta, poi avrò un profilo D3 poiché mi trovo in $y<y_c$, quindi in corrente veloce e devo passare ad una corrente lenta.
Abbiamo quindi un RISALTO, come facciamo a sapere a quale y avviene il risalto?
So che a monte e a valle la corrente ha la stessa SPINTA



Entro con $y_2 = y_u$ che avrò una certa spinta, vedo a quale y di monte corrisponde questa spinta, questa sarà la mia y_1 in cui avviene il risalto.

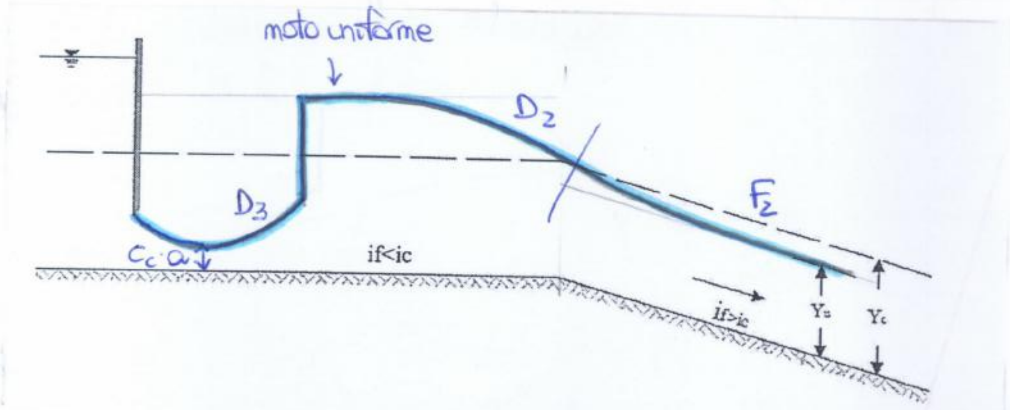
Altro caso:

condizione al contorno



$$Q = m H_s B \sqrt{2 g H_s}$$

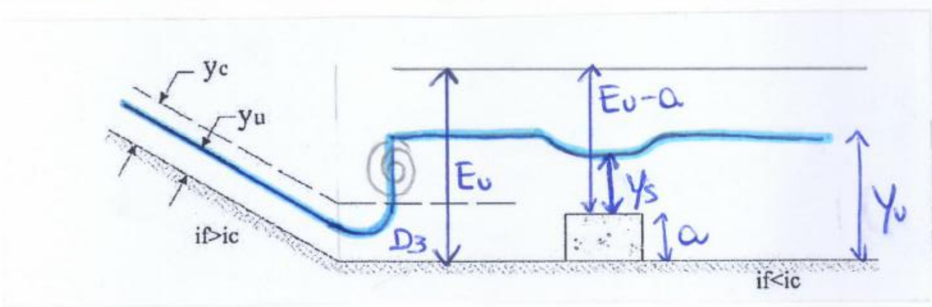
c) Correnti in presenza di cambiamenti della pendenza del fondo (alveo di sezione invariante)



Nel primo tratto avviene tutto come nel primo caso di alveo a debole pendenza, poi però bisogna collegare una corrente lenta a una veloce. (→ non può esserci un RISALTO)

L'unico modo per far sì che il profilo sia continuo è che la corrente lenta a monte abbia un profilo di tipo D_2 e arrivi a y_c in corrispondenza del cambio di pendenza, e che la corrente veloce a valle abbia un profilo di tipo F_2, che parte da y_c e va in y_u.

Caso presenza di una soglia

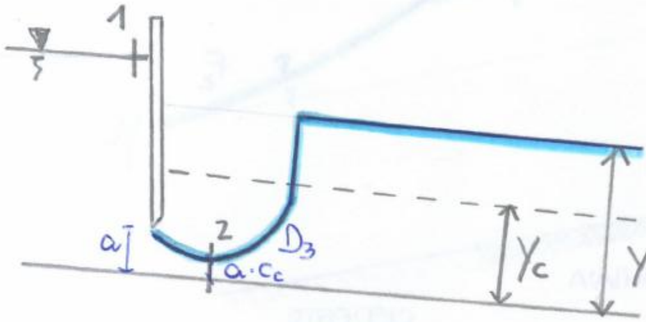


Consideriamo la corrente in prossimità della soglia, essa ha energia $E = y_u + \frac{U^2}{2g}$ mentre in corrispondenza della soglia avrà un'energia minore $E = (y_u - a) + \frac{U^2}{2g}$

$E - a < E$

ESERCIZIO 2

Facendo riferimento allo schema di fig.1, calcolare la portata nel canale di sezione rettangolare nelle seguenti ipotesi: larghezza del canale b=6 m; profondità a monte della paratoia Ym = 4 m; apertura della paratoia a=1.2 m; coefficiente di contrazione Cc=0.9. [Q = 49 m^3/s]



Trascuro le perdite di carico : $E_1 = E_2$

$$\boxed{E = y + \frac{U^2}{2g}}$$

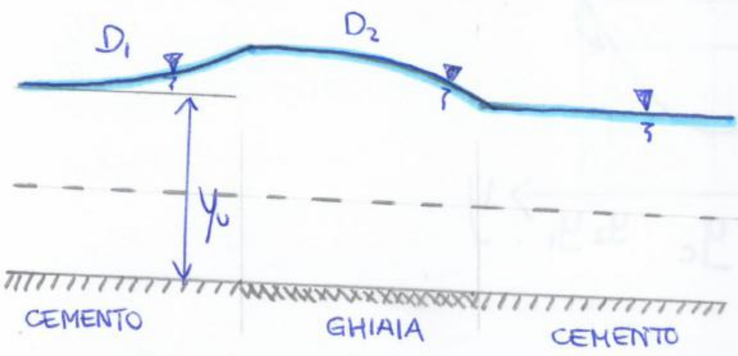
$$\left.\begin{aligned} E_1 &= y_m \\ E_2 &= C_c \cdot a + \frac{U^2}{2g} \end{aligned}\right\} \sqrt{(y_m - C_c \cdot a) \cdot 2g} = U = 7.57\ m/s$$

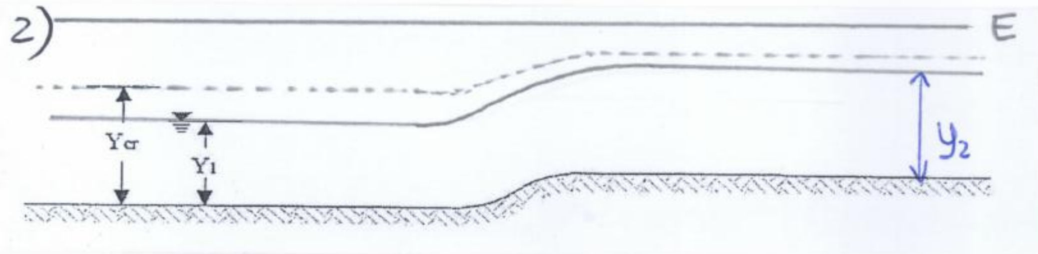
$$\Omega = b \cdot (C_c \cdot a) = 6.48\ m^2 \qquad Q = u \cdot \Omega = \boxed{49\ \frac{m^3}{s}}$$

ESERCIZIO 3

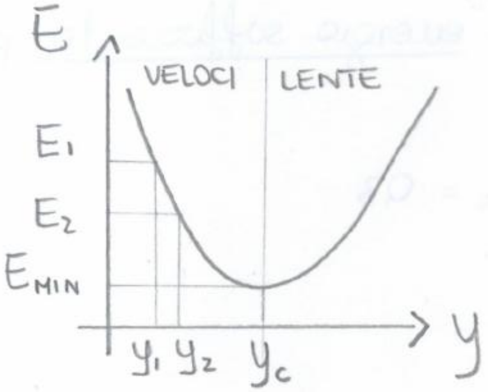
Tracciare i profili di rigurgito relativi ad un tratto di fiume con aumentata scabrezza del fondo sia per un alveo a debole pendenza sia per uno a forte pendenza.

- Alveo a debole pendenza ($i_f < i_c$)





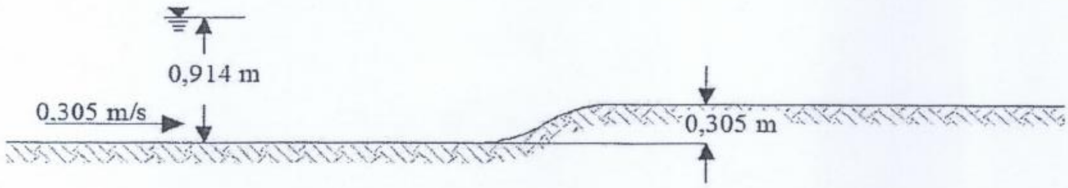
$z_f \uparrow \quad E \downarrow \qquad E_2 < E_1 = E_2 - d$



$y_2 > y_1$

ESERCIZIO 5

La corrente defluisce con una velocità di 0,305 m/s con una profondità di 0,914 m (fig. 9). Questa incontra un innalzamento raccordato del letto del canale di 0,305 m. Il canale è rettangolare. Quale sarà la profondità stimata dopo l'innalzamento? [y=0.60 m]



Dobbiamo innanzitutto capire se siamo in corrente veloce o in corrente lenta:

I° MODO

$$F_r = \frac{v_1}{\sqrt{g y_1}} = 0.1 \qquad F_r < 1 \quad \text{CORRENTE LENTA}$$

II° MODO

$$y_c = \sqrt{\frac{Q^2}{g\, b^2}} = 0.2 < 0.914 \qquad y_c < y_1$$

CORRENTE LENTA

ESERCITAZIONE 10: MOTO PERMANENTE delle CORRENTI a PELO LIBERO: Integrazione numerica

$$\frac{dH}{ds} = -J = \frac{Q^2}{\chi^2 R \Omega^2}$$

Q: PORTATA
R: RAGGIO IDRAULICO
Ω: SEZIONE
χ: COEFF. ATTRITO

$$H = z_F + E \qquad E = y + \frac{U^2}{2g}$$

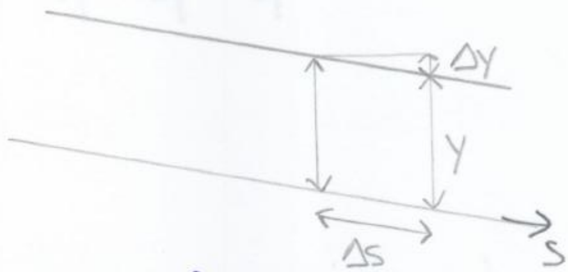
$$\frac{dy}{ds} = i_F \frac{1 - \frac{Q^2}{\chi^2 \Omega^2 R\, i_F}}{1 - \frac{Q^2 \cdot b}{g \Omega^3}} = K$$

C'E' UN FIUME IN CUI PASSA UNA CERTA PORTATA (FISSA) E VOGLIAMO RICOSTRUIRE IL PROFILO DELLA PROFONDITA' DELLA CORRENTE.

2 APPROCCI:

① $\rightarrow$ fisso Δs (es. 100 m) $\longrightarrow \Delta y = K \cdot \Delta s$

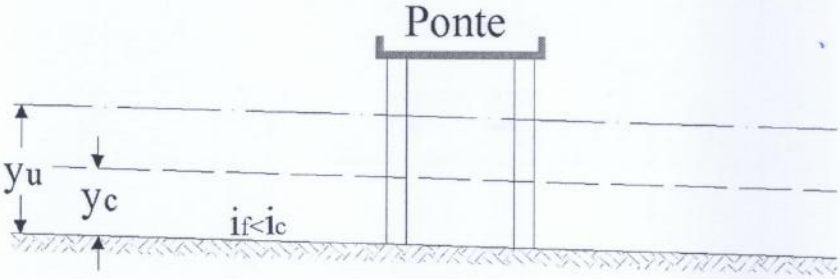
② $\rightarrow$ $\boxed{\text{fisso } \Delta y \text{ (es. 10 cm)} \longrightarrow \Delta s = \frac{\Delta y}{K}}$



Per quello che vogliamo ricavare noi il secondo approccio è più adatto.

ESERCIZIO 1

Un corso d'acqua (fig. 1) con sezione rettangolare ha una larghezza b = 50 m, una pendenza del fondo i_f = 0.003 e un coefficiente di scabrezza n = 0.04 $m^{-1/3}$ s (Manning). Lungo il corso d'acqua è presente un ponte che, con una portata di piena Q = 600 m^3/s, determina una profondità pari a 6 m.
Determinare il profilo della corrente a monte del ponte, e in particolare la distanza oltre la quale la profondità della corrente praticamente coincide con quella di moto uniforme (a meno di 5 cm).
[s_{unif} = -1.6 km]



① Devo determinare y_c , y_u

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \cdot b^2}} = 2.45 \text{ m}$$ → formula per sezione rettangolare

$$y_u \longleftrightarrow Q = \Omega(y_u) \cdot \chi(y_u) \sqrt{R(y_u) \cdot i_f}$$

$$F_u(y) = \Omega \cdot \chi \sqrt{R \cdot i_f} - Q = \phi$$

y	Ω	p	R	χ	F_u
⋮	$b \cdot y$	$b+2y$	Ω / p	$= \frac{1}{n} R^{1/6}$	⋮
y_u ←					$= 0$

$$\boxed{y_u = 3.90 \text{ m}}$$